

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
INSTITUTIONUM
LIBRI TRES!

*In Neapolitana Juventutis emolumentum
majori, qua potuit, diligentia*

A PETRO MARTINO

ASTRONOMIÆ, NAUTICÆQUE
IN NEAPOLITANA SCHOLA
REGIO PROFESSORE:

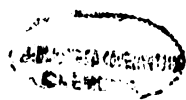
NECNON INSTITUTI BONONIENSIS SOCIO
Concinnati.

TOMUS PRIMUS

*Librum Primum de Corpore in genere,
ejusque affectionibus precipuis
continens.*



Excudebat FELIX CAROLUS Mosca sumptibus
CAJETANIELIÆ. Superioribus annuentibus.
NEAPOLI c1919ccxxxviii.



MONITA QUÆDAM AD LECTOREM.

IN quaestione de justa virium æstimatione, quam Capite III. Sectionis Secundæ Libri I. persequutus sum, placuit mihi eam tenere sententiam, quæ vult vim Corporum velocitati ipsi proportionalem esse; adeoque curatius refellere, quibus persuasum est vim Corporum mutari in duplicata ratione velocitatis ipsorum. Deinde rem iterum consideranti plura alia in mentem venire, per quæ & confirmari sententia nostra, & contraria omnino labefactari possit. De his autem disertatiunculam quamprimum edi Carabo.

In Capite IV. Sectionis III. Libri I. demonstravi contra Petrum Fermatium tempus motus radii refracti non esse brevissimum. Idem ostendi elegantius potest ratione sequenti. Sit RA radius incidens (Fig. 63.) & AP radius refractus. Ducatur a puncto R ad punctum P recta linea RBP : dico tempus per viam refractionis RAP longius esse tempore per viam rectam RBP . Centris R & P radiis RB , PA describantur arcus BF , AD . Quoniam semita refractionis $RA+AP$ major est cursu luminis recto RBP ; sublati primum partibus aequalibus RB , RF , tam vero partibus etiam aequalibus PA , PD : supererit pars AP semite refractæ major parte BD cursus luminis recti. Atqui si refraction fiat versus perpendicularem, ut in schemate supponitur, lux tardius movetur ante incidentiam, velocius post refractionem,

rum, quemadmodum eodem Capite demonstratum est: quare quum & iter AF longius sit itinere BD , & velocitas cum qua illud à luce describitur minor sit velocitate, cum qua ab eadem luce describitur hoc alterum, necesse est ut tempus per AF multo longius sit tempore per BD : Quamque aequalia sint tam tempora per RB , RF , quam tempora per PA , PD ; profecto aequalia in aequalibus addendo, fiet tempus per $RA+AP$ longius tempore per RBP . Et quoniam eadem demonstratio locum habet, si refractione fiat a perpendiculari, consequitur falsum omnino esse postulatum de minimo tempore, quod ad lucis refractiones exquirendas adsumpserrat Fermatius.

Erunt fortasse, qui Fermatium tueantur simplicitate Naturæ, ad quam & ipse etiam respexisse videtur. Dicent enim quum Natura simplicitate & brevitate mirum in modum delectetur, cujus simplicitatis innumera eaque luculentissima exempla peti possunt ab historia Naturæ; luci autem concessum minime sit in refractione a loco ad locum viâ brevissimâ venire, ut profecto contingit in reflexione; æquum sane est, ut ea tempore brevissimo de loco ad locum progrediatur. Sed nos Naturam simplicitati, brevitatique magnopere studere non diffidentes, negamus ejus simplicitatem requirere, ut in refractione tempus sit minimum. Quid autem illa postulet, & quale sit refractionis minimum, quoniam nemini adhuc divinare licuit, brevissime hic edisseram.

Constat in motu tria passim considerari, spatium a mobili descriptum, velocitatem cum qua mobile progreditur, & tempus quo tempore spatium describitur. Jam si refractionis minimum vel quærat in spatio solo, vel in solâ velocitate, vel in solo tempore, cuius inquisitio frustanea erit: quod procul dubio

dubio in causa fuit, quare refractionis minimum tamdiu eluserit Geometrarum industriam. Ego enim reperi in refractione minimum vel a spatio & velocitate, vel a spatio & tempore, vel denique a tempore & velocitate esse reperendum.

Nempe si R sit locus, unde lux manat, & P locus illustrandus, BA vero superficies dirimens media duo, inveni refractionem factam iri in tali puncto A , ut summa productorum quae fiunt ex radiis RA , AP in suas respective velocitates ductis sit omnium minima; hoc est si a designet velocitatem incidentiae, & b velocitatem emergentiae, demonstravi quantitatem $RA \cdot a + AP \cdot b$ minorem esse quavis alia quantitate similiter constituta, puta $RB \cdot a + BP \cdot b$. Pone enim radium incidentem $RA = x$, refractum $AP = y$, velocitatem lucis incidentis $= a$, velocitatem vero emergentis $= b$. Quam quantitas $ax + by$ esse debeat omnium minima, oportebit ut fluxio ipsius ad $x - bdy$ sit $= 0$: & consequenter ut se habet dx ad dy ita erit b ad a . Atqui dx ad dy est ut sinus anguli incidentiae ad sinum anguli refractionis: quare prior sinus ad posteriorem erit ut b ad a , sive ut refracta lucis velocitas ad velocitatem incidentis. Quod quum a refractione radiorum lucis minime alienum sit, sequitur veram esse hypothese unde veritas isto manavit.

Est enim animorum, ingeniorumque naturale quoddam quasi pabulum consideratio, consemplatioque Natura. Erigimur, clariores fieri videmur, humana despiciamus, cogitantesque supera, atque cœlestia, hæc nostra ut exigua & minima contemnimus. Indagatio ipsa rerum tum maximarum, tum etiam occultissimarum habet oblectationem. Si vero aliquid occurreret, quod verisimile videatur, humanissima completur animus voluptate.

Tullius Acad. QQ. Libro IV.

IN TRES LIBROS INSTITUTIONUM PHILOSOPHIÆ NATURALIS PROLEGOMENA.



Uam sub *Philosophiæ Naturalis* nomine hisce Institutionibus tradere adgredimur disciplinam, hanc Græci Philosophantes *Physicam* appellaverunt; aptissimo quidem vocabulo. Quemadmodum enim *Phylica* idem sonat ac scientia differens de *Natura*, sive de corporibus, quæ constituunt *Naturam*; ita *Philosophiæ Naturalis* proprium munus est corporum facultates investigare, earumque vires expendere. Duobus autem præcipuis fundamentis res omnis *Physica* innititur, *Rationi* nempe, atque *Experientiæ*, quæ quidem ita comparatæ sunt, ut interdum rationi præluceat experientia, interdum vicissim ratio experientiæ faciem præferat. Quod si quis isthæc duo, quæ diximus, arctissimis vinculis inter se connexa separare, atque divellere contendat, is ipsi *Naturæ* vim procul dubio inferre videbitur.

2. Sunt enim, qui in *Physicis* rationi plurimum deferant, nihil experientiæ; sunt qui vicissim rationum momentis susque deque habitis semper ad experimenta confugiant. Utrorumq; consilium haud satis laudabile, immo absurdum mihi videtur. Enim vero in *Physicis*

A

ratio

ratio (quo nomine causas eorum omnium , quæ accidunt in Natura indigitamus) plerumque in abdito est , perpetuisque tenebris ipsa maneret obvoluta , nisi ab experimentorum luce collustraretur . Solis vero experimentis confidere periculosum plerumque est ; nam interdum experimenta imponunt ipsis cordatis viris , ne dum incautis , indoctisque . Quo minus mirandum , si nos in nostris hisce *Naturalis Philosophiæ* institutionibus experientiam cum ratione , atque hanc cum illa consociare semper curabimus .

3. Quæ quum ita sint , nihil deinceps Principiū loco erimus assumpturi , quod non dum ex phænomenis deductum fuerit , deinde verò ratione confirmatum . Quod si aliquando accadat , ut Phænomena luculentissima sint , atque apertissima : tunc etiam si nulla occurrat rei , qua de agitur , probabilis ratio , non ed minus rem illam , tanquam certissimam habebimus . A comminiscendis hypothesibus , aut omnino abstinebimus , aut si aliquas recipiemus , eas habebimus loco quæstionum , de quarum veritate disputandum nobis sit . Ita fiet , ut à *Cartesiana* philosophandi methodo , quæ hypothesibus , atque conjecturis mirum in modum delectatur , quam longissime recedamus . Sed vitabimus etiam *Scholasticorum* qualitates occultas , quibus mediantibus corporum facultates ignota quadam ratione explicare ipsi conati sunt : nam istiusmodi qualitates neque nos doctiores faciunt , neque lucis quidquam adferunt rebus naturalibus .

4. Sed quod in principio fieri ab omnibus Philosophis consuevit , ut sectam , in quam iurassent , indicarent , erunt fortasse , qui & à nobis id fieri efflagitent , eo consilio , ut cum quibus sentiamus , intelligant . Qui quidem etsi requirant id curiosius , quam oportet , tamen his paucis respondebimus . Primo autem profiteamur iudicium nostrum fore liberum , sic ut in nullius Philosophi sectam simus iuraturi : non quod eis assentiamur qui nihil percipi posse dicebant , quo nihil est stultius ; sed quod nullam putemus fuisse sectam , quæ omne verum vidisset , nullam , quæ non aliquid ex vero .

Ita-

PROLEGOMENA. 3

Itaque veritatem sparsam per singulos, perque sectas diffusam in corpus colligere, id verò arbitrabimur proprie ad nostrum institutum pertinere. Tum quoniam plurimi ante nos eandem viam ingressi esse videntur, eos, tamquam duces, adsumere non pigebit: præsertim vero si qui de illa minime exorbitasse deprehendantur.

5. In philosophando autem tres regulas sectabimur, easdem, quas adhibuit omnium Philosophorum, & Geometrarum Princeps *Isaac Newtonus*. Prima regula est. *Causas rerum naturalium non plures admitti debere, quam quæ & veræ sint, & Phænomenis explicandis sufficiant*. Itaque hæc regula vult primo, ut quod adfertur pro causa alicujus phænomeni sit verum. Qua de re peccant contra hanc regulam *Scholastici*, qui adscensum liquorum in tubos, unde aer ore exugitur, in horrorem vacui conjiciunt; nam hic horror vacui falsus est, atque chimericus. Tum postulat, ut phænomenis satisfaciat: unde contra eandem regulam peccant illi, qui adscensum liquorum in tubos capillares à gravitate, & pressione aeris deducunt. Verum enim est aerem gravem esse, subjunctaque corpora premere; sed pressio ista minus bene satisfacit phænomenis, quæ in adscensu liquorum in tubos capillares passim observantur. Denique præscribit eadem regula ut in causarum numero simus parciores: vulgo enim dicunt Philosophi *Naturam nihil agere frustra; & frustra fieri per plura, quod fieri potest per pauciora: & rectè*: etenim natura simplex est, atque elegans, rerumque causis superfluis non luxuriat.

6. Secunda regula est. *Effectuum naturalium ejusdem generis eadem sunt causa*. Hæc regula ex superiori consequitur: nam si natura rerum causis superfluis non luxuriat, profecto necesse est, ut effectuum ejusdem generis eadem prorsus sint causæ. Itaque qui respirationis in homine causam invenerit, is & in Bestia causam illam se invenisse existimabit; & similiter qui causam descensus lapidis in Europa detexerit, is eandem causam in America se deprehendisse arbitrabitur.

A 2

7. Ter-

4 PROLEGOMENA:

7. Tertia denique Regula est. *Qualitates corporum, quæ intendi, & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum universorum habenda sunt*; cujus quidem regulæ sensus, quia paullo obscurior est, atque involutior, paucis illustrare operæ pretium est. Ac primo quidem loco distinguendæ sunt qualitates sine adfectiones corporum in classes duas. Prima classis est earum adfectionum, quæ sunt nonnullorum corporum, non omnium, ut pelluciditas, quæ in vitro, crystallo, aqua, aere, reliquisque corporibus diaphanis occurrit; calor qui est corporum ignitorum, frigus quod in nive, marmore, ferro, &c. per sentitur. Classis altera est earum, quæ omnium peræque corporum sunt, ut figura, soliditas, divisibilitas, cæteræque hujusmodi: quas ut à se mutuo deinceps distinguamus, priores quidem vocabimus *peculiares*, cæteras *universales* dicemus. Sed universales istæ adfectiones distinguendæ sunt rursus in *essentiales*, & *accidentales*. Nam soliditas est proprietas corporis universalis, sed est pariter essentialis, ejusdemque generis sunt extensio, motus, figura, divisibilitas, atque inertia. At porolitas corporum, gravitas, attractio, vis elastica, de quibus omnibus in loco erimus disputaturi, videntur quidem esse adfectiones corporum universales, sed accidentales corpori sunt, non verò essentielles.

8. Jam cujuscunque naturæ sint adfectiones corporum, siue sint *peculiares*, siue sint *universales*, & *essentiales*, siue sint *universales*, & *accidentales*, earum notitia non alia ratione potest à nobis comparari, quam per experimenta, & per sensus. Soliditatem enim novimus tactu; extensionem tum tactu, quum visu; sonum auribus; odores naribus: reliqua vel per singulos sensus, vel per plures simul deprehendimus. Itaque quum quæritur, num adfectio aliqua universalis sit, an verò particularis, videndum erit, an experimenta, & observationes ostendant adfectionem illam reperiri in omnibus corporibus, an verò in aliquibus tantum; nam si primum accadat, ea erit in censu adfectionum uni-

universalium ; sin alterum contingat ad classem adfectionum peculiarium erit revocanda . Sed quoniam impossibile est omnia singularia corpora , quæ in rerum universitate sunt , experimentis subicere , tum quia res esset infiniti operis , tum etiam quia non omnia corpora nostræ potestati subiecta sunt , satis erit singulorum eorum corporum genera , quæ circa nos sunt ad examen revocasse , in quibus si adfectio illa deprehenditur , & præterea si intendi nequit vel remitti , probabiliter , ne fidenter dicam , statui poterit adfectionem illam universalem esse . Quo circa id quod præscribit novissima regula huc ferre redit ; nempe *ut habeantur tamquam adfectiones universales illæ , quas experimentis comperimus inesse in omnibus corporibus , quæ circa nos sunt , quæque neque intendi possunt , neque remitti , hoc est neque augeri , neque minui .* Quamquam interdum superfluum id sit ; quum sint nonnullæ qualitates universales , quæ & intendi possunt , & remitti .

9. Nam qualitatum universalium , quemadmodum duplex uti diximus est genus , unum earum , quæ sunt essentialia corpori , hoc est ab eo inseparabiles , alterum earum , quæ ipsi sunt tantum accidentales , hoc est , quæ possunt esse , atque abesse à corpore , ita utrarumque longe diversa est natura . Priores enim in dato corpore neque intendi possunt , neque remitti , neque aliter augentur , aut minuuntur , quam aucta quantitate materiæ ; in quo numero ponendæ sunt extensio , figura , divisibilitas , impenetrabilitas , atque inertia . Sed posteriores nihil vetat , quin intendantur , vel remittantur ad instar cæterarum qualitatum accidentalium , veluti gravitas , attractio , elasticitas , porositas , aliæque quamplurimæ : nam adfectiones istæ in dato corpore augeri possunt vel minui , ut postmodum constabit .

10. Hæc sive ratiocinandi , sive consièndi ratio (quocumque enim nomine ea adpelletur parum interest) innititur naturali cuidam analogiæ . Natura enim simplex esse solet , sibi que semper consona ; itaque quid quid ea demonstravit in compluribus corporibus , id idem credendum est ostensuram in cæteris , si eorum

fieri posset periculum . Hanc rationem si tollas , actum erit de universa Philosophia naturali , cujus ea est fundamentum præcipuum . Sed nonnihil temperamenti adhibendum est huic regulæ . Ut enim hujusmodi collectiones ab errore quam longissime absint , haud quidem satis est comperisse ita se rem habere in hoc vel illo corpore , sed necesse est præterea talem deprehendi constitutionem omnium corporum , quæ sunt circa nos . Veluti extensionem deprehendimus in omnibus corporibus , quæ sensibus subiecta sunt : qui ad naturæ analogiam animum advertet , recte adfirmabit corpora minutissima , quæ oculorum aciem fugiunt , extensionem pariter habere . At si quis ex eo quod expertus est marmor esse frigidum , atque talia pariter sensit esse aquam , ferrum , nivem , glaciem , vitrum , naturæ analogiam sectando , velit adfirmare omnia corpora frigida esse , is procul dubio mendose id colliget : enim vero rem istam haud quidem in omnibus corporibus , sed tantum in aliquibus comperit .

II. Hæ sunt philosophandi regulæ , quibus deinceps usuri erimus . Sed antequam ad rem ipsam adgrediamur , quis futurus sit rerum tractandarum ordo , breviter edisseram . Philosophiam naturalem universam placet in duas partes præcipuas distribuere , in *generalem* differentem de corpore in genere , ejusque adfectionibus tum universalibus , quum peculiaribus , & *specialem* agentem de corpore in specie . Sed hanc posteriorem partem res ipsa postulat , ut distinguamus in duas alias partes , *Cælestem* nempe , quæ agit de corporibus Cælestibus , & *Terrestrem* , sive *sublunarem* , quæ differit de corporibus Terrestribus . Itaque Philosophiam naturalem universam in *tres Libros* divisam , hic tradere constitui . *Primo Libro* agam de corpore in genere . *Secundo Libro* disseram de Mundo Cælesti . Et *Tertio* denique *Libro* Mundi sublunaris , sive Terrestris descriptionem , atque naturam persequar .

LIBER PRIMUS

De Corpore in genere , ejusque adfectionibus præcipuis.

12.  Solent communiter Physici tra-
stationem de natura exordiri ab
existentia corporum , ea præci-
pue induciti ratione , quod frustra
suscipiatur disputatio de corpo-
re , deque ejus adfectionibus ,
nisi prius constet corpus ipsum
existere ; id quod de propria cu-

jusque existentia sapienter adnotatum est à *D. Augustino*,
dum ait *primum videndum unicuique esse an sit , deinde
vero quid sit* . Sed alii existentiam corporum , ut postu-
latum , in ipso Physices vestibulo adsumpserunt , ne sci-
licet rem certissimam disputando incertam facerent .
Horum consilium laudabile mihi videtur . Nam qui de
existentia corporum serio addubitant , iis vix rationes
ullæ satisfaciunt ; qui vero litem verbis tantum mo-
vent , hi indigni sunt ut audiantur . Interim ne hac de
re aliquando rogati Lectores nostri hæreant , sciant ve-
lint in rerum existentia cognitionum triplici via nos
posse pervenire , *Conscientia , Ratione , & Sensu* . Con-
scientia certi reddimur de propria nostrum existentia .
Ratione colligimus Deum tantum existere . Sensu deni-
que de corporum existentia persuademur .

SECTIO PRIMA,

De Rerum naturalium Principiis.

13. **P** Principium definitur à Philosophis , id , a quo
aliquid quocumque modo dependet , atque ipsum
distinguitur .

distinguunt in principium *fiendi*, & principium *essendi*. Docent autem principium *fiendi* esse illud, *per quod*, *tamquam per instrumentum necessarium*, *aliquid fit*; principium vero *essendi* illud esse, *unde aliquid exoritur*. Exemplo res fiet manifesta. Quum artifex ex argento urnam conficit utitur, præter argentum, instrumentis ad conficiendam urnam comparatis: argento quidem, tamquam principio *essendi*; instrumentis vero tamquam principio *fiendi*,

14. Jam ad rerum naturalium constitutionem utriusque generis principia concurrunt, & ea quæ dicuntur *essendi*, & ea quæ dicuntur *fiendi*. In naturalibus principium *fiendi* *Motus* est; etenim quemadmodum per motum omnia corpora renovantur, generantur, & fiunt, ita motu à natura eliminato, omnis illico rerum vicissitudo, ac commutatio ab ea tollatur necesse est. Principia vero *essendi* duo sunt, *Materia* nempe, & *Forma*, quorum quidem illud ponit res omnes naturales extrastatum nihili, hoc vero largitur iis essentiam, atque ita rem corpoream modificat, ut ad certam potius materię speciem, quam ad aliam referri oporteat. Inde lucem accipit, quod vulgò dicitur à Philosophis *res naturales recipere suum esse a materia*, in tali vero *esse a forma collocari*. Nos hac *Sectione* principia *essendi* tantum persequemur; nam de motu, sive de principio *fiendi* *Sectione sequenti* disputaturi erimus.

C A P U T P R I M U M.

De Materia, ejusque adfectionibus, et proprietatibus precipuis.

15. JAm primum omnium satis constat, non satis convenire inter diversarum Sectarum Philosophos, quid materię nomine veniat: opinionum autem discrepantia tanta est, ut cum ipso Sectarum numero certet. Neque tamen nos recensendis, conciliandis, aut refellendis Philosophorum placitis immorabimur;
id

id enim longum esset, ac pene infinitum; tantum quid, observando, quidve ratiocinando nobis de materia, siue de natura corporea in genere innotescat, breviter atque dilucide explicare conabimur.

16. Et quidem si ad animum referamus ea omnia, quæ in singulis corporum generibus animadvertimus, comperiemus varia in iis esse, quæ si demantur, desinent quidem ad eam speciem pertinere, ad quam antea referebantur, sed quibus demptis, non minus quam antea corpora dicantur. Alia sunt quæ detrahi omnibus corporum generibus non possunt, quin simul natura corporea penitus intereat. Hæc *essentialia* corpori, illa *accidentalialia* dicuntur. Accidentalialia autem naturæ corporeæ in genere spectatæ sunt illa, per quæ singulæ species, siue individua distinguuntur inter se. Exempli gratia si demamus plantis id, propter quod plantæ vocantur, organicam scilicet partium dispositionem, non tamen propterea quod superest corpus desinit vocari. Sic combusta arbore supersunt cineres, qui planta quidem non sunt, sed tamen corpus sunt. Sic etiam aqua propter vim frigoris abit in glaciem, quæ aqua quidem non est, sed tamen corpus est. Denique putrefacto corpore animali non minus est corpus, quam antea, quamvis animal esse desierit.

17. Verum omnia corpora habent quædam communia, quibus detractis, corpora esse desinunt. Primo enim omnia corpora sunt *solida*; secundo sunt *extensa*; tertio sunt *divisibilia*; quarto *figura aliqua prædita sunt*; quinto *possunt moveri*; & sexto sunt *inertia*: quæ omnia paullo distinctius explicanda sunt. Ut à *soliditate* incipiamus, dicimus soliditatem esse *eam corporis proprietatem, per quam singula corpora omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistunt, & quamdiu aliquem occupant locum omnia alia corpora inde arceant, & prohibent*. Finge te globum aliquem intra manus habere; quantumvis magna vi ipsum premas, numquam tamen patietur manus se mutuo tangere.

18. Hæc est illa proprietas, quam *Cartesiani Peripateticos* sequuti *impenetrabilitatem* dixerunt, quamque

que nos cum illustri hujus ævi Philosopho malvimus positivo *soliditatis* vocabulo insignire. Propter hanc proprietatem corpus distinguitur à vacuo, sive à spatio omni materia destituto. Vacuum enim, si detur, à se corpora non arcebit; at nullum corpus potest cum altero ita penetrari, atque coire, ambo simul eodem in loco ut sint.

19. Cæterum distinguenda hic est *durities* à soliditate, in quo quidem plures Philosophi, etiam illustres, turpiter lapsi sunt. Durities enim est *firma partium corporis connexio*: at soliditas est *penetrabilitatis repugnantia*. Itaque omnia corpora sive dura sint, sive fluida sunt solida: nam quo loco adest corpus durum, in eundem locum eodem tempore aliud corpus sive durum, sive fluidum introduci non potest; & quo loco corpus fluidum continetur, in eundem locum eodem tempore aliud corpus sive durum, sive fluidum immitti non potest: at non vicissim omnia corpora solida sunt dura; aqua enim, oleum, aer sunt quidem corpora solida, sed tamen dura non sunt; insuper durities suscipit magis, & minus, sive, ut ait *Newtonus*, intendi potest, vel remitti; at vero soliditas omni quum incremento, tum decremento destituitur. Sic vitrum glacie, crystallum vitro, adamantem crystallo duriores esse dicimus, quamvis tamen omnia ista corpora æque solida sint, æque impenetrabilia.

20. Vulgus soliditatem corporibus duris facile concedit, sed haud æque facile eam attribuit corporibus fluidis, ac præcipue aeri. Verum ipsius aeris soliditas sequenti experimento ita demonstrabitur, ut à nemine sanæ mentis possit amplius in dubium revocari. In fundo alicujus urnæ fac chartam ita hære, ut urna inversa illa non decadat; tum urnam inversam in aquam immitte, & interim cura, ut ea æqualiter descendat. Aer in urna contentus, quia nullam foras evadendi habet facultatem, manebit clausus in urna; Itaque si solidus est arcebit aquam ex urna; sin minus, patietur ut aqua ingredietur in urnam. Et quoniam ad quamcumque altitudinem demergatur urna, aqua ipsam non ingreditur, quem-

quemadmodum chartæ in fundo urnæ hærentis ariditas manifestissime demonstrat, sequitur aerem ad cæterorum corporum similitudinem solidum esse, neque pati ut eum in locum, in quo continetur, alia corpora eodem tempore ingrediantur.

21. Soliditatem proximè sequitur *extensio*, quæ longitudine, latitudine, & profunditate constat: Etenim nullum est corpus, quod longum non sit, latum, atque profundum, sive, quod eodem redit, non habeat partes extra partes; nam extensio exoritur ex positu partium extra alias partes. Neque hic quisquam objiciat fieri posse, ut in corporibus quamminimis nullæ sint partes extra partes, nullaque adeo sit extensio. Nam quantulacumque tenuitatis corpus tibi effinxeris, id quidem plano aliquo impositum semper ipsum parte una continget, ex altera verò parte sursum spectabit, id quod pluralitatem partium arguit. Sed admonendum est, nos hic loque de extensione solida ad corpus pertinente, non verò de extensione vacua, quæ proprie ad spatium omni corpore destitutum refertur. Etenim vacuum sive detur, sive non detur, in ejus conceptu necessario continetur idea extensionis cum hoc tantum discrimine, quod extensio vacua sit penetrabilis à corporibus, extensio verò solida omnino impenetrabilis sit. Ex quo illud consequens est, quid quid solidum est eo ipso extensum esse; sed non vicissim quid quid est extensum esse solidum, saltem in hypòthesi, quod idea extensionis vacuæ chimerica, sive fictitia non sit, quemadmodum talem positea eam demonstrabimus.

22. Sequitur *divisibilitas*, quæ à corpore incolumi ejus natura tolli non potest. Nam quum ad rei corporeæ essentiam pertineat habere partes extra partes, quamvis partes istæ actu sint conjunctæ, nihil tamen vetat, quin possint, saltem per potentiam divinam, separari. Scio adesse Philosophos, qui docent, dari in natura partes materiæ adeo tenues, atque minimas, ut omnem divisionem respuant, easque partes ex re *Atomos* appellare. Sed hujus doctrinæ levitas, atque falsitas ostendetur in loco,

23. Adest

12 PHILOSOPHIÆ NATURALIS

23. Adest *figurabilitas*, si ita loqui fas sit: etenim quum nullum sit corpus, quod finitum non sit, profecto termini, quibus terminis ipsum continetur figuram ei conciliabunt. Sane de singulis corporibus seorsim consideratis id nullam dubitationem admittit. Dubitatur tamen à nonnullis, an omnium corporum congeries, quam nos *Universum* dicimus, figurata sit. Et quidem si mundus est finitus, ipsum necesse est figuram aliqua terminatum esse; sin vero est infinitus, omni figura destituetur. Num autem mundus finitus sit, an infinitus, sunt qui affirmant, sunt qui negent; nos rem, ut potè obscuram, in medio relinquimus.

24. Adest præterea *mobilitas*, quæ etiam essentialiter pertinet ad materiam, sed longe alia ratione, scilicet non quod omnia corpora actu sint in motu, sed quod nullum sit corpus, quod moveri non possit, nempe ex situ, in quo erat, vi causæ motricis deturbari. Atque hic etiam admonendum est, mobilitatem à singulis corporibus nequaquam tolli posse; nam singula corpora possunt inter se situm mutare, ideoque omnia sunt necessarii mobilia. At verò collectio omnium corporum, si infinitam extensionem occupat, simul alio transferri non potest.

25. Supereft *inertia*, cujus nomine intelligimus vim eam in unoquoque corpore, qua corpus unumquodque quantum in se est perseverat in statu suo vel quietis, vel motus. Nam si corpus quiescit, quies illa in corpore solet in æternum duratura, si nullus in ipsum impetus fiat. Et similiter corpus semel motum perpetuo moveretur, si nullam retardationem à resistentia medii pateretur. Exercet verò corpus hanc vim solummodò in mutatione status sui per vim aliam in se impressam facta; si enim nulla vis fiat corpori, potentia isthæc seriabatur; adeoque data ei est à natura tanquam telum ad omnem vim propulsandam. Est autem exercitium ejus sub diverso respectu, & *Resistentia* & *Impetus*: Resistentia est quatenus corpus ad conservandum sibi statum suum reluctatur vi impressæ: dum enim corpus à quiescens excipit ictum à corpore, mo-
to

to A, non movetur corpus B, quin corpus A amittat nonnihil de vi sua; quare adest in B vis frangens impetum corporis A, quæ est vis resistentiæ. Impetus est, quatenus corpus motum vi resistentis obstaculi difficulter cedendo, conatur statum ejus mutare.

26. Itaque idea materiæ, live corporis in genere spectati rem designat *solidam, extensam, divisibilem, figuratam, mobilem, & inertem*, nempe designat subiectum ad quod proprietates recensitæ pertinent. Sed fatendum est longe evidentius cognosci à nobis proprietates corporis antedictas, quam earum proprietatum subiectum, quod corpus, live materiam appellamus. Nam rogati de soliditate, de extensione, de figura, deque reliquis proprietatibus corporis essentialibus habemus, quid respondeamus. Sed quid nam respondebimus ei, qui de subiecto harum proprietatum nos interrogabit? dicemus ne subiectum illud corpus esse? dicemus ne esse *materiam*? Sed hæc mera nomina sunt, neque magis satisfaciunt, quam si quis roganti qualis sit substantia illa, quæ varias cogitationes in nobis versat, respondeat eam *spiritum* vel *mentem* communiter appellari.

27. Visis summatim essentialibus corporis proprietatibus, res postulare, ut accidentales recenserentur. Sed enumerationem istam in commodiorem locum differimus. Tantum hic memoria repetendum est id, quod in Prolegomenis adnotavimus, adesse nonnullas proprietates accidentales, quæ ad instar essentialium in omnibus corporibus peræque deprehenduntur, quas proprietates *universales & accidentales* diximus. Hujusmodi videtur primo esse gravitas, live illa vis corporum, qua agente ipsa petunt Tellurem; quamquam *Cartesianis* aliter videatur, qui gravitatem subtilissimæ cuidam materiæ prorsus denegant. In eodem numero reponenda est attractio, sine vis illa, per quam corpora, quando propinqua sunt, se se mutuo alliciunt: id quod primum in Britannia, deinde alibi quoque per experimenta compertum est. Ejusdem naturæ est vis elastica, live vis illa, per quam corpora compressa sese
in

in pristinum statum restituunt: eâ enim vi omnia corpora, quæ magis, quæ minus donata esse videntur. At omnes istæ proprietates, & si quæ sunt aliæ accidentales corpori sunt. Quid enim prohibet corpus intelligere sine gravitate, sine attractione, aut sine elasticitate? Quod quum ita sit, manifestum est proprietates essentielles corporis esse quidem universales, at vero non omnes proprietates universales esse essentielles. Veluti soliditas est proprietas essentialis corporis, sed est quoque universalis. At vero gravitatem, elasticitatem, attractionem, aliasque hujusmodi credibile est proprietates esse universales corporum, quamvis tamen ipsæ minime sint essentielles iisdem corporibus.

CAPUT SECUNDUM.

De Soliditate, atque Extensione: ubi de Vacuo.

28. **S**uperiori Capite diximus, duas dari species extensionis solidam unam, sive impenetrabilem, alteram vacuum, sive penetrabilem, atque priorem ad corpus, posteriorem ad spatium pertinere monuimus. Sed quoniam sunt Philosophi, qui naturam corporis in extensione reponentes, contendunt omne extensum esse necessario corpus; quorum Philosophorum sententia si vera est, supradictum discrimen fictitium sit oportet, operæ pretium erit argumentum istud paullo fusius persequi, rationumque momenta expendere, quibus ad ita constituendum inducti esse videntur.

29. Et quidem de *vacuo*, sive de *spatio extenso penetrabili*, omnique corpore destituto tres sunt Philosophorum sententiæ. *Prima* est eorum qui arbitrantur vacuum actu dari in rerum natura. *Secunda* est eorum, qui contra existimant vacuum actu non dari in rerum natura, immo naturam ab ipso abhorreere arbitrantur. *Tertia* denique est eorum, qui vacuum neque actu dari, neque possibile esse contendunt. Priorem sententiam

fo-

fovent *Epicurei*, Secundam *Peripatetici*. Tertiam tuentur *Cartesiani*.

30. Nobis; quum subtilissima isthæc quæstio examinanda sit, visum est distinctionem hic adhibere, quæ fortasse è re futura erit. Distinguemus enim inter æqualem vacui existentiam, & ejus possibilitatem. Ita quæstione in partes duas dirempta, primum videbimus, num vacuum in natura sit possibile; tum inquiremus, num actu detur. Utrumq; autem faciemus omni partium studio exoluti, sine amore, sine odio, ut bonum Philosophũ decet. Et primo quidem vacuum in natura possibile esse facile confitebitur quis quis ad animum suum referat, observari nobis ideam clarissimam spatii omni corpore destituti; unusquisque enim intelligit posse vas subsistere sine ullo liquore, ut aere, aqua, oleo, aut alio corpore ad ejus capacitatem se se accommodante; quod quum ita sit, vacuum procul dubio non erit chimæra, aut purum nihil: nam chimæra, aut nihili nullam nobis ideam effingere possumus.

31. Sed quoniam adversarii contendunt, ideam extensionis cum idea soliditatis semper conjungi, & copulari, expendamus hic paucis, an fortasse hac in re ipsi hallucinantur. Consideremus itaque soliditatis ideam non alia ratione à nobis comparari, quam per contactum: quum enim sentiamus corpora quædam nobis resistere, & quidem nullo non tempore ea nobis resistere comperiamus, sive deambulantibus, sive sedentibus, sive cubantibus, sive aliud quid agentibus, ex ea resistantia inferimus, omnia corpora excludere de locis à se occupatis quævis alia corpora, indeque soliditatis ideam adquirimus. Consideremus præterea ideam extensionis comparari quidem à nobis per contactum, sed nihil prohibere, quin comparetur etiam per vitum. Finge enim te nullum unquam corpus tetigisse: non dubito, quin tibi ignota futura sit soliditatis idea; sed non video quare etiam ignorare debeas ideam extensionis, quam oculorum sensibus parare tibi recte potuisses. Atque ut huic argumento majus pondus accedat observationem hic referam, unde manifesto, ut mihi

mihi persuaderetur, evincitur, posse nobis ideam extensionis non solidæ obversari. Demonstrant scriptores Optici in speculis cavis imaginem objecti vel intra specula, vel in ipsorum speculorum superficie, vel extra ea apparere posse: id quod experientia quoque confirmatur. Pac itaque ut citra superficiem speculi cavi contueatur idolum aliquod occasione alicujus objecti eidem speculo oppositi. Idolum tale procul dubio non resistit, quamvis formam ipsum habeat corporis æque densi cum ipso objecto reali, unde idolum proficiscitur; possunt enim colores non minus vividi esse in idolo, ac in objecto. Jam si hujusmodi idola talia sunt, ut possint in nobis excitare ideam extensionis, at vero nullo modo excitare in nobis possint ideam soliditatis, manifestum quidem est, si nihil unquam præter talia idola vidissemus, prætereaque si corpora nostra horum idolorum perfimilia fuissent, nullam nos soliditatis ideam habituros fuisse, quamvis extensionis clarissimam ideam habuissemus.

32. *Secundo*, qui vacui possibilitatem inficiantur, Deo detrahunt facultatem corporis in nihilum redigendi, quod sic ostenditur. Certum est posse Deum motum omnem corporibus mundanis demere, eaque quiescente continere, quamdiu visum fuerit. Quod si Deus, ea quiescente durante, redigat aliquod corpus in nihilum, procul dubio dabitur tunc vacuum in Natura; manifestum enim est spatium, quod corpore illo in nihilum redacto implebatur, adhuc superfuturum, & quidem sine ullo corpore; nam circumposita corpora, quum in perfecta quiescente esse statuuntur, impediunt, ne ullum corpus in locum ejus, quod in nihilum redactum fuit, succedat. Hoc argumentum sunt, qui eludere conentur dicendo, non licere Deo corpus unum singulare in nihilum redigere, ea permoti ratione, quod quemadmodum Deus corpora omnia unica voluntate simul creavit, ita etiam unica voluntate debeat ea in nihilum redigere; quod effugium quantam vim habeat Lectoribus judicandum relinquo: mihi enim videntur adversarii modum Dei petentiæ statuere velle, ubi nullus sit modus statuen-

statuendus . Sunt præterea, qui respondeant, annihilato corpore , eo ipso corpora , quæ erant in circuitu in unum coire sine ulla translatione , sine ullo motu , sed tantum id fieri ob intervallum cum ipso corpore in nihilum redactum. Sed næ perridiculi sunt, qui talia effutunt : qui enim fieri potest , ut corpora divisa sine ullo motu ad contactus mutuos perveniant ?

33. *Tertio* , possibilitatem spatii illud quoque evincit, quod in idea spatii plures contineantur reales proprietates , quum tamen omni attributo destitui ipsam oporteret , si esset merum nihil . *Nihili enim nulla sunt proprietates, nulla attributa* . Finge corpus in natura minime existere : sed finge etiam nobis obversari eamdem corporis ideam, quam nunc, existente corpore, de eo habemus . Nonne licebit possibilitatem corporis ex hoc solo colligere , quod intelligamus corpus esse rem solidam, extensam , divisibilem, figuratam , & mobilem ? Pari ergo jure licebit nobis possibilitatem spatii colligere ex eo, quod intelligamus in idea spatii certas quasdam proprietates contineri.

34. Jam spatii plures sunt proprietates , quæ ipsum à corpore distinguunt . *Primo* enim corpus solidum est , spatium vero soliditatis experts : & quemadmodum corpus est in spatio , ita spatium credendum est esse receptaculum omnium corporum . *Secundo*, quamvis tam corpus , quam spatium sint extensa , tamen extensio corporis conjuncta est cum soliditate , extensio vero spatii vacua est , & penetrabilis . *Tertio* corpus est divisibile , & separabile in partes , ex quibus coalescit ; spatium vero est omnino indivisibile , non quod partibus careat , sed potius quia partes illæ ne cogitatione quidem separari , atque divelli possunt . *Quarto* corpus mobile est, spatium vero est prorsus immobile : etenim quum partes spatii inseparabiles sint, immobiles quoque sint oportet . *Quinto* corpus variis mutationibus est obnoxium : at spatium est immutabile, atque incorruptibile . *Denique* congeries omnium corporum, quam *Universum* dicimus, nihil vetat quin sit finita ; sed spatium immensum , atque infinitum natura sua sit oportet

tet. Præter has, sunt quædam proprietates communes tum corpori, quum spatio, ut quod utrumque sit mensurabile, quodque utrumque sit continuum.

35. Quibus spatii adfectionibus rectè adnotatis, levi negotio refelletur argumentum, quo argumento utuntur contrariæ opinionis assertores ad ostendendum, soliditatem ab extensione omnino divelli non posse, contra, quam nos arbitramur. Quærunt enim, an pes unus extensionis spatialis additus pedi alteri ejusdem extensionis conficiant pedes duos: si enim confiunt pedes duo, concludunt ipsam extensionem spatii, ne dum extensionem corporis solidam esse. Nam respondetur, eos, qui ita quærunt, errare in eo, quod existiment, aliquam partem extensionis spatialis tolli, atque abstrahi posse de immenso illo spatio immobili, & indivisibili, de quo superiori articulo sermonem habuimus: quod tamen est falsum. Itaque si duæ spatii partes non confunduntur, neque commiscuntur inter se, id oriri credendum est ex eo, quod partes spatii immobiles sunt, non ex eo quod sunt solidæ, & impenetrabiles. Aliud sentiendum de extensione corporis: nam si pede uno extensionis corporeæ addito pedi alteri extensionis corporeæ, confiunt pedes duo, id erit ex soliditate corporis. Verum si quæras, quid eventurum sit, si pes unus extensionis corporeæ addatur pedi uni extensionis spatialis, respondebo, eos in unum coituros.

36. Denique, vacui possibilitatem adstruimus invisa demonstratione ex *Geometria* petita. Sed primum statuenda sunt axiomata duo à nemine sanæ mentis in dubium revocanda. I. *Nullum corpus ad existendum alterius corporis ope, & auxilio egere*. Hoc ed valet, ut credamus posse spheram unam existere, live existant, live non alia quævis corpora. II. *Potest corpus aliquod, saltem si durum sit, suam figuram sartam tectam sibi conservare, modo nulla sint alia corpora, aut nulla sint agentia externa, quæ vim ei inferre valeant*. Quibus principiis præmissis, possibilitatem spatii ita vindicabimus. Quum possit una, aut altera sphaera existere nullis aliis existentibus corporibus, ponamus omnia alia corpora à Deo

Deo annihilari, præter tres sphæras, aut etiam ponamus omnem materiam mundanam, si finita est, in tres sphæras coacervari. Quoniam ponitur nullum aliud corpus existere, poterunt corpora ista sphærica suam sibi figuram conservare, quum nullum ponatur esse agens externum, quod impetum in ea corpora facere possit. Jam tres istæ sphære, de quibus hætenus loquuti sumus, aut contiguae sunt, aut remotæ. Si secundum velis, spatium erit intermedium nullo corpore repletum, quod idcirco erit vacuum; si primum dicas, & quia inter tres sphæras interjacet spatium quoddam triangulare, illud vacuum sit oportet.

37. Ex quibus argumentis recte, ni fallor, colligitur vacuum esse possibile. Sed colligitur etiam, adesse spatium omnino à corpore distinctum, quod sit tanquam vas universale, intra quod corpora omnia continentur, vel moventur. Qualis autem sit hujus spatii natura, utrum *substantia* sit, an *accidens*, *creatum*, an *increatum*, à Deo *dependens*, an *independens*, *positivum*, an *negativum*, id quod quærere solent adversarii, hic non disquirimus, sed ea omnia *Metaphysicis* relinquimus disputanda. Nobis sat est quædam spatii proprietates exposuisse, ejusque à corpore distinctionem validissimis argumentis demonstrasse.

38. Difficilius est expendere, num vacuum actu detur in rerum natura. *Epicurei* a qualem vacui existentiam probant *primo* ex eo, quod si omnia plena essent corporibus solidis, nullus dari posset motus in rerum natura. Etenim quævis particula, quæ incipit moveri, locum suum vacuum relinquat necesse est, atque habeat oportet locum vacuum, quo progrediatur. Inde autem concludunt, vacuum actu dari in rerum natura, idque non *coacervatum*, & *unitum*, quale fortasse est extra mundum, sed *disseminatum*, & inter corporum poros undique sparsum. Sed respondetur, motus restitilneos sine vacuo fieri non posse, at posse optime fieri motus circulares: ideoque, qui vacuum de natura proscribunt, ij omnes motus circulares esse statuunt: quo pertinet *Circumspulso*, quæ circumfertur sub *Pla-*

tonis nomine. Facite autem intelligitur motus circulares sine vacuo subsistere posse: nam annulus constans materia undique solida recte potest inter corpora alia undequaque solida moveri sine vacuo; quia pars prima annuli dum movetur, novissima sequitur.

39. Sunt nonnulli, qui quosdam motus fieri posse concedunt, etiam si omnia solidis corporibus plena essent, negant tamen sine vacuo omnes motus posse expediri. Ad quod ostendendum adsumunt, tanquam certum, particulas subtilissimas, atque tenuissimas materiae figuras immutabiles habere: tum sic ratiocinantur. Si existente immutabili figura subtilissimarum materiae particularum corpus ita moveri possit inter eas, ut nihil vacui relinquatur, profecto id orietur tum ex figura particularum illarum, quum ex relatione, quam eadem particulae habent inter se: scilicet talis erit ipsarum figura, talisque erit relatio singularum ad singulas, ut dum corpus permeans eas urget, impellit, sejungit, divellit, semper tamen ita cohæreant inter se, itaque libi mutuo committantur, ut nulla intercapedo superstes sit: Itaque, si auctis istiusmodi particulis maneat tum earum figura, quum mutua earundem relatio, poterit pari ratione corpus moveri quoquo modo inter eas sine ullo vacui periculo.

40. Verum enim auctis supradictis particulis usque ad sensibilem magnitudinem, quamcumque statuas esse earum figuram, quamcumque relationem tibi inter ipsas effingas, difficile est intelligere, quomodo corpora ita moveri possint quovis modo inter eas, ut nulla unquam spatia vacua relinquuntur: itaque neque etiam credibile esse ajunt, consieri posse omnes motus corporum inter particulas subtilissimas materiae, absque eo quod aliquando non fiat aliquid vacui. Quo loco recte admonent, nos sæpe solere nonnullas proprietates particulis subtilissimis tribuere, quæ revera iis non conveniunt; à quo errore non aliter liberari possumus, nisi particulas illas subtilissimas auctas imaginando.

41. Ego vero, quid de hoc sentiam argumento paucis nunc subjungam. Sane magni illud ponderis mihi vide-

videtur, non tamen vim ipsius eludi omnino non posse ut credam. Primo enim etiam si concedatur particulas subtilissimas materiæ certam, atque immutabilem figuram obtinere, statui tamen possunt innumeri particularum minutissimarum ordines diversarum tum figurarum, quum magnitudinum: quo commento nonnulli optimæ notæ *Cartesiani* omne vacui periculum propulsant. Tum responderi potest, falsum esse particulas materiæ subtilissimas certa, constanterq; figura donatas esse. Contra enim *Cartesius*, ut suo loco referemus, nominatim docuit materiæ subtilis nullam esse certam figuram, aut magnitudinem, sed singulas ipsius particulas, data occasione, in innumeras alias particulas frangi, atque comminui.

42. Ajunt *præterea Epicurei*, si omnia plena essent corporibus, intelligi non posse, qua ratione fluida in perpetuo motu esse possint: neque enim possunt liquidorum particulae perpetuo situm mutare inter se, quin spatia vacua relinquunt. Quæ enim materia posset se se aptare tam subitis, tamque variis mutationibus pororum, ut semper adcuratissime eos implere valeat? Sed neque hinc æqualis existentia vacui colligitur. Potest enim existere in natura materia quædam subtilissima incredibili velocitate concitata, nullaue certa figura prædita, quæ poros omnium corporum liberrime pervadat, adque ipsorum configurationem illico se se componat, atque conformet.

43. Denique, vacuum dari probant *Epicurei* ex eo, quod corporum gravitates specificæ sint manifestissime inæquales. Per *gravitates específicas* intelligunt Philosophi pondera corporum sub paribus voluminibus: nempe gravitates auri, & argenti dicuntur specificæ, quando ponuntur æqualia volumina utriusque. Jam vero si aqua, oleum, argentum vivum, plumbum, vitrum, &c. sub eodem volumine conferantur inter se, manifestum est omnium gravissimum esse aurum, deinde ordine argentum vivum, plumbum, aquam, atque oleum; cujus phænomeni causam non aliam dari posse censent, quam quod in oleo plures sint pori absolute vacui, quam in aqua,

aqua, plures in aqua, quam in plumbo, plures in plumbo, quam in argento vivo, plures denique in argento vivo, quam in auro.

44. Utque hujus argumenti vis fiat manifestior, admonendum est, quod si omnia plena essent solidis corporibus, tantumdem materiæ containeretur in vase, ex. gr. aere pleno, quantum continetur in eodem vase mercurio, argento, ære, aut auro pleno. Etenim quum omnis materia sit solida, soliditas autem magis, aut minus suscipere nequeat, ridiculum esset dicere in vase auro pleno plus materiæ contineri, quam in eodem vase pleno aere, eo quod partes aeris rariores sint, partes vero auri compactiorem habeant contextum. Et si enim verum sit partes aeris rariores esse, quam auri; tamen quidquid intercedit meatuum inter partes aeris occupabitur à materia quadam aere longe subtiliori, sic ut utriusque summa eadem maneat cum summa auri, materiæque subtilis inter poros auri latitantis. Jam vero si corpora sub eodem volumine æqualem continent quantitatem materiæ, ea æquiponderantia esse debent. Ut enim suo loco dicetur, pondus uniuscujusque corporis quantitati suæ materiæ proportionem correspondet: itaque quum falsum sit corpora sub eodem volumine esse æquiponderantia, falsum utique erit non dari poros absolute vacuos in corporibus naturalibus.

45. Hujus non dissimile est argumentum, quo utitur Eques auratus *Isaac Newtonus Prop. VII. Lib. III. sue Philosophiæ Naturalis* ad probandam vacui æqualem existentiam: quod antequam proponamus, præmittendæ sunt Notiones quædam Hydrostaticæ, quæ deinde à nobis in loco demonstrabuntur. Quando corpora solida immittuntur in corpora fluida, tria contingere possunt: vel enim illa istis sunt specificè graviora, vel specificè leviora sunt, vel denique gravitate sua specifica istorum gravitatem adæquant. In primo casu, in quo major supponitur gravitas specifica solidi, solidum non modo totum demergitur, sed etiam descendit ad maximam, ad quam potest, altitudinem. In secundo casu, in quo vicissim supponitur fluidum specificè gravius, solidum

dum non modo deorsum non descendit, sed neque etiam totum demergitur; pars enim ipsius demergetur, pars vero reliqua innatabit fluido. Denique in tertio casu, in quo solidum ponitur habere æqualem gravitatem specificam cum fluido, solidum totum demergitur, non tamen descendit, sed manet suspensum sub prima fluidi superficie: quin immo immota hujusmodi solida manebunt ad quamcumque altitudinem demergantur.

46. His notionibus præmissis, facile erit ostendere cum *Newtono*, quod si omnia plena essent corporibus solidis, neque aurum, neque aliud quodcumque corpus in aere posset descendere. Etenim ut posset descendere, necesse esset gravitatem auri specificam majorem esse gravitate specifica aeris; atqui si spatia omnia æqualiter plena essent, gravitas specifica aeris ob summam densitatem materiæ nihil cederet gravitati specificæ auri, & cæterorum corporum: sub eodem enim volumine æqualem continerent quantitatem materiæ; itaque si nulum esset vacuum in natura, oporteret aurum hæreo suspensum in medio aere: atqui videmus ipsum descendere deorsum: ergo vacuum datur.

47. Quantumvis speciosa videantur hæc argumenta pro vacui existentia actuali adstruenda, fatendum tamen est eorum vim tantam non esse, ut litem omnino dirimant, saltem cum *Cartesiano*, qui vacuum bellum acerbissimum quum indixissent, respondent materiam nescio quam subtilem per poros corporum sparsam, atque diffusam pondus ipsorum corporum minime augere, etsi ad augendum eorum volumen conducatur. Itaque, si quæras à *Cartesiano* quid causæ sit, ut aurum argento vivo sit gravius, respondebunt aurum continere aliquanto plus materiæ propriæ, unde pondus exoritur, & minus materiæ subtilis, quæ omni gravitate destituitur, argentum autem vivum continere aliquanto minus materiæ propriæ, unde pondus exoritur, aliquanto magis materiæ subtilis, quæ ipsius pondus non auget; atque ex eodem principio deducunt, quare argentum vivum aqua gravius sit, hæc verò aere sit gravior. Sed de hoc argumento alibi erit tractandi locus.

48. Hæc sunt argumenta præcipua, quibus median-
tibus æqualem vacui existentiam nituntur probare *Epi-
curei*, quæ quantum habeant momenti satis mihi videor
exposuisse. Audiendi nunc sunt ij, qui vacuum actu dari
in natura colligunt ex Phænomenis. Et *primo* quidem
ex salibus diversorum generum in aquam injectis, &
dissolutis colligi posse nonnulli crediderunt vacui exi-
stentiam inter particulas aqueas. Etenim si sal commu-
nis in aquam vase contentam injiciatur, ipse dissol-
vetur usque ad certam quantitatem, reliqua integra, at-
que fixa permanente. Tum si saccharum, alumen, vi-
triolum, alique sales in eandem aquam immittantur
successive, ipsi quoque ad certam usque quantitatem
dissolventur. Inde autem intulerunt, adesse in aqua in-
numera quædam spatiola absolute vacua, eaque diver-
sarum figurarum, ac magnitudinum, alia quidem exci-
piendis particulis salis communis, alia sacchari, alia
aluminis, alia vitrioli, alia aliorum salium parata, quæ
quum primum salinis particulis congrua figura donatis
repleta sunt, prohibent, ne superstes salis portio dissol-
vatur; nulla enim alia supersunt loca vacua congrua,
quæ à salinis particulis occupentur. Argumento isto ad-
deret pondus, si verum esset, quod à quamplurimis as-
seritur: nempe volumen aquæ ex injectis salibus non
augeri pro ratione voluminum eorum, sed in ratione
aliquanto minori; id enim non fieret, si portio salis jam
dissoluta in poros absolute vacuos se se non reciperet.

49. *Secundo*, existentiam vacui colligi posse credi-
derunt ex motu Planetarum, ac Cometarum, quorum
velocitatibus post multa annorum millia nihil detra-
ctum esse videtur. Etenim si Cœlestia spatia plena es-
sent, Planetæ, & Cometæ inter progrediendum per spa-
tia illa deberent nonnihil semper velocitatis deperdere,
adeo ut multo post tempore oportuisset sensibile decre-
mentum observari in motibus ipsorum. Quemadmo-
dum enim lapis, qui movetur per aerem, continud re-
tardatur à resistentia ipsius aeris, donec penitus quie-
scat, ita si regiones Cœlestes, per quas errant globi Pla-
netarum, & Cometarum, plenæ essent corporibus so-
lidis,

lidis, procul dubio Planetæ Cometæque retardarentur indefinenter in cursibus suis.

50. Sed subtilius expendendum est argumentum istud. Finge corpus aliquod moveri per fluidum cum data velocitate; ipsa experientia edocetur corpus istud sensim retardari. Jam retardationis duæ sunt causæ: *primo* enim corpus retardatur magis, vel minus pro majori, aut minori tenacitate ipsius fluidi; nam fluida tenaciora magis resistunt, quam fluida minus tenacia, ut oleum frigidum, quam calidum: calidum, quam aqua pluvialis: aqua quam spiritus vini: lutum, quam omnia recensita corpora. Et *secundo* retardatur corpus magis, vel minus pro majori, vel minori copia materiæ contentæ in spatio, in quo corpus movetur. Nam si locus, in quo corpus movetur admissis spatiis vacuis duplo minore, aut triplo minore, aut quatruple minore contineat quantitatem materiæ, corpus duplo, aut triplo, aut quatruple facilius movebitur per locum illum: qua ratione si aer, aqua, argentum vivum, & alia fluida nullos haberent poros vacuos, ex hoc capite æqualiter resisterent; æqualem enim ipsa continerent quantitatem materiæ. Unde, vacuo non admissio, resistentia, quæ oritur ex tenacitate fluidi potest quidem minui in infinitum, fingendo fluidum subtilius, atque subtilius fieri, sed resistentia illa, quæ oritur ex materiæ quantitate, semper eadem manebit: nam corpus aliquod undequaque solidum, quantumvis dividatur in partes subtilissimas, semper eandem materiæ quantitatem continebit, semperque idem spatium replebit, modo omne à natura vacuum proscribatur; id quod velim Lectores ad animum suum sedulo referre.

51. Si ergo spatia Cœlestia plena essent, procul dubio Planetæ, & Cometæ resistentiam permagnam inter progrediendum paterentur. Etenim minui potest in infinitum resistentia illa, quam subire debent ex tenacitate medii, dicendo spatia Cœlestia plena esse materia fluidissima, & subtilissima: at resistentia illa, quam pati debent ex ipsa materia non idcirco tollitur per subtili-

litatem ipsius materiæ ; nam ea ut minuatur, oporteret minui quantitatem materiæ in spatiis Cœlestibus, per quæ errant Planetæ, & Cometæ. Ex quibus facile est colligere spacia Cœlestia, per quæ globi Planetarum, & Cometarum in omnes partes liberrime, & absque omni motus diminutione sensibili perpetuo moventur, aut fluido omni corporeo omnino destitui, aut vapores habere longe tenuissimos cum poris vacuis intermixtis, per quos vapores fortasse lux diffunditur.

§2. Scio quid ad ista respondeant *Cartesiani*. Ajunt Planetas, & Cometas non moveri per media ætherea cœlestia, sed potius deferri ab ipsis mediis ætheris motu vorticoso agitati : quemadmodum videmus globum ligneum aquæ in gyrum ætæ innatantem deferri in orbem ab ipsa aqua circulariter mota. Sed facile est hanc *Cartesianorum* exceptionem convellere : etenim si Planetæ nihil quidquam suæ velocitatis amiserunt, id arguit cœlestem vorticem retardationem ullam passum non esse. At quantumvis subtilis, atque agitata ponatur materia ætherea, necesse est aliquam partem motus ipsius continuo deperire, quum propter adtritum suarum partium, tum propter qualem qualem ejus tenacitatem. Pone tria vasa rotunda, & æqualia impleta primum quidem aqua, alterum oleo, tertium pice liquefacta, eosque liquores motu vorticoso cieri. Utique pix propter tenacitatem suam omnem suum motum per brevi amittet; oleum vero, quippe minus tenax, motum suum diutius conservabit; aqua autem quum sit minime omnium tenax motum suum omnem diutissime conservabit; verumtamen & ipsa brevi tempore suum amittet. Si vorticem nobis effingamus aliqua materia adhuc magis fluida constantem, ille motum suum diutius adhuc conservabit: verum nisi materia illa omnis prorsus tenacitatis sit expers, interque partes ejus neque adritus sit ullus, neque communicatio motus, quod fieri plane non potest, omnino futurum erit, ut motus perpetuo decrescat, atque minuatur.

§3. Sed recensita phænomena tanti non sunt, ut æqualem vasci existentiam adstruere valeant. Ego enim,
ut

ut dicam hac in re libere quod sentio, ejus sum opinio-
nis, ut credam naturam talem, qualem experimenta, &
observationes nobis demonstrant æque posse explicari,
sive vacuum admittatur in universo, sive ab eo proscri-
batur. Illud velim ob omnibus Philosophis admitti va-
cuum possibile esse in natura: id enim adeo validis ar-
gumentis à nobis ostensum est, ut nullus de eo superflue
locus dubitandi.

§ 4. Ex hæcenus dictis colligere possumus, quid sen-
tiendum vere sit de natura, & essentia corporis. Sane
falluntur *Cartesiani*, dum essentiam corporis in sola ex-
tensione reponunt; etenim hoc posito oporteret omne
extensum corpus esse, quum tamen spatium extensum
sit, & tamen corpus non sit. Potius essentia corporis re-
ponenda est in extensione solida; hæc enim à corpore
separari ne cogitatione quidem potest. Quod si sincerio-
res esse velimus, fatebimur essentiam corporis esse nobis
ignotam. Quid enim prohibet esse in corpore proprie-
tatem aliam nobis non adhuc compertam, quæ solidi-
tate prior sit, & ex qua soliditas, cæteræque proprie-
tates corporis dependeant?

CAPUT TERTIUM.

*De Corporum porositate; ubi de quantitate
materie, condensatione, rarefactione,
& obiter de vi elastica.*

55. **Q**uestionem de vacuo jure excipit tractatio de
porositate corporum. Per poros corporum in-
telligimus intervalla, meatus, cavitates, at-
que foramina sive visibilia, sive invisibilia, quæ passim
occurrunt in omnibus corporibus sive ea sint fluida, sive
sint mollia, sive sint dura. Oriuntur autem pori ex
coagmentatione minimorum corpusculorum corpora
visibilia constituentium; ea enim ob suas figuras sive
regulares, sive irregulares vix unquam sic jungi pos-
sunt, ut omnino congruant inter se, nec ullos recessus,
atque

atque meatus relinquant, aut omnino vacuos, aut ab aliqua materia subtiliori occupandos. Finge ex.gr. minima corpuscula sive elementa, quæ corpus aliquod component (sphærica esse; jam singulæ tres sphære tangent se in tribus punctis, atque relinquent in medio spatium triangulare; quapropter in corpore erunt innumeri hujusmodi pori triangulares aut omnino vacui, aut materia aliqua subtilissima repleti. Idem erit si corpuscula minima componentia aliarum figurarum esse statuantur, nisi quod poros etiam longe diversarum figurarum ex eorum corpusculorum coagmentatione suboriri necesse est.

§6. Adeste autem poros in omnibus corporibus, id quidem phænomena apertissime demonstrent. Ut à corporibus diaphanis incipiamus, de eorum porositate satis superque constat ex eo, quod ipsa lucem transmittunt, quum tamen si corpora ista hiantibus poris non scaterent, transitum lucis radiis forent denegatura. Qua ratione aer, aqua, vitrum, chrysellum, adamas, reliquique lapides pellucidi poris referti esse debent. Arenæ etiam grana illa, quæ transitum lumini præbent porosa sint oportet. Et quoniam partes minimæ omnium corporum adparent aliquo modo pellucidæ, quemadmodum iis, qui microscopiis tractandis adfuerint, compertum est: inde fit ut corpora etiam opaca suis poris destituta non sint: nam si partes minimæ, ex quibus ea coalescunt, sunt porosæ, porosa quoque sint oportet corpora ex illis partibus minimis composita.

§7. Hoc itaque universale pelluciditatis phænomenon evincit omnia corpora esse porosa. Sed idem colligetur de singulis corporibus ex phænomenis quibusdam peculiaribus, quæ in unoquoque corporum genere observantur. Et *primo* ligna quantumvis compacta, & dura porosa esse arguit nutritionis ratio, quæ fieri non posset, nisi fibræ ligneæ essent perforatæ, ut nempe transitum succo è radicibus ascendenti permittere possint. *Secundo* testæ quantumvis coctæ, & duræ adeo sunt porosæ, ut liquoris immissi particulas facile bibant, & odorem ejus diutissime servant. Præterea li-

quo.

quores spirituosi testaceis vasis inclusi paulatim diminuuntur, quamvis vasa ipsa sint adcuratissime clausa; quod manifestum indicium est, per istorum vasorum poros emitti particulas liquorum. *Tertio* adsunt lapides naturales crassi, compactique, qui aquam transmittunt; nam in Insulis Canariis effoditur lapis, ex quo fiunt mortaria, per quæ aqua solet percolari, ut lutulentis partibus purgetur. Plurimi in Hollandia aquam cisternarum, quæ cruda lutum sapit, ita ope horum mortariorum purgant, ut purgata fontanam aquam æquet, nec ullo amplius luti sapore linguam adficiat. *Quarto* effluvia magnetica transeunt per lignum, vitrum & metalla; nam si super lamina aliqua vitrea, lignea, aut metallica statuatur ferrum, arena, aut chalybis fragmenta exigua, magnes vero infra laminam quocumque modo moveatur, videbis ferrum, arenam, aut chalybem agitari ad motum magnetis, eumque ubique festari. *Quinto* ossa, cornua, & ungues porosa sunt: nam ebur, ex.gr. tingitur variis coloribus, qui non modo superficiem maculant, sed ipsum altissime penetrant; abrafæ quippe superficie color adhuc cernitur. *Sexto* corpus humanum undique porosum esse ostendit quum sudor, atque continua insensibilis transpiratio, tum balnea, atque emplastra, quæ ipsi extrinsecus admota ad interiora penetrant.

§8. Longus essem, si phænomena omnia, quæ præsens argumentum exornare possent, hic vellem describere. Tantum advertam contingere interdum, ut aliqua corpora transitum nonnullis effluviis præbeant, aliis denegent: id quod contingere putandum est tum ex peculiari quadam pororum configuratione, quum ex effluviolorum magnitudine, atque figura. Sic oleum de cera extractum, sulphuris quinta-essentia, ac spiritus urinæ equinæ, qui omnium odorum acutissimi, atque potentissimi habentur, ampulla vitrea diligenter undique clausa contenti, etsi magnopere agitentur, aut ad ignis præsentiam calefiant, tamen nullum vel odoris tenuissimi argumentum præbent. Sic etiam, quum sub campana vitrea collocata esset avis externa, à sapientissimis *Aca-*
demia

demia Florentina viris, observatum olim fuit canes venaticos ejus odore omnino adfectos non fuisse.

59 Quod si odores vitrum non pervadunt, desinamus mirari si minus subtiles aquæ partes vitri poros non subeant. Res hoc sagacissimo experimento comprobata est ab iisdem viris sapientissimis. Phialam vitream undique clausam, ac siccissimo sale contrito plenam per x. dies in fundo putei, perque dies totidem in media glacie, atque nive continuerunt, nec tamen idcirco phialæ pondus adauctumprehenderunt: extracta deinde phiala repperunt salem ita siccum, ut erat quum includeretur in ea; ex quo quidem experimento clarissime evincitur, per poros vitri aquam minime pertransire. Aurum tamen aquam, ne dum mercurium, cujus partes procul dubio subtiliores sunt, per se transmittit: nam globus ex auro concavus aqua repletus, & bene ferruminatus, ac deinceps magna vi compressus exudavit undique aquam, innumerisque guttulis exiguis, tanquam rorulentus, undique stillavit, tametli aurum ipsum interea nulla sui parte rimas egerit. Ex quo experimento consequitur, aurum plus habere meatuum inter partes solidas, quam partium solidarum, inter quas meatus interjacent. Et quoniam pondus auri specificum 19. vicibus majus est pondere specifico aquæ, inde fit ut quantitas meatuum in aqua superet spatium à solidis partibus occupatum amplius quadragies, quod fortasse incredibile aliquibus videbitur.

60. Interim si particulas, ex quibus corpora coalescunt, ita dispositas concipiamus, ut inter eas tantum intervallorum, sive meatuum interjaceat, quantum sunt ipsæ particule, ipsasque porro ita ex aliis multo minoribus particulis compositas esse, ut minores illæ particule habeant & ipsæ interjectum sibi meatuum tantum, quantum sunt ipsæ particule, hasque ipsas similiter ita ex aliis multo adhuc minoribus particulis compositas esse, ut illæ adhuc minores particule habeant & ipsæ interjectum sibi meatuum tantum, quantum sunt ipsæ particule, & sic deinceps, donec ad solidas demum particulas deventum sit, quæ omnino meatibus sint destitu-

stitutæ, facile intelligetur incredibilem inde exoriri in
 corporibus pororum quantitatem. Nam si in aliquo
 corpore unicus sit tantum hujusmodi particularum gra-
 dus, quæ quidem solidæ sint, atque minimæ, utique
 corpus istud tantumdem habebit meatuum, quantum
 habet materiæ solidæ; si duo fuerint hujusmodi parti-
 cularum gradus, quarum secundus sit earum, quæ mini-
 mæ sunt, & plane solidæ jam corpus triplo plus habebit
 meatuum, quam partium solidarum: quod si tres hujus-
 modi fuerint particularum gradus, quarum ultimus sit
 partium solidarum, corpus septuplo plus habebit mea-
 tuum, quam partium solidarum: si quatuor hujusmodi
 fuerint particularum gradus, corpus decies, & quinquies
 habebit plus meatuum, quam partium solidarum: si
 quinque fuerint gradus particularum, corpus tricesies,
 & semel habebit plus meatuum, quam partium solida-
 rum; si sex, corpus sexagies, & semel habebit plus mea-
 tuum, quam partium solidarum, atque sic deinceps in
 infinitum. Quod si infiniti supponantur esse hujusmodi
 particularum gradus (id quod non repugnat, quum ma-
 teriam in infinitum divisibilem esse, suo loco ostensu-
 rus sim) jam in corporibus numerus pororum tantus
 erit, ut eorum quantitas infinities major sit quantitate
 materiæ solidæ. Quapropter si Deo hanc, aut non dis-
 similem rationem in corporum compositione sectari
 placuit, & præterea si vacuo delectatus est, licuit ei exi-
 gua materiæ quantitate universum hunc adspectabilem
 Mundum exornare.

61. Cæterum ex porositate oritur in corporibus *den-*
sitas, atque *raritas*. *Rarum* dicitur corpus, cujus par-
 tes ita dispositæ sunt, ut magna inter se intervalia re-
 linquant, ut videmus in lana, nive, spongia, pane, at-
 que experimur etiam in aere, qui summæ compressio-
 nis est capax. Contra *densum* dicitur corpus, cujus par-
 tes arctius cohærent, ut argentum, aurum, lapides, alia-
 que corpora hujus generis. Quo loco iterum admonen-
 dum esse arbitror, si omnia plena sunt corporibus soli-
 dis, eandem materiæ quantitatem reperiri in vase aere
 pleno, ac in eodem vase auro, argento, aut mercurio

rio pleno: etsi enim longe plures intersint pori inter partes aeris, quam inter partes aliorum corporum jam memoratorum, tamen pori illi occupantur à materia quadam subtili, sic ut utriusque summa eadem maneat. Sed nos, quum deinceps *quantitatem materiam* nuncupabimus, intelligemus materiam, quæ proprie compositionem corporis ingreditur, nulla habita ratione fluidi ejus ætherei, quod per corporum poros liberissime fluit. Quapropter idem omnino erit hac in re poros corporum vacuos prorsus effingere cum *Epicureis*, ac imaginari cum *Cartesianis* illos repletos esse subtili quadam materia.

62. Ut autem quantitatem materiæ, quæ in corporibus continetur, definire possimus, ponamus primo corpora A, & B esse æque densa, scilicet utrumque aureum esse, aut argenteum. Itaque si duorum istorum corporum æqualia fuerint volumina, æquales etiam erunt materiæ quantitates in utroque corpore contentæ; quod si vero volumina fuerint inæqualia illud majorem materiæ quantitatem continebit, quod majori volumine donatum est, eoque majorem continebit quantitatem materiæ, quo majus habet volumen. Qua ratione corpus æque densum sub duplo volumine duplam continebit materiæ quantitatem, sub triplo triplam, sub quatrupleo quatrupleam, & generaliter sub volumine quod sit ad volumen corporis alterius, ut numerus n ad 1, continebit tantum materiæ, quæ erit ad materiam ejusdem corporis, ut idem numerus n ad 1.

63. Ponamus secundo corpora duo esse æqualium voluminum, sed inæqualium densitatum. Hoc casu corpus illud majorem continebit quantitatem materiæ, quod densius est, eoque majorem continebit quantitatem materiæ, quo magis erit densius. Unde corpus sub eodem volumine si duplo sit densius duplam continebit quantitatem materiæ, si triplo densius sit, triplam, si quatrupleo, quatrupleam; & generaliter si densitas ejus sit ad densitatem alterius corporis æqualis voluminis, ut numerus m ad 1, quantitas materiæ illius erit ad quantitatem materiæ istius etiam ut numerus m ad 1.

64. Ex.

64. Ex eo autem quod quantitates materiæ duorum corporum, quorum æquales sunt densitates, sint in ratione suorum voluminum, & ex eo quod eadem quantitates materiæ sint in ratione densitatum, quum viceversa volumina sunt æqualia, facile colligetur mensuram quantitatis materiæ in singulis corporibus repetendam esse simul ex densitate, & volumine, in tantum, ut quantitates materiæ duorum corporum, quorum tum densitates, quum volumina sunt inæqualia, habeant rationem compositam ex rationibus densitatum, atque voluminum. Quapropter si volumen corporis A fuerit ad volumen corporis B, ut numerus n ad 1, fueritque densitas corporis A ad densitatem corporis B, ut m ad 1, erit materiæ quantitas in A ad materiæ quantitatem in B, ut $m n$ ad 1. Unde multiplicando volumen corporis per ejus densitatem prodit quantitas materiæ: sic aer densitate duplicata in spatio etiam duplicato fit quatuorplus, in triplicato sextuplus, in quatruplicato octuplus, atque ita deinceps.

65. Unde modo subnascuntur nobis tria Theoremata, per quæ omne id, quod attinet ad quantitatem materiæ in singulis corporibus contentam optime definitur. *Primum* Theorema ita se habet. *Quantitates materiæ corporum omnium ejusdem densitatis sunt in ratione voluminum.* *Secundum* Theorema est. *Quantitates materia corporum omnium, quorum æqualia sunt volumina, sunt in ratione densitatum.* Denique *tertium* Theorema est hujusmodi. *Quantitates materia omnium corporum, quorum inæqualia sunt tum volumina, quum densitates rationem habent compositam ex ratione voluminum, & ratione densitatum.*

66. Ex hoc autem novissimo Theoremate facile erit mensuram tum densitatis, quum voluminis pro unoquoque corpore deducere. Etenim quum quantitas materiæ uniuscujusque corporis sit conjunctim ut volumen, & densitas, erit *primo* densitas, ut quantitas materiæ directe, & volumen inverse; sive divisa quantitate materiæ per volumen corporis densitas prodibit. Et *secundo* erit volumen, ut quantitas materiæ directe,
C & den-

& densitas inverse; sive divisa materiæ quantitate per densitatem, prodibit volumen. Sed exinde sequitur etiam, quod si quantitates materiæ in duobus corporibus contentæ æquales fuerint inter se, tunc densitates corporum sint in voluminum reciproca ratione. Etenim, existentibus æqualibus quantitatibus materiæ id, quod oritur multiplicando volumen unius corporis per ejus densitatem æquale erit ei, quod oritur multiplicando volumen corporis alterius per ejusdem densitatem; quapropter densitas prioris corporis erit ad densitatem posterioris, ut volumen istius ad volumen illius.

67. Possunt ergo duo corpora A, & B æqualem continere quantitatem materiæ, etsi tum densitates, quum volumina ipsorum sint inæqualia, nempe si quanto alterum altero densius est, tanto vicissim volumen volumine sit minus. Finge ex. gr. volumen corporis A duplum esse, vel triplum voluminis corporis B; Sed finge vicissim densitatem corporis A subduplam esse, vel subtriplam densitatis corporis B: hoc casu quantitates materiæ contentæ in utroque corpore æquales erunt. Etsi enim corpus A ratione voluminis duplam, vel triplam materiam contineat respectu corporis B; tamen quia etiam corpus B ratione densitatis duplam continet, vel triplam quantitatem materiæ respectu corporis A; quantitates materiæ æquales erunt: & generaliter si volumen corporis A ad volumen corporis B fuerit ut numerus n ad 1, densitas autem corporis A fuerit ad densitatem corporis B vicissim ut 1 ad numerum n , erit materia corporis A, quam etiam *massam* Physici appellant, æqualis materiæ contentæ in corpore B: etenim quum quantitates materiæ rationem habeant compositam ex rationibus voluminum, & densitatum, erunt prædictæ materiæ quantitates in ratione composita ex rationibus n ad 1, & 1 ad n , sive etiam erunt inter se, ut numerus n ad numerum eundem n , adeoque in ratione æqualitatis.

68. Atque hinc modo facile erit *condensationis*, ac *rarefactionis* corporum causam intelligere. Dicitur corpus *condensari*, quum ejus volumen, manente eadem quan-

quantitate materiæ, minuitur; dicitur vicissim *rarefieri*, quum ejus volumen, manente eadem materiæ quantitate, augetur: sic aqua quum concrefcit in nivem, vel glaciem rarefit; vicissim vero quum nix, vel glacies solvitur in aquam condensatur. Sane nivem aqua rariorem exiltere, à nemine in dubium revocatur. Sed dubitatur à nonnullis num etiam glacies aqua sit rarior: res tamen tantis constat experimentis, ut in dubium vocari minime debeat. *Primo* enim observatum est glaciem, ut ut durissimam, semper aquæ innatare: id quod arguit glaciem aqua leviozem, atque adeo rariorem esse. *Secundo* quum tubus vitreus longiusculus altera parte clausus aquam continens nive, & sale undique esset circumdatus, observatum est spatium in tubo ab aqua jam concreta occupatum majus esse spatio, quod eadem aqua occupabat in tubo antequam concrefceret; proportionem autem prioris spatii ad secundum semper fuisse numeri 9 ad numerum 10 fere; ex quo quidem concludere licet glaciem continere tantum pororū, quantum continet aqua, una cum decima amplius parte sui voluminis. Et *tertio* denique vasa vitrea, aut testacea aqua plena hieme, quum concrefcunt, omnibus constat frangi, atque rimas agere: id quod haud quidem putandum est contingere ob frigoris vim, sed potius ob aquæ intus contentæ rarefactionem, quæ vasorum latera undique premens ea frangit, atque dissolvit: immensam enim esse vim rarefactionis aquæ, quum gelascit, suo loco per experimenta luculentissima, subtilissimaque ostendemus.

69. Quoniam autem ad augendum corporis voluminem necesse est poros ipsius dilatari, ad minuendum vero volumen corporis oportet poros constringi: inde fit, ut rarefactio accidat propter pororum, qui antea angustiores erant dilatationem, sive dilatatio ista fiat ab ingressu subtilissimæ alicujus materiæ, ut placet *Cartesiano*; (qui corporibus rarefactis id contingere arbitrantur, quod accidit funibus, qui funes crassiores, brevioresque evadunt, quando ab aquæ particulis penetrantur) sive alia quavis de causa; condensatio vero

C 2

acci-

accidat propter coarctationem pororum, qui antea erant apertissimi, sive coarctatio ista fiat ab egressu ejusdem subtilissimæ materiæ, sive ab alia quacumque causa proficiatur.

70. Cæterum à porositate corporum nascitur aliqua etiam ex parte eorum *elasticitas*, non quod, præter porositatem, nihil aliud postuletur ad elasticitatem corpori conciliandam (sic enim corpora porosa necessario essent elastica, quod tamen falsum nos arbitramur), sed quia sublatis poris de corporibus, omnis ab ipsis elasticitas tollatur necesse est. Per elasticitatem autem intelligimus eam corporum proprietatem, per quam compressa statim resiliunt, seque in pristinum statum reducunt. Unde patet corpora elasticitatem sortiri, quia porosa sunt: etenim nisi talia essent, quemadmodum compri-mi omnino non possent, ità omni elastica vi destituerentur. Verum, uti admonui, ad elasticitatem requiritur aliud quidquam, præter poros. Sed de hoc argumento alibi erit tractandi locus.

CAPUT QUARTUM.

De Vacui horrore à natura proscribendo: ubi de gravitate, atque elasticitate Atmosphærae.

71. Quamquam ex iis, quæ Capite secundo de vacui possibilitate dicta sunt, manifesto appareat, quam ridiculum sit illud *Peripateticorum* effatum; *Naturam abhorrere à vacuo*: tamen quia effatum illud inniti videtur observationibus quibusdam, atque experimentis, quorum veræ causæ à *Peripateticis* intellectæ non fuerunt, res digna visa est, quæ peculiari capite persequeretur. Observationes autem præcipuæ, quibus *Scholastici* sententiam suam firmare videntur, sunt sequentes. *Prima* est, quod aere ex tubis in aquam immis-
sis exucto, aqua contra vim gravitatis
ad-

adscendat in ipsos tubos. *Secunda*, quod si tubus, cujus pars altera digito est obclusa, aquam continens invertatur, is cohibeat aquam intra se, neque ullam ejus partem effluere sinat; id quod deprehendi advertunt in ipsis lagenis, ex quibus inversis nihil liquoris foras effluit, si modo earum collum angustius sit, ut nec etiam effluit ex vase, cujus fundum crebris foraminulis perforatum est, dummodo orificium digito obcludatur. *Tertia* observatio est, quod caro subeat cucurbitas medicas calefactas, & statim cuti admotas. Et *quarta* denique quod folles obclusis omnibus foraminibus diduci omnino non possint.

72. Quod si harum observationum causam à *Scholasticis* efflagites, ad metum vacui confugere non dubitabunt. *Primo* enim ajunt, aquam adscendere in tubos, unde aer ore, aut embolo eductus sit, quia nisi adscenderet daretur vacuum in natura, à quo ipsam abhorrere credunt. *Secundo* ex tubo inverso aqua pleno, & superne clauso aquam non effluere asserunt propter eundem metum vacui; etenim si descenderet, quia aer non posset locum effluentis aquæ subire, (ponitur enim tubus clausus superne) fieret vacuum in natura: id quod confirmant ex eo, quod tubo aperto statim aqua subsidat, cessante tunc omni vacui suspitione. *Tertio* quando cucurbitæ calefiunt, aer aut in totum, aut pro parte educitur ex iis; itaque postquam carnibus admotæ sunt, necesse quidem est subjectas carnes inflari, atque tumescere, ad occupandum nempe locum aere destitutum. Et *denique* folles obclusis omnibus foraminibus, quæ aeri aditum præstent, diduci non posse, quia aliter fieret vacuum in natura, à qua ipsam, uti diximus, credunt abhorrere.

73. Nolo hic *Scholasticos* carpere, quod res naturales, omnis sensus, & cogitationis expertes, amore, aut odio tangi posse crediderint, atque adeo, quod rectam philosophandi rationem turbarint, quum in res corporeas transtulerunt ea, quæ proprie menti nostræ conveniunt. Illud potius ab ipsis sciscitor, quid est, quod vacuum naturam, sive potius res naturales tantopere

percellat? Hærebunt sane in hac interrogatione, neque habebunt quid respondeant. Quod si observationes, experimentaque hætenus recensita nobis opponant, atque ex ipsis vacui horrorem in natura colligere nitantur, sciant velim eorum experimentorum longe aliam esse causam, quam vacui horrorem; ut minime dubitandum sit, quin *Scholastici* hac in re *primam philosophandi regulam* violarint.

74. Ut autem recensitorum experimentorum genuinam, ac veram causam hic exponere possimus, nonnulla præmittenda sunt de *gravitate*, deque *elasticitate atmospheræ*. Atmosphæra, quam passim aerem vulgus appellat, est corpus illud fluidum, quod globum Terræque ad certam undique altitudinem ambit, quodque ad vitam animalium, atque plantarum producendum optime conducit. Quæ sit natura istius corporis fluidi, hic dicere non adgredior, alibi enim ea de re disputabitur. Tantum advertam, atmospheram nostram non esse homogeneam, sed potius heterogeneam mixtam ex omnibus effluviis, quæ perpetuo ex corporibus terrestribus expirant, ut sunt halitus, vapores, & particulæ subtiliores terrestrium corporum vel calore, vel quavis alia de causa separatæ, atque in altum evectæ.

75. Inter innumeras proprietates atmospheræ præcipuum locum occupant gravitas, atque elasticitas. Sane aerem gravem esse innotuit ipsi *Aristoteli* quondam *Philosophorum Principi*: scripsit enim velicam aere turgentem graviolem esse eadem vesica, quando jam detumuit, sive quando aere destituitur. Sed, qui primus sensibili experimento aeris gravitatem ostendit, fuit *Galilaus Galilæi*: etenim quum in vas testaceum majorem aeris copiam, quam pro ratione suæ capacitatis ope syringis intrussisset, reperit ope accuratissimæ bilancis ejus pondus ad sensum adauctum esse: aperto deinde epistomio, quum aerem intus vi coactum exire sinisset, pondus vasis minui, atque ad pristinam gravitatem redire animadvertit. Sed deinde, quum inventa esset ratio educendi aeris ex vasis vitreis, eadem aeris gravitas alio sensibili experimento demonstrata adhuc fuit.

Etenim

Etenim quum globus vitreus cavus, unde omnis modo aer fuerat eductus, æquilibraretur in balance cum pondere suspenso in opposita lance, postquam, aperto epistomio, aer in globum intravit, sublatum est æquilibrium ex parte globi, qui gravior evalit, neque restituebatur æquilibrium, nisi superadditis in lance opposita aliquibus granis, qui nempe gravitatem aeris in globum ingressi æquarent, & substinerent.

76. Experimentum autem *Galilæi* non modo docuit nos aerem gravem esse, verum etiam ipsum comprimi, deinde vero dilatari posse demonstravit. Neque enim potuisset in vas testaceum ope syringis major aeris copia intrudi, si ipse vi compressus in minus spatium non cogeretur. Qua ratione præter gravitatem in aere, consideranda est etiam tum *compressibilitas*, si ita loqui fas est, quum *elasticitas*. Per compressibilitatem intelligimus *eam aeris proprietatem, per quam ipse in minus spatium cogitur à vi aliqua externa, densiorque evadit*; per elasticitatem vero intelligimus *eam proprietatem aeris, per quam, vi externa cessante, aer in majus spatium se se expandit*.

77. Ex proprietatibus aeris modo expositis illud sequitur, aerem atmosphæræ eo esse densiorem, quo minus abest à superficie Telluris, eo vero esse rariorem, quo magis recedit à superficie Telluris: nempe aerem densiorem esse in vallibus, quam in reliqua Telluris superficie, densiorem in Telluris superficie, quam in collibus, densiorem in collibus, quam in montium præaltissimorum cacuminibus. Etenim quæcumque sit particularum aeris configuratio, atque natura, sive ex sint totidem spongiæ aliæ altis superincumbentes, sive totidem flosculi, sive sint spiræ quædam, sive sint corpuscula alterius cujusvis naturæ, semper ipse eo magis urgebitur à gravitate aeris superincumbentis, quo magis accedit ad superficiem Telluris: quod si magis urgetur, magis etiam densabitur. Quapropter quum aer in vallibus longe majorem pressionem sentiat, quam aer circa cacumina præaltissimorum montium, sequitur hunc rariorem esse, illum longe densiorem.

78. Inæqualem istam atmosphæræ densitatem arguunt etiam experimenta . Etenim si vesica mediocriter inflata , collo fortissimis vinculis adstricto, ut egressus interno aeri intercludatur, ex loco humili in altioris montis cacumen deportetur, ipsa sensim dilatabitur, atque intumescet, usque adeo, ut si mons sit altissimus, etiam rumpatur ; deinde vero , paulatim detumescet , seque ad pristinum statum restituet , ubi iterum ad loca humilia delata fuerit : ex quo experimento sequitur aerem montanum cedere aeri interiori vesicæ , qui inferioris aeris portio est . Quod si aer montanus cedit aeri inferiori , necesse est hunc densiorem esse , ob majorem nempe ejus elasticam vim . Præterea si vas aliquod satis amplum aere plenum , clauso epistomio, ad idem montis cacumen deportetur, aperto epistomio, aliquam aeris incluli partem per exiguum foramen exire unusquisque intelliget, si ad strepitum, cum quo egreditur, advertat; vel etiam si vesicæ collo valis fortiter adligatæ tumescentiam observet : quæ quidem minime contingerent, si aer inferior densior , atque adeo elasticior non esset aere superiore.

79. Jam de atmosphæræ tria quæri solent à Philosophis . *Primum* , quanta sit ejus altitudo . *Secundum* , quanta sit gravitas ipsius . Et *tertium* denique, quanta sit ejus vis elastica : quibus quæstionibus adcuratissime satisfacere curabimus . Ut ab *atmosphæræ altitudine* ordiamur , sciendum est non satis in ea definienda convenire Philosophos inter se . Sunt enim, qui milliarium quinquaginta eam faciant; sunt, qui ultra quinquaginta milliaria eam producant; sunt denique , qui ejus altitudinem nonnihil minorem quinquaginta milliaribus constituent. Omnes tamen monent altitudinem atmosphæræ non eandem semper permanere . Arbitrantur enim majorem esse atmosphæræ altitudinem æstate , quam hieme, majorem vespere , quam mane , & majorem cæteris paribus esse in locis sub zona torrida constitutis , quam in locis , quæ sunt sub zonis temperatis , & majorem in istis , quam in locis , quæ sunt sub zonis frigidis , sub quibus supradictam altitudinem omnium minimam esse autumant .

80. Sed

80. Sed nos id, quod Philosophi de atmosphæræ altitudine decernunt, non sine animadversione aliqua prætereundum esse cenlemus. Arbitramur enim nihil statui posse de supradiçta altitudine, nisi prius inquiretur, num aer ob vim suam elasticam se expandat in infinitum: etenim si aer expandit se in infinitum, inutilis erit quæstio de atmosphæræ altitudine, ut pote quam oportet ad infinitam altitudinem adfurgere. Ubi- cumque enim atmosphæræ terminos statuas, certum est ultra illos terminos aerem attolli debere, ob vim ejus elasticam, quam supponimus habere locum in infinitum. Quod si vero sunt quidam densitatis, atque raritatis termini, ad quos aer, se se expandendo, quum pervenit, omnem vim elasticam amittit, tunc quæstio de atmosphæræ altitudine non erit inutilis, ut pote quæ certa erit atque determinata. Num autem aer expandat se in infinitum, neque constat adhuc ab experimentis, neque unquam constabit; sed credibile est ipsius vim elasticam habere locum in infinitum.

81. *Quæstio secunda* est de vero atmosphæræ pondere detegendo. Licet pondus ipsius deprehendere mediante antlia, quæ subiectam aquam recipit intra se, quum embolus foras educitur. Ascendit autem aqua in antlias non jam propter vacui horrorem, quemadmodum mendose *Scholastici* arbitrantur, sed potius quia emboli impedimento nihil aeris intruere potest in antliæ cavitatem, qui subiectam aquam premendo, substinere valeat pressionem aeris exterioris. Sit AB (*Fig. 1.*) vas aliquod aqua plenum, cui verticaliter insit syrinx FC, sitque primum embolus DE totus in syringem intrusus, scilicet usque ad ipsam aquæ superficiem C. Hic quamvis aqua, quæ est in loco C sub syringe, non prematur immediate ab aere, à quo non tangitur, premitur tamen ab eo mediate, scilicet per interpositionem emboli, à quo contingitur; itaque quum reliquum aquæ, quod syringi circumfusus est, prematur tantumdem ab eodem aere, nullus in ea motus sequatur necesse est, ob æqualitatem nempe pressionum per universam aquæ superficiem factarum. Sed fac, syringe manente im-

immota, embolum attolli ad E; tunc pars aquæ C, quæ hætenus contingebatur ab embolo, tangetur à vacuo facto in cavitate EC: ex quo illud consequens est, aquam C, quæ est sub syringe nullam aeris pressionem sive mediatam, sive immediatam sentire: quapropter quum reliquum aquæ aeris pressionem experiatur, non mirum est si ea adscendat in syringem ex ea parte, qua nullam patitur pressionem.

82. Ex eo autem, quod aqua adscendat in syringes & antlias propter pondus atmosphæræ, facile erit ipsius atmosphæræ gravitatem determinare, nempe explorata quantitate, & altitudine aquæ quammaxima, quæ in antlias trajectorias adscendere potest; nam cum ea æquibrabitur gravitas atmosphæræ. Et quoniam constat per experimenta, aquam ad altitudinem pedum triginta duum circiter in antliis attolli, dicendum est columnam aeream à Terræ superficie usque ad atmosphæræ extremitatem porrectam eandem habere gravitatem cum cylindro aqueo, qui sit quidem ejusdem baseos cum columna aerea, sed altitudinem habeat pedum circiter triginta duum.

83. Hoc inventum Philosophi cuidam olitori *Florentino* acceptum referunt, qui aquam in antliis trajectoriis non ultra pedes triginta duos attolli posse expertus, tactus rei novæ miraculo, ad *Galileum Galilæi* cordatissimum sui temporis Philosophum accessisse dicitur, tanti phænomeni causam sciscitaturus. *Galilæus* phænomeni veram rationem adsequutus non est. Sed *Evangelista Torricellius Galilæi* discipulus conjecit, limitatam istam aquæ altitudinem pedum triginta duum circiter in antliis oriri posse à limitata gravitate atmosphæræ: qua de re ut certior fieret, aliud experimentum excogitavit cum mercurio, sive argento vivo capiendum. Nempe adsumpsit tubum vitreum quatuor circiter pedes longum, cujus alterum quidem orificium erat apertum, alterum vero clausum, eumque in mercurio replevit. Inverso deinde tubo, immitit ejus orificium apertum in vasculum plenum etiam mercurio: quod quum faceret, observavit mercurium in tubo contentum

tum subsidere ad altitudinem pedum duum cum triente pedis, sive digitorum octo supra viginti, atque ad eam altitudinem consistere; quo comperto, sic secum ratiocinatus est. Ponderus specificum mercurii est ad ponderus specificum aquæ fere ut 14 ad 1: itaque pedes $2\frac{1}{3}$ mercurii ponderabunt tantum, quantum ponderant pedes triginta duo aquæ circiter. Quod si pondera mercurii, & aquæ, quæ in tubo, & in antlia continentur æqualia sunt inter se, minime dubitandum esse statuit, quin isthæc fluida ab atmosphæræ pondere suspensa detineantur ad altitudines supradictas, & insuper, quin atmosphæræ pondus tantum sit, quantum est pondus vel pollicum octo supra viginti mercurii, vel pedum triginta duum aquæ.

84. Quod autem mercurius hæseat suspensus in tubo *Torricelliano* propter gravitatem atmosphæræ, id probari potest ulterius sequentibus observationibus. *Prima* observatio est, quod pro variis mutationibus, quæ contingunt in aere, quæque ejus pondus modo augent, modo minuunt, mercurius manens in tubo terminos suæ altitudinis diversimode mutet, nunc nonnihil altius se attollendo, nunc nonnihil se deprimendo. *Secunda* observatio est, quod si tubus supradictus ad montis præalti fastigium deportetur, quemadmodum ob diminutam altitudinem atmosphæræ minus evadit pondus ipsius, ita minor quoque fit altitudo, ad quam adsurgit mercurius, qui idcirco descendet aliquantulum: quemadmodum vice versa aliquanto major evadit eadem altitudo, ubi in cavernas, & loca subterranea tubus defertur, in quibus pondus incumbentis aeris nonnihil augetur. Atque hac methodo arbitratus est *Dominicus Cassinus* diversorum montium altitudines dimetiri aliquo modo posse, observatis nempe differentiis altitudinum, ad quas attollitur mercurius in tubo *Torricelliano* in eorundem montium fastigiis: de qua re consulendi sunt *Commentarii Regiæ Scientiarum Academia Parisiensis*.

85. Id idem luculentius ostenditur experimento *Paschalii*, qui quum tubum *Torricellianum* sic sibi par-

raffet, ut bis inflexus, semel in loco B, iterum in loco C (Fig. 2.) ex tribus veluti tubulis AB, BC, CD inter se mutuo communicantibus constaret, ipsumque mercurio impletum, solito modo, in vasculum subiectum immerisset, obtinuit, ut mercurius non modo ad statam 28 pollicum altitudinem consisteret in tubo perpendiculari CD, verum etiam, ut aliqua mercurii portio maneret in aliis duobus tubulis, AB, BC, quorum curvamine sustinebatur. Quumque per foramen factum in suprema parte C tubuli BC, vel CD curasset, ut aeri aditus pateret, observavit mercurium in tubulo CD suspensum confestim deprimi, eum vero, qui erat in tubo recurvo CBA sursum ad oppositam partem versus A attolli. Quos sane effectus omnino contrarios à gravitate aeris pendere cæcus est qui non videt.

86. Ex his autem experimentis non modo evincitur aerem gravem esse, sed illud quoque infertur pondus totius atmosphæræ adæquare pondus digitorum 28 mercurii. Qua ratione si supponamus superficiem Telluris non quidem ab aere, sed à mercurio undique ambiri ad altitudinem digitorum 28, ejus superficies eandem prorsus pressionem sentiet. Idem erit si non à mercurio, sed ab aqua, ad altitudinem pedum 32, ipsam circumdatam fingamus: nam ex iis, quæ hætenus dicta sunt, manifestum est pondus atmosphæræ æquilibrari, & cum pondere digitorum 28 mercurii, & cum pondere pedum 32 aquæ.

87. Quod si pondus atmosphæræ adeo est enorme, explicandum est unde accidat ut nos à tanta ejus gravitate minime opprimamur. Sed prius dicenda sunt nonnulla de pressione fluidorum, de qua uberius differetur, ubi ad fluidorum corporum proprietates explicandas devenierimus. Sciendum itaque est, corpora dura premi undique à fluidis, à quibus ambiuntur, in tantum, ut non modo urgeantur sursum deorsum, verum etiam deorsum sursum, & à lateribus. Finge corpus aliquod durum ab aqua undique circumdari; ipsum non modo premetur sursum deorsum ab incumbente aqua, verum etiam deorsum sursum ab aqua subje-

cta,

ita, & undique à lateribus; adeo ut nulla sit pars illius corporis, quæ aquæ pressionem non sentiat. Itaque quum nos ab ambiente aere undique cingamur, pressio aeris in corpus nostrum exercebitur unde quaque: scilicet nulla erit pars corporis nostri, quæ atmosphæræ pondus non sentiat. Id quum ita sit mirum non est, si nos atmosphæræ pressionem minime animadvertamus.

88. Aerem autem versus omnes partes æqualiter premere, ex eo etiam patet, quod corpora mollia tantam pressionem sustineant sine figuræ mutatione, corpora vero fragilia eandem sustineant sine fractura: quum tamen si aer subjecta corpora sursum deorsum tantum premeret, deberent corpora quidem mollia subsidere, fragilia vero rumpi, atque in pulverem tenuissimum abire. Sed id idem manifestius ostenditur ex eo, quod sublata pressione inferiori effectus pressionis superioris illico se manifestet. Nam si ex vase aliquo æneo lamina vitrea plana superne obtecto extrahatur aer, cessante pressione inferiori, vi pressionis aeris superne incumbentis lamina vitrea confringitur, atque in exigua fragmenta, tanquam in pulverem tenuissimum, redigitur. Atque hic non alienum esse arbitror sequens experimentum referre, cujus causa inde dependet. Paretur tubus longitudinis pollicum circiter 28, isque ex una parte apertus, ex altera clausus repleatur mercurio: inverso hujusmodi tubo ita, ut pars aperta horizontem respiciat, mercurius sustinebitur ad altitudinem pollicum 28 à gravitate atmosphæræ. Fac nunc ipsum suspendi ad lancem aliquam: observabis lancem gravari tum ab ipsius tubi pondere (quod mirum non est), quum à pondere mercurii intus in tubo contenti. At id minime deberet contingere, quia actio mercurii est tantum horizontalis in latera tubi, neque exercetur contra fundum, quo fundus tubus carere supponitur. Sed considerandum sedulo hic est, mercurium gravitatem tubi minime augere, aut, quod eodem redit, in lancem non agere; tollere tantum pressionem aeris inferiorem, propter quam pressionem ipse manet suspensus in tubo: Itaque quum sola maneat pressio superior, tubus à gra-

à gravitate atmosphæræ premetur sursum deorsum tantum, quantum est pondus 28 pollicum mercurii; ex quo deinde fit, ut pondus, quod gravat lancem, adæquet quum pondus tubi, tum pondus 28 pollicum mercurii. Neque tantum sublata pressione inferiori superior pressio se se manifestat, verum etiam sublata superiori ostendendam se præbet inferior. Veluti si ex tubo, cujus orificium inferius digito obclusum est, aer ore exugatur, digitus magna vi in tubum deorsum sursum urgebitur; id quod ex eo oriri putandum est, quod cessante pressione superiore aeris sola maneat pressio inferior, quæ urget digitum sursum versus. Denique sublata pressione una ad latus pressio contraria ad latus oppositum se se manifestat; id quod cernere licet in infantibus, quibus ubera admota sunt, qui sugendo nihil aliud faciunt, quam ut tollant pressionem aeris externi lateralem, qua sublata lac ab aere interno foras ejicitur.

89. Superest *tertia questio*, quæ elasticitatem aeris respicit. Hæc, ut constat ex innumeris experimentis, ejus densitati proportionem correspondet, modo tamen cætera paria sint; in tantum ut aer duplo, vel triplo densior, duplo, vel triplo elasticior sit. Et quoniam densitas aeris est ut pondus, à quo ipse comprimitur, (etenim data aeris quantitas à dupla, aut tripla vi compressa redigit se in spatium subduplum, aut subtripulum) inde fit, ut elasticitas aeris sit etiam ut pondus comprimens. Ex quo facile infertur, elasticitatem atmosphæræ minui cum ipsa densitate: itaque quo ad majorem altitudinem adscendimus, eo magis aeri minus elastico occurrimus. Facile est etiam colligere elasticitatem atmosphæræ minui in eadem ratione, in qua minuitur pondus ipsius: quapropter quando ad eam altitudinem devenit, in qua aer duplo rarior est, sive etiam in qua aer duplo est levior, eo loci vis elastica aeris subdupla facta esse deprehenditur.

90. Quod si aeris elasticitas proportionalis est ponderi comprimenti, minime mirandum est, si exigua aeris portio vase aliquo inclusa tantumdem possit cum sua elastica vi, quantum potest totum pondus atmosphæræ,
dum-

dummodo ejus densitas eadem maneat . Etenim tubus
Torricellianus recipiente vitreo accuratissime clausus
 (ad hoc , ut aer in superficiem mercurii vase contenti
 premens , nullum cum exteriori aere commercium ha-
 beat) detinet suspensum mercurium ad eandem altitu-
 dinem pollicum 28: quod quidem non à gravitate aeris
 vase inclusi, quæ perexigua est, sed potius ab ejusdem ela-
 sticitate, quæ adæquat pondus atmosphæræ oriri putandū
 est. Sit ABC (Fig. 3.) recipiens vitreus, undique ita clau-
 sus , ut omnis prorsus communicatio inter externum ,
 atque internum aerem sublata sit . Tubus *Torricellia-
 nus* DE cum suo vasculo E clausus in hoc recipiente de-
 tinebit etiam mercurium suspensum ad altitudinem EF
 pollicum circiter 28: id quod haud quidem rejici de-
 bet in gravitatem aeris inclusi in supradicto recipien-
 te, sed potius in ejusdem elasticitatem . Finge enim
 mercurium ab altitudine EF sublidere ad altitudinē EG
 aliquanto minorem; jam aer in recipiente vitreo inclu-
 sus, quum in minus spatium coactus sit, densior evadet:
 Unde quoniam elasticitas aeris augetur ex densitate,
 necesse est ut, aucta densitate aeris in recipiente con-
 tenti, augeatur ejus elasticitas: Itaque mercurius vascu-
 lo E contentus pressionem aliquanto majorem sentiens ,
 ob auctam vim elasticitatis aeris compressi, ad pristinam
 altitudinem adfurgere debet.

91. Sed fac, ut aliqua aeris portio educatur ex reci-
 piente vitreo ABC (id quod fit beneficio *Machina pneu-
 maticæ* , quam primus reperit *Orto Guericus* , deinde
 vero perfecit summus Philosophus *Robertus Boyleus*); vi-
 debis mercurium *Torricelliano* tubo suspensum ad mi-
 norem altitudinem sublidere , eoque ad minorem alti-
 tudinem descendere , quo major quantitas aeris educi-
 tur ex recipiente: itaque quando totus pene aer extra-
 ctus est, mercurius *Torricelliano* tubo contentus omni-
 no sublidit . Vicissim fac, ut major quantitas aeris ope
 syrcinis introducatur in recipientem ABC; videbis
 mercurium tubo *Torricelliano* contentum ad majorem
 altitudinem adfurgere, eoque ad majorem altitudinem
 elevari, quo major quantitas aeris in recipientem in-
 duci-

ducitur . Quorum quidem causæ sunt, quod priori casu aer rarefcens minus elasticus evadit, posteriori vero casu aer cum majori densitate majorem etiam vim elasticam nanciscitur . Cæterum aeris elasticitas augetur etiam ex calore , non solum ex densitate: nam si certa aeris-quantitas vase aliquo inclusa aliquem effectum producit , is calefactus majorem effectum producet . Sic vesica flaccida, cujus collum fortissimis vinculis obstrictum est , si ferventi aquæ immergatur , aer in vesica contentus acquireret ex calore summam elasticitatem , usque adeo ut vesica tumescat , & quandoque etiam disrumpatur.

92. Ex hætenus dictis satis intelligitur , quæ sit vera causa earum observationum, ex quibus vacui horrorem collegisse dictum est *Scholasticos* . Nempe *primo* aqua adscendit in tubos vitreos, ex quibus aer ore educitur propter gravitatem aeris externi , qui aquam tubis circumjectam superne premens , compellit ipsam ad adscensum intra tubos : & quoniam constat ex observationibus aquam adscendere non posse ultra pedes 32, liquet, quam ridiculus sit vacui horror à *Scholasticis* excogitatus: vix enim risum cohibebimus, si *Scholastici* hic dicant, naturam abhorrere à vacuo usque ad pedes 32 , ultra vero pedes 32 omnem metum abjicere : ut præteream experimentum cum mercurio institutum altitudinem pollicum tantum 28 præbere , quum tamen ad pedes pariter 32 adscendere debuisset, si adscensus à limitato illo vacui horrore proficisceretur . *Secundo* aqua non descendit ex tubis superne clausis ob pressionem aeris inferioris , quæ quidem pressio magis potest, quam pondus columnæ aqueæ in tubo contentæ . Quod si tubus longior sit pedibus 32 , tunc aqua in tubo contenta effluet, usque donec maneat ad altitudinem pedum 32 , nam ad eam altitudinem æquilibratur cum pondere atmosphæræ . *Tertio* caro subit cucurbitas medicas calefactas propter elasticitatem aeris inter poros carnis delitescantis : etenim quum is aer elasticior sit aere cucurbitarum à vi flammæ rarefacto, profecto necesse est carnem inflari ab illo . Sic videmus vesicam modi-

modice inflatam magis, atque magis expandi in vacuo *Boyliano*; cujus expansionis causa est vis major elastica aeris inclusi in vesica. Denique folles, obclusis omnibus foraminibus, diduci non possunt, non quidem propter vacui horrorem, sed potius propter pondus atmosphæ, quæ comprimit folles. Itaque experimentum tunc succedit, quum adhibetur vis, quæ minor est pondere atmosphæ: quando enim ad id adjungimus vim, quæ major est pondere atmosphæ, tunc folles nihil vetat, quin diducantur.

CAPUT QUINTUM.

Appendix ad doctrinam de gravitate atmosphæ superiori Capite expositam.

93. Quoniam disputatio de *vacui horrore* manuduxit nos superiori Capite ad quæstionem longe nobiliorem de *gravitate atmosphæ*, ne deesset aliquid huic doctrinæ, operæ pretium duximus ea, quæ eodem Capite prætermissa sunt, adpendicis loco hic subnectere. Et principio quidem memorandum est experimentum quoddam *Boylium*, quod ansam dedit clarissimo *Christiano Hugenio* plura alia experimenta instituendi ad atmosphæ gravitatem pertinentia. Experimentum *Boylium* tale est. Si tubo vitreo quatuor pedes longo aqua repleto (cujus extremitas aperta, tubo inverso, immersa sit in aquam vasculo contentam) imponatur recipiens vitreus, ex quo aer educatur: post exhaustum aerem, quantum ope machinæ fieri poterit, aqua descendet in tubo, donec ad altitudinem unius circiter pedis sustineatur, superiori tubi parte aqua, & aere manente vacua. Equidem si loco aquæ adhibeatur in experimento mercurius, is subsidet ad altitudinem linearum $10\frac{1}{2}$, hoc est ad altitudinem paulo minorem digito uno. Censet hic optime clarissimus *Boyleus* aquam ad illam altitudinem, unius pedis circiter, hæere propter aerem in recipiente superstitem, qui aer ope machi-

D

næ,

næ, cum per rarefactionem expellentis, annihilari omnino non potest.

94. Sed deinde succurrit *Hugenio* instituendi hoc idem experimentum cum aqua aere purgata : aqua enim, reliquaque corpora sive fluida, sive dura aere luxuriant, ut suo loco dicetur ; quo purgantur, si per diem unum, vel alterum detinentur in recipiente vitreo, unde omnis aer, mediante machina *Boyliana*, extractus sit. Itaque *Hugenius* quum reliquisset aquam in vacuo per horas 24, ut aere penitus purgaretur, (quem aerem paulatim ejecit sub forma parvarum bullularum), replevit aqua sic purgata tubulum DE (*Fig. 4.*), cujus extremitas una E erat aperta, altera vero delinebat in globum cavum D, ut in figura cernere est. Deinde inverso tubo, superimpolitoque recipiente vitreo ABC, licet optime eduxisset aerem ex hoc recipiente, attamen non sine admiratione vidit aquam nullatenus descendere ex ipso tubo, qui plenus remanebat. Ut quid rei esset expiscaretur, detraxit tubum ex recipiente, & post admissam in eum parvam bullulam aeris, reposuit ipsum, ut antea, sub recipiente, omnique aere iterum educto, vidit tandem omnem aquam descendisse prope ad libellam illius, quæ erat in vasculo E: id quod persuasit *Hugenio* aquam idcirco manere suspensam in tubo DE, quod aere esset purgata.

95. Sed alio tempore mirabile quid accidit *Hugenio* idem experimentum instituenti. Quum bullam aeream haud intrulisset in tubum, post exhaustum aerem formari bullam observavit in tubi orificio inferiori. Hæc bulla continuo magis, magisque augeta, ubi ad magnitudinem parvi pili pervenit, reliquit tubi orificium, incæpitque ascendere ; ubi vero ad altitudinem unius pollicis supra superficiem aquæ pervenit, non ulterius ascendit, sed subito se se expandit superiora versus, occupavitque totum tubum : ex quo eodem tempore aqua descendit per parum id spatium, quod reliquum erat inter interiorem colli superficiem, & bullam, quæ extensa erat ; omnisque remansit infra illam altitudinem unius pollicis, ad quam bulla cœpit se se expandi.

expandere: Hæc autem omnia contigerunt *Hugenio* instituenti experimenta cum tubis diversarum longitudinum duorum pedum, & majoribus, in quibus aqua manebat suspensa eodem modo, ac si tubus fuisset pollicum novem.

96. Communicavit deinde *Hugenius* hæc experimenta cum *Societate Regia Anglicana*. Sed viri illi perillustres noluerunt statim communicatis experimentis fidem dare, eique responderunt verisimiliter aquam ex tubo non descendisse propter aerem non bene evacuatam. Sed anno 1663 quum *Hugenius* versaretur in *Anglia*, ipso præsentē, in *Regiæ Societatis* consessu, institutum est idem experimentum, & quidem eodem cum successu, licet tubi fuerint quatuor, vel quinque pedum: tuncque in mentem vertit *Roberto Boyleo* idem instituerē experimentum non adhibita *antlia pneumatica*, sed cum argento vivo in tubo vitreo, cujus extremitas aperta immissa esset de more in aliud argentum vivum vasculo contentum, reperta primum ratione mercurii perfectissime purgandi. Quumque rem istam suscepisset, successit ei experimentum: & quum in fistula *Torricelliana* mercurius hæreat ad altitudinem pollicum circiter 28 supra superficiem mercurii, cui tubus innititur, ita à Domino *Boyleo*, & eodem etiam tempore à Domino *Vicecomite Broucher Præsidi Societatis Regiæ Anglicanæ* fuit institutum, ut primo mercurius hæreret ad altitudinem pollicum 34, deinde pollicum 52, postea 55, & tandem ad altitudinem pollicum 75, tubo semper pleno remanente: & hæcenus minime compertum est, quænam sit maxima possibilis altitudo, ad quam mercurius purgatus aere detineri possit. Idem *Boyleus* observavit mercurium non cadere, etiam si tubus extrahatur ex mercurio, & detineatur in aere libero, quamquam id postulet summam sedulitatem. Porro in his experimentis minima aeris bullula, sive sponte, sive concussione formata, subito deprimit mercurium ad ordinariam altitudinem pollicum 28 circiter.

97. Quod ad istorum phænomenon causam adinet, *Hugenio* lic de ea philosophari placuit. Præter pressio-

nem aeris, quæ subſtinet mercurium ad altitudinem pollicum 28 circiter in experimento *Torricelliano*, conſecit dari aliam preſſionem illa fortioſiorem, factam à materia aere longe ſubtiliori, quæ per facile penetrat vitrum, mercurium, aquam, aerem, reliquaſque omnia corpora aeri impenetrabilia. Hæc preſſio, una cum preſſione aeris, poteſt ſubſtinere mercurium ad altitudinem pollicum 75, & fortasſe ad altitudinem majorem, quamdiu tamen agant in ſuperficiem inferiorem, vel etiam in ſuperficiem mercurii, in quem aperta tubi extremitas immiſſa eſt. Sed quamprimum materia iſthæc poteſt etiam agere ad partem alteram, (quod accidit ſi tubum concutiendo, vel immittendo parvam aeris bullulam facultas detur huic materiæ effectum ſuum inchoandi) illius preſſio æqualis erit ex utraque parte, ita ut ſola ſuperſit preſſio aeris, quæ ſubſtinet mercurium ad ordinariam altitudinem pollicum 28. Eadem de cauſa, in experimento aquæ aere purgatæ, poſt remotam preſſionem aeris, evacuato recipiente ABC, altera illa preſſio materiæ ſubtiliſſimæ agit etiam, ut antea, in ſuperficiem aquæ in vaſculo E, & cohibet ne aqua deſcendat ex tubo. Sed ubi minima aeris bullula tubum intrat, materia illa ſubtiliſſima, quam dictum eſt tranſire per vitrum, & aquam ſubito inflat bullam, editque preſſionem æqualem illi, quæ agit in ſuperficiem aquæ in vitro E; itaque omnis aqua tubi deſluit, & ad libellam cum illa, quæ eſt in vitro ſe ſe conſtituit.

98. Sed hic *Hugenius*, ut magnam viri ſinceritatem agnoſcas, quærit ex ſe, cur preſſio huius materiæ ſubtiliſſimæ non agat in aquam ſuſpenſam in tubo, & in mercurium in tubo *Boyleano*, etiam dum vaſa hæc plena ſunt, quoniam poſitum eſt ipſam haud difficulter penetrare vitrum æque ac aquam, & mercurium. Difficultatem iſtam, quam magni eſſe momenti proſitetur, ita ſolvere nititur *Hugenius*: ait ſuperficiem mercurii, quæ tangitur à vitro, non omnem premi à materia iſta ſubtiliſſima, ſed partes illas, quæ obteguntur à partibus ſolidis, immunes eſſe à preſſione, partes vero eas, quæ poris vitri ſubjectæ ſunt, vim ejus preſſionis ſenti-

re;

re; indeque fieri, ut minor sit pressio in superficiem argenti vivi, quæ contingit vitrum, quam in superficiem inferiorem, quæ tota exposita est actioni materiæ, à qua secunda pressio proficiscitur. Sed conjecturas istas *Hugenii* neque adfirmare, neque refellere in animo est: itaque quid de iis sentiendum sit, penes Lectores ipsos iudicium esto.

CAPUT SEXTUM

De divisibilitate materie in infinitum.

99. **N**ullum est dogma philosophicum, quod certius sit *divisibilitate materie in infinitum*: de eo enim tantis constat argumentis, ut illud in dubium revocare, hominis sit ratione prorsus destituti. Principio autem advertendum hic est, per divisibilitatem haud quidem intelligi ætalem partium separationem, sed potius *magnitudinis cujusvis in partes suas resolutionem cogitatione factam*. Itaque quum dicimus materiam divisibilem esse in infinitum, haud quidem contendimus infinitas partes materiæ actu separari posse singulas à singulis: (stultum est enim credere id fieri posse) sed tantum volumus cogitatione assignari posse in data materiæ portione partes infinitas.

100. Dixi autem per divisibilitatem intelligi *cujusvis magnitudinis in suas partes resolutionem cogitatione factam*: nam isthæc divisibilitatis proprietas æque ad corpora pertinet, ac ad reliqua magnitudinum genera, præcipue vero ad spatium: neque ullum aliud occurrit discrimen inter divisibilitatem corporis, & divisibilitatem spatii, nisi quod partes corporis si non humana industria, at saltem divina potentia possunt separari: quum partes spatii ne Deo quidem volente, ac jubente divelli possint, atque sejungi.

101. Jam materiæ in partes resolutio ita ei intima est, atque essentialis, ut nullum detur corpus tam minimum, quod ex aliis minoribus corpusculis non com-

ponatur, & ista rursus unaquæque ex aliis minoribus coalescant, quorum singula alias adhuc minores partes comprehendant, & sic deinceps in infinitum. Enim vero nulla est materiæ pars tam minima, quæ extensa non sit; quum extensio proprietas sit essentialis materiæ, adeoque ab ipsa inseparabilis: extensum vero quod est habere debet partes extra partes. Erit igitur quælibet pars materiæ ex aliis minoribus partibus, quarum unæ juxta alias positæ sunt, composita, adeoque in partes istas, ex quibus componitur, divisibilis. Hoc autem ratiocinio evincitur, quamlibet materiæ portionem non modo esse divisibilem, verum etiam in infinitum partiti posse; quod enim dicitur de toto, id idem pari jure affirmari potest de partibus primis, deque earum partibus aliis in infinitum. Ex quo sequitur, atomos *Epicureorum*, sive partes materiæ extensas, atque indivisibiles, mera esse figmenta; nam si sunt indivisibiles, inextensæ sint oportet; inextensæ autem si sunt, materiæ rationem non habent.

102. Sed hic statim occurrit, à *Geometris* considerari puncta omnino partibus carentia; punctum enim est, *cuius nulla est pars, nulla magnitudo*; considerari præterea lineas, quæ etsi habeant partes secundum longitudinem, carent tamen partibus secundum latitudinem, & profunditatem: linea enim definitur, quod sit *longitudo latitudinis expers*: ad hæc considerari superficies, quæ habent partes secundum longitudinem, & latitudinem, at non secundum profunditatem: superficies enim est, quæ *longitudinem, & latitudinem tantum habet*. Inde fit ut puncta sint omnino indivisibilia; lineæ sint divisibiles secundum longitudinem tantum; superficies vero secundum longitudinem, & latitudinem tantum. Atqui puncta, lineæ, & superficies sunt partes corporum; nam ex ipsis corporibus originem trahunt: itaque aut partes sunt in corporibus indivisibiles, aut puncta lineæ, & superficies sunt mera somnia, atque figmenta *Geometrarum*.

103. Ut autem huic difficultati satisfaciamus, haud quidem contendemus falsum esse puncti nullam esse magni-

magnitudinem, lineæ nullam esse latitudinem, superficiæ vero nullam esse profunditatem, quemadmodum nonnulli stultissime faciunt: id enim responsum *Geometria*, hoc est scientiæ longe nobilissimæ, fundamenta convelleret: sed potius negabimus corpora constare ex punctis, ex lineis, exque superficiebus; sive, quod eodem redit, negabimus partes corporum esse puncta, esse lineas, atque superficies mathematicas, quamvis isthæc ab ipsis corporibus nascantur. Id autem ut rectius intelligatur, res altius repetenda est. Quum corpus triplici tantum ratione possit dimetiri, inde factum, ut ab antiquissimis usque temporibus tres corpori dimensiones, natura ipsa id postulante, fuerint adscriptæ, quarum dimensionum una *longitudo* dicitur, alia *latitudo*, tertia *profunditas*. Jam tres istæ dimensiones ita ad naturam corpoream spectare videntur, ut quantulacumque tenuitatis corpus tibi effinxis, ipsum habeat oportet nonnihil & longitudinis, & latitudinis, & profunditatis, usque adeo ut si aliquam ex hisce tribus dimensionibus detrahere à corpore nitaris, nihilo plus agas, quam ut corporis conceptum ex longitudine, latitudine, & profunditate constantem penitus evertas.

104. Quamquam autem dempta profunditate à corpore corporis conceptus, uti modo dictum est, pereat, subnascitur tamen alius conceptus vulgo penitus ignotus, sed *Geometris* familiarissimus, cui *superficiæ* nomen tributum est: & quoniam conceptus corporis, dempta profunditate, abit in conceptum superficiæ, fit hinc, ut superficies constet tantum longitudine, latitudineque, sed careat profunditate; unde superficies neque corpus est, neque pars corporis, sed potius est modus, sive terminus corporis. Similiter dempta ex corpore primum profunditate, tum vero latitudine eo magis perit conceptus corporis, sed alius nascitur conceptus, *Geometris* etiam familiarissimus, cui *lineæ* nomen est adtributum. Et quoniam conceptus corporis, dempta profunditate, & latitudine, abit in lineæ conceptum, fit hinc ut lineæ constet longitudine tantum: unde lineæ neque corpus est, neque pars corporis, sed ad instar su-

perfectiei, est modus ejusdem corporis. Denique subtrahendo ex corpore primum profunditatem, tum latitudinem, deinde vero longitudinem habetur punctum, cujus nulla quidem est magnitudo, sed potius ipsum est initium omnis magnitudinis.

105. Fac enim punctum, (cujus nomine intelligimus *signum in corpore omnibus partibus destitutum*) fluere versus aliquam partem, atque inter fluendum linquere vestigium fluxus sui; ex hujusmodi fluxu suborietur linea, sive longitudo quædam omni & latitudine, & profunditate destituta. Fac deinde lineam, ex fluxu puncti sic genitam, moveri in latus, atque, interea ac movetur, relinquere vestigia motus sui; ex hujusmodi motu suborietur superficies, sive res extensa in longum tantum, & latum. Denique fac superficiem ita genitam sursum fluere, vel deorsum, & producetur corpus, cujus tres sunt dimensiones quarum una est longitudo, alia est latitudo, tertia vero est profunditas.

106. Itaque in natura quid quid est, quod sapit naturam extensionis (solidæ intellige), id omne profecto corpus est: puncta autem, lineæ, & superficies non existunt in natura divisa atque sejuncta à corporibus, sed tantum adsunt in ipsis corporibus, non jam ut partes componentes, sed ut *modi*, sive *termini*, sive *principia* extensionis corporeæ. Quapropter rogati num corpus constituatur ex superficiebus, auidæter id negabimus, & multo magis negabimus corpus constari ex lineis, aut etiam ex punctis. Quod si quæretur à nobis, qualis sit igitur corporum compositio, interrogationi satisfaciam universalius, indicata nempe compositione cujusvis quantitatis continuæ, ne dum solius corporis, quod species est quantitatis continuæ. Principio autem sciendum est quantitatis nomine id omne venire apud Philosophos, quod *incrementi*, vel *decrementi capax est*: quapropter linea, superficies, corpus, motus, tempus, spatium, &c. rationem habent quantitaris, quia incrementum, vel decrementum subire possunt. At vero punctum quantitatis nomen minime meretur; punctum enim minui non potest, nec augeri.

107. Hæc

107. Hæc est quantitatis notio, atque natura. Ejus autem duæ sunt species præcipuæ, quarum una dicitur *continua*, altera vero *discreta* adpellatur. Quantitas continua illa est, *cujus partes coherent inter se*. Discreta vero est illa, *cujus partes à se mutuo sunt divisæ*. Itaque extensio revocari debet ad quantitatem continuam; nam partes extensionis sunt connexæ, & indivisæ: at vero numerus revocari debet ad quantitatem discretam, quia unitates, quæ partes sunt numeri, à se mutuo divisæ sunt, atque distinctæ. Rursus quantitas continua dividitur in *successivam*, & *permanentem*; successiva est species quædam quantitatis continuæ, *in qua partes sibi mutuo una aliis succedunt, neque eodem tempore existunt*, ut contingit in tempore, atq; in motu permanens vero quantitas illa est, *cujus partes existunt una simul*, ut accidit in extensione.

108. Jam continuum haud quidem componitur ex partibus indivisibilibus, quas *Epicurei atomos*, nonnulli vero recentiores Philosophi *monadas* adpellant, sed potius ex aliis ejusdem speciei minoribus continuis, atque hæc rursus ex aliis minoribus, ista vero ex aliis adhuc minoribus, atque sic deinceps in infinitum, ita ut hac in re natura limitem non agnoscat. Quapropter linea non conflabitur ex punctis, sed ex aliis infinitis lineolis, atque istæ ex aliis; superficies non constituetur ex lineis, sed potius ex aliis infinitis superficiebus, istæque ex aliis: corpora vero non ex superficiebus, sed ex aliis infinitis corpusculis constituentur; Non dissimiliter putabimus tempus compositum esse haud quidem ex instantibus, sed potius ex infinitis temporis partibus minoribus, atque has rursus ex aliis in infinitum: etenim instans est ad tempus, ut se habet punctum ad lineam; itaque quemadmodum linea non constituitur ex punctis, ita neque etiam tempus componi potest ex instantibus.

109. Sed operæ pretium est hac in re audire summum virum *Isacum Newtonum*, qui quum in *Prop. LXXIII. Libri I. Principiorum suæ Philosophiæ Naturalis* adlumpisset sphaeram constitui ex innumeris superficie-

ciebus sphæricis concentricis, ita deinde in adposito scholio compositionem istam declarat. *Superficies, ex quibus solida componuntur, hic non sunt pure mathematica, sed orbes adeo tenues, ut eorum crassitudo instar nihili sit, nimirum orbes evanescentes, ex quibus sphaera ultimo constat, ubi orbium illorum numerus augeatur, & crassitudo minuitur in infinitum. Similiter per puncta, ex quibus lineæ, superficies, & solida componi dicuntur, intelligenda sunt particulae aequales magnitudinis contemnenda.*

110. Adversus infinitam materiæ divisibilitatem hætenus ostensam plurima opponunt *Epicurei*, qui *atomos*, sive materiæ partes indivisibiles propugnant. *Primo* autem objiciunt, quod si quælibet pars materiæ esset divisibilis in infinitum, tot partes forent in portione majori, quot sunt in minori, atque adeo portio major minorem adæquaret. Sed primum, respondetur falsum esse, quod si quælibet pars materiæ divisibilis esset in infinitum, tot partes esse deberent in portione majori, quot sunt in portione minori; etenim quemadmodum in numeris finitis, quidam sunt numeri alii minores, idque secundum quamvis rationem datam, sic pariter in numeris infinitis, dantur numeri infiniti aliis majores, vel minores secundum quamvis rationem datam. Atque, ut rem istam sensibilibus exemplis illustremus, fingamus existere in universo homines infinitos: jam quia singuli homines duo habent brachia, oportebit numerum brachiorum esse duplo infinitum: hic autem numerus additus numero oculorū, qui etiam duplo infinitus est, dabit numerum, qui erit quadruplo infinitus; atque iste additus numero digitorum manuum, componet numerum, qui erit decies, & quater infinitus, longèque adhuc infinitior erit numerus capillorum, qui sunt in omnibus hominibus infinitis. Fingamus præterea dari lineam aliquam infinitam: jam in ea contineri necesse est infinita milliaria, longe plures infinitos passus, longe plures pedes, pollic es adhuc longe plures, adhuc plures lineolas, & cæt.

111. Corruit ergo oppositio *Epicureorum* huic in-
pixa

nixa fundamento, quod omnes numeri infiniti æquales sint inter se. Verum enimvero, etiam si concedamus *Epicurei* s numeros infinitos partium contentarum in utraque magnitudine æquales esse inter se, non idcirco sequitur ipsas magnitudines æquales fore: nam fieri potest, ut singulæ partes infinitæ magnitudinis majoris proportionem sint majores singulis partibus infinitis magnitudinis minoris. Etenim, ut duæ magnitudines æquales sint inter se, duo postulantur. *Primum*, ut idem sit numerus partium in utraque magnitudine contentarum. *Secundum*, ut singulæ partes unius æquales sint singulis partibus alterius. Horum utrumque si addit, magnitudines æquales erunt inter se: sin alterum desit, magnitudines erunt inæquales. Hac ratione non quia ulna, & palmus dividi possunt in decem partes; sequitur ulnam, & palmum æqualia esse inter se; etenim singulæ decem partes ulnæ proportionem majores sunt singulis decent partibus palmi.

112. Obijciunt *secundo*, si materia esset divisibilis in infinitum, posset saltem Deus illam in partes suas infinitissimas secare, atque resolvere, quod utique si fiat, daretur pars ultima omnis expers divisibilitatis. Respondetur Deum id omne efficere posse, quod contradictionem non involvit, aut immutabili ipsius naturæ non repugnat. Itaque quum materiæ constitutio talis sit, ut nulla detur portio adeo parva, quæ in alias minores partes resolveri non possit, liquet Deum non posse ita materiam secare, ut detur pars ultima indivisibilis. Atque hoc loco recordari debemus ejus, quod de continui compositione hoc eodem Capite dictum est. Nempe unumquodque continuum constitui ex aliis ejusdem naturæ, ac speciei minoribus continuis, atque hæc rursus ex aliis, atque ista ex aliis in infinitum.

113. Obijciunt *tertio*, quod, si materia esset divisibilis in infinitum, sequeretur parvam materiæ massulam usque adeo in quadratas plagulas dividi posse, ut toti Terrarum orbi tegendo par esse possit; quod plane absurdum esse ajunt. Sed respondetur non idcirco absurdum esse aliquid, quia vim nostræ imaginationis excedit.

cedit. Equidem fatemur intelligi non posse, quomodo parva materiæ portio in tantas quadratas plagulas dividi possit, ut toti Terrarum orbi obtegendero sufficiant: negamus tamen idcirco id esse falsum: dantur enim, præcipue in *Geometricis*, multa certissima, quæ tamen intelligi haud tam facile possunt. Veluti demonstrant *Geometra* in locum tangente, & linea quavis curva contentum aliam rectam lineam cadere non posse; hoc est angulum contactus minorem esse ostendunt quovis angulo acuto rectilineo, ut ut in infinitum eum diminutum supponamus. Demonstrant præterea lineas curvas, quæ asymptoto donantur (in quarum numero sunt *Hyperbola Apolloniana*, *Cissois* veterum, *Conchoides à Nicomede* excogitata ad cubum duplicandum, *Quadratrix*, aliæque innumeræ) semper magis, atque magis in infinitum adcedere ad asymptotos suas, absque eo quod cum illis tandem conveniant: quorum tamen utrumque supra nostram intelligendi vim positum est.

114. Sed ne à rebus naturalibus discedamus, congeremus hic illustra aliquot exempla divisibilitatis materiæ in immensum, ac pene in infinitum. *Primum* esto illud, quod à generatione animalium deducitur. Credebant veteres generationem *insectorum* fieri per putrefactionem materiæ; sed hodie vix dubitatur quin omnis generatio fiat ab ovo: nempe omne animal continetur in ovo suo, labente deinde tempore ex ovo isto excluditur. Sed quomodo formantur animalia alia, quæ nascuntur ex animalibus latentibus in ovis? Eo deveniendum est, ut dicamus initio rerum primis animalibus indita fuisse corpora omnium animantium ejusdem speciei, quæ deinceps erant nascitura: adeo ut eorum ovaria omnia individua specierum omnium complecterentur, quæ, labentibus seculis, quum nasci dicuntur, conspicua dumtaxat fiunt, incremento paulatim adsumpto. Non dissimiliter dicendum est, in primis plantarum seminibus plantas omnes, quæ hætenus natæ sunt, quæque deinceps nasciturae erunt initio rerum delituisse, quæ plantæ, labente tempore, paulatim explicari incipiunt. Quæ quidem si vera sunt, quemadmodum magnam veri speciem

ciem habere suo loco ostendetur, profecto divisibilitatem materię in infinitum aliquo modo evincunt.

115. *Alterum exemplum* peti potest ab *exilibus*, aque tenuibus corporibus *Insectorum*. Satis, experiundo, constat, plerasque istiusmodi bestiolas tantillę esse magnitudinis, ut per lentem quantumvis optimam visę, tamquam totidem puncta vix visibilia adpareant. Quum autem bestiolę istę sint totidem corpora organica, perpendamus quęso, quam delicatulę, atque subtiles esse debeant partes ad vitalem actionem conservandam necessarię. Non tam facile intelligetur, nisi materię in infinitum divisibilitate pręsupposita, quomodo in tam angusto spatiolo comprehendi possit cor, quod ipsius vitę fons est, muscoli ad motum necessarij, glandulę ad liquores secernendos, ventriculus, & intestina ad alimenta digerenda & alia membra innumera, sine quibus animalis vita intelligi nequit. Jam vero quid erunt oculi, quid aures, quid nares, quid fibrę nervi, venę, arterię, muscoli, membranę, canaliculique numero pene infiniti, quos corporis organica dispositio requirit? at his infinite propemodum minores erunt partes fluidi, quod per supradictos canaliculos excurrit, nempe sanguis, lympa, & spiritus animales, quorum in ipsis grandioribus animalibus subtilitas est adeo mirabilis.

116. *Pręterea* mirandam naturę subtilitatem contemplari etiam possumus in auro, ex cujus singulari ductilitate exiguum partium ipsius molem collegerunt doctissimi viri *Jacobus Rhodaultius* in Gallia, *Robertus Boyleus* in Britannia, & nuper eodem in loco clarissimus *Edmundus Hallejus*. Horum primus consideravit divisionem auri mirabilem in tenues lamellas, sequenti subtilissimo calculo inito. Quum pondera molium æqualium auri, & aquę sint inter se, ut 19 ad 1, sive, quod eodem redit, quum gravitates specificę auri, & aquę supradictam rationem servant inter se, quumque constet experientia, pedem aquę cubicum ponderare libras 71, sequitur pedem cubicum auri ponderare libras 1349, seu, 16 unciiis singulis libris attributis, uncias

cias 21584. Et quoniam in pede lineari continentur lineæ 144, in pede cubico continebuntur lineæ cubicæ 2985984; itaque unica auri, quæ est pars 21584. ⁷³⁹² _{mo} pedis

cubici, continebit lineas cubicas 138 — : atque adeo

21584

si ea in formam cubicam cudatur, ejus tum longitudo, quum latitudo, atque crassities continebit circiter lineas

22

$5\frac{1}{7}$, basis autem hujus cubi continebit lineas 26 — quadratas.

49

117. Quibus ita constitutis, sciendum est opifices, qui, aurum tundendo, extendunt in tenues lamellas ex uncia auri efficere 2730 bracteas quadratas perfectas quaquaversus 34 linearum, citra *intertrimentum*, quod vocant, sub quo nomine veniunt resegmina quædam, in quæ fere abeunt dimidiæ. Jam vero quum singulæ bracteæ extendantur tum secundum longitudinem, quum secundum latitudinem lineas 34, eæ singulæ patebunt in planitiem lineas quadratas 1156, adeo ut universæ in plano inter se connexæ composituræ sint superficiem 3155880 linearum quadratarum; cui si saltem tertiam partem addideris, quæ ad minimum abiit in resegmina, comperies opifices ex uncia auri efficere 4207840 lineas quadratas; cujus superficiei amplitudo quum basim cubi aurei uncia pondo (quæ basis erat li-

22

nearum quadratarum 26 —) superet partibus 159092,

49

adparet ipsum cubum, qui, ut ante diximus, lineas non amplius $5\frac{1}{7}$ in altitudinem habet, in 159092 lamellas quadratas esse divisum.

118. Horum non sunt dissimilia, quæ *Edmundus Halleius* per subtilissimos computus constituit. Is ostendit unum auri granum in 10000 partes oculo satis visibiles posse secari, adeoque, quum in digito cubico auri contineantur grana 4761, sequitur digitum cubicum auri dividi posse in partes oculo visibiles 47610000. Præterea idem *Halleius* computavit crassitiem illius lamel-

lamellæ aureæ, quæ super argentea fila ab artificibus inducitur, invenitque crassitiem istam sumptam toties, quoties numerus 124500 continet unitatem vix digitum unum cōstituere; hoc est si digitus unus dividatur in partes æquales 124500, crassities illius lamellæ vix unam harum partium adæquabit, quæ tenuitas prodigiosa sane est. Adcedit quod instrumenta, quibus instrumentis ad hæc conficienda utuntur artifices, crassiora sint, ruditerque elaborata; id quod majorem rei, qua de agitur, admirationem conciliat.

119. Denique corpora odorifera subministrant etiam argumentum summæ subtilitatis, ad quam materia naturaliter potest pervenire. Hoc argumentum uberrime tractatum est à plerisque magni nominis Philosophis; sed juvabit & nos etiam nonnulla de eo scripsisse. Adnectemus autem hic calculum exhalationum fumosarum ab exiguo incensi thuris granulo egredientium, amplique cujusdam cubiculi singula quasi puncta (quod odor ubique præsens testatur) occupantium. Pono itaque cubiculum patere in longitudinem pedes 20, totidem pedes patere in latitudinem, in altitudinem vero attoli ad pedes 15: universum ejus spatium 6000 pedibus cubicis definietur. Pono insuper unius pedis longitudinem 500 semina papaveris, aut his minutiora alia capere posse; pes cubicus unus comprehendet ejusmodi seminum 125000000; totum vero cubiculum, quod sex mille pedes cubicos complectitur, continebit eorum seminum 750000000000, non computatis spatiolis inter granula seminum æquali numero interjectis. Denique pono in unico spatio tali, quod uni semini papaveris æquale est cum interjecto vacuo proximo saltem mille particulas fumosas contineri; harum omnium numerus in cubiculo contentarum foret 750000000000000, hoc est 750 billionum; quæ omnes tamen uno exiguo thuris granulo antea conclusæ fuerant, atque contentæ.

120. Sed fatendum est hæc, aliaque hujusmodi, quæ passim adferri solent ad hoc argumentum illustrandum, id tantum valere, ut suadeant naturam attenuare

nuare quidem particulas materiæ in immensum, non vero eas in infinitum dividere: credibileque est Deum hac in re quosdam limites constituisse, quos natura prætergredi nequeat. Nam ordo constans universi, quo regenerantur semper eadem ex corporibus dissolutis, cumque iisdem proprietatibus eo spectare videtur: etenim si materia actu divideretur in infinitum, futurum esset, ut nova producta illico existerent in natura, quod non fit. Sed fatendum est etiam deficere hac in re nobis experimenta, quæ controversiam istam dirimere valeant.

CAPUT SEPTIMUM

Infinite materiæ divisibilitas argumentis Geometricis uberius confirmatur. Consecutaria quedam hujus doctrinæ illustriora proponuntur.

121. **A**D infinitam materiæ divisibilitatem adstruendam consueverunt jamdudum Philosophi ad argumenta geometrica confugere: quorum morem nos imitati, plures hoc Capite congeremus demonstrationes, ex quibus invictissime sequitur materiam divisibilem esse infinitum. Nempe demonstrabimus, idque multipliciter, datam quamvis lineam rectam secari posse in partes infinitas; hoc enim ostenso, eo ipso demonstratum esse arbitror, quodcumque corpus secari posse in partes infinitas, tum secundum longitudinem, quum secundum latitudinem, ac profunditatem: etenim longitudo, latitudo, ac profunditas corporis per lineas rectas designantur.

122. Et *primo* ostendemus rectam lineam AB (Fig. 5.) secari posse in partes infinitas ex eo, quod *Geometra* demonstrant non omnes lineas commensurabiles ipsi esse quum tamen, si esset limes quidam divisionis, ultra quem limitem progredi non liceret, oportet.

oporteret omnes lineas commensurabiles esse inter se. Atque ut hujus argumenti vis fiat manifesta, advertendum est quantitates incommensurabiles communiter adpellari illas, quas nulla alia minor quantitas metitur. Sint quantitates A, & B, sitque tertia alia quantitas C; si tertia ista quantitas metiatur adcuratissime tum quantitatem A, quum quantitatem B, dicentur quantitates illæ commensurabiles inter se; quod si quantitas C metiatur quidem unam ex duabus quantitatibus A, & B, at vero non metiatur alteram, neque fieri possit, ut inveniatur ulla alia tertia quantitas, quæ utramque metiatur, dicentur quantitates A, & B incommensurabiles. Jam si super data linea recta AB describatur quadratum ABCD, & ducatur diagonalis AC, demonstrat *Euclides Prop. 18. Libri X. Elementorum*, diagonalem AC incommensurabilem esse lateri AB. Aut etiam, si centro A radio AB describatur circumferentia circuli BCD, ostendunt *Geometra*, circumferentiam istam incommensurabilem esse eidem radio AB.

123. Ex eo autem, quod linea recta AB est incommensurabilis tum diagonali AC, quum circumferentiæ BCD, facile erit ostendere ipsam rectam AB secari posse in partes infinitas. Si enim fieri potest, recta AB divisibilis sit in partes numero finitas, veluti in 100, in 1000, in 10000, aut in partes quasvis alias, numero tamen finitas. Quis quis id contendit, statuatur oportet partes istas numero finitas, in quas dividitur recta AB æquales esse inter se, & hoc amplius esse minimas. Nam primo, si æquales non essent, posset ex majoribus abscindi pars æqualis omnium minimæ; id quod divisionem protelo duceret. Et secundo, si minimæ non essent, ulterius possent secari, quod quidem hypothesei adversatur. Sume nunc unam ex istis partibus minimis, atque ea utere, tantum mensura tum diagonalis AC, quum circumferentiæ BCD in lineam rectam extensæ: & jam, si quidem pars ista adcuratissime metiatur diagonalem AC, aut etiam circumferentiam BCD, quoniam eadem pars metitur etiam rectam magnitudine datam AB, esset data recta AB commensurabilis diagonali AC, aut circumferentiæ BCD, quod quidem absurdum est; quod si ve-

ro supradicta pars adcuratissime non metitur lineas BC, & BCD, aliquid supersit necesse est, quod minus erit parte ipsa: unde eadem pars non erit absolute minima. Atqui minima esse ponebatur; itaque falsum est rectam AB dividi tantum posse in partes numero finitas.

124. *Secundo* demonstrabimus, datam rectam AB divisibilem esse in partes numero infinitas, si quidem ostendere possimus in recta AB plures semper capi posse partes, quam quæ per datum numerum designantur: illum enim numerum adpellamus *infinitum*, qui major est quovis numero assignabili. Id autem fiet ratione sequenti. Adjungatur ad punctum A (Fig. 6.) recta linea AC datum quemvis angulum CAB constituens cum recta AB, atque in ea capiantur partes A1, 12, 23, 34, 45, &c. numero majores iis, quæ per datum numerum designantur; id quod semper facere licet. Nam si adjuncta linea AC brevior est, quam ut designandarum partium numero sat esse possit, protrahenda est ulterius, donec longitudinem requisitam adipiscatur. Designatis partibus istis, quarum novissima sit 5C, jungatur recta BC, perque puncta divisionum 1, 2, 3, 4, &c. agantur totidem rectæ parallelæ ipsi CB. Jam rectæ istæ, ut potè parallelæ, nunquam convenient inter se; quare transeant oportet per totidem puncta diversa lineæ rectæ datæ AB; adeoque quot partes designatæ sunt in linea AC, totidem enascentur in data AB. Atqui in recta AC sumptæ sunt partes numero majores iis, quæ per datum numerum designantur; itaque etiam in recta AB continebuntur partes numero majores iis partibus, quæ per datum numerum designantur; adeoque recta AB divisibilis erit in partes infinitas.

125. *Tertio* lineæ rectæ datæ AB ducatur utcumque parallela CD (Fig. 7.) atque in ea ulterius si opus est producta sume partes C1, 12, 23, 34, &c. numero majores iis partibus, quæ per datum quemvis numerum designantur, sitque 4D pars novissima. Jam, siquidem CD æqualis prodeat datæ AB, quemadmodum in recta CD continentur partes numero majores iis partibus, quæ designantur per numerum datum, ita etiam in recta æquali AB con-

continebuntur partes numero majores iis, quæ per datum numerum designantur; ideoque recta AB divisibilis erit in partes infinitas. Quod si rectæ AB, CD prodeant inæquales, junge CA, DB, easque produc donec conveniant in puncto E, à quo ad puncta divisionum rectæ CD age totidem lineas rectas, quæ secabunt rectam datam AB in totidem punctis diversis; adeoque quot partes continentur in recta CD, totidem partes exurgent in data AB: atqui in recta CD sumptæ sunt partes numero majores iis partibus, quæ per datum numerum designantur; itaque etiam in data AB continebuntur partes numero majores iis partibus, quæ per datum numerum designantur: adeoque recta AB divisibilis erit in partes infinitas.

126. *Quarto* ducta per punctum A recta quavis linea (Fig. 8.) CAD, agatur ei per punctum B parallela EBF, in qua, initio facto à puncto B, capiantur partes B1, 12, 23, 34, 4F, &c. numero majores iis partibus, quæ per datum numerum designantur, sitque earum partium novissima 4F. Deinde sumpto in recta CA puncto quovis C jungantur rectæ C1, C2, C3, C4, &c. Rectæ istæ secabunt necessario rectam AB in totidem punctis diversis, atque adeo dispescent ipsam in tot partes, quot designatæ sunt in linea recta BF. At vero in hac linea recta BF designatæ sunt partes numero majores iis partibus, quæ per datum numerum designantur: ergo etiam in recta AB continebuntur partes numero majores iis partibus, quæ per datum numerum designantur; ideoque recta AB divisibilis erit in partes infinitas.

127. *Quinto*, eductis ex punctis A, & B, (Fig. 9.) lineis perpendicularibus AX, BC, quarum prior AX sit longitudinis infinitæ, altera vero BC æqualis sit datæ AB, describatur asymptotis AX, AB hyperbola æquilatera CM transiens per punctum C. Hanc curvam, ostendunt *Geometra* magis, atque magis accedere ad utramque asymptoton AX, AB, neque tamen cum ipsis unquam convenire; ex quo facile est colligere rectam AB secari posse in partes infinitas, sive, quod eodem redit, non dari in recta AB partes adeo minimas, quæ ulterius dividi

E 2

non

non possint. Si enim fieri potest, sit AP una ex istis partibus atomis: fiat ut AP ad AB, ita BC ad quartam proportionalem AX: deinde ex puncto P erigatur ordinatim applicata PM, & jungatur XM. Et quoniam, ex constructione, rectangulum PAX æquale est rectangulo ABC; estque, ex natura hyperbolæ, rectangulum APM æquale eidem rectangulo ABC, erunt rectangula duo PAX, APM æqualia inter se; ideoque quum ipsa habeant eandem altitudinem AP, erunt bases AX, & PM æquales: ex quo facile est colligere rectas XM, & AP esse etiam æquales. Itaque quum AP ponatur esse minima, erit XM pariter minima; ideoque hyperbola quum devenit ad locum M, nequit amplius accedere ad asymptoton AX; atqui ostenditur à *Geometris*, ipsam magis, atque magis in infinitum accedere ad asymptoton; ergo fallum est dari in recta AB partes minimas, sive partes atomas.

128. Longus essem, si omnia, quæ præsentī argumento exornando inserviunt, vellem hic congerere. Potius dicam, materiæ in infinitum divisibilitatem confectarium esse ejus doctrinæ, quæ vulgarissima jam est apud recentiores *Geometras*, quæque agit de *infinitis infinitorum*, atque *infinitesimarum ordinibus*. Nempe demonstrant recentiores *Geometra* respectu quantitatis cujusvis finitæ *a* constitui posse seriem quantitatum *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, &c. in infinitum infinite decrescentium, quarum prior *b* sit *infinitesima primi generis*, hoc est contineatur in quantitate finita *a* infinities, secunda *c* sit *infinitesima generis secundi*, hoc est contineatur in quantitate *b* infinities; tertia *e* sit *infinitesima generis tertii*, atque ita deinceps in infinitum: unde non modo evincitur materiam esse divisibilem in infinitum, sed eam infinities in infinitum esse divisibilem.

129. Ne autem quis credat, infinitos istos infinitesimarum gradus esse chimæricos, lubet eos per seriem angulorum contactuum parabolicorum illustrare. Demonstrant Scriptores Conici, ut in circulo, ita quoque in parabola parametro quantumvis minima descripta, in locum ipsa, & tangente ad verticem comprehensum nul-

nullam cadere posse lineam rectam. Veluti (Fig. 10.) si AM sit parabola *Conica* parametro quantumvis minima descripta, ostensum est multifariam à *Geometris*, impossibile esse, ut inter locum tangente AC, & parabola AM comprehensum cadere possit ulla linea recta, quamvis maxime ea accedat ad tangentem AC. Hinc autem inferre licet, quod quantumvis diminuatur angulus rectilineus acutus CAO, semper tamen is major sit angulo contactus parabolico CAM: adeoque, quod *angulus quivis acutus rectilineus infinite maior sit angulo contactus parabolico*, sive, quod eodem redit, *angulus contactus parabolicus infinite minor sit quovis angulo acuto rectilineo*.

120. Sed demonstrari etiam potest quod, si AM sit parabola *cubica* quamminima parametro descripta, in qua abscissæ AP sint in ratione triplicata correspondentium ordinarum PM, inter locum tangente ad verticem AC, & parabola AM comprehensum nulla cadere possit parabola *Apolloniana* quantumvis magna parametro descripta: ex quo inferitur angulum contactus parabolæ *Apolloniana*, quantumvis in infinitum diminutum, semper quidem majorem esse angulo contactus CAM parabolæ *cubicalis* AM; atque adeo *angulum contactus parabolæ cubicalis esse infinite minorem angulo contactus parabolæ Apolloniana*, qui & ipse infinite minor est quovis angulo acuto rectilineo. Pariter si AM sit parabola *quadrato-quadrata*, quantumvis minima parametro descripta, in qua abscissæ AP sint in ratione ordinarum correspondentium quadruplicata, demonstrari potest inter locum tangente AC, & hac parabola comprehensum nullam cadere posse parabolam *cubicalem*, quantumvis magna parametro descriptam, in qua abscissæ servent rationem triplicatam ordinarum correspondentium; ex quo etiam inferitur *angulum contactus parabolæ quadrato-quadratica esse infinite minorem angulo contactus parabolæ cubicalis*, quem ostensum est esse infinitesimam ordinis secundi respectu anguli rectilinei. Hac autem ratione nihil vetat, quin progrediamur in infinitum describendo semper alias, atque alias

figuras parabolicas, quorum anguli contactus infinite à se invicem differant.

131. Habetur ergo series contactuum in infinitum progredientium, quorum quilibet posterior est infinite minor priore. Sed possunt inter duos quoslibet angulos descriptæ seriei interferi anguli innumeri, qui se se quoque superent infinite. Sed & inter duos quosvis ex hisce angulis potest series in infinitum pergens angulorum intermediarum interponi, quorum quilibet posterior sit infinite minor priore. Quin etiam, possunt dari anguli innumeri angulo contactus parabolæ *Apolloniana*, ac proinde angulo contactus circulari (uterque enim horum angulorum in eodem ordine subsistit) infinite majores, qui tamen sint angulo rectilineo infinite minores: atque sic progredi licebit in infinitum, absque eo, quod natura hac in re, ut *Newtoni* verba usurpem, *limitem agnoscat*.

132. Cæterum, quemadmodum ostensum est datam quamvis lineam divisibilem esse in infinitum, ita quoque demonstrari potest superficiem quamvis datam secari posse in partes infinitas. Repræsentet enim parallelogrammum ABCD (*Fig. 11.*) superficiem datam: producaturs latus DC in infinitum versus E, in quo post infinitum intervallum concipe punctum E: tum junge BE, eique aëtam intellige per punctum A parallelam AF. Quo facto exurget parallelogrammum infinitum ABEF, quod quidem magnitudine æquale erit dato parallelogrammo ABCD: atqui parallelogrammum longitudinis infinitæ ABEF nihil vetat, quin dividatur in partes infinitas: ergo etiam parallelogrammum ABCD secari potest in partes numero infinitas.

133. Atque his argumentis satis, ut arbitror, ostensum est materiam divisibilem esse in infinitum. Superest, ut quædam consecutaria illustriora hujus præclarissimæ doctrinæ in medium adferamus. *Primum* esto illud: *ex data quavis materia quantitate quantumvis minima formari posse spheram concavam, sive intus vacuum, cujus semidiameter sit data recta æqualis*. Id quod facile intelligemus fieri posse, modo animadvertamus

tamus crassitiem superficiæ, quæ sphaeram complet-
tur attenuari posse in infinitum. Quod si data sphaeræ
semidiametro, dataque materiæ quantitate definire cu-
piamus crassitiem superficiæ sphaericæ, id quidem obti-
nebimus calculo sequenti. Est a^3 data portio materiæ,
 b semidiameter sphaeræ datæ, & x semidiameter conca-
vitatæ; erit $b - x$ crassities superficiæ: fiat ut radius r
ad circumferentiam c , ita semidiameter data b ad

quantum proportionalem $\frac{b c}{r}$, qui designabit circum-

ferentiam maximi circuli sphaeræ conficiendæ. Ea au-
tem ducta prius in diametrum $2b$, tum vero in sex-
tantem ejusdem diametri $\frac{1}{6} b$ habebitur totius sphaeræ

soliditas $\frac{2b^3 c}{3}$; atque ita quoque erit $\frac{2x^3 c}{3}$ soliditas

concauitatis: quarum quidem soliditatum differentia
 $\frac{2b^3 c}{3} - \frac{2x^3 c}{3}$

ponenda est æqualis datæ materiæ quanti-

tati a^3 : ex qua æquatione infertur $x^3 = b^3 - \frac{3ra^3}{2c}$, sive

etiam $x = \sqrt[3]{b^3 - \frac{3ra^3}{2c}}$; adeoque $b - x$, quæ, uti dixi-

mus, est crassities quæ sita erit $b - \sqrt[3]{b^3 - \frac{3ra^3}{2c}}$.

134. Secundum esto: data quavis materiæ quan-
titate quantumvis exigua, & dato spatio quovis finito
utcumque amplo, fieri posse, ut quantitas illa materia
per totum spatium ita diffundatur, itaque ipsum adim-
pleat, ut nullus superstes sit in eo porus, cujus diameter
datam lineam excedat. Sit enim datum spatium cubus,
cujus latus sit recta quævis data AB, materiæque parti-
cula data sit b^3 , recta autem, qua pororum diametri non
majores esse debent sit p . Dividi intelligatur recta data
AB in partes æquales ipsi p , quarum numerus finitus
erit, quum nec AB ponatur esse infinite magna, nec re-

Etia p infinite parva; sitq; numerus iste n , hoc est sit $np = AB$; adeoque erit $n^3p^3 = \text{cubo rectæ } AB$, live etiam spatium dato. Concipiatur item spatium datum cubicum divisum in totidem cellulas cubicas, quarum singulorum latera æqualia sint ipsi p ; eritque numerus cellulorum n^3 : tum dividi intelligatur materiæ particula data b^3 in partes, quarum numerus sit n^3 , & in unaquaque cellula collocentur singulæ hujusmodi particulæ; qua ratione materia b^3 per omne illud spatium diffundetur. Quibus ita peractis unaquæque ipsius b^3 particula in sua cella locata inflanda est in sphaeram concavam, cujus diameter æqualis sit datæ rectæ p ; id quod fieri posse modo demonstratum est. Ita fiet ut singulæ sphaeræ proximæ tangant, dataque materiæ particula b^3 datum spatium ita adimpleat, ut nullus sit in eo porus superstes, cujus diameter superet datam rectam p .

125. Et tertium denique: posse inveniri duo corpora mole æqualia, quorum materiæ quantitates sint utcumque inæquales, pororum tamen summa, sive spatia vacua inter particulas elementares jacentia, æqualia sint inter se. Nam quemadmodum in cellulis spatii cubici, cujus latus erat recta AB , collocatæ sunt sphaerulæ concavæ latitudinis p , quarum numerus erat n^3 , materiæ autem quantitas unde sphaerulæ elaboratæ sunt erat b^3 , ita in iisdem cellulis nihil vetat, quin collocentur tot idem sphaerulæ ejusdem latitudinis elaboratæ ex materiæ quantitate longe minori; quod quum sit, pororum inter sphaerulas jacentium summa æquales manebunt. Id tantum inde accidet, ut crassities posteriorum sphaerularum aliquanto minor evadat, & consequenter concavitas earum tanto major reddatur. Quapropter quamvis quantitas materiæ in auro vicies millies circiter superet quantitatem materiæ in aere, attamen fieri potest, ut spatia inter particulas auri vel absolute vacua, vel materia subtili tantum repleta sint fere æqualia spatiis inter particulas aeris vel vacuis, vel in materia tantum subtili repletis. Quod quidem ut contingat, nihil aliud supponendum est, quam ut particulæ corporum componentes in sphaeras concavas elaboratæ sint.

CA-

CAPUT OCTAVUM.

De nonnullis adfectionibus materiae, quae vires passim adpellantur.

136. **P**Erduxit nos ordo ad earum materiae adfectionum tractationem, quae vires passim nuncupantur, quales sunt *vis inertiae*, *vis attractionis*, sub qua *repulsionis vim* comprehendimus, *vis gravitatis*, & *vis elastica*. Adfectiones istas quum supra leviter attigissem, dixi videri quidem illas esse in censu proprietatum universalium materiae, sed, si *inertiae vim* excipias, eas neutiquam adparere, quod essentiales sint eidem materiae. Eximo autem de illarum numero *inertiae vim*. Etenim materia, si vera fateri volumus, non alia ratione intelligi potest, nisi iners, & otiosa: ex quo fit, ut *vis inertiae* ad proprietates materiae essentiales revocanda sit, quemadmodum à nobis supra praestitum est.

137. Est autem inertia, ut supra demonstravimus, *vis quaedam materiae insita, qua agente fit, ut unumquodque corpus proprium sibi statum tueri, atque conservare nitatur*. Veluti corpus quiescens perseverat in quiete, donec ab externa vi constituatur in motu. Similiter corpus motum durat in motu, donec à resistentia, & occurso oppositorum corporum sistatur. Praeterea corpus recta descendens versus Tellurem numquam desceat à semita sua, dummodo omnem vim, atque impetum externum amotum supponamus. Denique corpus certa figura donatum conservabit sibi figuram illam in aeternum, quando nemo eam evertere instituat. Quorum omnium, horumque similium causam investigantes comperiemus, ea oriri ex inertia materiae. Et quoniam inertia pertinet ad materiam eodem modo, quo ad eam pertinent soliditas, atque extensio, facile intelligimus inertiae vim *proportionalem esse materiae quantitati*, in tantum ut aucta, vel diminuta quantitate materiae augeatur etiam, vel minuat^{ur} proportionaliter.

vis

vis inertiae. Atque inde ratio petenda est, quare difficilior, etiam in vacuo, depellantur à quiete corpora majora, quam corpora minora; aut etiam, quare difficilior sit sistere corpora majoris magnitudinis, quam, cæteris paribus, corpora minoris magnitudinis; nempe quia in prioribus ob maiorem materiae quantitatem, major est etiam vis inertiae, sive vis conservandi se quum in quiete, tum in motu. Et quamquam, ut inferius constabit, omnia corpora quiescentia à quacumque vi moveri possint in vacuo, tamen dubitari nequit, quin major vis postuletur in eodem vacuo ad movendum cum æquali velocitate corpus majoris ponderis, quam ad movendum corpus ponderis minoris.

138. Sequitur vis, quæ dicitur *attractionis*: de qua, deque cæteris viribus, de quibus hic agere proposui ita dicam, ut eas habere locum in natura ex phænomenis demonstrarem, de earum vero legibus, atque causis nihil certi adhuc constituam. Hujusmodi vim attrahentem cognovit primus omnium *Isac Newtonus* in corporibus magnis Universi, scilicet in Sole, in Cometis, inque Planetis universis quum primariis, tum secundariis. Nam quum Planetæ omnes primarii, atque Cometæ Orbibus suis Solem perpetuo cingant, inde intellexit *Newtonus* Solem trahere ad se corpora Planetarum, & Cometarum. Deinde quum Luna moveatur circa Tellurem, satellites Jovis moveantur circa Jovem, & satellites Saturni circa Saturnum, hinc deduxit Lunam attrahi à Tellure, satellites Jovis à Jove, satellites vero Saturni à Saturno, quos tamen omnes delatos circa Solem à Tellure, Jove, & Saturno, triaque veluti systemata cum his Planetis constituentes ab ipso pariter Sole attrahi demonstravit. Denique hujusmodi attractionem reciprocam esse docuit, neque tantum Solem trahere ad se globos Planetarum, atque Cometarum, sed & vicissim ab illis attrahi ostendit, demonstravitque etiam Planetas omnes, atque Cometas se invicem trahere. Quæ omnia cursim hic adtigisse sat habeo: commodius enim de iis differetur *Lib. II.*, quem corporum cœlestium disputationi integrum destinavi. Tantum hic ad-

notabo

notabo hanc vim consideratam in corpore, versus quod alia urgentur, adpellari *attractionem*, consideratam vero in corporibus, quæ urgentur versus illud dici *gravitatem*. Veluti, quum Planetæ omnes primarii tendant ad Solem, si quidem hanc eorum propensionem consideremus tanquam manantem è Sole, *attractionem* vocabimus: at vero nuncupabimus eam *gravitatem*, si ipsis Planetis inhærentem, ac veluti insitam effingamus. Unde deinceps cum summo viro *Isaco Newtono*, & Planetas *gravitare* in Solem, & Planetas *attrahi* à Sole promiscue dicemus.

139. Sed præter hanc attractionem, quæ locum habet in corporibus magnis Universi, aliam attractionem obtinere intellexit *Newtonus* in omnibus corporibus terrestribus, quam deinde captis innumeris variorum generum experimentis primum in Brittannia, deinde vero in Hollandia, aliisque regionibus sapientissimi quique viri confirmare conati sunt. Hæc vis in nonnullis corporibus manifestissima est, ut in magnete, ferro, chalybe, atque arena: in aliis est quidem manifesta, sed necesse est antea, ut ea consilio aliquo excitetur, quemadmodum postea adnotabitur. Generaliter autem ea vis evanescit in distantia corporum paulo majori, neque se manifestat, nisi vel in ipso corporum contactu, vel in exiguo admodum intervallo: id quod initio admonere necessarium duxi, ne quis innumera corpora ex adverso posita ne levissimæ quidem attractionis signum præbere videns, hanc de universali corporum terrestrium attractione doctrinam irrideat, atque contemnat. Audiamus quæso *Isacum Newtonum* ita de hujusmodi vi differentem in *Questionibus*, quas ad calcem *Librorum Opticorum* adposuit. *Attractiones gravitatis, virtutisque magneticæ, & electricæ ad satis magna se extendunt illa quidem intervalla, adeoque etiam sub vulgi sensum, notitiamque ceciderunt. At vero fieri potest, ut sint præterea alia, quæ tam angustis finibus contineantur, ut usque adhuc omnem observationem superint. Et fortasse attractio electrica ad hujusmodi exigua intervalla extendi potest, etiam si non excitetur frictione.*

140. Attractionem autem revera locum habere in omnibus corporibus terrestribus, id quidem constabit, si experimenta hic mentorentur, ex quibus experimentis vis ista attractrix manifestissime intelligitur: quæ experimenta, ut ordine aliquo recenscantur, placet ea ad classes tres revocare. Nempe quum omnia corpora terrestria vel *dura* sint, vel *liquida*, ostendendum est *primo* dari attractionem inter corpora dura, & corpora dura. *Tum* demonstrandum est dari attractionem inter corpora liquida, & corpora liquida. *Denique* ostendendum est attractionem obtinere etiam inter corpora dura, & corpora liquida. Atque ut ab eo experimentorum genere ordiamur, quod attractionem corporum durorum ad corpora dura respicit: *primo* vulgus ipsum non ignorat ferrum, & magnetem attrahi ab alio magnete: quæ quidem corpora, postquam in unum coiere, separari nequeunt, nisi vis præpollens attractioni magnetis adhibeatur. Præterea magnes trahit ad se arenam illam, qua passim utimur ad scripturarum lituras exiccandas, trahitque etiam chalybis scobem. *Secundo* duo specula vitrea pura, siccissimaque sibi imposita cohererent, seque mutuo attrahunt; si enim ea avellere coneris, non mediocrem resistentiam sentientes: id quod olim *Galileus* quoque nostras observavit in *Dialogo I. Mechanices*. Idem accidet, si experimentum haud quidem instituat cum duobus speculis vitreis, sed cum duabus laminis planis lapideis, lateritiis, aut metallicis. *Tertio*, si globus unus plumbeus alteri globo plumbeo imponatur, deinde vero comprimantur aliquantulum, ut latior rem superficiem sibi comparent: qua parte se ij mutuo attingunt, illac attractionis vi fortissime cohererunt; quod quidem novissime in Britania deprehensum est. *Quarto* globi cerei, vitreique intus cavi aquæ innatantes in vase non penitus pleno, feruntur sponte versus latera vasis, à quibus attrahuntur. Ad hæc iidemet globi aquæ innatantes se petunt in medio: quæ quidem æque contingunt in aperto aere, ac in vacuo *Boylano*; ne quis fortasse ab aeris pressione ea fieri arbitretur.

141. Atque hoc loco advertendum est, dari quædam
cor,

corpora, in quibus corporibus nulla cognoscitur sensibilis attractio; at vero si ea, terendo, incallescant, manifestissime vim istam demonstrent: quæ quidem vis in hujusmodi corporibus adpellari consuevit *electricitas*. Sic cera obsignatoria, sulphur, colophoniam, cæmentum, succinum, adamas, gemmæ quæcumque pellucidæ aliquantulum adtritæ, & calefactæ videntur trahere ad se corpora levissima palearum, filamentorum, arenarum, plumarum, aliaque hujus generis. Insuper tubus cavus vitreus utrinque apertus, aut etiam clausus (id enim experimento nihil officit) tempestate serena in loco puro perfriſtus aliquantulum, ut incalescat, attrahit ad se corpora plurima-levia, ut lamellas metallicas, plumas, fuliginem, aliaque id generis, idque in distantia aliquot pollicum. In qua tubi vitrei attractione res plane mirabilis, vixque fidem repertura adnotata est. Nempe si extremitas altera tubi manu una detineatur, deinde vero altera manu fricetur tubus adminiculo alicujus panni, incipiatque friſtio ab ea parte tubi, quæ manu tenetur, & fiat versus partem contrariam, electricitas aut plane nulla, aut vix sensibilis excitatur. Contra vero si friſtio fiat versus partem tubi, quæ manu tenetur, magna vis electricitatis cooririprehenditur.

142. Sed multa sunt, quæ hic diligenter adnotare operæ pretium est. *Primo* si tubus ex utraque parte clausus intus aere careat, is eodem modo perfriſtus vix attrahet aliquid, nisi in exiguo admodum intervallo. *Secundo* electricitas excitatur non modo in tubis cavis intus aerem continentibus, verum etiam in cylindris vitreis solidis, qui quum adtriti sunt, & calefacti eadem corpora ad se trahunt, quæ à tubis vitreis, de quibus modo loquuti sumus, attrahuntur. *Tertio* electricitas ad longissima intervalla propagatur, interjecto tamen aliquo medio idoneo. Veluti si tubi alicujus extremitati adjungatur virga cujuscumque longitudinis, deinde perfriſto tubo admoveatur extremitas virgæ corporibus levibus supra memoratis, ea agitari videbuntur; id quod electricitatis vim à tubo per virgam propagatam fuisse arguit. Præterea si tubi extremitati funiculus ad-
lige-

ligetur, isque sive recta extendatur, sive transversa saepius inflectatur, ita tamen ut mediocriter tensus sit; immo si huic præcipuo funiculo plures alii variis in locis jungantur, qui una cum illo rete quoddam constituent, calefacto tubo, observabitur electricitatis vim propagari per omnes retis funiculos ad longa interval-
la. Sed ut experimentum succedat, necesse est funiculos lineos esse non sericos: si enim serici sunt, vis electrix haud propagabitur: quin immo si rete, de quo sermonem habuimus intextum sit ex funiculis, quorum alii serici sint, alii vero linei, vis electrix abrum-
petur quo loco serica fila incipiunt. *Denique* adnotandum est vim electricam per corpora animantium etiam propagari: nam si pedibus alicujus infantis admoveatur tubus attritu fortiori calefactus, vis electrica tubi à pedibus ad capitis verticem serpet; id quod à capillorum motu, atque agitatione cognoscitur.

143. Venio nunc ad attractionem, quæ obtinet inter corpora liquida, & corpora liquida, quæ tamen, si veritati consulendum est, à priori illa attractione, quam inter corpora dura locum habere diximus, nihil differt; nam liquidorum partes exiguæ, sive minima elementa & ipsa etiam sunt dura. Manifestat autem se isthæc attractio quum in multis, tum in eo præcipue, quod duæ guttæ cujuscumque fluidi statim ac se invicem leviter contingunt, in unam guttam majorem coalescunt: quod quidem observatur non modo in fluidis naturalibus, veluti aqua, oleo, vino, & cæteris, verum etiam in fluidis artificialibus, veluti in metallis, quæ ab ignis vi fluiditatem sibi compararunt. Neque vero ad hoc phænomenon explicandum advocanda est pressio aeris: quia illud aque observatur contingere in loco aere destituto, ac in loco qui aere plenus est.

144. Præterea vis attractrix fluidorum optime colligi potest à figura singularum guttarum, quas ad sphericitatem semper se componere deprehenditur. Id quamquam in mercurii particulis apertissimum sit, tamen non minus clare conspicitur in guttis aquæ, olei, vini, cæterorumque liquorum. Atque hic quoque frustra advocabi-
tur

tur pressio aut aeris, aut alterius materiae subtilissimæ. Sit enim gutta oblongior *acbd* (Fig. 12.): manifestum est pressiones in superficies *ad*, & *cb* minores esse pressioni- bus in superficies *ac*, & *bd*: modo ab omni parte gutta æqualiter prematur, id quod pressio- num leges suo loco explicandæ postulant: itaque ut gutta oblongior *acbd* ab aere undique pressa rotunditatem sibi posset compa- rare, oporteret pressiones majores à minoribus superari, quod est absurdum. Contra vero, attractione advocata, quo major est numerus particularum se mutuo trahentium inter duas particulas, eo majori vi se invicem pe- tunt: unde motus partium guttæ non desinet, nisi di- stantiæ inter puncta opposita sint ubique æquales, hoc est, nisi numerus particularum se se mutuo trahentium non sit major in uno loco, quam in alio: id quod in so- la figura sphaerica locum habere manifestum est.

145. Atque hoc loco prætereunda non est attractio, quæ locum habet inter aerem, & corpora reliqua fluida, quæ quomodo deprehensa sit paucis explicabo. Et pri- mo quidem dubitandum non est, quin omnia corpora fluida magnam in se contineant aeris quantitatem; si enim ea ad ignem ebulliant, aer intus hospitans magna copia sub forma bullularum foras ejicitur. Præterea in vacuo *Boyliano* omnia corpora fluida ebulliunt, alia magis, alia minus, magnamq; bullularum quantitatem, ac veluti spumam in superficie ostendunt; id quod ab aere foras egredeunte oriri putandum est: utraque au- tem ratione fluida ab aere purgari solent. Jam vero ex- tincto æstu fluidorum, sive ab igne, sive in vacuo exci- tato, si ea aere penitus jam purgata rursus aperto aeri exponantur, paulatim aerem bibent; qui quidem aer ad maximam altitudinem descendet, totamque fluidi quantitatem inficiet: id quod intelligitur ex eo, quod in vacuo *Boyliano* inclusa, vehementer rursus ebullire in- cipient: quod quidem non fieret, si aerem non sorbuis- sent. Sed notandum est, in hac aeris attractione idem deprehendi, quod in salium dissolutione observatum esse supra demonstravimus: nempe quemadmodum sales usque ad certam mensuram dissolvuntur in data aquæ quan-

quantitate, reliqua eorum portione integra, fixaque manente; ita etiam data aquæ, vel alterius fluidi quantitas attrahit ad se, ac veluti bibit certam aeris portionem, quam ubi sorbuit, veluti jam satura, bibendi finem facit. Simile quid in sale tartari observatur, qui postquam aquæ, pro quantitate sui, certam portionem ex aere exhaustit, deinceps non amplius imbibit; id quod ex eo oriri credendum est, quia sal, postquam aqua saturatus est, à vi illa attrahente deinceps deseritur.

146. Superest ut exempla aliqua attractionis, quæ locum habet inter corpora solida, & corpora liquida hic congeramus. Et *primo* aquæ omnes, aceta, spiritus, olea tenuia quæcumque infusa in vasculum vitreum purum, siccumque attrahuntur ad ejus latera, altiusque ascendendo his adhærent. Inde fit, ut superficies suprema fluidorum in vasis contentorum concava sit; nam versus medium depressoiora sunt, versus latera sunt sublimiora. *Secundo*, si corpus solidum purum, non pingue immergatur alicui fluido, & deinde extrahatur, fluidum ei adhærebit; immo si paulatim extrahatur propter cohesionem fluidi cum superficie corporis inferiori accidet, ut ipsum fluidum sequatur solidum jam extractum, aliquantulumque suspendatur: neque decidendo, sejungat se à solido, nisi quum tantum fluidi suspensum est, ut gravitas ipsius superet vim solidi attractricem. Atque huc fortasse referendum est experimentum *Boyleanum* supra memoratum de argento vivo, quod subsistit in barometro ad altitudinem 50, 60, vel 70 pollicum, vel etiam ad altitudinem majorem, ita scilicet si prius ab aere omni diligentissime fuerit depurgatum, & in tubum cauta manu infusum, adeout partes ejus sint usquequaque contiguæ & sibi invicem, & vitro. Atmosphæra enim pondere suo argentum vivum sursum in tubum propellit usque ad altitudinem 28, vel 29 pollicum; itaque alia causa efficiens id deinceps altius elevabit, non quidem in tubum sursum premendo mercurium, ut *Hugenius* censuit, sed efficiendo ut partes ejus & vitro, & sibi invicem adhærescant. Etenim si quo pacto partes ejus vel interjectis bullulis, vel succuti-

entiendo vitrum, disjungantur, corrui continuo argentum vivum omne usque donec haud amplius 28. vel 29 pollices in altitudinem habeat.

147. Atque his quidem congrua sunt, quæ sequuntur itidem experimenta. Si duæ planæ, & politæ laminæ vitreæ (puta bina speculi polita fragmenta) ita componantur, ut earum facies sint inter se parallelæ, & parvo admodum interjecto intervallo disjunctæ, inferiora autem ipsarum extrema in aquam intingantur; aqua inter eas continuo adscendet; quantoque minori intervallo interjunctæ sunt vitrorum facies, tanto majorem ad altitudinem se interferens adscendet aqua. Similiter inter bina marmora plana, & polita adscendit aqua, quando eorum latera polita inter se sunt parallelæ, & exiguo admodum interjecto intervallo disjuncta. In his autem experimentis positum est, quum laminas vitreas, tum marmora fuisse parallelæ: qua in hypothesi ipsa rapiunt aquam ad eandem ubique altitudinem: adeoque aqua sublata terminatur linea recta, quæ parallelæ est horizonti. Sed fac nunc laminas supradictas vitreas jungi ad latus unum, separari vero ad latus oppositum: ita ut ex iis ita constitutis efformetur angulus: & jam si inferiora ipsarum extrema in aquam eodem modo intingantur, ea sua sponte adscendet intra laminarum hiatus angularem; ibi altius, ubi laminæ sibi sunt propriiores; ibi humilior, ubi specula sunt à se remotiora; adeoque aqua sublata haud quidem terminabitur hoc casu linea recta, quæ horizonti sit parallelæ, sed potius terminabitur linea curva, hyperbolæ speciem referente.

148. Præterea si duæ planæ, politæque vitri laminæ sic constituantur, ut altera earum jaceat parallelæ horizonti, altera autem ei ita superimponatur, ut earum extremitates unæ se inter se contingant, angulumque circiter 10, aut 15 minutorum conficiant; deinde vero super lamina horizontali statuatur gutta aliqua sive olei, sive aquæ, sive vini, sive alterius liquoris: utique gutta ista continuo eam se in partem, qua parte binæ laminæ se se contingunt, moveri incipiet, motuque ferri perget perpetim accelerato, usque dum ad ipsum vitrorum

F

con-

concurſu in perveniat : etenim bina vitra guttam attrahunt , efficiuntque ut ea illuc feratur , quo attrahiones vergunt . Quod ſi dum gutta prorepat , vitrorum interea extremitas illa , qua ſe contingunt , & quo verſum gutta fertur , elevetur : jam inter vitra ſurſum verſus adrepat gutta , etſi non tanta velocitate : quum hoc caſu ſuperanda ſit ab attrahione vis gravitatis guttæ , quæ in plano inclinato jam ſe ſe manifeſtat : & pro eo ac vitrorum extremum illud , quo ſe ſe contingunt , magis , magisque elevatur , gutta tardius uſque , & adhuc tardius adſcendet , & tandem plane quieſcet , deorſum nimirum delata tantum à gravitate , quantum ab attrahione ſurſum verſus . Ad hæc tubuli vitrei anguſtiſſimi , quos *Capillares* adpellant , ſive reſti , ſive utcumque inflexi , ſi in fluidum aliquod ſtagnans intingantur , magno impetu rapiunt illud ad non mediocrem altitudinem , quæ quidem altitudo major erit , vel minor non modo pro majori vel minori anguſtia tuborum , verum etiam pro fluidorum qualitate . Nam idem fluidum ad majorem altitudinem attrahitur à tubo anguſtiori , quam à tubo magis amplo ; & ab iſdem tubis ad majorem altitudinem extolluntur quædam fluida , ad minorem alia . Neque vero putandum eſt adcenſum fluidorum in tubos fieri in aliqua majoris , vel minoris gravitatis ſpecificæ ratione inverſa , in tantum ut fluida leviora altius rapiantur , graviora ad minorem altitudinem ſubſiſtant . Nam omnium liquorum , urina & ſpiritus ſalis Ammoniaci altiffime adſcendunt , quamquam ipſi non ſint omnium leviffimi : mercurius vero ad nullam proprius altitudinem adſcendit in tubos capillares , imo potius deſcendit aliquantulum . Quæ omnia experimenta hætenus deſcripta æque procedunt ſive in vacuo , ſive in aperto aere capiantur ; ut hinc inferre liceat ea ex atmophæræ pondere , & preſſu nullo modo pendere .

149. Porro ſi amplus tubus vitreus cineribus ſubtiliſſimis cribro ſuccretis , & arte compreſſis repleatur , tubique extremitas una in aquam ſtagnantem intingatur , aqua in cinerem lente ſubrepat ; adeo ut ſeptem , aut quatuordecim dierum ſpatio uſque ad altitudinem

30, aut 40 pollicum in tubo supra aquam stagnantem conscendat. In tantam autem altitudinem attollitur aqua actione earum solummodo particularum cineris, quæ sunt in ipsa aquæ ascendentis superficie: quæ enim intra aquam sunt particule cineris, ex aquam tam deorsum, quam sursum attrahunt: quare cineris particularum actio valde fortis est. Verumtamen quoniam cineris particule non sunt adeo densæ, compactæque, ac particule vitri, ideo earum actio aliquanto languidior est, quam particularum vitri. Itaque quum argentum vivum suspensum teneatur à vitro usque ad altitudinem 60, aut 70 pollicum (non excepta tamen altitudine 28 pollicum, ad quam mercurius attollitur à pondere atmosphæræ), profecto necesse est vim attractricem vitri, aquam ad altitudinem amplius 60, vel 70 pedum suspensam posse retinere: à qua tamen altitudine subtrahenda est altitudo pedum 32, quæ à gravitate atmosphæræ proficiscitur.

150. Longum esset, si omnia experimenta, quæ ad hoc attractionis argumentum spectant, recensere hic adgrederer: itaque nonnulla tantum, eaque luculentiora adtulisse sat habeo. At vero temperare me non possum, quin addam hic aliquid, ex quo aeris ad corpora solida attractio manifesto evincitur. Paretur globus cereus, cui admixtum sit tantum plumbi, vel alterius cuiusvis metalli, ut ejus gravitas specifica tantillo sit major gravitate specifica aquæ; id quod intelligetur ex tardissimo ejusdem globi per aquam descensu. Vel etiam comparetur ovum specifica gravitate sua gravitatem aquæ specificam paululum superans; quod quidem obtinebitur, si educto foris albumine, & quid quid reliqui est in ovo, immittatur deinde in ipsum tantum aquæ, quantum satis sit, ut ovum tardissime descendat per aquam vase aliquo contentam. Quibus ita paratis institui possunt sequentia duo experimenta, ex quibus aeris ad corpora solida adhesio inferri potest. *Primum* experimentum est hujusmodi. Imponantur aquæ in vasculo aliquo stagnanti globus cereus, & ovum, de quibus modo verba fecimus, idque fiat cauta ac diligenti ma-

nu, ne aqua vehementius agitetur, quod experimentum inturbare posset. Quanquam ista corpora aliquantulo graviora sint aqua, tamen, si experimentum rite, & diligenter fiat, accidet, ut ea aquæ innatent, neque demergantur; id quod oriri putandum est ex aere superne tum globo, quum ovo adhærescente. Et quamvis, ut suo loco ostendetur, vera hujus phænomeni causa sit, quod volumen tum globi quum ovi nonnihil augeatur ab aere illo, qui ipsa contingit superne; quod quidem facit, ut ea specificè leviora evadant: attamen id non eveniret nisi aer ipsis superne adhæresceret. Idem continget si acus, adhibita omni majori diligentia, atque sedulitate, statuatur super aquæ superficiem horizontaliter; ea enim innabit aquis; id quod ab ipso *Aristotele* olim observatum est.

151. Alterum experimentum, quod institui potest hac in re ita se habet. Curandum est, ut globus ille cereus, quem aqua tantillo graviorem esse diximus, descendat per aquam, ipsiusque vasis fundum petat. Tum vero scyphus vitreus inversus immittendus est in aquam, dandaque est opera, ut recta, & æqualiter descendat super globum cereum in fundo vasis quiescentem. Et quoniam aer inclusus in scypho soliditate sua prohibet, ne aqua in ipsum scyphum ingrediatur, inde fiet, ut scypho ad fundum ipsum demisso, aqua, quæ antea globum undique complectebatur, arceatur ab ipso, ilque ambiatur deinceps ab aere intus in scypho contento. Tum scyphus paulatim educendus est ab aqua, quod dum fit, aqua rursus ad complectendum globum adfluet. Et jam adhibita in hoc negotio omni diligentia, accidet ut quum scyphi, dum educitur, ora inferior ad altitudinem globi pervenit, ipsiusque globi apex tantum tangitur ab aere in scypho contento, globus fundum deserat, seque sursum proripiat, quasi attractus ab aere, qui ipsum superne contingit. Et quamquam hic etiam vera causa hujus phænomeni sit incrementum voluminis ab aere factum, ut suo loco dicetur, tamen hoc incrementum non aliunde, nisi ab aere globo superne adhærescente oriri credendum est.

152. Ex

152. Ex experimentis hætenus memoratis satis ostensum arbitror, non esse adeo absurdam sententiam eorum, qui statuunt particulas materiæ terrestres vi quadam attrahente esse donatas. Hæc vis fortasse ab impulsu aliquo extrinseco, qui nemini adhuc innocuit, proficiscitur. Sed fieri etiam potest, ut ad ipsas particulas ab origine pertineat, neque aliunde ipsis adveniat. Quod quidem si verum est, habenda erit attractionis vis pro *Naturæ lege universali* singulis corporibus à Deo optimo maximo rerum omnium Opifice indita, qua omnia corpora agunt in se mutuo ad se accedendo, absque externo ullo impulsu. Non defuere autem qui *Newtonum* reprehenderent, quod constituta attractione, qualitates occultas *Scholasticorum* à *Naturali Philosophia* jam eliminatas, rursus in eam revocare studuerit. Non defuere etiam qui tanto Viro id vitio verterent, quod attractionem, eique adfinem gravitatem, tamquam adfectiones corporum essentielles reputaverit; quæ quidem ei objecta sunt non modo à nostratibus, aliisque exteris, sed & à nonnullis pariter Philosophis Brittannis: de quo graviter ipsemet conqueri solebat; scilicet quod intelligebat eos non recte mentem suam fuisse adsequutos. Sed jure ne, an injuria id fecerint, constabit ex illustrioribus quibusdam locis, quæ hic excipiam ad verbum tum ex libris suæ *Philosophiæ naturalis*, quum ex libris *Opticorum*. In definitione VIII. Principiorum *Philosophiæ* hæc habet. Voces autem attractionis, impulsus, vel propensionis cujuscumque in centrum indifferenter, & pro se mutuo promiscue usurpo, has vires non physice, sed mathematicè tantum considerando. Unde caveat lector, ne per huiusmodi voces cogitet me speciem, vel modum actionis, causamve, aut rationem physicam alicubi definire, vel centris, (quæ sunt puncta Mathematica), vires vere, & physice tribuere, si forte aut centra trahere, aut vires centrorum esse dixerit. Initio autem Sectionis XI. Libri I. sic scribit. Qua de causa jam pergo motum exponere corporum se mutuo trahentium, considerando vires centripetas tanquam attractiones, quanavis forte, si physice loquamur, verius dicam-

cantur impulsus . In mathematicis enim iam versamur, & propterea , missis disputationibus physicis , familiari utimur sermone , quo possimus à lectoribus mathematicis facilius intelligi . In Scholio vero Prop. LXIX. ejusdem Libri I. ita loquitur . Vocem attractionis hic generaliter usurpo pro corporum conatu quocumque accedendi ad invicem , sive conatus iste fiat ab actione corporum vel se mutuo petentium , vel per spiritus emissos se mutuo agitantium , sive is ab actione æteris , aut aeris , mediique cujuscumque sive corporei , sive incorporei (media hæc incorporea improbanda sunt) oriatur corpora innatantia in se invicem utcumque impellentis . Denique Libro III. Optices questione XXXI. hæc habet . Hanc vocem attractionis ita hic accipi velim , ut in universum solummodo vim aliquam significare intelligatur , qua corpora ad se mutuo tendant , cuicumque demum causa adtribuenda sit illa vis . Nam ex phenomenis naturæ illud nos prius edoctos oportet , quænam corpora se invicem attrahant , & quænam sint leges , & proprietates istius attractionis , quam in id inquirere par sit , quænam efficiente causa peragatur attractio .

153. Cæterum in particulis materiæ terrestris habet etiam locum *repulsio* , quemadmodum innotuit per experimenta . Ego in ipso hujus capituli vestibulo sub attractionis vi repulsionem comprehendi ; id quod effeci ea de causa , quia exploratum habebam attractionem in natura interdum excipi à repulsionem , ut suo loco ostendam . Nam quemadmodum in *Algebra* , ubi quantitates *adfirmativæ* evanescent , & desinunt , ibi *negativæ* incipiunt ; ita in *Mechanicis* , ubi *attractio* desinit , ibi *vis repellens* succedere debet . Porro repulsionem manifeste adparent *primo* in aquis & oleis , quæ non permixta sibi innatant , mixta se extricant . *Secundo* in mercurio & ferro , quæ , quando prope sunt , se extrudunt . *Tertio* in aqua cum lampadum sicca fuligine . *Quarto* in plurimis pulveribus , in primis resinarum , qui non facile miscentur cum aqua . *Quinto* in arena ipsa , quæ in aquam injecta , ei innatat rete veluti efformans . Denique repulsionis aliquid videmus in muscis , aliisque animalibus ,

libus, quæ siccis pedibus supra aquam incedunt, quamquam foveas manifestas ibi imprimant.

154. Dicendum nunc est de *gravitatis vi*, sive de illa corporum terrestrium adfectione, qua ea sibi ipsis relicta, versus Terram perpendiculariter descendunt. De hac vi notabimus *primo*, eam proprie non dirigi ad Telluris superficiem, sed potius ad locum aliquem Telluris internum, & si fortasse Tellus sphaerica est, proprie ad ipsius centrum. Nam, altissima fossa in Tellure excavata, pergunt corpora gravia descendere; in cavernis vero, & speluncis gravia haud quidem tendunt sursum ad Telluris superficiem, sed tendunt deorsum. Notabimus *secundo*, hanc gravitatis vim esse speciem quandam *attractionis* è Telluris corpore manantis; quasi dicas globum Telluris attrahere ad se corpora terrestria circumjecta. Et *denique* notabimus omnia corpora sensibilia esse gravia: nam aerem ipsum, quamquam, sit corpus tenuissimum, gravitare in Terram, supra demonstratum est.

155. Neque hic audiendi sunt *Scholastici*, qui nonnullis corporibus terrestribus, ut lapidibus, aquæ, oleo, metallis, aliisque gravitatem, quibusdam aliis, præcipue vero flammæ, fumoque levitatem adscribunt, ea induciti ratione, quod viderint corpora ista nitî sursum, contra quam cætera faciunt, quæ tendunt deorsum. Nam si fumus, & flamma nituntur sursum, id oriri putandum est à majori aeris gravitatione. Aer enim, qui quum fumo, tum flamma specificè gravior est, ambiens undequaque corpora ista, quia majorem habet conatum descendendi deorsum, propellit ea corpora sursum. Confirmat hæc rem id, quod in vacuo *Boyliano* jamdudum observatum est, in quo quum aut nullus aer, aut nonnisi tenuissimus superstes sit, fumus haud quidem sursum, sed deorsum descendere videtur. Eandem rem confirmat etiam id, quod in dies observatur in aqua, in quam si vi corpus compegeris, quod minorem habeat gravitatem specificam, veluti lignum, ceram, globum vitreum intus cavum, ea corpora, statim ac sibi ipsis relicta sunt, enatant ad summum, non
 F 4 quod

quod levia sint, sed quod major sit aquæ, quam horum corporum vis descendendi deorsum; aut etiam, ut *Newtonus* ipse loquitur, quia *corpora ista à Telluris gravitate minus sunt attracta, quam est aqua ipsa.*

156. Favent nobis in hoc negotio *Cartesiani*, qui fumo flammæ, cæterisque corporibus terrestribus gravitatem non denegant. At materiam nescio quam subtilem ipsi commenti sunt, cui omnem gravitatem detrahunt, immo eam adhibent ad cæterorum corporum gravitatem explicandam. Id num vere sit constitutum neque experimentis cognosci potest, neque fortasse rationibus ullis. Attamen si res æstimanda est ex *tertia philosophandi repula*, dicendum esset omnia corpora gravia esse: scilicet, quia gravitatem experti sumus in singulis corporibus, quæ sunt circa res. Sed de hac re alibi erit tractandi locus.

157. Superest *elasticitas*, sive ea corporum proprietas, per quam *compressa, statim se in pristinum statum restituunt.* Hanc vim pro parte ex corporum poris pendere supra adnotatum est, non quod porositas sit causa efficiens elasticitatis, sed quia sublati poris de corporibus, ea quemadmodum comprimi non possent, ita nec elastica vi possent esse donata. Jam compresso corpore aliquo elastico, si ad inertię vim attendas, quæ adfectio est essentialis materiæ, illud necesse est eum sibi statum conservare, in quo à comprimente vi fuit constitutum; adeoque, etiam cessante compressione, nullus in particulis compressi corporis motus subsequi deberet ad antiquum statum recuperandum. Itaque si videmus corpora elastica ad pristinas formas redire, advocanda erit vis, quæ & inertię eorum obsistat, & id, quod à comprimente vi factum est, tollat, ac destruat. Hæc vis fortasse, aut *attractio* est, aut *repulsio*, aut utraque simul: nihil enim vetat, quin eodem in corpore ambæ pariter concurrant. Nempe, quemadmodum supra demonstratum est ab attrahente vi proficisci, ut guttæ liquorum ad sphericitatem se componant; ita etiam ab eadem vi attrahente, aut etiam à vi repellente oriri potest, ut, turbata aliquo modo corporis figura, rursus ea restitutus in

in pristinum . Quod quidem si verum est , quemadmodum magnam veri speciem præferre videtur , eo magis adducor , ut credam , elasticitatem adfectionem esse omnium corporum universalem : etenim quemadmodum omnes omnium corporum particulæ aut se attrahunt , aut se expellunt , ita necesse est , ut , turbato per compressionem præfenti corporis statu , adeoque excitata in ipsius particulis aut vi attrahente , aut vi repellente , subsequatur in eo vis illa , quam elasticitatem adpellamus .

158. Cæterum quemadmodum varii sunt gradus attractionis , atque repulsionis , ita etiam varii esse debent gradus elasticitatis . Et quidem si corpus qua vi compressum fuit , eadem vi se restituat , illud perfecte elasticum erit , adeoque vis comprimens , & vis elastica æquales erunt inter se . Quod si vero corpus minori vi se restituat , ac fuit compressum , illud erit imperfecte elasticum , eoque imperfectior erit elasticitas , quò minor erit vis in corpore se restituendi : ideoque tunc vis comprimens elasticam vim superabit . Nunquam tamen accidet , ut elastica vis superet vim comprimentem : hoc est nunquam accidet ut vis , quæ est in particulis compressi corporis se restituendi superet vim à qua ipsæ fuerunt compressæ .

159. Quamquam autem corporum elastica vis à vi attrahente , vel repellente proficiscatur , non hinc tamen credendum est vim elasticam in iis corporibus esse majorem , in quibus major est vis attrahendi . Nam in magnete magna est quidem vis attractionis , quamquam elasticitas sit mediocris . Neque mirum : enimvero corpora prius est ut comprimi possint , deinde vero ut restituantur ; hoc est prius est ut sint compressibilia , deinde vero ut sint elastica : itaq; si non multum ea comprimi possunt , tunc etiam si magna sit vis attractionis , tenuis tamen erit elasticitas ; id quod contingere credendum est in magnete , qui ægre patitur ut figura , statufque suus præfens turbetur : quod quidem commune est ei cum cæteris lapidibus .

CA-

CAPUT ULTIMUM.

De Formis rerum materialium : ubi quid sentiendum sit de Elementis exponitur .

160. **A**lterum *essendi* principium diximus esse *Formam* . Per formam intelligunt Philosophi *id, per quod materia certum atque determinatum esse sibi conciliat* . Ab ipsa fit, ut species corporum distinguantur inter se : nam aurum ex. gr. & argentum conveniunt inter se in materia, quæ una, eademque est in utroque metallo, omnisque eorum differentia oritur ex ipsorum forma : usque adeo, ut si liceret argento formam suam detrahare, deinde vero ei formam auri concedere, argentum in aurum transmutaretur. Quis ergo non rideat Scholasticorum stultitiam, atque dementiam, qui materię cœlestis naturam longe diversam esse arbitrantur, ac naturam materię terrenæ, illamque suapte natura, incorruptibilem esse statuunt, hanc autem in dies corrumpi, atque mutari contendunt ?

161. Quoniam autem corporum differentię specificę oriuntur ex formis, fit hinc, ut quot sint corporum species, tot etiam sint formę . Unde formę, ut recte notat *Jacobus Rhodulfus Gallus*, non sunt *argumentum, de quo eodem modo, ac de materia possit disputari* . Etenim quum materia sit *commune rerum substratum*, non potest intelligi quid sit substratum istud in ligno, quin simul intelligatur, quid sit illud in igne, atque in cæteris rebus . At quum forma rei sit *id, per quod ea est id, quod est, quodque eam ab omni alia re distinguit*, non si cognita sit ligni forma, utique & ignis, aut alterius rei à ligno diversę forma cognita erit. Itaque in hac de formis disputatione, nisi ad singularia deveniatur, nihil prorsus ætüm censeretur debet. Nos interea hic de formis generatim agemus, formarum singularium naturam suo loco persequuntur.

162. Atque hic statim se se nobis offerunt *Scholastici*

fici, qui censent formam esse, *quid substantiale*, quod *additum materiae singularia corpora componit*. Horum sententia, materia in se spectata est substantia incompleta, atque inepta ad determinatum aliquod constituendum: itaque ad complementum compositi requirunt substantiam aliam, quam *formam* vocant, quæ addita materiae, sive communi substrato eam determinat, atque ad hanc potius, quam ad aliam corporum speciem revocat. *Scholastici* ergo in singulis compositis duas distinguunt substantias diversas, quarum substantiarum alteram dicunt esse *materiam primam*, omni prorsus attributo destitutam, in quam detractis formis abeunt composita, alteram vero dicunt esse *formam* per quam ea evadunt singularia. Inde lucem accipit vulgatissima materiae definitio ab *Aristotele* olim tradita, atque in Scholis passim recepta, nempe quod sit *neque quid, neque quale, neque quantum, neque quidquam eorum, quibus ens denominatur*: adeo ut, hac definitione recepta, ea parum absit à nihilo. Arbitrantur enim ista omnia non à materia, sed potius à forma proficisci.

163. Ut autem suadeant *Scholastici* formas corporum veras esse substantias exemplum *hominis* adducunt. Homo est *quid compositum ex corpore, & anima rationali*, quorum utrumque est vera substantia: atqui vera hominis forma est *anima rationalis*: itaque in homine forma est quid substantiale. Quod si in homine forma est quid substantiale, cur non & in rebus etiam materialibus sit vera substantia? Sed, ut præteream argumenta ducta ab exemplo ut plurimum esse infirma, respondetur animam esse quidem formam hominis, at vero non esse formam corporis humani, quod suam sibi propriam, atque peculiarem habet formam: lapsique sunt *Scholastici* in hunc errorem ex eo, quod crediderint functiones corporis vitales, quales sunt *motus cordis, circulatio sanguinis, respiratio, nutritio, aliæque*, ita ab anima proficisci, ut idcirco corpus olim istis muniis obeundis ineptum evadat, quod deseratur ab anima; quum potius dicendum fuisset ideo animam commorari in corpore, quod corpus ad munia ista obeunda esset aptum,

aptum, ideo vero separari à corpore, quod ad ea factum esset ineptum. Etenim experientia notum est mortem non impendere, neque animam avelli à corpore, nisi accepto vulnere, aut corpore aliquo alio modo corrupto, vitiatoque; nec umquam accidit, ut anima ex integro, atque incorrupto corpore discederet, aut corpus propter animæ discessum vitari inciperet.

164. Revera ergo anima est forma hominis, sive ejus compositi, quod corpore conitat & mente, atque errant *Scholastici* dum inde colligere conantur corporum formas esse veras substantias. Hujus autem opinionis levitatem quum jam dudum cognovissent sagaciores Philosophi, in eam abierunt sententiam, ut crederent formam corporum generatim spectatam nihil aliud esse, nisi certam adfectionum, aut accidentium congeriem, sive etiam varios extensionis solidæ modos. Hos extensionis solidæ modos, ex quibus formæ oriuntur, communiter quinque statuunt, *motum, quietem, figuram, situm, & magnitudinem* particularum corpora constituentium, asseruntque formas rerum materialium nihil aliud esse, nisi istorum accidentium complexum, quatenus rei constituendæ, certisque actionibus exercens est accommodatus. Neque hic opponat aliquis recensitas adfectiones esse meros modos, seu accidentia, nec proinde iis mediantibus explicari posse rerum essentialis diversitates: nam responderetur eas esse quidem accidentales materiæ in genere consideratæ, sed esse essentialis relate ad corpora singularia, & propterea nihil ob stare, ut ab iis singularum corporum specierum essentialis differentia proficiatur.

165. Ut enim docetur in *Logicis*, accidens certo modo consideratum potest etiam haberi, ut essentialis aliqujus rei differentia: veluti pelluciditas est quidem accidentalis corpori in genere spectato, verum eadem pelluciditas est essentialis proprietas aeris, aquæ, vitri, chrystalli, &c. Sic etiam rotunditas proprietas est accidentalis corporis in genere considerati; sed relate ad corpora rotunda tenet locum differentia, sive proprietatis essentialis. Neque id mirum; nam ipsa essentialia attri-

attributa possunt certo modo abire in accidentia. Licet id animadvertere in soliditate, quæ respectu corporis est proprietas essentialis, respectu substantiæ est accidens. Licet etiam idem intelligere ex laterum numero ternario, qui in figuris triangularibus obtinet locum differentiæ, in figuris vero in genere spectatis tanquam accidens debet existimari.

166. Ex quinque autem adfectionibus modo recensitis primas tenet *motus*, de quo fule *Sectione sequenti*. Huic succedit *quies*, eaque si *Cartesio* credimus est *quidam in rerum natura positivum*, nec sola *motus privatio*; quod utique suo quoque loco erit discutiendum. Sequitur figura, quæ est *extensionis solida certa quadam determinatio*, eaque aut est *exterior*, ut globi cerei figura, quam is exuere potest citra suæ naturæ dispendium, vel est *intima & partium insensibilium*, ex quibus res quæque constat, configuratio, quæ ad naturam, atque essentiam rei quodammodo pertinet. Neque enim alia ratione ferrum à cera distinguitur, quam quod insensibilium, quibus cera constat, partium alia fit figura, alius fit situs, quam earum, ex quibus ferrum componitur. Priorem speciem proprie *figuram*, alteram *configurationem* vocant *Physici*. His succedit *situs*, cujus nomine intelligimus *cujusvis particulæ inter alias particulas positionem*. Denique *magnitudo* est *particulæ cujusvis major moles, vel minor*.

167. Hactenus omnes fere Philosophi, saltem cordatiores conveniunt inter se: vulgatum est enim apud ipsos formas rerum materialium non aliunde esse repetendas quam ex *magnitudine, figura, situ, motu*, atque *quiete* partium, ex quibus quælibet materiæ portio constituitur. Quemadmodum enim ex varia viginti quatuor litterarum dispositione infinita propemodum vocabula exurgunt, pari modo ex diversa partium magnitudine figura, motu, quiete & situ omnia mundi corpora oriuntur; & pro ut partes ad se invicem accedunt, aut removentur, aut novum ordinem sortiuntur, res diversas procreant, ac fingunt. Quid enim aliud aquæ accidit, dum diaphana esse definit, dum dura fit, dum
fra-

fragilis, uno verbo dum in glaciem abiit, præter varietatem partium ordinem, ac complexum? quid tritici granis, quum in farinam molarum concussu convertuntur præter motum? Sunt tamen nonnulli qui circa figurasistarum partium, circa motum, atq; magnitudinem philosophari conati sunt. Inter hos principem locum tenet *Renatus Cartesius*, qui partes corporum elementares, ex quibus scilicet ipsamet corpora coalescunt, revocavit ad *classes tres*: unde tria enata sunt *elementa*, *primum*, *secundum*, & *tertium*; quæ passim *Elementa Cartesiana* vocantur. Elementa autem, pro ut intelliguntur à *Physicis*, sunt corpora *quodam formis simplicissimis instructa*, ex quorum concretionibus nascuntur corpora alia formis magis compositis refert a.

168. *Primum* elementum statuit *Cartesius* esse materiam quandam subtilissimam vehementer, ac summo-pere agitatam, fluidam, nullius figuræ tenacem, sed quæ ad corporum adjacentium figuras facile se accommodet. Ex hoc elemento arbitratur pro maxima parte constitui Solem, Stellaras fixas, ignem, omniaque corpora lucida. *Secundum* elementum censet *Cartesius* esse minutissimos quosdam globulos, continentes inter sua interstitia magnam primi elementi copiam, sed ipsos etiam, ad instar materiæ subtilis, meatus corporum replentes. Hos globulos *Cartesius* durissimos posuit: at *Mallebranchius* ad lucis phænomena explicanda fluidos, atque elasticos esse finxit. Denique *tertium* elementum docet esse materiam quandam crassiolem ex particulis irregularibus, atque ramosis constantem, ex quo tertio elemento formatam esse ait terram, aquam, aerem reliquaque corpora mixta.

169. Sed operæ pretium est etiam originem horum elementorum, qualem *Cartesius* effinxit, hoc loco cognoscere. Universam materiæ massam, rudem, atque informem à Deo creatam, statuit hic vir præclarissimus in infinitas exiguas particulas à Deo ipso fuisse divisam, neque omnes fortasse æqualium magnitudinum, neque omnes ejusdem figuræ, dummodo tales assumantur, à quibus nulla vacui suspicio oriri possit: nam vacuum

cum *Cartesius* ne Deo quidem ipso volente fieri posse docuit. Deinde posuit singulas istas particulas variis modis à Deo circa sua centra fuisse commotas: quibus positæ quæ inde fieri debuissent arbitratur, hæc sunt. *Primo* necesse fuit ut angulatæ, eminentes, & implicatæ istarum particularum partes abrumperentur. Itaque quum initio valde esset minutæ, procedente tempore eo usque minutiores illæ, teretioresque evaserunt, ut tandem in rotunditatem tornarentur: ex quo duo materiæ genera diversa coorta sunt, quorum alterum fuit pulvis ille tenuissimus, qui est globulorum quasi intertrimentum, & hoc est *primum elementum*: alterum vero fuerunt ipsi globuli, sive ipsæ particulæ in rotunditatem tornatæ, & hoc est *secundum elementum*. Tum quoniam necessario accidit, ut quædam materiæ particulæ vel separatim, vel conjunctim figuras abnormes, perplexas, & impeditas haberent, adeoque à particulis tum *secundi* quum *primi elementi* quam longissime abessent, datus est locus *tertio elemento*, quod ex particulis irregularibus, atque crassioribus constare dictum est.

170. Jam quod sit judicium nostrum circa ista tria elementa *Cartesiana* breviter est indicandum. Et quidem dari in rerum natura materiam quandam subtilissimam summopere agitatam, id non *Cartesius* modo, sed & *Plato*, & *Aristoteles*, & *Veteres* fere omnes agnoverunt, neque nos ei bellum indicare suscipimus, eo magis quod *Cartesiani* ope ipsius multa explicant naturæ phænomena, quorum nulla alia ratio vel probabilis adferri potest. Atque ut aliqua exempla hic adducam, quærun *primo Cartesiani*, cur castanea, sal non contritus, multaque alia corpora dura igni imposita non sine fragore disrumpantur, & crepitent. Respondent castaneæ partes crassiores à particulis subtilissimæ materiæ, ex qua ignis constituitur, per occultos ejus meatus subeuntis, commoveri, inque omnes partes agitari: ex quo motu fit, ut cortex cum fragore disrumpatur. Ad hæc quum aer intra castaneam delitescens à particulis subtilissimis ignis agitatus majorem sibi comparet vim elasticam, is nitens explicare se in majus spatium, undi-

undique corticem urget, eumque cum fragore findit, ac lacerat.

171. Quærent *secundo* cur vitrea vasa in fornace recens elaborata, atque aeri frigido statim exposita frangantur. Respondent meatus vasorum vitreorum exteriores citius præ frigore constringi, quam meatus interiores: etenim quum in cavitate eorundem vasorum magna vis caloris maneat collecta, ea potius erit efficere, ut meatus interni maneant aperti, quum tamen meatus externi, qui ab aperto frigidoque aere tanguntur, statim obcludantur. Itaque materia subtilis per meatus latiores, qui sunt ab interiori parte ingressa, summo cum impetu in partes vitri solidas impingit, quæ quum ei exitum intercludant, coguntur ab ipsius subtilis materiæ impetu diffilire, atque in pulverem comminui. Præcaverunt autem sibi ab isto incommodo artifices removendo vasa vitrea recens elaborata paulatim à fornace: hac enim ratione meatus undique ex æquo clauduntur, ideoque iter materiæ subtili æqualiter patens, atque apertum præbent.

172. Ope ejusdem materiæ subtilis explicari quoque posse autumant illustre illud phænomenon *lacryma vitrea*, quod philosophos omnes excitavit, atque commovit. Ejus figura est, qualis in *Schemate* 12. describitur, ad instar longioris olivæ collum habentis retortum, ut sunt recipientia *Chymicorum*. Quod autem in hac lacryma deprehenditur ita se habet. Crassa ejus pars adeo dura est, ut mallei ictus absque fractura sustineat: at si collum ipsius, vel digitis ipsis, frangatur, tota disrumpitur abiens in pulverem minutissimum: necesse autem est collum frangere: nam si ejus apex tenuissimus secetur, lacryma haud quidem frangitur. Ut explicent *Cartesiani*, quomodo in hujusmodi lacryma vitrea exposita phænomena contingant, præmonent eam adhuc candentem in aquam tepidam mergi à Vitrariis, ad hoc ut refrigeretur; qui aquam potius tepidam hoc in negotio adhibent, quam frigidam: nam, experiundo, compererunt vitrea vasa candentia in aquam frigidam immissa statim frangi, atque in partes comminui. Inde

verò

vero id fieri colligunt, ut quoniam primo refrigerantur partes exteriores lacrymæ, deinde vero ipsius partes interiores: contraſtiores ſint meatus exteriores, quam interiores, qui multo magis hiantes erunt. Quibus prænotatis, hanc eſſe phænomeni cauſam arbitrantur. Collo à lacryma abſciſſo, conſeſtim materiæ ſubtilis partes craſſiores in lacrymam irruunt, omneſque ejus reſceſus interiores perrumpunt: ſed quum ad partes ejus exteriores, quæ ſcilicet ſunt prope ſuperficiem lacrymæ, quæque minus poroſæ ſunt, deventum eſt, quia excuſus ipſarum modo cohibetur à ſolidarum partium obſtatu, neceſſe eſt lacrymam rumpi, atque in pulverem abire: at vero quum ejus pars craſſior ſatis dura ſit, atque compacta, poterit mallei quales quales iſtus abſque fractione ſubſtinere. Accedit figura ipſius lacrymæ: ea enim quum ſit undique fornicata, majus lacrymæ robur adjunget contra mallei iſtus. Sunt tamen magni nominis Philoſophi, qui contendunt explicari poſſe hunc effectum ſola tenſione partium, quæ apice effraſto, tanquam ruptæ chordæ, ſe undique retrahant.

177. Nolo hic exquirere, an horum phænomenon cauſæ à nobis prolata veriffimæ ſint; non enim eo conſilio illa hic retuli, ſed potius, ut paucis oſtenderem, qualis eſſet *Carteſiana* in phyſicis ratiocinandi ratio. At ſive veræ ſint, ſive falſæ, exiſtentiam alicujus materiæ ſubtilis *Carteſianis* non contendimus. Num autem ipſa nullius figuræ ſit tenax, motumque omnem ſuum perpetuo poſſit conſervare, quemadmodum ponit *Carteſius*, id quidem neque probabile eſt, neque ulla certa ratione evincitur. Concedimus etiam aſeſſe ingentem materiæ ſubtilis quantitatem, cujus omnes particulae & ſphæricæ ſunt, & diverſarum magnitudinum, quam ſecundum elementum à *Carteſio* adpellari vidimus: nam per ipſam lucis propagatio feliciffime explicatur; quamquam hujus materiæ exiſtentia nullis inviſis rationibus poſſit ſuaderi. Denique dari *tertium* quoddam genus materiæ admodum irregulare, & minus ſubtile, ex quo corpora mixta enata ſunt, id neque etiam contendimus *Carteſio*. Sed advertendum hic eſt, particulas iſtas

G

irre-

irregulares ex aliis minoribus particulis inter se mutuo implexis, atque has rursus ex aliis compositas esse, absque eo quod fortasse deveniatur ad partes aliquas minimas absolute solidas, hoc est omnino poris destitutas. Quod si alicui placeat partes istas solidas, hoc est omnino poris destitutas in corporibus imaginari, ego ipsi minime adversabor: id quod si verum erit, ita de elementis erit sentiendum. Particulæ omnium minimæ, & absolute solidæ erunt elementa *primæ compositionis*; moleculæ ex pluribus hisce particulis simul coalescentibus ortæ cum poris intermixtis erunt elementa *secundæ compositionis*: moles ex pluribus moleculis coeuntibus conflata erunt elementa *tertiæ compositionis*, & sic deinceps donec tandem deveniatur ad particulas, ex quibus corporum fit ultima compositio, quæ quidem elementa dicuntur *ultimæ compositionis*: atque in ea elementa fit *prima* corporum *resolutio*.

174. Concludamus igitur, diversas formas, sub quibus eadem materia adparet, nonnisi ex particulærum mutata figura, magnitudine, & textura proficisci. Sed notandum est, materiam ex mutatis formis neque augeri, neque minui, sed eandem semper permanere. Si enim augetur, augmentum omne esset ex nihilo; si minueretur, decrementum abiret in nihilum: absurdum est autem *quidquam naturaliter existere de nihilo, aut abire in nihilum*. Dicendum est ergo Deum initio rerum certam materiæ quantitatem creasse, eamque semper permanere eandem, quamquam non sub iisdem formis. Ex.gr. credibile est non eandem perpetuo manere quantitatem aeris, vel aquæ; sed si aeris, vel aquæ quantitas augetur, diminuetur vicissim corpus alterius naturæ: quod si diminuitur, augebitur corpus naturæ diversæ, sic ut collectio omnium corporum semper maneat eadem, ac invariata sine ullo summæ incremento vel decremento.

SE.

SECTIO SECUNDA.

De motu, unico fiendi principio.

175. **E**Xplicato utroque *effendi* principio, *materia* nempe & *forma*, institutæ tractationis ordo nunc postulat, ut ad *motum*, unicum fiendi principium, transeamus. Est sane motus, omnium adfectionum, quibus corpus gaudet, longe nobilissima; quoniam ab ipso proficiscitur non modo quidquid ornamenti, atque pulchritudinis cernitur in natura, verum etiam omnis generatio, & corruptio, quæ in ea accidit in dies. Quominus mirandum est, si *Aristoteles* pronunciaverit, *ignoratō motu, naturam pariter ignorari*. Id quum ita sit, postulamus, ut liceat nobis esse aliquanto longioribus, accuratioribusque in hoc argumento persequendo.

CAPUT PRIMUM.

De Motus Natura, deque variis ejus Speciebus: ubi obiter de Quiete.

176. **M**otus nihil aliud est, nisi *continua*, & *successiva loci mutatio*: quæ definitio evadet apertissima, dummodo quid sit locus, accuratius explicetur. Vulgo Philosophi locum distinguunt in *internum*, & *externum*: Internum locum vocant *spatium*, quod à locato corpore occupatur: externum vero dicunt esse *superficiem concavam corporis ambientis*, & *locatum continentis*. Veluti quando piscis quiescit in media aqua, ea pars spatii, quæ occupatur à pisce, & ex qua ipse arcet omnem aquam, dicitur locus internus: at vero superficies aquæ undique piscem complectens, sive superficies illa, quæ aquæ, & pisci est communis, appellatur locus externus.

177. Sed nobis rectius videtur, locum distinguere in *absolutam*, & *relativam*, atque illum quidem referre ad spatium immobile, & infinitum, hunc vero referre ad corpora circumambientia. Locus absolutus est *ea pars spatii immobilis, qua occupatur à corpore*: veluti ea pars spatii immobilis, atque infiniti, in qua constituitur Tellus nostra, dicitur locus absolutus Telluris. Locus vero relativus est, *qui à sensibus nostris ex situ ad alia corpora definitur*; veluti est locus, quem quis sedens in navi occupat in ea; sive enim navis quiescat, sive moveatur, idem perpetuo futurus erit ejus locus relativus; quum eandem semper servet distantiam ab omnibus partibus navis, in qua quiescere fingitur. Intelligere id licet exemplo ejusdem Telluris, de qua modo loquuti sumus. Nam si cum *Copernico*, ejusque *seclatoribus* effingamus Tellurem moveri circa Solem ab occasu in ortum, jam locus absolutus Telluris continenter mutabitur; at locus relativus centri Telluris, sive illius puncti, à quo omnes rectæ lineæ ad superficiem Telluris cadentes sunt æquales inter se, manet ubique idem, atque immutatus.

178. Inde autem intelligere pronum est, locum absolutum eundem semper esse *magnitudine*, & *figura* cum loco relativo, sed non tamen eundem cum illo *numero* manere. Nam in prædicto navis exemplo, locus absolutus hominis in ea sedentis, & locus relativus ejusdem hominis, quiescente navi, sunt unum & idem *numero*, *magnitudine*, & *figura*: at navi de uno loco in alium translata, locus hominis absolutus nunc erit unus, nunc alius non quidem *magnitudine*, & *figura*, quæ duo manent semper eadem, sed *numero*; locus vero relativus ejusdem hominis, qui à situ partium navis invariato dependet, erit semper unum, & idem. Non dissimiliter, si iterum cum *Copernicanis* effingamus, Tellurem moveri circa Solem, spatium, quod intra parietes alicujus cubiculi continetur, semper manebit idem *magnitudine*, & *figura*, sed haudquaquam *numero*: ædificium enim per partes spatii immobilis cum ipsa Tellure continuo transfertur; adeoque etsi non mutetur
locus

locus relativus ædificii per continuum motum Telluris, mutatur tamen locus absolutus.

179. Hac loci distinctione sic constituta, dicimus generaliter motum fieri per *translationem corporis de loco in locum*: ita tamen, ut si corpus transfertur de loco relativo in locum relativum, dicatur moveri *relative*, quod si vero transfertur de loco absoluto in locum absolutum, dicatur transferri *absolute*: ex quo quidem proficiscitur *prima* motus divisio in *absolutum*, & *relativum*. Ex. gr. homo sedens in navi, atque eundem in ipsa retinens locum relativum, relative non movetur, & si navis ipsa interea remis, aut vento impulsafertur versus aliquem locum; quo casu tamen quemadmodum navis movetur absolute, ita homo ipse sedens in navi absolute movetur. Contra si homo moveatur in navi ab ortu in occasum eadem prorsus velocitate, qua vicissim ipsa remis impulsafertur ab occasu in ortum; jam is, quia mutat indefinenter locum relativum in navi, procul dubio movebitur relative: sed quia non mutat locum absolutum; (nam ob duplicem motum hominis æqualem, & contrarium alterum ab ortu in occasum, alterum ab occasu in ortum facile intelligitur, futurum, ut homo in eadem spatii immobilis parte perpetuo permaneat) absolute homo ille non movebitur: quemadmodum plusquam satis manifestum est.

180. Fieri autem potest, ut corpus moveatur eodem tempore & absolute, & relative: ut accidit homini in quiescente navi utcumque deambulanti; is enim movetur relative respectu navis, absolute vero relate ad spatium. Accidit etiam interdum, ut corpus videatur moveri relative versus partem aliquam, quanquam ipsum revera absolute moveatur versus partem oppositam. Finge navim moveri ab ortu in occasum cum 100 gradibus velocitatis, sed finge etiam hominem stantem in navi impellere corpus ab occasu in ortum tantum cum 70 gradibus velocitatis. Jam quis quis versabitur in navi, videbit corpus tendere versus ortum cum velocitatis gradibus 70; quanquam si verum volumus,

G 3

ipsum

ipsum moveatur versus occasum cum 30 gradibus velocitatis. Dixi *quis quis versabitur in navim* nam si alius extra navim existens motum corporis spectet, is procul dubio videbit illud tendere verius occasum cum 30 gradibus velocitatis; qui etiam videbit corpus recta descendere versus maris superficiem, siquidem navis moveatur versus occasum cum 100 gradibus velocitatis, corpus autem dejectum sit versus ortum etiam cum 100 gradibus velocitatis.

181. Quapropter, ut rectum de motu corporis iudicium feratur, habenda erit ratio & motus ejus absoluti, & motus relativi. Ut si Terra quiescit, quemadmodum *Tychonici* sentiunt, corpus, quod relative quiescit in navi, movebitur vere, & absolute ea velocitate, cum qua navis movetur absolute in Tellure. Sin Terra etiam movetur, ut *Coperniceæ* sententiæ fautoribus persuasum est, verus & absolutus corporis motus orietur partim ex Terræ motu vero in spatio immoto, partim ex navis motu relativo in Tellure. Denique si corpus etiam moveatur relative in navi, orietur verus motus ipsius partim ex vero motu Telluris in spatio immoto, partim ex relativis motibus quum navis in Terra, tum corporis in navi: ex quibus duobus simul conjunctis proficiiscitur motus relativus corporis in Tellure. Recte *Cartesius*, atque apposite: *ut si quis ambulans in navi horologium in pera pesseret, ejus horologii rotula unico tantum motu sibi proprio movebuntur, sed participabunt etiam ex alio, quatenus adjuncta homini ambulanti, unam cum illo materiæ partem componunt; & ex alio, quatenus erunt adjuncta navigio in mari fluctuanti, & ex alio, quatenus adjuncta ipsi mari, & denique ex alio quatenus adjuncta ipsi Terra, siquidem Terra tota moveatur, omnesque hi motus revera erunt in rotulis istis.*

182. Hæc est, uti dixi, *prima*, ac potissima motus divisio. Sequitur huic valde adfinis *secunda* motus divisio in *communem*, & *proprium*. Et quidem si corpus se ipsum transferat: (sive id oriatur ex vi quadam intrinseca, ut homo, qui recreationis ergo deambulat; sive oriatur ex vi externa ad corpus adplicata, ut lapis pro-

projectus) illud quidem dicetur motu proprio moveri. At vero quando corpus unum transfertur ab alio, tunc dicitur moveri motu communi; cujus motus quum multis in rebus, tum præcipue habemus exempla in homine rheda, vel etiam navi delato. Ex quo intelligere pronum est, fieri posse, ut corpus simul & moveatur motu proprio, & moveatur motu communi: nempe si homo deambulet in navi, quæ interea temporis deferatur à ventis. Quin imino possunt motus duo, quibus motibus idem corpus agitur, habere quascunque directiones, etiam oppositas. Atque hac ratione *Ptolemaici, Tychonicque* duplicem in cœlestibus corporibus motum alterum ab ortu in occasum, alterum ab occasu in ortum conciliant; quod nos suo loco explicabimus.

183. Sequitur *tertia* motus divisio in *aquabilem & inequabilem*. Motus æquabilis, qui etiam *uniformis* dicitur, est ille, in quo *æquales spatii partes temporibus quibusvis æqualibus describuntur*; veluti si corpus singulis temporis particulis æqualibus singulos pedes pertranseat: hoc casu spatium percursus augeatur æquabiliter cum ipso tempore, usque adeo ut in tempore duplo spatium sit duplum, in triplo triplum, atq; ita deinceps. Motus vero inæquabilis, qui etiam *variabilis* appellatur, est ille, in quo *inequales spatii partes æqualibus temporibus describuntur*, quæ quidem partes inæquales si continuo. augeantur, motus variabilis erit *acceleratus*, si minuantur, erit *retardatus*: veluti si corpus, descendendo prima temporis particula describat pedem unum, secunda particula temporis æquali describat pedes tres, tertia quinque, quarta septem & cæt. (ut accidit gravibus cadentibus è quiete remota resistentia aeris), dicetur ipsum moveri motu inæquabili accelerato. Vicissim si corpus, ascendendo, prima temporis particula describat pedes quinque, secunda particula æquali pedes tres, tertia etiam æquali pedem unum, (ut accidit gravibus sursum projectis, contra vim gravitatis nitentibus), eo casu ipsum dicetur moveri motu inæquabili retardato. Patet autem in motu quum accelerato, tum retardato spatium minime augeri in ra-

tione temporis, sed priori casu augeri in ratione temporis majori, in casu secundo augeri in minori temporis ratione: hoc est priori casu in tempore duplo spatium descriptum est plus quam duplum, in posteriori vero casu in tempore duplo spatium descriptum est minus quam duplum.

184. Sunt qui ad expositas tres divisiones adjungunt *quartam*, dicendo, omnem motum vel esse *rectum*, vel *curvum*: in qua divisione, siquidem intelligunt quædam corpora moveri per lineas rectas, quædam alia per lineas curvas, nihil reprehendendum habemus: nam revera corpora gravia inter descendendum, saltem apparenter, describunt lineas rectas, corpora vero cælestia moventur in lineis curvis in se redeuntibus. Quod si vero id volunt, dari quosdam motus suapte natura curvos, tunc falsam esse divisionem contendimus: nam omnis motus natura sua rectilineus est; id quod quamquam suo loco plenissime demonstrandum sit, tamen paucis hic attingere lubet.

185. In motu primo loco considerata se se offert *directio*, sive *plaga versus quam corpus movetur*. Itaque si corpus movetur de loco A (Fig. 14.) ad locum B per lineam rectam AB, hæc recta AB designabit tum spatium à corpore in dato tempore descriptum, quum directionem motus ipsius. At si corpus de loco A pergat ire ad locum B per lineam curvam ACB, erit quidem linea curva ACB spatium à corpore percursum, sed eademmet minime designabit directionem motus ejusdem corporis; quum hoc casu directio motus non sit unica, sed multiplex, immo infinita: in quovis enim lineæ curvæ ACB loco corpus diversam habet directionem, quam si determinare vis, ducenda tibi erit ad punctum illud, in quo puncto scire vis directionem motus corporis, tangens. Qua ratione si CX tangat lineam curvam ACB in loco C, dicemus directionem motus corporis in loco C esse lineam rectam CX.

186. Erunt fortasse, qui quærant, unde accadat, ut in loco C directio motus corporis sit secundum rectam CX, & tamen corpus pergat moveri per semitam curvæ

curvilineam CB. Id oritur ex eo, quod corpus in loco C urgetur vi aliqua tendente ad plagam Z, live vis ista oriatur ab attractione manente à loco Z, five etiam ab impulsu urgente corpus versus eundem locum. Intelligere id licet exemplo lapidis horizontaliter projecti, qui neque horizontaliter movetur, neque recta descendit versus Tellurem, sed per semitam obliquam, & curvilineam ad eandem contendit: etsi enim lapis motu horizontali impulsus sit, tamen vis gravitatis continuo agens in lapidem, jugiter retrahit illud de cursu horizontali, & semitam curvilineam cogit inire. Aliud erit, si corpus deiciatur secundum lineam, quæ perpendicularis sit ad Telluris superficiem: tunc enim, quia vis gravitatis agit secundum eandem lineam perpendicularem, corpus recta descendet, neque unquam ex ea defleſcet. Sed hac de re alibi fusius.

187. Motus natura sic explicata, facile erit intelligere naturam quietis: nam quum motus, & quies sint toto cœlo diversa, profecto conditio quietis erit prorsus contraria motus conditioni. Itaque quemadmodum generaliter motus est *translatio corporis de loco in locum*, ita quies erit *permanentia corporis in eodem loco*: & quidem si corpus permaneat semper in eodem loco relativo, corpus quiescet *relative*; sin vero permaneat semper in eodem loco absoluto, corpus quiescet *absolute*. Quapropter poterit corpus relative quiescere, sed moveri absolute, ut accidit homini, qui sedet in navi, dum ipsa remis, aut velis impellitur. Vicissim poterit corpus moveri relative, quamvis quiescat absolute: veluti si quis ambulet in navi versus partem unam eadem prorsus velocitate, qua navis fertur in oppositam: nam ob duplicem hominis motum æqualem, & contrarium alterum proprium, alterum communem fiet, ut is in eodem loco absoluto semper consistat.

188. De quietis definitione satis convenit. Utrum vero quies sit *mera motus privatio*, an *quid positivum*, acriter disputatum est inter Philosophos. *Cartesius Principiorum Parte II.* contendit id, quod quiescit habere ex quiete vim nonnullam ad resistendum his omnibus, quæ

quæ eam possint mutare. Ad quod suadendum usus est vulgari illa observatione, quod nō minori ferme vi opus sit ad navigium in aqua stagnante quiescens impellendum, quam ad idem navigium, dum movetur sistendum. Huic *Cartesii* sententiæ subscriplit, ut semper consuevit, *Silvanus Regis*, qui motum æque adpellari posse *cessationem quietis*, ac quietem *cessationem motus* arbitratus est. Nec multo aliter *Perraultius*, qui docuit omnia corpora quiescentia natura sua nō otui resistere, indeque fieri, ut libræ utrinque magnis ponderibus oneratæ æquilibrium non facile tollatur, quod corpora quiescentia eo magis motui obstant quo tūc graviora. Contra *Mallebranchius*, compluresque alii contendunt quietem esse quid negativum, adeoque habendam esse tanquam meram privationem motus, quam sententiam nos ultro sequimur.

189. Nam quod adfert *Cartesius*, non minori vi opus esse ad navigium in aqua stagnante quiescens impellendum, quam ad idem, dum movetur, sistendum, id quidem verum est; sed falsum est id oriri ex quiete navigii, sive potius ex quadam vi, quam quies ipsa navigio conciliat. Si enim immensam vim adhibere cogimur ad commovenda navigia in aqua stagnante quiescentia, id ex eo proficisci arbitrandum est, quod ea undique aqua coerceantur, ex qua aqua ortum trahit magna illa vis resistantiæ, quæ perentitur in iisdem navigiis pertrahendis, aut impellendis. Quod si nullam ab aqua resistantiam navigio inferri supponas, procul dubio ipsum à quavis vi, etiam quam minima, è quiete deturbabitur: id quod innotuit ipsemet *Galileo*, quum dixit *corpus in vacuo à quavis vi impelli posse*. Non ergo ex quiete, sed potius ex resistantia corporum circumambientium oritur, quod corpora quiescentia viribus impellentibus obstant, atque reluctantur. In vacuo autem corpora quiescentia, si nituntur in sua quiete perseverare, id ex inertia materiæ oriri supra demonstratum est: quam inertiam dictum est etiam proportionalem esse materiæ quantitati; id quod constat ex eo, quod major proportionaliter vis postuletur ad movenda cum pari velo-

velocitate corpora majoris magnitudinis, quam ad movenda corpora minoris magnitudinis.

190. Fortasse adversarii ita hanc nostram responsionem eludent. Si verum esset difficultatem omnem, atque vim, quam in commovendis navigiis quiescentibus experimur, oriri ex resistentia aquæ, profecto quemadmodum in dato navigio eadem est prorsus resistentia exercita ab aqua, ita quoque eadem in dato navigio commovendo difficultas experiri semper deberet; Atqui major difficultas persentitur in commovendo navigio exonerato, quam in commovendo eodem navigio, quando mercibus onustum est: quare aliunde, quam ex aquæ navigium ambientis resistentia præfata difficultas repetenda esse videtur. Hic primum responderi potest eodem argumento ostendi posse difficultatem illam non oriri ex quiete navigii: etenim quemadmodum quies non suscipit magis & minus, ita eodem prorsus modo dicendum est quiescere navigium, sive illud exoneratum sit, sive mercibus onustum: quare si difficultas penderet ex quiete, utroque casu eadem experiunda foret difficultas. Tum respondetur falsum esse resistentiam ab aqua exercitam adversus navigium eandem esse, sive ipsum ponatur exoneratum, sive ponatur mercibus onustum. Contra enim arbitramur resistentiam longe majorem esse in secundo casu, quam in primo, eoque esse majorem, quo magis navigium onustum est: etenim quo majus est onus navigii, eo major portio ipsius in aqua demergitur. Hoc autem dum fit, profecto majorem resistentiam pati debet navigium ab aqua ambiente, quum magis demersum est, quam quum minus est demersum. Accedit inertia, quæ quum proportionalis sit materiæ quantitati, major erit vis ipsius in navigio onusto, quam in navigio exonerato.

191. Quarum rerum veritas luculentius constabit ex sequenti quæstione. Quæritur unde fiat, ut corpus quantumvis magnum, si fune suspensum sit, levi munito huc illuc impellatur: quum tamen si idem corpus plano aliquo incumbat, ægerrime de loco suo deturbetur. Nempe id accidit, quia quando corpus suspensum est,

supe-

superanda est tantum resistentia aeris circumambientis: at vero quando idem corpus plano innititur, non modo superanda est resistentia aeris, verum etiam superandum est quicquid resistentiæ oritur ex contactu corporis cum plano. Quo circa quanto major est contactus, sive quo major est superficies corporis, quæ tangitur à plano, eo major erit resistentia, adeoque majori vi opus erit ad corpus de loco suo deturbandum.

192. Quod autem dictum est à *Perraultio* corpora quiescentia suapte natura motibus resistere, id universaliter acceptum minime verum est: corpora enim natura neque motum adfescant, neque quietem; at vero quæ corpora semel motum acceperunt, ea in motu perseverare nituntur in æternum; quemadmodum quæ corpora semel in quiete posita fuerunt, semper quiescere contendunt, non quidem suoapte ingenio, sed potius ob vim inertię, qua donantur, ex qua vi pendet *Lex Naturæ* suo loco explicanda. *Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi à viribus externis inde deturbetur*. Itaque quod inde colligit libræ utrinque magnis ponderibus oneratæ æquilibrium non facile tolli, non ei acceptum est referendum, quod corpora propter quietem habeant vim ad resistendum, sed potius quia multo major à gravioribus ponderibus resistentia oriatur eo in loco, quo in loco trutina examini jungitur: quemadmodum attentius consideranti manifestum fiet.

193. Temperare autem me non possum, quin hoc loco *Mallebranchium*, eumque sequutum *Joannem Clericum* carpam, qui ad suadendum *quietem esse modum corporis negativum*, motum vero *esse positivum corporis modum*, manifesta usi sunt petitione principii. Quiescat, inquiunt, globus, deinde desinat Deus velle, ut is quiescat, neque aliud præterea; quid futurum? globus adhuc quiescet: quare autem? quia non satis est Deum velle globum quiescere, ad hoc ut is moveatur, sed necesse est pariter, ut statuat versus quam plagam ei tendendum sit, & hoc amplius cum quanta velocitate: adeoque, ut globus moveatur, non sufficit voluntas Dei
pris

privativa, sed requiritur ipsius positiva voluntas. Pergunt: moveatur globus, deinde desinat Deus velle, ut is moveatur; quid futurum? non movebitur amplius, quia hic sufficit voluntas Dei privativa: sed quoniam non ostendunt, quare hic sufficiat voluntas Dei privativa principium petere videntur. Revera vis, seu conatus, quo corpora quum quiescentia, tum mota persistunt in eo, quo cæperunt statu est mera *inertia* materiæ, de qua supra loquuti sumus: ideoque si fieri posset ut Deus nihil vellet, quæ corpora actu moventur, non idcirco desinerent moveri; sicuti è converso, quæ corpora actu quiescunt, non ideo à quiete cessarent.

CAPUT SECUNDUM.

*De velocitate corporum quovis modo motorum.
De motu corporum æquabili, deque spatiis
ab iisdem corporibus percursis.*

194. **Q**Uum motus complura sint accidentia, præcipuum tamen locum sibi vindicat *velocitas*, de qua idcirco primo loco agendum nobis est. Velocitas est *relatio, quam habet spatium ad tempus*: si enim duo corpora pertranseant idem spatium temporibus diverlis, illud dicere solemus majori velocitate processisse, quod minori tempore metam adsequutum est, illud vero, quod tempore diuturniori ad eandem metam pervenit, tardius incessisse dicimus. Veluti si ex duobus equis ab eodem carcere simul profectis, alter aliquanto citius, alter aliquando tardius ad eundem locum pervenisse ponantur: nam qui ocyus, majori celeritate, qui tardius minus celeriter cucurrisse dicendus est. Contra si duo corpora eodem prorsus tempore emetiantur spatia inæqualia, illud, quod majus spatium descripsit, velocius, quod vero minus spatium peragravit minus velociter incessisse pronunciamus.

195. Ex quo intelligere proum est, in conceptu velocitatis duplicem alium conceptum contineri, alterum

rum quidem *spatii*, alterum vero *temporis*, in tantum, ut eodem manente tempore, si *spatium* descriptum augeatur, vel minuat, etiam velocitas motus proportionaliter augeatur, vel minuat; eodem vero manente *spatio* percurso si tempus augeatur, vel minuat, vicissim velocitas minuat, vel augeatur in eadem ratione. Quapropter quærentibus quid sit velocitas, respondendum est, esse *relationem*, quam habet *spatium descriptum ad tempus interea elapsum*, adeoque ejus mensuram haberi si *spatium descriptum dividatur per tempus in descriptione spatii consumptum*. Veluti si mobile A descripsit pedes 20 in tempore quatuor secundorum scrupulorum, & mobile B descripsit pedes 40 in tempore quinque scrupulorum secundorum: velocitas quidem mobilis A erit graduum 5, velocitas vero mobilis B erit graduum 8; hoc est vis incedendi in mobili A erit ad vim incedendi in mobili B ut 5 ad 8. Hoc eo valet, ut credamus *spatium descriptum à mobili A in quavis temporis parte esse ad spatium descriptum à mobili B in eadem parte temporis ut 5 ad 8*. Sed advertendum hic est id locum habere, quando corpora moventur æquabiliter, sive quando eorum vis incedendi neque intenditur, neque remittitur; nam si intenditur, velocitas augeatur oportet; si remittitur, opus est velocitatem sensim imminui, quorum utrumque non convenit cum velocitatis definiendæ ratione, de qua hætenus loquuti sumus.

196. Ut res manifestius adpareat, adponere hic lubet exemplum corporum gravium, quæ vel descendunt deorsum, vel sursum projecta sunt. Priori casu velocitas gravis descendens jugiter crescit: nam sumptis temporis particulis æqualibus, spatia descripta semper magis, atque magis fiunt majora: posteriori casu velocitas gravis ascendens perpetuo decrescit, usque donec penitus extinguatur; nam sumptis hic etiam particulis temporis æqualibus spatia percurra magis, atque magis evadunt minora: quapropter utroque casu absurdum est velocitatem definire per relationem, quam habet *spatium descriptum ad tempus in descriptione consumptum*:

ptum: neutro enim casu spatium increfcit æquabiliter. Quid ergo hic agendum? Deveniendum est quum ad spatia quamminima, tum ad particulas temporis quamminimas, quibus particulis spatia illa descripta sunt. Quamquam enim velocitas corporis descendens, aut ascendens continuo mutetur, tamen adeo exigua est mutatio, quam illa subit in temporis particula quamminima, ut instar nihili habeat: adeoque velocitatis mensuræ nihil aut addat, aut detrahat. Itaque velocitas motus variabilis est *relatio quam habet spatium quamminimum ad tempus minimum interea elapsum*; adeoque ejus mensura habetur si *spatium quamminimum descriptum dividatur per tempus in descriptione spatii consumptum*. Ubi advertendum est velocitatem ita definitam esse illam, cum qua corpus describit spatium infinite parvum, quod comparatur cum tempore interea elapso; idque ea de causa hic admoneo, quia corporis, quod variabili motu movetur, velocitas indelinerenter mutatur. Inde autem intelligere pronum est methodum, quæ ad definiendam velocitatem motus variabilis adhibetur, generaliore esse ea, qua utimur ad definiendam velocitatem motus æquabilis, usque adeo, ut illa traduci possit ad motum æquabilem, at vero hæc ad motum variabilem adplicari non possit. Unde generaliter pronunciari potest, quod velocitas cujusvis motus sive æquabilis, sive variabilis sit *relatio, quam spatium infinite parvum habet ad tempus interea descriptum*, cum hoc tantum discrimine, quod in motu æquabili relatio isthæc maneat semper eadem, in motu vero variabili continuo immutetur.

197. Hac præmissa velocitatis notione, ostendenda sunt modo nobis *quinque Theoremata*, quæ in motu æquabili corporum locum habent. *Primum Theorema* est. Si duo corpora æquali velocitate ferantur, spatia descripta erunt in ratione temporum: usque adeo, ut si tempus sit duplum, aut triplum, etiam spatium descriptum duplum sit, vel triplum. *Secundum Theorema* est. Si duo corpora moveantur æquali tempore, spatia descripta erunt in ratione velocitatum: usque adeo, ut si velocitas dupla

dupla sit, vel tripla, etiam spatium descriptum sit duplum, vel triplum. *Tertium*, si duo corpora ferantur inaequalibus velocitatibus, tempora vero motuum fuerint inaequalia, spatia descripta erunt in ratione composita ex directa ratione temporum, & directa ratione velocitatum. *Quartum* Theorema ita se habet. Si velocitates, quibus corpora moventur, fuerint reciproce ut tempora, quibus motus peraguntur, spatia descripta erunt aequalia. Et *quintum* denique. Si spatia descripta fuerint aequalia, velocitates motum temporibus descriptionum reciproce respondebunt.

198. Nam primo, si A, & B sint corpora, quæ feruntur eadem velocitate, manifestum est spatia ab ipsis descripta in fine quorumvis temporum æqualium æqualia esse inter se: quod si alterum eorum, impedimento obiecto, medio in cursu retineatur, alterum autem in motu perseveret, facile intelligetur hunc in alio tempore æquali spatium æquale emensurum esse, duplum in tempore duplo, triplum in triplo, subduplum in subduplo, & generaliter emensurum esse spatium, quod sit ad spatium prius ab utroque corpore percursum, quemadmodum est tempus subsequens ad tempus prius: ex quo deinde colligitur spatia à corporibus æquevelocibus descripta esse in directa temporum ratione. *Secundo* si corpora A, & B diversis cum velocitatibus lata eodem tempore moveantur, non dubium est quin illud majus proportionaliter iter sit confecturum, quod ocys fertur, usque adeo, ut iter confectum futurum sit duplum, vel triplum, si velocitas motus dupla, vel tripla fuerit: & generaliter iter confectum ab uno corpore futurum sit ad iter ab alio corpore emensum, quemadmodum est illius velocitas ad velocitatem istius: adeoque corpora A, & B eodem tempore describent spatia in directa ratione velocitatum. *Tertio* si corpora A, & B diversis cum velocitatibus lata inaequalibus temporibus moveantur, spatia descripta erunt conjunctim ut tempora, & velocitates: nam si velocitates sint æquales, spatia percursa erunt in ratione temporum, si vero tempora æqualia fuerint, spatia descripta erunt in ratione velo-

velocitatum : itaque, inæqualibus existentibus tum velocitatibus, quum temporibus, spatia descripta erunt conjunctim ut tempora, & velocitates. Qua ratione spatium descriptum à corpore, quod duplo celerius fertur in tempore duplo majori erit quatuuplum ; & spatium descriptum à corpore, quod quatuuplo celerius fertur in tempore etiam duplo majori erit octuplo majus : & generaliter, si velocitas unius corporis fuerit ad velocitatem alterius ut m ad 1 , tempus vero motus illius corporis fuerit ad tempus motus istius ut n ad 1 : erit spatium à priori corpore descriptum ad spatium percursum à posteriori corpore ut mn ad 1 .

199. *Quartum* Theorema est : si velocitates duorum corporum A, & B fuerint inverse ut tempora, quibus eorum motus peraguntur, spatia descripta erunt æqualia : nempe si velocitas corporis A fuerit ad velocitatem corporis B vicissim ut tempus, quo corpus B in motu perseverat ad tempus, quo corpus A perseverat in motu, quantum spatii emetitur corpus A, tantumdem emetietur corpus B : id quod facile intelligetur, modo ad superiora Theoremata animus referatur. Etenim quanto spatium descriptum à corpore A est majus, vel minus spatio descripto à corpore B ratione velocitatis, tanto vicissim, ratione temporis, spatium descriptum ab eodem corpore A erit minus vel majus spatio descripto à corpore B ; adeoque, æquatis utrinque spatiorum mensuris, prodibunt spatia descripta ab utroque corpore æqualia inter se. Denique si spatia descripta à duobus corporibus A, & B æqualia fuerint, facile intelligetur, velocitates eorundem corporum esse reciproce ut tempora, quibus in motu perseverant ; scilicet velocitas corporis A erit ad velocitatem corporis B, ut est tempus, quo corpus B in motu perseverat ad tempus, quo corpus aliud A perseverat in motu ; nam in hac hypothesi ostensum est modo, spatia descripta à corporibus A, & B æqualia esse inter se.

200. Quapropter si duo corpora A, & B æquabili motu lata utcumque moveantur, per hætenus ostensa Theoremata definiri poterit spatiorum descriptorum

H

pro-

proportio, modo velocitatum, atque temporum proportionibus non ignorentur. Nam *primo* si velocitates fuerint reciproce ut tempora, spatia descripta ex *Theoremate quarto* erunt æqualia. *Secundo* si velocitates sint ut m ad 1 , tempora vero ut 1 ad n ; spatia descripta, quæ ex *tertio Theoremate* rationem habent compositam ex ratione velocitatum, & ratione temporum, erunt inter se ut m ad n ; nam ratio m ad n componitur ex rationibus m ad 1 , & 1 ad n . *Tertio* si tempora sint æqualia, velocitates vero sint inter se ut m ad 1 , spatia descripta, quæ ex *secundo Theoremate* sunt in ratione velocitatum, erunt quoque ut m ad 1 . *Quarto* si velocitates sint æquales, tempora vero descriptionum fuerint ut n ad 1 , spatia descripta, quæ ex *primo Theoremate* sunt in ratione temporum, erunt quoque ut n ad 1 . Denique si spatia descripta fuerint æqualia, tunc ex *quinto Theoremate* velocitates temporibus reciproce respondebunt. Sed ulterius data ratione, quam habent inter se spatia descripta, si quidem detur præterea ratio temporum, colligetur ratio velocitatum; quod si vicissim detur ratio velocitatum, colligetur ratio temporum: Nam quum spatia descripta sint conjunctim ut velocitates, & tempora, erunt velocitates ut spatia descripta directe, & tempora inverse: & similiter tempora erunt ut spatia descripta directe, & velocitates inverse: adeoque datis rationibus tum spatiorum, quum temporum, siquidem directa spatiorum ratio componatur cum inversa ratione temporum, habebitur ratio velocitatum: datis vero rationibus spatiorum, & velocitatum, siquidem directa spatiorum ratio componatur cum inversa ratione velocitatum, habebitur ratio temporum.

201. Cæterum solent Philosophi *Mechanici* spatia velocitates & tempora per longitudes linearum delineare; quod quum faciunt, non tam ipsa spatia, velocitates, & tempora, quam eorum proportionibus describere censendi sunt. Itaque si aliquando nos eorum consuetudinem sequuti dicemus rectas AB, DE (Fig. 15.) designare velocitates mobilium $A, & D$, nil aliud intellectum volumus, quam ut, quæ ratio intercedit inter rectas AB, DE , eadem

eadem intercedat inter velocitates mobilium A, & D. Et similiter si aliquando tempora, quibus temporibus corpora A, & D perseverarunt in motu, designemus per rectas AC, DF, non tam tempora ipsa, quam rationem temporum tunc designabimus, ita scilicet ut, quæ ratio intercedit inter rectas AC, DF, eadem prorsus intercedat inter tempora, quibus motus peracti sunt. Idem dictum esto de spatiis, quorum rationes designantur interdum per rationes linearum: quamquam nihil prohibet, quin spatia absolute exprimantur per longitudines linearum: quum spatium descriptum nihil aliud sit, quam alicujus itineris longitudo. Sed advertendum est, in motu æquabili designatis quum velocitatibus, tum temporibus per longitudines linearum rectarum, spatia designari per quædam parallelogramma rectangula. Nempe si rectæ AB, DE designent velocitates mobilium A, & D, & rectæ AC, DF, quæ ad priores normaliter insistant, designent tempora motuum, confectis rectangulis CAB, FDE, spatia descripta designabuntur per ista duo rectangula: nam quemadmodum ex *tertio Theoremate* spatia descripta rationem habent compositam ex ratione velocitatum, & ratione temporum, ita rectangula CAB, FDE rationem pariter habent compositam ex ratione velocitatum AB, DE, & ratione temporum AC, DF.

202. Atque hæc quidem spatiorum designandi ratio per areas rectangulares non solum in motu æquabili locum habebit, verum etiam habebit locum in motu variabili, dummodo ad elementa spatiorum, & temporum deveniamus. Sumantur tempora AP, Ap, AQ in linea recta indefinita AX, (*Fig. 16.*) velocitates autem motus variabilis in fine eorundem temporum acquisitæ designentur per lineas rectas perpendiculares PM, *pm*, QN, quarum extremitates tangant lineam AMN; hoc est ponamus corpus grave recta descendere versus superficiem Telluris, & post quævis tempora AP, AQ acquisivisse velocitates, quæ sint inter se, ut perpendiculares PM, QN. Hic quia velocitates mutantur indefinenter, absurdum est spatia descripta temporibus AP, AQ designare per rectangula APM, AQN, nempe per producta

H 2

ex

ex temporibus, & velocitatibus orta. At sumpto tempore infinite parvo Pp , quia tunc velocitatis mutatio tantilla est, ut tuto contemni possit, nihil vetat, quin spatium descriptum tempore infinite parvo Pp , quod spatium & ipsum etiam est infinite parvum, designetur per rectangulum Ppm factum ex tempore & velocitate, sive etiam per spatium Ppm M , quod à supradicto rectangulo ad sensum non differt; & similiter eodem ratiocinio ostendetur spatium descriptum in tempore infinite parvo Qq designatum iri per areolam Qqn N : adeoque componendo spatium descriptum tempore AP designabitur per aream APM , spatium vero descriptum tempore AQ designabitur per aream AQN : etenim, diviso tempore AP , vel AQ in partes infinite parvas, spatia his temporis partibus infinite parvis percurra erunt totidem areolæ, quarum omnium summa est area APM , vel AQN .

CAPUT TERTIUM.

De Momento, sive de quantitate motus: ubi de justa virium æstimatione.

203. **V**Is apud Philosophos *Mechanicos* est facultas, sive potentia, qua vel motum in corpus inducit, vel remoto obstaculo induceret; eamque post doctissimum *Leibnitium* distinguunt in vivam, & mortuam. Vivam adpellant illam, qua actu inducit motum in corpore, ut est gravitas in corpore descendente: mortuam vero illam esse dicunt, qua actu quidem caret effectu, sed quæ, remoto obstaculo, adigeret corpus ad motum, ut est eadem gravitas in corpore sustentato, quod corpus quiescit usque donec sustinetur; at remoto sustentaculo statim descendere incipit deorsum.

204. Jam quoniam effectus vis est motus aut jam inditus in corpus, aut, remoto obstaculo, induendus, patet quantitatem vis æstimari debere ab ipso irrotu vel induto, vel inducendo: nam axioma est *metaphysicum* passim

passim receptum : *causas effectibus adæquate esse proportionales*. Qua ratione si duæ sint vires, quæ agant in duo corpora diversa, atque motus generent in illis: liquidem motus geniti æquales sint, vires ipsæ æquales erunt; sin vero sint inæquales, vires quoque erunt inæquales, eamque rationem habebunt, quam ipsi motus habent inter se. Sed id verum est, modo tempora, quibus temporibus vires egerint, sint æqualia, & vires etiam neque auctæ sint, neque imminutæ, sed in eodem statu permanse- rint. Nam ad hoc ut causæ effectibus sint adæquate pro- portionales, postulatur tum causarum identitas, quum temporum æqualitas; & quoniam, si tempora sunt inæ- qualia, *effectus rationem habent compositam ex ratione causarum, & temporum*, erunt motus geniti conjun- ctim ut vires, & tempora; adeoque vires solæ erunt ut *motus geniti directe, & tempora, quibus geniti sunt inverte* ut clarius infra demonstrabitur.

205. Quum autem vires sint inter se ut motus ge- niti directe, & tempora, quibus geniti sunt inverte, manifestum est, ad obtinendam virium rationem, di- videndos esse motus genitos per tempora; adeoque nisi prius innotescat ratio definiendæ motus quantitatis, omnis circa virium æstimationem conatus erit inutilis. Principio autem distinguendi sedulo sunt motus corpo- rum à velocitatibus eorundem corporum. Nam si duo corpora inæqualia moveantur velocitatibus æqualibus, motus eorum haud quidem erunt æquales, sed illud corpus majorem motum habebit, quod majorem conti- net quantitatem materiæ. Vice versa, si duo corpora inæqualia motus æquales habuerint, velocitates eorum non idcirco erunt æquales, sed illud majori velocitate feretur, quod minorem continet quantitatem materiæ. Itaque quoniam, positis æqualibus velocitatibus corpo- rum inæqualium, eorum motus sunt inæquales, positis vero æqualibus motibus eorundem corporum inæqua- lium, velocitates prodeunt inæquales, concludendum est motus corporum, & velocitates eorundem corpo- rum res esse toto cælo diversas.

206. Et sane per motum, sive momentum intelligi-

mus vim sive impetum, quem corpora extra quietis statum posita facere possunt contra obstacula objecta: adeoque ad definiendam quantitatem motus attendendum est & ad velocitatem cum qua corpus movetur, & ad massam, sive quantitatem materiæ ipsius corporis. Sint enim duo corpora A, & B æquales materiæ quantitates habentia, eaque ferantur contra obstaculum oppositum æquali velocitate. Hic utrumque corpus eundem impetum faciet adversus obstaculum; neque enim quidquam causæ est, cur unum altero majorem vim facere debeat, quum & massæ, & velocitates æquales ponantur: quod si impetus æquales sunt, æquales pariter erunt motus, sive motuum quantitates. At, manente massarum æqualitate, fac corpus A velocius ferri, corpus vero B ferri segnus: tunc impetus corporum A, & B facti contra obstaculum minime æquales erunt, sed major erit impetus corporis A, quod velocius movetur, eoque major erit, quo major est velocitas, cum qua ipsum fertur in obstaculum. Et quoniam impetus, & motus unum idemque sunt, sequitur motus, sive quantitates motuum duorum corporum A, & B, quorum massæ sunt æquales, esse inter se, ut sunt velocitates eorundem corporum. Quod si, manente æqualitate velocitatum, ponantur massæ corporum A, & B inæquales, neque etiam impetus facti ab ipsis contra obstaculum erunt æquales, sed major erit impetus corporis, quod majorem continet materiæ quantitatem, eoque major erit, quo major est quantitas materiæ: unde tum impetus, quum motus corporum æque velocium erunt in ratione massarum.

207. Habemus ergo Theoremata duo, quorum primum pertinet ad momenta corporum, quorum massæ sunt æquales, velocitates sunt inæquales, alterum vicissim pertinet ad momenta corporum, quorum velocitates sunt æquales, massæ vero sunt inæquales. Primum Theorema est. Momenta, sive motus quantitates corporum, quorum massæ sunt æquales, velocitates vero sunt inæquales sequuntur rationem velocitatum; usque adeo, ut si velocitas unius corporis sit ad velocitatem alterius ut m ad 1, momentum illius sit ad momentum

tum istius etiam ut m ad 1 . *Secundum* Theorema est. *Momenta, sive motuum quantitates corporum, quorum velocitates sunt æquales, massæ vero utcumque inæquales sequuntur rationem massarum*; ulque adeo ut si massa unius corporis sit ad massam alterius corporis, quemadmodum se habet n ad 1 , momentum illius sit ad momentum istius etiam ut n ad 1 . Ex quibus duobus Theorematis consequitur modo *tertium*, quod ita se habet. *Momenta, sive quantitates motuum corporum, quorum tum velocitates, quum massæ sunt inæquales rationem habent compositam ex rationibus velocitatum, & massarum*; ulque adeo ut si velocitas unius corporis sit ad velocitatem alterius ut m ad 1 , massa vero sit ad massam ut n ad 1 , momentum prioris corporis sit ad momentum posterioris ut mn ad 1 .

208. Ex hoc autem novissimo Theoremate facile erit mensuram tum velocitatis, quum quantitatis materiæ pro unoquoque corpore deducere. Etenim quum momentum uniuscujusque corporis moti sit conjunctum ut velocitas, & massa, sive quantitas materiæ; erit *primo* velocitas ut *momentum directe*, & *quantitas materiæ inverse*: sive diviso momento per quantitatem materiæ velocitas prodibit. Et *secundo* erit quantitas materiæ, ut *momentum directe*, & *velocitas inverse*; sive diviso momento per velocitatem prodibit quantitas materiæ. Sed exinde sequitur etiam, quod si momenta, sive motuum quantitates duorum corporum fuerint æquales inter se, tunc *materiæ quantitates sint in velocitatum reciproca ratione*. Etenim, existentibus æqualibus momentis id, quod oritur multiplicando quantitatem materiæ unius corporis per ejus velocitatem æquale erit ei, quod oritur multiplicando quantitatem materiæ corporis alterius per ejusdem velocitatem; quapropter quantitas materiæ prioris corporis erit ad quantitatem materiæ corporis posterioris, ut se habet vicissim velocitas istius ad velocitatem illius.

209. Possunt ergo duo corpora A, & B æqualia habere momenta, et si tum quantitates materiæ, quum velocitates ipsorum sint inæquales: nempe si, quantum

alterum alteri mole præstat, tanto vicissim velocitas velocitate sit minor. Finge ex. gr. massam corporis A duplam esse vel triplam massæ corporis B; sed finge vicissim velocitatem corporis A subduplam esse, vel subtriplam velocitatis corporis B: hoc casu momenta corporum A, & B erunt æqualia. Et si enim momentum corporis A, ratione molis, duplum sit, vel triplum momenti corporis B, tamen quia etiam momentum corporis B, ratione velocitatis, duplum est, vel triplum momenti corporis A, erunt momenta ipsorum æqualia inter se. Et generaliter si massa corporis A fuerit ad massam corporis B ut n ad 1; velocitas autem corporis A fuerit ad velocitatem corporis B ut 1 ad n , erit momentum, sive quantitas motus corporis A æquale momento corporis B. Etenim quum momenta, sive motuum quantitates rationem habeant compositam ex rationibus massarum, & velocitatum, erunt prædictæ quantitates motuum in ratione composita ex rationibus n ad 1 & 1 ad n , sive etiam erunt inter se ut numerus n ad numerum eundem n : adeoque in ratione æqualitatis.

210. Quoniam autem mensuram momenti ingreditur velocitas, inde fit, ut in motu æquabili, in quo velocitas non mutatur, momentum semper maneat idem: in motu vero variabili, in quo velocitas sensim mutatur, momentum etiam continuam mutationem patiatur, ita scilicet, ut augeatur, vel minuatur in ratione, in qua augetur, vel minuitur ipsa velocitas. Ex quo intelligimus *primo*, quare lapis ex aliqua altitudine demissus eo majori vi subiectum pavementum feriat, quo ex majori altitudine decedit; nempe quia lapis eo magis acceleratur, quo majus debet spatium decidendo emetiri. Intelligimus *secundo*, quare lapis sursum projectus eo minori vi tectum feriat, quo major fuerit tecti altitudo; nempe quia lapis contra vim gravitatis contendens, eo magis retardatur, quo majus debet spatium ascendendo percurrere. Denique intelligimus, quare globus ferreus è tormento bellico explosus eo minori vi oppositum obstaculum percutiat, quo obstaculum longius abfuerit: nempe quia motus globi eo magis retardatur

datur à resistantia aeris, quo majus spatium per ipsum aerem describit. Adparet autem ex dictis *vim* sive *impetum*, sive *motum*, sive *momentum* (hæc enim omnia unum idemque sunt) alicujus corporis tripliciter augeri posse. I *ex aucta velocitate*; cujus rei habemus exemplum in globis ferreis, quos tormenta bellica vi pulveris pyrii explodunt contra mœnia oppidorum obfessorum, qui globi magno impetu ipsa mœnia feriunt ob magnam velocitatem, cum qua feruntur. II *ex aucta quantitate materiæ*; cujus rei habemus exemplum in arietibus, atque aliis machinamentis bellicis, quæ apud veteres obtinebant; ea enim, quamquam tardissime incederent, tamen immensam molem habebant, adeoque ad quassanda mœnia magnum usum præstabant. III *ex aucta tum velocitate, quum materiæ quantitate*, quo quidem casu impetus evadit immensus, quum incrementum duplici ex causa adveniat momento, ex velocitate scilicet, & ex massa.

211. Venio nunc ad æstimationem virium, quæ motum in corpora inducunt. In ipso hujus capitis vestibulo dictum est, vires motrices esse inter se, ut sunt *motus geniti directe, & tempora, quibus geniti sunt inverse*: quod nunc explicandum est. Et ante omnia advertendum hic esse arbitror, tempora in æstimatione virium sumenda esse quamminima. Non enim summam virium, quæ dato tempore finito egerunt in corpus, mensura nos comprehendere volumus, sed tantum æstimare satagimus vim illam, quæ in brevissimo, minimoque tempore egit, motumque induxit in corpus. Et quoniam in tempore quamminimo vis, ut ut potentissima effingatur, velocitatem infinite parvam producit in corpore, erit motus genitus ab eadem vi etiam infinite parvus: unde quum vis sit ratio, quam habet motus genitus ad tempus, in quo genitus est, instituenda erit comparatio duarum quantitatuum infinite parvarum, quarum altera est motus genitus, altera vero est tempus quamminimum; qua comparatione instituta quantitas vis obtinebitur.

212. Hæc est generalissima virium mensura, quam
tamen

tamen ad speciales quosdam casus aptare non inutile fortasse erit. Et *primo* si tempora infinite parva ponantur æqualia, erunt vires motrices ut *soli motus geniti directe*; si vero motus geniti ponantur æquales, erunt vicissim vires motrices *reciproce ut tempora*, usque adeo ut si tempus unum duplum, vel triplum sit temporis alterius, vis è converso subdupla sit, vel subtripla alterius vis. *Secundo* quum vires sint ut motus geniti directe, & tempora inverse, sive etiam ut *massæ, & velocitates directe, ac tempora inverse*, siquidem in *massæ* ponantur æquales, erunt vires ut *velocitates directe, & tempora inverse*: adeoque si velocitates sint ut tempora inverse, erunt vires ut *quadrata velocitatum directe*. Denique si *massæ* ponantur inæquales, velocitates vero sint reciproce ut tempora, vires quæ generaliter sunt ut *massæ, ac velocitates directe, & tempora inverse*, erunt ut *massæ, & quadrata velocitatum*. Quod novissimum velim sedulo à lectoribus adnotetur: ex eo enim pendet enodatio quæstionis, quæ magnis motibus agitata est inter Viros celeberrimos: scilicet utrum vis æstimanda sit ex *massa & velocitate simplici*, an vero ex *massa, & quadrato velocitatis*: de qua quæstione breviter, atque dilucide dicendum nobis modo est.

213. Et quidem quum vis apud Philosophos *Mechanicos* sit *facultas, sive potentia, quæ motum in corpus inducit*, corpora autem, quæ moventur & ipsa etiam prædita sint facultate, sive potentia movendi alia corpora, ad quæ offendunt, dicendum est in corporibus motis adesse vim aliquam, quam supra *impetum* etiam adpellavimus. De hac vi quæsitum est, an ejus quantitas æstimanda sit *ex massa & velocitate simplici*, ut universa pene Mathematicorum cohors sentire videtur, an vero *ex massa, & quadrato velocitatis*, ut *Leibnitius* primus omnium constituit, & post eum complures alii arbitrati sunt. Mihi verisimilius videtur vim, sive impetum corporis moti æstimandum esse *ex massa, & velocitate simplici*, quam *ex massa, & quadrato velocitatis*. Intelligo enim impetum corporis augeri ex *massa*; intelligo etiam augeri ex *velocitate simplici*; at non vi-

deo,

deo, unde nam desumi debeat velocitatis quadratum, quod ad dimetiendam vim adversarii adhibent.

214. Sed operæ pretium est expendere præcipuarum rationum momenta, quæ *Leibnitium* ejusque sectatores impulerunt ad constituendum, vires corporum vivas (nam de viribus mortuis conveniunt, eas æstimandas esse ex massa, & velocitate simplici) esse in ratione composita ex ratione simplici massarum, & duplicata velocitatum. Potissimum *Leibnitii* argumentum erat istud, quod corpora gravia decidendo ex quiete adquirent vim, qua vi sursum projecta, (remota aeris resistentia, atque remoto omni alio impedimento) ascendere possent ad eandem præcise altitudinem. Argumentum vero, quo usi sunt ejus sectatores, petebatur ex sequenti experimento. Nempe quod idem grave corpus decident ex quiete, atque offendens ad obstaculum horizontale argilla vel molli creta confratum, fossas ibi excavaret, quæ accuratissime essent in ratione altitudinum, unde grave corpus decidisset: usque adeo, ut si ipsum decidisset semel ex altitudine quatuor pedum, iterum ex altitudine pedum sexdecim, fossa posterior quadruplo major esset fossa priori. At quoniam ex his argumentis non statim liquet, quare vis ejusdem corporis nunc velocius, nunc segnius concitati æstimanda sit ex quadrato velocitatis, paucis id est explicandum. Sed prius scire oportet, velocitatem corporis gravis è quiete cadentis augeri in ratione temporis, & præterea augeri in subduplicata ratione spatii percurri; id quod à *Galileo* nostrate primum inventum est; à nobis vero suo loco demonstrabitur. Itaque corpori gravi è quiete decidenti ea accedent velocitatis incrementa, ut in tempore duplo, duplam sibi comparet velocitatem, in triplo triplam, atque ita desinens. Præterea quum velocitates, atque tempora sint in ratione subduplicata spatiorum descriptorum, inde fit ut spatium descriptum in tempore duplo sit quadruplum, in triplo sit nonuplum, post quorum spatiorum descriptionem velocitas etiam dupla, aut tripla sit.

215. Quibus ita præmissis, facile intelligetur, quomodo *Leibnitius* ex eo, quod corpora è quiete deciden-

tia

tiā comparent sibi vires, quibus viribus ea sursum projecta ad eandem præcise altitudinem possunt adscendere, deduxerit vires ipsas æstimandas esse ex massa, & quadrato velocitatis. Finge enim corpus aliquod descendere prius ex altitudine a , tum vero ex alia altitudine n^2a , quæ ad priorem altitudinem sit ut n^2 ad 1. Velocitas acquisita à corpore in priori descensu erit ad velocitatem sibi comparatam in posteriori descensu ut 1 ad n : etenim velocitates acquisitæ sunt in subduplicata ratione altitudinum. Itaque si vires sint inter se ut 1 ad n^2 , procul dubio eæ æstimandæ forent ex quadrato velocitatum. Et quoniam istis viribus corpus sursum projectum ad easdem præcise altitudines adscendit, vires erunt, ut ipsæ altitudines, sive spatia percurfa: etenim axioma est *metaphysicum* ut *causæ effectibus sint adæquate proportionales*; hic autem virium effectus sunt spatia percurfa: unde quum spatia sint inter se ut 1 ad n^2 , erunt etiam vires ut 1 ad n^2 , adeoque in duplicata ratione velocitatum. Non dissimiliter, quando corpus decidit è quiete nunc ex una, nunc vero ex alia altitudine, effectus virium sunt fossæ excavatæ in obstaculo argilla, vel molli creta constrato; itaque vires erunt in ratione fossarum. Atqui constat experientia fossas esse accuratissime in ratione altitudinum, unde corpus decidit: altitudines autem sunt, ut quadrata velocitatum acquisitarum: quare vires ejusdem corporis nunc ex una, nunc ex alia altitudine prolapsi æstimandæ sunt ex duplicata ratione velocitatum.

216. Quamquam speciosa ista argumenta videantur, facile tamen erit eorum vim convellere. Respondetur enim *causas effectibus esse adæquate proportionales* tunc tantum, quando tempora, quibus temporibus causæ egerint, sunt æqualia: nam si tempora inæqualia sint, eo casu *effectus rationem habebunt compositam ex causis, & temporibus*, adeoque causæ erunt ut effectus directe, & tempora inverse. Itaque in argumento *Leibniziano*, in quo tempora, quibus temporibus corpus redit ad easdem altitudines sunt inæqualia, vires erunt ut altitudines directe, sive ut quadrata velocitatum directe,
 & tem;

& tempora inverſe. Atqui tempora ſunt ut ipſæ veloci-
tates: ergo vires erunt ut quadrata velocitatum directæ,
& ipſæ velocitates inverſe. Quapropter, quia componen-
do quadrata velocitatum directæ, cum ipliſ velocitatibus
inverſe prodiſ ratio velocitatum ſimplex, maniſeſtum
eſt vires adquiſitas à corpore decidendo ex altitudini-
bus diverſis eſſe in ratione ſimplici velocitatum. Atque
ita etiam, quia tempora, quibus temporibus forſa exca-
vantur à corpore delapſo nunc ex una, nunc ex alia al-
titudine ſunt inæqualia; erunt vires ut forſa directæ, ſi-
ve etiam ut quadrata velocitatum directæ, & tempora
inverſe: atqui tempora hic ſunt in ratione velocitatum
(nam quo major eſt velocitas, eo majus tempus poſtu-
latur, ad hoc ut ea extingatur): ergo vires erunt ut qua-
drata velocitatum directæ, & ut ipſæ velocitates inverſe;
adeoque vires erunt in ratione ſimplici velocitatum.

217. Pari felicitate ſolvuntur reliqua argumenta,
quæ hic adferri ſolent, quæ argumenta ego non profero:
Elementa enim tantum *Philosophiæ Naturalis* conſcri-
bere propoſui; adeoque brevitati conſulendum eſt.
Quoniam autem viſ corporis vel *viva* eſt, vel *mortua*,
quælitum eſt quam rationem habeat viſ mortua ad vim
vivam? Ad hanc quæſtionem probatiſſimi quique au-
thores reſpondent, vim vivam infinitam eſſe præ vi
mortua, & leſtu digna ſunt, quæ hac de re habent *Ga-
lilæus, Torricellius & Borellus*, qui omnes dedita ope-
ra probare conati ſunt quum experimentis, tum ratio-
nibus *vim percuffionis* infinitam eſſe, ſi cum *ſimplici
pondere, vel gravitate corporum* eam conferre velimus:
id quod conſtabit etiam hoc unico argumento. Scilicet
quum viſ corporis non modo minuatur ex diminuta ve-
locitate, verum etiam minuatur in ratione ipſius velo-
citatſ: ſi quidem ſupponamus velocitatem diminutam
eſſe in infinitum, hoc eſt ſi ſupponamus corpus quie-
ſcere, etiam viſ diminuta erit in infinitum: quæ quum
in vim mortuam tunc abeat, adparet vim mortuam in-
ſinities minorem eſſe vi viva. De hac autem re quum
nulla ſit controverſia inter viros doctos, nihil addo.
Id tantum admonebo Philoſophos adcuratius loquutu-
ros.

ros fuisse si vim percussione, & gravitationem corporum quantitates *heterogeneas*, adeoque comparationis incapaces pronuntiassent; quemadmodum *Cartesius* de hisce virium speciebus loquutus est, qui ait, quod vis ea, quæ ponderi ad aliquam altitudinem attollendo sufficit *duas semper dimensiones habeat*: illa vero, quæ sustinendo ponderi in quolibet hujus altitudinis puncto sufficit *numquam plures dimensiones habeat, quam unam*; ita ut hæ vires perinde differant inter se, ac superficies à linea, proptereaque rationis incapaces sint. Hoc idem de vi percussione, & de gravitate corporum dicendum est; illa enim est vis viva, hæc vero est vis mortua; illa est quantitas, ut ita dicam, unius dimensionis, hæc vero est quantitas duarum dimensionum.

CAPUT QUARTUM.

De Naturæ Legibus Newtonianis; ubi de vi centrifuga, deque virium, motuumque quum compositione, tum resolutione.

218. **N**aturæ legem vocant Philosophi, regulam universalissimam, quæ in omnibus rerum naturalium vicissitudinibus, atque commutationibus locum habet. Et quoniam omnis naturæ vicissitudo proficiscitur à motu, inde fit ut naturæ legum exercitium præcipue in motionibus corporum se manifestet. De his naturæ legibus quum multa Philosophi disputassent, tandem *Newtonus* omnia, quæ antea de isto argumento dicta fuerant, ad tria præcipua capita revocavit; quæ quidem *Leges Naturæ Newtonianæ* hodie passim à Philosophis vocantur.

219. *Prima lex est. Corpus omne perseverat in statu suo quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus à viribus impressis cogitur statum illum mutare.* De hac lege quamquam plura superius variis in locis

locis attigerimus, multa tamen adhuc supersunt dicenda. Primo autem memoria repetendum est, materiam à natura inesse vim quamdam, quam *inertiam* vocavimus, ob quam vim fit ut singula corpora contentur conservare sibi eum statum, quo in statu actu sunt constituta. Id quod variis exemplis suo loco illustrare curavimus: nunc ea adducenda sunt, quæ proprie spectant ad præiens argumentum. Corpus quiescens numquam desinet quiescere ex se ipso, sed ad hoc ut constituatur in motu, necesse est externam vim intervenire. Contra corpus, quod movetur numquam desinet moveri, si omnium circumfissentium corporum resistantiam amotam supponamus. Neque hic audiendi sunt *Peripatetici*, qui docent *corpora mota suapte natura quietem adscendere*, sive etiam *ex motu ad quietem tendere*, ea præcipue induci ratione, quod videant lapidum projectorum motum sensim languescere, ac tandem omnino deperire. Si enim lapides projecti aliquando desistunt à motu, id quidem duplici causæ imputandum est. I, quia à gravitate ipsa deorsum propulsi tandem in Terram impingunt. II, quia aer eorum motui obstitit: nam si in vacuo lapis projectus esset, & præterea si is omni gravitate destitueretur, procul dubio ejus motus nunquam languesceret, sed foret in æternum duraturus.

220. Seposita autem tum gravitatis, quum resistantiæ consideratione projecta non modo moveri debent in æternum, sed recta, & æquabiliter moveantur oportet. Initio enim procul dubio moventur per lineam rectam: quod si initio cursus rectilineus est, ob vim inertiam, quæ facit, ut corpora conservent sibi semper eum statum, in quo constituta sunt, projecta perpetuo persisterent in eo cursu, neque unquam de semita rectilinea exorbitarent. Quod autem æquabiliter moveri debeant, id fit ex eadem vi inertiam: nam sit motus acceleretur, vel retardetur, opus est novam vim advenire, quæ motui illi vel profit, vel officiat: quam tamen nos remotam supponimus. Quo circa quærentibus *quietem ne magis corpora naturaliter adpetant, an motum*, respondemus ad utrumque esse prorsus indifferentiam; id

tan-

tantum ea contendere, ut si semel quiescunt, in æternum quiescant: sin vero semel posita sunt in motu, ut moveantur perpetuo. Potius dicendum est corpora, quæ moventur naturaliter adfectare, ut moveantur per lineam rectam, & æquabiliter; *motus enim curvilineus, & inæquabilis haud est naturalis, sed violentus.*

221. Et quidem motum inæquabilem esse violentum adeo manifestum est, ut probatione non egeat: si enim motus languescit, id fit ab occurso corporum obstentium; sin vero augetur, id oritur ab impulsu aliquo novo, qui aliquid motui pristino adjungit. Quod vero etiam motus curvilineus sit violentus, id utique intelligemus, si ad linearum curvarum constitutionem sedulo animum referamus. Consideremus itaque circuli circumferentiam (nam quod de ea dicimus, idem nullo negotio ad reliquas omnes curvas aptari potest), atque in ea intelligamus primo descriptum triangulum regulare, tum quadratum, postea pentagonum, deinde exagonum, tum vero decagonum, denique chiliogonum, omnia tamen regularia. Manifestum est omnium jam descriptarum figurarum triangulum maxime deflectere à circuli ambitu; nam aliquanto plus ad eum accedit quadratum, aliquanto magis pentagonum, adhuc aliquanto magis exagonum, adhuc multo magis decagonum, atque multo quidem magis chiliogonum. Quod si figuram regularem in circulo inscriptam intelligamus ex infinitis lateribus constantem, quorum tamen singula sint quamminima, jam declinatio ejus à circumferentia circuli erit nulla; adeoque circuli, aliarumque curvarum perimetri haberi possunt tamquam figuræ rectilineæ laterum infinitorum, quorum laterum singula sint infinite parva.

222. Finge nunc corpus in circuli circumferentia moveri: & jam ipsum revera movebitur in figura rectilinea infinitorum laterum, quorum singula sunt infinite parva. Itaque si prima temporis particula corpus describit unum ex istis lateribus, deinceps, omni vi externa seposita, moveri æquabiliter debet, ob vim inertię, in eodem illo latere ulterius producto, quod
latus

latus circulum contingit. Quocirca si cernimus corpus aliquod revolvī in circuli circumferentia, dicendum est adesse vim aliquam perpetuo agentem in corpus, quæ ipsum retrahit de cursu rectilineo, atque gradatim in reliqua polygoni latera flectit. Intelligere id licet exemplo lapidis funda circumacti, qui quidem idcirco describit circuli circumferentiam, quia à funda cohibetur, ac de cursu rectilineo perpetuo retrahitur: nam, funda remissa, lapis nequaquam pergit moveri in circumferentia circuli, sed recta abīt versus cœlum secundum lineam, quæ tangit circumferentiam illam in loco, in quo lapis è funda excussus est. Idem erit si corpus moveatur in alia quavis linea curva (qui motus unde originem trahat, id quidem suo loco discutietur): etenim cessante vi illa externa, unde motus curvilineus proficiscebatur, ipsum movebitur secundum lineam rectam, quæ contingit orbem curvilineum in loco, in quo vis externa agendi finem fecit: id quod supra etiam adnotatum à nobis est.

223. Unde modo *conatus* corporum *centrifugi*, sive *vis recedendi à centro* causa intelligitur. In corporibus, quæ moventur in lineis curvis adesse vim recedendi à centro motus experientia apertissime demonstrat. Nam si super mola piſtinenſi circulariter mota constituantur corpuscula aliqua, ea postquam in gyrum agi cœperunt, defiliunt, atque à centro molæ per lineas tangentes recedunt. Idem accidet si super eadem mola aqua guttatim decidat; observare enim licebit aquæ particulas versus eam partem, versus quam rota movetur per lineas rectas tangentes diffundi, atque à centro motus recedere. Oritur vis ista centrifuga, uti demonstratum est, partim ex eo quod viæ curvilinæ componuntur ex infinitis lineolis rectis longitudinis quamminimæ; partim etiam, quia corpora, ob vim inertię, pergunt semper ea via moveri, qua via cœperunt incedere. Ex iis autem, quæ dicta sunt, adparet conatum istum centrifugum exerceri secundum lineas rectas, contingentes orbis curvilineos, in quibus orbibus corpora moventur: unde quantitas ipsius pendet ex deflexu tangentis ab

I

orbe.

orbe. Itaque ubi tangens magis recedit ab orbe, ibi, si cætera paria sunt, major erit conatus centrifugus. Et quoniam tangens minus defleſcit à circumſerentia circuli majoris, magis vero à circumſerentia circuli minoris, inde ſit ut, cæteris paribus, major ſit vis recedendi à centro in circulo minori, quam in circulo majori. Quod ſi corpus moveatur in circulo infinito, ſive etiam in linea recta, in quam utique migrat circulus infinitus, tunc quia deflexus tangentis ab ejus circumſerentia eſt nullus, nullus pariter erit conatus centrifugus, ſive vis recedendi à centro.

224. *Secunda lex eſt. Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſæ, & ſit ſemper ſecundum rectam lineam, ſecundum quam vis illa imprimitur.* In hac ſecunda lege de vi motrice diſputatur, deque effectibus ipſius. Primo autem, quoniam à vi motrice generatur motus in corporibus, illud certum eſt, motum in corpore genitum proportionalem eſſe ipſi vi motrici, uſque adeo, ut ſi vis aliqua certum motum generet in corpore, dupla vis duplum, tripla vis triplum generabit: & generaliter vis una, quæ ſit ad aliam vim ut numerus m ad 1 generabit motum, quæ erit ad motum genitum ab alia vi ut idem numerus m ad 1. Sed ut id verum ſit, poſtulat æqualitas temporum: nam ſi tempora ſint inæqualia, tunc motus geniti erunt ut vires generantes directe, & tempora etiam directe, adeoque vires ſolæ erunt ut motus geniti directe, & tempora inverſe.

225. Advertendum autem eſt, hic per motum intelligi velocitatem duſtam in maſſam, quemadmodum ſuperiori Capite demonſtratum eſt. Itaque eadem vis in corpore majori minorem velocitatem producet, in minori vero corpore majorem velocitatem excitabit, eritque velocitatum ratio eadem cum ratione inverſa maſſarum. Etenim quum eadem vis producere debeat eandem motus quantitatem in duobus corporibus, necesse preſeſto erit ut velocitas unius ſit ad velocitatem alterius, ut hujus quantitas materiæ ad illius materiæ quantitatem. Quamquam ergo veriſſime dictum ſit à Galilæo corpus quantumvis magnum à parva quavis vi
in

in vacuo moveri posse, nihilominus velocitas in corpore pręgnandi excitata erit adeo tenuis, ut vix sensibilis sit, neque ejus motus adpareat, nisi longo post tempore. Cęterum quemadmodum vis motrix generat motum in corpore, ita directio vis motricis directionem motus constituit; nam directio motus eadem prorsus est cum directione vis motricis. Quapropter si corpus urgeatur à vi motrice sursum deorsum, ipsum movebitur sursum deorsum; si urgeatur ad latus, movebitur ad latus. Denique secundum quam partem ipsum impulsus sit, secundum eam partem movebitur.

226. Hactenus supposui corpus, in quod egit vis motrix, fuisse in quiete: videamus nunc quid eventurum sit, si corpus, quod actu movetur, medio in cursu à nova vi urgeatur. Hic tres casus sedulo sunt distinguendi. *Primus* casus est, si directio vis motricis conspirat cum directione motus corporis. *Secundus* casus est, si directio vis motricis adversatur directioni motus corporis. *Tertius* denique casus est, si directio vis motricis neque conspirat, neque adversatur directioni motus corporis, sed datum cum illa angulum constituit. *In priori casu* nulla directioni motus accidit mutatio; pergit enim corpus accuratissime moveri secundum illam plagam, versus quam antea tendebat, sic tamen, ut motus augeatur; eritque incrementum motus ad motum priorem ut nova vis ad vim illam unde prior motus genitus fuerat. In casu *secundo* motus ita mutatur, ut aliquando mutetur etiam directio. Si enim vis nova minor sit vi illa, unde prior motus profectus fuerat, motus quidem minuetur, sed nulla directioni mutatio accidet, eritque motus reliquus ad motum priorem, ut differentia virium ad vim priorem. Quod si vis nova priorem vim adæquet, eò casu corpus quiescet. Tandem si nova vis superet vim priorem, eò casu non modo mutabitur motus, verum mutabitur etiam ejus directio; produetur enim motus versus plagam contrariam, eritque novus motus procreatus ad motum priorem etiam ut virium differentia ad vim priorem.

227. Superest *tertius* casus, in quo positum est di-

1 2

rectio.

rectionem vis motricis neque conspirare, neque adversari directioni motus corporis, sed datum cum ea angulum constituere; hoc casu corporis quidem motus ut plurimum, ejus autem directio semper mutabitur. Sit enim corpus A, quod dum movetur in recta AB (Fig. 17.) æquabiliter, excipiat à vi aliqua motrice impulsus secundum rectam AC, quæ contineat cum priori AB angulum CAB; sitque vis ista ad vim, unde prior motus profectus fuerat, ut AC ad AB. Compleatur parallelogrammum ACBD, jungaturque diagonalis AD: dico corpus A, postquam exceperit impulsus in loco A, secundum rectam AC, motum iri secundum diagonalem AD; foreque motum novum secundum directionem AD ad motum priorem secundum directionem AB ut ipsa diagonalis AD ad latus AB: id quod per ea, quæ supra demonstrata sunt, sic ostenditur.

228. Quoniam vires, quibus corpus urgetur, sunt ut latera parallelogrammi AB, AC; suntque motus eodem tempore geniti ut vires generantes; erunt motus geniti in corpore A à duabus viribus, ut se habent latera AB, AC, quæ etiam directiones eorumdem motuum designabunt. Atqui motus geniti in eodem corpore sequuntur rationem velocitatum; massa enim est communis: itaque velocitas prioris motus erit ad velocitatem posterioris motus etiam ut AB ad AC. Et quoniam in motu æquabili, quum tempora sunt æqualia, spatia percursa sunt ut velocitates; erunt spatia percursa à mobili A, causa ambarum virium, ut latera AB, AC: adeoque quo tempore mobile A ætüm vi priore pertransit æquabiliter spatium AB, eodem tempore idem mobile ætüm vi posteriore pertransibit spatium AC etiam æquabiliter. Si ergo ad vim priorem respiciamus, mobile A in fine certi temporis reperietur in B, hoc est in aliquo lateris BD loco; quod si vero attendamus ad vim posteriorem, idem mobile in fine ejusdem temporis reperietur in C, hoc est in aliquo loco lateris CD. Atqui impossibile est, ut reperiat simul in duobus locis diversis; itaque opus est, ut reperiat in loco, qui communis sit utrique lateri, qui locus non alius esse potest, quam

quam punctum D; ea enim ratione corpus & utrique vi obtemperabit, & ambobus motibus satisfaciet.

229. Itaque si corpus A urgeatur duabus viribus, quarum directiones, & quantitates designantur per latera AB, AC, non dubium est, quin completo parallelogrammo ABCD mobile in fine ejusdem temporis, quo vel ætū priorē vi reperitur in B, vel ætū vi posteriore reperitur in C, perventurum sit ad angulum oppositum D. Sed quoniam ab A ad D infinitæ sunt viæ, una quidem recta, quæ est diameter parallelogrammi, cæteræ vero curvæ, videndum est per quam viam mobile ab A progrediatur ad D. Sumatur in latere AB quodvis punctum F, deinde fiat ut AB ad AF ita AC ad quartum proportionalem AG, & compleatur parallelogrammum AFEG. Et quoniam corpus A movetur per AB æquabiliter, erit spatium AB ad spatium AF ut tempus per AB ad tempus per AF; in motu enim æquabili spatia percurfa ab eodem mobili sequuntur rationem temporum: & similiter spatium AC ad spatium AG erit, ut tempus per AC ad tempus per AG. Atqui ex constructione est AB ad AF ut AC ad AG, ergo erit etiam tempus per AB ad tempus per AF, ita tempus per AC ad tempus per AG; sunt autem tempora per AB & AC æqualia inter se, ergo tempora etiam per AF, & AG æqualia erunt; ex quo sequitur mobile A in fine temporis, quo vel ætū priorē vi reperitur in F, vel ætū vi posteriore reperitur in G, perventurum esse ad angulum oppositum E parallelogrammi AGFE. Atqui angulus E est in diagonali AD; nam parallelogramma similia AGEF, ACBD quum habeant communem angulum in A, constituta sunt circa eandem diametrum AED; itaque corpus versabitur in fine supradicti temporis in aliquo loco diagonalis AD; quumque eadem sit demonstratio de quovis alio tempore, sequitur viam descriptam à corpore A, occasione duarum virium, quarum directiones & quantitates designantur per latera AB, AC, fore ipsam diagonalem AD.

230. Jam quum tempora per spatia AB, AC, AD ostensa sint æqualia, velocitates mobilis A quum vel

I 3

urgetur

urgetur priore vi tantum, vel quum urgetur tantum vi posteriore, vel denique quum urgetur ab utraq; vi simul erunt ut ipsa spatia percurſa AB, AC, AD : nam in motu corporum æquabili, si tempora ſumuntur æqualia, ſpatia deſcripta ſunt ut velocitates. Quapropter motus ipſi proportionales erunt ſpatiiſ eodem tempore deſcriptis; nam maſſa eſt communis: adeoque vires ipſæ, quæ motibus ſunt proportionales, erunt pariter ut ſpatia eodem tempore deſcripta. Ex quibus liquet diagonalem AD deſignare *primo* velocitatem compoſitam mobilis A ortam ex velocitatibus lateralibus AB, AC . *Secundo* deſignare motum compoſitum mobilis A ortum ex motibus lateralibus AB, AC . *Tertio* deſignare vim compoſitam ortam ex duabus viribus AB, AC , quæ egerunt in mobile A . Et denique deſignare directionem motus corporis A ortam ex directionibus AB, AC . Ex quo viciffim fit, ſi corpus A moveatur æquabiliter ab A ad D , atque circa rectam AD tamquam diagonalem deſcriptum ſit quodvis parallelogrammum $ACBD$, *primo* velocitatem AD reſolvi poſſe in velocitates laterales AB, AC . *Secundo* motum AD reſolvi poſſe in binos motus AB, AC . *Tertio* vim AD reſolvi poſſe in binas vires AB, AC . *Denique* directionem AD reſolvi poſſe in binas directiones AB, AC . Quæ omnia vera pariter erunt, ſi ſuper recta AD deſcribatur quodvis triangulum ABD : etenim quum latera oppoſita AC, BD æqualia ſint inter ſe, velocitas, motus, vis, & directio ſimplex, quæ omnia deſignantur per rectam AD , æquivalentur velocitatibus, motibus, viribus, & directionibus, quæ deſignantur per latera trianguli AB, BD .

231. Unde modo adparet veritas ejus, quod ſupra adnotatum eſt, nempe motum corporis à vi neque conſpirante, neque contraria vexatum ut plurimum mutari non ſemper, directionem vero ſemper mutari. Nam quum diagonalis AD ſemper deſſectat à lateribus parallelogrammi AB, AC , liquet directionem neceſſario mutari: at vero quum contingere poſſit ut diagonalis AD ſit æqualis lateri AB , ſiquidem id accidat, eveniet ut quantitas motus corporis A , quæ, ante quam viſ ſe-

cunda

cunda adveniret, designabatur per rectam AB, maneat eadem, atque immutata post illius vis interventum. Neque vero difficile erit, datis directione & motu corporis A, invenire directionem, & quantitatem vis, quæ agere debet in idem corpus A, ad hoc ut motus datus integer maneat. Repræsentet enim AB (Fig. 18.) quantitatem, & directionem motus corporis A: centro A radio AB describatur circuli circumferentia BCD: deinde ducatur utcumque chorda BC, compleaturque parallelogrammum AEBC; quibus constructis repræsentabit AE directionem & quantitatem vis requisitæ. Nam juncta diagonali AC, liquet corpus A ætū motibus lateralibus AB AE describere debere eodem tempore diagonalem AC, quæ quidem æqualis est lateri AB: adeoque motus compoliticus AC æqualis est motui dato AB,

272. Caterum *Physici* ad ostendendum, quod corpus ætū duabus viribus, quarum directiones & quantitates designantur per latera AB, AC (Fig. 19.) parallelogrammi ABCD, describere debeat diagonalem AD, solent vulgo ad motus communis commentum confugere. Supponunt enim corpus A moveri super regula AB æquabiliter ea velocitate, qua potis sit describere ipsam AB in tempore quovis *m*: deinde supponunt ipsam regulam AB deferri æquabiliter motu sibi parallelo ab A ad C ea velocitate, qua potis sit describere spatium AC in eodem tempore *m*, ostenduntque mobile A revera motum iri per diagonalem AED. Finge enim regulam AB in fine temporis alicujus devenisse in situm *ab*, mobile vero devenisse ad locum regulæ E. Et quoniam tum motus regulæ, quum motus corporis super regula est æquabilis, erit *primo* ut AC ad Aa, ita tempus per AC ad tempus per Aa; & *secundo* ut *ab* ad aE, ita tempus per *ab* ad tempus per aE: atqui tempus per AC est ad tempus per Aa, ut tempus per *ab* ad tempus per aE: nam quum tempora per AC, *ab*, tum tempora per Aa, aE æqualia sunt; itaque ob æqualitatem rationum erit AC ad Aa, ita *ab* ad aE; sive etiam AC ad Aa ita CD ad aE: ex quo facile est colligere locum E corporis reperiri in diagonali AD: quumque eadem de-

I 4

mon-

monstratio obtineat in quovis alio loco, sequitur revera corpus moveri per diagonalem AED.

233. Quamquam autem motus, & vis composita designentur semper per diagonalem parallelogrammi, cujus latera designant motus, & vires componentes, tamen quantitas motus, & vis compositæ pendet non modo ex quantitate motuum, & virium componentium, verum etiam ex quantitate anguli, quem virium, motuumque directiones constituunt inter se. Etenim iisdem manentibus lateribus AB, AC diagonalis AD eo major est, quo minor est angulus CAB, eo vero est minor, quo major est idem angulus CAB. Itaque quum angulus CAB est quamminimus, tum motus, & vis composita est omnium maxima; vires enim tunc conspirant, adeoque primus casus obtinet; quum vero angulus CAB est omnium maximus, sive etiam quando recta AC jacet in directum cum AB, tunc motus, & vis composita est omnium minima; vires enim tunc sibi mutuo adversantur, adeoque in secundum casum disceditur. Sed quoniam quando angulus CAB est alicujus magnitudinis, semper latera AB, AC excedunt diagonalem AD, sive etiam semper motus, & vires componentes superant motum, atque vim compositam, videndum hic est, quid de motu, & vi reliqua fiat, destruantur ne illa, an potius maneant adhuc in natura, ut quidam *Philosophi* arbitrantur. Mihi videntur ea penitus deperire; id quod unde accadat paucis ostendendum est.

234. Sed ante omnia velim, ut lectores sedulo considerent, tertium istum casum, in quo ponitur corpus urgeri duabus viribus ad se se mutuo inclinatis, ita à duobus jam expositis esse diversum, ut tamen nonnihil conveniat cum illis. Etenim vires agentes in corpus A secundum directiones AB, AC ejusmodi sunt ut partim conspirent, partim vero sibi mutuo adversentur: itaque, qua parte adversantur sibi, ea pars peribit; nam vires motusque contrarii se mutuo elidunt: qua vero parte conspirant, ejus partis tantum ratio erit habenda. Jam demissis super diagonali AD (*Fig. 20.*) perpendicularibus BF, CE, quemadmodum vis AB dissolvitur in vires binas

AF,

AF, FB, & vis AC dissolvitur in vires binas AE, EC; ita ambæ vires componentes AB, AC dissolvuntur in vires quatuor AF, FB, AE, EC, quarum virium duæ AF, AE conspirantes sunt, reliquæ duæ FB, EC sibi mutuo adversantur: nam priores tendunt ad eandem plagam, posteriores vero diriguntur ad plagas omnino contrarias. Itaque quum vires FB, EC non modo sint contrariæ, verum etiam sint æquales, se mutuo extinguunt, adeoque nulla earum ratio habenda erit: at vires duæ conspirantes AE, AF quum adæquent vim AD; sunt enim AE, DF æquales inter se: sequitur vires præcipuas AB, AC componere non posse vim majorem vi AD: id quod de motibus etiam, & velocitatibus compositis pari jure adfirmandum est.

235. Ab hac doctrina longe abeunt *Cartesiani*, qui Magistro suo adficientes, volunt motum in natura vere, & realiter numquam perire, quamquam iis, qui sensibilibus rerum specie, atque imagine ducuntur contrarium adpareat. *Cartesius* enim docuit, Deum initio rerum certam motus quantitatem corporibus Mundanis indidisse, eamque integram conservari, ita tamen ut ab unis ad alia transeat absque ullo summæ detrimento: in quo quidem quam turpiter lapsus sit, ex his, quæ diximus adparet, clariulque adhuc inferius constabit. Audiamus *Newtonum* ita hac de re præclare differentem. Nam ex variis binorum motuum compositionibus manifestum est non semper eandem esse in Mundo quantitatem motus. Etenim si duo globi virgula tenui conjuncti motu uniformi circa commune suum gravitatis centrum revolvant, interea ac centrum illud motu uniformi fertur in linea recta ducta in plano motus ipsorum circularis; utique summa motuum binorum illorum globorum, quoties illi erunt in linea recta à communi suo gravitatis centro descripta major erit, quam summa motuum ipsorum, quum erant illi in linea, quæ sit ad lineam illam rectam perpendicularis. Quo quidem exemplo adparet motum & nasci posse, & perire.

236. Tertia lex, ita se habet. *Actioni semper contraria, & æqualis est reactio: seu corporum duorum actiones*

in se mutuo æquales sunt, & in partes contrarias diriguntur; Hoc est per actionem, & reactionem æquales motus mutationes in corporibus in se invicem agentibus producantur, quæ mutationes versùs contrarias partes imprimuntur. Sunt nonnulli, qui falsitatem hujus legis inde ostendi posse arbitrantur, quod, ea recepta, nullus unquam fieret motus in natura. Moveatur enim corpus A versùs corpus quiescens B: & jam si reactio corporis B in A tanta est, quanta est actio ipsius A in B, nullus sequetur erit motus in B; atqui videmus ipsum moveri: ergo falsum est actioni reactionem æqualem esse & contrariam. Sed in hujusmodi ratiocinatione nihil est, quod improbari non debeat. Ist hæc enim naturæ lex non vult resistantiam vi motrici æqualem esse, & contrariam, sed reactionem actioni: quæ duo immane quantum distant inter se; id quod, nominibus expositis, perspicuum fiet. Per vim, ut supra demonstratum est, intelligimus quid quid potentia habet corpus agendi in aliud: per actionem vero eam hujus potentia partem, qua parte corpus unum agit in aliud. Ex quo sequitur actionem ad summum posse vim adæquare, scilicet si corpus totam suam potentiam impendat ad agendum contra aliud corpus, numquam tamen posse vim superare; usque adeo ut possit in corpore adesse vis, quamquam nulla sit actio. Veluti si quis in vacuo brachium susque deque jactet, aderit quidem in brachio jactato vis, sive potentia agendi, quamvis nulla actu detur actio: nulla enim supponuntur esse corpora, contra quæ brachium, impingendo, agere possit. Quod si fingamus hominem brachio suo aerem verberare, tunc brachium non modo habebit facultatem agendi, verum actu aget contra aerem, eaque pars vis, qua parte aer pullatur à brachio, actio adpellatur. Similiter resistantia corporis est Omnis id facultatis, quod ipsum habet ad reagentem, sive ad frangendum impetum corporis alterius: reactio vero est ea pars hujusmodi facultatis, qua parte actu corpus unum frangit impetum corporis alterius: ex quo inferatur etiam reactionem ad summum resistantiam adæquare posse, scilicet si corpus resistens totam suam facultatem

tem impendat ad reagendum contra corpus impingens, *numquam tamen ea posse esse maiorem*; quemadmodum plus quam satis manifestum est.

237. Quibus ita demonstratis certissimum est, ubi nulla est resistentia, ibi nullam pariter esse actionem. Sed manifestum est etiam, comparata vi cum resistentia, tria contingere posse. *Primum* est, si vis resistentiam superet. *Secundum* si vis resistentiam adæquet. *Tertium* si vis resistentia sit infirmior. *Primo* casu vis non nihil motus generabit; tantum autem motus generabit, quantum proportionaliter correspondet excessui vis motricis supra resistentiam. *Secundo* casu nullus motus generabitur: vis enim, & resistentia, quum æquales supponantur, se mutuo tollent. Denique *tertio* casu, in quo supponitur resistentiam vi præpollere, eo magis nullus sequetur motus ex parte vis. Quocirca si lex naturæ statuisset omnem resistentiam vi motrici æqualem esse, & contrariam, tunc procul dubio licuisset inferre, nullum in natura motum procreari posse. Nunc vero quum dicat reactionem actioni æqualem esse, & contrariam, falsa erit huiusmodi collectio. Pone enim vim resistentiæ præpollere: tunc aliqua pars vis impendetur ad tollendam resistentiam, eaque pars erit actio; quæ quidem ipsam resistentiam reagentem adæquabit; reliqua vero pars vis ad motum in resistente corpore procreandum tota inserviet.

238. Sed audiamus quæso *Jacobum Hermannum*, qui primus videtur hujus legis genuinum, verumque sensum apertissime exposuisse. *Circa notissimam naturæ legem, qua cuilibet actioni æqualis, & contraria dicitur esse reactio egregii nonnulli Viri hæere videntur, existimantes nunquam motum sequi debere actionem, si huic æqualis semper, & contraria sit reactio. Nam si, ut in exemplo à celeberrimo Newtono inter alia adducto equus lapidem funi adligatum trahens aqua vi retrahitur in lapidem, quomodo, inquiunt, progredi equus, lapidemque movere potest, si vis agens ab æquali, & contraria resistentia absorbetur tota, atque retunditur? Sed hac obiectio ab æquivocatione circa nomina vis, & actio-*

actionis nata esse videtur, quæ tamen duo accurate debent distingui. Vis corporum non est actio ipsa: nam actio est applicatio vis cujusdam subiecto habili, seu cui applicari potest; illi vero soli corpori applicari censetur, quod resistit, quod renititur, quod reagit. In rebus materialibus nulla est actio proprie sic dicta, ubi nulla est reactio: equus enim qui corpus nihil resistens post se trahit nihil trahere, vel non trahere, id est nil aliud agere, quam simpliciter incedere, censetur. In omni ergo actione corporea est collisio inter vim agentem, & renixum corporis patientis: applicatio vis agentis in corpore actionem subscipiente, hoc est actio ipsa æqualis est, & contraria renixui patientis, qui est ejus reactio; quia hic renixus, vel hac vis inertia corporis patientis debet tolli ad hoc, ut corpus moveri possit ab agente. Non tamen ideo sequitur vim totalem corporis agentis totam impendi superanda reactioni patientis, sed ejus partem tantum: & hac pars vis totalis corporis, quæ tollenda resistantiæ corporis patientis insumitur, ea est vis, à qua actio proprie manat; residuum enim ejusdem vis totalis, quum nullam habeat resistantiam, vel renixum absorbendum, in actionem minime influit. Idcirco quum actio quacunque æqualis, & contraria dicitur reactioni corporis patientis, hoc aliud non significat, quam istud: in omni actione corporea tantum virium corpori agenti decedere, quantum corpus actionem subscipiens lucratum est: id quod nos exemplis illustrare curabimus.

239. Et primo supponamus corpus A impellere corpus quiescens B cum quadam vi sive motu, quem dicamus a : & jam si corpus A agendo in corpus B communicet ei motum c , corpus B vicissim reagendo contra corpus A dabit ei versus partem contrariam tantumdem motus; adeoque post occursum motus superstes in corpore A erit $a - c$, motus vero acquisitus à corpore B erit c ; summa autem motuum utriusque corporis erit $a - c + c = a$, quantus scilicet erat motus corporis A ante occursum. Secundo supponamus corpus A moveri cum quadam vi contra corpus B, quod nunc non quiescat, sed moveatur tardius versus eandem plagam, sic
ut

ut possit tandem à corpore insequente A percuti: sitque a motus corporis insequentis, & b motus corporis fugientis. Hic quoque, si corpus A agendo contra corpus B communicet ei motum c , corpus B vicissim reagendo in corpus A dabit ipsi versus partem contrariam tantundem motus; adeoque post occursum motus superstes in corpore A erit $a - c$, motus vero corporis B erit $b + c$; summa autem motuum utriusque corporis erit $a - c + b + c = a + b$, quantus scilicet erat motus eorumdem corporum ante occursum. Denique supponamus corpora A, & B sibi mutuo obviam ire viribus, sive motibus a , & b . Et jam si corpus A agendo communicet corpori B partem c sui motus, corpus B vicissim reagendo dabit corpori A versus partem contrariam tantundem motus: adeoque motus superstes in corpore A erit $a - c$, motus vero superstes in corpore B erit $b - c$; differentia autem motuum utriusque corporis erit $a - c - b + c = a - b$, quanta scilicet erat differentia motuum eorumdem corporum ante occursum ex quibus colligitur I, quod occursum nihil prorsus addat, nihilque detrahat de summa motuum corporum duorum, sive ea corpora utraque moveantur versus eandem plagam, sive alterum quidem moveatur, alterum quiescat: id quod ex primo, & secundo exemplo constat. II, quod occursum nihil prorsus addat, nihilque detrahat de differentia motuum corporum duorum versus partes oppositas motorum; id quod ex tertio exemplo apertissime consequitur.

CAPUT QUINTUM.

De Causis, & legibus motus reflexi, refractique. Obiter de percussione quantitate.

240. **V** Idimus Capite superiori corpus omne, quod movetur æquabiliter, & in perpetuum tenere moveri secundum rectam illam lineam, secundum

dum quam vis motrix egit in ipsum, sed vidimus etiam id locum habere tunc, quum gravitatis vim à corpore amotam supponimus, & præterea abstrahimus ab omni extrinseca vi, quæ motui corporis obesse possit, vel prodesse. Videndum nunc, quid corporibus in motu constitutis accidere debeat, si à quiescente corpore objecto medio in cursu impendantur. Et quoniam impedimentum proficisci potest vel à corpore duro, atque impermeabili, vel à corpore molli, & permeabili, utrumque, quantum nostri instituti ratio fert, contemplantes, expendemus quam ab utroque impedimenti genere mutationem motus debeat subire.

241. Atque ut ab impedimento, quod motibus adferunt corpora impermeabilia ordiamur, ponamus primo corpus A cum data quadam vi incurrere in aliquod hujus generis corpus B prægrande, itaque magnum, ut commoveri nequeat; quam quidem hypothelam nihil vetat quin admittamus in physicis. Quamquam enim verum sit omne corpus in vacuo à quacumque vi moveri posse, tamen quando corpus quiescens immensam habet molem, tunc quia motus distribui debet tantæ quantitati materiæ, ejus velocitas minima, atque insensibilis evadet, adeoque post percussione[m] corpus, quod quiescebat, physice perseverabit in quiete. Jam quoniam impedimentum corpori moto A objectum est insuperabile, profecto ipsum corpus A impendet totam vim suam ad agendum contra corpus immobile; ideoque quum actioni æqualis sit semper, & contraria reactio, corpus immobile, reagendo, omnem motum corporis A retundet, ac destruet. Ex quo fit ut post percussione[m] utrumque corpus & id, cui impedimentum objectum est, & id, à quo impedimentum originem habuit, quiescere debere.

242. Sed quoniam experientia quotidiana edocemur corpus A relire interdum, atque reflecti ab objecto impedimento: (nam globus eburneus illis parietis, retro refertur) videndum est, quænam sit causa hujus reflexionis, eo magis, quod Viri clarissimi non satis de ea videntur convenire, *Cartesiani* rem sic se habere arbitran-

bitrantur. Docent, uti supra etiam demonstratum est, eandem semper motus quantitatem in rerum universitate esse superstitem; itaque quum motus perire non possit, nihil ei adversari, atque obistere ajunt, sed oppositionem omnem volunt esse in directionibus. Si ergo corpus unum offendens ad aliud quiescens reflectitur, ajunt motum in corpore reflexo integrum permanere, sed ab impedimento tantum fieri mutationem directionis. Et similiter si corpus motum offendens ad aliud pariter in motu constitutum reflectitur, contendunt summam motuum utriusque corporis integram manere post occursum, at vero post percussionem fieri mutationem directionis quandoque in ambobus corporibus, quandoque vero in uno corpore tantum. Illud addunt reflexionem accidere in puncto temporis: si enim contingeret in tempore, corpora, quæ reflectuntur, tantisper quiescerent, adeoque per *legem Naturæ primam* in æternum quiescere deberent.

243. Sed facile est hanc *Cartesianorum* sententiam labefactare. *Primo* enim falsum est eandem semper motus quantitatem in rerum universitate esse superstitem. Nam quum momentum, sive quantitas motus sit vis illa, cum qua mobile tendit secundum suam directionem, si corpora duo sibi mutuo directe occurrunt, vires secundum plagas contrarias impressæ erunt contrariæ, adeoque, si æquales sunt, se se mutuo tollent, sin vero inæquales, motus, qui est minoris efficaciæ peribit, atque tantumdem etiam peribit de motu majoris efficaciæ ob æqualitatem actionis, reactionisque. *Tum* falsum etiam est reflexionem accidere propter oppositionem directionum; interdum enim fit reflexio, etiam si nulla sit directionum oppositio. Velut si corpus A impingat in corpus B longe majus, quod tardius movetur versus eandem plagam versus quam tendit corpus A: hic enim corpus A interdum reflectitur, etiam si ambo tendant versus eandem plagam, hoc est etiam si vis omnis in utroque corpore existens dirigatur ad partem unam; intelligi autem non potest vim tendentem ad partem unam generare posse motum versus partem opposi-

positam ; nam per *legem Naturæ secundam* motus omnis fit secundum lineam , secundum quam imprimitur vis . *Ad hæc* si motus motui non esset contrarius, multo facilius corpus motum in partem unam flecteretur , obiecta manu, in partem oppositam, quam silteretur, contra quam experientia edocemur: nam in priori casu manus obiecta nihil motus exciperet, sed tantum mutationem directionis causaret; at vero in casu posteriori motus omnis impenderetur contra manuum oppositam . *Denique* si nihil motui esset contrarium omnia corpora prævalido obstaculo illisa deberent reflecti, quod tamen experientiæ adversatur: nam plumbum, lutum, cera, & alia corpora elasticitatis fere expertia, si cadunt in pavementum, non reflectuntur : quum tamen pilæ conflatae ex lana, vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitri, & alia ejusmodi corpora magna elasticitatis vi donata demissa in idem pavementum fortiter inde resilire animadvertantur .

244. Falsa ergo est sententia *Cartesianorum*, quæ ponit reflexionem fieri per meram mutationem determinationis: quod quum Viri nasutissimi subodorassent, subtilius rem scrutati, compererunt veram reflexionis causam esse elasticitatem corporum congreredientium . Eac enim corpus elasticum offendere ad aliud corpus immobile: hujus obiectu illius superficies comprimitur introrsum, eaque compressio durabit eo usque, donec penitus extinguatur vis, quæ idem corpus promovebat . Sed, extincta ea vi, incipiet compressum corpus restitui, atque redire ad formam pristinam, ut supra demonstratum est ; id quod fieri non potest, nisi ipsum corpus percutiens retro feratur ; ex quo reflexio proficiscitur . Subsequi autem debet reflexio, sive elasticitas sit in corpore percutiente, sive sit in corpore percusso, sive in ambobus simul: in primo enim casu motus versus partem oppositam ortum ducit à restitutione corporis percutientis ; in casu secundo nascitur à restitutione corporis percussi : in tertio denique ab utriusque restitutione originem trahit.

245. Quoniam autem in quibusdam corporibus elastici-

Ricetas est perfecta, in aliis est minus perfecta, alia ratione reflectuntur corpora, quæ gaudent elasticitate perfecta, alia vero ea, quæ gaudent imperfecta elasticitate. Equidem si utrumque corpus, percutiens nempe, & percussum, vel alterum saltem sit perfecte elasticum, tunc corpus percutiens, qua vi objectum obstaculum ferit, eadem resiliet; adeoque revertetur retro cum integra sua velocitate: quum vis in dato corpore sit ut velocitas. Etenim compressio facta vel in utroque corpore, si ambo fuerint elastica, vel in altero ex ipsis proportionalis est vi corporis percutientis, sive etiam ejus velocitati. Atqui in corporibus perfecta elasticitate donatis vis restituens adæquat vim comprimentem; itaque vis restituens proportionalis pariter erit ipsimet velocitati, adeoque æqualem velocitatem versus partem contrariam procreabit. Quod si vero neutrum sit perfecte elasticum, tunc corpus percutiens minori velocitate retro feretur; decrementumque velocitatis æstimandum erit ab imperfectione vis, cum qua restituitur. Nempe si vis, à qua corpus comprimitur, sit ad vim cum qua restituitur, ut m ad 1, erit velocitas reflexionis ad velocitatem percussionis ut 1 ad m ; usque adeo ut si m sit numerus infinitus, hoc est si vis, quæ est in corpore restituendi se sit nulla, velocitas reflexionis erit pariter nulla, adeoque corpus post impactum quiescet. Sed advertendum sedulo hic est, velocitatem reflexionis non augeri ab elasticitate utriusque corporis, percutientis nempe, & percussi, ut temere quis credere possit: nam compressio facta in utroque corpore, quando ambo elastica sunt, tanta est, quanta est compressio facta in eo, quod majori elasticitate pollet, si ipsum solum foret elasticum: itaque utroque casu idem effectus subsequatur necesse est.

246. Quibus ita explicatis, expendenda motio est semita reflexionis, ejusque leges considerandæ sunt. Repræsentet (Fig. 21.) AB obicem aliquem durum, & prægrandem, qui neque penetrari, neque de loco suo deturbari possit, sive potius repræsentet AB superficiem obicis lævem, omnique prorsus scabricie destitutam, contra quam impellatur primo corpus X (quod sphaer-

K

cum

cum esse suppono) secundum directionem perpendicularem XI. Manifestum est, si tam corpus percutiens, quam percussum nihil elasticitatis habeant, post impactum utrumque mansurum immobile. Non enim moveri potest obex AB, quia ejus resistentia posita est insuperabilis: non potest corpus percutiens X longius progredi à loco I, quia obex est impenetrabilis; denique nequit corpus X retro referri, quia quum neutrum corpus elasticum sit, nulla fieri poterit reflexio, quam ab elasticitate oriri dictum est. Itaque post impactum manebit corpus X in loco I, pone obicem AB. At si supponamus aliquid elasticitatis inesse, vel in corpore percutiente, vel in percusso, vel in utroque simul, eo casu corpus percutiens reflectetur vel cum tota sua velocitate, si alterum ex duobus corporibus sit perfecte elasticum, vel cum tanta parte suæ velocitatis, quæ sit ad velocitatem percussoris, ut est vis restitutiva corporis elasticioris ad vim comprimentem. Reflectetur autem corpus secundum eandem rectam XI, secundum quam incidit in planum AB: nam vis elastica, unde reflexio proficiscitur, versus illam partem dirigitur.

247. Sic profecto se res habet in percussione directa. Impellatur nunc globus M contra planum AB secundum directionem obliquam MI. Ex puncto I educatur ad planum AB perpendicularis IX, ad quam ex cento corporis M demittatur perpendicularis MX. Et jam motus obliquus MI corporis M resolvi potest in duos motus MX, XI, quorum motuum alter est parallelus plano AB, alter vero est perpendicularis ad idem planum: itaque corpus M percutiet planum AB non cum toto motu MI, sed tantum cum parte XI; nam reliqua pars MX quum parallela sit plano AB, in ipsum agere nequit. Quocirca si neutrum corpus elasticum sit, in percussione consumetur tantum vis, sive motus, sive velocitas IX, at vero integra manebit vis reliqua MX, cui planum non obstitit; adeoque post impactum perget corpus moveri super plano AB cum vi, sive velocitate MX, quæ erit ad velocitatem incidentiæ ut est MX ad MI, sive etiam ut est sinus anguli MIX ad radium. Dire-

Directio autem motus habebitur si per rectas MI , IX agatur planum; ejus enim cum plano AB intersectio communis IB erit via, qua corpus M progredietur post impactum. Et quidem si vel in superficie obicis, vel in globo adsit nonnihil scabriei, globus incipiet circumagi; sin vero superficies sit laevissima, globus vero egregie rotundus, is gliscendo perget post impactum secundum obicis superficiem moveri.

248. Obiter autem adnotetur percussione perpendicularem, cæteris paribus, majorem esse percussione obliqua. Nempe si corpus M cum data velocitate MI incurrat in obicem perpendiculariter; deinde vero cum eadem velocitate incurrat in eundem obicem oblique secundum directionem MI , ictus posterior minor erit priori. Iisdem enim constructis, manifestum est ictum perpendicularem fieri à vi orta ex integra velocitate MI ducta in massam corporis M ; ictum vero obliquum fieri à vi orta ex velocitate XI ducta in massam ejusdem corporis M : itaque ictus prior erit ad posteriorem ut se habet $M. MI$ ad $M. XI$, sive etiam ut MI ad XI . Atqui MI est ad XI ut radius ad sinum anguli MIX : quare percussio perpendicularis, cæteris paribus, erit ad obliquam, ut se habet radius ad sinum anguli MIX , quem directio ictus continet cum perpendiculari IX . Itaque ictus eo minor est, quo percussio est obliquior: & quemadmodum maximus ictus est perpendicularis, ita minimus ictus est, quando corpus incidit in obicem obliquissime, sive quando corpus ipsam obicis superficiem levissime stringit.

249. Hæc habent locum, quum neque corpus percutiens, neque percussum elastica sunt. Ponamus modo vel alterum, vel utrumque esse perfecte elasticum. Hoc casu duorum motuum MX , XI , in quos resolvitur motus transversus corporis M , primus MX manet integer post impactum, quia ei planum AB nihil adfert impedimenti, alter vero IX , cum quo fit percussio, quamquam consumatur adversus obstaculum, tamen post impactum de integro excitatur in corpore M ob perfectam vim elasticitatis: nisi quod ejus directio est versus partē

oppositam; itaque ad habendam viam reflexionis componendi sunt motus isti duo, quibus motibus post impactum agitur globus M. Producatur MX usque ad N ita ut sit NX æqualis MX, & jungatur IN. Quia itaque post impactum globus M urgetur motibus duobus, quorum directiones, & quantitates sunt IX, & XN, ex quibus exurgit motus transversus IN, consequitur globum post impactum motum iri secundum rectam IN. Unde quia ob æqualitatem triangulorum MXI, NXI sunt æquales tum bases MI, NI, quum anguli XIM, XIN, sequitur velocitatem corporis post reflexionem æqualem esse velocitati ipsius ante percussionem, & præterea corpus post reflexionem tantum aberrare à perpendiculari IX, quantum ab eadem perpendiculari deflecebat, quum incideret in planum AB. Denique ex eo quod rectæ MX, NX jaceant in directum, nullo negotio colligetur tres rectas lineas MI, NI, XI esse in uno, eodemque plano.

250. Quod si vero neutrum corpus sit perfecte elasticum, tunc via reflexionis determinari poterit, modo data sit ratio inter vim comprimentem, & vim restituendi se, sive etiam inter velocitatem impactus & velocitatem reflexionis. In eodem schemate, in quo demonstratum est MI repræsentare motum, sive velocitatem corporis transversam, MX velocitatem parallelam plano, & IX velocitatem perpendicularem ad idem planum, cum qua velocitate planum percutitur, referat IC velocitatem reflexionis. In plano transeunte per rectas MI, IX educ ex puncto C rectam CD perpendicularem ad IX, & fac eam æqualem ipsi MX, sive XN, deinde jungo ID. Manifestum est globum M post impactum motum iri per rectam ID: is enim post percussionem urgetur motibus duobus, quorum directiones, & quantitates designantur per rectas CI, CD, ex quibus subnasceatur motus transversus ID. Quoniam autem est ID minor quam IM, at vero angulus DIX major est angulo MIX, ut facile est ostendere, inde liquet velocitatem post reflexionem semper minorem esse velocitate incidentiæ; & præterea corpus post reflexionem magis aberr-

aberrare à perpendiculari IX, quam, quum incideret, defleſſeret ab eadem perpendiculari.

251. Jungatur nunc DN, eaque producatuſ uſque donec occurrat plano in punſto E. Maniſteſtum eſt angulum NEI eſſe reſtū: etenim quum reſtæ CD, XN ſint ex conſtructione æquales, & parallelæ, quæ eas conjungunt reſtæ lineæ XCI, NDE æquales erunt, & parallelæ: itaque quum XCI perpendicularis ſit ad planum AB, etiam NDE perpendicularis erit ad idem planum. Quapropter ſumpta reſta JE pro radio, ſive ſinu toto, erit *primo* DE ad NE, ſive etiam CI ad XI, ut tangens anguli DIE ad tangentem anguli NIE, ſive etiam anguli MIA. Eſt autem CI ad XI ut velocitas perpendicularis poſt reflexionem ad velocitatem perpendicularem impaſtus, ſive etiam ut viſ reſtituendi ſe ad vim comprimentem: quare erit quoque viſ reſtituendi ſe ad vim comprimentem, ut ſe habet tangens complementi anguli DIX ad tangentem complementi anguli NIX, ſive MIX: prior enim angulus complementum eſt anguli DIE, poſterior vero eſt complementum anguli NIE, ſive MIA. Et *ſecundo* erit ID ad IN ſive ad IM, ut ſe habet ſecans anguli DIE ad ſecantem anguli NIE, vel etiam MIA: unde quum ID ad IM ſit ut velocitas reflexionis ad velocitatem incidentiæ, ſitque angulus DIE complementum anguli DIX, & angulus MIA complementum anguli MIX, ſequitur velocitatem reflexionis eſſe ad velocitatem incidentiæ, ut ſe habet ſecans complementi anguli DIX ad ſecantem complementi anguli MIX.

252. Unde modo facile erit leges, quæ obſervantur in reflexione corporum ſive perfectæ, ſive imperfectæ elatiſticorum definire: quas leges antequam proferamus, explicandæ ſunt voces nonnullæ, quas in iis enunciandis adhibere cogimur. Impellatur corpus M ſecundum reſtam MI contra planum AB, ex quo refleſſatur ſecundum reſtam JD. Educatur ex punſto I perpendicularis IX ad planum AB. Reſta MI dicetur deinceps *via incidentiæ*, reſta vero ID *via reflexionis*. Punſtum I modo *punſtum incidentiæ*, modo *punſtum reflexionis*,

K 3

pro

pro ut refertur vel ad viam incidentiæ, vel ad viam reflexionis. Recta IX *axis reflexionis*: Planum transiens per viam incidentiæ perque axem reflexionis dicitur *planum incidentiæ*, planum vero transiens per viam reflexionis, perque eundem axem adpellabitur *planum reflexionis*. Denique angulus MIX, quem via incidentiæ continet cum axe reflexionis adpellabitur *angulus incidentiæ*, angulus vero DIX, quem via reflexionis continet cum eodem reflexionis axe dicitur *angulus reflexionis*.

252. Quibus definitionibus præmissis sciendum nunc in reflexione corporum tres leges observari. *Prima* lex est, ut *planum incidentiæ*, & *planum reflexionis* sint *unum*, & *idem planum*: cujus legis sensus est, quod viæ incidentiæ, & reflexionis MI, ID sint in uno plano cum axe reflexionis, quemadmodum supra adnotatum est. *Secunda* lex est: ut *tangens complementi anguli reflexionis* DIC sit *ad tangentem complementi anguli incidentiæ* MIX, ut se habet vis restituendi se ad vim comprimentem, sive etiam ut IC ad IX: Itaque quia hic tria possunt contingere: I, ut vis restituendi se adæquet vim comprimentem, qui casus obtinet in corporibus perfectè elasticitate donatis: II, ut vis restituendi se minor sit vi comprimente, ut accidit corporibus imperfectè elasticis: III, ut vis restituendi se sit nulla; siquidem primum contingat, erit angulus incidentiæ æqualis angulo reflexionis; si secundum angulus incidentiæ minor erit angulo reflexionis; denique si tertium accidat angulus reflexionis erit rectus, sive, quod eodem redit, corpus movebitur secundum longitudinem plani sine ulla reflexione. Quæ quidem omnia vera sunt si corpus M oblique incidat in planum AB: nam si incidat perpendiculariter, tunc vel omnino quiescet, si nempe nulla sit elasticitas, vel reflectetur secundum eandem viam perpendicularem; adeoque anguli incidentiæ, & reflexionis eo casu semper æquales erunt, sive corpora sint, vel non sint perfectè elasticitate donata. Denique *tertia* lex vult, ut *velocitas incidentiæ* sit *ad velocitatem reflexionis*, ut se habet secans complementi anguli incidentiæ

dentia adsecantem complementi anguli reflexionis: quapropter si anguli incidentiæ, & reflexionis fuerint æquales, etiam velocitates ante, & post reflexionem æquales erunt; qui casus obtinet quum vel alterum, vel utrumque corpus est perfecte elasticum; quod si vero angulus incidentiæ minor est angulo reflexionis, tunc velocitas incidentiæ major erit velocitate reflexionis: & specialiter si angulus reflexionis fuerit rectus, hoc est si nulla sit vis elasticitatis, tunc quoniam secans complementi anguli recti abit in radium, erit velocitas ante impactum ad velocitatem post impactum ut est secans complementi anguli incidentiæ ad radium. At vero secans complementi cuiusvis anguli est ad radium, ut ipse radius ad sinum rectum illius anguli; itaque ob æqualitatem rationum erit velocitas ante impactum ad velocitatem post impactum, ut radius ad sinum anguli incidentiæ; id quod supra etiam demonstratum est.

254. Videamus nunc, an vere dictum sit à *Cartesianis* reflexionem fieri in instanti, hoc est an verum sit corpora, statim ac tetigerunt objectum obstaculum, ab eo retro referri: ita enim ipsos, quos vera reflexionis causa penitus latebat, reflexionem instantaneam accepisse credendum est. Ex supradictis sequitur id falsum esse. Nam ut reflexioni locus detur, necesse est vel corpus percutiens, vel percussum, vel utrumque elasticum esse; itaque post impactum corpora percutientia manere debent aliquandiu juncta cum obice ipso. Etenim antequam reflectantur necesse primo est ea comprimere, deinde vero ad formas pristinas redire; quæ duo aliquod temporis intervallum requirunt. Manet tamen verum reflexionem fieri in instanti, sed hoc alio sensu, quod extincto motu versus partem unam statim sequatur motus versus partem oppositam.

255. Hactenus supposui obicem AB (*Fig. 22.*) firmum esse, & immotum: ponamus nunc ipsum moveri æquabiliter secundum longitudinem plani AB, & videamus quomodo determinari debeat via reflexionis: id quod faciemus in hypothese, quod obex sit perfecte elasticus; nam facile erit deinde idem conficere, quum

obex perfecta elasticitate donatus non supponitur. Jam si obex quiesceret, sumpta XN æquali ipsi MX , conjunctaque IN , esset ex ostensis IN via reflexionis. Sed quoniam globus M post impactum moratur aliquandiu super obice, adeoque communicatur ei totus obicis motus rectilineus, habenda erit ratio hujus quoque motus ad viam reflexionis determinandam. Itaque sumatur NH æqualis motui rectilineo obicis (prorsum, vel retrorsum pro ut obex movetur ab A ad B vel ex B ad A), & jungatur IH . Et quoniam post impactum globus M urgeatur motibus duobus, quorum directiones, & quantitates sunt IX , & XH , ex quibus enascitur tertius motus IH , sequitur viam reflexionis esse rectam IH . Et quidem si motus obicis sit in antecedentia, hoc est ab A ad B , angulus reflexionis major erit angulo incidentiæ: si vero sit in consequentia hoc est de B versus A , & præterea minor sit motu transverso globi MX , angulus reflexionis minor vicissim erit angulo incidentiæ. Adparet autem reflexionem fieri posse per perpendicularem IX , si nempe obex moveatur in consequentia, & præterea ejus motus adæquet transversum corporis incidentis motum. Sed liquet etiam fieri posse reflexionem secundum ipsam viam incidentiæ MI , si nempe motus plani translati in consequentia sit duplus motus transversi corporis percutientis. Denique si motus plani in consequentia sit plus quam duplus motus transversi corporis percutientis, tunc via reflexionis IN cadet ultra viam incidentiæ IM respectu axis IX .

256. Venio nunc ad *refractionem*. Motus dicitur refrangi, quando *mutatur quidem directio ejus, sed pergit corpus ire versus eandem ferme plagam, versus quam antea tendebat*; in quo refractione distinguitur à reflexione: etenim quamquam in hac pariter fiat mutatio directionis tamen corpus retro revertitur. Representet AB (Fig. 23.) superficiem planam tenuissimam dirimentem spatium superius ab inferiori, globus autem M in spatio superiori irruat contra superficiem AB secundum viam obliquam MI , eamque perrumpat: siquidem globus pergat moveri in spatio inferiori secundum

dum rectam IH, quæ jacet in directum cum MI, nulla motui corporis mutatio continget; quod si vero moveatur vel per viam superiorem IN, vel per inferiorem IN, tunc quia fit quidem mutatio directionis, sed motus continuatur versus eandem ferme plagam dabitur locus refractionis; de cujus causis, atque legibus antequam differamus, nonnullæ voces exponendæ sunt. Recta XII, quæ ex puncto incidentiæ I perpendiculariter educitur ad planum AB adpellatur *axis refractionis*. Recta MI dicitur *via incidentiæ*, recta vero IN *via refractionis*. Angulus MIX, quem via incidentiæ continet cum axe refractionis, adpellabitur *angulus incidentiæ*, angulus autem NIZ quem via refractionis continet cum eodem axe adpellabitur *angulus refractionis*. Denique refractionis dicitur à *perpendiculari* si angulus refractionis superet angulum incidentiæ, hoc est si globus in spatio inferiori pergat ire per viam superiorem IN; dicitur vero *ad perpendicularem*, si angulus refractionis sit vicissim minor angulo incidentiæ, hoc est si globus in spatio inferiori pergat ire per viam humiliorem IN.

257. Jam ut motus refrangatur, duo requiruntur: I, ut globus irruat in superficiem AB oblique: & II, ut ipsa superficies AB vel prolit, vel noceat motui corporis irruentis. Horum alterum si desit globus perrupta superficie irrefractus ulterius ire perget. *Primo* enim si globus decadat in superficiem AB perpendiculariter, quoniam ea plana supponitur, nihil causæ est, quare is vel ad dexteram, vel ad sinistram flectere debeat, deque semita perpendiculari discedere. Id tantum continget, ut globi velocitas postquam superficiem perrupit vel augeatur, vel minuat, prout scilicet supponitur superficiem vel profuisse, vel nocuisse motui globi pervadentis. Et *secundo* si globus decadat in superficiem AB oblique, ipsum pergere debere irrefractum per spatium inferius, quando superficies AB neque juvat, neque moratur motum globi, id utique intelligemus, si ostendi à nobis possit refractionem oriri ex mutatione velocitatis, quam corpus refractionem patiens subit.

258. Quod ut fiat, ponamus globum M (Fig. 24.) impelli

pellit secundum viam obliquam MI contra superficiem AB , quæ transitum quidem ei ita permittat, ut tamen ejus motum vel augeat, vel minuat: sitque velocitas globi in spatio superiori ad velocitatem ejusdem globi, dum per spatium inferius progreditur quemadmodum se habet a ad b . Ex centro globi M demittatur in planum perpendicularis MC : itaque si recta MI referat motum, vel velocitatem globi dum movetur in spatio superiori, ea distinguetur in partes duas, quarum partium altera quidem erit perpendicularis ad planum, altera vero parallela erit eidem plano. Et quoniam superficies AB agere quidem potest in velocitatem perpendicularem MC , at vero nullo modo potest agere in velocitatem parallelam, sive transversam CI , inde fit ut velocitas globi transversa maneat eadem, & immutata postquam globus superficiem perripit: adeoque sumpta ex parte altera ID æquali ipsi CI , educatur perpendiculari DH , quo tempore globus M motu transverso transiit de perpendiculari MC ad axem refractionis XZ , eodem prorsus tempore idem globus de axe refractionis discedens perveniet ad alteram perpendicularem DH .

259. Finge nunc MI secari in puncto O ea lege, ut MI sit ad OI , quemadmodum se habet a ad b : deinde centro I radio IO describatur circuli circumferentia secans perpendicularem DH in puncto N . Et quoniam ex hypothesi a est ad b ut velocitas globi in medio superiori ad ejus velocitatem in medio inferiori, sive etiam, ut *Newtonus* loquitur, ut velocitas incidentiæ ad velocitatem emergentiæ, erit quoque MI ad IO , sive IN ut velocitas incidentiæ ad velocitatem emergentiæ: adeoque quo tempore globus priori velocitate describit spatium MI in superiori medio, eodem prorsus tempore idem globus velocitate posteriori pertransiet spatium IN in medio inferiori: nam in motu æquabili quando spatia sunt inter se ut velocitates, tempora prodeunt æqualia. Atqui, quo tempore globus M describit spatium MI , idem globus velocitate transversa ante incidentiam decurrit spatium inter perpendiculares CM , XZ interjacentes, & post emergentiam decurrit spatium æquale

æquale inter perpendiculares XZ , DH interpositum : ergo globus revera in fine illius temporis reperietur in N , ejusque semita esse debebit recta IN .

260. Quibus ita demonstratis tria nunc consequuntur. *Primum* quando velocitas incidentiæ major est velocitate emergentiæ, sive quando superficies AB obest motui globi M perrumpentis ipsam in puncto I , tunc refractionis fit à *perpendiculari* : nam in ea hypothesei IO , sive IN minor est ipsa IM : adeoque producta MI usque ad H , via refractionis IN superior erit ipsa IH , quæ æqualis est ipsi IM . *Secundum* quando velocitas incidentiæ minor est velocitate emergentiæ, sive quando superficies AB prodest motui globi irruentis, tunc refractionis fiet *ad perpendicularem* : nam in ea hypothesei IO , sive IN major est ipsa IM : adeoque producta MI usque ad H , via refractionis IN inferior erit ipsa IH , quæ æqualis est ipsi IM . Et *tertium* quando velocitas incidentiæ adæquat velocitatem emergentiæ, hoc est quando superficies AB neque juvat, neque moratur motum corporis incidentis, tunc nulla prorsus fit refractionis : nam in ea hypothesei via refractionis IN adæquat ipsam IM , adeoque ipsa coincidit cum recta IH , quæ jacet in directum cum recta MI .

261. Sumatur nunc in via refractionis JN ulterius, si opus est, producta IQ æqualis IM , atque ex punctis M , & Q demittantur perpendiculares MX , QZ ad axem refractionis XZ , quarum posterior secet rectam DH in puncto R . Itaque adsumpta recta MI , sive IQ pro radio, erit MX sinus anguli incidentiæ, & QZ sinus anguli refractionis : adeoque sinus anguli incidentiæ erit ad sinum anguli refractionis ut MX live CI , sive ID , sive ZR ad ZQ : atqui ZR est ad ZQ ut IN ad IQ , sive etiam ut IN ad IM : ergo ob rationum æqualitatem erit pariter sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis ut IN ad IM , adeoque ut velocitas emergentiæ ad velocitatem incidentiæ. Ex quo iterum consequitur refractionem fieri ad perpendicularem, quando velocitas emergentiæ excedit velocitatem incidentiæ ; fieri vero à perpendiculari, quando velocitas emergentiæ est vicissim minor velocitate

tate incidentiæ. Denique refractionem nullam intervenire, quando velocitates incidentiæ, & emergentiæ æquales sunt inter se. Sed consequitur præterea, refractioni locum non dari, quando globus incidit perpendiculariter: nam in ea hypothesi sinus anguli incidentiæ est nullus; adeoque nullus pariter sit oportet sinus anguli refractionis, qui ad priorem rationem habet datam.

262. Unde modo facile erit leges refractionum recensere. *Prima lex est; ut planum incidentiæ, & planum refractionis sint unum, & idem*: cujus legis sensus est, quod viæ incidentiæ, & refractionis sint in uno plano cum axe refractionis: id quod ex diſtis facile colligitur. *Secunda lex est: ut sinus anguli incidentiæ sit ad sinum anguli refractionis in ratione data, hoc est ut velocitas emergentiæ ad velocitatem incidentiæ*. Et tertia denique lex, quæ ex secunda consequitur, est: *ut refractionis fiat à perpendiculari, quando velocitas incidentiæ major est velocitate emergentiæ, fiat vero ad perpendicularem quando vicissim velocitas incidentiæ minor est velocitate emergentiæ*.

263. Sed in refractione, quæ fit à perpendiculari unum est, quod singularem animadversionem meretur: scilicet posse ipsam quandoque in reflexionem converti. Nam si pila M ea obliquitate incidat in superficiem AB ut recta OI prodeat æqualis rectæ CI, hoc est ut *velocitas pile in spatio superiori*, quæ est velocitas incidentiæ *sit ad velocitatem in spatio inferiori*, quæ est velocitas emergentiæ *ut se habet radius ad sinum anguli incidentiæ*, tunc pila superficiem minime pervadet, sed secundum superficiem ipsius longitudinem feretur. Etenim sinus anguli incidentiæ est ad sinum anguli refractionis ut se habet velocitas emergentiæ ad velocitatem incidentiæ: atqui ex hypothesi velocitas emergentiæ est ad velocitatem incidentiæ ut se habet sinus anguli incidentiæ ad radium: ergo propter rationum æqualitatem erit quoque sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis ut idem sinus anguli incidentiæ ad radium; unde angulus refractionis erit rectus, adeoque globus secundum longitudinem superficiem post incidens

dentiam movebitur. Quod si vero adhuc obliquius globus incidat in superficiem, tunc tantum abest, ut eam penetrare possit, ut neque etiam secundum ipsius longitudinem feratur, sed retro ad oppositam plagam revertatur. *Id quod nonnulli (verba hæc sunt Cartesii) cum dolore experti sunt, quoniam animi gratia explosis in alveum rivus ex murali machina globis, obambulantes in adversa fluminis ripa vulneraverunt.*

264. Causa ergo refractionis est, quia corporis oblique in superficiem tenuissimam irrumpentis velocitas vel augetur, vel minuitur: id quod convenit cum eo, quod experientia quotidiana nos docet circa corpora, quæ oblique decidunt ex aere in aquam; ea enim refranguntur recedendo à perpendiculari, scilicet quia velocitas eorum in ipso aquæ ingressu minuitur. Si qui sint, quibus causa isthæc videatur magis geometrica, quam physica, ij in hoc negotio ita philosophari poterunt. Moveatur globus per medium aliquod cum data quavis velocitate: Jam si globus gravitatis expers, medium vero ejusdem ubique resistentiæ esse ponatur, is motu retardato recta semper perget moveri, usque donec omnino sistatur: quod si contingat, ut globus in aliqua illius medii parte minorem ex una plaga resistentiam, quam ex alia patiatur, jam eo loci exorbitabit is de priori suo cursu retilineo, & propendens ad eam plagam, secundum quam minus ipsi resistitur, alia via ire perget. Hac ratione explicare poterunt cur dum corpus oblique incidit in superficiem media densitatis diversæ dirimentem refringatur, & modo accedat, modo vero recedat à perpendiculari. Cæterum in his omnibus supposui pilam sive descendat, sive ascendat eadem prorsus velocitate ferri, parum sollicitus qua vi agatur post impullum, vel post reflexionem; neglexique pariter omnem effectum magnitudinis, ponderis, atque figure, à quibus omnibus nonnihil legum supra expostitarum veritati detrahitur.

CA.

CAPUT SEXTUM:

De Motuum legibus, quæ in corporum collisione locum habent.

265. **P**ostquam ad naturæ phænomena exquirenda serio Physici animum adjunxerunt, illico prehensum est eam certo itinere, certisque semper legibus progredi: præcipue autem naturæ constantia adparuit in collisione corporum, ut pote quæ perpetuis quibusdam legibus peragitur. Harum legum notitiam quum ad naturæ occultissima arcana pervestiganda apprime utilem censuisset *Renatus Cartesius*, non mediocre studium in iis perquirendis collocavit. Atque utinam veriores nobis leges ipse dedisset! stabilioribus enim fundamentis superextruxisset ædificium, quod qua parte nutare, qua corruiere, non sine aliquo nominis sui detrimento vidimus. Ejus exemplo admoniti veriora adducere studebimus. Supponemus autem *primo*, corpora quæ colliduntur omni prorsus elasticitate esse destituta, legesque motuum in ea hypotheli perscrutabimur. *Deinde* corporum elasticorum congressus leges exhibebimus. Sed quoniam utrarumque legum exposito innititur generalibus quibusdam principiis, de iis primo loco breviter differendum est.

I.

Principia generalia exhibentur, quibus mediantibus quorumvis corporum motus post congressum possunt definiri.

266. **P**rimum esto illud, quod ad calcem *Capitis quarti* adpositum est. *Quantitas motus, quæ colligitur capiendò summam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias non mutatur*

tatur ab actione corporum inter se. Nam quum actio, eique contraria reactio per *legem Naturæ tertiam* æquales sint inter se, profecto necesse est, ut æquales in motibus mutationes efficiant versus partes contrarias. Etenim per *legem Naturæ secundam* mutatio motus est semper proportionalis vi motrici impressæ, & fit secundum lineam rectam, qua ea vis imprimitur. Quo circa si motus fiunt ad eandem partem, quidquid additur motui corporis fugientis subducetur de motu corporis insequentis, sic ut summa maneat eadem, quæ prius. Sin corpora obviam sibi eant, æqualis erit subductio de motu utriusque, adeoque differentia motuum factorum ad partes contrarias manebit eadem. Adparet autem rem esse pariter veram quum plura, quam duo corpora concurrunt; si enim omnia tendunt ad partem unam, summa motuum non mutabitur ad occursum; si vero quædam tendunt ad partem unam, quædam alia ad partem oppositam, differentia motuum manebit immutata. Quapropter ut verum esse possit dogma *Cartesianum* de immutabilitate quantitatis motus in Universo, oporteret omnia corpora mundana versus eandem plagam moveri: quod quum falsum sit, dicendum est potius id, quod colligitur capiendo differentiam motuum factorum ad partes omnino contrarias manere perpetuo idem, atque immutatum in Universo.

267. Secundum esto. Si duo, vel plura corpora motu æquabili quocumque in plano moveantur, commune illorum centrum gravitatis ante mutuum occursum vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum: id quod antequam ostendamus explicare oportet quid sit *centrum gravitatis*. Docent *Mechanici* in dato corpore punctum determinari posse, per quod, si utcumque planum incedat, quæ utrinque sunt corporis segmenta æquiponderantia sint, maneatque idcirco æquilibrata inter se, atque id punctum gravitatis centrum adpellant. Ostendunt autem in omnibus corporibus huiusmodi centrum gravitatis inveniri: etenim nullum est corpus sive regulare, sive utcumque irregulare, quod certa aliqua ratione secundum suam longitudinem impositum super

super plano aliquo verticali, non maneat ibi immotum, & non decadat: adeoque in ea positione planum verticale superiora versus productum transibit per centrum gravitatis. Similiter idem corpus nihil vetat quin secundum latitudinem, deinde vero secundum profunditatem ita constitutur super eodem plano verticali, ut maneat ibi immotum, & non decadat. Adeoque in singulis corporibus semper determinare licet tria plana *primum* secundum longitudinem, *alterum* secundum latitudinem, *tertium* secundum profunditatem, quorum unumquodque transibit per centrum gravitatis. Atqui tria plana nihil habent commune inter se, nisi unicum punctum: quare hujusmodi punctum erit centrum gravitatis.

268. Consideratur autem gravitatis centrum non modo in singulis corporibus seorsim, verum etiam in pluribus conjunctim. Nam *punctum ita situm in recta linea conjungente centra gravitatis duorum corporum, ut distantia ejus à corporibus sint in ratione reciproca eorumdem corporum* adpellatur *centrum gravitatis* ipsorum. Veluti si sint duo corpora A, & B (*Fig. 25.*), quorum gravitatis centra conjugat recta AB, quæ ita sit divisa in puncto C, ut AC sit ad CB, ut materia corporis B ad materiam corporis A, dicetur punctum istud C *commune centrum gravitatis* corporum A, & B; ideo scilicet, quia systema horum duorum corporum suspensum ex puncto C manet immotum, atque æquilibratum, ut suo loco demonstrabitur. Similiter si ad corpora A, & B accedat tertium D (*Fig. 26.*), & conjuncta recta CD, ea dividatur in E ita, ut sit CE ad DE quemadmodum se habet materia corporis D ad materiam duorum A, & B simul, dicetur punctum istud E *centrum gravitatis* trium corporum A, B, D; scilicet quia ipsorum systema suspensum ex puncto E manet immotum, atque æquilibratum. Eodem modo si ad tria corpora A, B, & D accedat quartum F (*Fig. 27.*) & conjuncta recta EF, ea ita dividatur in G, ut sit EG ad GF, quemadmodum se habet materia corporis F ad materiam corporum A, B, D simul, punctum G vocabitur horum

horum quatuor corporum *commune centrum gravitatis* parique modo quinque, vel plurium corporum centrum gravitatis invenire licet.

269. Sint nunc duo corpora A, & B, (*Fig. 25.*) per quorum gravitatis centra transeat recta AB, in qua ponamus *primo* corpora moveri ea ratione, ut vel ambo tendant ad eandem partem, vel ambo tendant ad contrarias, sive accedendo ad se, sive à se mutuo recedendo: vel denique alterum quiescat, alterum vero moveatur, aut accedendo ad illud, aut ab eo recedendo; sitque C ipsorum centrum gravitatis in aliquo temporis puncto. Et jam quoniam motus corporum fit in linea recta AB indefinite producta, dubitari *primo* nequit, quin centrum gravitatis perpetuo mansurum sit in eadem linea recta; adeoque si corpora ita moventur, ut simul moveri debeat commune centrum gravitatis, ipsum non alio motu, nisi rectilineo, ciebitur. *Tum* quoniam eorundem corporum motus æquabilis est, distantia ipsorum AB æquabiliter vel augebitur, vel minuetur; adeoque æquabiliter etiam augebuntur, vel minuuntur distantiae ipsorum à communi centro gravitatis, quod integram corporum distantiam semper dividit in ratione eorundem corporum reciproca. Id autem non alia ratione potest contingere, quam si vel centrum gravitatis maneat semper in eodem loco, vel moveatur uniformiter in directum. Finge enim te moveri æquabiliter, atque vel accedere, vel recedere uniformiter ab aliquo termino: manifestum est terminum illum vel manere immotum, vel si movetur, progredi uniformiter in directum.

270. Quiescit autem centrum gravitatis C, si corpora A, & B vel accedunt, vel recedunt à se mutuo motibus æqualibus. Describant enim corpora A, & B (*Fig. 28.*) tempore quocumque spatia Aa, Bb vel accedendo ad se, vel à se mutuo recedendo. Et quoniam in motu æquali spatia eodem tempore descripta sunt ut velocitates, erit Aa ad Bb, ut velocitas corporis A ad velocitatem corporis B; atque velocitas corporis A est ad velocitatem corporis B ut massa corporis B ad massam corporis A; (ponuntur enim corpora A, & B vel accede-

L

re,

re, vel recedere à se mutuo motibus æqualibus; adeoque velocitates sunt in massarum reciproca ratione): quare ob rationum æqualitatem erit quoque Aa ad Bb ut massa corporis B ad massam corporis A , sive etiam, ob naturam centri gravitatis, ut AC ad CB : ex quo deinde, dividendo, vel componendo, facile colligetur Aa esse ad Bb ut aC ad bC . Atqui Aa est ad Bb ut materia corporis B ad materiam corporis A ; quare in eadem ratione erit etiam aC ad bC ; adeoque quum corpora A & B deveniunt ad loca a , & b , eorum commune gravitatis centrum manet in eodem loco C : quumque eadem sit demonstratio de aliis quibuscvis locis, sequitur in hac hypothesis centrum gravitatis permanens immobile. Quod si vel alterum ex duobus corporibus A , & B quiescat, vel utrumque moveatur, sed motibus inæqualibus, vel denique moveantur æqualibus motibus, sed versus eandem partem, tunc centrum gravitatis continuo locum mutabit, sic tamen, ut ejus motus & rectilineus sit, & uniformis.

271. Ponamus *secundo* corpora A , & B (Fig. 29.) non moveri in linea recta AB conjungente ipsorum centra, sed corpus A moveri in linea recta ACE , in qua temporibus aliquibus æqualibus describat spatia æqualia AC , CE , corpus vero B moveri in linea recta BDF , in qua iisdem temporibus æqualibus describat spatia æqualia BD , DF ; concurrant autem rectæ AE , BF in puncto G , sitque L centrum gravitatis corporum existentium in locis A , & B . Fiat ut AC ad BD , vel etiam ut CE ad DF , ita GA ad GH : deinde juncta AH , agantur ei per puncta C , & E parallele CI , EK . Tum agatur per punctum L recta LM parallela ipsi GBF , & jungatur GM , quæ extendatur versus X occurrens rectis CI , EK in punctis N , & O , per quæ agantur rectæ NP , OQ parallele ipsi ML , secantes rectas CD , EF in punctis P , & Q . Et quoniam, ex constructione, GA est ad GH , ut AC ad BD ; propter parallelas vero AH , CI , ut se habet GA ad GH , ita est AC ad HI : erit ob rationum æqualitatem AC ad BD , ita AC ad HI ; adeoque rectæ HI , & BD , & consequenter rectæ HB , ID æquales erunt. Similiter quoniam

ex

ex constructione CE est ad DF ut GA ad GH; propter parallelas autem AH, CI ut se habet GA ad GH, ita est CE ad IK: erunt IK, & DF, & consequenter ID, & KF æquales inter se; adeoque tres lineæ rectæ HB, ID, KF sibi mutuo æquales erunt.

272. Jam quoniam in triangulis AHB, CID, EKF ductæ sunt rectæ ML, NP, OQ parallelæ basibus HB, ID, KF; erunt quidem latera AH, & AB similiter secta in punctis M, & L; & item latera CI, CD in punctis N, & P; & latera EK, EF erunt similiter secta in punctis O, & Q. At vero quum recta GMNO secet lineas rectas parallelas AH, CI, EK, eæ similiter sectæ erunt in punctis M, N, & O; quare etiam rectæ AB, CD, EF erunt similiter sectæ in punctis L, P, & Q: adeoque ut est AL ad LB, ita erit CP ad PD, itaque erit EQ ad QE. Est autem AL ad LB ut corpus B ad corpus A: quare erit pariter CP ad PD, & EQ ad QE ut corpus B ad corpus A: ideoque quum corpora A & B simul profecta de locis A, & B eodem tempore devenerunt ad loca C, & D, eorum commune gravitatis centrum versabitur in P: quum vero devenerunt ad loca E, & F, eorum commune gravitatis centrum versabitur in Q. Quod si ostendi possit puncta L, P, & Q reperiri in unica linea recta, & hoc amplius ejus partes LP, PQ æquales esse inter se, jam eo ipso ostensum erit motum centri gravitatis esse rectilineum, & uniformem.

273. Et sane quum rectæ ML, NP, OQ parallelæ sint basibus HB, ID, KF, erit *primo* ML ad HB quemadmodum se habet AM ad AH. *Secundo* erit NP ad ID ut se habet CN ad CI. Et *tertio* erit OQ ad KF ut se habet EO ad EK. Atqui AM est ad AH ut CN ad CI, utque EO ad EK: quare erit quoque ML ad HB ut NP ad ID, atque ut OQ ad KF. Quocirca quum tres rectæ HB, ID, KF æquales sint inter se, erunt pariter æquales rectæ ML, NP, OQ: itaque quum sint etiam parallelæ, quæ eas conjungunt rectæ lineæ MNO, LPQ æquales erunt, & parallelæ. Sunt autem rectæ MN, NO, quæ proportionales sunt rectis æqualibus AC, CE, æquales inter se; ergo etiam rectæ LP, PQ æquales erunt: adeoque

centrum gravitatis corporum A, & B semper versatur in linea recta LPQ, & æqualibus temporibus æqualia spatia percurrit. Nec dissimiliter commune centrum horum duorum corporum, & tertii cujusvis vel quiescit, vel progreditur uniformiter in directum, propterea quod ab ipso dividitur in ratione data spatium, quod intercedit inter centrum commune gravitatis duorum corporum, & centrum corporis tertii. Eodem modo & commune centrum horum trium corporum, & quarti cujusvis vel quiescit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod dividitur ab eo in ratione data distantia inter centrum commune gravitatis trium priorum corporum, & centrum corporis quarti, & sic de aliis quocumque corporibus.

274. Cæterum contingere potest, ut rectæ ACE, BDF (Fig. 30.) in quibus corpora A, & B moventur, sint parallelæ; quo casu, vel ex ipsa schematis inspectione patet, motum centri gravitatis & æquabilem esse, & rectilineum. Ductis enim per puncta C, & E rectis CI, EK parallelis ipsi AB, agatur per punctum L recta LPQ parallela utrique ipsarum AE, BF occurrens rectis CD, CI, EF, EK in punctis P, N, Q, & O. Et quoniam rectæ lineæ parallelæ AB, CI, EK secantur à tribus parallelis ACE, LNO, BIK, necesse est eas esse similiter sectas in punctis L, N, & O: atqui CD est secta in P eodem modo, quo CI est in N; & EF est secta in Q eodem modo, quo EK est in O: quare etiam tres lineæ rectæ AB, CD, EF erunt similiter sectæ in punctis L, P, & Q. Et quoniam AL est ad LB ut corpus B ad corpus A, erit etiam CP ad PD ut corpus B ad corpus A; & similiter erit EQ ad QF ut corpus B ad corpus A: ideoque quum corpora A, & B devenerunt ad loca C, & D commune eorum gravitatis centrum erit in P; & quum eadem corpora devenerunt ad loca E, & F commune eorum gravitatis centrum erit in Q: ex quo sequitur ipsum interea temporis descripsisse lineam rectam LIQ. Et quoniam partes ejus LP, PQ æqualibus temporibus à centro gravitatis descriptæ sunt æquales, quemadmodum facile ostenditur, sequitur motum centri gravitatis non modo recti-

rectilineum, verum etiam æquabilem esse.

275. *Tertium esto. Si duo quævis corpora versus eandem partem motu æquabili ferantur, summa motuum utriusque corporis æqualis erit motui, qui oriretur si utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum esset. Præterea si duo quævis corpora versus partes contrarias ferantur, erit differentia motuum utriusque corporis æqualis motui qui oriretur, si utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum esset. Quæ duo sic ostendi possunt. Sinto A, & B (Fig. 31.) corpora duo, quorum gravitatis centrum commune sit C, moveanturque primo versus eandem partem sic, ut corpus A dato quovis tempore describat spatium Aa, & corpus B eodem tempore describat spatium Bb, centrum vero gravitatis pertranseat spatium Cc. Et quoniam in motu corporum æquabili, quando tempora sunt æqualia, spatia decursa sunt ut velocitates, viæ Aa, Bb, Cc erunt inter se ut velocitates corporum A, B, & centri gravitatis respective. Itaque motus corporis A erit A. Aa; motus corporis B erit B. Bb; motus vero eorundem corporum, si utrumque ferretur velocitate communis centri gravitatis forent A. Cc, & B. Cc: adeoque ostendendum est $A. Aa + B. Bb = A. Cc + B. Cc$. Quoniam enim punctum C est commune centrum gravitatis corporum existentium in locis A, & B, ut est corpus A ad corpus B, ita erit BC ad AC; & similiter quoniam punctum c est commune centrum gravitatis corporum, quum pervenerunt ad loca a, & b, erit ut corpus A ad corpus B ita bc ad ca: quapropter dividendo erit etiam ut corpus A ad corpus B ita $BC - bc$ ad $AC - ac$, sive etiam ut $Cc - Bb$ ad $Aa - Cc$; ex qua analogia consequitur fore $A. Aa - A. Cc = B. Cc - B. Bb$; sive etiam $A. Aa + B. Bb = A. Cc + B. Cc$.*

276. Moveantur secundo corpora A, & B (Fig. 32.) versus partes omnino contrarias, atque eodem tempore pervenisse supponantur ad loca a, & b, centrum autem gravitatis ex loco C delatum sit interea temporis ad c: itaque velocitates corporum A, B, & centri gravitatis C erunt respective Aa, Bb, & Cc: adeoque ostendendum

L 3

est

est $A. Aa \rightarrow B. Bb \rightarrow A. Cc \rightarrow B. Cc$. Quoniam enim punctum C est commune centrum gravitatis corporum existentium in locis A , & B , erit ut corpus A ad corpus B ita BC ad AC ; & similiter quoniam punctum C est commune centrum gravitatis corporum, quum pervenerunt ad loca a , & b , erit ut corpus A ad corpus B ita bc ad ac : quapropter dividendo erit etiam ut corpus A ad corpus B ita $BC \rightarrow bc$ ad $AC \rightarrow ac$, live etiam ita $Bb \rightarrow Cc$ ad $Aa \rightarrow Cc$; ex qua analogia deducitur $A. Aa \rightarrow A. Cc \rightarrow B. Bb \rightarrow B. Cc$, live etiam $A. Aa \rightarrow B. Bb \rightarrow A. Cc \rightarrow B. Cc$: scilicet *differentia motuum ad partes contrarias factorum aequalis est motui, qui produceretur, si utrumque corpus versus eandem plagam cum velocitate communis centri gravitatis latum esset*. Itaque si differentia illa sit nulla, hoc est si in utroque corpore quantitates motuum sint æquales, commune gravitatis centrum quiescet, ut supra etiam demonstratum est.

277. Sed notandum est hæc locum pariter habere, quando plura quam duo corpora moventur; si enim omnia tendunt ad partem unam *summa motuum omnium corporum aequalis erit ei motui, qui oriretur si omnia moverentur cum velocitate communis centri gravitatis*; quod si vero quædam tendunt ad partem unam, quædam alia ad oppositam, *differentia motuum aequalis erit ei motui, qui oriretur si omnia moverentur cum velocitate communis centri gravitatis*. Sint enim tria corpora A, B, D (Fig. 26.) ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum sit E ; commune autem centrum gravitatis corporum A , & B sit C . Erit motus in hisce duobus corporibus existens æqualis motui, qui oriretur si utrumque corpus in unum coalescens cum velocitate puncti C latum esset. Sed eodem argumento erit etiam summa motuum trium corporum, hoc est duorum A , & B coalescentium in unum, & tertii corporis D æqualis motui, qui fieret, si corpus ex duobus coalescens una cum corpore tertio D moveretur cum velocitate puncti E . Non dissimiliter ostendetur rem esse veram in quatuor, in quinque, vel etiam pluribus corporibus, siue omnia tendant ad unam partem,

tem, siue quædam tendant ad unam partem, quædam alia ad contrariam tendant partem.

278. Et quartum denique. *Si plura corpora in se invicem impingant, communis illorum gravitatis centri status vel quiescendi, vel movendi uniformiter in directum non exinde mutabitur.* hoc est si centrum gravitatis quiescebat ante occursum, quiescere perget post occursum: sin movebatur cum aliqua velocitate ante occursum, eadem cum velocitate perget moveri post occursum. Nam si corpora quævis in se invicem impingant, summa motuum factorum ad eandem partem, & differentia motuum factorum ad contrarias manet eadem ante, & post occursum; Atqui summa illa, vel differentia motuum ostensa est æqualis motui, qui oriatur, si singula corpora moverentur cum velocitate communis centri gravitatis; quare manente summa, vel differentia illa immutata, opus est ut velocitas centri gravitatis ante, & post occursum eadem maneat.

279. Atque hæc quidem sunt generalia principia, quæ in medium adferenda esse arbitrati sumus, antequam ad motuum leges tradendas descenderemus. Quoniam autem Philosophi triplicem in corporibus congradientibus differentiam statuunt, desumptam ex eorum mollitie, duritie, atque elasticitate, expendendæ sunt leges in corporibus mollibus, in duris, & in elasticis; siue, quod eodem redit, expendendæ sunt leges illæ in corporibus elasticitate destitutis, & in iis, quæ elasticitate donantur; etenim tam corpora dura, quæ scilicet comprimere nequeunt, quam corpora mollia, quæ scilicet compressa in eo statu persistunt, in quo vis comprimens illa constituit, elasticitatis expertia sunt. Et quamquam fortasse nullum sit corpus in natura, quod aliqua elasticitate præditum non sit, tamen elasticitatem tantisper, dum leges congestus in ea hypothesi examinantur, à corporibus naturalibus cogitatione removere non verebimur.

II.

Corporum non elasticorum leges congressus adferuntur, & demonstrantur.

280. **I**N istis legibus exponendis corpora A, & B *primo directe* se mutuo ferire, *tum vero oblique* se petere supponemus; quarum quidem percussionum illa *directa* dicitur, hæc vero *obliqua* adpellatur. Et quidem ut percussio dicatur *directa*, opus est corpora, quæ sphaerica, & homogenea esse suppono, moveri secundum rectam lineam conjungentem eorum centra gravitatis; ut vero dicatur *obliqua* necesse est ea moveri secundum lineas diversas. In utraque autem hypothesi duo calus contingere possunt: vel enim alterum ex corporibus A, & B quiescit, alterum vero movetur, vel utrumque movetur: ubi notandum, nos hic supponere corpora congregientia ita ab omnibus aliis esse divisa, ut eorum motus nec impediatur ab iis, neque juventur: ut profecto contingeret, si motus perficerentur in vacuo.

281. Et quidem si corpus durum, vel molle A impellatur *directe* contra corpus B etiam durum, vel molle: sive istud quiescat, sive versus eandem partem tardius moveatur, sive demum versus contrariam, *utrumque corpus post impactum una cum communi centro gravitatis junctim movebitur*. Etenim quum corpori B nullum impedimentum fieri supponamus à corporibus circumambientibus, profecto, per *legem Naturæ secundam*, necesse est ut ipsum moveatur versus eam partem, versus quam impellitur à corpore A. Sed necesse est etiam ut junctim procedant; non enim tardius moveri potest, ob corpus insequens A; non celerius, quia omnis motus proficiscitur ab impulsu corporis A, quum omnis alia causa, ut vis elastica, & ambiens fluidum nihil agere supponantur: itaque post impactum utrumque corpus cum communi centro gravitatis junctim movebitur. Sed contingere quoque potest, ut am-

bo

bo post concursum quiescant una cum communi centro gravitatis, scilicet si versus contrarias partes mota, viribus æqualibus se petant: nam vires æquales, & contrariæ funditus pereunt.

282. Ex eo autem quod corpora elasticitatis expertia post concursum junctim moveri debent una cum centro communi gravitatis, sequitur velocitatem illorum æstimandam esse ex velocitate ejusdem centri, quæ quidem velocitas neque intenditur, neque remittitur ab occursum, ut supra demonstratum est. Quapropter inventa velocitate centri gravitatis ante occursum, illico habebitur velocitas, cum qua velocitate corpora junctim moventur post occursum. Et quoniam summa motuum factorum ad eandem partem, & differentia motuum factorum ad contrarias æqualis est motui, qui prodiret, si utrumque corpus moveretur cum velocitate communis centri gravitatis, si quidem *summa motuum factorum ad eandem partem*, quæ data est, *vel etiam differentia motuum factorum ad contrarias*, quæ pariter data est, *dividatur per summam corporum*, prodibit velocitas communis centri gravitatis, cum qua velocitate junctim una cum ipso centro gravitatis corpora non elastica post percussorem movebuntur: id quod lætissimis exemplis illustrare conabimur.

283. Itaque ponamus *primo* massam corporis A esse ad massam corporis B ut 3 ad 1, velocitatem vero esse ad velocitatem ut 8 ad 4. Hic, siquidem utrumque corpus moveatur versus eandem partem, summa motuum $24 + 4 = 28$ dividenda erit per summam massarum $3 + 1 = 4$: ita enim habebitur tum velocitas communis centri gravitatis, quum velocitas, cum qua utraque corpora una movebuntur post occursum; eaque velocitas erit 7; adeoque manet summa motuum factorum ad eandem partem ante occursum $24 + 4$ æqualis summæ motuum post occursum $21 + 7$. Quod si vero corpora tendant ad partes contrarias differentia motuum $24 - 4 = 20$ dividenda erit per summam massarum $3 + 1 = 4$: ea enim ratione habebitur quum velocitas communis centri gravitatis, tum velocitas, cum qua

qua utrumque corpus junctim movebitur post occursum; eaque velocitas erit 5: adeoque manet differentia motuum ante occursum $24 - 4$ æqualis summæ motuum factorum ad eandem partem post occursum $15 + 5$. Ponamus *secundo* massam corporis A esse ad massam corporis B ut 5 ad 3, velocitatem vero esse ad velocitatem ut 9 ad 15. Et quoniam hic, si corpora tendunt ad partes oppositas, differentia motuum $45 - 45 = 0$ est nulla, adeoque velocitas centri gravitatis, quæ habetur dividendo differentiam motuum per summam corporum est pariter nulla: sequitur, in hypothese, quod corpora A, & B motibus æqualibus in se mutuo incurrant, ea post occursum quiescere debere. Ponamus *denique* corpus B quiescere, corpus vero A moveri contra ipsum cum octo gradibus velocitatis, sitque massa corporis A ad massam corporis B ut 5 ad 3: Hic summa motuum ante occursum est 40; quantus scilicet est motus solius corporis A: eo autem motu diviso per summam corporum $5 + 3 = 8$, prodibit quædam velocitas communis centri gravitatis, tum velocitas, cum qua utrumque corpus movebitur post occursum, eaque velocitas erit 5: & manet summa motuum post occursum $25 + 15$ æqualis motui corporis A ante occursum, qui motus erat 40.

284. Sed in hoc novissimo exemplo adnotandum est velocitatem communis centri gravitatis, adeoque velocitatem utriusque corporis post occursum eo minorem fore, quo major fuerit moles corporis quiescentis; scilicet quia quò majus est corpus quiescens B, eo major fit summa corporum A, & B, per quam summam dividendus est motus corporis A ad habendam velocitatem communis centri gravitatis. Itaque si corpus B sit magnitudinis immensæ, velocitas, cum qua utrumque corpus moveri debet post occursum erit parvitatæ immensæ, adeoque ea post occursum physice quiescentia id quod supra etiam adnotatum est.

285. Quiescat nunc corpus B, contra quod impellatur oblique corpus A, (Fig. 33.) & oporteat motus ipsorum post occursum definire. Fiat collisio in loco C, per quem intelligatur transire planum contingens utraque

que corpora sphaerica, quod *planum percussionis* appellari potest. Tum demittatur ad hoc planum perpendicularis AD, jungaturque DC. Et jam si recta AC designet motum corporis impellentis A, is dissolvetur in duos motus AD, DC, quorum motuum alter est parallelus plano percussionis, alter vero est perpendicularis ad idem planum. Ita que corpus A percutiet corpus B non cum toto motu AC, sed tantum cum parte AD; nam reliqua pars DC quum parallela sit plano percussionis agere nequit in corpus B, quæ idcirco post percussionem integra manebit in corpore A. Ducatur per punctum C recta CX parallela rectæ AD: & jam post percussionem corpus B movebitur secundum rectam CX; vis enim percutiens eam directionem habet. Quantitas autem motus CX habebitur si motus AD dividatur per summam corporum A, & B, & quotiens divisionis multiplicetur per corpus B. Ad habendum vero motum corporis percutientis A, producenda est DC, usque donec sit CE æqualis CD, completoque parallelogrammo CEFX jungenda est diagonalis CF: ea enim designabit directionem, & quantitatem motus corporis A post impactum. Nam ex illo tempore corpus A urgetur duplici motu, scilicet motu CX, qui communis est ei cum corpore B, & motu CD, sive CE, qui in percussionem non influit, ex quibus oritur motus CF.

286. Cæterum pro diversa percussionis obliquitate diversi pariter erunt motus corporum A, & B post percussionem. Nam pro quo percussio est minus obliqua, eo major est motus AD, cum quo fit percussio, & minor est motus DC, qui in percussionem non influit: vicissim vero quo percussio est obliquior, eo major est pars illa motus quæ non influit in percussionem, & minor illa, quæ consumitur ad percutiendum: usque adeo ut in percussione directa totus motus impendatur ad percutiendum, in percussione vero obliquissima, quando scilicet planum percussionis tangit tum corpus B, quum corpus A, nulla pars motus ad percutiendum impendatur: adeoque priori casu corpora junctim movebuntur, posteriori vero casu corpus A stringens levissime
cor,

corpus B ulterius progredietur nihil turbato statu corporis quiescentis B.

287. Denique corpora A, & B (*Fig. 34.*) colliduntur oblique in puncto C, per quod agatur planum percussionis utraque corpora contingens; demissisque perpendicularibus AD, BE, jungantur AC, BC, & CED. Et jam quia AC, & BC sunt spatia eodem tempore descripta à corporibus A, & B; in motu autem æquabili velocitates sunt ut spatia eodem tempore descripta: erit velocitas corporis A ad velocitatem corporis B ut AC ad BC: adeoque momentum, seu vis corporis A erit ad momentum corporis B ut A. AC ad B. BC. Diviso autem utroque motu in suos motus componentes nempe motu A. AC in motus laterales A. AD, & A. DC: motu vero B. BC in motus laterales B. BE, & B. EC, manifestum est corpora A, & B collidi tantum motibus A. AD, & B. BE, qui scilicet sunt perpendiculares ad planum percussionis; at vero motus A. DC & B. EC integros manere post percussionem, priorem quidem corpori A, posteriorem vero corpori B: quum motus isti paralleli sint plano percussionis. Quapropter ad determinandos motus post occursum dividenda est *primo* differentia motuum A. AD, & B. BE per summam corporum A + B: sic enim habebitur velocitas cum qua corpora A & B junctim progredierentur post occursum, si ea nullis aliis motibus cierentur, quam iis, cum quibus colliduntur. Sit CX velocitas ista, quæ parallela sit rectis AD, BE. *Secundo* componenda est ista velocitas & cum velocitate reliqua DC corporis A, & cum velocitate reliqua CE corporis B, quemadmodum factum in schemate adparet: quibus peractis habebuntur directiones, quantitatesque motuum A, & B post occursum. In quo quidem advertendum est, contingere posse ut motus A. AD, & B. BE, cum quibus peragitur percussio, sint æquales inter se; tuncque, iis in percussione deletis, utraque corpora movebuntur post occursum secundum rectam DC productam versus Z, corpus quidem A cum velocitate DC, corpus vero B cum velocitate EC.

III. Cor-

III.

*Corporum elasticorum leges congressuum
adferuntur, & demonstrantur.*

288. **A**Dsumemus hic pariter corpora A, & B perfectissima elasticitate donata *primo* directe se mutuo ferire; *tum* vero oblique se petere; atque in utraque hypothefi leges motuum rimabimur. Principio autem id nobis ostendendum est, quod si datum corpus directe impingat in aliud corpus datum quiescens, *ictus quantitas proportionalis sit velocitati impingentis*. Nempe si corpora æqualia A, & C (Fig. 35.) velocitatibus inæqualibus AB, CD impingant directe in corpora quiescentia B, & D etiam æqualia: quantitas ictus corporis A adversus corpus B erit ad quantitatem ictus corporis C adversus corpus D ut se habet velocitas AB corporis A ad velocitatem CD corporis C.

289. Sit enim E centrum gravitatis corporum A, & B: F autem centrum gravitatis corporum C, & D: itaque erit EB velocitas centri gravitatis corporum priorum; FD autem erit velocitas centri gravitatis corporum posteriorum: interea enim ac corpora A, & C describunt respective spatia AB, CD, centra gravitatis E, & F pertranseunt respective vias EB, FD; unde, neglecto tantisper elasticitatis effectu, corpora A, & B post percussione[m] movebuntur junctim cum velocitate EB; corpora vero C, & D movebuntur junctim cum velocitate FD. Et quoniam momenta corporum A, & C ante percussione[m] erant A. AB, & C. CD, post percussione[m] vero sunt A. EB, & C. FD, momenta, sive motuum quantitates in percussione perditæ erunt A. AE, & C. CF. Unde quum ictus quantitas proportionalis sit motus quantitati, sive etiam vi in percussione perditæ: quæ quidem vis decedit corpori percutienti, & acquiritur corpori percusso; erit quantitas ictus corporis A adversus B ad quantitatem ictus corporis C adversus D ut

D ut A. AE ad C. CF; sive etiam ut AE ad CF: nam corpora A, & C ponuntur æqualia. At vero AE est ad CF ut AB ad CD; itaque ob æqualitatem rationum erit quantitas ictus corporis A adversus B ad quantitatem ictus corporis C adversus D, quemadmodum se habet velocitas AB corporis A ad velocitatem CD corporis C.

290. Quod autem AE sit ad CF ut se habet AB ad CD, ita ostenditur. Quoniam E est centrum gravitatis corporum A, & B, & F est centrum gravitatis corporum C, & D, erit *primo* corpus A ad corpus B ut BE ad AE. Et *secundo* erit corpus C ad corpus D, ut DF ad CF. Est autem corpus A ad corpus B, ut corpus C, ad corpus D: nam quum corpora A, & C, tum corpora B, & D ponuntur æqualia: quare erit quoque BE ad AE, ut DF ad CF; & invertendo AE ad EB, ut CF ad FD; componendo autem AB ad AE, ita CD ad CF: & denique permutando AB ad CD, ut AE ad CF.

291. Unde modo illud sequitur eandem fore ictus quantitatem, sive corpus B quiescat, & A moveatur contra ipsum cum velocitate AB, sive vicissim A quiescat, & B moveatur contra ipsum cum eadem velocitate AB. Etenim ex ostensis quantitas ictus corporis A adversus B designatur per A. AE; & quantitas ictus corporis B adversus A designatur per B. BE. Atqui A. AE est æqualis B. BE; est enim A ad B, ut BE ad AE: ergo eadem prodit quantitas ictus, sive A moveatur adversus B cum velocitate AB, sive vicissim B moveatur adversus A cum eadem velocitate AB.

292. Sed illud etiam est nobis ostendendum, quod si corpus unum in alterum secundum eandem rectam ad eandem partem segnius latum directe impingat eadem futura sit ictus magnitudo, atque foret, si antecedens quiesceret, & insequens in illud cum velocitatum differentia latum esset. Sint enim duo corpora A, & B (Fig. 36.) versus eandem partem lata, eaque concurrere ponantur in D, sitque C eorum commune centrum gravitatis. Rectæ AD, BD, & CD designabunt velocitates corporum A, B, & centri gravitatis C respective: adeoque AB erit differentia velocitatum eorundem corporum

rum A, & B: utriusque autem corporis post impactum velocitas designabitur per rectam CD; itaque motus amissus in corpore A erit A. AC, atque huic motui proportionalis erit quantitas ictus corporis A adversus B, si utrumque moveretur versus D. Fac nunc corpus B quiescere, corpus vero A irruere in ipsum cum velocitatum differentia AB; ejus velocitas post occursum esset CB, motus vero amissus foret A. AC: unde quum in utroque casu eadem amittatur in percutiente quantitas motus, sequitur eandem fore ictus magnitudinem siue utrumque corpus A, & B moveatur versus D, siue corpus B quiescat, & A moveatur contra ipsum tantum cum differentia velocitatum. Ex quo illud consequitur, quod, eadem manente velocitatum differentia, quibus corpora A, & B ad se se accedunt, quomodocumque augeatur, vel minuatur earum summa, eadem semper futura sit quantitas ictus.

293. Denique illud nobis ostendendum est, quod si corpora duo motibus contrariis sibi invicem obviam veniant, *ictus magnitudo eadem futura sit, ac si unum ipsorum quiesceret, & alterum in illud cum velocitatum summa impingeret*. Sint enim duo corpora A, & B (Fig. 37.) versus contrarias partes lata, quorum commune gravitatis centrum sit C, sitque D punctum, in quo concurrunt. Constat velocitates corporum A, & B esse ut rectas AD, BD; ac proinde velocitatum summa exponetur per AB; CD autem designabit ipsorum velocitatem post impactum: adeoque motus in corpore A amissus erit A. AC. Atqui si corpus A impingeret in corpus quiescens B cum velocitate AB velocitas post impactum esset CB, & motus amissus foret etiam A. AC: itaque quum utroque casu eadem amittatur quantitas motus, dicendum est eandem manere ictus magnitudinem siue corpora A, & B motibus contrariis se petant, siue corpus B quiescat, & A irruat in ipsum cum summa velocitatum. Ex quo illud consequitur, eadem manente velocitatum summa, quæcumque sit velocitatum differentia, seu quomodocumque velocitas illa inter corpora concurrentia sit distributa, eandem semper futuram ictus magnitudinem.

294. Ita-

294. Itaque si sint duo corpora A, & B, quæ alicubi directe concurrant, velocitatibus autem, quibus accedunt ad se mutuo, imponatur nomen *velocitatis respectivæ*, generaliter pronuntiari poterit *ictus quantitatem semper proportionalem esse corporum velocitati respectivæ*. Nam *primo* si corpus B quiescit, velocitas, cum qua movetur corpus A, erit velocitas respectiva. *Secundo* si utrumque corpus A, & B movetur versus eandem partem, differentia velocitatum erit velocitas respectiva. *Tertio* si corpora A, & B motibus contrariis sibi mutuo obviam veniant, summa velocitatum erit velocitas respectiva. Atqui ostensum est ictus quantitatem priori casu proportionalem esse velocitati corporis A, secundo casu proportionalem esse differentię velocitatum corporum A, & B, & tertio denique casu proportionalem esse summę velocitatum eorundem corporum; ergo ictus quantitas semper proportionalis erit corporum concurrentium velocitati respectivæ: usque adeo ut, eadem manente velocitate respectivæ, quamquam singulorum corporum velocitates vel æqualiter auctę fuerint, vel æqualiter imminutę, eadem nihilominus futura sit quantitas ictus. Igitur corporum in dato spatio inclusorum *iidem erunt motus inter se, sive spatium illud quiescat, sive moveatur uniformiter in directum*. Nam motus uniformis & rectilineus nihil addit, nihilque detrahit velocitati corporum respectivę, cujus tantum habenda ratio est in expendendis collisionibus corporum: hoc est in navi eodem modo omnes motus se habent, sive ea quiescat, sive moveatur uniformiter in directum.

295. Sint nunc duo corpora elastica A, & B, & oporteat eorum motus post occursum determinare. Hic primum certum est, si neutrum corpus elasticum esset, utrumque post occursum motum iri cum velocitate communis centri gravitatis versus eam partem, versus quam movetur corpus, quod majus habet momentum. At vero quum vel utrumque, vel alterum saltem ponatur perfecta elasticitate donatum, videndum est quid præstet elasticitas in occurso, ut ejus quoque ratio habeat-

habeatur. *Primo* autem, quum elasticitas perfecta esse ponatur, corpora A, & B qua vi compressa fuerunt, eadem vi resiliunt post percussione; itaque quum vis compressionis, sive quantitas ictus ostensa sit proportionalis velocitati corporum respectivæ: sequitur vim, qua ipsa resiliunt eidem velocitati respectivæ proportionalem esse: adeoque, quanta fuit velocitas eorum respectiva ante occursum, tanta pariter esse debet post occursum. *Secundo* quum vis elastica post percussione agat eodem modo contra corpora A, & B: profecto necesse erit; ut æqualem motus quantitatem in utroque corpore producat, versus partes tamen contrarias; adeoque corpus A erit ad corpus B, ut velocitas, quam elasticitas tribuit corpori B ad velocitatem, quam eadem elasticitas tribuit corpori A. Atqui velocitates utriusque corporis post occursum adæquant velocitatem respectivam ipsorum ante occursum: quare elasticitatis ratio habebitur, siquidem *velocitas corporum congregientium respectiva dividatur ipsis corporibus in reciproca eorum ratione*: ita enim corpora A, & B æqualem motus quantitatem sibi comparabunt ab elasticitate, & eadem manebit velocitas respectiva ante, & post occursum.

196. Quibus sic demonstratis velocitates corporum A, & B post occursum ita definientur. Inveniatur *primo* velocitas communis centri gravitatis corporum A, & B, cum qua scilicet velocitate utrumque moveretur post occursum versus plagam, versus quam movetur corpus A (quod majus momentum habere suppono), si neutrum foret elasticum. *Tum* velocitas respectiva corporum A, & B dividatur ipsis in reciproca eorum ratione. *Denique* ad velocitatem communis centri gravitatis addita velocitate, quam corpus B sibi paravit ab elasticitate, ex eadem vero communis centri gravitatis velocitate dempta velocitate, quam corpus A paravit sibi ab elasticitate, habebuntur velocitates, quibus corpora A, & B moveri debent post occursum. Ubi notandum est corpus B semper moveri post occursum versus plagam, versus quam movebatur corpus A, quod majus momentum habere positum est. At vero de directione

M

motus

motus corporis A nihil certi pronunciari generaliter potest. Nam quum tria contingere possint: I, ut velocitas ipsi ab elasticitate acquisita minor sit velocitate communis centri gravitatis: II, ut sit ei æqualis: III, ut illa sit major: siquidem primum contingat, corpus A perget moveri versus eandem plagam; si secundum accadat, corpus A quiescet post occursum; & denique si tertium eveniat corpus A resiliet versus plagam oppositam. Quæ omnia exemplis nunc illustranda sunt.

297. Itaque ponamus *primo* corporis A massam esse ad massam corporis B, ut 3 ad 1, velocitatem vero esse ad velocitatem ut 8 ad 4. Hic, siquidem utrumque corpus moveatur versus eandem plagam, erit velocitas communis centri gravitatis 7, quemadmodum superiori articulo demonstratum est: velocitas autem respectiva erit $8 - 4 = 4$; qua divisa corporibus A, & B in reciproca ipsorum ratione, corpus A sortietur partem unam, corpus vero B partes reliquas tres; adeoque velocitas corporis A post occursum erit $7 - 1 = 6$, velocitas vero corporis B post occursum erit $7 + 3 = 10$; & manet summa motuum factorum ad eandem partem ante occursum $24 + 4$ æqualis summæ motuum factorum etiam ad eandem partem post occursum $18 + 10$. Quod si vero corpora sibi mutuo obviam eant, erit velocitas communis centri gravitatis partium 5, quemadmodum superiori articulo ostensum etiam est; velocitas autem respectiva erit $8 + 4 = 12$: qua divisa corporibus A, & B in reciproca ipsorum ratione, corpus A sortietur partes tres velocitatis, corpus vero B sortietur reliquas partes novem: adeoque velocitas corporis A post occursum erit $5 - 3 = 2$, velocitas vero corporis B post occursum erit $5 + 9 = 14$; & manet differentia motuum factorum ad partes contrarias ante occursum $24 - 4$ æqualis summæ motuum factorum ad eandem partem post occursum $6 + 14$.

298. Ponamus *secundo* massam corporis A esse ad massam corporis B ut 3 ad 1, velocitates vero utriusque corporis esse æquales: puta utraque partium 8; corpora autem sibi mutuo obviam ire. In hoc exemplo velocitas

locitas communis centri gravitatis est 4; velocitas vero respectiva est $8 + 8 = 16$: ea autem divisa corporibus A, & B in reciproca ipsorum ratione, fortietur quidem corpus A partes quatuor velocitatis, corpus vero B reliquas partes 12; adeoque velocitas corporis A post occursum erit $4 - 4 = 0$; quod corpus idcirco quiescet; velocitas vero corporis B post occursum erit $4 + 12 = 16$, & manet differentia motuum ante occursum $24 - 8 = 16$ æqualis motui corporis B post occursum; qui motus est pariter 16.

299. Denique ponamus corpus A irruere in corpus quiescens B cum 21 gradibus velocitatis, ponamusque præterea massam corporis A esse ad massam corporis B ut 1 ad 6. Velocitas communis centri gravitatis erit graduum 3, velocitas vero respectiva erit graduum 21: qua divisa corporibus A, & B in reciproca eorum ratione, fortietur corpus A gradus 18, reliquos vero gradus 3 fortietur corpus B: adeoque velocitas corporis A post occursum erit $3 - 18 = -15$; quod idcirco resiliet versus plagam oppositam cum gradibus quindecim velocitatis: velocitas vero corporis B erit $3 + 3 = 6$; & manet summa motuum ante occursum $21 + 0 = 21$ æqualis differentię motuum factorum ad plagas contrarias post occursum $36 - 15 = 21$.

300. Hactenus supposuimus utraque corpora congradientia, vel alterutrum saltem perfecta elasticitate esse donatum. Videamus modo quomodo determinari possint motus post congressum corporum imperfecte elasticorum: quod utique factu facile erit, modo cognoscatur imperfectio elasticitatis, sive etiam cognoscatur ratio, quę est inter vim comprimentem, & vim restituentem. Pone rationem istam esse eam, quam habet numerus 3 ad numerum 1: itaque velocitas, cum qua corpora elastica ad se se mutuo accedunt tripla erit velocitatis, qua ea recedunt à se mutuo. Ut si corpora A, & B, quorum massę sint inter se ut 4 ad 1, sibi mutuo obviam eant velocitatibus, quę sint inter se ut 20, & 10, eorum velocitas respectiva in accessu erit 30: adeoque velocitas respectiva in recessu erit 10; quę dividenda erit cor-

poribus in reciproca ipsorum ratione; adeoque ad corpus A spectabunt velocitatis gradus 2, ad corpus vero B spectabunt gradus 8. Et quoniam velocitas communis centri gravitatis est 14, velocitas corporis A erit post occursum graduum $14 - 2 = 12$; velocitas vero corporis B post occursum erit $14 + 8 = 22$: & manet differentia motuum ante occursum $80 - 10 = 70$ æqualis summæ motuum post occursum $48 + 22 = 70$.

301. Atque his legibus absolvitur percussio directa corporum elasticorum. Videndum modo est, quomodo determinari possint motus corporum elasticorum oblique impingentium. Moveantur itaque corpora elastica A, & B (Fig. 34.) in lineis ad se invicem inclinatis AC, BC, quarum longitudines exponant velocitates corporum A, & B respective, & collidantur oblique in puncto C, per quod agatur planum percussionis utraque corpora contingens: demissisque perpendicularibus AD, BE, conjungatur CED. Et jam quia AC, & BC exponunt velocitates corporum A, & B respective: momentum corporis A erit ad momentum corporis B, ut A. AC ad B. BC. Diviso autem utroque motu in suos motus componentes, nempe motu A. AC in motus laterales A. AD, & A. CD: motu vero B. BC in motus laterales B. BE, & B. CE, manifestum est corpora A, & B collidi tantum motibus A. AD, & B. BE, qui scilicet sunt perpendiculares ad planum percussionis: at vero motus A. CD, & B. CE integros manere post occursum, priorem quidem corpori A, posteriorem vero corpori B; quum motus isti paralleli sint plano percussionis. Quapropter ex datis motibus A. AD, & B. BE, quibus corpora A, & B colliduntur inter se, inveniantur velocitates eorundem corporum post occursum per regulas superius traditas; quibus inventis, componantur eæ cum velocitatibus CD, CE, quibus velocitatibus percussio nihil adfert detrimenti; sic enim habebuntur velocitates, atque directiones motuum, quibus corpora elastica A, & B oblique se percutientia in puncto C post occursum feruntur. Id quod adeo manifestum est, ut exemplis illustrare superfluum esse arbitrer.

IV. Me-

IV.

Methodus expeditissima profertur, qua mediante motus corporum sive non elasticorum, sive elasticorum directe se petentium possunt supputari.

302. **E**X his, quæ hætenus tradita sunt, deducitur methodus expeditissima ad supputandos motus corporum sive non elasticorum, sive elasticorum apprime utilis, quam cognoscere operæ pretium est. Sumto A, & B corpora duo (Fig. 25.), quorum commune gravitatis centrum sit C, eaque ponantur primo omni elasticitate esse destituta, & oporteat velocitates ipsorum post percussione[m] definire. Hic tres casus distinguendi sunt. *Primus* casus est, si corpus A movetur contra corpus quiescens B. *Secundus* casus est, si corpus A movetur contra corpus B tardius motum versus eandem plagam. Denique *tertius* casus est, si corpus A movetur contra corpus B, quod ipsum etiam vel velocius, vel tardius movetur contra corpus A.

303. In *primo* casu si velocitas corporis A representetur per AB, velocitas communis centri gravitatis C representabitur per CB; adeoque post percussione[m] utrumque corpus junctim feretur cum velocitate CB. Ex quo sequitur corpus A amisisse in percussione velocitatem AC, corpus vero B adquisivisse velocitatem CB. Et quoniam AC est ad CB, ut corpus B ad corpus A, & præterea AC, & CB simul adæquant ipsam AB; duo inde manifesta sunt. I, *velocitatem amissam in percussione à corpore A esse ad velocitatem adquisitam à corpore B vicissim ut se habet corpus B ad corpus A.* Et II, *velocitatem amissam à corpore A una cum velocitate adquisita à corpore B componere velocitatem respectivam corporum A, & B.*

M 3

304. In

204. In *secundo* casu si corpora A, & B concurrunt in D, (Fig. 36.) erit quidem AD velocitas corporis A, BD velocitas corporis B, CD velocitas communis centri gravitatis, & AB velocitas corporum A, & B respectiva. Itaque quia post occursum corpora A, & B junctim moveri debent cum velocitate communis centri gravitatis, necesse est, ut ea post occursum ferantur cum velocitate CD; adeoque corpus A in percussione amittere debuit velocitatem AC, corpus vero B acquirere velocitatem CB. Et quoniam AC est ad CB ut corpus B ad corpus A, & præterea AC, & CB simul adæquant ipsam AB, duo pariter inde fiunt manifesta. I. *velocitatem amissam à corpore A esse ad velocitatem adquisitam à corpore B vicissim ut corpus B ad corpus A*. Et II. *velocitatem amissam à corpore A una cum velocitate adquisita à corpore B componere velocitatem respectivam corporum A, & B*.

205. In *tertio* casu si corpora concurrunt in D, (Fig. 37.) erit quidem AD velocitas corporis A, BD velocitas corporis B, CD velocitas communis centri gravitatis, & AB velocitas corporum respectiva. Itaq; quia post occursum corpora A, & B junctim moventur cum velocitate communis centri gravitatis, utique ea movebuntur post percussionem cum velocitate CD; adeoque corpus A post impactum amisit velocitatem AC, corpus autem B acquisivit velocitatem CB: hujus enim pars BD versus plagam unam quum destruaturs cum eadem BD versus plagam oppositam, manebit in corpore B post occursum velocitas CD. Et quoniam AC est ad CB ut corpus B ad corpus A, & præterea AC, & CB simul componunt ipsam AB, duo inde manifesta fiunt. I. *velocitatem amissam à corpore A esse ad velocitatem adquisitam à corpore B vicissim ut corpus B ad corpus A*. Et II. *velocitatem amissam à corpore A una cum velocitate adquisita à corpore B componere velocitatem corporum A, & B respectivam*. Et igitur generaliter si duo corpora non elastica quomodocumque concurrant inter se, modo concurrant directe, *velocitas amissa in percussione à corpore uno erit ad velocitatem adquisitam à corpore al-*
tero

tero vicissim ut istud corpus ad illud. Et præterea velocitas amissa à corpore uno una cum velocitate acquisita à corpore altero component velocitatem corporum respectivam.

306. Unde modo ad supputandas velocitates corporum non elasticorum post occursum adhiberi potest regula sequens. *Velocitas corporum congrredientium respectiva dividatur in reciproca ipsorum ratione, & pars quidem maior scribatur pone corpus minus, pars minor scribatur pone corpus majus. Tum ex velocitate corporis, quod ante occursum majus habebat momentum, auferatur pars illa velocitatis relativa, qua pone ipsum est adnotata, velocitati vero corporis alterius addatur pars altera velocitatis relativa, qua etiam juxta ipsum est adnotata: nam residuum in primo, & summa in secundo erunt velocitates corporum quasita.* Ut ecce si massa corporis A fuerit ad massam corporis B ut 4 ad 1, velocitas autem corporis A sit graduum 50, & corpus B epiescat; velocitas respectiva erit graduum 50; qua divisa in reciproca ponderum ratione, scribendus erit numerus 10 juxta corpus A, & numerus 40 juxta corpus B: itaque velocitas corporis A post occursum erit $50 - 10 = 40$; velocitas vero corporis B post occursum erit $0 + 40 = 40$. Præterea si massa corporis A fuerit ad massam corporis B ut 5 ad 1, velocitas vero mobilis A fuerit ad velocitatem mobilis B ut 24 ad 6, siquidem ea tendant ad unam partem, velocitas eorum relativa erit graduum 18: qua divisa in reciproca corporum ratione scribendus erit numerus 3 pone corpus A, & numerus 15 pone corpus B: itaque velocitas corporis A post occursum erit $24 - 3 = 21$, velocitas autem corporis B post occursum erit $15 + 6 = 21$. Sin vero tendant ad partes oppositas, velocitas eorum relativa erit 30; qua divisa in reciproca corporum ratione, scribendus erit numerus 5 pone corpus A; & numerus 25 pone corpus B: itaque velocitas corporis A post occursum erit $24 - 5 = 19$, velocitas vero corporis B post occursum erit $25 - 6 = 19$. Ubi notandum velocitatem 6, qua corpus B ferebatur ante occursum, subtrahendam

M 4

hic

hic esse ex velocitate 25, quam corpus *B* adquisivit in percussione: nam earum una est, ut ita dicam, positiva, altera vero est negativa; scilicet quia prior tendit ad partem unam, posterior tendit ad partem oppositam; adeoque quæ alibi erat additio, hic in subtractionem abit, quemadmodum docetur in *Algebra Elementis*. Denique si corpus *A* fuerit ad corpus *B* ut 3 ad 1, velocitas autem fuerit ad velocitatem ut 10 ad 30, corpora vero sibi mutuo obviam eant; velocitas eorum respectiva erit gradum 40: qua divisa in reciproca ratione corporum, scribendus erit numerus 10 juxta corpus *A*, & numerus 30 prope corpus *B*: unde velocitas corporis *A* post occursum erit $10 - 10 = 0$, velocitas vero corporis *B* post occursum erit $30 - 30 = 0$; adeoque utrumque corpus post occursum quiescet.

307. Sequuntur corpora elastica; quorum elasticitatis rationem haberi diximus, si velocitas corporum congregientium respectiva dividatur in reciproca ipsorum ratione, & partes inde subortæ addantur, subtrahanturque velocitati communis centri gravitatis: unde operatio isthæc conjuncta cum priore operatione, in qua etiam velocitas corporum respectiva distribui oportuit in reciproca corporum ratione, subministrat nobis regulam sequentem, cujus beneficio supputari possunt velocitates corporum elasticorum post occursum. *Velocitas corporum congregientium respectiva dividatur in reciproca ipsorum ratione, & pars quidem major scribatur pone corpus minus, pars vero minor pone corpus majus. Tum ex velocitate corporis, quod ante occursum majus habebat momentum, auferatur duplum illius velocitatis, quæ juxta ipsum fuit adnotata; velocitati vero corporis alterius addatur duplum ejus velocitatis, quæ juxta ipsum fuit quoque adnotata: nam residuum in primo, & summa in secundo erunt velocitates corporum quasitæ.* Ut ecce si corpus *A* fuerit ad corpus *B* quemadmodum se habet 4 ad 1, velocitas autem corporis *A* sit graduum 50, & corpus *B* quiescat, velocitas respectiva erit graduum 50; qua divisa in reciproca corporum ratione, scribendus erit numerus 10 juxta corpus *A*, & nume-

rus

rus 40 juxta corpus B. Itaque velocitas corporis A post
 occursum erit $50 - 20 = 30$, & velocitas corporis B
 erit $0 + 80 = 80$. *Præterea* si massa corporis A sit ad
 massam corporis B ut 5 ad 1, velocitas vero sit ad velo-
 citatem ut 24 ad 6, liquidem ea tendant ad partem
 unam, velocitas ipsorum respectiva erit graduum 18;
 qua divisa in reciproca corporum ratione, scribendus
 erit numerus 3 pone corpus A, & numerus 15 pone
 corpus B: Itaque velocitas corporis A post occursum erit
 $24 - 6 = 18$; velocitas vero corporis B post occursum
 erit $6 + 30 = 36$. Quod si vero tendant ad partes op-
 positas, tunc velocitas respectiva erit partium 30; qua
 divisa in reciproca corporum ratione, scribendus erit
 numerus 5 pone corpus A, & numerus 25 pone cor-
 pus B. Itaque velocitas corporis A post occursum erit
 $24 - 10 = 14$; velocitas vero corporis B post occursum
 erit $50 - 6 = 44$. *Denique* si corpus A fuerit ad corpus
 B ut 3 ad 1, velocitas autem fuerit ad velocitatem ut
 10 ad 30 corpora autem sibi mutuo obviam eant, ve-
 locitas eorum respectiva erit graduum 40: qua divisa in
 reciproca corporum ratione: scribendus erit juxta cor-
 pus A numerus 10, & juxta corpus B numerus 30; un-
 de velocitas corporis A erit $10 - 20 = -10$; velocitas
 vero corporis B erit $60 - 30 = 30$; scilicet corpora A,
 & B resiliunt ad partes oppositas cum iisdem velocita-
 tis gradibus 10, & 30 cum quibus accesserunt.

V.

*Theoremata Hugeni-
 ana de motu corporum
 elasticorum ex percussione in medium
 adferuntur, & exemplis
 illustrantur.*

308. **N**E quidquam deesset huic doctrinæ de corpo-
 rum percussione, Theoremata Hugeni-
 ana hic adferre, exemplisque illustrare, conveniens esse ar-
 bitratus sum. *Primum Theorema est. Si corpori quies-
 centi*

scienti aliud æquale corpus occurrat, post contactum hoc quidem quiescet, quiescenti vero adquiretur eadem, quæ fuit in impellente celeritas. Sint enim A , & B corpora æqualia, quorum B quiescat, A vero moveatur contra ipsum cum velocitate $2a$: velocitas ipsorum respectiva erit etiam $2a$; qua divisa in reciproca corporum ratione, scribenda erit quantitas a prope corpus A , & quantitas etiam a prope corpus B ; adeoque velocitas corporis A post occursum erit $2a - 2a = 0$; velocitas vero corporis B post occursum erit $0 + 2a = 2a$. Ex hoc Theoremate manifestum est quod, si contra seriem globulorum æqualium quiescentium impellatur globus alter æqualis, novissimus quidem discedat cum velocitate impellentis, reliqui vero una cum ipso globulo impellente quiescant post impactum. Nam globus impellens transfert totam suam velocitatem in primum globulum, ipseque interea quiescit: primus autem transfert totam velocitatem à se adquisitam in secundum, ipseque manet immotus: secundus in tertium; tertius in quartum, atque ita deinceps; unde novissimus discedit, & reliqui manent immoti. Similiter, si contra seriem globulorum æqualium quiescentium impellantur duo globuli, vel tres, vel quatuor, vel quinque etiam æquales, duo novissimi, vel tres, vel quatuor, vel quinque discedent, reliqui vero manebunt immoti.

309. *Secundum Theorema est. Si corpora duo æqualia inæquali celeritate lata se mutuo impellant, post contactum permutatis invicem celeritatibus ferentur.* Sint enim A , & B corpora æqualia, quæ primo ferantur versus eandem partem velocitatibus inæqualibus $2a$, & $2b$. velocitas eorum respectiva erit $2a - 2b$: qua divisa in reciproca corporum ratione, scribenda erit quantitas $a - b$ pone corpus A , & similiter quantitas $a - b$ pone corpus B : unde velocitas corporis A post occursum erit $2a - 2a + 2b = 2b$; velocitas vero corporis B post occursum erit $2b + 2a - 2b = 2a$. Ferantur secundo eadem corpora A , & B cum iisdem velocitatibus ad partes contrarias. Eorum velocitas respectiva erit $2a + 2b$; qua divisa in reciproca corporum ratione, scribenda erit quantitas

titas $a + b$ juxta corpus A, & quantitas similiter $a + b$ juxta corpus B: unde velocitas corporis A post occursum erit $2a - 2a - 2b = -2b$; & velocitas corporis B post occursum erit $2b - 2a - 2b = -2a$.

310. *Tertium Theorema est. Corpus quamlibet magnum à quamlibet exiguo corpore, & qualicumque celeritate impactu movetur.* Id quod pluries à nobis est adnotatum. *Quartum Theorema ita se habet. Quoties duo corpora inter se colliduntur, eadem est mutuo respectu discedentibus celeritas, quæ fuit adpropinquantibus.* Nam si corpora A, & B fuerint ut 4 ad 1, & A irruat cum quinquaginta gradibus velocitatis contra corpus quiescens B, post occursum B fugiet cum octoginta gradibus velocitatis, A vero insequetur cum triginta: & manet velocitas relativa graduum quinquaginta, ut erat ante occursum. Similiter si massa corporis A sit ad massam corporis B ut 5 ad 1, velocitas vero sit ad velocitatem ut 24 ad 6: siquidem corpora tendant ad eandem partem, post occursum B fugiet cum triginta sex gradibus velocitatis, & A insequetur cum velocitatis gradibus octodecim: & manet velocitas respectiva graduum octodecim, ut erat ante occursum. Quod si vero tendant ad partes oppositas, corpus B post occursum fugiet cum velocitatis gradibus quadraginta quatuor, A vero insequetur cum velocitatis gradibus quatuordecim: & manet velocitas corporum respectiva post occursum graduum triginta, ut erat ante occursum.

311. *Quintum Theorema est. Si duo corpora eadem celeritate singula ad occursum revertantur, quæ ab impulsu resilierunt, singula post alterum impulsu eandem adquirent velocitatem, quæ ferebantur ante occursum primum.* Nam si corpora A, & B, quorum massæ sunt 5 & 1 moveantur ad partes contrarias cum velocitatibus, quæ sint ut 24 & 6, ea post occursum tendent versus unam partem cum velocitatibus, quæ sunt ut 14, & 44. Quod si vero eadem corpora moveantur versus unam partem cum velocitatibus, quæ sint ut 14, & 44, post occursum resilient cum velocitatibus, quæ sunt ut 24 & 6, ut facile est colligere ex regulis superius adductis.

Sex-

Sextum Theorema est. Corporibus duobus sibi mutuo occurrentibus non semper post impulsum eadem motus quantitas in utroque simul sumpto conservatur, quæ fuit ante, sed ea vel augeri potest, vel minui. Id accidit quando corpora sibi mutuo obviam eunt; tunc enim differentia motuum ante, & post occursum manet eadem; sed quod attinet ad summam ea modo augetur, modo vero minuitur.

312. *Septimum Theorema ita se habet. Si corpus majus minori quiescenti occurrat, minorem ei velocitatem dat, quam duplam suam. Hic primum notandum est, quando corpus unum occurrit alteri quiescenti tria contingere posse. I, ut corpus quiescens sit æquale corpori occurrenti, quo casu tota occurrentis velocitas transfertur in corpus quiescens. II, ut corpus quiescens majus sit corpore occurrente, quo casu pars tantum velocitatis corporis occurrentis transfertur in corpus quiescens. III, ut corpus quiescens sit minus corpore occurrente; & tunc corpus quiescens acquirit ex percussione majorem velocitatem, quam est velocitas corporis percutientis. Sed tamen ex hoc Theoremate velocitas ista minor est duplo velocitatis corporis occurrentis. Nam si corpora A, & B sint inter se ut 3 ad 1, & A irruat in B cum 24 gradibus velocitatis, corpus B lucrabitur in percussione gradus 36 velocitatis, qui tamen minores sunt gradibus 48, scilicet duplo velocitatis corporis occurrentis. Si corpora sint inter se ut 7 ad 1, corpus quiescens B adquiret in percussione gradus 42 velocitatis: quod si vero sint ut 23 ad 1, idem corpus B adipiscetur gradus 46 velocitatis. At quantumvis magnum ponatur corpus A numquam tamen accidet, ut velocitas corporis B sit gradum 48, quemadmodum ex calculo facile est colligere. Octavum Theorema est. Si corpora duo sibi ex adverso occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contraria ratione respondeant, utrumque eadem, qua accessit, celeritate resiliat: Nam si corpora A & B, quorum massæ sunt inter se ut 8 ad 7, sibi mutuo obviam eant cum velocitatibus, quæ sint ut 21 ad 24, hoc est in reciproca corporum ratione, ea resili-*

lient

lient cum iisdem velocitatibus 21, & 24, ut facile ex calculo est colligere. *Nonum Theorema* ita se habet. *Celeritas, quam majus corpus dat minori quiescenti ad eam, quam, simili velocitate, minus imprimit quiescenti majori eandem habet rationem, quam majoris magnitudo ad minoris magnitudinem.* Nam si corpora A, & B fuerint ut 4 ad 1, & corpus A irruat in corpus quiescens B cum decem gradibus velocitatis, corpus B lucrabitur ex percussione sexdecim gradus velocitatis. Quod si vero B irruat in A etiam cum decem gradibus velocitatis, corpus A lucrabitur ex percussione quatuor gradus velocitatis; adeoque velocitas, quam corpus majus A dat minori quiescenti B ad eam, quam simili velocitate minus B imprimit majori quiescenti A eandem habet rationem, quam majoris magnitudo habet ad magnitudinem minoris.

312. *Decimum Theorema* ita se habet. *Duobus corporibus sibi mutuo occurrentibus, id quod efficitur ducendo singulorum magnitudines in velocitatum suarum quadrata simul additum ante, & post occursum corporum aequale invenitur.* Nam primo si corpora A, & B fuerint inter se ut 3 ad 1, & corpus A occurrat quiescenti B cum 20 gradibus velocitatis, corpus B fugiet post occursum cum 30 gradibus velocitatis, corpus vero A insequetur cum 10: & manet summa productorum ex corporibus in quadrata suarum velocitatum ante occursum $1200 + 0 = 1200$ æqualis summæ productorum ex iisdem corporibus in quadrata suarum velocitatum post occursum $300 + 900 = 1200$. *Secundo* si corpora A, & B fuerint quoque ut 3 ad 1, eaque tendant ad partem unam cum velocitatibus quæ sint inter se ut 25, & 5, post occursum corpus B fugiet cum 35 gradibus velocitatis, corpus vero A insequetur cum 15; & manet summa productorum ex corporibus in quadrata suarum velocitatum ante occursum $1875 + 25 = 1900$ æqualis summæ productorum ex corporibus in quadrata suarum velocitatum post occursum $675 + 1225 = 1900$. *Denique* si corpora A, & B fuerint pariter ut 3 ad 1, eaque

que tendant ad partes contrarias cum velocitatibus ; quæ sint inter se ut 15 ad 5, corpus B resiliet ab occur-
su cum velocitatis gradibus 25, corpus vero A insequetur cum gradibus 5 velocitatis ; & manet summa produ-
ctorum ante occursum ex corporibus in quadrata
suarum velocitatum $675 + 25 = 700$ æqualis summæ
productorum post occursum ex corporibus in quadrata
suarum velocitatum $75 + 625 = 700$.

314. *Undecimum Theorema* tale est . Si quod cor-
pus majori , vel minori quiescenti obviam pergat , majo-
rem ei celeritatem dabit per interpositum corpus mediæ
magnitudinis itidem quiescens, quam si nullo intermedio
ipsi impingatur . Maximam vero velocitatem tunc con-
feret , quum corpus interpositum fuerit medium propor-
tionale inter extrema . Moveatur corpus A versus C ,
quod quiescat, sitque A majus, vel minus ipso C: atque
inter utrumque medium ponatur corpus B immotum ,
& mediocris magnitudinis , ita ut A primum impellat
B , deinde vero B impellat C ; dico majorem motum
sic adquiri corpori C , quam si simpliciter ei occurrisset
A . Sint enim corpora A, B, & C ut 8, 4, & 1, atque
A quidem impellatur cum velocitatis gradibus 72 . Si
A simpliciter occurrat corpori C , ipsum adquiret ex
percussione gradus 128 velocitatis. At vero si corpus A
primum impellat corpus B , deinde B impellat corpus
C , idem corpus C adipiscetur gradus $153\frac{1}{5}$ veloci-
tatis ; adeoque majorem velocitatem adquiret per inter-
positum corpus mediæ magnitudinis quiescens , quam
si nullo intermedio ipsi impingatur . Idem ostendetur si
corpus majus A quiescat, & minus C impellatur adver-
sus A . Quod autem maxima velocitas tunc adquiratur
alterutri corpori quiescenti , quum corpus magnitudi-
nis intermediæ medium est proportionale inter corpo-
ra præcipua , id quidem ita ostendetur.

315. Ponatur corpus mobile $= a$, corpus immo-
tum $= b$, & corpus intermedium , cujus magnitudo
cognoscenda est $= x$; ponaturque præterea velocitas
corporis mobilis $= c$. Et jam si corpus a irruat in cor-
pus

pus x cum velocitate c , communicabit ei velocita-

tem $\frac{2ac}{a+x}$. Insuper si corpus x occurrat corpori quie-

scenti b cum velocitate $\frac{2ac}{a+x}$, communicabit ei velo-

citatem $\frac{4acx}{a+x}$: & quoniam velocitas ista ma-

xima esse debet: per ea quæ ostenduntur in *Analysi In-*
finitorum necesse est, ut fluxio ejus vel nulla sit, vel

infinita: atqui fluxio quantitatis $\frac{4acx}{ab+ax+bx+xx}$ est
 $\frac{4a^2cbdxx - 4acxxdx}{(ab+ax+bx+xx)^2}$: itaque eademmet fluxio constitui

debet æqualis nihilo; ex qua æquatione colligitur primo
 $4a^2cbdxx = 4acxxdx$, deinde vero $x = \sqrt{ab}$. Scilicet
quando corpus magnitudinis intermediæ medium est
proportionale inter duo corpora præcipua, tunc maxi-
ma alterutri ipsorum velocitas acquiritur.

216. *Duodecesimum*, atque novissimum Theorema est.
Quo plura corpora interponentur inter duo inæqualia,
quorum alterum quiescat, alterum moveatur, eo major
motus quiescenti conciliari poterit. Maximus autem
per unamquamque interpositorum multitudinem ita con-
feretur, si interposita cum extremis continuam proportio-
nalium seriem constituent. Id quod ex Theoremate su-
periori luculentissime colligitur. Si corpora centum
ex ordine dentur in proportionem duplā, incipiatque
motus à maximo versus minimum, invenitur, sub-
ducto calculo ad præceptum regulæ superiori articulo
traditæ, sed in compendium redactæ, quod celeri-
tas corporis minimi ad celeritatem, qua movebatur
maximum sit quamproxime ut 14760000000 ad 1. Si
vero à minimo motus incipiat, augetur in universum
motus quantitas secundum illam proxime rationem,
quæ est inter 1, & 467700000000.

CA-

CAPUT SEPTIMUM

*De Corporum adscensu , vel descensu
rectilineo .*

317. **H**ætenus de motu corporum disputavimus in hypothefi , quod ea æquabiliter incederent. Videndum proxime quibus legibus contineatur motus corporum variabilis , five is fit acceleratus , five fit retardatus . Et quoniam in cursu corporum accelerato motus continuo intenditur , in retardato vero continuo remittitur , necesse est utroque casu vim aliquam adesse , quæ perpetuo agens in corpora , aliquid motus addat semper iis , vel detrahat . Hujusmodi profecto est vis gravitatis , five vis illa , qua corpora sibi relicta descendunt versus Tellurem : etenim ejus actio jugis est atque continua : ideoque corpora , quæ descendunt , continuo debent accelerari , quæ vero adscendunt continuo debent retardari .

318. Vis autem gravitatis , quæ accelerationem , & retardationem motus in corporibus producit , considerabitur hoc loco à nobis ut constans , atque immutabilis . Quamquam enim , ut alibi ostensurus ero , gravitas ejusdem corporis augeatur in accessu ad centrum Telluris in certa quadam ratione , minuatur vero in eadem ratione , sed inversa , in ejus recessu à centro Telluris : tamen quia hic motus corporum adscendentium , vel descendendum non adeo longe à Telluris superficie peracti existimantur , tantillum erit altitudinum discrimen , ut ipsum instar nihili habeat , adeoque nullum sensibile incrementum , vel decrementum inducat in corporum gravitates .

319. Et quoniam corpora adscendendo , vel descendendo moveri possunt tum in lineis rectis , quum in lineis curvis , de utroque adscensu , atque descensu hic agere instituinus ; ita tamen ut prius ratio , atque leges adscensus , vel descensus rectilinei persequendæ à nobis sint.

sint, Supponemus autem primo corpora adscendere, vel descendere secundum lineas perpendiculares ad horizontem: tum vero ea adscendere, vel descendere secundum lineas ad horizontem obliquas effingemus. Præterea in his omnibus resistantiam aeris, tamquam nullius momenti reputabimus: ideoque motus corporum vel in medio non resistente peragi, vel in spatio absolute vacuo fieri existimabimus; id quod in superioribus etiam adsumptum est. Neque quidquam verebimur gravem *Renati Cartesii* censuram, qui quum intellexisset summum Virum *Galilaum Galilæi* expendisse leges descensus corporum gravium in vacuo, sic eum acriter reprehendisse dicitur. *Prius videndum ipsi erat, an corpora descendere possent in vacuo, deinde vero quibus legibus perageretur descensus.*

I.

De gravium corporum descensu, atque adscensu perpendiculari.

320. **Q**uemadmodum spontaneus descensus corporum versus Telluris superficiem eorum gravitati tribuendus est, ita eidem gravitati ferri debet acceptum, quod corpora inter decidendum continuo accelerentur. Est enim gravitas certa quædam vis, quæ indefinenter sollicitat corpora ad descensum; adeoque sicuti globus, quem singulis temporis articulis vis aliqua recens versus eandem partem impellit, magis magisque incitatur ad progrediendum longius versus illam partem: ita necesse est quoque idem accidere corporibus gravibus descendantibus, ut potest quæ à vi gravitatis perpetuo impelluntur deorsum. Et quoniam actio gravitatis supponitur hic constans, atque continua, facile inde erit colligere *motum gravium perpendiculariter ad horizontem decidentium esse motum æqualiter acceleratum*: usque adeo, ut si corpus aliquod descendens aliquam velocitatem sibi in fine

N

certi

certi temporis comparaverit, illud tempore duplo duplam velocitatem, in triplo triplam, in quadruplo quadruplam sibi comparabit. Et generaliter in tempore, quod sit ad tempus prius ut m ad 1 comparabit sibi velocitatem, quæ erit ad velocitatem in priori tempore adquisitionem etiam ut m ad 1.

321. Diviso enim tempore in partes æquales, & infinite parvas, certum est corpus descendens singulis his temporis particulis æquales impulsus à gravitate excipere, & consequenter nova ei semper accedere velocitatis incrementa, quæ & æqualia erunt inter se, & singula proportionalia erunt æqualibus istibus gravitatis. Nam, ut supra demonstratum est, motus geniti in corporibus sunt ut vires, & tempora conjunctim: itaque, obtinente hic æqualitate temporum, & virium, motus geniti in eodem corpore gravi, immo & velocitates ipsæ, quibus, dato corpore, motus sunt proportionales, æquales erunt. Igitur si prima temporis particula corpus grave adquisivisse ponatur velocitatem a , secunda particula temporis adipiscetur tantundem velocitatis; adhuc tantundem in tertia, atque ita deinceps; adeoque ut tempus duplum est, vel triplum, vel utcumque multipulum, ita velocitas dupla erit, vel tripla, vel utcumque multipla. Ex quo consequitur motum gravis descendens esse motum æquabiliter acceleratum.

322. Hoc ostenso, quod totius doctrinæ de gravium descensu basis est, atque fundamentum, ad cætera demonstranda non difficulter progrediemur. *Primo* autem ostendemus *velocitates omnes à corpore gravi in fine quorumvis temporum adquisitas representari posse per triangulum reſtangulum ABC (Fig. 38.) indefinite productum*. Exponat enim latus BC velocitatem adquisitam in fine certi temporis, quod tempus repræsentetur per latus alterum AB: dico velocitatem adquisitam in fine cuiusvis alterius temporis AP, vel AQ designari per longitudinem perpendicularis PM, vel QN. Nam quum, ob triangula similia ABC, AQN, sit AB ad BC ut AQ ad QN, erit permutando AB ad AQ ita BC ad QN: atqui AB est ad AQ, ex hypothesi, ut tempus ad tempus:

pus : tempus autem ad tempus est ut velocitas in fine primi temporis acquisita ad velocitatem in fine secundi temporis acquisitam : quare , ob æqualitatem rationum , erit velocitas acquisita in fine temporis AB ad velocitatem paratam in fine temporis AQ ita BC ad QN. Unde , quum BC designet velocitatem acquisitam à corpore in fine temporis AB , necesse erit QN repræsentare velocitatem ab eodem corpore sibi comparatam in fine temporis AQ.

322. *Secundo demonstrabimus ope ejusdem trianguli rectanguli ABC indefinite producti repræsentari posse spatia omnia , quæ in fine quorumvis temporum corpus grave decidendo descripsit .* Scilicet si rectæ AP , AB , AQ referant tempora casus , & perpendiculares rectæ lineæ PM , BC , QN ad hypotenusam AN pertingentes designent velocitates in fine illorum temporum acquisitas , spatia iisdem temporibus descripta designabuntur per triangula rectangula APM , ABC , AQN : id quod ex iis , quæ dicta sunt ad calcem *Capitis secundi* hujus sectionis manifestissime colligitur . Et quoniam spatium descriptum tempore AP designatur per triangulum APM , spatium vero descriptum tempore AB designatur per triangulum ABC , sequitur spatium descriptum tempore PB designatum iri per trapezium PBCM : & similiter spatium descriptum tempore BQ designatum iri per trapezium BQNC ; spatium vero descriptum tempore PQ repræsentatum iri per trapezium PQNM. Sed notandum est , corpus grave ad describenda spatia APM , ABC , AQN è quiete decidere ; sive etiam ingredi cursus istos cum nulla prorsus velocitate : quum tamen ad peragrandam spatia PBCM , PQNM , BQNC haud quidem decidat ex quiete , sed duorum priorum spatiorum descriptionem odiatur cum velocitate PM , tertii vero spatii descriptionem incipiat cum velocitate BC.

324. *Tertio ostendemus spatium à corpore gravi è quiete decedente certo quodam tempore descriptum dimidium esse ejus spatii , quod idem corpus describeret , si velocitate in fine illius temporis acquisita tantumdem temporis æqualiter progredetur .* Scilicet ostenden-

dum est spatium descriptum à corpore gravi è quiete decidente in quovis tempore AQ dimidium esse ejus spatii, quod idem corpus æquabiliter describeret, si velocitate QN ultimo adqulita moveretur per idem tempus AQ . Nam spatium descriptum à corpore gravi è quiete decidente in tempore AQ designatur per triangulum rectangulum AQN : spatium vero descriptum ab eodem corpore æquabiliter lato cum velocitate QN in eodem tempore AQ designatur per rectangulum contentum ex AQ , & QN ex tempore scilicet, & velocitate: itaque quum triangulum AQN sit dimidium rectanguli ex AQ in QN , consequitur spatium à corpore gravi è quiete decidente descriptum in tempore AQ dimidium esse ejus spatii, quod ab eodem corpore describeretur æquabiliter, si latum velocitate ultima QN moveretur tantundem temporis AQ .

325. Et denique demonstrabimus spatia descripta à corpore gravi decidente è quiete computata ab initio motus esse in ratione duplicata quum temporum, tum velocitatum. Scilicet ostendemus spatium descriptum à corpore gravi decidente à quiete in tempore duplo esse quadruplum, in triplo esse nonuplum, in quadruplo 16plum: & generaliter spatium descriptum in tempore n esse ad spatium descriptum in tempore 1 ut n^2 ad 1. Similiter ostendemus, quando corpus comparavit sibi velocitatem duplam, tunc temporis spatium descriptum esse quadruplum illius, quod descripserat tunc, quum velocitatem simplicem sibi comparaverat; quando vero comparavit sibi velocitatem triplam, tunc spatium descriptum esse nonuplum; & generaliter quando comparavit sibi velocitatem, quæ est ad velocitatem priorem ut n ad 1, spatium descriptum esse ad spatium prius ut n^2 ad 1. Nam triangula APM , ABC , AQN , quæ spatia descripta ab initio motus representant, quum similia sint inter se, rationem habent duplicatam tum laterum AP , AB AQ , quæ tempora respective representant, quum laterum PM , BC , QN , quæ velocitates respective designant. Quumque spatia descripta sint in duplicata ratione tum velocitatum, quum tem-

temporum, erunt *velocitates*, & *tempora in ratione sub-*
duplicata spatiorum descriptorum.

326. Quamobrem si tempora sumuntur ut numeri
 naturales 1. 2. 3. 4. 5. 6. & cæt. velocitates acquisitæ à
 corpore decedente è quiete in fine eorundem tempo-
 rum (quas velocitates rationem temporum servare su-
 pra demonstratum est) erunt ut iidem numeri natura-
 les 1. 2. 3. 4. 5. 6. & cæt: spatia autem descripta in fine
 eorundem temporum, quæ spatia duplicatam habent
 rationem quàm temporum, tum velocitatum, erunt ut
 quadrata 1. 4. 9. 16. 25. 36. & cæt. numerorum natura-
 lium. Ubi advertendum est spatia hic numerari ab ini-
 tio casus: nam si ea spatia perpendamus, quæ temporis
 particulis æqualibus describuntur, inveniemus ea ab
 origine esse inter se, ut sunt numeri impares 1. 3. 5. 7.
 9. 11. & cæt. Etenim spatium descriptum in prima tem-
 poris particula est 1, spatium vero descriptum in secun-
 da, & prima particula temporis est 4; ideoque quod
 describitur secunda tantum particula temporis est 3.
 Præterea spatium descriptum tribus primis temporis
 particulis est 9: itaque quum spatium descriptum in
 primis duabus sit 4, erit spatium descriptum in tertia
 sola particula temporis 5. Insuper spatium descriptum
 primis quatuor temporis particulis æqualibus est 16;
 itaque quum spatium descriptum in tribus primis sit 9,
 supererit spatium descriptum in quarta sola particula
 temporis 7. Eadem ratione ostendetur spatium descri-
 ptum in quinta sola temporis particula esse 9: spatium
 vero descriptum in sexta sola temporis particula esse
 11, atque ita deinceps.

327. Atque his legibus peragitur descensus perpen-
 dicularis corporum gravium: adscensus vero contrariis
 omnino legibus expeditur; id quod inde constare potest,
 quia motus gravium adscendentium est *aquabiliter*
retardatus. Etenim ex velocitate illa, cum qua grave
 sursum projectum est singulis temporis particulis æqua-
 libus, & infinite parvis decedunt singulæ particulæ
 æquales velocitatis, quas ætio gravitatis ei tribuit
 deorsum, Unde motus consueque languescet, donec pe-
 nitus

nitus extinguatur. Et quia gravitas actionem suam numquam intermittit, ex illo tempore corpus grave incipit descendere deorsum. Facile autem erit ostendere, quod si grave corpus descendat ex aliqua altitudine, atque velocitate ultimo adquirenda proficiatur deorsum sursum, ipsum redire debeat ad eandem præcise altitudinem in eodem temporis intervallo. Nam utroque tempore adscensus, atque descensus diviso in particulas æquales, & infinite parvas, erunt singula decrementa velocitatis in adscensu æqualia singulis incrementis in descensu; adeoque summa incrementuum in descensu, sive ipsa velocitas in fine motus adquirenda, adæquabit summam decrementorum, quæ corpus grave æquali tempore adscendendo passum est. Æquali igitur tempore gravi adscendenti decedit tantum præcise velocitatis, quantum adquisiverat in descensu. Ex quo non modo sequitur corpus grave in fine totius temporis adscensurum esse ad eam præcise altitudinem, unde cecidit, verum etiam in fine quarumvis temporum perventurum esse ad ea loca, in quibus descendendo reperiebatur initio temporum correspondentium.

II.

*De gravium corporum descensu, atque
adscensu obliquo.*

328. **V**idendum modo est de gravium descensu, adscensuque obliquo rectilineo: nempe expendendum est, quibus legibus peragatur descensus, atque adscensus corporum gravium super planis inclinatis. In quo faciendo supponemus nullum ex scabritie plani, nullum ex scabritie corporis, nullum denique ex utriusque contactu impedimentum ipsi corpori adscendenti, vel descendenti advenire. Principio autem illud oportet cognoscere, quanta pars gravitatis decedat corpori, quod plano inclinato incumbit; sive potius quanta pars gravitatis sustineatur à plano, quanta ve-

ro sollicitet grave ad descendendum. Nam id quidem experientia compertum est, nonnullam gravitatis partem sustineri à plano inclinato; quæ quidem pars eo major est, quo magis planum est inclinatum, sive quo minus planum deflectit ab horizontali plano, eo vero est minor, quo minus planum est inclinatum, sive quo magis planum accedit ad planum verticale. Videmus siquidem nullam omnino vim requiri ad sustinenda corpora plano horizontali incumbentia; aliquam postulari ad sustinenda corpora plano inclinato inhaerentia, quæ quidem minor est, vel major, pro majori, vel minori plani obliquitate; denique ad sustinenda corpora, quæ planum verticale levissime contingunt, summam vim necessariam esse experimur.

329. Referat itaque AB (*Fig. 39.*) planum horizontale, BC planum inclinatum, & AC planum verticale: incumbat autem corpus grave D plano inclinato CB in loco D. Ducatur per punctum D linea verticalis DX, cujus quævis portio DE exponat integram corporis D gravitatem, scilicet gravitatem illam quam exerceret contra filum, cui, liberrime pendens, esset adligatum; ex puncto autem E demittatur super plano inclinato perpendicularis EF. Et jam vis gravitatis DE dissolvatur in vires duas DF, FE, quarum quidem prior DF dirigitur secundum ipsam plani inclinati longitudinem, altera autem EF directionem habet perpendicularem ad ipsum planum. Et quoniam vires duæ DF, FE tantum possunt, quantum potest vis sola DE: sive corpus D urgeatur vi sola verticali DE, sive urgeatur viribus duabus DF, FE, idem prorsus erit. Unde quia corpus D vi FE premit planum CB perpendiculariter: siquidem revixus plani minor sit vi premente, ipsum cedat necesse est versus partem illam, versus quam tendit ea vis: sin vero illi aut æqualis sit, aut major, ut supponimus, ea destruetur, manebitque in corpore D vis reliqua DF. Ea autem quum vergat deorsum secundum plani longitudinem incitabit corpus D ad descendendum versus illam partem. Ex quibus sequitur vim integram gravitatis corporis D, partem illam, quæ sustinetur à plano incli-

nato CB, & reliquam partem, quæ compellit corpus ad descendendum secundum longitudinem plani inclinati esse inter se, ut se habent latera DE, FE, DF trianguli rectanguli DEF respective. Ubi notandum est, quod si recta linea DE, quæ integram corporis gravitatem exponit, adsumpta fuisset longior, aut brevior, longiora etiam, aut breviora evasissent latera DF, FE, tamen eorum cum recta DE rationes eadem prorsus mansissent.

330. Et quoniam triangulum DEF simile est triangulo CAB, erit I. DE ad DF ut CB ad CA. II. DE ad EF ut CB ad BA. Et III. DF ad FE ut CA ad AB. Itaque quum DE sit ad DF ut integra vis gravitatis ad eam ipsius partem, quæ compellit corpus ad descendendum: erit propter rationum æqualitatem ut CB ad CA, sive etiam *ut longitudo plani ad altitudinem plani, ita integra vis gravitatis ad eam partem, qua corpus descendere nititur deorsum*. Præterea quum sit DE ad EF ut integra vis gravitatis ad eam ipsius partem, quæ substat a plano, erit propter rationum æqualitatem ut CB ad BA, sive etiam *ut longitudo plani ad ejus basim, ita integra vis gravitatis ad eam ipsius partem, qua substat a plano inclinato*. Denique quum sit DF ad FE ut pars illa gravitatis, qua corpus descendere nititur deorsum ad partem reliquam a plano sustentatam, erit etiam propter rationum æqualitatem ut CA ad AB, sive etiam *ut altitudo plani ad ipsius basim, ita pars illa gravitatis, qua corpus descendere nititur deorsum ad partem reliquam a plano sustentatam*.

331. Quod si consideremus, in triangulo CAB adsumpta recta BC, quæ est plani longitudo pro radio, sive sinu toto, altitudinem CA evadere sinum anguli CBA inclinationis plani ad horizontem, basim vero AB fieri cosinum ejusdem anguli: poterunt tria superiora Theoremata sic aliter pronuntiari. *Primum. Integra vis gravitatis est ad illam partem ipsius, qua corpus nititur descendere deorsum secundum plani longitudinem ut sinus totus ad sinum anguli inclinationis plani ad horizontem*. Ex quo sequitur vii. illam, qua corpus grave nititur descendere deorsum eo esse minorem, quo major fuerit incli-

inclinatio plani ad horizontem, usque adeo ut in ipso plano horizontali nulla prorsus sit vis incedendi secundum ejus plani longitudinem. *Secundum. Integra vis gravitatis est ad eam ipsius partem, qua substinetur à plano inclinato quemadmodum se habet finus totus ad cosinum anguli inclinationis plani ad horizontem.* Et quo sequitur partem illam gravitatis, quæ substinetur à plano eo esse minorem, quo minor fuerit inclinatio plani ad horizontem, usque adeo ut in plano verticali nulla omnino pars gravitatis sublineatur ab eo. *Tertium. Pars illa gravitatis, qua grave corpus nititur descendere deorsum secundum plani longitudinem est ad partem reliquam, qua substinetur à plano ut finus anguli inclinationis plani ad horizontem ad cosinum ejusdem anguli.* Itaque quando angulus inclinationis est graduum 45, quia ejus finus æqualis est ejusdem cosinu, corpus, quæ vi conabitur deorsum descendere, eadem planum perpendiculariter urgebit. Quando vero angulus inclinationis minor est gradibus 45, tunc quia finus ejus anguli inior est ejusdem cosinu, corpus minori vi conabitur deorsum descendere, majore vero vi planum urgebit. Denique quando angulus inclinationis excedit gradus quadragintaquinque, eo casu corpus minore vi adnitetur deorsum descendere, majore vero vi subiectum planum comprimet.

332. Quapropter, corpore plano inclinato incumbente, pars quidem gravitatis ipsius substinetur à plano, pars reliqua sollicitat illud ad descendendum deorsum secundum ipsius plani longitudinem. Id quum extra omnem dubitationem positum sit, demonstrare tamen oportet, unde accadat, ut in planis inclinatis quædam corpora hæreant, quædam alia ruant deorsum. Equidem si nulla sit in plano, nullaque in corpore scabries, & præterea si nulla sit vis cohæsionis corporis cum plano, quæ à contactu proficiscitur, profecto omnia corpora decasura forent deorsum. Nunc si videmus corpora aliqua in planis inclinatis hære suspensa, dicendum est id oriri vel ex scabrie corporis, vel ex scabrie plani, vel ex contactu corporis cum plano.

Et fa-

Et sane corpus sphaericum positum super plano inclinato quam fieri maxime potest laevissimo, deorsum semper ruit, quamquam plani inclinatio sit maxima: hoc est quamquam exigua sit vis in corpore sphaerico decidendi deorsum. Insuper videmus, quo major est contactus corporis cum plano, eo minorem in plano obliquitatem postulari, sive potius eo majorem in corpore vim requiri, ad hoc ut ipsum ruere possit deorsum.

333. In uno quoque igitur corpore, quod plano inclinato incumbit tres vires considerari possunt. *Prima* est vis illa, qua ipsum comprimit planum perpendiculariter: quæ quidem vis neque adigit corpus ad descendendum secundum longitudinem plani, neque quidquam impedimenti adfert ei descendenti. *Secunda* est vis illa, à qua corpus pertrahitur deorsum secundum plani longitudinem, quæ quidem major est in plano minus inclinato, minor vero in plano magis inclinato. Et *tertia* denique est vis cohaesionis corporis cum plano, quæ & à scabritie, & ab eorum contactu dependet; eaque in omnibus plani obliquitatibus eadem est. Quum isthæc cohaesionis vis vel æqualis est, vel major vi illa, qua corpus descendere nititur deorsum, ipsum maneat oportet immobile super plano; quum vero minor est deorsum ruet. Itaque corpus, quod in quadam plani obliquitate manet suspensum, in minori obliquitate ruet deorsum. Contra corpus, quod in quadam plani obliquitate fertur deorsum, in majori ejusdem plani obliquitate manebit suspensum.

334. Ex eo autem quod vis integra gravitatis sit ad eam partem ipsius, qua corpus nititur descendere deorsum secundum longitudinem plani inclinati semper in ratione data radii, sine sinus totius ad sinum anguli inclinationis, nullo negotio colligitur vim illam, quæ adigit corpus ad descendendum super plano inclinato eandem perpetuo permanere. Si enim augetur, vel minueretur, augetur etiam vel minueretur proportionaliter vis integra gravitatis, quam tamen nos constantem supponimus. Unde quemadmodum motus gravium perpendiculariter descendentium est æqualiter

liter acceleratus, motus vero eorumdem gravium perpendiculariter adscendentium est æquabiliter retardatus, ita eodem prorsus ratiocinio ostendetur corpora adscendendo, vel descendendo per plana inclinata æquabiliter retardari, vel accelerari: quamquam retardatio, vel acceleratio, quam subeunt corpora gravia in planis inclinatis sit aliquanto minor ea, quam subeunt gravia adscendendo, vel descendendo perpendiculariter.

335. Quapropter si grave corpus descendat per planum aliquod inclinatum, *velocitates acquisita in fine quorumvis temporum erunt ut ipsa tempora*. Insuper spatia descripta erunt in ratione duplicata tum temporum, quam velocitatum; sive quod eodem redit velocitates, & tempora erunt in ratione spatiorum descriptorum subduplicata. Adeoque hic etiam, si tempora sumuntur ut numeri naturales 1. 2. 3. 4. 5. 6. & cæt. velocitates acquisitæ à corpore secundum longitudinem plani inclinati decidente in fine illorum temporum erunt ut iidem numeri naturales 1. 2. 3. 4. 5. 6. & cæt.; spatia autem descripta computata ab initio motus erunt ut quadrata 1. 4. 9. 16. 25. 36. & cæt. numerorum naturalium: quæ vero describuntur in particulis æqualibus temporis ordine se se excipientibus ab origine erunt inter se, ut numeri impares 1. 3. 5. 7. 9. 11. & cæt. Præterea spatium à corpore gravi à quiete secundum longitudinem plani inclinati decidente certo quodam tempore descriptum dimidium erit ejus spatii, quod idem corpus describeret, si velocitate in fine illius temporis acquisita tantumdem temporis æquabiliter progredetur. Denique si grave corpus descendendo certam plani inclinati partem pertransseat, idem velocitate ultimo acquisita si adscendere incipiat, eamdem partem in eodem temporis intervallo remeetietur. Quæ quidem omnia consequuntur ex eo, quod motus corporis descendentis, vel adscendentis secundum longitudinem plani inclinati sit aut æquabiliter acceleratus, aut æquabiliter retardatus.

III.

*De motuum per diversa plana inclinata
factorum comparatione.*

326. **S**uperest, ut motus corporum per diversa plana inclinata descendendum inter se mutuo conferamus. Esto CB (Fig. 40.) planum quodvis inclinatum, AB planum horizontale, & CA planum verticale: eodem autem tempore decidere supponantur ex loco C duo corpora æqualia, alterum perpendiculariter secundum CA, alterum oblique secundum declive planum CB. Et jam quia vis, quæ cogit corpus ad descendendum verticaliter est ad vim, quæ cogit idem, vel æquale corpus ad descendendum oblique, ut se habet radius ad sinum anguli inclinationis: tum momentanea motus, sive etiam velocitatis incrementa, (hic enim quia corpora æqualia supponuntur, motus geniti sequuntur rationem velocitatum) quum spatia momentanea ab ipsis descripta erunt in eadem ratione radii ad sinum anguli inclinationis: adeoque componendo erit I. *velocitas acquisita à corpore descendente verticaliter ad velocitatem eodem tempore acquisitam ab eodem, vel æquali corpore descendente secundum planum declive CB ut se habet radius ad sinum anguli inclinationis, sive etiam ut CB ad CA.* Et II. *spatium descriptum à corpore descendente verticaliter erit ad spatium eodem tempore descriptum ab eodem vel æquali corpore descendente secundum planum declive CB etiam ut se habet CB ad CA.*

327. Demittatur nunc perpendicularis AX ad planum CB; dico CX, & CA æquali tempore describi ab eodem, vel æqualibus corporibus decidentibus secundum CB, & CA. Si enim fieri potest, sit CD portio plani declivis, quæ describitur eodem tempore, quo describitur CA. Erit itaque CA ad CD ut radius ad sinum anguli inclinationis, sive etiam ut CB ad CA. Atqui CB est ad CA ut CA ad CX: quare propter rationum æqualitatem

litatem erit quoque ut CA ad CD, ita eadem CA ad CX; ex quo sequitur partem CX toti CD æqualem esse: quod absurdum est. Dico præterea *velocitates ad-quisitas ab eodem, vel æqualibus corporibus, quando de-
venerunt ad loca A, & B in eadem linea horizontali con-
stituta, æqualia esse inter se*. Nam quum CA, & CX eo-
dem tempore describantur, velocitates autem adquisi-
tæ in fine temporum æqualium à corporibus æqualibus
decidentibus secundum CA, & CB sint inter se ut ra-
dius CB ad sinum anguli inclinationis CA; sive etiam
ut CA ad CX: erit velocitas acquisita in loco A à cor-
pore decidente perpendiculariter ad velocitatem ad-
quisitam in loco X à corpore decidente oblique, ut se
habet CA ad CX. Insuper velocitas in loco B est ad ve-
locitatem in loco X in subduplicata ratione CB ad CX:
nam spatia percurfa rationem habent duplicatam ve-
locitatum, quas corpus in fine illorum spatiorum sibi
comparavit. Atqui CB ad CA, sive etiam CA ad CX
rationem quoque habet subduplicatam ejus, quam ha-
bet CB ad CX; quare quum velocitas in loco A ad ve-
locitatem in loco X sit ut CA ad CX, & in eadem ra-
tione sit velocitas in loco B ad velocitatem in loco X:
erit velocitas in loco A ad velocitatem in loco X, ita
velocitas in loco B ad eandem velocitatem in loco X:
ex quo sequitur velocitates in locis A, & B æquales esse
inter se. Novissime ostendam *tempora, quibus tempori-
bus describuntur CB, & CA esse inter se, ut se habet ra-
dius ad sinum anguli inclinationis, sive etiam ut CB
ad CA*. Etenim tempus per CB est ad tempus per CX
in subduplicata ratione CB ad CX; sive etiam ut CB
ad CA. Atqui demonstratum est tempus per CX æquale
esse tempori per CA; ergo tempus per CB est ad tempus
per CA ut se habet CB ad CA.

338. Quibus præmissis, conferri nunc poterunt in-
ter se motus corporum per diversa plana inclinata de-
cidentium. Sunt plana declivia CB, CE, CF, (Fig. 41.)
ad lineam horizontalem AB terminata, sitque CA com-
munis planorum altitudo. Ostendemus *primo* velocita-
tes eodem tempore acquisitas ab eodem, vel æqualibus cor-

corporibus inter descendendum per plana declivia CB, CE, CF esse inter se, ut sunt sinus angulorum B, E, & F respective. Etenim velocitas acquisita in descensu per CB est ad velocitatem eodem tempore acquisitam in descensu per CA, ut sinus anguli B ad radium. Atqui velocitas acquisita in descensu per CA est ad velocitatem acquisitam eodem tempore in descensu per CE, vel per CF ut est radius ad sinum anguli E, vel F; quare ex æquali ordinando erunt velocitates acquisitæ eodem tempore in descensu per plana CB, CE, CF, ut se habent sinus angulorum B, E, & F inter se.

339. Ostendemus secundo, quod, *descripto circa rectam CA, tamquam diametrum, semicirculo occurrente planis in punctis X, G, & H: portiones CX, CG, CH eorumdem planorum eodem tempore describantur*. Etenim conjunctis rectis AX, AG, AH, unusquisque angulorum CXA, CGA, CHA erit rectus; adeoque rectæ AX, AG, AH perpendiculares erunt ad plana CB, CE, CF. Itaq; quo tempore describitur altitudo CA, eodem tempore describi necesse est portiones CX, CG, CH: ex quo deinde sequitur ipsas portiones CX, CG, CH æquali tempore peragrari. Et quoniam CX, CG, CH sunt totidem chordæ semicirculi circa diametrum CA descripti, manifestum est *circuli, cujus diameter situm verticalem obtinet, chordas omnes ad supremam diametri extremitatem pertingentes eodem tempore describi, & vero describi in tempore quo peragrat ipsa diameter*. Quin immo idem affirmari quoque potest de chordis AX, AG, AH, quæ ad imam diametri extremitatem pertingunt. Nam ductis per punctum A rectis Cx, Cg, Ch, quæ parallelæ sint respective rectis AX, AG, AH, quemadmodum chordæ Cx, Cg, Ch eodem tempore describuntur, quo describitur diameter AB, ita eodem prorsus tempore describentur chordæ æquales, & parallelæ AX, AG, AH. Quapropter si circa lineam verticalem CB (Fig. 42.) describantur duo circuli se se tangentes interius in puncto C; quemadmodum tum chordæ C1, C2, C3, CA, quum chordæ C4, C5, C6, CB eodem tempore describuntur, illæ quidem tempore breviori,

viori, hæc vero in tempore nonnihil diuturniorii, ita necesse est differentias chordarum 14, 25, 36, AB æquali tempore describi, quod tempus erit differentia temporum priorum.

340. Tercio ostendemus *velocitates acquisitas in locis B, E, F, (Fig. 41.) quæ loca sita sunt in eadem linea horizontali AB, æquales esse inter se*: nam huiusmodi velocitates æquales sunt velocitati illi, quæ acquiritur descendendo per communem altitudinem AC. Et denique ostendemus, *tempora, quibus temporibus describuntur plana declivia CB, CE, CF esse inter se ut sunt sinus angulorum B, E, & F inverse*. Etenim tempus per CB est ad tempus per CA ut radius ad sinum anguli B. Præterea tempus per CA est ad tempus per CE, vel per CF ut se habet sinus anguli E, vel F ad radium: quare ex æquali perturbando erunt tempora per CB, CE, CF reciproce ut sinus angulorum B, E, & F. Et quoniam sinus duorum angulorum sunt reciproce, ut secantes complementorum eorundem angulorum, ut ostenditur in *Trigonometricis*: tempora descensus per CB, CE, CF, quæ sunt reciproce ut sinus angulorum B, E, & F, erunt directe ut secantes complementorum eorundem angulorum. Itaque quia sumpta CA pro radio, sive sinu toto, rectæ CB, CE, CF evadunt secantes complementorum prædictæ: erunt tempora descensus per CB, CE, CF directe ut longitudines ipsæ CB, CE, CF.

341. Temperare autem me non possum, quin addam hic proportionem virium, quibus viribus idem corpus incitatur ad descendendum deorsum secundum diversa plana CB, CE, CF; nam id in sequentibus aliquis usus foreturum erit. Scilicet quum vis acceleratrix corporis in plano CB, (ita enim appellare licet partem illam gravitatis, quæ pars incitat corpus ad descendendum deorsum secundum longitudinem plani inclinati) sit ad integram vim gravitatis ut sinus anguli B ad radium; vis autem gravitatis sit vim acceleratricem in plano CE, vel CF, ut radius ad sinum anguli E, vel F, ex æquali ordinando vires acceleratrices in planis CB, CE, & CF erunt inter se ut sinus angulorum B, E, & F respective.

IV. De

IV.

*De continuato corporis per plura plana
inclinata descensu.*

342. **S**unto bina plana inclinata AB , BC (Fig. 43.) interjuncta in loco B ; descendat autem corpus per planum AB , deinde vero ingrediatur planum BC . Hic primum extra omnem dubii aleam positum est, corpus descendens haud quidem ingredi planum BC cum tota velocitate acquisita in descensu per planum AB , sed tantum cum certa parte ejus velocitatis. Exponat enim AB velocitatem acquisitam à corpore in descensu per planum AB , ducaturque ex puncto A perpendicularis AX ad planum CB productum versus partem X . Et jam simplex velocitas AB corporis B distinguetur in velocitates duas AX , XB , quarum velocitatum prior perpendicularis est ad planum BC , altera vero eandem cum illo habet directionem. Itaque corpus descendens utetur velocitate XB ad progrediendum ulterius secundum directionem BC , velocitatem vero AX adhibebit ad percutiendum planum BC . Id autem accidere putandum est, quando neque corpus descendens, neque planum BC elastica sunt; nam si alterutrum elasticitate donetur, corpus descendens reflectetur à plano BC secundum leges superius expositas. Et quoniam AB est ad BX ut se habet radius ad sinum complementi anguli ABX , sive ABC , quem duo plana continent inter se, liquet *velocitatum acquisitam in descensu per aliquod planum inclinatum esse ad velocitatem, cum qua corpus descendens ingreditur planum insequens, ut se habet radius ad cosinum anguli inclinationis planorum*. Itaque, quo major est planorum inclinatio, eo minor erit velocitas ingressus respectu velocitatis in descensu acquisitæ. Vicissim, quo minor est inclinatio planorum, eo major erit velocitas ingressus, eoque idcirco minus erit detrimentum velocitatis factum in ingressu: ulique

usque adeo , ut detrimentum istud omnino contemni debeat , quando angulus ABC inclinationis planorum paulo minor est gradibus 180 .

343. In hac autem hypothesi , quod plana AB , BC contineant inter se angulum graduum fere 180 , facile erit ostendere *eandem velocitatem sibi comparare corpus grave descendens continuato motu per plana AB , BC , ac si descenderet per altitudinem verticalem AD* . Etenim ducta horizontali AZ , productoque plano CB usque ad Z , manifestum est velocitatem adqulitam in descensu per AB æqualem esse velocitati adqulitæ in descensu per ZB ; adeoque velocitatem adqulitam in descensu per plana AB , BC motu semper continuato æqualem esse velocitati adqulitæ in descensu per ZC . Atqui velocitas adqulita in descensu per ZC æqualis est velocitati adqulitæ in descensu per verticalem ZO , sive AD : ergo quantum velocitatis adqulritur corpori gravi decidendo ex altitudine perpendiculari AD , tantumdem prorsus adquiretur ei decidendo continuato motu per bina plana inclinata AB , BC . Sed eodem ratiocinio ostendetur, *quod si corpus descendat continuato motu per quocumque plana quamminimum inclinata inter se, velocitas adqulita in fine descensus æqualis sit ei, quam sibi parasset, si decidisset verticaliter ab eadem altitudine*.

344. Vice versa si grave corpus post descensum per plana AB , BC sursum convertat motum suum, adscendet ad eandem, unde decidit altitudinem . Nam quum gravitas eadem semper vi in eodem plano agat, sive adscendat corpus, sive descendat ; eadem erit ejus efficacia ad corporis velocitatem in adscensu minuendam , quæ fuerat ad ipsam augendam in descensu: itaque tantum esse debet decrementum velocitatis in puncto B , dum adscendit mobile de C ad B , quantum fuit incrementum velocitatis adqulsitum in descensu de B ad C ; ac proinde eadem erit velocitas in B , post adscensum per CB , quæ fuerat antea eodem in loco post descensum per AB . Sic etiam gravitas tantumdem detrahit à velocitate mobilis adscendendo per BA , quantum adqulsitum fuerat in descensu per AB , & in punctis æque altis

○

eandem

eadem semper erit velocitas mobilis. Sed velocitas initio descensus, scilicet in puncto A nulla fuit; itaque ascendendo in puncto illo A omnis tollitur velocitas; quod idcirco erit terminus, ad quem mobile ascendendo perveniet. Manifestum autem est, demonstrationem istam locum sibi vindicare, quicumque sit numerus planorum; adeoque manet, corpus grave velocitate ultimo acquisita in descensu per plura plana inclinata ad eandem, unde decedit, altitudinem redire debere.

345. Præterea sunt bina plana AB, BC (Fig. 44.) quamminimum inclinata in loco B, aliaque duo plana DE, EF, quæ & planis illis proportionalia sint, & eodem modo ad horizontem inclinata; hoc est sit AB ad BC ut DE ad EF, sitque angulus ABC æqualis angulo DEF: dico *tempus descensus continuato motu per AB, BC esse ad tempus descensus etiam continuato motu per DE, EF in subduplicata ratione longitudinis AB + BC ad longitudinem DE + EF*. Productis enim planis CB, FE superne versus partes X, & Z, ductisque lineis horizontalibus AX, DZ, triangula duo ABX, DEZ, ob eandem planorum inclinationem ad horizontem, similia erunt: adeoque erit AB ad DE ut BX ad EZ. Atqui AB est ad DE ut BC ad EF; quare propter æqualitatem rationum erit BX ad EZ ita BC ad EF; & componendo CX erit ad FZ, ut se habet BX ad EZ, sive etiam ut AB ad DE. Præterea quum AB sit ad BC ut est DE ad EF, erit rursus componendo AB + BC ad DE + EF ita AB ad DE. Oñsum est autem AB esse ad DE, quemadmodum se habet CX ad FZ; quare propter rationum æqualitatem erit AB + BC ad DE + EF ita CX ad FZ.

346. Et quoniam tempus descensus continuato motu per AB + BC æquale est tempori descensus per CX, & similiter tempus descensus continuato motu per DE + EF æquale est tempori descensus per FZ, erit tempus descensus per AB + BC ad tempus descensus per DE + EF, ita tempus descensus per XC ad tempus descensus per ZF. Atqui, quum plana CX, FZ ponantur eodem modo inclinata ad horizontem, tempus descensus per XC ad tempus descensus per ZF rationem habet

bet subduplicatam ejus, quam habet longitudo XC ad longitudinem ZF: nam tempora descensus sunt in ratione spatiorum interea descriptorum subduplicata; quare tempus descensus per AB + BC ad tempus descensus per DE + EF erit in subduplicata ratione longitudinis XC ad longitudinem ZF; itaque quum XC sit ad ZF ut AB + BC ad DE + EF; erit tempus descensus per AB + BC ad tempus descensus per DE + EF in subduplicata ratione ipsius AB + BC ad DE + EF. Manifestum est autem idem ostendi posse, si plura quam duo sint utrobique plana similiter inclinata, & proportionalia.

CAPUT OCTAVUM.

De corporum adscensu, vel descensu curvilineo: ubi de funipendulorum motu reciproco.

347. **V**His legibus corporum adscendentium, vel descendendum per plana rectilinea, expendendæ sunt modo leges corporum adscendentium vel descendendum per superficies curvas; quæ quidem leges ex iis, quæ de continuato corporis per plura plana inclinata descensu superiori Capite demonstrata sunt, haud difficulter deducuntur. Nam superficies curvæ considerari possunt tamquam composita ex innumeris planis rectilineis magnitudinis exiguæ, quorum inclinatio est infinite parva. Unde quemadmodum corpus continuato motu descendens per duo plana modice ad se inclinata nihil velocitatis amittit in lenissimo illo flexu, sive in transitu de primo plano in secundum: ita corpus continuato motu describens superficiem aliquam curvam nihil ubique velocitatis amittere cogitandum est, quamquam singulis, ut ita dicam, momentis flectere cursum, sive directionem mutare cogatur.

348. Esto AC (Fig. 45.) superficies aliqua curva, quam tangat in puncto C linea horizontalis CD, sitque

O 2

Ca su-

Ca superficies alia omnino similis, & æqualis priori, eique ad unguem commissa in puncto *C*. Ducantur rectæ *BC*, *Aa*, quarum prior sit verticalis, altera autem sit horizontalis; cui parallelæ agantur rectæ *Mm*, *Nn*, junganturque chordæ *AC*, *ac*; tangant autem rectæ *MX*, *NZ* superficiem curvam *AMNC* in plano transeunte per lineam verticalem *BC*, perque horizontalem *Aa*. Et jam, si ex puncto *B* decidat corpus secundum lineam verticalem *BC*, ex puncto autem *A* decidant bina alia corpora æqualia, alterum quidem secundum chordam *AC*, alterum vero secundum superficiem curvam *AMC*, quantum velocitatis adquisivisseprehenduntur in loco *C* corpora ea, quæ descendunt per verticalem *BC*, perque chordam *AC*, tantumdem acquirere debet corpus descendens per superficiem curvam *AMC*, postquam pervenit ad eundem locum *C*. Et similiter velocitates adquisitæ à tribus corporibus in locis *M*, *R*, & *P*, vel etiam in locis *N*, *S*, & *Q*, quæ loca sita sunt in eadem linea horizontali, æquales pariter erunt inter se.

349. Præterea si unum ex istis tribus corporibus velocitate adquisita in loco *C* converso sursum motu adscendat per *CB*, alterum vero adscendat eadem celeritate per *Ca*, notum est ea iisdem temporis intervallis, quæ contriverunt in descensu, adscensura esse ad loca æque alta *B*, & *a*. Sed manifestum est etiam tertium corpus, si velocitate adquisita in loco *C* adscendere instituat per superficiem *Ca*, quæ omnino similis, & æqualis est superfici ei *AC*, per quam antea descendit, perventurum esse eodem tempore descensus ad punctum sublime *a*, quod jacet in eadem linea horizontali cum puncto *A*, unde ipsum deciderat. Quin immo, adscendendo, in locis *m*, & *n* easdem velocitates habere comperietur, quas descendendo habuerat in locis æque altis *M*, & *N*; tempora autem descensus per arcus *AC*, *MC*, *NC* æqualia erunt temporibus adscensus per arcus similes, & æquales *Ca*, *Cm*, *Cn*.

350. Finge nunc corpus grave descendere ab *A* ad locum imum *C* secundum superficiem curvam *AMC*:
non

non dubitandum est, quin ipsum eo magis acceleretur, quo magis discedit ab A , qui fuit locus quietis; sive etiam quo magis adpropinquat ad locum imum C . At vero quum adsequitur locum C , ubi maximum impetum adquisivisse putandum est, non potest ibi quiescere, sed opus est, ut impetu illic adquisito sursum convertat motum suum. Etenim positum est superficies curvas AC , Ca ita conjunctas esse ad unguem in loco C , ut vel nullus, vel lenissimus sit eorum flexus. Quapropter quemadmodum corpus motu accelerato ab A descendit ad C , ita idem corpus motu similiter retardato ab imo loco C redibit ad a , ubi omnem velocitatem amittet. Sed ab a rursus descendet vi gravitatis ad C , ex quo loco eadem ratione adscendet ad A , unde rursus descendet ad C , atque inde adscendet ad a ; quod quidem iter eundo, & redeundo conficiet in æternum, modo tamen nullum motui impedimentum illatum supponamus ab aeris resistentia, aut ab aliqua superficiei scabrie, atque inæqualitate.

351. Quoniam autem grave corpus eundo, atque redeundo per semitam curvilineam $AMNCa$ de unis ad alia plana inclinata jugiter transit, necesse quidem est ut continuo mutetur ratio, quam ea pars gravitatis, unde acceleratio vel retardatio ortum ducit, habet ad partem illam, quæ ad premendam perpendiculariter superficiem impenditur. Itaque alia erit vis, quæ accelerat grave in loco M , alia vero illa, quæ accelerat, idem grave in loco N : & similiter alia erit vis, quæ urget perpendiculariter superficiem in loco M , alia illa, quæ eandem superficiem urget perpendiculariter in loco N . Et quoniam declivitas superficiei in loco M eadem est cum declivitate tangentis MX , & similiter declivitas superficiei in loco N eadem est cum declivitate tangentis NZ , sequitur vim, quæ grave corpus accelerat in loco M eandem esse cum illa, quæ acceleraret grave in descensu per tangentem MX ; vim autem quæ urget superficiem perpendiculariter in loco M eandem esse cum illa, quæ urgeret perpendiculariter tangentem MX , sive etiam planum contingens superficiem in lo-

co M. Et similiter vis, quæ accelerat grave in loco N eadem erit cum illa, quæ accelerat idem grave in descensu per tangentem NZ; vis autem quæ urget superficiem in loco N perpendiculariter eadem erit cum ea vi, quæ urget perpendiculariter tangentem NZ, sive etiam planum contingens superficiem in loco N. Ex quo deinde sequitur in loco, in quo tangens est verticalis vim acceleratricem esse maximam, hoc est ipsam vim gravitatis adæquare; in loco vero, in quo tangens est horizontalis vim acceleratricem esse nullam, adeoque ibi vim compressionis integram vim gravitatis adæquare.

352. Ponamus modo superficiem EFe esse similem similiterque positam, respectu horizontis, ipsi superfici ACa ab initio positæ. Et jam si corpora bina descendant de locis A, & E tempora descensus usque ad loca ima C, & F, nempe tempora per arcus AC, EF erunt in ratione subduplicata ipsorum arcuum AC, EF. Atqui tempus per arcum ACa duplum est temporis per arcum AC, tempus autem per arcum EFe duplum est temporis per arcum EF; itaque tempus per arcum ACa erit pariter ad tempus per arcum EFe in subduplicata ratione arcus AC ad arcum EF. Quæ omnia quamquam universaliter vera sint, placet tamen ea duobus præclarissimis exemplis subicere, alterum in descensu corporum per arcus circulares, alterum in descensu eorum per arcus cycloides.

I.

De corporum adscensu, descensuque tum per arcus circulares, quum per arcus cycloides.

353. **S**it circulus ADBd, in quo diameter quidem (Fig 46.) AB sit perpendicularis ad horizontem, diameter vero Dd eidem horizonti sit parallela: descendat autem ex loco D versus B corpus aliquod grave.

grave . Et iis , quæ superius demonstrata sunt , constat velocitates acquisitas à corpore decedente per arcus DB MB , NB æquales esse velocitatibus , quas idem corpus sibi pararet decidendo ex paribus altitudinibus CB , PB , QB . Atqui velocitates istæ sunt in ratione subduplicata ipsarum altitudinum CB , PB , QB : itaque etiam velocitates acquisitæ à corpore gravi in descensu per arcus DB , MB , NB eunt in subduplicata ratione altitudinum BC , BP , BQ .

354. Et quoniam , conjunctis chordis BD , BM , BN , earum quadrata sunt respectu æqualia reſtāgulis ABC , ABP , ABQ , erunt quadrata earumdem chordarum inter se , ut sunt correspondētia reſtāgula ABC , ABP , ABQ . Itaque quum reſtāgula ista , ob communem altitudinem AB , sint inter se ut bases BC , BP , BQ , inde fit , ut quadrata chordarum BD , BM , BN eam inter se rationem habeant , quam servant reſtæ BC , BP , BQ : adeoque ipsæ chordæ BD , BM , BN erunt in subduplicata ratione reſtarum BC , BP , BQ . Ostensum est autem velocitates acquisitas à corpore in descensu per arcus DB , MB , NB esse in subduplicata ratione earumdem reſtarum BC , BP , BQ : quare velocitates acquisitæ in descensu per arcus DB , MB , NB erunt inter se , ut chordæ , quæ arcus illos subtendunt .

355. Præterea si arcus NB sit longitudinis exiguæ , ejus tum declivitas , quum longitudo non multum distabit à chorda NB . Itaque tempus descensus per arcum NB æquale fere erit tempori descensus per chordam NB , quæ arcum illum subtendit . Similiter si MB sit alter arcus etiam longitudinis exiguæ , tempus descensus per hunc alium arcum MB æquale fere erit tempori descensus per chordam ejus MB . Atqui tempora descensus per chordas MB , NB sunt æqualia inter se , quemadmodum superiori Capite demonstratum est ; ergo etiam tempora descensus per arcus exiguos MB , NB erunt fere æqualia . Quod si corpora demissa ex locis M , & N velocitatibus acquisitis in puncto infimo B adscendant per arcus æquales Bm , Bn , ea pervenient eodem fere tempore ad puncta m , & n , ex quibus rursus decident eodem

tempore ad *B*, deinde eodem tempore adscendent ad *M* & *N*, atque sic eundo ac redeundo æqualibus fere temporibus describent in æternum arcus quamminimos *NBn*. *MBm*. Tempus autem, quo tempore describuntur arcus isti quamminimi *NBn*, *MBm* æquale fere erit duplo temporis, quo eget corpus ad decidendum verticaliter ab *A* ad *B*, sive ab extremitate, superiori diametri verticalis ad extremitatem inferiorem. Nam tempus illud est fere duplum temporis, quod impendit corpus ad descendendum per chordam *NB*, vel per chordam *MB*, quod quidem tempus æquale est temporis casus ab *A* ad *B*.

356. Denique sit circulus alter *HEGF*, in quo sumatur arcus *EGF* similis arcui *NBn*. Tempus descensus ab *N* ad *B* erit ad tempus descensus ab *E* ad *G* in subduplicata ratione arcus *NB* ad arcum *EG*: atqui *NB* est ad *EG* quemadmodum se habet semidiameter *CB* ad semidiametrum *OG*: quare tempus descensus ab *N* ad *B* erit ad tempus descensus ab *E* ad *G* etiam in subduplicata ratione semidiametri *CB* ad semidiametrum *OG*: scilicet si semidiameter *CB* sit ad semidiametrum *OG* ut se habet m^2 ad 1, erit tempus descensus ab *N* ad *B* ad tempus descensus ab *E* ad *G* ut m ad 1. Et quoniam tempus per *Nn* duplum est temporis descensus ab *N* ad *B*, & similiter tempus per *EF* duplum est temporis descensus ab *E* ad *G*, erit quoque tempus per arcum *Nn* ad tempus per arcum similem *EF* in subduplicata ratione semidiametri *CB* ad semidiametrum *OG*. Sed notandum hic est, si arcus *Nn*, *EF* sint exigui, tunc, etiam si ipsi nequaquam sint similes, non eo tamen minus tempora ad illos percurrendos consumpta rationem habere subduplicatam ejus quam habet semidiameter *CB* ad semidiametrum *OG*: nam in eadem ratione sunt tempora per arcus similes exiguos, qui tamen æqualibus fere temporibus describuntur cum arcubus quibuscumque exiguis *Nn*, *EF*.

357. Videndum nunc est de corpore decidente per arcus cycloides: in quo ne aliquid supposuisse videamur, placet breviter cycloidis tum genesis, quum præ-

præcipuas proprietates indicare, Esto circulus $AEBF$ (Fig. 47.), quem tangat in puncto A recta linea ABA , superque ea moveatur idem circulus non quidem reppendo, sed circummagendo se usque donec, emensa longitudine AA , quæ ipsius circumferentiam adæquat, redeat idem punctum contactus A ad rectam AA . Hoc motu punctum A describet lineam curvam AAA , quam *Cycloidem* cum *Geometris* adpellabimus; In ea recta ABA dicitur *basis*. Bisecta autem basi in puncto B , eductaque perpendiculari BA , dicitur perpendicularis ista *axis* cycloidis, qui quidem axis majorem ejus altitudinem adæquat. Circulus $ANBE$ axi AB circumscriptus adpellatur *circulus generator*, quem quidem circulo ab inito posito æqualem esse, manifestum est.

358. Hujus lineæ curvæ quatuor sunt proprietates præcipuæ. *Prima* est, quod demissa ex quovis puncto M perpendiculari MP ad axem AB , arcus AN adæquet rectam lineam correspondentem NM . Ponamus enim semicirculum generatorem ANB in eam devenisse positionem, ut punctum describens A incidat in punctum M , punctum autem contactus sit Q . Et jam erit arcus FQ æqualis rectæ lineæ BQ : nam singula elementa arcus FQ ita inter movendum superimposuerunt se super correspondentibus elementis rectæ lineæ BQ , ut ea congruerent inter se. Atqui educta ex puncto contactus Q perpendiculari QCD ad basim BE , (quæ quidem perpendicularis transire debet per centrum circuli generatoris C), completoque semicirculo QMD , est quidem arcus QF æqualis arcui MD , recta autem BQ æqualis est rectæ PR ; quare erit quoque arcus DM æqualis rectæ PR . Præterea quum sint æquales inter se tum diametri totæ AB , DQ , quum partes earum BP , QR ; partes reliquæ AP , DR æquales erunt; adeoque tum arcus AN , DM , quum sinus recti ipsorum arcuum PN , RM æquales erunt; itaque addita communi NR , fiet PR æqualis ipsi NM . Ostenſa est autem PR æqualis arcui DM , sive etiam arcui AN : quare erit quoque NM æqualis arcui AN .

359. *Secunda* est, quod si recta MT (Fig. 48.) contingat cyclo-

cycloidem in puncto M, eaque occurrat in T recta NT circulum in puncto N contingenti, recta MN, NT æquales sint inter se. Intelligatur enim ad intervallum infinite parvum recta *pnm* parallela ipsi PNM, quæ abscindat in circulo, & cycloide arcus *Nn, Mm* infinite parvos. Arcus isti, ob infinitam parvitatem, nihil vetat, quin habeantur pro lineolis rectis in directum positis cum tangentibus NT, MT: adeoque, ducta per punctum M recta MR parallela tangenti NT, oriatur triangulum exiguum *mRM* simile triangulo MNT; eritque adeo *mR* ad *RM*, ut *MN* ad *NT*. Jam vero, quum sit arcus *AN* æqualis rectæ *NM*, & arcus *An* æqualis rectæ *nm*, est *An — AN = Nn* æqualis *nm — NM = Rm*, sive etiam est lineola MR (quæ, propter parallelogrammum *NnRM*, æqualis est arcui *Nn*), æqualis lineolæ *Rm*; quare erit quoque NT æqualis NM.

360. Tertia proprietas est, quod tangens MT parallela sit chordæ AN, quæ ex vertice A ducitur ad punctum correspondens N. Juncta enim BN, erit uterque angulorum ANT, ANP æqualis angulo ABN; adeoque anguli illi æquales erunt inter se; ex quo sequitur angulum TNP duplum esse anguli ANP. Atqui idem angulus TNP, ut pote æqualis duobus angulis NMT, NTM trianguli isoscelis NMT est duplus anguli NMT; itaque duo anguli ANP, TMN æquales erunt; ex quo sequitur rectas lineas AN, TM esse parallelas.

361. Quarta proprietas est, quod quivis arcus cycloidis AM sit duplus chordæ correspondentis AN. Ad quod ostendendum describatur centro A intervallo AN arcus NX, qui nihil vetat, quin habeatur tamquam lineola recta perpendicularis ad chordam An; cum vero jungatur chorda Bn. Et quoniam uterque angulorum TnA, Anp æqualis est angulo nBA; erunt anguli TnA, Anp æquales inter se: atqui angulus Anp æqualis est angulo AOP, sive etiam Non; ergo etiam anguli NnO, Non æquales sunt inter se: ideoque triangulum Non erit isosceles, ejusque basis nO bisecta erit in puncto X à recta linea NX, quam perpendicularem esse diximus ad ipsam basim nO: itaque nO erit dupla ipsius nX. Est autem

autem MO æqualis Mm ; nam figura $MONm$ est parallelogrammum; & nX est differentia chordarum An , & AN ; quare arcus cycloidis Mm æqualis erit duplo differentie chordarum correspondentium An , & AN . Eodem argumento ostendetur arcum cycloidis, qui excipit arcum Mm , duplum esse excessus chordæ AN super chordam insequentem; ideinque demonstrabitur de omnibus arcubus insequentibus. Unde componendo erit arcus quivis MQ æqualis duplo differentie chordarum AN , AS ; totus vero arcus AM æqualis erit duplo chordæ AN . Nam si sit sesies aliqua quantitatum decrecentium $a. b. c. d. e. f.$, &c. manifestum est, summam differentiarum $a - b + b - c + c - d + d - e + e - f$ æqualem esse excessui $a - f$ quo a superat f : adeoque, si quantitas f sit nulla, æqualem esse ipsi a .

362. His cycloidis proprietatibus præmissis, esto nunc cyclois CAC (Fig. 49.), cujus vertex A respiciat deorsum: ejus autem axis AB perpendicularis sit ad horizontem, sintque duo corpora æqualia constituta alterum quidem in N alterum vero in M : dico vim, qua urgetur corpus prius ad descendendum versus A esse ad vim, qua urgetur corpus alterum ad descendendum pariter versus A ut se habet arcus AN ad arcum AM . Ductis enim rectis NQ , MP tum parallelis inter se, quum perpendicularibus ad axem AB ; conjunctisque chordis AS , AR , erunt non modo tangentes ad puncta N , & M parallelæ chordis AS , AR , verum etiam arcus AN , AM dupli erunt earundem chordarum; adeoque ut est AS ad AR , ita erit AN ad AM . Itaque si ostendi possit vim, qua grave corpus in loco M descendere nititur versus A esse ad vim, qua idem, vel æquale corpus in loco N pariter nititur descendere versus A ut se habet AR ad AS , jam eo ipso ostensum erit, supradictas vires esse inter, quemadmodum se habent arcus AM , AN .

363. Jam vis qua grave corpus in loco M descendere nititur versus A non est diversa ab ea, quam idem corpus haberet, si descenderet per lineam contingentem cycloidem in puncto M ; sive etiam si descenderet per chordam AR , cui contingens illa est parallela. Et similiter

liter vis in loco N non est diversa ab ea, quam haberet corpus si descenderet deorsum secundum lineam contingentem cycloidem in loco N ; sive etiam si descenderet per chordam AS , cui contingens illa est parallela. Itaque ut se habet vis qua grave acceleratur in loco M ad vim qua grave acceleratur in loco N , ita erit vis acceleratrix in plano AR ad vim acceleratricem in plano AS . Unde quum vires istæ sint inter se, ut se habent sinus angulorum RAH, SAH , quos chordæ AR, AS continent cum horizontali recta AH , quemadmodum superiori Capite demonstratum est: sequitur vim acceleratricem in loco M esse ad vim acceleratricem in loco N ut se habet sinus anguli RAH , sive etiam RBA ad sinum anguli SAH , sive etiam SBA . Et quoniam sumpta diametro AB pro radio, sive sinu toto, AR evadit sinus anguli RBA , & AS evadit sinus anguli SBA ; erit vis acceleratrix in loco M ad vim acceleratricem in loco N ut se habet chorda AR ad chordam AS ; adeoque ut se habet arcus cydoidalis AM ad arcum AN .

364. Ex eo autem quod vis acceleratrix in loco M sit ad vim acceleratricem in loco N , ut se habet arcus MA ad arcum NA , facile erit colligere tempora descensus per ipsos arcus utcumque inæquales MA , NA æqualia esse inter se. Descendant enim corpora duo æqualia ex locis M , & N per arcus MA , NA , tempusque descensus divisum intelligatur in partes æquales, & infinite parvas; & jam spatiola prima temporis particula à binis corporibus descripta erunt inter se, ut vires acceleratrices in locis $M, & N$, sive etiam ut arcus MA , NA , qui initio motus erant spatia describenda; itaque dividendo spatia reliqua, quæ supersunt describenda, sive etiam vires acceleratrices in locis ad quæ simul pervenerunt, erunt ut spatia tota ab initio describenda. Atqui spatiola secunda temporis particula descripta sunt etiam ut vires acceleratrices: ergo eadem spatiola secunda temporis particula descripta erunt pariter ut arcus AM , AN ab initio describendi. Eodem argumento constabit spatiola reliquis temporis particulis confecta esse inter se in ratione data, quam habet arcus AM
ad

ad arcum AN : adeoque componendo spatium descriptum à corpore decedente ex loco M in tempore quovis finito, atq; adeo in tempore, quo ipsum describere potest arcum MA erit ad spatium descriptum ab alio corpore decedente ex N in fine ejusdem temporis ut MA ad NA . Itaque quum spatium descriptum à priori corpore in tempore descensus ab M ad A sit MA , necesse est spatium descriptum à corpore posteriori in eodem tempore esse NA ; adeoque tempora descensus per arcus MA , NA , atque adeo per alios quosvis arcus utcumque inæquales erunt æqualia inter se.

365. Videamus modo quam rationem habeant inter se tempora per quosvis arcus CM , MA . Sumatur arcus infinite parvus Mm , & ducatur per punctum m recta mr parallela ipsi MR ; deinde conjunctis chordis BR , AR , Ar , demittatur ex puncto r perpendicularis ro , sive etiam centro A radio Ar describatur arcus infinite parvus ro . Et jam quamquam corpus descendendo ex C ad m majorem semper, atque majorem velocitatem sibi comparet, tamen velocitas, cum qua describitur arcus infinite parvus Mm ad sensum non mutatur. Itaque quia in motu æquabili, spatium equale est tempori ducto in velocitatem, atque adeo tempus æquale est spatio diviso per velocitatem, sive ut *Geometra* loquuntur, spatio ad velocitatem applicato; erit tempus per Mm æquale ei, quod oritur dividendo arcum Mm per velocitatem, cum qua velocitate describitur ipse arcus Mm . Atqui velocitas in loco M acquisita est in tempore descensus per arcum CM , adeoque æqualis ei velocitati, quam idem corpus acquisivisset, decedendo ex pari altitudine BP , quæ quidem velocitas est in ratione subduplicata altitudinis BP , sive etiam in ratione integra chordæ BR ; quare tempus per arcum Mm æquale pariter erit ei, quod oritur dividendo arcum Mm per chordam BR ; sive etiam dividendo duplum rectæ RO per eandem chordam BR : nam supra demonstravi arcum Mm duplum esse differentię chordarum AR , Ar , quæ quidem differentia est RO .

366. Et quoniam angulus ORr , quem secans AR

con-

continet cum tangente RrX æqualis est angulo RBA , triangula duo reſt angula ORr, ABR ſimilia erunt inter ſe: adeoque ut ſe habet RO ad Rr ita erit BR ad BA ; & permutando ut ſe habet RO ad BR ita erit Rr ad BA : unde id quod ſuboritur dividendo RO per BR æquale erit ei, quod prodit dividendo Rr per BA . Atqui oſtenſum eſt tempus per Mm æquale eſſe duplo ejus quod oritur dividendo reſtam RO per chordam BR : quare idem tempus æquale etiam erit duplo ejus, quod oritur dividendo arcum circulare Rr per ejus diametrum AB . Non diſſimiliter oſtendetur tempora per cæteros arcus cycloides infinite parvos æqualia eſſe quotientibus, qui prodeunt dividendo correfpondentes arcus circulares per diametrum AB bis ſumptis. Ex quo, componendo, colligitur tempus per arcum CM æquale eſſe duplo ejus quod oritur dividendo arcum BR per diametrum BA ; tempus autem per totam ſemicycloidem CMA æquale eſſe ei, quod oritur dividendo ſemicircumferentiam BRA per diametrum BA : adeoque tempus per arcum CM erit ad tempus per integram ſemicycloidem CMA ut arcus BR ad ſemicircumferentiam BRA : & tempus per arcum CM erit ad tempus per arcum CN ut eſt arcus BR ad arcum BS : & denique dividendo tempus per arcum CM erit ad tempus per arcum MN ut BR ad RS . Unde diviſa ſemicircumferentia BRA in partes æquales, arcus cycloides, qui his partibus correfpondent æquali tempore deſcribentur; modo tamen deſcenſus incipiat ex loco C .

367. Videamus denique quam rationem habeat tempus deſcenſus per ſemicycloidem CA ad tempus deſcenſus per diametrum ſive per axem BA . Ad quod faciendum conſiderare oportet primum elementum CE (*Fig. 50.*) arcus cycloidalis CA parallelum eſſe diametro BA . Etenim elementum illud non differt ſentibiliter à tangente in loco C , quæ quidem tangens parallela eſt diametro BA . Quare ſi per punctum E infinite continguum puncto C tranſeat horizontalis EF , tempus deſcenſus per arcum CE æquale erit tempori deſcenſus per reſtam verticalem BF ; vires enim acceleratrices in

in locis B, & C æquales sunt inter se, adeoque æqualibus temporibus æqualia spatia describi debent. Atq; tempus per semicycloidem CA est ad tempus per arcum CE ut semicircumferentia BGA ad arcum BG, live etiam ad ejus chordam BG, à qua arcus sensibilibiter non differt; ergo erit pariter tempus per semicycloidem CA ad tempus descensus de B ad F ut semicircumferentia BGA ad chordam BG. Est autem tempus descensus de B ad F ad tempus descensus de loco B ad locum A in subduplicata ratione ipsius BF ad BA: (nam tempora descensus sunt in subduplicata ratione spatio- rum descriptorum, ut supra demonstratum est) live etiam in ratione integra chordæ BG ad diametrum BA, quare ex æquali ordinando erit tempus descensus per semicycloidem CA ad tempus descensus per axem BA ut se habet semicircumferentia BGA ad diametrum BA. Et quoniam ostensum est tempora descensus per quovis arcus cycloides utcumque inæquales ad punctum imum A terminatos æqualia esse inter se, sequitur *tempus descensus per quemvis arcum cycloidalem esse ad tempus descensus per axem ejusdem cycloidis ut se habet semicircumferentia circuli ad suam diametrum.*

368. Sit nunc cyclois integra CAC (Fig. 49.) vertice A deorsum spectante, cujus axis BA situm obtineat verticalem. Et iis, quæ hætenus demonstrata sunt, adparet corpora descendencia ex locis C, M, & N adscensura esse eodem temporis intervallo ad loca æque alta c, M, & n; & vero tempus illud esse ad tempus, quo corpus decidere potest de B ad A ut circumferentia circuli ad diametrum; nam tempus descensus de C ad A, vel de M ad A, vel de N ad A æquale est tempori adscensus de A ad c vel de A ad M, vel de A ad n. Itaque quum tempus descensus per supradictos arcus cycloides sit ad tempus descensus per axem cycloidis, ut semicircumferentia ad diametrum, sequitur tempus descensus, atque adscensus per duos quovis arcus æquales cycloidis hinc & inde ab axe positos esse ad tempus descensus per cycloidis axem ut se habet circumferentia circuli ad diametrum.

II. De

II.

De funipendulorum motu reciproco.

369. **F**unipendula adpellamus corpora gravia, quæ ex filis tenuissimis dependent. Ea si rotentur circa punctum suspensionis, manifestum est motum fieri per arcus circulares; adeoque quæ de corporum per hujusmodi arcus adscensu, descensuq; superius demonstrata sunt, hic locum pariter habere debent. Supponimus enim motum circa punctum suspensionis esse liberrimum, sic ut nullum funipendulo osculanti impedimentum inde possit advenire; supponimusque præterea aeris resistenciam vel nullam esse, vel pene nullam. Itaque *primo* funipendulum delatum ad situm BC, (Fig. 51.) & exinde demissum describet arcum CA, inque loco imo A eam habebit velocitatem, quæ adquiritur cadendo per EA; deinde adscendet per arcum AD ad eandem altitudinem, ex qua decidit; ubi omni amissa velocitate sua gravitate rursus incipiet descendere, & in puncto A eandem prorsus acquirere velocitatem, cum qua adscendet ad C; atque sic adscendendo, & descendendo continuas oscillationes in peripheria CAD perficiet. Quod si aer funipendulorum motui nihil obstatet, & præterea si nulla esset frictio circa centrum rotationis B, in æternum duraturæ forent eorum vibrationes. At ob hæc causas aliquantulum, licet insensibiliter, singulis vibrationibus diminuitur penduli velocitas in puncto A; unde fit ut non ad idem præcise punctum redeat funipendulum; sed arcus in quos excurrit, continuo breviores reddantur, donec tandem insensibiles evadant.

370. *Secundo* ejusdem funipenduli oscillationes exiguæ utcumque inæquales fere, & ad sensum erunt æquidistantes. Cui quidem suffragatur etiam experientia. Nam si duo pendula æqualis longitudinis ad motum incitentur, quorum unum excurrat in arcus exiguos breviores,

vires, alterum in arcus etiam exiguos, sed aliquanto longiores; tempora oscillationum fere æqualia erunt: adeo ut in centum oscillationibus vix observetur discrimen unius oscillationis. *Tertio* durationes oscillationum duorum pendulorum in similes arcus excurrentium sunt in subduplicata ratione longitudinum pendulorum; adeoque ipsæ pendulorum longitudines sunt ut quadrata temporum singularum oscillationum. Et quoniam, si duo funipendula oscillent, durationes singularum oscillationum ab utroque funipendulo factarum sunt inter se ut numerus oscillationum unius funipenduli ad numerum oscillationum alterius funipenduli æquali tempore confectarum; inde fit ut longitudines pendulorum sint ut quadrata numerorum, qui oscillationes eodem tempore factas ab utroque funipendulo designant: adeoque dato numero oscillationum, quæ ab uno pendulo notæ longitudinis in dato tempore perficiuntur, dabitur numerus oscillationum, quæ ab alio quovis pendulo notæ etiam longitudinis eodem tempore perficiuntur; capiendo scilicet numerum, qui sit ad numerum vibrationum penduli prioris in subduplicata ratione longitudinis penduli posterioris ad longitudinem penduli prioris. Itaque si pendulorum longitudines fuerint inter se ut 1 ad a^2 , & n designet numerum oscillationum factarum in dato tempore à priori pendulo, designabit na numerum oscillationum, quas pendulum posterius eodem tempore perficit. Sed notandum est supradictam proportionem locum habere, etiam si pendula non oscillent in arcus similes: satis enim est ut ipsi oscillationum arcus brevissimi sint: id quod supra etiam est adnotatum.

371. Quum autem ejusdem penduli vibrationes minimæ sint fere æquidistantes, licet arcus, in quos excurrat funipendulum, sint inæquales; hinc egregium pendulorum usum ad horologiorum automaton motus regendos demonstravit *Christianus Hugenius*. Quamquam enim *Galileus* primus omnium adhibuisset pendula in observationibus astronomicis, quæ accuratissimam temporis mensuram postulant, *Hugenio* tamen primum contigit horologia pendulis instruere; qui

P

etiam

etiam considerans oscillationes per arcus circulares brevissimos ad sensum quidem, at non vero accuratissime æquales esse, veritus ne in magno oscillationum numero aliquid erroris irreperet in temporis mensuram, instituit investigare, qui fieri posset, ut funipendulum in arcus cycloïdales oscillaret: compertum enim habebat Clarissimus Vir eo casu oscillationes funipenduli sive in breviores, sive in longiores arcus excurrentis accuratissime esse æquiditurnas.

372. Vidit autem acutissimus *Geometra* quod, incurvatis similiter, ac æqualiter duabus laminis ACB, AED (*Fig. 52.*), iisque interjunctis in puncto A, si funipendulum pendens ex puncto A oscillet inter eas, per continuam fili ad utramque laminam adplicationem accadat, ut impediatur motus penduli in circuli circumferentia, & grave per alterius curvæ peripheriam deferatur. Itaque eo rem redire animadvertit, ut expenderet, quæ esse deberet curvatura alterutrius laminæ ACB, vel AED, ad hoc ut funipendulum inter eas oscillans cycloïdem describere posset. Reperit autem, quod si curvæ ACB, AED sint duæ semicycloïdes, quarum axes, sive diametri circulorum generantium sint æquales tum inter se, quam rectæ FG, vel AG, dimidio scilicet longitudinis penduli, curva BPDF, per quam grave deferitur, abeat in cycloïdem integram, cujus axis est FG, dimidia scilicet penduli longitudo.

373. Et quoniam portio cycloïdis prope verticem F describitur motu fili, cujus longitudo est AF, circulus autem centro A, intervallo AF ductus eodem fili motu describitur, necesse est ut circulus, qui transiens per F habet punctum A pro centro, fere coincidat cum cycloïdis portione prope verticem F: itaq; quo tempore grave decidit usque ad F per quemcumque arcum cycloïdis, eodem tempore idem grave deferetur ad F per arcum exiguum hujus circuli, qui prope F coincidit cum cycloïde. Unde rursus patet ratio, cur pendulo vibrationes exiguas in circulo perficiente, tempora oscillationum sint æqualia: nam si arcus (*Fig. 51.*) MA_m, NA_n parvi sint, ipsi fere coincident cum portione cycloïdis prope

prope verticem A descriptæ circa axem, qui dimidiam penduli longitudinem adæquat: unde quemadmodum tempora per quosvis arcus cycloides ostenſa ſunt æqualia inter ſe, ita æqualia pariter erunt tempora per arcus circulares exiguos, qui à cycloidalibus arcibus ſenſibiliter non differunt.

374. Itaque tempus, quo tempore pendulum oſcillationem minimam perficit in circulo, æquale eſt tempori, quo perficitur oſcillatio per arcum cycloidis, cujus axis eſt dimidia penduli longitudo. At vero tempus quo perficitur oſcillatio in cycloide eſt ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, hoc eſt per dimidiam penduli longitudinem, ut circumferentia circuli ad diametrum, quemadmodum ſupra demonſtravimus: quare *tempus cujuſvis oſcillationis minimæ circularis erit ad tempus caſus per dimidiam penduli longitudinem in ea ratione, quam habet circuli peripheria ad diametrum*. Unde id, quod ſupra dictum eſt, *idem tempus æquale eſſe duplo temporis caſus per diametrum circuli, in quo corpus ſuas peragit oſcillationes non verum eſt, niſi quamproxime*.

375. Hujus Theorematis ſubſidio inveniri poterit ſpatium, quod grave corpus, perpendiculariter decedendo, tempore unius minuti ſecundi percurrit. Sed primum ſcire oportet longitudinem penduli, quæ efficit, ut ſingulæ oſcillationes minimæ valeant ſingula ſcrupula ſecunda horaria, diſtributam fuiſſe ab *Hugenio* in tres partes æquales, eaſque partes *pedes horarios* ipſum adpellare. Deinde accuratiſſimis menſuris deprehendiſſe *pedem horarium* eſſe ad *pedem Pariſienſem* ut ſe habet 881 ad 864. Quum igitur penduli ad ſecunda ſcrupula longitudo ſit *pedum horariorum* trium; tempus autem unius oſcillationis minimæ ſit ad tempus deſcenſus perpendicularis ex dimidia penduli altitudine ut circumferentia circuli ad diametrum, ſive etiam ut 314 ad 100; ſi fiat ut 314 ad 100 ita tempus unius ſcrupuli ſecundi, ſive ſexaginta tertiorum ad aliud;

ſient ſcrupula tertia $19\frac{1}{10}$ tempus deſcenſus per dimidiam

diam penduli altitudinem, quæ nempe est *pedis* unciarum 18. Sicut autem quadrata temporum, ita sunt spatia illis temporibus peracta, quemadmodum supra demonstratum est: ergo si fiat ut quadratum ex scrupulis

tertiis 19— ad quadratum ex scrupulis tertiis 60, hoc

est ut 36481 ad 360000, ita 18 unciæ ad aliud; fient *pedes* 14, unciæ 9, & lineæ sex altitudo descensus perpendicularis tempore unius secundi. Itaque quum *perborarius* sit ad *Parisiensem* ut 881 ad 364, erit eadem altitudo ad hanc mensuram reducta proxime *pedum* 15, & unciæ unius. Quapropter corpus decidendo perpendiculariter, remota resistantia aeris, describet primo temporis minuto secundo pedes quindecim, & unciam unam; secundo autem temporis minuto secundo pertransiet intervallum pedum quadraginta quinque, & unciarum trium: tertio minuto secundo emetietur spatium pedum septuaginta quinque, & adhuc unciarum quinque, atque sic deinceps in infinitum secundum rationem numerorum imparium, prout supra traditum est.

CAPUT NONUM.

De motu projectorum, deque arte ballistica.

376. **I**N examinandis motibus corporum gravium duo casus considerandi sedulo sunt. *Primus* casus est, si ea sua sponte decidunt. *Alter* casus est, si projiciuntur. Jam si gravia decidunt sua sponte deorsum, ea feruntur I per lineas ad horizontem perpendiculares. II motus eorum est æquabiliter acceleratus. Et III denique spatia ab ipsis descripta sunt in duplicata tum temporum, quum velocitatum ratione, quemadmodum supra demonstratum est. Quod si vero projiciuntur, videndum est secundum quam lineam projecta sint.

Si

Si enim projecta sint deorsum secundum lineam ad horizontem perpendicularem, motus eorum etiam erit æquabiliter acceleratus, nisi quod putandum est, ea ex altiore loco decidisse, unde scilicet potuissent sibi comparare id velocitatis, cum quo deorsum dejecta sunt. Si vero projecta sint sursum secundum lineam etiam ad horizontem perpendicularem, motus eorum æquabiliter retardabitur, & vero ascendent ad eam præcise altitudinem, unde si decidissent velocitatem projectionis sibi comparassent. Denique si projiciantur secundum lineam obliquam ad horizontem, constat quidem omnibus motum eorum peragi in linea quadam curva, sed non æque notum est omnibus, quænam sit causa illius motus curvilinei, quæve sit natura ejus lineæ curvæ, in qua gravia oblique projecta moveri videntur.

377. Quæ duo quum nos hoc Capite demonstranda susceperimus, nonnulla etiam de arte ballistica, sive de ea arte, qua pilis incendiariis data loca petere possimus delibabimus. Utque altius rem repetamus ponamus corpus A, quod gravitatis expers esse suppono, moveri in figura aliqua triangulari ABC (Fig. 53.), & videamus unde proficisci possit hujusmodi motus. Quoniam per *legem Naturæ primam* corpus omne semper conatur persistere in eo statu, in quo statu est constitutum, si corpus A incipiat moveri secundum lineam rectam AB, profecto illud movebitur in æternum secundum eandem rectam, describetque spatia, quæ rationem temporum servabunt: itaque si in loco B corpus defleat de cursu AB, & init cursum BC, profecto necesse erit, ut in loco B vis nova adveniat, quæ agens in corpus faciat, ut ipsum exorbitet de semita priori, aliamque semitam ingrediatur. Neque vero putandum est unicam esse vim, unicamque ejus directionem, quæ facit, ut corpus instituat moveri per rectam BC. Etenim si in recta AB producta versus partem B sumatur portio BE, quæ designet directionem, quantitatemque motus corporis A, dum movetur in recta AB, sive quod eodem redit designet directionem, quantitatemque vis, unde motus ille proficisci potuit: in recta autem BC

producta versus partem C sumatur ubi vis punctum F, & jungatur EF; designabit ipsa directionem quantitatemque vis, quæ postulatur in loco B ad hoc ut corpus A inire possit semitam BC. Etenim ex binorum motuum BE, EF compositione subnascitur motus BF.

378. Non dissimiliter si corpus A in loco C destitit de semita BC, initque semitam CA, profecto id arguit novam vim egisse in corpus eo in loco: cujus etiam vis & quantitas, & directio haud quidem unica est, sed multiplex, immo infinita. Producat enim BC usque ad H, ita ut sit CH æqualis BF, quæ designabat motum corporis A in recta BC ortum ex compositione binorum motuum BE, EF, sive etiam BE, BD; deinde in recta CA indefinite versus partem A producta sume ad libitum punctum I, & junge HI. Etenim ea designabit semper directionem, quantitatemque vis, quæ postulatur in loco C, ad hoc ut corpus A destitit de recta linea BC, & ineat rectam CA. Adeoque ut corpus A describere possit triangulum ABC necesse est ut motus ipsius semel certa quadam ratione turbatus sit in loco B, iterum vero turbatus sit in loco C.

379. Eadem de causa fieri potest, ut corpus moveatur in figura quadrangulâ, scilicet si motus ipsius ter in tribus locis diversis certa quadam ratione turbatus sit. Quod si quinquies, vel sexies turbatus sit motus, corpus movebitur in figura pentangulâ, vel exangulâ. Denique si infinities motus turbatus sit, sintque intervalla temporum, quibus motus turbatur, infinite parva, facile intelligitur futurum, ut corpus moveatur in linea curva. Sunt enim lineæ curvæ nihil aliud, nisi figuræ poliangulæ laterum infinitorum, quorum singula sunt infinite parva: quemadmodum alio in loco etiam est adnotatum. Facile autem hic novissimus casus aptatur ad corpora gravia oblique projecta. I tenim si ea gravitate essent destituta, moverentur in æternum secundum lineam projectionis, spatiaque conficerent æqualia in temporibus æqualibus. At quoniam adest vis gravitatis, cujus actio continua est, quæque jugiter compellit corpora ad descendendum deorsum, ex com-

possi-

positione horum duorum motuum, quorum alter, qui ex gravitate proficiscitur, semper perpendicularis est ad horizontem, alter semper est ad horizontem obliquus accidet, ut ea moveantur in linea aliqua curva.

380. Sed operæ pretium est hujus lineæ curvæ naturam cognoscere. Projiciatur itaque corpus grave de loco A (*Fig. 54.*) secundum directionem AE vel horizontalem, vel ad horizontem inclinatam. Et jam si corpus projectum à gravitatis vi deorsum non pertraheretur, profecto ipsum æquabiliter semper procederet in recta AE, essentque tempora, quibus percurruntur spatii partes AB, AC, AD, AE, ut ipsa spatia AB, AC, AD, AE. Nam in motu corporum æquabili spatia percurra eamdem cum temporibus servant rationem. Sed quoniam vis gravitatis agit indelinenter secundum lineas ad horizontem perpendiculares, atque adeo parallelas tum inter se, quum rectæ verticali AX, secundum quam descendit grave ex eodem loco A demissum, necesse est ut corpus projectum jugiter discedat à recta AE versus partes inferiores secundum lineas perpendiculares ad horizontem, adeoque parallelas rectæ verticali AX; & spatia descensus, sive deviationes à recta AE eadem erunt, ac si perpendiculariter caderet. Præterea si corpus sua gravitate cadens tempore AB descendat per spatium AK, tempore AC per spatium AL, tempore AD per spatium AM, tempore vero AE per spatium AN, erunt spatia AK, AL, AM, AN ut quadrata temporum AB, AC, AD, AE; sive etiam confectis parallelogrammis AKFB, ALGC, AMHD, ANIE, ut quadrata rectarum KE, LG, MH, NI.

381. Et quoniam impetus corpori impressus secundum rectam AE non est contrarius ei, quem vis gravitatis tribuit corpori deorsum secundum verticalem AX, alteri ab altero nihil detrimenti adferetur. Itaque quum corpus in fine certæ temporis reperiri debeat in loco B propter impetum ei impressum secundum directionem AE, idemque corpus in fine ejusdem temporis reperiri debeat in loco K propter actionem gravitatis, utroque impetu interveniente necesse est ut reperiat in F: ita

P 4

enim

enim utrique obtemperabit. Similiter quum corpus in fine alterius temporis reperiri debeat in loco C propter impetum ipsi impressum secundum rectam AE; itemq; in fine ejusdem temporis pervenire debeat ad locum L propter actionem gravitatis, necesse est ut utraque vi interveniente reperiatur in G: ita enim utrique satisfaciet. Eodem ratiocinio ostendetur corpus repertum iri in locis H, & I, adeoque progressurum per viam curvilineam AFGHI: in qua quum quadrata rectarum KF, LG, MH, NI, quæ omnes parallelæ sunt lineæ AE, secundum quum corpus projectum est, sint inter se, ut se habent correspondentes portiones AK, AL, AM, AN, manifestum est eam viam AFGHI esse *Parabolam Apollonianam*. Nam in hac Parabola quadrata ordinatarum rationem correspondentium abscissarum servare jam olim demonstravit Geometrarum Princeps *Apollonius*.

382. Sed duo hic adnotanda sunt. *Primum* AX esse axem Parabolæ, quando corpus projicitur secundum lineam horizontalem, esse vero unam ex ejus infinitis diametris, quando projicitur secundum lineam obliquam ad horizontem. Nam in primo casu angulus XAE, quem linea verticalis AX continet cum horizontali AE est rectus; adeoque ordinatæ FK, GL, HM, IN normales sunt ad rectam AX, quæ idcirco axeos munere fungetur. In secundo vero casu angulus XAE, quem linea verticalis AX continet cum obliqua AE est vel acutus, vel obtusus; adeoque ordinatæ FK, GL, HM, IN oblique insistant ad rectam AX, quæ idcirco diametri munus obibit. *Alterum* rectam AE, secundum quam corpus projicitur, semper contingere Parabolam ab ipso corpore descriptam in loco A. Etenim ea parallela est ordinatis FK, GL, HM, IN.

383. Describat nunc corpus M (*Fig. 55.*) parabolam MAN, & cognoscenda sit velocitas, cum qua velocitate ipsum progreditur in quovis loco M. Sit MI altitudo verticalis, ex qua decidere oporteat corpus M, ut in loco M adquirat velocitatem, quam quærimus. Ducatur per punctum M tangens MC, in qua sumatur MC æqualis duplo ipsius MI, deinde ducta recta CN parallela ipsi IMO,

IMO, ducatur etiam per punctum N recta NO parallela tangenti MC. Et quoniam corpus in loco M urgetur viribus duabus, quarum prior est vis gravitatis tendens deorsum secundum MO, altera est vis progrediendi secundum tangentem MC, siquidem supponamus gravitatis vim abesse à corpore, profecto ipsum moveretur æquabiliter secundum tangentem MC; & vero in tempore quo cecidit ex I ad M velocitate acquisita in eo descensu, (cui quidem velocitati supponimus æqualem esse velocitatem corporis in loco parabolæ M) describeret spatium MC duplum altitudinis MI; quemadmodum supra demonstratum est. Atqui eodem tempore si descendere incipiat ex loco M, describeret. propter gravitatis vim, spatium MO æquale ipsi MI: Itaque quum corpus M, urgentibus duabus viribus seorsim, inveniri debeat intervallo ejusdem temporis in locis C, & O; profecto necesse est ut ipsum, utraque vi simul cogente, in fine ejusdem temporis reperiat in N, nempe in angulo appposito parallelogrammi MONC: qui quidem angulus contingere debet Parabolam datam MAN.

384. Sit F focus ejusdem Parabolæ, & jungatur MF. Ea, ut ostendunt *Scriptores Conici*, adæquabit partem quartam parametri, quæ refertur ad diametrum MO. Itaque quum NO, utpote parallela tangenti MC, sit ordinatim applicata ad diametrum MO, erit quadratum ex ipsa NO æquale rectangulo ex MO in MF quater sumptam: adeoque ut se habet MO ad ON, ita erit ON ad MF quater sumptam. Atqui MO est dimidium ipsius ON; (est enim MO æqualis MI, & NO æqualis MC) itaque ON erit pariter dimidium rectæ MF quater sumptæ: ex quo sequitur rectam MF esse vicissim dimidium ipsius ON sive MC. Atqui etiam MI est dimidium rectæ MC; quare rectæ MI, MF æquales erunt inter se. Quapropter altitudo IM, ex qua acquiritur velocitas, cum qua progreditur corpus in quovis Parabolæ loco M, (quæ quidem altitudo *sublimitas* deinceps adpellabitur) æqualis est semper rectæ MF, sive etiam parti quartæ parametri, quæ refertur ad diametrum transeuntem per punctum M. Ex quo non modo infertur, velocita-

citatem corporis describentis Parabolam eo esse majorem, quo magis ipsum abfuerit ab axe, verum etiam velocitatem ejusdem corporis in Parabolæ vertice esse minimam : nam parameter axeos minima est omnium parametrorum. Manifestum autem est sublimitates omnes MI , AD , GN terminari ad directricem Parabolæ IDG : etenim ipsæ adæquant respectivé rectas MF , AF , NF . Unde quemadmodum grave descendens verticaliter de quovis loco G directricis post percursum spatium GN acquirit eam præcise velocitatem, cum qua idem grave progrediretur in loco Parabolæ N ; ita si vicissim idem grave velocitate, cum qua progreditur in quovis Parabolæ loco N , sursum verticaliter projiciatur, ipsum adscendet usque ad directricem IG .

385. Veniamus modo ad artem ballisticam, adque ea Problemata, quæ illic locum habent, resolvenda. Exeat pila incendiaria de loco M (Fig. 56.) secundum directionem obliquam MT , eaque describat Parabolam MAL , quæ occurrat horizonti in puncto L : sit autem AP axis Parabolæ, & ID directrix ipsius. In hoc casu quatuor consideranda sunt. I *directio iactus*, quæ determinatur ab angulo TML , quem ipsa directio constituit cum horizontali ML . II *impetus iactus*, sive etiam velocitas, cum qua velocitate globus egreditur ex bombarda in loco M constituta, quæ quidem velocitas designatur per sublimitatem MI . III *altitudo iactus*, sive etiam maxima altitudo, ad quam pila per Parabolam progrediens adscendit supra lineam horizontalem ML , quæ quidem altitudo designatur per portionem axeos PA . Et IV denique *amplitudo iactus*, sive etiam distantia à loco M , ad quam pila decidit in horizonte, quæ quidem amplitudo designatur per rectam ML .

386. Jam quatuor ista sunt talia, ut si duo quævis data sunt, reliqua duo facile inveniri possint. Itaque quia cum quatuor quantitativis sex tantum combinationes possunt institui, sex sola Problemata locum tibi vindicabunt in arte ballistica. *Primum est. Datis directione, & impetu, invenire altitudinem, atque amplitudinem* sive etiam dato angulo TML , & sublimitate MI , invenire

nire tum rectam AP, quum rectam ML. *Secundum* est. *Datis directione, & altitudine invenire, invenire impetum, & amplitudinem;* sive etiam dato angulo TML, & recta AP, invenire sublimitatem MI, & rectam ML. *Tertium* est. *Datis directione, & amplitudine invenire impetum, & altitudinem;* sive etiam dato angulo TML, & recta ML, invenire sublimitatem MI, & altitudinem PA. *Quartum* Problema, quod primum convertit ita se habet. *Datis altitudine, atque amplitudine, invenire directionem, & impetum;* sive etiam datis recta AP, & recta ML invenire angulum TML, & sublimitatem MI. *Quintum* Problema, quod secundum convertit est. *Datis impetu, & amplitudine invenire directionem, & altitudinem:* sive etiam data sublimitate MI, & recta ML invenire angulum TML, & rectam AP. Et *sextum* denique, quod tertium convertit est. *Datis impetu, & altitudine invenire directionem, & amplitudinem:* sive etiam data sublimitate MI, & recta PA invenire angulum TML, & rectam ML.

387. Hæc Problemata nullo negotio resolvuntur mediantibus regulis, quæ traduntur in *Trigonometria plana*. Educatur enim ex puncto T, in quo tangens MT occurrit axi PT perpendicularis TX ad ipsam tangentem MT; deinde demittatur ex puncto T perpendicularis TC ad rectam MX. Et jam in triangulo rectangulo MTX altitudo CT, quæ æqualis est ipsi MP adæquat medietatem amplitudinis: angulus MXT, qui æqualis est angulo TML, adæquat angulum illum, qui directionem determinat: basis MX, quæ dupla est ipsius MI, designat duplum ejus rectæ, quam *sublimitatem* adpellavimus: & denique segmentum MC, sive PT, quod duplum est rectæ AP, duplum altitudinis adæquat. Itaque omnia, quæ spectant ad artem ballisticam, determinari possunt ope trianguli rectanguli MTX. Nempe in primo Problemate, in quo datis directione, & impetu quærentur altitudo, & amplitudo, videndum est, quomodo datis in triangulo rectangulo MTX angulo MXT, & hypotenusæ MX, determinari possit tum segmentum MC, quum altitudo CT. In secundo po-

blemate in quo datis directione, & altitudine quærun-
tur impetus, & amplitudo, videndum est quomodo ex
datis angulo MXT, & segmento CM determinantur
tum hypotenusam MX, quum altitudo CT. In tertio
Problemate, in quo datis directione, & amplitudine
quæruntur impetus, & altitudo, videndum est quomodo
in triangulo rectangulo MTX ex datis angulo MXT,
& altitudine CT inveniri queant tum hypotenusam
MX, quum segmentum MC. Neque difficilior erit re-
solutio trium Problematum sequentium, quæ tria mo-
do exposita Problemata convertunt: adeo ut diutius hic
immorari non oporteat. Tantum ostendendum est hy-
potenusam MX duplam esse sublimitatis MI: id quod
gratis adsumptum esse videtur.

388. Sit idcirco F focus Parabolæ: itaque qua-
dratum ordinatæ PM, sive etiam rectæ CT æquale erit
rectangulo ex PA in AF quater sumpto. Atqui idem
quadratum ex CT æquale est rectangulo ex MC in CX:
quare rectangulum ex PA in AF quater sumptum æqua-
le erit rectangulo MCX: atque adeo ut se habet PA ad
MC sive PT, ita erit CX ad FA quater sumptam, sive
etiam ad DF bis sumptam. Atqui PA adæquat medie-
tatem ipsius PT; quare CX adæquabit ipsam DF. Præ-
terea quum sit AT æqualis AP, & AD æqualis AF; erit
DT, sive CI æqualis PF: ostensa est autem CX æqualis
ipsi DF: quare erit XI æqualis DP, sive IM; adeoque
MX dupla erit sublimitatis MI.

389. Sed in hac de missilibus globis jactendis do-
ctrina unum est, quod singularem animadversionem
meretur. Scilicet quod, eodem manente impetu MI,
amplitudo jactus ML eo major sit, quo magis angulus
TML, qui directionem jactus determinat, accesserit ad
gradus quadraginta quinque; maxima vero tum sit,
quum angulus ille fuerit semirectus. Intelligere id li-
cet ex eodem triangulo rectangulo MTX, de quo su-
perius mentionem habuimus: in quo triangulo demon-
stratum est hypotenusam MX esse ad altitudinem CT
ut se habet duplum sublimitatis ad medietatem am-
plitudinis, sive etiam ut se habet sublimitas ad quartam
ampli-

amplitudinis partem. Et quoniam manente semper eodem impetu, sublimitas non mutatur, necesse est ut in triangulo rectangulo eadem semper maneat hypothenusa MX , quamcumque ponamus fuisse directionem jactus. Itaque quia altitudo TC trianguli rectanguli eo major est, quo angulus TXM , qui æqualis est angulo TML , accedit ad gradus 45 , maxima vero tum evadit, quando idem angulus abit in semirectum, (quemadmodum facile intelligitur descripto semicirculo XTM super hypothenusa XM) inde manifestum sit amplitudinem jactus, quæ dupla semper est altitudinis CT eo fieri majorem, quo magis angulus inclinationis TML accesserit ad gradus 45 : maximam vero evadere tunc quum angulus ille fuerit semirectus. Sed intelligitur etiam amplitudinem eo casu æqualem fore ipsi hypothenusa MX ; adeoque duplam esse sublimitatis ML .

CAPUT ULTIMUM.

De motu corporum aquabili in circumferentiis circularum: ubi de virium centripetarum mensuris.

390. **S**æpe numero dictum est, corpora omnia in motu constituta recta semper, & æquabiliter tendere moveri, dummodo nulla alia vis extrinseca ea inter progrediendum de pristino cursu depellat: cujus quidem rei hanc adtulimus certissimam causam, quod singula corpora, ob vim inertię, conentur semper in eo statu persistere, quo in statu actu constituta sunt; demonstratumq; etiam est in corporibus omnibus actis in pyrum adesse *conatum quemdam excussorium*, sive potius vim recedendi à centro motus secundum lineas rectas contingentes orbes curvilineos, in quibus illa feruntur. Considerandum modo est, quod nisi hujusmodi vis recedendi à centro motus inhiberetur à vi contraria, & æquali versus idem centrum tendente, futurum esset, ut corpus excuteretur de orbe curvilineo, perque
ejus

eius tangentem elaberetur . Adeoque in omni corpore in gyrum actō duæ sunt vires considerandæ , quarum altera conatur retrahere corpus de centro per orbis tangentem , altera vicissim conatur retrahere corpus de tangente versus idem centrum .

391. Harum duarum virium priorem adpellabimus *centrifugam* , posteriorem *centripetam* nuncupabimus: aptissimis quidem vocabulis; nam priore vi corpus fugit à centro ; at vero vi posteriore idem corpus petit centrum . Veluti si corpus A (*Fig. 57.*) describat æquabiliter circuli circumferentiam ABD , illud necesse est in quovis loco A duabus viribus agitari , quarum una dirigitur secundum circuli tangentem AT, altera vero tendit ad centrum C . Et sane sublata vi secundum tangentem AT, corpus recta descenderet versus centrum C; viceversa sublata vi, quæ tendit ad centrum C , idem corpus elaberetur secundum tangentem AT: utraque autem vi interveniente potest corpus flectere cursum suum in circuli circumferentiam ABD. Manifestum autem est, si corpus dato tempore quamminimo describat arcum AM, exque puncto M demissa intelligatur perpendicularis MH ad tangentem MT, quantitatem visum centripetæ, quum centrifugæ designari per huiusmodi perpendicularem MH, hoc est per subtenfam evanescentem anguli contactus MAH. Nam quum AM, & AH sint fere æquales inter se propter summam parvitatem anguli contactus MAH, siquidem removeretur vis illa, qua corpus tendit ad centrum C, corpus tempore, quo describit arcum AM, percurreret rectam AH, atque adeo vis centrifuga removeret ipsum à centro intervallo rectæ MH. Similiter sublata vi secundum tangentem AT corpus tempore quo describebat arcum AM recta cadendo versus centrum pertransiret spatium AP, sive HM: ex quo sequitur in tempore quo describitur arcus quamminimus AM vim tum centrifugam quum centripetam designari per rectam HM.

392. Sed manifestum quoque est, quod si corpus motu æquabili percurrat circumferentiam ABD, vis centripeta in quovis loco M eadem semper sit, adeoque nul-

nullibi vis illa intendatur, aut remittatur. Diviso enim tempore in partes æquales, & infinite parvas, quoniam motus æquabilis supponitur, necesse erit, ut æquales circumferentiæ partes æqualibus istis temporis intervallis describantur. Itaque quum circulus eandem ubique habeat curvaturam, subtensa HM , quæ vis centripetæ quantitatem designat, erit ubique ejusdem longitudinis: adeoque vis centripeta constans manebit, atque immutata in omni loco.

393. Sint nunc duo corpora æqualia A , & a , quæ describant æquabiliter circumferentias ABD , abd , & videamus quam proportionem habeant vires centripetæ, quibus viribus ipsa retinentur in iisdem circumferentiis. Sint AM , & am arcus quamminimi, quos corpora A , & a eodem exiguo temporis intervallo pertranseunt, atque ex punctis M , & m demittantur in tangentes perpendicularia MH , mh . Constat vires centripetas corporum A , & a designari per subtensas evanescentes MH , mh : etenim per hæc intervalla ipsa eodem tempore quamminimo accesserunt ad centra C , & c . Itaque vis centripeta corporis A erit ad vim centripetam corporis a ut HM ad hm ; live etiam demissis perpendicularibus MP , mp ad radios AC , ac , vis centripeta corporis A erit ad vim centripetam corporis a ut se habet AP ad ap . Itaque eo res redit, ut videamus quam proportionem habeant inter se rectæ istæ AP , & ap .

394. Quod ut fiat, intelligantur duæ chordæ AM , am , quæ propter summam arcuum parvitatem sensibilibiter non different ab arcubus ipsis: itaque nihil vetat quin arcus sumantur pro chordis, & vicissim. Est autem quadratum chordæ AM æquale rectangulo BAP ; & similiter quadratum chordæ am æquale est rectangulo bap : quare quadrata arcuum AM , am æqualia quoque erunt rectangulis BAP , bap . Ex quo sequitur rectam AP æqualem effe ei, quod oritur dividendo quadratum arcus AM per diametrum AB ; & similiter rectam ap æqualem esse ei, quod oritur dividendo quadratum arcus am per ejus diametrum ab : quare recta AP erit ad rectam ap , ut se habet quadratum arcus AM adpli-

adplicatum ad diametrum AB ad quadratum arcus *am* adplicatum ad diametrum *ab*. Est autem vis centripeta corporis A ad vim centripetam corporis *a*, ut se habet AP ad *ap*: quare propter rationum æqualitatem erit quoque vis centripeta corporis A ad vim centripetam corporis *a* quemadmodum se habet quadratum arcus AM adplicatum ad diametrum AB ad quadratum arcus *am* adplicatum ad diametrum *ab*. Scilicet si duo corpora æqualia describant æquabiliter circumferentias duorum circularum, vires ipsorum centripeta erunt ut quadrata arcuum quæminimorum eodem temporis intervallo descriptorum ad diametros circularum adplicata.

395. Sit præterea AX arcus quivis descriptus à corpore A in tempore quovis finito, & similiter sit *ax* arcus eodem tempore descriptus ab alio corpore *a*. Et quoniam corpora A, & *a* supponuntur æquabiliter moveri, erit arcus AM ad arcum AX ut est tempus per AM ad tempus per AX; & similiter arcus *am* erit ad arcum *ax* ut est tempus per *am* ad tempus per *ax*: nam in motu corporum æquabili tempora sunt inter se ut spatia percursa: Atqui tempus per AM est ad tempus per AX, ut se habet tempus per *am* ad tempus per *ax*: sunt enim æqualia inter se tum tempora per arcus exiguos AM, *am*, quum tempora per arcus finitos AX, *ax*: quare erit quoque AM ad AX ut se habet *am* ad *ax*; & permutando ut se habet AM ad *am* ita erit AX ad *ax*. Itaque quum vis centripeta corporis A sit ad vim centripetam corporis *a* quemadmodum se habet quadratum arcus AM adplicatum ad diametrum AB ad quadratum arcus *am* adplicatum ad diametrum *ab*; erit etiam vis centripeta corporis A ad vim centripetam corporis *a* ut quadratum arcus AX adplicatum ad diametrum AB ad quadratum arcus *ax* adplicatum ad diametrum *ab*: adeoque vires centripeta corporum A, & *a* æquabiliter latorum in circumferentiis circularum non modo eam servant rationem, quam habent quadrata arcuum minimorum simul descriptorum, verum etiam sunt inter se ut quadrata quorumvis arcuum finitorum eodem tempore descriptorum ad diametros circularum adplicata.

Et quo-

Et quoniam in motu æquabili, quando tempora æqualia sunt inter se, spatia percurſa sunt ut velocitates: vires centripetæ, quas ostensum est esse ut quadrata arcuum simul descriptorum ad diametros applicata, erunt etiam ut *quadrata velocitatum ad easdem diametros applicata*: sive etiam vires centripetæ erunt ut *quadrata velocitatum directe, & diametri inverse*. Ex quo sequitur, eodem manente circulo, vim centripetam augeri, vel minui in duplicata ratione velocitatis autæ vel diminutæ; vicissim vero eadem manente velocitate vim centripetam augeri, vel minui in ratione simplici diametri imminutæ, vel autæ.

396. Quoniam autem in motu corporum æquabili spatia percurſa rationem habent compositam velocitatum, & temporum; circumferentiæ ABD, *abd*, quæ spatia à corporibus descripta designant, rationem habebunt compositam ex rationibus velocitatum, & temporum; itaque quum circumferentiæ sint inter se ut diametri AB, *ab*; ipsæ diametri rationem pariter habebunt compositam ex velocitatibus, & temporibus; adeoque velocitates erunt ut diametri directe, & tempora inverse; quadrata autem velocitatum erunt ut quadrata diametrorum directe, & quadrata temporum inverse. Ostensum est autem vires centripetas esse inter se, quemadmodum se habent quadrata velocitatum ad diametros circulorum applicata; quare eædem vires centripetæ erunt ut quadrata diametrorum directe, ut quadrata temporum inverse, utque ipsæ diametri inverse; sive etiam ut *diametri directe, & quadrata temporum inverse*. Itaque si tempora circulationum æqualia fuerint, *vires centripetæ erunt ut diametri, sive etiam ut radii*; si vero diametri fuerint æquales *vires centripetæ duplicatam temporum rationem, sed inversam servabunt*. Denique si diametri fuerint inter se ut quadrata temporum, *vires centripetæ æquales erunt*.

397. Quapropter si duo corpora describant æqualiter circumferentias duorum circulorum, erunt *i vires eorum centripetæ, vel centrifugæ in duplicata ratione arcuum eodem tempore descriptorum directe, & in ratione*

tione simplici diametrorum inverse . II eadem vires erunt in duplicata ratione velocitatum directe, & in ratione simplici diametrorum inverse . III illa eadem vires erunt inter se ut diametri directe, & quadrata temporum inverse . IV Si tempora circulationum aequalia fuerint, atque adeo velocitates sint ut circumferentia, sive etiam ut radii, vires centripetæ erunt etiam ut radii . V si diametri, sive etiam circumferentia fuerint æquales, atque adeo tempora velocitatibus reciproce respondent, vires centripetæ erunt reciproce ut quadrata temporum . Et VI denique si diametri fuerint inter se ut quadrata temporum, hoc est si velocitates fuerint ut tempora, vires centripetæ æquales erunt inter se. Sed his omnibus Theorematis, quæ illustriora sunt addendum est hoc aliud, quod in revolutionibus Planetarum primariorum circa Solem, & secundariorum circa primarios locum habet, quemadmodum Libro II. demonstrabitur. Scilicet si quadrata temporum, quibus corpora absolvunt suas revolutiones fuerint ut cubi diametrorum, vires centripetæ erunt reciproce ut quadrata diametrorum, sive etiam reciproce ut quadrata radiorum . Nam quoniam per Theorema III. vires centripetæ sunt ut diametri directe, & quadrata temporum inverse; quadrata autem temporum ponuntur esse ut cubi diametrorum, eadem vires centripetæ erunt ut diametri directe, & cubi earundem diametrorum inverse, sive ut quadrata diametrorum, aut etiam radiorum inverse.

398. Videamus modo quomodo conferri possint vires corporum revolventium centripetæ cum vi aliqua nota, qualis est vis gravitatis, qua agente scimus corpora prope superficiem Telluris decidendo in minuto temporis secundo describere pedes 15, & adhuc unciam unam, modo tamen aeris resistentiam sublatam supponamus; quemadmodum supra demonstratum est. Describat itaque corpus grave A æquabiliter circumferentiam ABD cum ea velocitate, quam ipsum adquisivisset decidendo ab altitudine EF: dico vim centripetam, qua vi corpus A detinetur in circumferentia ABD, esse ad vim ipsam gravitatis, ut se habet duplam altitudinis EF ad

ad radium circuli AC. Quoniam enim velocitas, cum qua corpus A fertur in circumferentia ABD æqualis est velocitati illi, quam ob vim gravitatis ipsum sibi comparavit in descensu per EF, necesse est ut idem corpus A in tempore, quo descendit ab E ad F describat æquabiliter spatium duplum altitudinis EF: itaque si arcus AX duplus sit altitudinis EF, tempus descensus ab E ad F æquale erit tempori, quod impendit corpus ad describendum æquabiliter arcum AX. Est autem tempus per AX ad tempus per arcum quamminimum AM ut AX ad AM, live etiam ut $2EF$ ad AM; quare erit quoque tempus descensus ab E ad F ad tempus per AM ut $2EF$ ad AM. Quapropter quum spatia à corporibus gravibus decedendo descripta sint ut quadrata temporum, erit spatium descriptum in tempore casus ab E ad F ad spatium descriptum in tempore lationis per AM ut $4EF^2$ ad AM^2 ; est autem spatium cadendo descriptum in tempore primo ipsa longitudo EF; itaque spatium in secundo tempore descriptum erit quadratum arcus AM adplicatum ad longitudinem $4EF$.

299. Considerandum modo est, quod vis centripeta corporis A, qua vi ipsum retinetur in circumferentia ABD tanta est, quanta postulatur ad hoc ut corpus A in tempore per AM descendere possit versus centrum C per intervallum HM. Itaque quum vires sint ut spatia eodem tempore quamminimo descripta, erit vis gravitatis corporis A ad vim centripetam, qua ipsum retinetur in circulo ABD, quemadmodum se habet quadratum arcus AM adplicatum ad $4EF$ ad HM sive ad AP. Est autem AP æqualis quadrato arcus AM adplicato ad diametrum AB: quare erit pariter vis gravitatis corporis A ad ejusdem vim centripetam in circulo ABD, ut se habet quadratum arcus AM adplicatum ad $4EF$ ad idem arcus AM quadratum adplicatum ad diametrum AB; live etiam ut se habet diameter AB ad $4EF$; aut etiam ut est radius AC ad duplum altitudinis EF: Unde invertendo vis centripeta corporis A in circulo ABD erit ad ejus vim gravitatis, ut est duplum altitudinis EF ad radium. Itaque quia hic tria contingere possunt I ut

Q 2

radius

radius AC æqualis sit duplo altitudinis EF. II ut radius AC major sit duplo ejusdem altitudinis EF. Et III denique ut radius AC minor sit duplo altitudinis EF: si quidem *primum* accadat vis centripeta, & vis gravitatis æquales erunt inter se; si *secundum* contingat, vis centripeta minor erit vi gravitatis; denique si *tertium* eveniat, vis centripeta gravitatis vim superabit. Et quoniam corpus decidendo ab altitudine EF comparat sibi velocitatem, cum qua ipsum movetur in circulo ABD; ea, quæ modo tradita sunt de proportionibus, quæ est inter vim centripetam, & vim gravitatis sic aliter possunt enunciari. I si corpus A describat circumferentiam ABD ea cum velocitate, qua acquiritur decidendo ab altitudine, qua dimidium radii adæquat, vis ejus centripeta gravitatis vim adæquabit. II si corpus A describat circumferentiam ABD ea cum velocitate, qua acquiritur decidendo ab altitudine, qua minor est, quam dimidium radii, vis ejus centripeta gravitatis vi minor erit: id quod inde etiam constare potest, quod corporis in dato circulo revolventis vis centripeta minuitur in ea ratione in qua minuitur quadratum velocitatis, ut supra demonstratum est. III si corpus A describat circumferentiam ABD ea cum velocitate, qua acquiritur decidendo ab altitudine, qua major est quam dimidium radii, vis ejus centripeta gravitatis vim superabit: id quod inde etiam constare potest, quod corporis in dato circulo revolventis vis centripeta augetur in ea ratione, in qua augetur velocitatis quadratum.

400. Revolvatur nunc corpus aliquod in circulo maximo Telluris cum ipsa vi gravitatis ad centrum illius tendente; quæritur tum ejus velocitas, quum tempus unius revolutionis. Quoniam vis centripeta corporis revolventis in circulo maximo Terræ concentrico suæ gravitati æqualis supponitur, necesse est velocitatem ipsius tantam esse, quantam profecto compararet sibi decidendo ex altitudine, quæ dimidium semidiametri Telluris adæquaret: hoc est decidendo ex altitudine pedum *Parisiensium* 9807891: nam Telluris diameter constituitur pedum *Parisiensium* 39231564. Et quoniam
spatia

spatia decidendo percurſa computata ab initio motus ſunt in ratione temporum duplicata : faciendo ut pedes 15, & adhuc uncia una ad pedes 9807891, ita quadratum unius minuti ſecundi, (quo tempore grave corpus decidendo pertranſit pedes 15, & adhuc unciam unam) ad quartum proportionalem, qui eſt fere 650247, habebitur quadratum temporis, quo tempore corpus decidendo deſcribere poteſt pedes 9807891 : adeoque

radix quadrata illius numeri, quæ radix eſt fere 806³—

designabit numerum minorum ſecundorum, qui poſſuntur ad deſcribendam ſupradictam longitudinem pedum 9807891 motu perpetim accelerato.

401. Præterea, quoniam in motu accelerato velocitates acquiſitæ rationem temporum ſervant, velocitas acquiſita in fine deſcenſus ex altitudine pedum 9807891 erit ad velocitatem acquiſitam in fine deſcenſus ex al-

titudine pedum 15, & unciæ unius, ut ſe habet 806³—

ad 1 : itaque quoniam corpus velocitate, quam ſibi comparavit decidendo ex altitudine pedum 15, & unciæ unius poteſt deſcribere æquabiliter in tempore unius ſecundi pedes $30\frac{1}{6}$; ſequitur idem corpus velocitate illa, quam ſibi comparavit decidendo ex altitudine pedum *Parienſium* 9807891 deſcribere poſſe pedes 24227¹ ; fere, etiam in tempore unius minuti ſecundi. Atqui cum hac velocitate corpus revolvitur in circulo Terræ concentrico : ergo velocitas, cum qua ipſum revolvitur circa Tellurem cum vi ipſa gravitatis tanta erit, quanta requiritur ad hoc ut deſcribere poſſit arcum pedum *Parienſium* 24227¹ ſpatio unius minuti ſecundi. Id quod aliter etiam inveniri poteſt. Scilicet quum quadratum arcus AM, quem corpus deſcribit in tempore unius minuti ſecundi ſit fere æquale reſtanguſo BAP ; ſitque diameter BA pedum *Parienſium* 39221564, & ſagitta AP pedum *Parienſium* 15, & unciæ unius; (vis enim centripeta ſupponitur eadem

Q 3

cum

cum vi gravitatis) multiplicatis per se inutuo istis duobus numeris, productum $591742748 \frac{1}{4}$ erit quadratum arcus AM: adeoque ipse arcus AM erit pedum fere 24327.

402. Quod attinet ad tempus periodicum unius revolutionis, illud sic determinabimus. Quoniam circulus, in quo corpus revolvitur, Telluris maximum circulum adæquare supponitur, quemadmodum maximus circulus Telluris creditur esse pedum *Parisenfium* 123249600, ita totidem pedes continebit circulus ille, in quo corpus gravitate sua revolui supponitur; Atqui ostentum est corpus in hoc circulo in tempore unius minuti secundi describere pedes $24327 \frac{1}{4}$; itaque si fiat ut $24327 \frac{1}{4}$ ad 123249600, ita tempus unius secundi ad quartum proportionalem, qui est fere 5066 $\frac{1}{4}$, habebuntur secunda temporis, quæ postulantur, ad hoc ut corpus integram revolutionem absolvat; eaque secunda sunt, uti diximus, 5066 $\frac{1}{4}$, sive etiam hora una, minuta 24, & secunda 26 $\frac{1}{4}$ fere.

403. Denique supponamus corpus aliquod moveri in circulo Terræ concentrico ad Lunæ intervallum eodem tempore periodico, quo ipsa Luna revolvitur circa Tellurem: scilicet diebus 27, horis 7, & minutis 43: & videamus quam rationem habeat vis ejus corporis centripeta ad vim centripetam corporis gravis revolventis etiam in circulo Telluri concentrico, sed prope superficiem Telluris. Quoniam tempus periodicum corporis revolventis ad intervallum Lunæ est dierum 27, horarum 7, & minutorum 43, sive etiam est minutorum secundorum 2360580: tempus autem periodicum alterius corporis revolventis prope superficiem Telluris inventum est secundorum 5066 $\frac{1}{4}$ fere; erit tempus primum ad tempus secundum ut 2360580 ad 5066 $\frac{1}{4}$, sive etiam ut 466 ad 1; adeoque quadrata temporum periodicorum sunt inter se in ea ratione, quam habet 217156 ad 1. Præterea adsumpta Lunæ à Tellure distantia media semidiametrorum terrestrium 60 $\frac{1}{2}$ fere; erit radius circuli in quo revolvitur primum corpus ad radium circuli in quo revolvitur corpus alterum

ut

ut $60\frac{1}{2}$ ad 1 : adeoque in eadem ratione erunt pariter diametri eorundem circulorum : cubi autem earum diametrorum erunt inter se fere ut se habet 217201 ad 1. Atqui ostensum est in eadem fere ratione esse quadrata temporum periodicorum utriusque corporis : itaque ut se habent quadrata temporum corporum revolventium, ita se habebunt cubi diametrorum. Quapropter quum in hac hypothese vires centripetæ corporum revolventium sint inverse, ut quadrata radiorum, quemadmodum supra demonstratum est: sequitur vim centripetam corporis revolventis in circulo Terræ concentrico ad intervallum Lunæ esse ad vim centripetam corporis gravis revolventis in circulo Terræ concentrico prope superficiem Telluris, ut se habet quadratum semidiametri Telluris ad quadratum semidiametri orbis Lunaris. Et quoniam revera Luna movetur circa Tellurem in orbe ipsi pene concentrico intervallo dierum 27, horarum 7, & minutorum 43, non dubitandum est quin Luna retineatur in orbe suo à vi gravitatis ad Telluris centrum tendente, sed quæ eo loci decrevit in duplicata ratione distantiae.

SECTIO TERTIA.

De Qualitatibus Corporum.

464. **E**X iis, quæ in Physica generali consueverunt pertractari, illud est extremum, ut præcipuas corporum qualitates paullo diligentius, quam vulgus Philosophorum solet, persequamur : Nam hæc una est tutissima viâ cognoscendorum corporum, ut in proprietates ipsorum intendamus animum, earumque accuratissimam notitiam nobis comparemus. In quo Geometrarum Industriam, diligentiamque æmulari oportet ; qui quum volunt alicujus figuræ naturam penitus cognoscere, quidquid proprietatum ad figuram illam pertinet, rimantur, atque investigant. Atque utinam omnes corporis proprietates perspectæ nobis essent!

nonnullarum enim nonnisi rudem habemus noticiam : aliarum solâ nomina comperta nobis sunt : fortasse sunt & aliæ , quas , ne suspicamur quidem , ad corpora pertinere . Nam illud certum est , intimam corporum constitutionem tunc cognosci posse , quum omnes eorum proprietates cognoscuntur : at iis ignoratis eorum naturam occultam , atque ab hominum scientia longe remotam esse oportet.

C A P U T P R I M U M .

*Qualitatum præcipuæ differentiæ indicantur.
De qualitatum divisione , easque per-
tractandi methodo.*

405. **I**N ipsis hujus operis *Prolegomenis* omnes corporum naturalium proprietates ad tres classes revocavi . Ad primam classem retuli proprietates illas , quæ sunt *universales* , & *essentiales* ; ut sunt *soliditas* , *extensio* , *divisibilitas* , *figura* , *motus* , & *vis inertia* ; de quibus accuratissime egisse videor . Ad secundam revocavi illas , quæ videntur quidem esse *universales* , sed *accidentales* corpori sunt : quales profecto esse videntur *vis attractrix* , *vis elastica* , & *vis gravitatis* , quas leviter supra delibavi . Denique ad tertiam classem retuli proprietates , quæ & *accidentales* corpori , & *particulares* sunt , quo in numero sunt *calor* , *frigus* , *sapor* , *odor* , *color* , reliquaque hujusmodi ; de quibus ne verbum quidem ullum factum hætenus est.

406. Sed placet nunc divisionem aliam proponere , ipsumque proprietatis , vel etiam adfectionis vocabulum , quod hætenus usurpavi in *qualitatis* nomen commutare . Itaque omnium corporis qualitatum , (quod nomen proprietates ipsius designat) duplex est genus : aliæ enim *primariæ* sunt , atque *originales* ; aliæ vero sunt tantum *secundariæ* , atque *derivativæ* . Qualitates primarias adpello illas , quæ ab ipsa origine pertinent ad corpus , neque ullum agnoscunt principium sui , præ-
ter

ter ipsum Deum rerum omnium opificem: in quo numero sunt *soliditas, extensio, divisibilitas, figura, motus, atque inertia*; uno verbo omnes proprietates, quas essentielles esse supra demonstratum est. Quapropter rogati quare corpus solidum sit, figuratum, mobile, extensum, divisibile, atque iners nihil ultra respondebimus, nisi quod Deus talem voluit esse ipsius constitutionem, atque naturam. Qualitates vero derivativas eas voco, quæ ab illis primis dependent: adeoque illæ non quidem ab origine pertinent ad corpus, neque sunt ei innatæ, atque congenitæ, sed potius adventitiæ; in quo numero sunt *gravitas, levitas, elasticitas, vis attractrix, sapor, odor, color*: uno verbo omnes proprietates accidentales tum universales, quum particulares. Itaque rogati quare corpus sit grave, vel leve, vel elasticum, vel odorum, vel sapidum, haud quidem respondebimus talem esse ejus constitutionem, sed potius dicemus hæc proficisci ab illis primis qualitatibus, quas primarias adpellavimus. Veluti in auro soliditas, extensio, divisibilitas, figura, &c. qualitatum primariorum locum obtinent. At vero ductilitas, color flavus, certum pondus, aliæque hujusmodi proprietates in censu sunt qualitatum secundariorum; quæ quidem secundariæ qualitates ex primis illis, tamquam ex proprio fonte manant, ac defluunt; ut postea demonstrabitur.

407. Hac qualitatum distinctione præmissa, illud primo adnotandum hic est, qualitates primarias in omnibus corporibus peræque occurrere, neque ab ipsis ulla ratione divelli posse: quum tamen qualitates secundariæ, aut in omnibus corporibus minime deprehendantur, aut, si aliquæ ex iis in omnibus occurrunt, id tamen accidentaliter, & quasi casu sit, non autem necessitate aliqua; possentque corpora qualitates illas abjicere absque interitu substantiæ. Veluti qualitates soliditatis, extensionis, divisibilitatis, figuræ, &c. ita pertinent ad omnia corpora, ut citra naturæ corporeæ interitum ab ipsis divelli nequeant: At vero qualitates gravitatis, elasticitatis, frigoris, caloris nihil vetat quin absint à corporibus, in quibus sunt, absque eo, quod natura corporea

porca penitus intereat. Sed fatendum est, qualitates secundarias accidentales esse naturæ corporeæ in genere spectatæ, at vero essentielles esse huic vel illi corporum speciei. Ut ex. gr. qualitas caloris accidentalis est corpori in genere spectato: nam corpus in genere spectatum neque calidum est, neque frigidum; at eadem qualitas caloris essentialis est igni, itaque est ei essentialis, ut, extincto calore, statim ignis intereat, quinquam maneat adhuc natura corporea. Similiter fluiditatis qualitas accidentalis est corpori in genere: nam corpus spectatum in genere neque fluidum est, neque durum, neque molle. At eadem qualitas fluiditatis essentialis est aquæ, adeoque est ei essentialis, ut illa, amissa fluiditate, aquæ naturam amisisse censenda sit. Explicare, id licet exemplo figuræ, & trianguli, quod quidem est species quædam figuræ. Nam quod, *productis lateribus, omnes anguli externi aequales sint quatuor rectis*, sane ea est proprietas universalis, atque essentialis omnium figurarum: adeoque nulla est figura, ad quam proprietas illa necessario non pertineat. Sed quod *tres anguli uniuscujusque trianguli aequales sint duobus rectis*, id est quidem essentialiale triangulo, at vero accidentale est figuræ in genere spectatæ: adeoque dari possunt innumeræ figuræ, ad quas proprietas illa minime pertineat.

408. Adnotandum est præterea, qualitates corporum secundarias nihil aliud esse, nisi potentias quasdam, sive facultates, quæ sunt in corporibus immittendi in nos earum qualitatum sensum. Nam calor in igne nihil aliud est, nisi facultas, sive potentia, quam habet ignis excitandi in nobis caloris; & similiter lumen in Sole, inque cæteris corporibus lucidis nihil aliud est, nisi potentia, quæ est in ipsis excitandi luminis in nobis. Hujusmodi potentias comparant sibi corpora median- tibus qualitibus primis: nam calor, qui excitatur ab igne, non aliunde proficiscitur nisi à motu concitatis- simo particularum ignis, ut postea demonstrabitur: lumen vero, quod à Sole emanare videtur, oritur etiam à motu particularum ipsius, qui motus propagatione transmittitur usque ad oculos nostros.

409. Qua-

409. Qualitatum autem tum primariarum, quoniam
 secundariorum (quamquam hic de secundariis tantum
 qualitatibus agendum nobis sit) notitiam nos adquiri-
 mus adminiculo sensuum. Nam colores, ac lumen ocu-
 lis, sonum auribus, odores naribus, saporibus lingua, re-
 liquas qualitates per tactum cognoscimus. Itaque tot
 constitui possunt qualitatum classes diversæ, quot sunt
 humani corporis sensus. Et sane quemadmodum humana
 corpora quinque sensibus instructa sunt, ita communiter
 quinque qualitatum secundariorum classes recensentur.
 Sunt enim quædam qualitates, quas ad sensum visus
 pertinere docent passim Philosophi; sunt aliæ, quas ad
 sensum auditus: aliæ, quas ad sensum odoratus: aliæ,
 quas ad sensum gustus: aliæ denique quas ad sensum ta-
 ctus referunt: eoque ordine earum tractationem per-
 sequuntur.

410. Sed accuratius diligentiusque se hac in parte ges-
 sissent Philosophi, si tactum unicum esse, simplexque
 subsidium ad qualitates cognoscendas comparatum pro-
 nunciassent. Nam quum nos oculis vel lucem, vel co-
 lores perspicimus, id non fit absque tactu. Similiter
 quando sonum auribus, odores naribus, saporibus lingua
 percipimus, in eo tactus præcipuæ sunt partes: enim vero
 ad videndum necesse est nervos ei sensui destinatos con-
 velli à materia quadam idonea, de qua infra agendum
 nobis erit; ad sonum autem, vel odores, vel saporibus per-
 cipiendos necesse quoque est, ut nervi illi, qui singulis, istis
 sensibus à natura sunt adtributi, certa quadam ratione
 convellantur, atque agitentur: id quod non alio pa-
 to fieri posse intelligimus, nisi per contactum. Itaque
 quemadmodum sensus omnes tactui subiecti sunt, atque
 subordinati, ita si veritati consulendum erat, id vide-
 batur fuisse constituendum, tactum unicum esse, atque
 solum sensum ad qualitates cognoscendas homini à na-
 tura adtributum. Quo constituto illud addendum erat
 ad certas qualitates cognoscendas, ita nonnullas corporis
 partes fuisse à natura destinatas, ut qui iis partibus cate-
 ret, eo ipso destitueretur adiumento earum pernoscenda-
 rum. Ut ecce colores, & lumen quamquam cognoscen-
 tur

tur per tactum, tamen oculis subiecta sunt; reliquæ autem partes corporis ad ea cognoscenda sunt prorsus ineptæ: itaq; qui à natura cæcus est, is nullam luminis colorumque notitiam habere potest. Præterea quamquam sapes percipiuntur etiam per tactum, attamen ad id solus palatus à natura destinatus videtur: reliquæ corporis partes nihil ad idem valent. Idem dicendum est de sono, qui auribus solis, idem de odoribus, qui solis naribus percipiuntur: quæ fuisse causa mihi videtur, ob quam factum est, ut Philosophi visum, auditum, gustum, atque odoratum segregarent à tactu, à quo tamen sejungendi non fuerunt.

411. Itaque tum sensuum humani corporis, quum qualitatum, quarum notitiam nos per sensus adquirimus, hæc ni fallor, verissima est agnitio. *Omnes humani corporis sensus, omnesque qualitates continentur tantum sub tactu.* Tactus autem, quamquam per totum pene corpus humanum diffundatur, tamen in quibusdam partibus ipsius particularia nomina sortitur: nam in oculis visus dicitur: in naribus odoratus; in lingua gustus; in auribus vero auditus adpellatur; in reliquis omnibus corporis partibus retinet nomen genericum, tactusque dicitur. Unde quamquam, oculis nos videre, auribus audire, lingua degustare, naribus olfacere dicamus, tamen generaliter nonnisi tactu nos sentire pronunciabimus.

412. Sentimus autem tactu modo mediato, modo immediato. Nam sapes corporum vix aliter, quam tactu immediato degustari possunt; odores autem propagantur ad magna intervalla; adeoque eos eminus etiam percipimus. Sed soni ad intervalla longe majora diffunduntur; atque ad intervalla longe adhuc majora diffunditur lux; quæ idcirco per contactum mediatum percipitur. Sunt etiam nonnulla, quorum comparare nobis possumus notitiam per contactum tum mediatum, quum immediatum. Veluti fluiditatem aquæ stagnantis in vase possum ego cognoscere tactu immediato, immittendo scilicet alteram manum in aquam, atque eam huc illuc levi cum difficultate iactando: sed
nihil

nilhil vetat, quin eadem fluiditas cognoscatur etiam tactu mediato, puta baculo interposito, qui manu comprehensus susque deque per aquam jactari pariter potest.

413. Quæ quum ita sint qualitatum *Theoriam* duabus sectionibus comprehendere proposui, eo scilicet consilio, ut qualitates, quæ ad tactum proprie dictum pertinent, secernerem ab illis, quæ ad reliquos quatuor sensus passim referri solent. Itaque hac tertia sectione eas qualitates persequar, quæ ad sensus oculorum, aurium, narium, atque linguæ pertinent; quales profecto sunt lux, colores, soni, odores, atque sapes. Sectione vero quarta, quæ hujus Libri primi novissima erit, de reliquis qualitatibus differam, quæ proprie ad sensum tactus referuntur; scilicet de gravitate, levitate, duritie, fluiditate, elasticitate, aliisque hujusmodi. Sed his omnibus præmittenda esse videntur nonnulla de sensationibus, de qualitatum natura, de earum propagatione, deque legibus, quibus eas diffunduntur; quæ quidem omnia brevissime perstringam Capite sequenti.

CAPUT SECUNDUM.

*De sensationibus. De qualitatum natura.
Qua ratione, quibusve legibus per regiones circumjectas propagentur.*

414. **A**C primo quidem loco id videtur hic esse discutendum quid sensatio sit, & quomodo peragatur; nam qualitatum notitiam solis sensibus comparari posse supra demonstratum est. Itaque sentire nos dicimus, quando percipimus, intelligimus, vel quovis modo cognoscimus vices, atque commutationes corporis nostri. Veluti quando apud aculeo ferimur, fit vulnus in corpore nostro, à quo vulnere excitatur cogitatio, sensusque doloris. Similiter quum igni affidemus, agitatio quædam blanda, atque jucunda excitatur in partibus corporis, à qua deinde ortum trahit caloris sensatio. Quapropter ad sensationem duo necessaria esse videntur.

dentur. *Primo* enim necesse est aliquid corrumpi, vitari, vel aliquo modo mutari in corpore nostro. Itaque si nulla corpori nostro mutatio contingat; aut nullus omnino fiet sensus, aut saltem nullus noviter adveniet. *Tum* requiritur, ut nos ejus mutationis admoneamur. Itaque contingere possunt mutationes quamplurimæ in corpore nostro, quamquam nullum nos earum sensum habeamus; scilicet quia fieri potest, ut earum minime nos admoneamur. Sic alienato animo, nihil sentire videmur eorum, quæ corpori accidunt. Sic etiam in somnis raro sentimus ægritudines, atque passiones corporis. Denique quos paralytis torquet, ij vident uri tibi manus sine ullo sensu doloris.

415. Quibus quidem observationibus uti possumus ad refellendos *Scholasticos*, qui sensationes adscribunt corpori, non animo. Nam si corpus sentit, non animus, difficile est explicatu quare alienato animo, vel sopito corpore, vel eo paralyti affecto sensationes desinant. Præcipue autem quum mens alio intentæ est, nos apertis oculis nihil prorsus videmus eorum, quæ coram fiunt. D. *Augustinus* meminit cujusdam *Afri*, qui, quando ei placebat, ad imitatas quasi lamentantis hominis voces ita se auferebat à sensibus, & iacebat simillimus mortuo, ut non solum vellicantes, atque pungentes minime sentiret, sed aliquando etiam igne ureretur admoesto sine ullo doloris sensu, nisi postmodum ex vulnere. Itaque idem *Augustinus* non uno loco docet, sensationes animi esse, non corporis: nam *Libro XIV. de Civitate Dei* hæc habet. Dolores, qui dicuntur carnis, anima sunt in carne, & ex carne. Alibi dolor carnis tantummodo dissensio est anima ex carne, & quadam ab ejus passionè dissensio; scuti animæ dolor, qui tristitia nuncupatur, dissensio est ab iis rebus, quæ nobis nolentibus acciderunt. Præterea *Libro VII. Geneseos* ita differit. Quum afflictiones corporis moleste sentit anima, actionem suam, qua illi regendo adest, turbato ejus temperamento impediri offenditur; & hæc offensio dolor vocatur. Audiamus quæso *Marcum Tullium Ciceronem* ita de hac re præclare differentem. Nos enim ne nunc quidem oculis cernimus ea,
qua

quæ videmus: neque enim est ullus sensus in corpore, sed via quasi quædam sunt ad oculos, ad aures, ad nares & sedem animi perforata.

416. Sed quod à *Cicerone* obscurius dictum est de viis, quæ à sensibus ad animi sedem ducunt, videndum est quomodo intelligi debeat. Docent *Anatomici* à cerebro ad omnes pene corporis partes tenuissima quædam nervorum fila, chordarum instar, protendi, quæ fila instrumenta esse sensuum haud temere conjiiciunt. Nam per ea fila, live etiam per eos ductus, & vias, ut *Cicero* loquitur, anima, quæ in cerebro suum habet domicilium, admonetur eorum omnium, quæ externis corporis partibus, atque membris contingunt. Quippe sciendum est in unaquaque sensatione tria semper occurrere, quæ tamquam totidem gradus ipsius haberi debent. Nam quando calorem ex.gr. sentimus, *primus* ejus sensationis gradus est impetus particularum ignis in corpus nostrum, qui generaliter *actio objecti* adpellatur. *Secundus* ejusdem sensationis gradus est agitatio orta in partibus corporis nostri à pulsu, atque ista particularum ignis, quæ generaliter *passio organi* dicitur. Denique *tertius* gradus ejusdem sensationis est translatio passionis organi usque ad cerebrum: quæ quidem translatio fit per fila nervorum, quæ à cerebro ad omnes corporis partes porriguntur. Id autem quum fit, mens sentit corpus, cui conjuncta est, adfectum fuisse, tuncque sensatio perficitur. Quapropter si viæ, de quibus loquitur *Cicero* interseptæ sint, hoc est si nervi exæsti, aut languidi, aut obstructi, aut plus æquo compressi sint, omnis sensus desinat necesse est.

417. In eo etiam allucinantur *Scholastici*, quod existimant qualitates secundarias esse prorsus similes sensationibus, quæ in nobis ab iisdem illis qualitativis excitantur. Vulgare enim est apud ipsos, calorem ignis similem esse sensui caloris, quem nos ad ignis præsentiam habemus; frigus nivis simile esse sensui frigoris, quem, nivem contrectando, habemus; dulcedinem sacchari non esse diversam à sensu dulcedinis, quam, saccharo linguæ admoto, percipimus; denique lumen So-

lis

lis non esse diversum à sensu luminis in nobis ab ipso Sole excitato. Id quod quam absurdum sit, atque à veritate alienum sequentibus rationibus constabit. *Primo* enim sensationes unæquæq; quum animi sint non corporis, nequaquam similes esse possunt qualitatibus, quæ ad corpora pertinent: nam quemadmodum substantia spiritalis, & substantia corporea sunt res toto cœlo diversæ, ita proprietates utriusque in infinitum differre debent inter se. *Secundo* si dulcedo revera esset in saccharo; hoc est si id, quod est in saccharo revera simile esset sensui dulcedinis, quam homines, quibus placet saccharum, persentiunt, nulla adferri posset causa, quare saccharum nonnullis deberet displicere: itaque quum multi illud fastidiant, dicendum est saccharum in se dulce non esse, sed tantum habere facultatem excitandæ dulcedinis non quidem in omnibus hominibus, sed in iis, quibus gustus est certo modo conformatus. Neque hic dicant nonnulli eos qui saccharum fastidunt, revera dulcedinem fastidire, atque aspernari; & si enim ita verbis pronuncient, tamen dubio procul est, sensationem in ipsis à saccharo excitatam longe diversam esse ab ea sensatione dulcedinis, quam, qui saccharo delectantur, experiuntur. Itaq; & ij qui saccharo delectantur, & ij qui idem fastidiunt utuntur quidem eodem vocabulo dulcedinis ad indicandam sensationem in ipsis à saccharo excitatam, at vero sensationes sunt longe diversæ: neque mirum est si in nomine conveniant; nam à prima infantia, quum saccharum degustare cœperunt, illud dulce vocari passim exaudiebant.

418. Idem dicendum est de odoribus, deq; coloribus, quibus iisdem non omnes homines æque delectantur. Quin imo accidit interdum, ut quod ætate integra nobis placere consuevit, id idem ætate jam inclinata fastidio sit. Hic absurdum est dicere qualitatem rei esse immutatam: at vero mutationem in organo contigisse versimilius est. Quo quidem admissio dicendum est, tunc easdem sensationes excitari ab eodem objecto in pluribus hominibus, vel in eodem homine diversis temporibus, quando organa illorum eadem ratione conformata

mata sunt : vel etiam quando ejusdem hominis organum nullam mutationem habente tempore patitur. Memorabile est quod *Jacobus Rhaultius* de se ipso memorie prodidit. Is quum ad intervallum duum millium passuum tubo optico duos exercitus inter se pugnantes intueretur , diuturnitate autem spectaculi (duodecim enim horas continuas oculum ad id intentum habuerat) dextrum oculum defatigasset, sensit omnia corpora flava oculum defatigatum aliter, atque antea affecerant, & ut tunc etiam sinistrum oculum integrum afficiebant, percellere. Expertus est etiam colorem, qui viridis adparebat oculo sinistro, cæruleum videri oculo dextro. Quod quidem experimentum documento esse potest, fieri posse, ut colores nonnulli aliter adpareant quibusdam hominibus, aliter aliis hominibus. Ad id enim nihil aliud postulari videtur, nili aliqua in oculorum organo diversitas.

419. *Tertio* si qualitates essent in corporibus eadem ratione, qua à nobis percipiuntur, dicendum pariter esset dolorem esse in igne, vel in aculeo apìs, quando nos vel urimur, vel vulneramur. Nam si ex eo tantum, quod Sol excitat in nobis sensum lucis, vel rosa sensum odoris, vel lilium sensum albedinis colligi posse contendimus Solem esse lucidum, rosam esse odoram, lilium esse album; quid ni liceat etiam inferre ignem, atque aculeum apìs dolorem continere, quia ij doloris sensum excitant in nobis? quod tamen absurdum est. Atque ut huic argumento majus pondus accedat, ita proponendum esse videtur. Quando nos ad modicum intervallum igni assidemus, sensum caloris experimur, qui quidem blandus est, atque jucundus; præsertim vero si tempestas frigida sit, atque aspera. At vero quando igni propiores sumus, sic ut ab ipso igne pene tangamur, tunc molesta, atque ingrata incipit fieri sensatio illa, usque ad eo, ut doloris sensus subsequatur. Jam vero quum in posteriore sensatione nihil quidquam sit amplius, quam proximitas ignis, intelligi plane non potest quare calor esse debeat in igne, dolor autem, qui paullo post subsequitur in igne esse non debeat. Aut

R

itaque

itaque uterque tum calor, quum dolor adscribendus est igni, aut uterque igni denegandus est.

420. Erunt fortasse, qui quærant, quid sit igitur in objectis, ex quibus sensationes emanare videntur, quum neque calor, neque frigus, neque odor, neque sapor, neque lux, neque color in ipsis sint: cui quidem interrogationi respondendum est, in corporibus qualitates nihil aliud esse, nisi facultates, sive potentias excitandarum sensationum, quemadmodum superiori etiam Capite adnotatum est. Scilicet calor in igne est facultas excitandi caloris. Et similiter odor in rosa est facultas excitandi odoris; qua ratione dolor in aculeo apisi est etiam facultas excitandi doloris. Præterea dicendum est eas facultates corporibus inesse propter ipsas qualitates primarias extensionis, soliditatis, figuræ, atque motus. Nam ut corpus sit calidum necesse est, particulas illud componentes certa ratione esse agitatas: ut sit odorum opus est, ut ex corpore particulæ quædam subtilissimæ continuo expirent, quæ ad vellicandas nares sint aptæ: quapropter si particulari supradictarum vel motus, vel exhalatio cesset, desinet vel calor, vel odor in corpore quod calidum erat, & odorum; quorum primum contingit in aqua jam refrigerata; alterum in rosa, cæterisque floribus jam exiccatis. Ex quibus consequitur, qualitates corporum primarias esse quid reale, atque verum in objectis; qualitates vero secundarias nihil prorsus realitatis habere in ipsis objectis: nam extensio, figura, motus, & soliditas revera sunt in objectis; at vero calor, lux, frigus, calor, odor nihil sunt in corporibus præter simplices potentias. Unde etiam idæ, quas habemus in mente nostra de qualitatibus primis cum ipsis qualitatibus primis conveniunt; at vero idæ, quas habemus de qualitatibus secundis immane quantum distant ab ipsis secundis qualitatibus.

421. Videndum modo est quomodo qualitates diffundantur, & propagentur: nam qualitates saltem aliquas ad longa intervalla propagari per regiones circumjectas, id quidem manifestum est ex lumine, sono, atque odoribus, qui eminus etiam percipiuntur: at ve-

ro secundum quam legem diffundantur, id non est æque manifestum. Et quidem corpus qualitatem aliquam circum circa emittens duplici modo potest illam diffundere, scilicet vel per lineas rectas, quemadmodum faciunt corpora lucida, quæ lucem quoquoersus per vias rectilineas emittunt, vel etiam per lineas curvas, ut corpora sonora, quæ sonum per undas aereas diffundere existimantur ad instar motus illius, qui jactu lapilli excitatus in superficie aquæ stagnantis diffunditur circumcirca per undas. Sed utrovis modo diffundantur qualitates, illud extra omnem dubii aliam positum est, earum virtutem eo magis remitti, quo magis à centro sive à sede qualitatis disceditur.

422. Sit enim A (Fig. 58.) corpus, à quo qualitas emanat, diffundens se per regiones circumjectas: spatium autem corpori A circumfusum, per quod qualitas diffusa est distributum intelligatur in innumeras superficies concentricas ipsi corpori A. Et jam si vis qualitatem diffundi per lineas rectas, statuas oportet eam propagari per radios exeuntes è corpore A tanquam è centro. Itaque quum radii isti in recessu à centro magis semper, atque magis divergant, necesse est virtutem qualitatis jugiter minui in recessu ab eodem centro: nam qualitatis virtus ibi debet esse potentior, ubi radii per quos qualitas propagatur sunt magis conferti; ibi vero esse debet infirmior, ubi iidem radii, magis divergunt. Quod si autem vis, qualitatem diffundi per undas, idem prorsus consequitur: Etenim quæ virtus in distantia AB diffunditur per superficiem BCD, eadem virtus in distantia majore Ab diffundetur per superficiem majorem bcd; in distantia autem adhuc majore AE diffundetur per superficiem longe majorem EFG; itaque quum qualitas diffundatur in recessu à centro per superficies semper majores, atque majores, necesse est ejus virtutem sensim diminui, atque languescere.

423. Sed non satis est deprehendisse virtutem qualitatis remitti in recessu à centro: oportet quoque cognoscere secundum quam proportionem ea remittatur.

R 2

Et qui-

Et quidem si qualitas diffunditur per lineas rectas, ejus virtus eo erit potentior, quo radii sunt magis conferti, eo vero erit languidior, quo iidemmet radii sunt minus conferti. Itaque virtus qualitatis proportionalis erit spissitudini radiorum. Atqui spissitudo radiorum in superficie BCD est ad spissitudinem radiorum in superficie EFG ut superficies posterior EFG ad superficiem priorem BCD; nam pro ut superficies EFG duplo, vel triplo, vel quadruplo major est superficie BCD, ita spissitudo radiorum in superficie BCD erit etiam duplo vel triplo, vel quadruplo major, quam in superficie EFG; quare virtus qualitatis in superficie BCD erit ad virtutem qualitatis in superficie EFG reciproce ut superficies EFG ad superficiem BCD. Itaque quum superficies EFG sit ad superficiem BCD quemadmodum se habet quadratum distantiae AE ad quadratum distantiae AB, erit propter rationem æqualitatem, virtus qualitatis in superficie BCD ad virtutem qualitatis in superficie EFG ita quadratum distantiae AE ad quadratum distantiae AB. Ex quo consequitur, qualitatem circumcirca per lineas rectas diffusam ita propagari, ut ea *decreseat in recessu à centro in ea ratione, in qua crescit quadratum distantiae.*

424. Eadem lex habet locum in diffusionem qualitatum, quæ propagantur per undas. Nam qualitas, quæ in distantia AB occupat superficiem BCD, ea in distantia AE occupabit superficiem EFG; adeoque virtus qualitatis in superficie BCD erit ad virtutem qualitatis in superficie EFG ut se habet superficies EFG ad superficiem BCD: nam pro ut superficies EFG duplo vel triplo major est superficie BCD, ita qualitas in superficie BCD erit duplo vel triplo intensior quam in superficie EFG: est autem superficies EFG ad superficiem BCD ut quadratum distantiae AE ad quadratum distantiae AB: quare propter rationum æqualitatem erit virtus qualitatis in distantia AB ad virtutem qualitatis in distantia AE ita quadratum distantiae AE ad quadratum distantiae AB: Scilicet virtus qualitatis diffundentis

tis se circumcirca per undas ita etiam propagatur, ut ea minuat in ea ratione, in qua augetur distantia quadratum.

425. Unde modo facile erit conferre inter se virtutes duarum ejusdem generis qualitatum, quæ ex duobus corporibus, sive potius ex duobus centris virium inæqualium emanant. Nam ad æquales à corporibus, sive etiam à centris distantias dubitari vix potest, quin qualitatum virtutes sint inter se ut vires eorundem corporum: itaq; quum virtus uniuscujusq; decreseat, ut crescit quadratum distantie, sequitur virtutem qualitatis unius esse ad virtutem qualitatis alterius conjunctim ut vis unius corporis ad vim alterius directe, & ut quadratam distantiam unius ad quadratum distantiam alterius reciproce. Ex. gr. si vis corporis A sit ad vim corporis B ut n^2 ad 1, & quærat virtus qualitatis emanantis à corpore A in distantia m quam rationem habeat ad virtutem qualitatis emanantis à corpore B in distantia 1, comperiemus virtutes istas esse in ratione composita ex rationibus n^2 ad 1, & 1 ad m^2 , quarum prior est ratio virium ipsorum corporum, posterior vero est duplicata ratio inversa distantiarum. Et quoniam ex earum rationum compositione oritur ratio, quam habet n^2 ad m^2 , liquet virtutem prioris qualitatis esse ad virtutem posterioris, ut se habet n^2 ad m^2 ; adeoque eæ virtutes æquales erunt inter se, quando n , & m sibi mutuo æquantur.

CAPUT TERTIUM.

De lucis natura, ejusque vulgaribus proprietatibus.

426. AD investigandam lucis naturam recensenda hic esse videntur præcipua phænomena, quæ circa eam vulgo observata sunt. Et primo quidem quum tria sint corporum genera, *lucida*, quæ lucem emittunt, *pellucida*, quæ lucem transmittunt, & *opaca* quæ lu-

R 3

cem

cem reverberant, id videtur extra omnem dubii aleam esse constitutum, corpora lucida, sive lucem emittentia esse illa, quorum particulae sunt in perpetuo, & vehementissimo motu. Lucida namque potissimum sunt flammae, & corpora omnia ignita; patet autem vel ipso oculorum testimonio flammæ particulas continuo moveri; idemque de corporibus ignitis liquet ex eorum combustionem; etenim quum non aliter consumantur, nisi per partium divulsionem, procul dubio necesse est rapidissimo motu eorum particulas agitari.

427. Præterea ex collisione silicis cum chalybe, vel etiam arundinis Indicæ cum canna communi, frigido præsertim, siccoque cælo, ignis fulgentissimæ scintillæ eliciuntur: id quod non fit sine motu: nonnullæ enim eorum corporum particulae, dum colliduntur, exiliunt, agitationemque quamdam concipiunt non dissimilem ejus, qua particulae igneæ donatæ sunt. Idem dicendum est de ligno computrescente, deque piscibus nonnullis, qui, dum corrumuntur, valde lucidi fiunt: nullum enim corpus computrescere, corrumpique potest, nisi per motum particularum suarum, quarum nonnullæ evolare foris debent. In quo prætereundum non est id, quod Clarissimus *Boyleus* experiundo reperit; is enim quum frustum ligni putridi in machina pneumatica inclusisset, ut aer exhauriebatur, ita lumen extingui observabat; rursus vero intromisso aere, lignum putridum collucere, atque pristinum splendorem recuperare videbat. Ex quo experimento adparet aerem procreationi luminis in corporibus putrescentibus esse necessarium. Neque mirum: nam corruptio corporum, ut in loco demonstrabitur, aeris agitationi adscribenda est: itaque remoto aere, aut omnino perit, aut saltem minuitur motus ille, qui in partibus corporum computrescentium excitatus fuerat; adeoque cum ipso motu lux debilitetur, ac tandem extinguatur necesse est. Denique cicindelarum in tenebris lux non aliunde ortum habet, quam ab effluviis nonnullis, quæ ex earum corpore expirant: compertum est enim ipsarum lucem una cum vita extingui, ac terminari.

428. *Secundo* circa lucem illud etiam constat, eam ex quovis puncto corporis lucidi, veluti ex centro propagari undique per regiones circumjectas secundum linearum numerum indefinitum, quæ *lucis radii* passim adpellantur: nam lucis quantitas admodum exigua scintillam minimam adæquans conspici potest in omni puncto sphaeræ, cujus centrum occupat scintilla; adeoque lux per radios ex centro sphaeræ ad totam superficiem emissos conspicitur. Horum radiorum subtilitas est ingens, & fere comparabilis cum lineis, radisque geometricis: quanta enim luminis copia simul transit per exiguum foramen! dum fere quarta cœli pars cum omnibus corporibus videtur uno intuitu simul ab oculo per foramen in charta tenuissima acicula factum. Præterea candelæ in alta turri existentis lumen ut ut subdebile, undiq; ad distantiam dimidii milliaris videtur: quare nullum in sphaera diametri unius milliaris est punctum, quod non radium lucis recipiat; horum autem radiorum ingens vis è parva candelæ flamma egredientium subtilitatem profecto magnam arguit in luce. Denique eadem radiorum subtilitas colligi potest ex eo, quod lux penetret poros adamantum, gemmarum, vitrorum, aliorumque corporum pellucidorum; qui pori quum sint angustissimi, transitum nonnisi tenuissimo corpori concedere possunt.

429. Lux itaque diffunditur à corpore lucido per radios rectos, & tenuissimos: sed notandum hic est radios lucis esse rectos, quotiescumque ipsi per medium pellucidum, quod ejusdem sit ubique densitatis pertranseunt; at vero refringi, ac detorqueri, quando ad aliud medium diversæ densitatis oblique offendant. Videmus namque radios lucis, qui ex aere in vitrum, vel aquam oblique impingunt, non recta hæc corpora pertransire, sed alios reflecti ab horum corporum superficie, alios vultius pergere à recto suo tramite declinando. Res nullo negotio probari potest duobus experimentis sequentibus. Primum experimentum ita se habet. Sit AMB (Fig. 59.) vas aliquod aqua vacuum, in cujus fundo constituta sit moneta aliqua argentea

R 4

M, ma-

M; manifestum est hujusmodi monetam futuram inconspicuam oculo in O constituto; ut pote qui partem vasis NB videre tantum potest, partem vero reliquam AMN, in qua parte constituta est moneta nullo modo potest conspiciere. At oculo in O, & moneta in M manentibus immotis, si quidem infundatur aqua in vas AMB ad altitudinem CD, futurum erit ut moneta M fiat conspicua eidem oculo O: nam radius MI, qui egreditur è moneta, quique si aqua abesset è vase recta progresseretur ad E, in transitu ab aqua ad aerem, hoc est à densiori medio in rarius, flectit se in radium IO, adeoque ad oculum tendit, efficitque ut is monetam conspiciat. Ex quo experimento consequitur lumen in transeundo de aqua in aerem, hoc est de medio densiori in medium rarius ita refringi, ut à *perpendiculari XII*, quam axem refractionis supra adpellavimus, discedat. Consequitur etiam partem vasis MN, quæ antequam aqua infunderetur in vas inconspicua erat oculo O, fieri eidem oculo conspicuam postquam aqua ad altitudinem CD in vas AMB immissa est.

430. Alterum experimentum ita se habet. Si in loco O, in quo oculum situm esse posuimus, posita sit candelæ, quæ lumen suum immittat intra vas AMB aqua destitutum, pars ipsius NB lumine candelæ directo illuminata mirum in modum collucebit, pars vero reliqua AMN, quæ nihil luminis directi recipit, subobscura erit, & penumbrosa. At, aqua ad altitudinem CD in vas infusa, penumbra, quæ antea usque ad locum N pertingebat, retrahet se ad M, parsque vasis MN eodem modo collucebit, quo collucet pars NB; adeoque post aquæ infusionem pars vasis MB erit illuminata, pars vero AM erit penumbrosa. Nam radius OI, qui egreditur è candelæ, quique, si aqua abesset è vase, progresseretur ad N, in transitu ab aere in aquam hoc est à rariori medio in densius flectit se in radium IM, efficitque ut pars vasis MN, quæ antea erat penumbrosa, nunc colluceat. Ex quo experimento consequitur, lumen in transeundo de aere in aquam, hoc est de medio rariori in medium densius ita refringi, ut ad *perpendicularem XII*, axem

refra-

refractionis adpellatam, accedat. Sed de isthac lucis refractione uberius infra.

431. *Tertium phænomenon* circa lucem observatum respicit temporis spatium, intra quod illa transmittitur à corpore lucido ad oculos nostros: nimirum constat quotidiana experientia, eam spatio temporis adeo brevi interjectum medium peragere, ut facile credideris in instanti, & nulla interpolita mora in oculos nostros incurrere. Et quidem *Cartesius*, qui lucem non motum materiæ lucidæ, sed conatum ejus ad motum esse arbitrabatur; (nam si *Cartesio* fides danda est, lux Solis, cæterorumque corporum lucidorum nihil aliud est, nisi pressio quædam à Sole, atque corporibus lucidis facta in Universo undequaque pleno, quam pressionem per globulos interjectos, sive etiam per secundi elementi materiam ulque ad oculos nostros deferri docuit) in eam abiit sententiam, ut diceret lucis transmissionem esse instantaneam; pressio enim transmittitur ad longa quævis intervallo in momento temporis, id quod exemplo baculi cujusvis longitudinis confirmavit. Contra *Gassendus*, qui lucem excitari per emissionem cujusdam materiæ à corporibus lucidis credit, eam non in instanti, sed in spatio temporis propagari censuit, acriterque ea de re cum *Cartesio* disputavit. Sed litem istam diremisse primus omnium videtur *Romerus*, qui per Eclipses satellitum Jovis demonstravit, lucem spatio temporis propagari à corporibus lucidis, & impendere in transitu suo à Sole in Terram septem circiter, vel octo minuta. Nimirum, ut fusius Libro II. demonstrabitur, Eclipses satellitum Jovis, quum Tellus inter Solem, & Jovem interposita est, accidunt circiter septem, aut octo minuta citius, quam secundum tabulas accidere debent; quum vero Sol interponitur inter Terram, & Jovem, tunc Eclipses septem, aut octo minuta serius, quam secundum tabulas contingunt; quæ duo evincunt lucem propagari in distantia, qualis inter Terram, & Solem intercedit, spatio septem, vel octo minutorum.

432. Denique circa lucem illud etiam constat ob-
serva-

servationibus, quod etiam radii ejus per aerem in oculos nostros incurrant, aere tamen sublato, adhuc lucis sensationem in nobis excitent. Si enim ope machinæ pneumaticæ omnis aer ex vase vitreo educatur, spatium illud, quod intra vas continetur quamquam aeris expertus sit, adhuc tamen lucem ad nos transmittet: idemque cernere quoque licet in Barometris, per quorum partem superiorem, quæ vacua est, eodem modo radii lucis transmittuntur, ac si ea aere plena esset: id quod arguit vehiculum lucis non esse aerem, sed rem ab aere longe diversam.

433. His præmissis videamus modo quid de lucis natura sentiendum sit. Quoniam demonstratum est ea corpora esse lucida, quorum particulae sunt in perpetuo, & concitatissimo motu, cogitandum est lucis sensationem per rapidissimum illum motum in nobis excitari, quatenus nempe motus ille ex corpore lucido ad nostros usque oculos deferatur. Sed quum duplici ratione supradictus motus ad oculos nostros deferri possit, scilicet vel per *translationem* cujusdam materiae celeriter agitatae, quam corpora lucida continuo emittunt, ut placuit *Epicureis*, & novissime summo Viro *Isaaco Newtono*, vel per *communicationem*, in quantum particulae corporis lucidi communicant motum suum materiae vicinæ, quæ aliam sibi proximam pellit, atque hæc rursus aliam, donec ad oculos nostros deveniat, videndum est quonam modo is revera deferatur: Mihi videtur verisimilius, motum particularum corporis lucidi deferri ad oculos nostros communicatione potius, quam translatione; quia ea ratione facile intelligimus, quomodo lux tanta celeritate ad oculos nostros perveniat, præsertim si materiam, per quam lux transmittitur, summa elasticitate pollentem supponamus. *Cartesius* hic tuto, atque impune prætereundum censui. Quis enim credat propagationem lucis non per motum, sed per pressionem fieri, quum lux, præcipue Solis, corpora calefaciat, & præterea in transitu de uno medio in aliud refrangatur? id quod sine incremento vel decremento motus fieri non posse supra demonstratum est.

434. Hanc

434. Hanc porro materiam, per quam rapidissimus particularum materiæ lucidæ motus ad nostros usque oculos deferatur aerem non esse, id utique colligitur ex eo, quod modo adnotatum est; scilicet quod, sublato aere, adhuc radii lucis feriant oculos nostros. Itaque necesse omnino est motum illum transmitti per materiam aere longe subtiliorem, quæ quidem materia, exhausto aere, tamen adhuc in vacuo superest. Cogitandum est autem materiam istam, quam *medium æthereum* appellare licet, longe rariorem esse, longeque subtiliorem quam aerem, longeque adhuc magis elasticam, atque ætuosam: cogitandum est præterea eam omnia corpora facillime permeare, perque cælos universos vi sua elastica esse diffusam.

435. Hujus autem medii ætherei vim elasticam immensam esse ex vibrationum suarum celeritate colligere possumus. Nam soni, quos per aerem propagari inferius demonstrabitur, feruntur circiter 1140 pedes *Anglicos* intra minutum temporis secundum, adeoque minorum septem, aut octo primorum spatio circiter centum milliaria *Anglica* emetiuntur; lumen autem à Sole ad nos deferatur, circiter septem, aut octo minutorum primorum spatio; quæ quidem inter Solem & Terram distantia est circiter 70000000 milliarium *Anglicorum*; si quidem Solis parallaxis horizontalis sit circiter 12 secundorum. Itaque velocitas soni erit ad velocitatem luminis ut 100 ad 70000000, sive etiam ut 1 ad 700000; ex quo illud consequens est elasticitatem aeris, per quem sonus diffunditur esse longe minorem elasticitate ætheris, per quem lux propagatur.

436. Atque hic rursus summam radiorum lucis tenuitatem animo comprehendere possumus. Quum enim tanta sit eorum velocitas, profecto nili ingens esset eorundem subtilitas, immensas vires singuli radii exercerent contra corpora objecta: sunt enim vires corporum conjunctim ut velocitates, & quantitates materiæ, quemadmodum supra expositum est. Sunt qui, inito calculo, compererunt, lucem coagulata in corpusculum ponderis unius grani, velocitate illa, qua à Sole ad nos

nos defertur, eisdem vires exercere debere contra obstacula objecta, quas exerceret globus tormentarius ferreus librarum 862 summa vi pulveris pyrii explosus.

437. Quapropter ad lucis generationem hæc posulantur. *Primo* necesse est particulas corporum, quæ lucida adparent rapidissimo motu agitari. *Tum* requiritur, ut motus ille translatione deferatur ad oculos nostros, quæ quidem translatio sit, uti vidimus, per medium quoddam æthereum summa elasticitatis vi donatur. *Denique* necesse est, ut oculis certa ratione concussis, anima admoneatur ejus concussionis: hæc tria si accidunt, lucis sensatio in nobis excitatur. Quo circa miraculo esse non debet, si omnia corpora fixa, quum sunt ultra certum gradum calefacta, lucida fiunt; scilicet quia calorem concipere nequeunt absque eo quod componentes particulae agitentur, & commoveantur. Mirum præterea esse non debet, si corpora omnia, quæ partibus abundant terrestribus, & præsertim sulphureis, lumen emittunt, quotiescumque partes istæ sunt satis agitatae; sive id calore fiat, sive attritu, sive percussione, sive putrescendo, sive motu aliquo vitali, sive alia quavis de causa: ut aqua marina sæviente procella, quæ noctu splendet, lumenque emittit; argentum vivum in vacuo agitatum; felis dorsum, vel equi collum manu oblique in loco tenebricoso affricatum; ligna, carnes, & pisces dum putrescunt; vapores ex aquis putridis, qui *ignes fatui* vulgo adpellantur: metæ scæni, segetisque subhumidæ fermentescentes: cicindelæ, & animalium quorundam oculi motu quodam vitali: Phosphorus Bononiensis radiis luminis agitatus: electrum, & adamantes aliqui feriendo, premendo, vel fricando; chalybis strigmenta silice decussa; ferrum ietibus malleorum calefactum, donec sulphur sibi injectum accendat; axes currum motu rotarum rapidiore incensis; & certi liquores inter se permixti, quorum particulae cum impetu concurrunt; ut oleum vitrioli à vitro pari pondere distillatum, dein dupla proportionem mixtum cum oleo caryophyllorum sive anisi.

438. Præterea globus vitreus diametro circiter octo, vel

vel decem unciarum machinæ versatili infixus, ut circa axem suum motu celerrimo circumagatur, qua sui parte, vola manus adposita, inter volvendum confricatur, lucebit. Quod si eodem tempore charta alba, aut linteum album, vel etiam digitus extremus ita admoveatur, ut circiter quarta, vel dimidia unciae parte distet à vitro, qua parte motus ejus est celerrimus; vapor electricus frictione manus è vitro excitatus, & ad chartam albam, linteum, vel digitum allisus ita agitabitur, ut lucem continuo emittat, efficiatque ut charta illa alba, linteum, vel digitus, tamquam candela luceat. Quin è vitro erumpens ea vi nonnumquam ad digitum allidetur, ut etiam tactu percipi queat. Quod idem quoque evenit quando cylindrus è vitro, electroque longus, & amplius charta manu admota eo usque confricatur, donec vitrum incaluerit. Ubi notandum est electricitatem quasi semper cum luce esse conjunctam. Neque mirum; nam electricitas frictione commovetur, à qua lucem etiam in nonnullis corporibus excitari vidimus.

439. Hic non alienum esse arbitror ea, quæ summus Philosophus *Isaac Newton* de luminis natura commentus est, in medium proferre. Putat vir summus lumen emitti ex corporibus lucidis non aliter, atque odores emittuntur ex corporibus odoris; qua in re *Epicureis* favere videtur, qui non *communicatione*, uti dictum est, sed *translatione* lucem ad oculos nostros deferri docuerunt; in quantum scilicet materia lucida, quæ jugiter ex corporibus lucidis egreditur per interjecta spatia velocissime fertur ad oculos, illque percussis sensationem lucis excitat. Hanc porro emissionem luminis arbitratur fieri per motus vibrantes partium suarum, in quali etiam motu naturam caloris constituit: quod in causa esse existimat, quare corpora omnia fixa, quando sunt ultra certum modum calefacta lumen emittant, & splendeant, quemadmodum supra adnotatum est. Vult præterea adeo ingentem esse, atque immanem partium luminis subtilitatem, ut nihil supra effingi possit; adeo ut mirum videri non debeat, si Sol nullum

hactē-

hactenus passus sit sensibile decrementum, quamquam per multa annorum millia perpetuo lumen ex se emis-
serit. Quæ in re prætereundum non videtur id quod
Clarissimus *Niewentijt* de lucis subtilitate protulit,
scilicet lucem à Sole emissam, & in sphaeram propaga-
tam, cujus circulus maximus orbitæ Saturni æqualis
est, forte non æquare pondere suo multorum granorum
pondus; nam partem decimam quartam unius grani ex
sebo incenso posse illuminare sphaeram, cujus diameter
est unius milliariis, expertum ipse se esse fatetur.

440. Particularum porro luminis neque unam esse
magnitudinem censet laudatus *Isaac Newton*, neque
vibrationes illarum ejusdem celeritatis: ex quo varieta-
tem colorum deducit, ut postea explicabitur. Vult au-
tem lumen incidendo in fundum oculi excitare vibra-
tiones quasdam in tunica retina prorsus similes vibra-
tionibus partium suarum; quæ quidem vibrationes pro-
pagatæ inde per solidas nervorum opticorum fibras in
cerebrum usque, sensum ibi videndi excitant. Quum
enim corpora densa, & fixa conservare calorem suum
diutius videantur, & ut quodque corpus densissimum
est, ita calorem suum diutissime conservet, utique vi-
brationes partium suarum natura sunt durabili, adeo-
que propagari possunt in longinqua usque spatia per
solidas materiæ uniformis ac densæ fibras, ad transmit-
tendos in cerebrum motus sensuum omnium organis
impressos. Etenim motus is, qui potest in una eadem-
que parte alicujus corporis se conservare, poterit iti-
dem in longinquum propagari ex una parte in aliam;
dummodo id corpus sit homogœneum, ne scilicet iste
motus reflectatur, vel refringatur, vel interrumpatur,
vel quovis modo perturbetur per inæqualitatem ali-
quam in corpore. Nervorum capillamenta singula soli-
da esse, & uniformia posuit *Newtonus*; ut scilicet motus
vibrans materiæ lucidæ per ea uniformiter, & non in-
terrupte ab uno usque extremo ad alterum propagetur.

CAPUT QUARTUM.

De Luminis attractione . De ejusdem inflexione , refractione , & reflexione .

441. **I**N particulis corporum naturalium vim quamdam existere , qua vi particulæ illæ se mutuo petunt , & attrahunt , id quidem innumeris experimentis *Capite VIII. Sectionis primæ* demonstrare conatus sum . Jam vis isthæc attractrix manifestissima est in lumine prope corporum quorumlibet partes angulatas , (quales sunt nummorum ex auro , argento , & ære cusorum termini , & cultrorum , lapidum , aut vitrorum fractorum acies) transeunte . Ut enim post *Grimaldum* observavit *Isaac Newtonus* radii luminis in transitu prope corporum , vel opacorum , vel perspicuorum angulos detorqueantur à viis rectilineis , circumque corpora incurvantur , quasi attracta in eadem corpora ; & ex his radiis , qui in transitu illo propius accedunt ad corpora , magis incurvantur ; quasi magis attracti versus illa ; ut schema 60 apertissime demonstrat .

442. Si cui placeat hanc luminis incurvationem experiri , is adhibere poterit cultrum , faciendo ut radius luminis in cubiculum tenebricosissimum per foramen exiguum in fenestræ operculo factum immissus transeat prope aciem ipsius ; observabit enim radium illum non recta progredi , sed circa ipsam cultui aciem nonnihil incurvari . Sed apertius idem deprehendet adhibitis binorum cultorum aciebus ex adverso constitutis . Nam faciendo , ut radius lucis immissus in cubiculum tenebricosum transeat inter duas illas acies , is dividet se medium in partes duas , quarum partium altera incurvabitur circa unam cultri aciem , altera circa aciem aliam inflectetur : adeo ut in spatio binis istis partibus interposito umbra contineatur valde nigra , & tenebrosa . Et quoniam binæ istæ acies cultrorum quo proprius admoventur , eo magis umbra interposita evadit latior ,
liquet

liquet attractionem luminis eo magis augeri, quo magis distantia acierum diminuitur.

443. Sed quemadmodum non omnia corpora sunt ejusdem constitutionis, ita non omnia etiam eodem modo agunt in lucem eam æqualiter inflectendo, & incurvando. Nam regulariter lux aliquanto magis inflectitur transeundo prope corpora densiora, quam prope corpora minus densa; sive corpora illa sint fluida, sive sint dura, sive denique mollia sint; ut magis prope aurum, quam prope argentum vel ferrum; magis prope chrysellum, quam vitrum, vel aquam; magis prope aerem quam prope ætherem, qui longe subtilior est atque rarior. Præterea quum corpora agant in lucem aliquo interjecto intervallo, illud constat intervallum istud majus esse circa corpora densiora, quam circa corpora minus densa; quæ omnia luculentissimis experimentis comprobata sunt. Quapropter circa singula corpora effingenda sunt spatia quædam tenuissima, sive etiam quædam brevissimæ atmosphæræ, in quas quando incidunt radii, ij concutiuntur, inflectuntur, atque incurvantur.

444. Veluti si MN (Fig. 61.) referat superficiem planam corporis X, & PQ ipsi MN parallela referat superficiem illam, ad quam extenditur vis ejusdem corporis X, quæ facit ut radii transeuntes prope ipsum inflectantur, erit spatium tenuissimum inter duas superficies MN, PQ interceptum, atmosphæra corporis X, sive etiam locus, in quo radii attrahuntur versus idem corpus X: rectæ autem 12, 34, 56, 78, 9. 10, 11. 12, quæ ad utramque superficiem perpendiculariter insunt, designabunt directionem attractionis. Itaque si radius lucis procul adveniens incidat in superficiem MN perpendiculariter, is in transitu per spatium attractionis PMNQ accelerabitur quidem, quia scilicet perpetuo trahitur versus superficiem MN, sed cursum, sive directionem non mutabit; nam directio motus radii conspirat cum directione vis attrahentis. Vice versa si radius lucis egrediatur ex corpore X, quod diaphanum esse suppono, secundum directionem perpendicularem ad superficiem MN, is in transitu per spatium attra-

attractionis $PMNQ$ retardabitur quidem, quia scilicet perpetuo trahitur versus superficiem oppositam MN , sed cursum, sive directionem non mutabit; nam directio motus radii omnino contraria est directioni vis attrahentis. At vero si radius lucis incidat oblique in superficiem MN , is non modo accelerabitur, dum transit per spatium $PMNQ$, verum etiam cursum mutabit; quia hoc casu directio motus radii angulum aliquem constituit cum directione vis attrahentis.

445. Esto enim Ra radius obliquus, quem remota attractione recta progredientem ponamus offendere ad corpus X in loco M . Manifestum est radium istum, postquam pervenit ad locum a superficiem PQ , quæ est terminus attractionis, attrahi versus corpus X secundum directionem ai ; quapropter is duabus tunc viribus agitabitur, quarum directiones sunt aM , & ai ; adeoque progredietur per diagonalem af , primaque temporis minima particula perveniet ad a describens spatium infinite parum aa ; quo loco quum rursus attrahatur versus corpus X secundum rectam ai , necesse erit, ut denuo cursum statuat; adeoque movebitur per diagonalem abg , secundaque temporis particula æquali perveniet ab b : ubi rursus attrahetur versus X secundum rectam bi ; itaque tertia vice cursus ipsius mutabitur in bch , describens spatium infinite parvum bc ; tum vero mutabitur eadem de causa in cdi , atque id idem semper continget, usque donec radius ad ipsam corporis X superficiem MN perveniat. Ex quo sequitur ipsum incedere in spatio $PMNQ$ secundum semitam curvilineam $abcdi$; quæ quidem semita, ut constat ex ipsa demonstratione, concava est versus corpus attrahens X . Et quidem si corpus istud X sit pellucidum, sic ut transitum radio non deneget, is perget ulterius moveri secundum rectam di IO , quæ scilicet contingit semitam curvilineam $abcdi$ in puncto i .

446. Ponamus nunc radium lucis Oi oblique progredientem per corpus pellucidum X respectu superficiem MN foris exire in puncto i ; eadem prorsus ratione ostendetur, eum in egressu ex superficie incurvatum iri, & vero ejus semitam, dum progreditur per spatium

S

$PMNQ$,

PMNQ, fore curvam quandam *idebā* etiam concavam versus superficiem MN; deinde vero elapsurum secundum rectam *2R*, quæ contingit supradictam curvam in puncto *2*: adeo ut statui possit radium lucis dum movetur per corporum tenuissimas illas atmosphæras, de quibus supra mentionem habuimus, incurvari, curvasque quasdam exiguas describere, quæ concavæ sunt versus ipsorum corporum superficies, unde atmosphære initium capiunt.

447. Quibus animadversis explicanda modo est refractionis luminis, ejusque causa indicanda est. Demonstratum est Capite superiori radium lucis dum de uno medio oblique transgreditur in aliud medium, sive etiam dum de uno corpore pellucido transit in aliud corpus pellucidum contiguum, refrangi; refractionem autem modo fieri ad perpendicularem, modo vero à perpendiculari: scilicet fieri ad perpendicularem, quando corpus de medio rariori transit in medium densius, fieri vero à perpendiculari, quando vicissim corpus de medio densiori transit in medium rarius. Cujus causam ut investigemus, sit MN superficies quædam tenuissima dirimens duo media diversæ densitatis X, & Z, sitque X medium densius, & Z medium rarius. Quamquam utrumque medium suam habeat atmosphæram, tamen in transitu luminis de uno medio in aliud habenda est tantum ratio atmosphære corporis densioris X; nam ea sola agit in lumen, quamquam non cum tota sua virtute, sed tantum cum quadam parte suæ virtutis; nam pars reliqua consumitur ad infirmendam, atque frangendam virtutem oppositæ atmosphære. Recte Jacobus's Gravesande. *Consideravimus hactenus attractionem medii densioris, quia hac prævalet; non tamen contemnenda est actio medii rarioris, quia hac minuit actionem medii densioris, quæ eo minor erit in lumen, quo media inter se minus densitate differunt: idcirco nulla datur refractionis, ubi densitates mediorum sunt æquales, & eo major est, quo hæc densitates magis differunt inter se.*

448. Jam si radius lucis *R₂* de medio rariori Z tran-

transeat in medium densius X, is ante ingressum, dum progreditur per spatium PMNQ, in quo spatio agit vis medii densioris X, accelerari debet, scilicet quia jugiter attrahitur versus superficiem MN secundum lineas 12, 34, 56, 78, &c. perpendiculares ad eandem superficiem. Quod si vero radius lucis O11 de medio densiori egrediatur in medium rarius, is post egressum dum movetur per spatium PMNQ, in quo spatio agit vis medii densioris X debet retardari, scilicet quia jugiter attrahitur versus superficiem MN secundum lineas 11, 12, 9, 10, 78, 56, &c. perpendiculares ad eandem superficiem. Atqui demonstratum est *Capite VII. Sectionis superioris* refractionem oriri ex mutatione velocitatis corporis transeuntis oblique de uno medio in aliud medium, & vero eam fieri ad perpendicularem quando velocitas augetur, fieri vero à perpendiculi, quando velocitas minuitur; Itaque quando radii lucis transeunt oblique de medio rariore in medium densius, quia accelerantur, refrangi debent ad perpendicularem; quando vero transeunt de medio densiori in medium rarius, quia retardantur, refrangi debent à perpendiculi. Sed ut refractioni locus detur, necesse est radios oblique transire de uno medio in aliud medium; si enim decidant perpendiculariter in superficiem media densitatis diversæ dirimentem, ij nullam refractionem subibunt; id tantum accidet, ut eorum motus vel acceleretur, si transeant in medium densius, vel retardetur, si transeant in medium rarius.

449. Illud hic sedulo adnotandum est, refractionem proprie non fieri in ipso transitu de uno medio in aliud, sed vel ante transitum inchoari, vel post transitum continuari. Nam quando radius lucis R2 de medio rariore transit in medium densius, refractione inchoatur in puncto 2, & desinit in puncto 11, scilicet in ipso transitus loco; quando vero radius lucis O11 transit in medium rarius, refractione inchoatur in puncto 11, scilicet in ipso transitus loco, & desinit in puncto 2. Adnotandum est præterea, radios lucis vel ante incidentiam, vel post emergentiam describere semitas quasdam curvilineas

concavas versus superficies refringentes, quas tangunt ipsi radii incidentes refractique. Etenim radius R_2 , antequam pervadat superficiem MN corporis densioris, incurvatur in semitam $abcd_1$ concavam versus ipsam superficiem MN , quæ quidem semita tangitur à radio incidenti R_2 in puncto 2, & à radio refracto O_1 in puncto 11. Radius vero O_1 , postquam egressus est ex superficie MN , incurvatur in semitam $11dcba_2$ concavam versus ipsam superficiem MN , quæ quidem semita tangitur à radio incidenti O_1 in puncto 11, & à radio refracto $2R$ in puncto 2.

450. Id animadvertit primus omnium *Newtonus*, cujus hæc sunt verba: *Fit igitur refraction non in puncto incidentia, sed paulatim per continuam incurvationem radiorum factam partim in aere, antequam attingunt vitrum, partim, ni fallor, in vitro postquam illud ingressi sunt;* quamquam vereor ne falsum sit id, quod dubitanter ait de incurvatione radiorum facta post ingressum in vitrum. Adnotandum est denique radiorum luminis refractionem esse omnino contrariam refractioni cæterorum corporum: nam cætera corpora in transitu de uno medio in aliud ita refranguntur, ut accedant ad perpendicularem, quando transitus fit de medio densiori in medium rarius, recedant vero à perpendiculi, quando vicissim transitus fit de medio rariore in medium densius: quum tamen in radiis lucis contrarium obtineat. Cujus diversitatis causa ex eo repetenda esse videtur, quod cæterorum corporum refraction oriatur præcipue ex mediorum resistentia; luminis vero refraction ex mediorum attractione potissimum oritur. Itaque quia media quo sunt densiora, eo majorem velocitatem corporibus, quæ per illa moventur detrahunt, atque eo majorem velocitatem tribuunt radiis, qui per eorundem atmosphas progrediuntur; (scilicet quia corpora densiora magis resistunt quam rariora; è contra vero attractio corporis densioris major est quam attractio corporis rarioris:) mirum esse non debet, si refraction radiorum omnino contraria sit refractioni cæterorum corporum.

451. Hic

451. Hic non alienum est nonnulla de refractionum causis differere. Sunt quibus placet in hoc negotio ita philosophari. Moveatur globus per medium aliquod cum data velocitate; Jam si globus gravitatis expers, medium vero ejusdem ubique resistentiæ esse ponatur, is motu retardato recta semper perget moveri, donec motus ipsius sistatur; quod si accadat ut globus in aliqua illius medii parte minorem ex una plaga resistentiam, quam ex alia patiatur, jam eo loci exorbitabit is de priori suo cursu rectilineo, & propendens ad eam plagam, secundum quam minus ipsi resistitur alia via ire perget. Atque hinc causam dari opinantur, cur dum corpus oblique incidit in superficiem media densitatis diversæ dirimentem refringatur, & modo accedat, modo vero recedat à perpendiculari. Alii ex adverso ita ratiocinantur. Moveatur globus per medium aliquod cum data velocitate. Jam si medium ejusdem ubique densitatis esse ponatur, globus æque attrahetur ab omni parte; adeoque si nihil inter progrediendum sollicitari à gravitate fingamus, recta semper movebitur, usque donec velocitas ejus extinguatur. Quod si vero eo loci devenerit globus, in quo magis ab una plaga quam ab alia attrahatur; jam is deflectet de priori suo cursu rectilineo, atque propendens ad eam plagam, ad quam magis attrahitur, alia via ire perget.

452. Jam qui priorem explicandi rationem sequuntur, aut non satis sibi constant, aut id de refractionibus luminis statuunt oportet, quod experimentis refragatur. Constat enim experientia lumen accedere ad perpendicularem tunc, quum intrat medium densius, ab illa vero recedere quum incidit in rarius; ratione vero, & ipsa experientia edocemur media eo majorem resistentiam facere, quo densiora sunt; nam credere cum *Cartesians* idcirco hoc contingere in lumine, quia faciliorem ipsi transitum præbent corpora densiora, quam rariora ob stabilitatem, quod ajunt, pororum, in hac tanta luce Philosophiæ vix memoratu dignum existimo. Qui vero favent secundis, quamquam in explicandis luminis refractionibus minime hereant, at

ipsis non leve negotium faceſſunt cæterorum corporum refractiones . Conſtat enim experientia nonnulla corpora recedere à perpendiculari in ingreſſu medii denſioris , accedere vero ad illam in ingreſſu rarioris ; quum tamen attraſtionis ratio contrarium poſtulare videatur . Corpora quippe eo majori vi attrahente donata eſſe dicuntur , quo denſiora ſunt .

453. Adeſt, & tertia opinio, quæ attraſtionem cum reſiſtentia conſociat. Hæc ſi non verior, at ſaltem phænomenis refractionum explicandis videtur accommodatior . Qui huic ſententiæ ſubſcribunt ſpecioſiores ſunt, arbitrantur enim corpus dum de medio denſiori in rarius , vel de rariori in denſius migrat poſſe æque, & accedere, & recedere à perpendiculari ; quin imo interdum fieri, ut irrefractum pergat , etiam ſi oblique incidat in ſuperficiem mediorum refringentem . Nam quum in duorum mediorum conſinio corpus à duplici cauſa, attraſtione nempe, & reſiſtentia inæqualiter ſollicitatum credant , ſintque hæ cauſæ ita comparatæ, ut altera alterius effectum aut tollat, aut minuat, ſit hinc ut, quum reſiſtentia, & attraſtio pares ſunt inter ſe, tunc corpus ire pergat irrefractum , quum vero ſunt inæquales corpus ſequatur jus, & poteſtatem illius cauſæ , quæ magis poteſt. Quò quidem poſito cauſam dari arbitrantur, cur lumen, dum medium denſius penetrat, ſemper accedat ad perpendicularem, ab ea vero ſemper recedat, dum intrat in rarius . Opinantur quippe reſiſtentiam, quam lumen ſubit in quocumque medio ſemper minorem eſſe attraſtione, quam patitur in eodem medio. Neque ſane id abſurdum eſt in ſyſtemate attraſtionum, in quo luminis attraſtio debet eſſe immenſa, quippe quum lumen omnium, quæ in rerum natura ſunt corporum, eſt longe tenuiſſimum.

454. Cæterum leges, quæ obtinent in refractione radiorum luminis eædem ſunt atque illæ, quæ locum habent in refractione motus cæterorum corporum, de quibus legibus eodem *Capite V. Sectionis ſecundæ* diſce-ruimus. Hujusmodi ergo leges tres ſunt . *Prima* lex eſt ut *radius incidens, radius refractus, & axis refractionis ſua*

sint in uno, eodemque plano. Secunda lex est: ut sinus anguli incidentiæ sit ad sinum anguli refractionis in ratione data, hoc est ut velocitas emergentiæ ad velocitatem incidentiæ. Et tertia denique lex, quæ ex secunda consequitur, est: ut refraction fiat à perpendiculari, quando velocitas incidentiæ maior est velocitate emergentiæ, fiat vero ad perpendiculararem, quando vicissim velocitas incidentiæ minor est velocitate emergentiæ.

455. Sed in refractione radiorum, quæ sit à perpendiculari unum est, quod singularem animadversionem meretur, scilicet posse ipsam quandoque in reflexionem converti. Nam si radius *ORI* (*Fig. 61.*) ea obliquitate incidat in superficiem dirimentem medium rarius à medio densiori, ut ejus velocitas in medio densiori, quæ est velocitas incidentiæ, sit ad velocitatem in medio rariori, quæ est velocitas emergentiæ, ut se habet sinus totus ad sinum anguli incidentiæ, tunc radius minime penetrabit in medium rarius, sed secundum communis superficiæ longitudinem feretur. Etenim sinus anguli incidentiæ est ad sinum anguli refractionis, ut se habet velocitas emergentiæ ad velocitatem incidentiæ; atqui ex hypothese velocitas emergentiæ est ad velocitatem incidentiæ, ut sinus anguli incidentiæ ad sinum totum; ergo propter rationum æqualitatem erit quoque sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis, ut idem sinus anguli incidentiæ ad sinum totum: unde & angulus refractionis erit rectus, & radius secundum longitudinem superficiæ utrique medio communis post incidentiam movebitur. Quod si vero adhuc obliquius radius incidat in superficiem media diversæ densitatis dirimentem, tunc tantum abest, ut medium rarius penetrare possit, ut neque etiam secundum ipsius longitudinem feratur, sed retro ad oppositam plagam revertatur.

456. Hanc reflexionis speciem, in quam refraction interdum mutatur, explicavit *Newtonus* propositione *XCVI.* suæ *Philosophiæ Naturalis* his ferme verbis: *Si velocitas luminis ante incidentiam maior est, quam postea, dico quod lumen, inclinando lineam incidentiæ,*

reflectatur tandem, & angulus reflexionis fiat æqualis angulo incidentiæ. Id quod sic ostendit. Sit GH (Fig. 62.) radius incidens, H punctum incidentiæ, $AEea$ spatium attractionis, quod distributum sit in infinita spatiola æqualia, & infinite parva $ABba$, $BCcb$, $CDdc$, $DEed$; sitque ea radii incidentis GH obliquitas ad planum primum Aa , ut sinus incidentiæ sit ad radium circuli, cuius est sinus in ea ratione, quam habet idem sinus incidentiæ ad sinum emergentiæ ex plano Dd in spatium $DEed$; & ob sinum emergentiæ jam factum æqualem radio, angulus emergentiæ erit rectus, adeoque linea emergentiæ coincidit cum plano Dd . Perveniat radius ad hoc planum in puncto R : & quoniam linea emergentiæ coincidit cum eodem plano, perspicuum est radium non posse ultra pergere versus planum Ee . Sed manifestum est quoque non posse eundem radium pergere in linea emergentiæ Rd : propterea quod perpetuo attrahitur, vel impellitur versus medium incidentiæ. Revertetur itaque inter plana Cc , Dd describendo rectam infinite parvam Rq æqualem, eodemque modo inclinatam ac recta QR , secabitque planum Cc in eodem angulo in q , ac prius in Q ; dein pergendo in rectis infinite parvis qp , pb rectis prioribus QP , PH æqualibus, & similiter inclinatis, secabit reliqua plana in iisdem angulis in p , & b , ac prius in P , & H , emergetque tandem eadem obliquitate in b , qua incidit in H : adeoque radius lucis hoc casu non modo reflectetur; verum etiam fiet angulus reflexionis gha æqualis angulo incidentiæ GHA .

457. Ut ergo refractio in reflexionem convertatur duo necessaria esse videntur. Primum est, ut *velocitas luminis ante incidentiam major sit quam postea*. Alterum vero est: *ut ea sit obliquitas radii incidentis, ut sinus anguli incidentiæ sit ad radium circuli, cuius is est sinus, quemadmodum se habet velocitas emergentiæ ad velocitatem incidentiæ; sive etiam ut se habet sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis*. Horum primum nos admonet, huiusmodi reflexionem tunc tantum contingere, quando radii ex medio densiori

trap.

transeunt in medium rarius, puta ex vitro in aquam, vel ex vitro in aerem; nam velocitas in transitu de medio densiori in medium rarius minuitur. Alterum vero docet nos, determinari posse obliquitatem radiorum, quæ postulatur ad hoc ut ij reflectantur, modo data sit ratio, quæ intercedit inter sinum anguli incidentiæ, & sinum anguli refractionis, sive etiam inter velocitatem emergentiæ, & velocitatem incidentiæ: nam ad inveniendam obliquitatem illam nihil aliud faciendum est, quam ut determinetur angulus, cujus sinus sit ad radium, sive sinum totum, quemadmodum se habet sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis. Ut, quoniam radii in transeundo de vitro in aerem ita incurvantur, ut sinus anguli incidentiæ sit ad sinum anguli refractionis quemadmodum se habet 20 ad 31, sequitur radios, si quidem decident ex vitro in aerem ea obliquitate, ut angulus incidentiæ sit vel graduum 40.10, vel major eo reflexionem subituros. Nam ut se habet 31 ad 20 ita est radius ad sinum anguli 40.10. Et similiter quoniam radii in transeundo de vitro in aquam ita incurvantur, ut sinus anguli incidentiæ sit ad sinum anguli refractionis, ut se habet 80 ad 93, sequitur radios, si quidem decident ex vitro in aquam ea obliquitate, ut angulus incidentiæ sit vel graduum 59. 25, vel major eo reflexionem subituros. Nam ut se habet 93 ad 80, ita est radius ad sinum anguli 59. 25. Ubi notandum est, captis accuratissimis experimentis, innotuisse sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis in radiis, qui oblique decidunt ex aere in vitrum, esse ut 31 ad 20, in radiis vero, qui oblique decidunt ex aere in aquam esse ut 4 ad 3: Ex quibus nullo negotio deducitur, sinum anguli incidentiæ esse ad sinum anguli refractionis in radiis, qui oblique decidunt ex vitro in aquam ut 80 ad 93. Etenim quum sinus anguli incidentiæ sit ad sinum anguli refractionis in radiis, qui decidunt ex vitro in aerem ut 20 ad 31, & præterea sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis in radiis, qui oblique decidunt ex aere in aquam ut 4 ad 3, erit ex equali sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli re-
 fra-

fractionis in radiis qui decidunt ex vitro in aquam in ratione composita ex 20 ad 31, & ex 4 ad 3, sive etiam ut 80 ad 93.

458. Adest, & aliud genus reflexionis, quod scilicet sit ab occurso partium solidarum: nam si lumen decidat vel in superficiem aquæ, vel in superficiem vitri, vel in superficiem cujuscvis alterius corporis, profecto necesse est, ut quamplurimi radii impingant in partes solidas sive impervias eorum; itaque quum ij elastici sint retro redire debent; nam corpora elastica prævalido obstaculo illisa reflecti debere *Sectione superiori* demonstratum est. Et quoniam radii luminis perfectissima elasticitate donati sunt, necesse est quoque eos ita reflecti, ut angulus reflexionis æqualis sit angulo incidentiæ; nam & id de corporibus perfecta elasticitate donatis eodem in loco ostensum est.

459. Scio summum virum *Isaacum Newtonum* existimavisse utriusque reflexionis unam esse naturam, & causam: id quod quamquam sub specie quaestionis proponat ad calcem *Librorum Opticorum* his verbis: *An non radii luminis, qui in corpora incidentes reflectuntur, vel refringuntur, inflecti incipiunt antequam ad corpora ipsa perveniunt? Et reflectuntur, refringuntur, atque inflectuntur una, eademque vi varie se in variis circumstantiis exerente?* tamen *Propositione VIII. Libri II. ejusdem operis*, in qua demonstrare nititur causam reflexionis non attribuendam esse impactioni luminis in partes solidas, sive impervias corporum, haud quidem subdubitans, sed fidenter id asseverat. At si veritati consulendum est, fieri oportet argumenta à *Newtono* ibidem adlata tantum ostendere reflexionem illam, quæ subsequitur refractionem, quæque accidit, quando radii luminis de medio densiori in medium rarius certa obliquitate transeunt, non attribuendam esse impactioni luminis in partes solidas, sed potius virtuti cujusdam atmosphæræ, quemadmodum à nobis quoq; supra explicatum est. Accedit quod is nullibi ostendit, quomodo eadem causa, quæ facit ut radii inflectantur in transitu prope corpora angulata, refringantur in transitu de uno medio in aliud,

aliud, & quandoque etiam reflectantur in transitu de medio densiori in medium rarius, (quæ quidem causa, uti demonstratum est vis quædam attrahendi) efficiat etiam ut iidem radii reflectantur semper, quando offendunt ad corpora opaca. Huiusmodi reflexio, si non ortum ducit ab impactu luminis in partes eorum solidas, non alia ratione explicari posse mihi videtur, nisi effingendo circa corpora opaca quasdam atmosphæras, quæ vi haud quidem attrahendi, sed repellendi donatæ sint. Quo quidem admissio, duplex atmosphæra contrariis omnino viribus donata attribuenda esset corporibus diaphanis, à quorum superficiebus radii partim reflectuntur, partim vero refranguntur; id quod parum verisimile est. Incredibileque etiam est, quod idem *Newtonus* adfirmat radios illos, qui in solidas corporum partes impingunt restitui intra ipsa corpora, & penitus intercidere.

460. Videamus modo, an verum sit id quod à *Petro Fermatio Senatore Tolosano* primum proditum est, *tempus motus radii refracti esse brevissimum*; Referat BA (Fig. 63.) superficiem dirimentem media densitatis diversæ, sitque RA radius incidens, & AP radius refractus. Contendebat laudatus Vir tempus, quo eget lux ad describendum spatium RAP motu refracto in A minus esse tempore, quod impendit lux ab eodem loco R ad P per aliam quamvis viam, etiam si fortasse irrefracta progrediatur per viam brevissimam RBP; quod quam à veritate alienum sit, paucis hic ostendam. Sed prius demonstrare oportet *velocitatem lucis ante incidentiam esse ad velocitatem lucis post emergentiam, quemadmodum se habet secans complementi anguli incidentiæ ad secantem complementi anguli refractionis*. Etenim velocitas lucis ante incidentiam est ad velocitatem lucis post emergentiam, ut sinus anguli refractionis ad sinum anguli incidentiæ: atqui sinus anguli refractionis est ad sinum anguli incidentiæ, ut secans complementi anguli incidentiæ ad secantem complementi anguli refractionis: (sunt enim sinus duorum angulorum reciproce ut secantes complementorum eorundem angularum;)
quare

quare erit quoque velocitas incidentiæ ad velocitatem emergentiæ, ut se habet secans complementi anguli incidentiæ ad secantem complementi anguli refractionis.

461. Describantur nunc centris R, & P radiis RA, RB, PB, PA arcus AX, BP, BC, AD, producaturque radius refractus PA usque ad punctum C; ex quo demittatur perpendicularis CEM ad superficiem BA: supponamus autem velocitatem incidentiæ esse ad velocitatem emergentiæ, ut se habet a ad b . Et quoniam FA

$\frac{a. FA}{b. EA}$

major est quam EA, erit $\frac{a}{b}$ major quam $\frac{a}{b}$: nam

prior quantitas est ad posteriorem ut FA ad EA. Præterea AF ad AC rationem habet compositam ex AF ad AE, & ex AE ad AC; atqui sumpta recta AM pro radio sive sinu toto, AE evadit secans complementi anguli incidentiæ, & CA evadit secans complementi angulo refractionis: atque adeo AE est ad AC, ut secans complementi anguli incidentiæ ad secantem complementi anguli refractionis; sive etiam ut velocitas incidentiæ ad velocitatem emergentiæ, atq; adeo ut a ad b ; itaque AF ad AC habebit quoque rationem compositam ex AF

$\frac{AF}{a. AF}$

ad AE, & ex a ad b unde erit $\frac{AF}{a. AF} = \frac{AC}{b. AE}$: ostensum

est autem quantitatem $\frac{AF}{b. AE}$ majorem esse quantitatem $\frac{a}{b}$;

quare erit quoque $\frac{AF}{AC}$ major quam $\frac{a}{b}$; ex quo sequitur

AF ad AC majorem habere rationem; quam a ad b ; Est autem a ad b ut velocitas incidentiæ ad velocitatem emergentiæ: quare spatium AF ad spatium AC sive BD, majorem habebit rationem quam velocitas incidentiæ, cum qua velocitate describitur spatium AF ad velocitatem emergentiæ, cum qua velocitate describitur spatium BD; ex quo facile colligitur tempus per spatium FA majus esse tempore per spatium BD; itaque quum tempora per spatia RF, RB in medio incidentiæ æqualia sint; & similitur æqualia sint inter se tempora per spa-

spatia PA, PD in medio emergentiæ, sequitur tempus per spatium RA, AP majus esse tempore per viam brevissimam RBP.

462. Hæc, quæ hætenus de luminis refractione, & reflexione in medium nos protulimus, sunt, ut mihi videtur, sanissima, atque vacua ab errore. Nullum enim est physicum argumentum, in quo illustriores Philosophi magis lapsi sint, quam in hoc. Ut enim cæteros præteream, summus Vir *Renatus Cartesius* docuit, lucem minorem resistentiæ subire inter progrediendum per media densiora, quam per media rariora; id quod absurdum est, quum lux cæterorum corporum legem sectari debeat, quibus eo magis resistitur, quo media densiora sunt. Verum quidem est, lucem velocius progredi per media densiora, quam per media rariora; attamen id attractioni tribuendum est, quæ efficit, ut velocitas lucis augeatur in transitu de medio rariori in medium densius, minuatur vero in transitu de medio densiori in rarius. *Petrus vero Fermatius* contra *Cartesium* censuit, lucis motum eo esse tardiores, quo medium est densius; id quod aperte repugnat observationibus, ex quibus constat lucem accedere ad perpendicularem quando transit in media densiora, ab illa vero recedere, quando transit in media rariora: Ex quo errore alius ortum duxit, scilicet lucem refractam brevissimo tempore de uno ad alium locum progredi. Et denique *Isaac Newton*, qui veritus duo refractionis genera effingere, negavit radios luminis reflecti à partibus solidis, sive imperviis corporum, in quas impingunt.

CAPUT QUINTUM.

Refractionis, reflexionisque radiorum lucis selectiora quædam phenomena recensentur, atque explicantur.

463. **R**efractionis quatuor sunt effectus præcipui. Primus effectus est, quod objecta per refractionem

tionem numquam adpareant in locis, in quibus revera constituta sunt. Id ostensum est supra exemplo monete *M* (Fig. 59.) in fundo vasis *AMB* constitutæ; quæ quidem altius adparet in loco *m*, si vas aquam contineat, sic ut radii de moneta exeuntes refractionem possint subire: quo quidem experimento supra usi sumus ad probandum radios transeundo de medio densiori in medium rarius deflectere à perpendiculari. Sed id idem confirmant remi integri, qui sub undis adparent fracti, modo tamen pars eorum demersa sit, pars reliqua extra aquas sit constituta. Sit enim *AB* (Fig. 64.) superficies aquæ, & *DCF* remus, cujus pars *DC* supra aquam emineat, pars reliqua *CF* demersa sit. Manifestum est partem *CF* sub aqua demersam adparere altiore in *CG*; itaque remus integer *DCF* videatur necesse est tamquam fractus in *C*, sive etiam quasi compositus ex duabus partibus *DC*, *CG* angulum obtusum *DCG* continentibus in puncto *C*.

464. Atque inde ratio peti potest, quare corpora per prisma vitreum conspecta adpareant modo altiora, modo depressiora, pro ut scilicet angulus prismatis refringens sursum spectat, vel deorsum. Sit enim *ABC* (Fig. 65.) prisma vitreum, cujus angulus refringens *C* (sive angulus constitutus ex lateribus *BC*, *CA*, quæ latera radios refrangunt) spectet primo sursum, sitque objectum in *M*. Manifestum est radium *MI* transeuntem ex aere in vitrum recta pergere non posse ad *b*, sed inclinari debere in viam *IH*, quæ magis accedit ad perpendicularem. Sed manifestum est præterea radium *IH* exeuntem ex vitro in aerem recta pergere non posse ad *o*, sed inclinari debere in viam *HO*, quæ magis recedit à perpendiculari, sive potius ab axe refractionis: Itaque oculus in *O* constitutus spectabit objectum *M*, per radium *OHm*; quod idcirco videatur necesse est in loco altiori *m*. Spectet secundo angulus *C* deorsum, sitque objectum in *M*. Adparet radium *MI* transeuntem ex aere in vitrum recta pergere non posse ad *b*, sed inclinari debere in viam *IH*, quæ magis accedit ad axem refractionis. Sed manifestum est præterea, radium

radium IH exeuntem ex vitro in aerem recta pergere non posse ad o , sed inclinari debere in viam HO , quæ magis recedit à perpendiculari, sive potius ab axe refractionis. Itaque oculus in O constitutus spectabit objectum M per radium OHm , atque adeo conspiciet ipsum in loco humiliori m .

465. *Secundus refractionis effectus est, quod objectorum distantiam alteret, atque commutet.* Nam moneta M in fundo vasis AMB (Fig. 59.) constituta adparet oculo O in loco altiori m ; adeoque distantia ejus ab oculo fit minor. Itaque quum angulus incidentiæ MIZ , propter parallelas, æqualis sit angulo IMm ; angulus vero refractionis OIX propter easdem parallelas æqualis sit angulo ImQ , cujus complementum est angulus ImM ; quumque sit Im ad IM ut sinus anguli IMm ad sinum anguli ImM , sive etiam ImQ , erit Im ad IM ut sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis: ex quo sequitur *distantiam adparentem ml moneta à puncto incidentiæ l esse ad distantiam veram MI moneta ab eodem puncto incidentiæ, ut se habet sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis*, sive etiam ut se habet 3 ad 4: nam in hac ratione est sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis in radiis transeuntibus ex aqua in aerem. Et quoniam in *Trigonometricis* habemus, quod sinus anguli incidentiæ est ad sinum anguli refractionis, ut se habet secans complementi anguli refractionis ad secantem complementi anguli incidentiæ, erit etiam *distantia adparens ml moneta à puncto incidentiæ ad distantiam veram MI moneta ab eodem puncto incidentiæ, ut se habet secans complementi anguli refractionis ad secantem complementi anguli incidentiæ*. Id quod inde etiam constare potest, quod sumpta recta IQ pro radio sive sinu toto, Im evadit secans anguli QIm , qui est complementum anguli refractionis OIX , sive mIZ , & IM evadit secans anguli QIM , qui est complementum anguli incidentiæ MIZ . *Præterea vasorum aquam continentium fundi, quamquam perpendiculariter conspecti, tamen altiores adparent, eorumque distantia adparens ab aquæ superficie est ad distantiam veram,*

ut

ut se habet 3 ad 4: Id quod refractioni etiam adscribendum est; cui adscribendum pariter est, quod plani vasorum amplorum aquam continentium fundi adpareant tamquam concavi, præsertim oculo ad ipsam aquæ superficiem proxime admoto.

466. *Tertius* refractionis effectus respicit mutationem magnitudinis objectorum. Nam objecta omnia sub aquis constituta majora apparent, quam si extra aquam conspicerentur. Neque vero difficile est hujus mutationis rationem adferre. Sit enim $ACDB$ (Fig. 66.) scyphus vitreus, cujus fundus CD spectetur ab oculo in O constituto. Manifestum est, si scyphus nihil aquæ contineat, fundum CD spectatum iri ab oculo O sub angulo COD , quem radii ab extremis partibus fundi exeuntes continent in eodem oculo: nam in ea hypothesis omnis abest refraction. Sed intusa aqua in scyphum ad altitudine bHl manifestum est etiam radios CH , DI qui antea irrefracti tendebant ad oculum O , nunc refractionem à perpendiculari lubeuntes tendere ad locum humiliorem e ; oculum autem spectaturum fundum CD per radios refractos bo , io , quibus correspondent radii integri Ch , Di . Unde fundus scyphi CD videatur necesse est sub angulo majori boi , five etiam eOd ; ex quo fit ut ipse fundus per refractionem visus sit cd , longe amplior, quam verus fundus CD .

467. *Denique* novissimus refractionis effectus est, quod objecta interdum multiplicentur. Sit enim $ABCD$ vitrum trapetii figuram referens, cujus latera duo opposita AB , CD sint inter se parallela; sitque objectum in M , & oculus in O , quæ sint ita constituta, ut recta MO perpendicularis sit ad utraque latera AB , CD . Itaque radius MI perpendiculariter decidens primum in superficiem AB , tum vero in superficiem CD irrefractus tendet ad oculum O : qui idcirco videbit objectum verum secundum directionem radii OM . At vero quum radii MH , Mb refrangantur primo in HL , bl , tum vero in LO , io , necesse est ut oculus O conspiciat etiam objectum M secundum radios OLP , $Ol p$, ipsumque referat ad loca P , & p . Ex quo sequitur objectum M tri-

M trinum adpariturum, semel in loco **M**, iterum in **P**, tertio autem in **p**. Manifestum autem est objectum hic adparere trinum, quia tres sunt facies, **CA**, **AB**, **BD**, quæ radios ab objecto **M** exeuntes excipiunt. Itaque si longe plures sint facies vitri, quæ lucem refringunt, objectum eo magis multiplicabitur: id quod eodem prorsus ratiocinio constabit. Videndum est schema 67.

468. His refractionis effectibus, qui præcipui habentur, subjungendi sunt duo alii sequentes, aliquanto minus insignes. *Primus* est quod radii propter refractionem quandoque convergant, five coeant in unum, & idem spatium tenuissimum, quod *focus* appellari consuevit: scilicet quia corpora in eo spatio constituta corripuntur ab igne, atq; statim inflammantur actione radiorum solarium. *Secundus* est quod radii propter refractionem quandoque divergant, five segregentur à se mutuo. Primum accidit per interpositionem vitri ex utraque parte sphaerice convexi, quod vulgo *lens*, & *vitrum usorium* adpellatur; alterum contingit per interpositionem lentis ex utraque parte sphaerice concavæ, quemadmodum licet ex schemate 68 intelligere. Obiter hic admonéo, quod si lumen Solis colligatur in focus interposita lente utrinque convexa, illud vires habeat liquefaciendi metalla, omniaque combustibilia incendendi: quin immo si duæ sint lentes utrinque convexæ, altera post alteram collocatæ, & focus multo minor, & vis longe fortior evadet, usque adeo ut corpora combustibilia utcumq; humida incendat, immo ea urat etiam in mediis aquis, ita tamen ut partes eorum internas, quæ scilicet ab aqua minime tanguntur, consumat, atque corumpat, externas vero, quæ ab aqua tanguntur, intactas pene servet. Præterea metalla quælibet mutat in vitrum, lapides fundit, & vitrificat; gemmis colorem aufert, easque reducit in pulverem; vegetabilia quævis in cineres, & hos in vitra redigit. Denique salia in spiritus mutat, id quod nullo igne terrestri artificiali fieri adhuc licuit. Ex quibus intelligi potest, quanta sit virtus radiorum solarium à lente collectorum, quantaque sit vis ab iis exercita contra corpora objecta. Sed intelli-

T

gitur

gitur etiam quare, quando cœlum nubilum est, radiorum solarium vis longe potentior sit. Id fortasse evenit ex eo, quia guttæ aquæ per aerem volitantes gerunt vices totidem lentium utrinque convexarum, quæ solares radios colligunt, atque congregant.

469. Dicendum nunc est de reflexione, cujus quum duas species distinxerimus, alteram, quæ sit in transitu luminis de medio densiori in medium rarius cum certa obliquitate, alteram vero ab occurso partium solidarum, de utraque breviter differendum est. Circa primam reflexionis speciem id admonebimus, eam eo minorem obliquitatē postulare, quo medium, in quod lumen transit, fuerit minus densum; scilicet lumen ad integram reflexionem minorem obliquitatem requirere, dum transit de vitro in aerem, quam dum transit de vitro in aquam; & adhuc minorem dum transit de vitro in ætherem, quam dum de vitro transit in aerem, vel in aquam. Res hoc experimento deprehendi potest. Sit ABC (Fig. 69.) prisma vitreum rectangulum in A, in cuius basim BC incidat lumen candelæ F ea obliquitate, ut ipsum totali reflexione progrediatur ad O; adeoque oculo in O constituto adpareat candela in f, tamquam in speculo. Sit autem obliquitas radiorum tanta, ut tunc primum radii reflecti incipiant à superficie BC, quam ab aere tangi supponimus. Sed candela, oculo, & prisma manentibus immotis, fac. deinde superficiem BC tangi ab aqua, quæ aere densior est: videbis statim candelam ad f disparere; scilicet quia radii, qui antea, dum superficies BC tangebatur ab aere, reflectebantur ad O, nunc refranguntur ad P; neque adparebit rursus candela in f, tamquam in speculo, nisi postquam radii minori obliquitate deciderunt in superficiem BC. Cujus phænomeni hæc, ni fallor, est causa, quod brevissima illa atmosphæra superficiei BC, unde reflexio ortum habet (de qua superiori Capite mentionem habuimus) eo potentior sit, quo medium ipsam superficiem BC contingens fuerit minus densum, eo vero sit infirmior, quo idem medium densius fuerit. Itaque eo citius incipiet reflexio, quo medium contingens superficiem BC fuerit minus den-

densum; usque adeo ut si pone superficiem AB collapsum sit aliud prisma, vertice deorsum ita spectante, ut bases adamussim congruant inter se, ejusdem, vel majoris fortasse densitatis cum prisma ABC, nulla omnino in quavis radiorum obliquitate accadat reflexio.

470. Circa alteram vero reflexionis speciem, quæ fit ab occurso partium solidarum notabimus, eam speculorum esse fundamentum. Specula vocamus *superficies illas, quæ objecta contra posita distincte repræsentant cum suis coloribus*. Ad eorum perfectionem duo necessaria esse videntur. *Unum* est ut *eorum superficies sint lævissima, politissimaque*, ad hoc scilicet ut lumen ordinatim reflectere possint; nam si lucis radii huc illuc passim sine ullo certo ordine reflectantur, aut nulla fiet imago objecti, aut nonnisi indistincta, & confusa. Confirmatur id quotidiana experientia, à qua ut edocemur corpora omnia, quorum superficies læves sunt, atque politæ, ut tabulæ quædam ligneæ, marmora, chalybs, adamas, crystallus, vitrum, gemmæ, aqua stagnans, ac quiescens &c. speculorum munere fungi; ita discimus quoque eadem corpora amittere vim repræsentandi objecta, si aspera evadunt, vel etiam si pulveribus confperguntur; pulveres enim inæqualitatis aliquid ipsis conciliant. Alterum vero est, ut *materia, ex qua specula elaborantur, non sit adeo porosa*; lux enim ut reflecti possit impingere debet in solidas corporum partes. Id quod in causa est, ut specula eo sint perfectiora, quo materia, ex qua elaborata sunt, est magis compacta, hiantibusque poris minus referta: nam tabulæ ligneæ, ut lævissimæ, quum porosæ sint, imperfecte objecta repræsentant; at vero chalybs, & marmor perfectissimorum speculorum instar sunt; crystallus autem, quæ & ipsa porosa est, ut speculi munus obire possit, argento vivo confternitur, in cujus solidas partes radii quum decidunt, retro redire debent.

471. Sed quam nos impactioni in partes speculorum solidas tribuimus lucis reflexionem, *Newtonus*, uti supra adnotatum est, alii alicui rei tribuendam esse censuit, cujus hæc sunt verba: *Si radii luminis reflecte-*

rentur impingendo in solidas corporum partes, reflexiones eorum à politis corporum superficiebus non possent esse tam accuratae, tamque ad certam normam directæ, quam reapse sunt. Etenim quum vitrum arena, vel stamno uto, vel pulvere Samio politur, existimari utique non potest corpora ea, perfricando, & atterendo vitrum, efficere posse, ut minima ipsius particula accurate læves, & perpolitæ fiant universæ; adeo ut superficies earum omnes vere sint planæ, eodemque omnes spectent, unamque omnes plane aquabilem constituent superficiem. Quanto minores erunt particula pulverum istorum, tanto minores quidem esse debebunt rasura, quibus ea vitrum perpetuo interrudent, & atterent usque dum expolitum sit: verum quantumvis exigua illa fuerint, non poterunt tamen vitri faciem alia ulla ratione complanare, ac coequare quam deterendo id, & deradendo, & partes ejus prominentes defricando: adeo ut perpolire vitrum nihil aliud sit nisi asperitatem ejus eatenus adradendo minuere, & lævigare, quo ad rasura in superficie ipsius minutiores sint facta, quam ut oculis cerni queant. Quare si lumen reflecteretur impingendo se in solidas partes vitri, utique dispergi deberet id quaquaversum à vitro accuratissime perpolito, aque ac ab asperrimo. Manet itaque quæstio illa non dum plane expedita, qui fiat ut vitrum pulveribus adradentibus expolitum tamen lumen tam ad certam normam reflectat, quam revera facit. Atque hac quidem quæstio non videtur aliter expediti posse, quam si dicamus radii cujusvis reflexionem effici non utique ab uno corporis reflectentis puncto, sed vi aliqua per totam corporis superficiem aquabiliter diffusa, qua nimirum id in radium ita agat, ut tamen illum non contingat immediate. Mendose: nam si corporis reflectentis superficies, ut ut lævissima, suis rasuris, quamquam minutissimis, luxuriat quemadmodum *Newtonus* contendit, utique superficies terminans vim illam, quæ per totum corpus circum circa diffunditur, suas etiam inæqualitates habebit; videtur enim istam illi parallelam esse debere: adeoque quæstioni ab *Isaaco Newtono* propositæ, si ea locum habet, neque etiam

ab

ab ipso videtur plenissime satisfactum.

472. Speculorum autem multiplex est genus pro figuræ, sive etiam superficiei diversitate. Nam si superficies speculi plana est, speculum erit *planum*; si concava est erit *concavum*, si convexa est, erit *convexum*; quorum quidem speculorum, & complures sunt, & mirabiles adfectiones, quas *Catoptrica* considerat. Hic satis nobis erit admonuisse radios solares in speculum concavum sphericum decedentes ita inde reflecti, ut colligantur in spatium quoddam tenuissimum, quod spatium *focus* pariter consuevit adpellari; scilicet quia corpora in eo spatio constituta cito abeunt in ignem. Experiundo autem cognitum est vim speculorum concavorum ad comburenda corpora longe majorem esse, quam vim lentium utrinque convexarum ad eadem corpora comburenda. Atque hinc obiter patet quare imæ valles æstuent, dum montium juga frigent. Valles enim sunt instar speculorum concavorum. Scilicet radii solares repercussi undique ex lateribus montium in valles, majorem tum motum, quam calorem ibi excitant: id quod aperte ostendit ipse vallium aer, qui transeuntes suffocare, graviterque opprimere solet.

CAPUT SEXTUM.

De inequali radiorum luminis cum refractione, quum reflexibilitate; ubi de compositione luminis solaris.

473. **H**ætenu vulgares, atque communes proprietates luminis persequutus sum: exponendæ sunt modo nonnullæ lucis adfectiones, quas novissime detexit *Isaac Newton*. Harum adfectionum potissima est, quod radii luminis non eandem subeant refractionis quantitatem, sed alii magis refrangantur, alii minus, quamquam circumstantiæ pares, immo eadem sint. Ut si radii duo *Ri, ri*, (*Fig. 70.*) decedant oblique in superficiem planam homogeneam refringentem *AB* se-

T 3

cun-

cundum directiones RI, *ri* parallelas inter se: haud quidem credendum est cum veteribus eos ita refrangi in punctis I, & *i* ut æqualiter vel accedant, vel recedant à refractionis axibus XI^z, *xiz*, pro ut scilicet à rariori medio in densius transeunt, vel contra à densiori in rarius; adeo ut angulis incidentiæ RIX, *rix* æqualibus respondere debeant æquales anguli refractionis ZIN, *zin*. *Newtonus* enim experiundo comperit, in iisdem prorsus circumstantiis nonnullos radios magis ad perpendicularitatem accedere, quam alios, in transeundo de rariori medio in densius; contra vero nonnullos radios magis recedere à perpendiculari, quam alios in transeundo de medio densiori in medium rarius.

474. Hæc experimenta effecerunt, ut laudatus Vir diversos refrangibilitatis gradus in radiis luminis contemplaretur, novumque, atque inauditum Theorema in *Opticam* inveheret, scilicet in *iisdem circumstantiis quosdam radios esse magis refrangibiles, quosdam vero alios esse minus refrangibiles. Refrangibilitatem* ipse vocavit *dispositionem illam radiorum luminis, qua ita comparati sunt, ut in transeundo ex uno corpore translucido, sive medio in aliud refringantur, sive de via defleantur. Majorem vero, vel minorem refrangibilitatem* adpellavit *dispositionem eam, qua apti sunt, ut in paribus incidentiis super unum idemque medium magis minusque de via detorqueantur*. Denique pro ut radii hanc potius, quam illam dispositionem sortiuntur, minus, vel magis refrangibiles vocavit.

475. Compertum est etiam à *Newtono* hanc inaequalem radiorum luminis refrangibilitatem in iisdem prorsus circumstantiis numquam à colorum diversitate esse sejunctam. Observabat enim radios, qui unius ejusdemque coloris sensum immitterent, eundem refrangibilitatis gradum in paribus circumstantiis sortiri; at vero radios, qui diversorum colorum sensus immitterent, alios, atque alios refrangibilitatis gradus in iisdem circumstantiis sortiri: ex quo intellexit eos radios non esse aque refrangibiles, qui diversorum colorum sensationes excitarent.

476. Hæc

476. Hæc autem cognovit primum *Newtonus* captis duobus experimentis, quorum *primum* fuit hujusmodi. Chartam accepit nigram, oblongam, rigidam lateribus inter se parallelis definitam, eamque, linea transversa ad perpendicularum ab uno latere ad alterum ducta, mediam in duas æquales partes dispartivit. Harum partium alteram colore rubro infecit, alteram cæruleo, sive indico ad violaceum accedente; colores autem largi erant, ac saturi, atque insuper crasse illiti, ut phenomenon evidentius, notabiliusq; exhiberetur. Hujusmodi chartam coloribus ita discretam per prisma vitreum inspexit, cujus angulus refringens erat circiter gradum 60, observavitque, quod si angulus refringens sursum spectaret; (qua in positione ostensum est Capite superiori objecta propter refractiones nonnihil altiora contueri) pars illa, quæ erat colore cæruleo infecta, altius videretur refringendo attolli, quam illa, quæ erat rubra. Contra autem si prismatis angulus refringens deorsum spectaret; (quo in situ ostensum est eodem Capite superiori objecta propter refractionem humiliora videri) pars illa, quæ cæruleo colore maculata erat, aliquanto inferius demitti videretur, quam rubra. Quamobrem in utroque horum casuum *id luminis, quod à cærulea charta parte per prisma ad oculum fuebatur majorem in iisdem circumstantiis refractionem patiebatur, quam id quod fuebatur à parte rubra; & consequenter magis refrangibile erat.*

477. Alterum *Newtoni* experimentum erat hujusmodi: chartam coloribus rubro, cæruleoq; infectam supra memoratam, atque tenui serico nigerrimo filo sæpius circumvolutam ad parietem admovit, situque ad horizontem perpendiculari ita collocavit, ut colorum alter ad dextram esset positus, alter ad sinistram. Tum ante chartam in colorum confiniis ab inferiori parte, & parvo admodum interjecto intervallo candelam adposuit, quæ lumen quam clarissimum chartæ affunderet; noctu enim capiebatur experimentum. Deinde ex adverso chartæ, sex ferme pedum intervallo, erexit super tabulatum lentem vitream, quæ radios è diversis char-

tæ partibus fluentes colligeret, eosque radios ita collectos excepit charta alba citra lentem collocata, ut ibi chartæ coloratæ imaginem contempleretur: eodem prorsus modo, quo lens ad fenestræ foramen adposita corporum foris objectorum imagines in cubiculo tenebricoso chartæ albæ plagula exceptas depingit.

478. Chartam autem istam albam ultro, citroque modo lentem versus, modo à lente movebat, ut quibus in locis rubrarum, cærulearumque chartæ coloratæ partium imagines distinctissimæ exhiberentur, inveniret. Ea loca facile dignoscebat ex imaginibus linearum nigrarum, quæ erant ipsa fila serica chartam coloratam complectentia; etenim imagines subtilium istarum, tenuissimarumque linearum sericarum confusæ erant, & vix discerni poterant, nisi quo tempore colores ex utraque parte cuiusque lineæ terminis maxime distinctis definiebantur. Contemplatus igitur qua potuit majori diligentia quibus in locis rubrarum, cærulearumque chartæ coloratæ partium imagines distinctissimæ adpaterent, deprehendit quo loco rubra chartæ pars videbatur distincta, eodem loci partem cæruleam semper confusam videri, adeo ut lineæ nigræ ei inductæ vix potuerint discerni. E contrario autem, quo in loco cærulea chartæ pars maxime distincta videbatur, eo in loco partem rubram semper videri confusam, adeo ut lineæ nigræ ei inductæ vix discerni potuerint; locum autem chartæ albæ, quo loco pars rubra adparebat distinctissima, remotiorem esse à lente, quam locum ubi pars cærulea videbatur distinctissima. Quum itaque utriusque luminis rubri scilicet, & cærulei incidentia in lentem plane eadem fuerit, & tamen lumen cæruleum proprius lentem colligeretur, lumen vero rubrum longius à lente; sequitur *non omnes radios in iisdem circumstantiis esse æque refrangibiles, sed maiorem refrangibilitatis gradum sortiri radios cæruleos, minorem vero radios rubros.*

479. Neque vero solum lumen candelæ reflexum à superficiebus corporum coloratorum, sed & ipsum quoque lumen solare compositum esse ex radiis diverserefrang.

frangibilibus deprehendit; id quod probationibus ab experimentis etiam desumptis adstruere conatus est. Experimenta autem quum per prisma vitreum ut plurimum caperet, haud quidem temere illud solaribus radiis objiciebat, sed in eo apte, riteque collocando totus erat. Primum enim sic prisma solaribus radiis per parvum rotundum foramen in cubiculum tenebricosissimum immixtis objiciebat, ut prismatis axis incidentes radios perpendiculariter exciperet. Tum, prismate circa axem suum lente rotato, notabat diligentissime situm, quo in situ lumen Solis refractum altissimum esset. Videbat enim refractam Solis imaginem in pariete depictam per prismatis circa axem suum conversionem moveri, & primo altius, atque altius ferri, tum vero consistere tantisper, ac morari, denique deprimi, atque descendere. Ergo in capiendis experimentis semper prisma in hujusmodi situ sisti jubebat, in quo nempe lumen Solis refractum & altissimum esset, & stationarium; in tali quippe positione futurum ait, ut *refractiones in utroque anguli refringentis latere, hoc est ad ingressum, & egressum luminis, aequales essent inter se*. Hic ego subsisto, triaque quaerenda cenleo. *Primum* descensus imaginis, atque adscensus unde proficiscatur. *Secundum* unde fiat, ut lumen Solis refractum certum adscendendo limitem superare non possit, quo in limite stationarium tantisper evadat; deinde vero regrediatur. Et *tertium* quid causae sit, quod quando lumen Solis, & stationarium est, & altissimum, eo tempore refractiones luminis in duobus anguli refringentis lateribus pares sint inter se.

480. His tribus quaestionibus ut satisfaciam, non radios ex toto Solis corpore fluentes considerabo, sed unicum illum radium animo mihi proponam, qui ex centro Solis egressus ad centrum imaginis tendit; ceteri enim hujus radii, qui praecipuus est, legem sectari debent. Manifestum autem est hunc Solis radium binas refractiones in duobus prismatis ACB (*Fig. 71.*) lateribus AC, BC passum eo altiore locum in adverso pagiete sibi comparaturum, quo major fuerit summa duarum

rum refractionum, quas patitur unam dum incidit in vitrum in puncto E, alteram dum emergit è vitro in puncto H; altissimum vero locum non alio tempore ab isto Solis radio sortitum iri, nisi quum prædictarum refractionum summa maxima sit. Unde causa dari potest adscensus, descensus, & stationis imaginis; pro ut enim summa illa refractionum incrementum suscipit, vel decrementum imago adscendit, vel descendit; quum vero maxima evasit, eo tempore imago consistat oportet, atque moretur. Manifestum est præterea, refractiones quæ sunt in utroque latere AC, BC anguli refringentis ACB non esse æquales inter se, nisi quum radius Solis EH semel refractus æque inclinatur ad latera prismatis refringentia, sive etiam quum triangulum ECH ex duobus anguli refringentis lateribus, & radio semel refracto confectum isosceles est. Quapropter satisfieri poterit tertix quæstioni, si quidem demonstretur summam duarum refractionum tunc maximam esse, quum ipse radius semel refractus æque est inclinatus ad latera prismatis refringentia.

481. Hujus Theorematis demonstrationem brevitatatis ergo prætermitto, eo magis, quod ad alia mihi properandum est: tantum principia hic subjungam, quæ ad demonstrationem illam concinnandam conducunt. Ea duo sunt, quorum alterum geometricum est, alterum dioptricum, sed quod ex geometrico illo luculentissime consequitur. Geometricum ita se habet. *Si fuerint quatuor anguli, quorum sinus datam habeant rationem ad sinus quatuor aliorum angulorum, sintque priores anguli posterioribus majores singuli singulis; differentia angulorum erunt hujusmodi, ut maxima, & minime simul sumpta cæteris duabus semper sint minores.* Dioptricum vero, quod ex geometrico modo exposito profuit, tale est: *Si duo radii ex eadem plaga venientes, & utcumque inclinati inter se incidant in punctum aliquod superficiei media densitatis diversæ dirimentis; ipsorum inclinatio eo minor post refractionem erit, quo obliquius inciderint in superficiem refringentem; ex quo consequitur maximam fore inclinationem illam, quum*
alter

alter radiorum quasi normaliter, minimam vero, quum alter radiorum obliquissime incidit in superficiem mediorum refringentem, sive quum ipsam superficiem radit, atque stringit.

482. Prismate in ea, quam demonstravimus, positione collocato, excipiebat *Newtonus* lumen Solis refractum chartæ albæ plagula ad perpendicularum radiis objecta, comperiebatque imaginem, quæ directo luminis radio, nullo interpolito prismate, rotunda fuisset, oblongam esse in PT (*Fig. 72.*), non tamen ovalem, sed duabus rectis inter se parallelis ab lateribus, & duobus semicirculis ab extremitatibus terminatam. Præterea comperiebat latitudinem imaginis Solis diametro accuratissime respondere: quippe imago octodecim pedum cum dimidio à prismate distabat; quo quidem intervallo interjecto prædicta imaginis latitudo subtendebat angulum ad prisma circiter dimidii gradus, qui est Solis adparens diameter. At longitudinem imaginis dimetiens, eam latitudine quinquies circiter majorem esse reperiēbat: quum tamen ex legibus *Opticæ* vulgo receptis longitudo latitudini æqualis esse debuisset. Quum enim prisma in ea positione constitutum esset, ut radii in ingressu, atque in egressu eandem refractionis quantitatem subirent, profecto radii YKHP, & XLIT, quorum radiorum prior ab inferiori parte Solis ad superiorem partem imaginis post refractiones in punctis K, & H, posterior autem à superiori parte Solis ad inferiorem imaginis partem post refractiones in punctis L, & I tendebat, eandem inter se post, ac ante quam refracti fuerant inclinationem habere debebant; refractiones enim in punctis K, & H æquales fere erant refractionibus in punctis L, & I, singulæ singulis. Itaque longitudo imaginis FT subtendere debebat angulum ad prisma, qui esset dimidii gradus, quæ quidem longitudo & æqualis ipsi latitudini, & consequenter imago plane rotunda futura erat. Quum igitur è contrario experientia evincatur, imaginem istam non rotundam esse, sed latitudinem ipsius circiter quinque partibus longitudine superari, omnino radii, qui majori refractione ad superiorem ima-

imaginis extremitatem P mittuntur magis quam ij, qui ad inferius ejusdem extremum T progrediuntur refrangibiles sint necesse est.

483. Hujusmodi imago oblonga coloribus hoc ordine dispositis distincta est; infima ejus pars T rubra adparet; superior P violacea; partes autem intermediae sunt ordine flavæ, virides, & cæruleæ: Ex quo sequitur lumen rubrum humillimo loco constitutum minime omnium esse refrangibile, lumen vero violaceum, quod supremam imaginis partem occupat esse maxime refrangibile; intermedia vero lumina flavum, viride, & cæruleum intermedios refrangibilitatis gradus sortiri. Sed colligitur etiam lumen Solis directum non esse homogeneum, sed potius heterogeneum compositum ex radiis tum diversorum calorum, quum diversarum refrangibilitatum; qui quidem radii coloribus imbuti quamquam ad quinque vel forte septem genera revocari posse videantur violaceum, indicum, cæruleum, viride, flavum, aureum, & rubeum, tamen credibile est innumera alia intermedia colorum genera occurrere per differentias quam minimas ab extremitate superiori P ad inferiorem T pergentia, & serie continua in se invicem perpetuo desinentia: adeo ut totidem sint colores, quot sunt radiorum refrangibilitate inter se differentium genera.

484. Illud hic notandum est *primo*, quod si refracta Solis imago PT iterum secundo prismate procul à primo in situ transverso constituto refrangatur in latus; qui radii in primo prismate plus quam reliqui refringebantur, hoc est violacei, & cærulei, iidem in secundo, deinde vero in tertio, quartoque prismate plus refringantur; qui vero radii in primo prismate minus quam reliqui refringebantur, hoc est rubei, flavique, iidem in secundo, tertio, quartoque prismate minus etiam refringantur; adeo ut merito illi adpellari possint *magis refrangibiles*, hi vero *minus refrangibiles*. Adnotandum est *præterea* colores imaginis refractæ non posse per refractiones mutari; nam color rubeus homogeneus post quemvis refractionum numerum manet semper rubeus; idem.

Idemque accidit reliquis coloribus flavo, viridi, cæruleo, & violaceo. Adnotandum est *denique* colores istos ut nulla refractione, sic nulla etiam reflexione immutari posse: etenim corpora omnia, quæ sunt natura colore albo, cinereo, rubro, flavo, viridi, cæruleo, aut violaceo; ut charta, cineres, minium, auripigmentum, indicum, cæruleum montanum, aurum, argentum, cuprum, herba, cyanus, viola, plumæ pavoniæ, & similia: ea in lumine rubro homogeneo posita, plane rubra videntur; in lumine cæruleo plane cæruleæ; in lumine viridi, plane viridia; & generaliter quicumque sit color luminis homogenei in quo hujusmodi corpora collocata sunt, ea istum colorem semper exhibebunt, cum hoc tantum discrimine, quod illorum alia lumen istud fortius reflectant, alia languidius: Neque ullum corpus invenietur, quod luminis homogenei colorem reflectendo, immutare possit.

485. Quemadmodum autem radii lumen solare componentes refrangibilitate differunt inter se, ita differunt quoque *reflexibilitate*, ita ut qui radii magis refrangibiles sunt, iidem sint quoque magis reflexibiles. Sed id intelligendum est de ea reflexionis specie, quæ non fit ab impactu in partes solidas, sed potius ab activitate atmospheræ, quæque locum habet in transitu luminis de medio densiori in medium rarius. Rem *Newtonus* sic expertus est. Prisma, cujus bini anguli ad basim æquales inter se, semirectique essent, tertius autem rectus, collocavit in Solis luminis radio per fenestræ operculi foramen in cubiculum tenebricosum transmissio; effecitque ut is radius refractus primum in uno prismatis latere, deinde vero in basi ejusdem depingeret coloratam Solis imaginem: Tum converso lente circa axem suum prismate, curavit ut lumen Solis semel refractum occurreret prismatis basi cum ea obliquitate, quæ facit ut radii reflectantur potius, quam refrangantur. Quibus paratis observavit radios violaceos, & cæruleos, qui majori refractione afficiebantur citius, quam reliquos reflecti; hoc est minorem obliquitatem postulari in istis radiis, ad hoc ut reflecti possint, quam
in

in viridibus, flavis, aureis, aut rubeis, qui majori egebant obliquitate ad hoc ut reflecti possent: ex quo intellexit radios, qui sunt magis refrangibiles, esse quoque magis reflexibiles; radios vero, qui sunt minus refrangibiles esse pariter minus reflexibiles.

486. Superest ut de luminis solaris compositione breviter hic differamus. Ex iis, quæ hætenus dicta sunt, satis adparet, luminis solaris alborem compositum esse ex primariis omnibus coloribus apta proportionem inter se commixtis; qui quidem colores idcirco segregantur in refracta Solis imagine ope prismatis comparata, quod ij non eandem subeunt refractionis quantitatem, sed alii magis refranguntur, alii minus, adeoque pro suo refrangibilitatis gradu certum in imagine locum sibi vindicant separatim à cæteris, conspicuique evadunt. Sed idem adparet etiam ex eo, quod universi radii colorati, vel lente utrinque convexa, vel speculo concavo in unum coacti albiditatem efficiunt; post decussationem vero rursus separati suum quisque colorem exhibet. Nam quemadmodum lumen solare, antequam partes ejus refractione separatae essent, album erat, ita remixtis istis partibus iterum fit album; & radii colorati, ubi coeunt, non se invicem destrunt, sed miscentur tantum; quemadmodum pulvis rubeus, flavus, viridis, cæruleus, & violaceus æqua portione mixti subalbificant omnes, quamquam singuli proprium colorem retineant. Et quoniam radii, postquam coierunt in unum, divergunt deinde, & decussantur, necesse est ut ij pristinum suum colorem demonstrent.

487. Erunt fortasse, qui quærant, unde accidat, ut colores omnes primarii, & homogenei inter se permixti albedinis sensum excitent. Id oritur à varietate impressionum, quas singula radiorum genera in sensorio faciunt. Nam si radii rubei soli, vel flavi, vel violacei agant in sensorium, utique coloris vel rubei, vel flavi, vel violacei sensatio suborietur; at vero si eodem tempore simul agant radii rubei, flavique, suborietur tum sensatio coloris, qui proprie neque rubeus erit, neque flavus; sed tamen, qui trahet ad utrumque. Idem accidit, si
duo

duo quivis alii, vel tres colores, vel quatuor agant simul in sensorium; semper enim orietur novi coloris sensatio. Itaque si omnes radii colorati simul impressionem faciant in sensorio, utique necesse erit, ut suborietur sensatio coloris, qui quidem distinctus sit à coloribus omnibus in Solis refracta imagine depictis; adeo ut mirum esse non debet, si ex omnibus coloribus permixtis albedo suborietur.

488. Comprobari id potest sequenti luculentissimo experimento. Lumen Solis per prisma satis amplum transmissum fac ut incidat deinde in pectinem proxime post prisma collocatum. Pectinis dentium intervalla aliquanto lactora esse debent, ut scilicet lumen coloratum transire per ea possit, ac tendere ad chartam albam ultra pectinem collocatam. Et jam si charta modico intervallo distet à pectine, videbis lumen per intervalla dentium transmissum totidem fascias colorum parallelas inter se, atque contiguas, neque quidquam alboris sibi admixtum habentes in charta depictas exhibere: quæ quidem colorum fasciæ, si pecten ultro, citroque in transversum moveatur, ascendere vicissim atque descendere videbuntur. Sed ad id necesse est pectinis motum esse lentissimum; si enim adeo celer sit, ut colores distincte cerni amplius, atque internosci non possint, jam confuso inter se, atque permixto in unum colorum omnium sensu, charta tota alba adparebit.

489. Jam quidem luminis hujusce, quod ex colorum omnium permixtione album hoc modo videtur nulla revera pars est alba; nam quædam fasciæ sunt rubræ, aliæ flavæ, aliæ virides, aliæ cæruleæ, aliæ purpureæ; quæ quando sui impressiones in sensorio adeo lente faciunt, ut singulæ distincte percipi possint, utique colorum singulorum sibi invicem ordine perpetuo succedentium distinctus sensus excitabitur. Sin autem hæ impressiones tanta celeritate se invicem consequuntur, ut singulæ distincte percipi non possint, jam ab universis unus communis omnium excitabitur sensus, qui neque erit unius dumtaxat coloris, neque alterius

rius cujuscvis, sed ex æquo omnium; isque est sensus, qui vocatur albedinis.

490. Intelligere id licet exemplo carbonis candentis, qui si sæpius in circulum summa cū celeritate circumagatur continens, perpetuusque circulus igneus conspicietur. Cujus quidem rei causa hæc est; quod sensus, quem carbo, dum est in diversis partibus istius circuli excitat, manet in sensorio impressus, usque donec carbo sit eodem loci iterum reversus. Consimili itaque ratione quum colores se invicem summa celeritate consequuntur, utique sensus uniuscujusque coloris in sensorio usque eo impressus manet, donec coloris omnes ordine transferint, isque primus color iterum revertatur. Itaque colorum omnium invicem succedentium impressiones simul sunt in sensorio, & conjunctim unum communem omnium sensum excitant. Adeoque ex hoc experimento non modo liquet ex commixtis colorum omnium impressionibus excitari in nobis sensum albitudinis; verum *ipsam albitudinem compositam esse ex coloribus universis commixtis inter se.*

CAPUT SEPTIMUM.

De Coloribus generatim. Tum de corporibus coloratis, diaphanis, & opacis.

491. **D**Emonstratum est Capite superiori, lumen solare album compositum esse ex innumeris diversorum generum radiis, ut coloribus, ita refrangibilitate, atque reflexibilitate differentibus inter se: exque his radiis violaceos omnium maxime esse refrangibiles, rubeos vero esse omnium minime refrangibiles. Id postulat ut radios lucis distinguamus in *homogeneos*, & *heterogeneos*. Heterogenei radii sunt, qui & colore, & refrangibilitatis, reflexibilitatisque gradu differunt inter se. Homogenei vero adpellantur radii illi, qui ejusdem coloris sensum excitant, adeoque eundem habent gra-

gradum refrangibilitatis, atque reflexibilitatis: quorum radiorum alii rubei sunt, alii aurei, alii flavi, alii virides, alii cærulei, alii indici, alii denique violacei. Ubi notandum est, me colorem radiis minime affingere, quum dico radios rubeos esse, vel aureos, vel flavos, vel virides, vel cæruleos, vel indicos, vel violaceos. Scio enim radios revera coloratos non esse, sed tantum potentias quasdam, sive dispositiones habere, quibus ita comparati sunt, ut sensum hujus, vel illius coloris excitent in nobis. Nam quemadmodum sonus in campana, aut chorda musica, aut quovis corpore sonante nihil aliud est, nisi motus quidam tremulus, & in aere nihil aliud, nisi motus iste à corpore sonante propagatus, in sensorio autem sensus motus istius sub forma soni; sic colores in rebus quidem objectis nihil aliud sunt, nisi dispositio, qua illæ hoc, vel illud genus radiorum copiosius, quam cæteros reflectunt; & in radiis nihil aliud, nisi dispositio, qua illi hunc, vel illum motum ad sensorium transmittunt, in sensorio autem sensus motuum istorum sub forma colorum.

492. Quum autem radii solares, pro colorum diversitate, diversos habeant gradus refrangibilitatis, necesse quidem est, ut lumen solare album, quando refrangitur, coloribus distinctum adpareat; qui quidem colores non oriuntur ex novis modificationibus luminis refractione comparatis, quemadmodum docuit *Cartesius*, sed potius sunt ipsi solari lumini congeniti; adeoque erant in eo antequam refrangeretur: permixti autem, consulesque inter se colorem album constituebant. Sed necesse est quoque, ut idem lumen solare album, quando certa quadam obliquitate, transeundo de densiori medio in rarius, reflectitur, colores varios induat; etenim non omnes radii solares sunt æque reflexibiles, sed quidam majorem postulant obliquitatem ad hoc ut reflecti possint, quidam alii minorem, quemadmodum superiori Capite demonstratum est. Ex quibus repetenda est vera causa, atque origo colorum, qui adparent tum in Solis imagine refracta per prisma vitreum comparata, quum in bullis, quibus, aqua sapone incrassata, pueri ludere solent. Colorum,

lorum, qui in iride conspiciuntur, eadem procul dubio est origo, ut fufius *Libro III.* demonftrabitur; radii enim folares reflectuntur, atque refranguntur in guttis aqueis roridam nubem componentibus. At vero quum Cometarum caudæ numquam coloribus fint variegatæ, adparet quam falla fit opinio eorum, quibus perfuafum eft, Cometarum caudas oriri à refractione lucis in progreflu ipsius à Cometæ capite ad Tellurem.

493. Quærentibus autem unde accidat, ut corpora quævis naturalia confpecta per prisma vitreum varios colores oftendant, quamquam ea fint rubea tantum, vel flava tantum, vel violacea tantum, respondendum eft lumen ex corporibus naturalibus reflexum heterogeneousum effe, non homogeneousum, atque in eo lumine etfi longe major fit copia radiorum ejufdem coloris cum ipsis corporibus, attamen admixti fint nonnulli alii radii colorati, qui ob inæquales refrangibilitatis gradus segregati in tranfitu per prisma vitreum, colores fuos oculo demonftrant. Præterea quærentibus unde fiat, ut radii folares congregati in tranfitu per lentem aliquam gibbam colores nonnullos in foco oftendant, præcipue vero rubeum, & violaceum, respondendum eft id oriri ex inæquali radiorum refrangibilitate. Etenim quum in iifdem circumftantiis magis refrangantur radii violacei, quam rubei, neceffe eft violaceos prius convergere, deinde vero rubeos; adeoque in charta nonnihil citra focum collocata adparere debet circulus violaceus candorem lucis circumcirca completens; in charta vero nonnihil ultra focum collocata adparere debet circulus rubeus eundem lucis candorem circumcirca completens.

494. Ex proprietatibus luminis modo expofitis explicare poffumus colorum in corporibus naturalibus permanentium rationem. Et primo quidem fi corpora ejus fint constitutionis, ut parata fint omnia radiorum genera ex æquo reflectere, ea alba fint oportet; albedo enim componitur ex omnibus radiis coloratis fimul commixtis. Contra quum nigror albori contrarius fit, existimandum eft corpora nigra nullos, aut pene nullos,
omni-

omnino radios reflectere; ideoque ut corpus sit nigrum, necesse est lumen ab eo exceptum vel in totum, vel magna ex parte extinguere intra ipsius corporis poros. Quorum quidem veritas confirmari potest ex eo, quod radii Solis lentis gibbæ transmissu coacti corpora nigra facillime incendunt, alba autem ægerime comburant, quamquam & hæc, & illa flammam facillime concipiant. Quum enim corpus album radios pene omnes reflectat, ab iis parum concutitur; nigrum vero quum radios suffocet, atque extinguat, primum quidem incalcescet, deinde vero convertetur in ignem. Præterea quum experientia conitet corpora alba visum fatigare, nigra vero reficere, inde quoque manifestum est, quamplurimos radios ex corporibus albis in oculos advenire, ex nigris vero aut nullos, aut paucos; sic enim visui nullum incommodum adfertur.

495. Colores reliqui in corporibus naturalibus oriuntur ex eo, quod ex ipsorum superficiebus certa radiorum genera reflectuntur reliquis omnibus copiosius, & ab aliis alia. Veluti *minium* reflectit radios rubros copiosissime, cæteros radios minus copiose, atque inde rubrum videtur. *Viola* vero reflectunt radios violaceos copiosissime, cæteros autem minus copiose, indeque trahunt illum colorem. Et generaliter omne corpus reflectit radios, qui sunt suo ipsius colore copiosius, quam reliquos, & colorem suum inde ducit, quod isti in reflexo lumine prævaleant, ac dominantur.

496. Etenim si in luminibus homogeneis collocentur corpora diversorum colorum, ea in eo lumine, quod sit suo ipsorum colore, clarissima, & luminosissima semper videbuntur. *Cinnabaris* e.g. in lumine rubro homogeneo maxime resplendet; in viridi manifesto fit minus splendens; in cæruleo etiam adhuc minus. *Indicum* in lumine violaceo-cæruleo fulgentissimum est; fulgor autem iste pro ut id inde pedetentim per lumen viride, & flavum transvehitur ad rubrum, minuit se paulatim. Præterea color luminis homogenei non potest corporum naturalium reflexione ullo modo immutari, id quod supra quoque adnotatum est. Quod si corpora

V. 2

natu-

naturalia nequeunt reflexione sua colorem ullius generis radiorum omnino immutare, utique ea corpora non poterunt alia de causa adparere colorata, quam quia radios illos reflectant, qui vel natura eo sunt colore, quem ipsa exhibent, vel qui aliqua sui permixtione eum conficere debeant.

497. Hæc de coloribus satis. Illud hic tantum prætereundum non est, colores vulgo distribui in *veros*, quales in aulæis insunt, & *falsos*, quales prismate vitreo exhibentur, qualesque adparent in Iride. Mihi hæc diviso nullo fundamento inniti videtur, quando hi quidem æque veri sunt, atque illi; idem enim lumen, quod causa est colorum in aulæis, est origo colorum in prismate. Neque quidquam verius illi, qui quum omnes colores æque veros esse fateantur, tamen eos in *fixos*, & *fugitivos* distribuunt, *fixos* adpellantes colores, quos alii *veros* dixerunt, *fugitivos* vero, quos *falsos*. Nam si prisma semper ad oculum adplicatum fuerit, semper quoque adparebunt colores; adeoque hi æque fixi erunt, atque colores aulæorum.

498. Superest, ut in quo consistat opacitas, aut pelluciditas corporum hic demonstramus. *Aristoteles*, & post eum *Cartesius*, omnesque pene Physici corporis pellucidi formam positam esse contendunt in *meatibus rectis*, seu potius *undique transversariis*, & *perviis*; formam vero corporis opaci in eo sitam esse arbitrantur, quod vicissim *omnes ejus meatus recti non sint*, aut *saltem non plane*, & *undique pervii*. Aliter visum est *Peraultio*, qui incredibile existimans vitrum, crystallum, aquam, reliquaque corpora pellucida ita multis meatibus transversariis, & undique perviis patere, illam hypothese[m] proposuit circa pelluciditatem corporum. Arbitratus autem est ea corpora esse translucida, quorum partes consimiles sunt, itaque inter se conjunctæ, ut tremulus materiæ æthereæ motus, in quo lumen consistere contendit, cum illis communicari, perque eas propagari possit.

499. Sed nos hac in re *Newtono* subscribimus, qui interruptionem partium causam esse præcipuam, quam-

obrem

obrem corpora nonnulla sint opaca sibi in animum induxit. Quum enim omnia corpora porosa sint, partesque eorum sint idcirco interruptæ, si quidem pori materia aliqua repleti sint, quæ partibus ipsis vel par sit, vel fere par densitate, ea erunt pellucida; quod si autem pori aut omnino vacui sint, aut potius repleti sint mediis, quæ longissime ab iisdem partibus densitate differunt, ea erunt opaca. Quod ut rectius intelligatur memoria recolendum est, nullum dari corpus, cujus partes minimæ non sint pellucidæ: nam si in cubiculo obscurò, in quo lumen solare per foramen intrat, rite obtegatur foramen lamina aliqua tenui corporis opaci, per hanc lumen aut transibit, aut saltem non omne interceptum; quod quidem non contingeret, nisi lamina illa tenuis translucida esset. Jam vero quum partes istæ translucidæ, ex quibus corpus coalescit, inter se conjunctæ poros relinquant, liquidem pori isti vel vacui sint, vel repleti sint medio densitate ab ipsis particulis differente, lumen dum transit per hujusmodi corpus, singulis ut ita dicam momentis incidet in superficiem media densitatis diversæ separantem; itaque aut reflectetur aut refrangetur; hæ autem innumeræ reflexiones, atque refractiones, in causa erunt ut lumen ad oppositam corporis superficiem minime perveniat. Oritur ergo opacitas corporum à poris, sive potius ab interruptione partium pellucidarum. Cui consequens est, quod si pori repleantur medio ejusdem densitatis cum ipsis corporis particulis, ipsum corpus ex opaco translucidum, vel etiam ex minus translucido magis translucidum evadet.

500. Hanc de opacitate atque pelluciditate doctrinam sequentia experimenta confirmant. *Primo* charta, si aqua, vel oleo madefiat, fit magis translucida: aqua enim, vel oleum implet poros, in quibus aer prius hospitabatur; constat autem ea accedere densitatibus suis, magis quam aerem, ad densitatem chartæ. *Secundo* si plures laminæ vitreæ simul conjungantur, æ erunt minus translucidæ, quam frustum vitri ejusdem crassitie, ac omnes laminæ simul; id quod aeri inter laminas

interjecto tribuendum est. *Tertio* si fuerint duodecim laminæ vitreæ, quantum fieri potest ejusdem crassitie; sex autem conjunctæ sint inter se, sexque aliæ pariter inter se conjunctæ sint: si quidem alteræ sex aquæ immergantur, eæ pelluciditate alteras vincent, quia aqua, quæ in hoc casu interstitia laminarum replet, densitate minus differt à vitro, quam aer. Contra corpora perfectè pellucida sola partium separatione fiunt opaca. Nam liquidum quodvis perfectè pellucidum si ita agitetur, ut spumas agat, statim opacum evadet propter interstitia aere repleta. Præterea resina terebinthina, & aqua quamquam sint corpora translucida, tamen commixta inter se corpus formant opacum. Ad hæc aqua & oleum, licet separata sint translucida, tamen commixta evadunt opaca. Idem accidit nubibus, quas ex aqua, & aere confari constat; quamquam enim aqua, & aer seorsim pellucida sint, tamen commixta in nubibus sunt opaca. Denique vitrum quantumvis translucidum, si redigatur in pulverem, vel etiam si rimas agat opacum evadit; utroque enim casu inter ejus particulas aer se se insinuat, qui pelluciditatem vitro aufert.

CAPUT OCTAVUM.

De Sono: ubi iterum de lumine, sed cum sono comparato.

501. **A**D soni naturam investigandam duo præcipue expendenda esse videntur. *Primum* quid accadat corpori sonoro, dum sonus editur. *Alterum* quale sit vehiculum soni, sive etiam quale sit medium, per quod sonus à corpore sonoro ad aures nostras deferatur. Ut ab eo, quod accidit corporibus sonoris ordiamur, notum est chordas musicas vehementer tensas, si digitis comprehensæ subito demittuntur, sonitum edere. Jam hujusmodi chordæ non modo cientur motu oscillatorio, eundo scilicet, atque redeundo ad instar pendulorum, sed præterea omnes earum partes agitantur
motu

motu sibi proprio, quo ad se modo accedunt, modo vero recedunt. Nam quo magis chorda discedit à sua re-
 ctitudine, eo gracilior fit; id quod nequaquam fieret, nisi
 partes ipsius recederent à se mutuo. Contra quo magis
 chorda ad reëctitudinem se componit, eo densior, sive
 crassior evadit; id quod fieri nequit, nisi ejus partes ad
 se mutuo accedant. Quocirca in chordis sonoris per-
 cussis duplex motus considerandus est, quorum primus
oscillatorius adpellari potest, isque est totius chordæ
 euntis, atque redeuntis; alter motus *tremulus* dici me-
 retur, isque ad singulas chordæ partes proprie pertinet.
 Patet autem tremorem eo esse majorem, quo motus
 chordarum oscillatorius est vehementior; usque adeo,
 ut tremor ille remittatur, pro ut remittitur motus oscil-
 latorius chordarum.

§ 502. Neque vero in chordis tantum, verum etiam
 in omnibus corporibus sonoris hujusmodi binos motus
 licet animadvertere; quorum motuum causa alia, atque
 alia est pro corporum sonorum diversitate. Chordarum
 Fidis tremor oritur à plestri asperitate. Plestrum enim,
 cum quo chordæ percutiuntur picis, vel resinæ confric-
 catione fit ad instar serræ denticulatum. Tremor cam-
 panæ proficiscitur ab ictu clavæ, sive mallei: nam cam-
 pana post percussione clavæ è rotunda statim fieri de-
 bet ovata, extendendo se tum versus partem eam, ubi
 percussa est, quum versus partem oppositam; deinde ex
 quum magna elasticitatis vi donetur, profecto necesse
 est, partes illas, quæ à centro maxime discesserunt, eo
 rursus accedere, & quidem propius aliquanto, quam
 prius, ad instar pendulorum: ita quæ longioris in figu-
 ra ovata campanæ diametri puncta extrema fuerunt,
 fiunt extrema brevioris: eoque pacto campanæ ambitus
 alternis figuram suam circulem mutabit in ovatam,
 nunc extendendo se secundum diametrum unam, nunc
 vero extendendo se secundum diametrum, quæ fit ad
 illam perpendicularis. Ex hac autem figuræ alterna
 mutatione, quæ species est oscillationis, tremor in par-
 tibus campanæ subsequatur necesse est. Tremorem
 istum in particulis campanæ facile quis animadvertet,

V 4

modo

modo manum ad campanam ita oscillantem admoveat; consimili enim tremore, sive potius quodam quasi torpore manum adfectam esse sentiet.

503. Quæ quum ita sint, dicendum est sonum chordarum, cæterorumque corporum sonorum haud quidem oriri ab earum motu oscillatorio, ut nonnulli falso arbitrantur, sed potius à tremulo partium motu. Præterea existimandum est nullum, aut omnino insensibilem sonum edi tunc, quum particularum tremor exiguus est; at vero pro ut tremor ille intensior est, vel remissior, majorem, vel minorem sonum procreari: quæ omnia ne temere hic dixisse videamur, conabimur plurimarum observationum auctoritate adstruere, atque extra omnem dubii aleam ponere.

504. *Primo* itaque constat, chorda clavicymbali percussa, sonum edi; eum autem paulatim ita languescere, ut tandem penitus extinguatur: quamquam extincto sono supersit adhuc tum motus chordæ oscillatorius, quum aliquis tremor in partibus ipsius; ex quo infertur sonum neque ex chordæ oscillationibus, neque ex quali quali partium ipsius tremore proficisci. Constat præterea sonum de integro excitari, si durante adhuc chordæ motu oscillatorio ita prope ipsam admoveatur corpus aliquod durum, ut chorda eundo, ac redeundo illud percutiat. Hunc sonum de integro excitatum frustra quis contendat adscribendum esse novis chordæ oscillationibus; tantum enim abest, ut oscillationes novæ subnascantur in chorda, ut potius priores ab occurso, & percussione corporis minuantur, atque languescant. Probabilius autem est sonum de integro excitatum proficisci à tremore partium chordæ, qui à percussione ejusdem corporis augeri aliquantulum potuit. Eadem prorsus phænomena contingunt in campana pulsata, cujus sonus extinguatur antequam oscillationes desinant: deinde vero denuo procreatur, si campana eundo, ac redeundo in aliquod obstaculum incurrat.

505. *Secundo* quum chorda violinae plestro stringitur sonus editur; amoto vero plestro, statim cessat sonus, quamquam vibrationes ipso oculorum testimoniò
mini-

minime desinant. *Tertio* si chorda, vel plectrum sebo pingui ita incrassetur, ut læve fiat, excitabuntur quidem oscillationes in chorda, quamquam nullus sonitus subsequatur: scilicet quia pleatro lævi facto, nullus, vel levis tremor chordæ particulis infertur. *Quarto* si campanæ pulsatae, vel chordæ percussæ admoveatur manus, aut lana, sonus statim cessabit, quamquam oscillationes non intermittant: credibile est autem tremulum motum particularum ex contactu languescere. *Denique* quum longior chorda percutitur, non unus sonus exauditur, sed plures, & quasi integer concentus, ut peritissimi musici testantur: id quod ex eo proficiscitur, quod oscillationum unus quidem est gradus, tremorum vero plures, pro ut nonnullæ partes citius, aliæ vero lentius eunt, redeuntque.

506. Quum autem sonus in corporibus sonoris nihil aliud sit, nisi tremulus partium motus, manifestum est non omnia corpora æque sonora esse posse, quum non omnium particulæ æque possint contremiscere. Sed manifestum est quoque, sonum in nonnullis corporibus serius, in aliis citius extinguere debere, pro ut scilicet tremulus partium motus serius perit, vel citius. Et quoniam eorum corporum particulæ possunt magis, atque diutius contremiscere, quæ elasticiora sunt, non mirum est si chordarum, si campanæ, si vitri sonus vehementior sit, atque diuturnior, ligni autem percussus sonus sit minus vehemens, minusque diuturnus. Adparet etiam quare plumbum, lutum & cætera hujusmodi corpora vim resiliendi longe exiguam habentia sonum aut nullum, aut admodum debilem reddant, quamquam graviter percutiantur.

507. In sono autem considerari solet *gravitas*, & *acuties*, unde *tonorum* consideratio profecta est. Toni enim omnes ad duas potissimum species referri solent, ad *graves* scilicet, & *acutos*. Graves tonos vocamus, qui *excitantur à chordis lente vibratis*; acutos vero dicimus, qui *à chordis cito vibratis* procreantur. Unde quemadmodum sonitus ex motu tumultu partium corporis elastici proficiscitur, ita sonus acutus, vel gravis
à ve-

à velocitate, vel tarditate oscillationum ejusdem corporis elastici pendere videtur; quæ res nos admonet, ut de oscillationibus chordarum sonorarum nonnulla hic breviter differamus.

508. Esto igitur chorda utcumque tensa AB, (Fig. 73.) quæ digitis in medio comprehensa ita inflectatur, ut situm ACB adquirat: non dubitandum est, quin ea, si statim demittatur, ad pristinam rectitudinis figuram propter elasticitatis vim redire adnitatur. Elasticitas autem, quum agat indelineriter in chordam ACB, usque donec ea ad pristinam rectitudinem se se componat, certum etiam est motum chordæ, sive etiam motum puncti C esse perpetuo acceleratum; singulis enim momentis novi velocitatis gradus, manentibus prioribus, accedunt ad chordam, dum ad pristinam figuram redire nititur. Ex quo sequitur punctum C, quum adsequutus est locum c, maximam velocitatem sibi comparavisse, cum qua velocitate perget porro ire, sed motu retardato, deinde redibit, variasque oscillationes exiguas peraget. Unde motus chordæ AB euntis, ac redeuntis resolvitur in motus binorum oppositorum pendulorum æqualium AC, BC, quorum unum oscillat circa punctum A, alterum oscillat circa punctum oppositum B. Et quoniam ostensum est *Sectione superiori*, oscillationes pendulorum brevissimas utcumque inæquales æquali tempore absolvi; etiam oscillationes brevissimæ chordæ AB licet inæquales æquali tempore peragantur necesse est.

509. Si qui sint, qui subtiliorem ejusdem rei demonstrationem requirant, ij animo reputare debent, vim illam elasticitatis, ob quam vim fit, ut chorda inflexa ad pristinum statum redire conetur, eo majorem esse, quo magis chorda ipsa inflectitur, sive quo major est sagitta Cc, quæ inflexionem designat. Itaque chorda eundo, ac redeundo haud quaquam usquebitur æquali vi elasticitatis in locis singulis, sed vires illæ crescent, vel decrescent in ratione sagittarum Cc, sive etiam in ratione distantiarum à situ ACB, in quo situ chorda, antequam inflecteretur, constituta erat. Atqui descensus atque

atque adicensus corporis per arcus cycloides, utcumque inæquales, idcirco æqualibus temporibus expediri supra demonstratum est, quia vis accelerans corpus in quovis loco est ut arcus cycloidis inter locum illum, & punctum imum interceptus, sive etiam est ut iter emetiendum: quare ob eandem causam necesse erit, ut oscillationes ejusdem chordæ, utcumque inæquales, eodem tempore peragantur.

§ 10. Quapropter motus chordarum vibratarum eodem modo se habebunt, ac motus pendulorum oscillantium per arcus cycloides, sive etiam, quod eodem redit, per arcus circulares brevissimos. Ad hos motus sequentia Theoremata pertinent: I Si duo pendula fuerint inæqualium longitudinum, urgeantur autem viribus absolutis æqualibus: quadrata temporum singularum oscillationum erunt ut eorum longitudines; sive etiam durationes singularum oscillationum erunt in subduplicata ratione longitudinum pendulorum. II Si duo pendula fuerint ejusdem longitudinis, urgentur autem viribus absolutis inæqualibus, quadrata temporum singularum oscillationum erunt reciproce ut vires, quibus urgentur; sive etiam durationes singularum oscillationum erunt reciproce in subduplicata ratione virium. III Si duo pendula fuerint inæqualium longitudinum, & præterea urgeantur viribus absolutis inæqualibus: durationes singularum oscillationum erunt in ratione composita ex subduplicata ratione longitudinum directe, & subduplicata ratione virium inverse.

§ 11. Ex his tribus Theorematis tertium consequitur ex primo, & secundo: primum ostensum est *superiori Sectione* eo loco, ubi de funipendulorum motu reciproco actum est: secundum vero Theorema ita ostendi potest. Sint duo corpora A, & B, quæ à vi aliqua immutabili, & constanti, ad instar vis gravitatis terrene indefinenter incitata, descendant deorsum. Manifestum est primo, si vires sint æquales *spatia percursa fore in duplicata ratione temporum*: id enim ostensum est supra de corporibus, quæ à vi gravitatis incitantur ad descendendum deorsum; adeoque idem locum habere debet

bet in corporibus, quæ viribus majoribus, vel minoribus urgentur, dummodo vires ipsæ nullam mutationem deinceps subeant. Sed manifestum est præterea, si vires sint inæquales, *spatia eodem tempore descripta fore in ratione ipsarum virium*; nam diviso tempore in particulas æquales, & infinite parvas singula spatia his temporis particulis æqualibus peragrata erunt in ratione virium, adeoque componendo in eadem ratione erunt spatia tota. Quapropter si tum vires, quum tempora fuerint inæqualia, spatia descripta erunt conjunctim *ut vires, & quadrata temporum*. Ex quo deinde sequitur, si spatia percursa æqualia fuerint, *vires esse in duplicata temporum ratione reciproce; tempora vero esse in ratione subduplicata virium reciproce*.

§ 12. Pendeant modo corpora A, & B de filis æqualibus PA, QB, (Fig. 74.) eaque inæqualibus, uti dictum est, viribus incitata oscillent in arcus circulares brevissimos CD, *cd*; dico tempora singularum oscillationum esse in subduplicata ratione reciproca virium, quibus ipsa incitantur. Est enim tempus oscillationis minimæ circularis CD ad tempus casus per dimidiam penduli altitudinem EA in ea ratione, quam habet circuli circumferentia ad diametrum, quemadmodum *superiori Sectione* ostensum est. Præterea tempus casus ab altitudine EA vi, qua pendulum PA urgetur est ad tempus casus ab æquali altitudine *EB* vi, qua urgetur pendulum aliud QB in subduplicata ratione vis posterioris penduli ad vim prioris penduli, ut modo ostensum est. Denique tempus casus ab altitudine *EB* est ad tempus oscillationis minimæ circularis *cd* in ea ratione, quam habet diameter ad circumferentiam circuli; quare, conjunctis omnibus rationibus, erit tempus oscillationis minimæ CD ad tempus oscillationis alterius minimæ *cd* in ratione subduplicata reciproca vis penduli posterioris ad vim penduli prioris.

§ 13. Hæc Theoremata facile aptantur ad chordas sonoras oscillantes, modo prænoscantur tum vires, quibus viribus ipsæ ad oscillandum incitantur, quum longitudo ipsarum. Nam *primo* si vires elasticæ, quæ
chor-

chordas ad oscillandum incitant, æquales fuerint, *tempora oscillationum* ex Theoremate primo *erunt in subduplicata longitudinum* ratione. Secundo si longitudines fuerint æquales, vires vero inæquales, *tempora oscillationum* ex Theoremate secundo *erunt in subduplicata ratione inversa virium*. Denique si tum longitudines, quum vires fuerint inæquales, *tempora oscillationum* erunt ex tertio Theoremate *in ratione composita ex subduplicata ratione longitudinum directæ, & subduplicata ratione virium inverse*. Itaque eo res redit, ut ostendamus hic, qua ratione proportionibus virium indagari possint, quibus viribus chordæ ad oscillandum incitantur.

§ 14. In chordis oscillantibus quatuor occurrunt consideranda, scilicet *materia* ex qua elaboratæ sunt, *longitudo*, *crassities*, & *tensura*, sive major vis, vel minor, quæ adhibetur ad chordas tendendas. Primo enim, cæteris paribus, chordæ quæ ex materia magis elastica elaboratæ sunt majori vi ad oscillandum incitantur, minori vero, quæ ex materia minus elastica constant. Secundo, cæteris quoque paribus, majori vi ad oscillandum incitantur chordæ breviores, quam chordæ longiores. Tertio, cæteris etiam paribus, majori vi incitantur ad oscillandum chordæ minus crassæ, quam chordæ crassiores. Et denique si cætera paria sint, majori vi ad oscillandum incitantur chordæ magis tensæ, quam chordæ, quæ minus intenduntur. Quæ omnia fulius explicanda sunt. Adsumptis duabus chordis, siquidem eæ sint ejusdem longitudinis, ejusdem crassitiei, atque ejusdem tensuræ, vires, quibus ad oscillandum incitantur tunc æquales erunt, quum ambæ constant ex materia aqualiter elastica, sive etiam quando homogeneæ sunt; at vero vires erunt ut elasticitates ipsis chordis congenitæ, quando heterogeneæ sunt. Præterea si chordæ fuerint homogeneæ, ejusdem crassitiei, ejusdemque tensuræ, tunc ipsæ æqualibus viribus ad oscillandum incitabuntur, quando fuerint ejusdem longitudinis: si enim sint longitudinis diversæ, vires erunt in ratione ipsarum longitudinum inverse. Etenim quum vis chordarum elastica intendatur ex tensura, profecto necesse

cesse est, ut eadem vis tendens majorem effectum producat in chorda breviori, in qua adest minor copia materiæ, quam in longiori chorda homogenea, & ejusdem crassitie; eruntque effectus, sive vires acquisitæ in ratione ipsarum materiæ quantitatum inverse, sive etiam in ratione longitudinum inverse, quibus quantitates materiæ proportionales sunt.

§15. Et quoniam, quum longitudines chordarum æquales sunt, tempora oscillationum sunt in subduplicata ratione reciproca virium, quæ ipsas chordas ad oscillandum incitant: in primo casu, in quo cætera quidem paria sunt, materiæ tantum ex quibus chordæ elaboratæ sunt, supponuntur esse diversæ, *tempora oscillationum erunt in subduplicata ratione inversa virium elasticarum, quibus à natura chordæ donantur*. Insuper quia quum longitudines, & vires inæquales sunt, tempora oscillationum rationem habent compositam ex subduplicata ratione longitudinum directe, & subduplicata ratione virium inverse: in secundo casu, in quo cætera quidem paria sunt, longitudines tantum chordarum ponuntur esse diversæ, *tempora oscillationum erunt bis in subduplicata ratione longitudinum*, adeoque erunt *in ratione simplici longitudinum*. Nam vidimus vires elasticas chordarum esse reciproce in simplici ratione longitudinum suarum. Ex quibus duobus Theorematis consequitur tertium; scilicet si tum materiæ, quum longitudines fuerint diversæ, *tempora oscillationum erunt in ratione composita ex subduplicata ratione virium elasticarum reciproce, quibus à natura chordæ præditæ sunt, & ratione simplici longitudinum directe; adeo ut tempora illa æqualia sint, si vires elasticæ, quibus chordæ à natura donantur fuerint directe in duplicata longitudinum ratione*.

§16. Videamus modo quid eventurum sit, si cætera quidem paria sint, solæ vero crassitudines chordarum fuerint diversæ. Quamquam vires tendentes æquales supponantur, tamen majorem effectum producet vis tendens in chorda subtiliori, quam in crassiori ejusdem longitudinis, ob minorem scilicet copiam materiæ;
erunt.

eruntque effectus, siue etiam vires quibus ad oscillandum chordæ incitantur, ut ipsæ quantitates materiae inverse: siue etiam ut quadrata diametrorum ipsarum chordarum inverse, quibus materia quantitates proportionales sunt. Quapropter tempora oscillationum, quæ sunt reciproce in subduplicata virium ratione, quibus ad oscillandum incitantur, erunt directe ut diametri ipsarum chordarum. Denique si cætera paria sint, vires autem tendentes fuerint inæquales, vires, quibus chordæ ad oscillandum incitabuntur erunt in ratione virium tendentium; adeoque tempora oscillationum, quæ sunt reciproce in subduplicata ratione virium, quibus ad oscillandum incitantur, erunt in subduplicata ratione virium tendentium reciproce.

§ 17. Tempus itaque, quo tempore peraguntur singulæ chordarum oscillationes quadrupliciter minui potest: I si chordæ elaborentur ex materia magis elastica, quo casu *tempus minuitur in subduplicata elasticitatis ratione, sed inversa*. II si chordæ fiant breviores, quo casu *tempus minuitur in ratione simplici ipsius longitudinis directe*. III si chordæ fiant subtiliores; quo casu *tempus minuitur in ea ratione, in qua minuitur diameter*. Et IV denique si chordæ magis intendantur, quo casu *tempus minuitur in ratione subduplicata tensionis, sed inversa*. Ex quibus facile colligi possunt casus omnes, quibus chordarum diversarum oscillationes eodem tempore absolvuntur; quorum casuum sequentes sunt elegantissimi.

§ 18. *Primus*, si elasticitates, quibus à natura chordæ ejusdem tum crassitie, quum tensuræ donantur fuerint in duplicata ratione longitudinum directe: hoc est si quanto elasticitas unius chordæ vincit elasticitatem alterius, tanto quadratum longitudinis illius superat quadratum longitudinis istius, tempora oscillationum æqualia erunt. *Secundus*, si elasticitates quibus à natura chordæ ejusdem tum longitudinis, quum tensuræ donantur fuerint in duplicata ratione diametrorum directe; hoc est si quanto elasticitas unius chordæ vincit elasticitatem alterius, tanto diameter illius superat dia-

me-

metrum istius, tempora oscillationum æqualia erunt. *Tertius*, si elasticitates, quibus à natura chordæ ejusdem tum longitudinis, quum crassitie donantur fuerint in ratione simplici inversa virium tendentium; hoc est si quanto elasticitas unius chordæ vincit elasticitatem alterius, tanto vicissim vis tendens posteriorem chordam superat vim tendentem chordam priorem; tempora oscillationum æqualia erunt. *Quartus*, si longitudines duarum chordarum ejusdem tum elasticitatis, quum tensuræ fuerint reciproce ut diametri; hoc est si quanto longitudo longitudinem superat, tanto vicissim diameter diametro minor sit; tempora oscillationum æqualia erunt. *Quintus*, si longitudines duarum chordarum ejusdem tum elasticitatis, quum crassitie fuerint directe in subduplicata ratione virium tendentium; hoc est si quanto quadratum longitudinis unius chordæ superat quadratum longitudinis alterius chordæ, tanto vis tendens priorem chordam major sit vi posteriorem chordam tendente, tempora oscillationum æqualia erunt. *Sextus*, si diametri duarum chordarum ejusdem tum elasticitatis, quum longitudinis fuerint directe in subduplicata ratione virium tendentium; hoc est si quanto quadratum diametri unius chordæ superat quadratum diametri alterius chordæ, tanto vis tendens priorem chordam major sit vi posteriorem chordam tendente tempora oscillationum æqualia erunt. Et *ultimus* denique: si duæ chordæ ejusdem quidem elasticitatis, sed longitudine, & crassitie inæquales tendantur in ratione composita ex duplicata ratione crassitiei, & duplicata ratione longitudinis, tempora oscillationum æqualia erunt.

§ 19. Quibus sic explicatis ad tonos modo redendum est, quos diximus à tarditate, vel velocitate oscillationum pendere; tonus enim acutior est, vel gravior, pro ut oscillationes citius, vel serius absolvuntur. Intensitas soni nihil prorsus confert ad tonum immutandum; chorda enim agitata eundem semper tonum edit, sive per majus, sive per minus spatium eat redeatque, quamquam sonus nunc major, nunc minor exaudiat;

diatur: cujus rei causa est, quod oscillationes chordarum siue breviores sint, siue longiores semper, eodem tempore absolvantur.

§ 20. Tonorum autem quidam *consoni* sunt, quidem *dissoni*, quidam denique *unisoni*. Unisonos vocamus, qui ab oscillationibus æque diuturnis oriuntur: Scilicet si duo corpora tremula temporibus æqualibus suas vibrationes absolvant, nulla inter tonos dabitur differentia, qui idcirco unisoni erunt. Itaque quum supra enumeraverimus septem casus elegantiores, quibus tempora oscillationum duarum chordarum æqualia sunt, sequitur iisdem illis casibus tonos chordarum unisonos esse. Consonos autem tonos generaliter adpellamus illos, qui proficiscuntur ab oscillationibus, quarum tempora certas quasdam rationes habent inter se: quarum rationum præcipuæ habentur 2 ad 1; 3 ad 2: 4 ad 3: 5 ad 4: & 6 ad 5. Si tempora oscillationum fuerint ut 2 ad 1; hoc est si quo tempore chorda aliqua unam oscillationem absolvit, chorda alia duas peragat, consonantia vocatur *Octava*, siue *Diapason*. Et quoniam, cæteris paribus, tempora oscillationum servant rationem longitudinum, si chorda quævis duplo brevior reddatur, ea sonabit octavam. Si tempora oscillationum fuerint ut 3 ad 2: hoc est si quo tempore chorda aliqua duas oscillationes absolvit, chorda alia tres peragat, consonantia vocatur *Quinta*, siue *Diapente*. Itaque, cæteris paribus, chorda, cujus longitudo sit ad longitudinem alterius chordæ ut 2 ad 3 sonabit quintam. Si tempora oscillationum fuerint ut 4 ad 3; hoc est si quo tempore chorda aliqua tres oscillationes absolvit, chorda alia quatuor peragat, consonantia vocatur *Quarta*, aut *Diatessaron*. Itaq; cæteris paribus chorda, cujus longitudo sit ad longitudinem alterius chordæ ut 3 ad 4 sonabit quartam. Si tempora oscillationum fuerint ut 5 ad 4; hoc est si quo tempore chorda aliqua quatuor oscillationes absolvit chorda alia quinque peragat, consonantia dicitur *Tertius maior*, siue *Ditonus*. Quapropter, cæteris paribus, chorda, cujus longitudo sit ad longitudinem alterius chordæ ut 4 ad 5 sonabit tertiam majorem. Denique si tempora

X

oscil.

oscillationum fuerint ut 6 ad 5, hoc est si quo tempore chorda aliqua quinque oscillationes absolvit, alia chorda sex peragat, consonantia dicitur *Tertia minor*, sive *Sesquiditonus*. Adeoque chorda, cæteris paribus, cuius longitudo sit ad longitudinem chordæ alterius ut 6 ad 5 sonabit tertiam minorem.

§21. Adsunt & aliæ rationes minus illustres, ad quas si tempora oscillationum conformata sint, toni quoque erunt consoni; de quibus consulendi sunt *Scriptores Musicorum*. Cæteræ rationes, quæ numero sunt infinitæ, tonos dissonos subministrant. Ex dictis autem haud difficile erit definire, quæ esse debeat chordarum vis elasticæ, longitudinis, crassitie, tensuræque proportio ad hos, vel illos tonos edendos. Nam datis tonis dantur rationes temporum, quibus temporibus absoluntur oscillationes chordarum. Ex datis autem temporibus facile colliguntur proportionibus prædictæ per Theoremata supra expolita. Ex hac autem doctrina patet, quare instrumentis musicis adhibeantur chordæ diversæ crassitie, & sæpe etiam longitudinis diversæ; & quare chordæ breviores tonos reddant acutiores; & quomodo eadem chorda à tono gravissimo Bassi ita per omnes tonos sequentes possit excurrere, ut tandem strideat præ acutis; ad id enim nihil aliud faciendum est, nisi ut chorda illa magis magisque tendatur. Cæterum quæcumque de chordis demonstrata sunt, obtinent pariter in cæteris corporibus sonoris: scilicet in campanis, poculis vitreis, &c. Ea enim in similes oscillationes aguntur, quum rundo, & redeundo ex rotundis evadant ovalia, & vicissim ex ovalibus rotunda, deinde iterum ovalia, quemadmodum ipso oculorum testimonio sit manifestum.

§22. Dicendum nunc est de soni vehiculo, sive etiam de medio, per quod sonus à corporibus sonoris ad nostras usque aures transfertur. Hoc medium aerem esse inde constare potest, quod aere sublato nullus exaudiat sonitus, quamquam corpora sonora graviter percussa sint. Nam pullata intra machinam pneumaticam, ex qua aereductus sit, campanula, nihil soni per sentitur; contra vero si intus aer sit, sonus auditur, quamquam

quam machina sit accuratissime clausa. Ex quo experimento liquet ad sonum exaudiendum necesse esse, ut aer concutiat^r ad corporibus sonoris. Credibile autem est in concusso aere circulos, sive undas excitari ad instar illarum, quæ excitantur in aqua, quum quidpiam grave decedit in eam: cum hoc tantum discrimine, quod undæ in aqua se se diffundunt secundum ipsius superficiem horizontalem, in aere vero quoquo versus in sphaeram propagantur.

§ 23. Neque vero difficile erit harum in aere undarum originem investigare. Quum enim ad sonum procreandum necesse sit corporis sonori partes contremiscere, partes istæ tremulæ vicibus alternis eundo & redeundo itu suo urgebunt, & propellent partes aeris sibi proximas, & urgendo compriment easdem, ac condensabunt, dein reditu suo sinent partes compressas recedere, & se se expandere. Igitur partes aeris corpori tremulo proximæ ibunt, & redibunt per vices ad instar partium corporis sonori. Qua autem ratione partes corporis sonori agitant hæc aeris partes, hæc similibus tremoribus agitatæ agitabunt partes sibi proximas, hæcque similiter agitatæ agitabunt remotiores, & sic deinceps in infinitum. Et quemadmodum aeris partes primæ eundo condensantur, & redeundo dilatantur, sic partes reliquæ quoties eunt condensabuntur, & quoties redeunt se se expandent. Ex hac autem reciproca condensatione, atque expansione aeris oriantur necesse est circa corpora sonora undæ, orbisque illi, de quibus modo loquuti sumus: qui quidem à corpore tremulo, tamquam à centro communi, secundum superficies propemodum sphericas, & concentricas undique propagabuntur.

§ 24. Et quoniam singulæ vibrationes, sive etiam singuli pulsus corporum sonorum singulas excitant undas in aere, inde fit, ut tot dato tempore undæ in aere procreentur, quot vibrationes accidunt eodem tempore in corpore sonoro. Unde quemadmodum toni graves, acutique oriuntur à paucioribus, vel pluribus oscillationibus, quæ à corpore sonoro fiunt in dato tempore, ita iidem toni pendent pariter à paucioribus, vel pluribus

ribus undis, quæ in dato tempore excitantur in aere. Præterea quemadmodum intervalla oscillationum, sive pulluum æqualia sunt inter se: (oscillationes enim chordarum sive breviores sunt, sive longiores, æqualibus temporibus absolvi supra ostensum est) ita quoque intervalla undarum erunt æqualia. Denique extincto motu tremulo corporis, à quo aer pulsabatur, nullæ amplius undæ generantur in aere.

525. Ex quibus omnibus colligere possumus, quid de soni natura vere sentiendum sit. Quum enim sonus considerari possit vel *in corpore sonoro*, vel *in aere*, vel etiam *in anima nostra*, dicendum est sonum in corpore sonoro nihil aliud esse *nisi motum quemdam tremulum partium ipsius*; in aere autem nihil aliud, nisi *motum undosum consimilem à corpore sonoro propagatum*; denique in anima esse *sensum motus istius sub forma soni*. Quumque in sono toni occurrant, putandum est eos à *velocitate vel tarditate pulsum corporis sonori*, sive etiam à *multitudine, vel paucitate undarum in aere dato tempore excitarum* oriri: nam, pro majori, vel minori numero pulsum, undarumque, nunc unius, nunc alterius toni sensus suboritur in anima.

526. Fuerunt, qui lucem cum sono, colores vero cum tonis comparari posse arbitrati sunt, atque tum ad hos, quum ad illos unicam adhiberi posse explicandi rationem docuerunt. Scilicet putaverunt lumen in Sole, inque cæteris corporibus lucidis nihil aliud esse *nisi motum vibrantem partium suarum*, quemadmodum sonus in campana, vel chorda musica nihil aliud est, nisi *motus tremulus partium campanæ, vel chordæ*. Opinati sunt præterea lucem à corporibus lucidis *propagari per medium quoddam subtilissimum summa elasticitatis viduatum*, quod *ætherem* supra adpellavimus, quemadmodum sonus *diffunditur per aerem*, qui tamen & subtilitate, & elastica vi longe superatur ab æthere. Lucem ulterius ab æthere putaverunt esse *motum quemdam vibrantem ab ipsis corporibus lucidis excitatum*, sicuti sonus in aere est *motus undosus à corporibus sonoris propagatus*. Denique quemadmodum sonus in anima nihil aliud est
nisi

nisi sensus motus illius, quem aeris undosa agitatio excitat in organo aurium, ita lux in eadem anima credita ab ipsis est esse sensus motus illius, quem ætheris agitatio vibratoria in fundo oculi imprimat.

§ 27. Lucis vividioris, vel debilioris causam eandem esse putaverunt cum illa, quæ facit ut sonus intensior sit, vel remissior. Scilicet quemadmodum sonus intensior, vel remissior in corpore sonoro est maior, vel minor agitatio tremula partium ipsius, in aere autem est percussio vehementior, vel minus vehemens facta à partibus corporis sonori motu tremulo agitata, ita arbitrati sunt lucem vividior, vel debiliorem in corpore lucido esse maiorem, vel minorem motum vibrantem partium ipsius; in æthere vero esse percussione vehementiorem, vel minus vehementem factam à particulis corporis lucidi motu vibranti agitata.

§ 28. Colorum autem originem, atque diversitatem sic explicare conati sunt, ut cum tonis musicorum conferri jure posse viderentur. Nam quemadmodum toni oriuntur ex tarditate, vel celeritate pulsuum aeris, ita existimaverunt colores proficisci ex tarditate, vel velocitate pulsuum ætheris, sive etiam ex segnioribus, aut celerioribus ejus vibrationibus. Id proposuit Newtonus sub specie quæstionis in *Opticorum* libris. Nam quum docuisset radios luminis incidendo in fundum oculi excitare vibrationes quasdam in tunica retina, easque vibrationes propagatas inde per solidas nervorum opticorum fibras ad cerebrum usque sensum videndi ibi excitare, subdit: *An non radii diversorum generum vibrationes excitant diversa magnitudine* (hoc est velociores, vel tardiores), *quæ scilicet vibrationes, pro sua cujusque magnitudine, sensus diversorum excitant colorum; similiter ratione ac vibrationes aeris, pro sua itidem ipsarum diversa magnitudine, sensus sonorum excitant diversorum? Et nominatim an non radii maxime refrangibiles vibrationes excitant brevissimas ad sensum movendum coloris violacei saturi; radii minime refrangibiles vibrationes longissimas ad sensum coloris rubri saturi; & radii generum omnium intermediorum vibrationes comparate*

parate intermedias ad sensum colorum diversorum inter mediorum excitandum ?

§29. Hoc novissimum de tarditate vibrationum radiorum violaceorum, deque velocitate vibrationum radiorum rubrorum, quamquam *Newtonus* sub specie conjicientis proponat, tamen probari potest sequenti experimento. Si quis apertis oculis vel solem aliquandiu intueatur, vel objectum aliquod album solis lumine directo illuminatum, deinde oculos claudat, videbit per intervalla temporum colores nonnullos hoc ordine se se excipientes. Primum conspiciet albedinem, tum colorem rubrum, ac flavum; deinde colorem viridem, cæruleum, ac violaceum; denique nigrum. Ex quo experimento consequitur priores colores oriri ex vibrationibus celerioribus, posteriores vero ex vibrationibus tardioribus. Nam retina vehementissime concutitur, quum primum oculi clauduntur; deinde vero vibrationes in ipsa à Solis lumine excitatæ minuuntur per gradus, donec omnino extinguantur, quo tempore anima nullius coloris sensum habere potest; adeoque tenebræ & nigror superveniat necesse est.

§30. Denique quemadmodum in *Muscis* harmonia, & discordia sonorum oritur à certis proportionibus vibrationum aeris, ita fieri posse existimaverunt, ut harmonia, & discordia colorum oriretur à certis vibrationum aetheris proportionibus: id quod idem *Newtonus* sub specie etiam quæstionis proposuit his verbis. *Annon fieri potest, ut harmonia, & discordia colorum oriatur è proportionibus vibrationum propagatarum per nervorum Opticorum fibras in cerebrum; similiter atque harmonia, & discordia sonorum oritur è proportionibus vibrationum aeris? Saut enim alii colores, si juxta se invicem, positi simul inspiciantur oculis grati, ut aurei, & indici; alii autem minus grati. Quæ comparationes soni & tonorum cum lumine, & coloribus si absurdæ non sunt, videant Physici an quemadmodum albedo composita est ex omnibus coloribus apta proportionem permixtis inter se, ita sonus confusus, sive rumor componatur ex omnibus tonis; scilicet videant an quemadmodum omnia genera vibra-*

vibrationum radiorum coloratorum inter se permixta albedinis sensum excitare valent, ita omnia genera vibrationum singulorum colorum permixta inter se sonitus, sive rumoris sensationem possint in nobis excitare.

CAPUT NONUM.

De Soni velocitate: deque ipsius insignioribus phenomenis.

§31. **S**oni velocitatem per accuratissima experimenta determinare Philosophi adgressi sunt. Curarunt itaque, ut in loco remoto extemplo accenderetur ignis, eodemque tempore strepitus fieret, ad hoc scilicet ut ipsius ignis conspectus significaret è longinquo spectantibus initium temporis, quo tempore strepitus factus esset. Quamquam enim motus luminis & ipse pariter fiat in tempore; tamen tanta est velocitas ejus, ut nihil vetat, quin in spatio, in quo hujusmodi tentamen faciendum est, ut ut longinquo, habeatur tamquam instantaneus. Quum primum autem ignis adparebat breviori pendulo tempus definiebant inter adparitionem luminis, & soni ad aures appulsam; eo enim tempore sonus percurrerat intervallum accuratis mensuris præcognitum inter spectatores, & locum illum in quo strepitus factus fuerat. Per hujusmodi experimenta sæpies repetita cognitum est in Gallia, sonum percurrere pedes *Parisienses* 1070 in tempore unius minuti secundi, qui sunt pedes *Britannici* 1142.

§32. Deinde *Isaac Newton Propos. XLIX, & L. Libri II. sue Philosophiæ Naturalis* velocitatem soni ratiocinio mathematico definire adgressus, comperit Theoriam non adeo longe ab experimentis *Gallorum* abire. Demonstravit autem, quod si *A* sit altitudo aeris homogenei, cujus pondus adæquat universum pondus incumbens atmosphaera, & cujus densitas eadem est cum densitate aeris compressi in loco, in quo sonus propagitur, siquidem constitutur pendulum, cujus longitudo sit *A*,

X 4

quo

quo tempore pendulum istud oscillationem integram ex itu, redituque compositam peragit, eodem tempore sonus emendo conficiat spatium circumferentia circuli radio *A* descripti aequale. Cujus quidem Theorematis demonstratio videri potest apud ipsum *Newtonum*.

533. Inde autem facile fuit *Newtono* definire spatium à sono emensum in dato temporis intervallo. Quum enim pondera specifica aquæ pluvialis, & argenti vivi sint ad invicem ut 1 ad $13\frac{1}{4}$: quumque pondera specifica aeris & aquæ pluvialis sint ad invicem ut 1 ad 870, quando mercurius in *Barometro* attingit altitudinem digitorum *Anglicorum* 30; erit pondus specificum aeris ad pondus specificum argenti vivi in ratione composita ex 1 ad 870, & 1 ad $13\frac{1}{4}$; adeoque pondus aeris ad pondus argenti vivi se habebit, ut se habet 1 ad 11890. Itaque quum altitudo argenti vivi sit digitorum 30, altitudo aeris uniformis, cujus pondus aerem nostrum subjectum comprimere potest, erit 356700 digitorum, sive pedum *Anglicorum* 29725: sunt enim altitudines duorum homogeneorum cylindrorum ejusdem crassitie reciproce ut pondera ipsorum: estque hæc altitudo illa ipsa, quam *Newtonus* adpellavit *A*.

534. Et quoniam circuli radio 29725 pedum descripti circumferentia est pedum 186768, sequitur sonum describere pedes 186768 in tempore, quo pendulum longum pedes *Anglicos* 29725 unam oscillationem ex itu redituque compositam peragit. Ad quod tempus definiendum trionet *Newtonus*, pendulum digitos $39\frac{1}{4}$ longum oscillationem ex itu, redituque compositam tempore duorum minutorum secundorum absolvere; tres enim pedes horarii *Hugeniani* faciunt digitos $39\frac{1}{4}$ *Anglicos*. Quapropter quum tempora oscillationum duorum pendulorum sint in longitudinum ratione subduplicata, adeoque ipsæ longitudines sint in duplicata ratione temporum, quemadmodum supra demonstratum est: faciendo ut $39\frac{1}{4}$ ad 356700, ita 4 ad quartum proportionalem 36397, habebitur quadratum temporis, quo tempore pendulum longum digitos *Anglicos* 356700 oscillationem unam ex itu, redituque compositam

fitam absolvit; adeoque idem tempus erit: minutorum secundorum $190\frac{3}{4}$, qui numerus est radix quadrata numeri 36397. Eo igitur tempore sonus progrediendo conficiet pedes 186768, adeoque tempore unius minuti secundi sonus describet pedes 979. Nam sonum æquali motu moveri infra demonstrabitur.

535. Quamquam autem soni velocitas hac ratione definita longe minor sit ea, quam deprehenderunt *Galli* per experimenta, tamen considerare oportet in hoc computo nullam *Newtonum* rationem habuisse tum crassitudinis solidarum particularum aeris, per quas utique sonus propagatur in instanti, quum interstitiorum, quæ inter particulas interjacent: quæcumque enim fuerit ratio crassitudinis particularum ad earum intervalla, in eadem ratione augebitur velocitas soni. Itaque quum pondus aeris sit ad pondus aquæ ut 1 ad 870; si particulæ aeris ponantur esse ejusdem circiter densitatis cum particulis aquæ, & raritas aeris tota proficiatur ab intervallis particularum, diameter particulæ aeris erit ad intervallum inter centra particularum ut 1 ad 9, vel 10 circiter: ad intervallum autem inter particulas ut 1 ad 8, vel 9 circiter: supradiatæ enim diametri, & intervalla rationem servant subtriplicatam ponderum. Proinde ad pedes 979, quos sonus tempore unius minuti secundi juxta calculum superiorem conficit, adde-

979
9.
re licet pedes ———, seu 109 circiter ob crassitudinem

particularum aeris, & sic sonus tempore unius minuti secundi conficiet pedes 1088 circiter.

536. Præterea vapores per aerem diffusi quum sint alterius elateris, alteriusque toni, vix, ac ne vix quidem participabunt de motu aeris veri, quo soni propagantur, quemadmodum infra explicabitur. His autem quiescentibus motus ille celerius propagabitur per solum aerem verum. Ut si atmosphaera constet ex decem partibus aeris veri, & una parte vaporum, motus sonorum celerior erit, quam si propagaretur per undecim partes aeris veri: qui enim motus distribuendus erat unde-

undecim partibus aeris, diffundi deinde debet tantum per decem; adeoque ejus velocitas augebitur. Quapropter spatium à sono in tempore unius minuti secundi peragratum continebit pedes aliquanto plures, quam 1088 supra inuentos, ejusque velocitas magis accedet ad veram soni velocitatem per experimenta repertam.

537. Cognita soni velocitate innotescunt intervalla pulsuum, sive etiam intervalla undarum; nam singulis pulsibus singulas undas respondere supra demonstratum est. D. *Sauveur*, captis experimentis, invenit fistulam apertam, cujus longitudo erat pedum *Parisensium* fere quinque sonum edere ejusdem toni cum sono chordæ, quæ tempore unius minuti secundi centies recurrebat. Erant igitur pulsus fere centum in spatio pedum *Parisensium* 1070, quos sonus tempore unius minuti secundi percurrit: unde singuli pulsus occupabant spatium pedum fere $10\frac{1}{2}$, id est duplam circiter longitudinem fistulæ, quam quinque pedum fuisse diximus. Ex quo verisimiliter infertur, latitudines pulsuum in omnibus apertarum fistularum sonis æquari duplis longitudinibus fistularum.

538. Cæterum sonus æquabiliter movetur, hoc est æqualibus temporibus æqualia spatia describit, remoto tamen omni impedimento, quod ejus cursum moretur. Id quum plurimæ observationes, tum præcipue *Echo* demonstravit, quæ tanto tardius ad commovendas aures accedit, quanto obex, à quo fit soni repercussio, longius abest, ut postea docebitur. Præterea omnes soni sive vehementes, sive languidi æquali celeritate moventur, adeoque idem spatium æquali temporis intervallo emittuntur. Id tantum discriminis est inter utrosque, quod soni vehementiores ad longius intervallum exaudiantur, languidiores vero citius intereant. Nam undæ aeris sensim debilitantur, atque franguntur; quibus maxime effractis, sonum interire necesse est. Credibile autem est citius frangi undas ex pulsibus minoribus commotas, quam undas ex majoribus pulsibus excitas. Ubi notandum est, undas sonorum vehementiorum majorem aeris quantitatem complecti, sonorum vero

lan-

languidiorum undas minorem: ita enim quamquam velocitas par sit, tamen impetus priorum major erit, quam impetus posteriorum: adeoque & sonus ab illis excitatus aliquanto validior erit.

§39. Compertum insuper est, haud diutius exaudiri sonum ab iis qui longissime distant à corporibus sonoris, quam ab iis, qui proxime absunt. Sonus enim tantum durat, quantum durat motus corporis sonoris; numerusque pulsus propagatorum per aerem idem est cum numero vibrationum corporis tremuli, neque multiplicatur in eorum progressu. Non negandum tamen est iis, qui viciniore sunt corpori sonoro, citius sonitum accidere, citiusque desinere: iis vero, qui longius absunt, legnius accidere, tantoque segnius desinere: nam motus soni successivus est, non instantaneus. Ita accipiendus est *Newtonus* in *Scholio Prop. L. Libri II.* Porro cur soni cessante motu corporis sonori statim cessant, neque diutius exaudiantur ubi longissime distamus à corporibus sonoris, quam quum proxime absumus, patet ex, & *cat.* quamquam verba aliter sonare videantur. Denique soni celeritas leviter intenditur, vel remittitur ex vento secundo, aut adverso: scilicet quia velocitas venti, ut ut potentissimi, soni velocitate longe minor est. Est enim velocitas, soni ad velocitatem violentissimi venti, quo arbores eradicantur, & ædificia subvertuntur circiter ut 33 ad 1; adeoque sonus cito ventum antevertit; in brevi autem illo temporis intervallo, quo sonus ventum prætergreditur, nonnisi exiguum esse potest velocitatis incrementum, aut decrementum factum à sono.

§40. Potius velocitas soni augetur, vel minuitur ex aucta, vel diminuta elasticitate aeris, per quem sonus diffunditur. Nam sonus citius movetur in vallibus, ubi aer densior est, adeoque elasticior, quam in cacuminibus montium præaltissimorum, ubi & minus densus est, & minus elasticus. Præterea sonus celerius æstate, quam hieme movetur, ob aeris elasticitatem calore auctam. Unde quamquam dictum sit soni motum æqualem esse, tamen fieri potest, ut in majoria spatii descensu

cursu nonnihil acceleretur, vel retardetur, propter diversos scilicet elasticitatis gradus, qui variis in locis sæpe occurrunt.

541. Quum autem soni tanta sit velocitas, ut rapidissimi venti velocitatem plus tricesies superet, mirabile videri potest, quare motus aeris ex sono excitatus corpora interposita etiam summæ mobilicatis, ut arborum frondes, & capillos sensibilibiter non moveat, quum tamen eademmet vulgari aeris agitatione ut ut levi, puta vento lenissimo, vel flabelli jactatione subdebili, statim concutiantur. Hic primum dici potest sonum esse translationem motus tremuli de aere in aerem vicinum absque ulla loci mutatione, ventum vero esse translationem aeris de loco in locum. Tum responderi potest in vento universum aerem moveri, in sono autem non omnem aerem agitari, sed certas tantum ipsius particulas, neque semper easdem, sed pro sonorum diversitate modo has, modo illas. Itaque quamquam velocitas soni multo major sit venti velocitate, tamen fieri potest ut longe major sit impetus venti ad corpora opposita commovenda, quam soni, ob majorem scilicet aeris quantitatem vento translatam.

542. Nam soni eadem fortasse est natura, quæ lucis, ut supra adnotatum est; nempe quemadmodum ex radiis lucis quidam rubei sunt, alii flavi, alii virides, alii cærulei, alii violacei, iique semper manent rubei, flavi, virides, cærulei, & violacei, ita pariter credendum est quasdam undas aereas semper esse certorum tonorum, quasdam alias aliorum: cui consequens est, ut undæ excitatæ à pulsibus corporum sonorum minime amplectantur aerem universum, sed eas tantum particulas commovere possint, quæ tonis pulsus sunt consonæ, reliquis omnibus, quæ sunt aliorum tonorum, immotis remanentibus. Accedit quod universi aeris massa conflatur ex particulis heterogeneis, ex quibus quæ elastica vi donatæ sunt ad soni propagationem sunt utiles, quæ vero elasticitate destituuntur, suapte natura ineptæ sunt ad sonum propagandum, adeoque semper manere debent immobiles.

543. Com:

§43. Confirmantur hæc ex phænomenis chordarum, aliorumque corporum sonorum. Nam si duæ sunt chordæ unisonæ, hoc est singulas vibrationes æqualibus temporibus peragentes, agitata una, agitabitur quoque & altera: cujus phænomeni causa est, quod pulsus unius chordæ excitant in aere undas consonas, in quas scilicet agere potuerunt, quæ deinde reagendo in chordam aliam unisonam eam agitant, atque movent. Præterea si duæ sunt chordæ, quarum una bis vibratur, dum altera semel oscillat, agitata priori agitatur quoque posterior, ita tamen ut, ea divisa in duas partes æquales, punctum medium, tamquam nodus, quiescat. Neque mirum; nam si cætera maneant eadem, chorda duplo brevior facta oscillationem suam absolvit in tempore duplo etiam breviori. Punctum autem quietis, sive nodus cognoscitur faciendū, ut chorda parvam chartulam trajiciat; ea enim omni alio loco motu quodam tremulo adficietur, præterquam in medio, quod idcirco erit punctum quietis. Similiter si duæ sint chordæ, quarum una ter vibratur, dum altera semel oscillat, agitata priori agitabitur quoque & posterior, ita tamen ut ea divisa in tres partes æquales, bina puncta divisionum, tamquam nodi quiescant. Nam si cætera maneant eadem, chorda triplo brevior facta oscillationem suam absolvit in tempore triplo breviori. Et generaliter si duæ sint chordæ, quarum dum posterior semel oscillat, prior vibratur toties, quoties numerus m continet unitatem, agitata priori agitabitur quoque & posterior, ita tamen ut ea divisa in tot partes æquales, quot unitates sunt in numero m , puncta divisionum, quæ designantur per numerum $m-1$, tamquam nodi, quiescant. Nam si cætera maneant eadem, chorda decurtata in ea ratione, quam habet 1 ad m oscillabit in tempore, quod erit ad tempus prius in eadem ratione numeri 1 ad m .

§44. Neque tantum chordæ, sed pleraque etiam alia corpora consimilia phænomena edunt. Observavit *Rhoaultius* vitreas fenestras, quando certum tympanum pulsabatur, vehementer concuti, quum tamen eadem quiescerent pulsatis aliis tympanis multo majorem sonum

nitum facientibus. Similiter si duo scyphi vitrei debita aquæ, vel alterius cuiusvis liquoris quantitate infusa facti fuerint consoni, digito alterius oras circumeunte, & premente, aqua in utroque crispabitur, ac saliet. Tremor enim excitatus in uno scypho communicatur primum aeri, tum vero per aerem communicatur alteri scypho consono. Huc fortasse referendus est tremor ille, qui tubæ, aliorumque id genus instrumentorum sonitum exaudientium artus quandoque occupat, atque ad ipsum usque cor videtur pertingere. *Boyleus* ægrum quemdam memorat manu sinistra truncatum, qui quum majora tormenta exploderentur, contundi sibi penitus, atque comminui videbatur. Alium, qui quum ferrum cultro raderetur, urinam retinere non posset. Alium cui, quum charta spissior discerperetur, gingivæ sanguinem mitterent. Quominus mirandum est, si qui venenatarum Tarantularum morfu afflicti sunt, quodam harmonico sono excitati, ad choream invitentur, intereaque temporis venenum conquiescat.

545. Recensenda nunc sunt sonitus præcipua phenomena, eorumque causæ indicandæ. Et *primo* quidem videndum est, unde fiat ut sonitus lentius ad nos perveniat, quam lux; nam exploso procul tormento bellico flammam pulveris pyrii citius videmus, quam sonitum ejus exaudiamus, quamquam & flamma, & sonitus eodem tempore excitentur. Præterea si è longinquo rusticos in sylvis ligna cædentes intueamur, prius securis ictum conspiciemus, quam ictus fragorem exaudiamus. Ad hæc fulgur multo ante perspicitur, quam tonitru ad aures perveniat; quamquam verisimile sit utraque eodem tempore extitisse. Quorum omnium causæ intelligentur si recordemur lucem propagari per ætherem, qui longe subtilior, longeque elasticior est aere, per quem sonus diffunditur: ex quo non modo illud accidere necesse est, ut lux citius ad nos perveniat, quam sonitus, verum etiam ut ex multo remotiore loco lux, quam sonitus ad nos deferatur.

546. *Secundo* videndum est unde fiat, ut quando inter aures, & corpus sonorum nihil interpositum est, præter

præter aerem, facilius exaudiamus sonitum, quam si clausum sit corpus sonorum, aut nos etiam circumdemur ædium parietibus. Nam quum inter aures, & corpus sonorum nihil impedimenti occurrit, fluxus, tremorque aeris corpore sonoro commoti plenior ad nos perveniens, eo vehementius aures concutit, majoremque idcirco sonitum excitat. Contra interpolitis impedimentis, fluxus aeris frangitur; unde consequens est minorem sonitum exaudiri. Asperitas quoque interpositorum corporum sonitui officit. Nam fragor explosi tormenti ex multo remotiore loco exauditur in mari, cujus superficies æquabilis est, quam in terra arboribus, collibus, atque ædificiis veluti aspera. Huc fortasse referendum est, quod quando aer est nebulis præsertim crassioribus obductus, vel etiam quando nive plenus est, qui paullo longius absunt à corpore sonoro, aut sonitum prorsus non exaudiunt, aut multo obtusior: nebulæ enim crassiores, & nix copiosior non possunt motum aeris non impedire, atque frangere. Sed requiritur ut corpuscula nebularum, atque nivis interposita crassiuscula sint; si enim minutiora sunt, neque multum conferta, fieri poterit, ut sonitui prosint; quemadmodum in supputanda soni velocitate supra adnotatum est.

547. *Tertio* videndum est, quomodo fiat *Echo*, quæ voces sonique reperiti ad aures nostras referuntur. Quum sonus in aere extendatur in orbem per undas, quasi à centro ad circumferentiam, siquidem is incidat in obicem aliquem durum, necessario in partem contrariam aliquatenus reflectetur. Quapropter aer eodem in loco, ubi prius tremuerat, & jam dudum fortasse tremere cessavit de integro contremiscet, sonusque idcirco ibi iterum exaudietur. Et quoniam fieri potest, ut plura adsint corpora inæqualibus intervallis ita collocata, ut singula sonum repercutere valeant, non mirum est si *Echo* unam eandemque vocem sæpius interdum repetat. Hujusmodi vocum repetitiones contingunt post intervalla temporum ipsis obicibus distantis proportionalia: scilicet si duo obices collocati sint ad intervalla, quæ

quæ sunt in ratione dupla, *Echo* sonum bis repetet non quidem eodem temporis articulo, sed temporum intervallis, quæ etiam erunt in ratione dupla; quam observationem adhibuerunt *Physici* ad ostendendum, quod motus soni esset æquabilis. Reflektitur autem sonus iisdem fere legibus, quibus cætera corpora elastica reflektuntur, hoc est ita ut angulus reflexionis sit ferme æqualis angulo incidentiæ. Itaque si vox loquentis incidat oblique in obicem, quia ea reflektitur versus plagam omnino diversam, impossibile erit ut loquens vocem repercussam exaudiat, quamquam alii non longo intervallo ab ipso remoti ejus sono adficiantur.

548. Neque vero dubitandum est, quin *Echo* oriatur ex soni reflexione; nam in locis apertis, præcipue vero in medio mari, ubi nulli prorsus obices occurrunt ad reflektendum aeris motum accommodati, nunquam *Echo* exauditur. Contra vero inter rudera antiquorum mænium, in sylvis, in vallibus, in templis, in puteis, quibus in locis sonus reflekti potest, *Echo* accidit. Quod si domi in cubiculo *Echo* non exauditur, id vel proximitati adtribuendum est, qua fit ut sonus reflexus quasi eodem tempore cum sono directo ad aures convellendas perveniat, adeoque alter ab altero distingui rite nequeat, aut etiam suppellecteli, qua ipsum cubiculum instructum est, quæque soni reflexi motum confringit, atque disperdit. Nam & in cubiculis quando spoliata sunt, *Echo*, quamquam subdebilis, exauditur, præsertim si illa fuerint paullo majora; & in templo multo major fit *Echo*, quando vacuum, quam quando auditoribus refertum est.

549. Quapropter ut *Echo* exaudiat, necesse est obicem procul abesse, ut scilicet inter sonum reflexum, & directum adsit aliquod temporis discrimen. Ubi notandum est, quo quis propius fuerit (sed in ea tamen distantia, unde vox directa à reflexa descendatur) eo pauciores syllabas distincte referri; quo remotius eo plures: quoniam temporis intervallum iter cessationem loquentis, & perceptionem vocis reflexæ in priore casu minus, in posteriore majus est: ex quo illud paucioribus hoc plu-

pluribus syllabis interstinguendis satis est. Hinc nihil inirum est interdum referri hexametrum integrum; sed oportet nempe vocem esse robustam, ut ex magna distantia, qualis est necessaria, adpellere in corpus reflectens, & inde redire valeat: observatumque est redditos aliquando esse plures tubæ sonos, quam syllabæ ad hexametrum carmen necessariæ fuissent, si illo potuisset humana vox pervenire ex eodem loco.

550. Hic non alienum est de singulari quadam *Echo* verba facere, de qua loquuntur *Commentarii Regiæ scientiarum Academiæ Parisiensis*. In quodam oppido *Galliæ (Verdun)* binæ dicuntur esse turres quinquaginta ferme pedum intervallo remotæ, inter quas si quis vehementius clamat, clamorem alternis ex duabus turribus repercussum duodecies exaudit post temporum æqualia intervalla. Cujus phænomeni causâ est, quod sonus repercussus ab una turri reflectitur iterum ab alia turri versus priorem, à qua denuo reflectitur versus illam, atque sic deinceps per vices, usque donec omnino extingatur: unde soni multiplicatio exoritur. Quod autem exaudiatur post æqualia temporis intervalla, id quidem fit à soni æquabili motu. Sed ut phænomenon contingat, necesse est clamantem inter duas turres versari, ad hoc scilicet ut clamor repercussus ab una turri pergere possit ad turrim oppositam. Itaque si is extra lineam turres conjungentem versetur, *Echo* non fiet. Cæterum hujusmodi vocum repercussiones adsimilari quodammodo possunt reflexionibus luminis, quæ super politis speculorum superficiebus contingunt; phænomena enim paria sunt, ratio autem est eadem. Nam objecta ante speculum convenienter collocata bis conspiciuntur, semel directo, iterum per reflexionem factam in speculo. Et si plura sint specula apte collocata, plures etiam ejusdem objecti imagines conspicientur. Denique si inter duo specula non parallela versetur spectator, is objecti imaginem propter repetitas reflexiones multiplicari non sine admiratione videbit.

551. Cæterum sonitus interdum per ipsa corpora solida continuatur. Nam pulsata campanula intra machinam

chinam pneumaticam, ex qua aer educus non sit, auditur sonus, quamquam machina sit accuratissime clausa: hoc est licet aer internus à campanula agitato nullo cum aere externo communicationem habeat. Hic dicendum est aeris interni tremorem primo transferri in vitrum, tum de vitro in aerem externum transire. Interdum etiam exauditur est sonus campanulæ, etiam si nullus in machina pneumatica aer relictus esset; tuncque credibile est tremorem campanulæ communicatum primo fuisse filo æneo, quo campanula sustinetur, quique externum aerem tangit, deinde ex eo in ipsum aerem externum transiisse. Ex quo intelligi potest unde accidat, ut, si quis in loco fornice testò, & lævi pariete cincto loquatur ad parietem conversus voce submissa, ea vox exaudiatur in opposita loci parte ab eo, qui aurem parieti admovet, quum tamen vox illa è media parte illius loci non exaudiatur. Scilicet vel motus aeris per lævitatem parietis, & fornici facile labitur, & ad oppositam usque partem conservatur, in medio autem spatio ita est tenuis, ut animadverti nequeat, quemadmodum nonnulli arbitrantur: aut potius, quod verisimilius videtur, motus quidam tremulus excitatur in ipso parietis cortice, qui subsaltans late serpit ac diffunditur, adque parietis partem oppositam pertingit.

CAPUT DECIMUM.

De Corporibus odoris, eorumque præcipuis phenomenis.

552. **I**nquirendum tertio est in corpora odorifera, quæ scilicet odoris sensum excitare valent. Ad odores quod attinet, corporum naturalium triplex est genus. Quædam enim actu odorifera sunt, ut flores, muscus, spiritus vini, atque innumera. Quædam alia potentia sunt odorifera, hoc est sponte sua nullum odorem emittunt, sed odora evadunt quum uruntur, aut quum vehementius fricantur. Veluti cera, qua obli-

gnantur

gnantur litteræ, odorem emittit, quando inflammatur, qui odor antea non deprehendebatur in ipsa. Sic etiam quum ferrum ferro, vitrum vitro, silex silice diu, & celeriter fricatur, odor aliquis ex iis elabitur, qui antea nullus erat. Præterea ex duobus corporibus commixtis, quorum utrumque inodorum sit, odor interdum elicatur: nam calce viva, & sale ammoniaco, quæ inodora sunt, simul contritis, excitatur odor valde urinosus. Præterea camphora in oleo vitrioli dissoluta inodora est; admixta autem aqua, quæ etiam est inodora, gravem, ut solet, illico odorem emittit. Denique adiunt corpora, quæ & actu, & potentia inodora sunt, quo in numero haberi debent aer, & aqua, quæ omni prorsus odore destituuntur; & si quandoque odorem aliquem expirant, odor ille magis corporibus heterogeneis in aqua, vel aere dissolutis, quam ipsi aquæ, vel aeri adtribuendus est.

§ 53. Putant Philosophi phænomena odorum explicari posse hac positione; nimirum ex corporibus odoris elabi tenuissima corpuscula, quæ per aerem volitantia respiratione simul cum aere in nares adducuntur, quarum interiorum partem subeundo nervos olfactorios commovent. Rectissime: nam ut odorem sentiamus non modo oportet adesse corpus odorum, aut id naribus admoveri, sed necesse est quoque naso aerem in pulmones adduci. Si enim aliquando animam reciprocare desistamus, aut etiam si nares catharro obturatæ sint, vel si clausis naribus spiritum solo ore trahamus, nihil olfacimus. Sed quoniam demonstratum est aquam, & aerem odoris omnino esse expertia, quamquam ex iis halitus quidam, sive corpuscula tenuissima jugiter elabantur, dicendum est non ex quibuscumque effluviis odores excitari posse, sed requiri, ut ea sint certæ, & determinatæ naturæ.

§ 54. Quamquam autem verissimam horum effluviolorum odoriferorum constitutionem divinare difficile sit, putaverim tamen odores excitari in nobis ab effluviis *salino-sulphureis* subtilissimis, & volatilibus; quæ effluvia vel ex calore, vel ex motu aeris, vel fri-

cando, vel alia quavis de causa ex corporibus odoriferis egredientia ad olfactorios nervos percellendos una cum aere deferuntur. Et quidem si ea, pro sua figura, & textura, nares blande titillent, odoris gratissimi, fragantissimique sensatio excitabitur; sin vero asperius feriant, ac lacerent, excitabitur sensus odoris molestissimi, teterrimique. Nam omnis odorum differentia repetenda est ab effluviis diversitate, in quibus magnitudo, figura, soliditas, & motus considerata sunt.

555. Et quoniam odores non excitantur, nisi effluvia expirent ex corporibus odoris, videndum est quæ sit causa hujus expirationis. Eam statuimus esse motum tum intrinsicum, uti fermentationem, putredinem, aliamque quamvis corruptionem, quum extrinsecum ut aerem, ignem, frictionem, & calorem. Quapropter mirum esse non debet si aer calidior quædam corpora magis odora reddat; aer enim calidior augeat emissionem effluviis. Excipiendum tamen est si calor nimium resolvat, atque attenuet particulas salino-sulphureas, à quibus odorum sensationem excitari vidimus: etenim ad odores sentiendos determinata effluviis magnitudo, atque figura postulat: quod si ea paullo subtiliora evaserint, jam ad nervos olfactorios tantum adficiendos erunt inepta. Sic violæ nocturnæ, flores Leucoji, ac tuberosæ diurno tempore, radiisque solaribus præsentibus parum, aut nihil fragantiæ expirant; contra tempore nocturno gratissime olent. Nam ab igne solari effluvia memoratorum florum, quæ ex se subtilissima sunt, usque eo attenuantur, ac resolvuntur, ut percipi nequeant; at vero tempore vespertino illa à frigore magis condensantur, adeoque adquirunt magnitudinem ad commovendos narium nervos necessariam.

556. Mirum etiam esse non debet, si quædam corpora dura nullum odorem sua sponte emittant, at vero fiant odora, si urantur, aut vehementius fricentur: nam ex hujusmodi corporibus nullæ particule sua sponte elabuntur, propter earum gravitatem, & soliditatem; at post vehementem frictionem magna vis particula-

rum,

rum, præcipue sulphurearum, divellitur ex ipsis, quæ late per aerem volitantes nares nostras ingrediuntur. Idem fit unctione, qua manifestum est partes corporum divelli, lateque per aerem spargi. Sic succinum attritum panno aspero, item lacca *Hispanica* attrita gratissimum spirant odorem. Sic etiam duo tubuli attriti in loco obscuro non modo lucent, sed odorem spirant fatis sætentem, & sulphureum. Denique suffimigia quid aliud sunt, quam effluvia copiosiora ex corporibus in ignem conjectis emanantia?

557. Adfunt corpora, in quibus odor labente tempore mutatur vel ex gravi in jucundum, vel ex jucundo in gravem. Sic muscus Castori detractus, qui prius odore summopere offendit, per aliquot dies ardenti soli expositus odorem longe gratissimum emittit. Sic etiam inflammabilis spiritus vini, & oleum Dantzici vitrioli æqua portione commixta, ac digesta & deinde distillata spiritum primo dant penetrabilem, & jucundissimum odoris; is deinde, si in ampulla obturata adservetur, brevi in graveolentiam alii degenerat. Adfunt præterea corpora, quæ labente tempore desinunt olere; veluti flores plerique odorati, si exsiccantur, nullum, aut tenuem odorem emittunt: Cadavera etiam animalium soli exposita primo teterrime sætent, deinde ita exsiccantur, ut omni odore careant. Quorum causæ ex principiis supra positis intelligentur, si animadvertamus quandoque nonnullas mutationes contingere effluviis odoriferis, ex qua odorum quoque mutatio proficiscatur necesse est; quandoque vero ob continuam emissionem effluviiorum penitus exhaustrici particulas odoriferas, ex quo odorum intermissio ortum ducit.

558. Ex iis, quæ de corporum odororum natura dicta sunt, inferre licet ea paulatim deteri, ac extenuari, seu de pondere suo aliquid in dies deperdere debere: nam demonstratum est odores non excitari, nisi per effluvia quædam à corporibus egredeuntia, quæ idcirco eorum pondus minuere debent. Et sane adfunt corpora odorata, quæ dum odorem emittunt, manifesto minuuntur. Hujusmodi sunt ea, quæ calefacienda sunt,

ut effluvia odorata ex iis emanare possint; fumus enim conspicuus ex iis exit, & pondus etiam minui libra deprehenditur. Flores etiam, & herbæ, quæ recentes magnam odorem, exsiccatae multo minorem habent; amisso odore, amittunt etiam & pondus: quamquam in his jactura ponderis adtribuenda sit potius humoris evaporationi. Sed sunt alia corpora odorata, quæ longo post tempore ad sensum non imminuuntur, qualia sunt, quæ sive calore adventitio odorem expirant, ut muscus, & odor Gibettæ. Hærent hic Philosophi: & quamquam ejus rei causa corpusculorum emissorum tenuitati non incommode attribui posse videatur, in alia tamen causa investiganda satagunt. Plerique in eo conveniunt corpuscula emissa circa corpus odorum diutius volitare, & organum olfactus sæpius adficere posse. Alii eo devenere, ut dicerent corpuscula ista non semper corporis odorati partes, sed materiæ subtilis grumulos esse in occultis illius meatibus, tamquam in formis quibusdam, concretos, & diversis figuris variatos. Nos priorem sententiam veriore putamus: eo magis quod argumento non dissimili usi supra sumus ad immensam partium materiæ subtilitatem adstruendam.

CAPUT ULTIMUM.

De Corporibus sapidis, eorumque præcipuis phænomenis.

559. **I**nquirendum denique est in corpora sapida, quæ scilicet saporis sensum excitare valent. Ad sapores quod attinet, corporum naturalium *triplex* etiam est genus. Quædam enim actu sunt sapida, ut fructus jam maturi, saccharum, salesque cæteri. Quædam alia potentia sunt sapida, hoc est sponte sua nulum saporem excitant, sed sapida evadunt, quum dissolvuntur: veluti metalla, quum in pulverem tenuem ope aquæ fortis, vel regalis soluta sunt, contrahunt saporem acutissimum. Denique adsunt corpora, quæ & actu

aer, & potentia insipida sunt, quo in numero haberi debent aer, & aqua, quæ omni prorsus sapore destituuntur, quamdiu pura manent. Et si quandoque saporem aliquem contraxisse videntur, sapor ille magis corporibus heterogeneis, puta salibus in aqua vel aere dissolutis, quam ipsi aquæ, vel aeri adtribuendus est.

560. Putant Philosophi phænomena saporum explicari posse hac positione: nimirum ex corporibus lapidis linguæ admotis dissolvi à saliva tenuissima quædam corpuscula, quæ pro varietate figuræ, qua constant, nervos linguæ varie pungunt, unde magna saporum varietas nascitur. Rectissime: nam saporis enim, hoc est per effluvia numquam percipimus; sed necesse est corpora sapida linguæ admoveri: itaque quum saliva ea humefaciat, necesse est ut subtiliores eorum particule dissolvantur, non aliter atque sales in aquam injecti dissolvuntur. Sed quoniam demonstratum est aquam & aerem saporis omnino esse expertia, quamquam ea in linguæ nervos agere non desistant, dicendum est non ex quibusvis corpusculis saporis excitari posse, sed postulari, ut ea sint certæ, atque determinatæ naturæ.

561. Quamquam autem verissimam horum corpusculorum lapidorum constitutionem divinare difficile sit, putaverim tamen saporis excitari in nobis à particulis *salinis*, quæ omnium fere corporum particulis admixta sunt. Videmus enim aquam insipidam mixtura salis lapidam fieri; qua mixtura non mutatur figura particularum aquæ, sed ei adduntur partes salinæ, quæ linguam pungunt. Contra ut aqua salia fiat dulcis nulla alia re opus est, nisi separatione salis, & aquæ; quæ separatio obtinetur destillatione, qua particule aqueæ in vapores aguntur, salinæ autem manent in fundo vasis.

562. Quemadmodum autem saporis à salibus, ita saporum diversitas à diversa, ac determinata mole, atque figura salium repetenda est. Nam particularum salinarum quædam sunt angulosæ, sive cuneiformes, quædam oblongæ, aliæ acutæ, aliæ hirsutæ, aliæ hamatæ, aliæ glabræ, aliæ rigidæ, aliæ molles, aliæ majores,

jores, aliæ n inores, aliæ alterius constitutionis; quæ quo magis sunt acutæ, rigidæ, & asperæ eo magis pungendo, & lacerando linguam dolore adficiunt; quo magis sunt glabræ, flexibiles, molles, & ad rotunditatem inclinatæ, eo magis titillant.

§63. Quibus præmissis, phænomena saporum præcipua breviter hic discutienda sunt. Et primo quum sal sit in rebus causa saporum præcipua, hoc est quum sapores, quos, rebus linguæ admotis, sentimus oriantur ex eo, quod corpuscula, ex quibus sal contextitur, se se sic in gustatus organum inferant, ut pro analogia, commenturationeque, quam cum eo habent, ipsum moveant, intelligimus quare nulla sint corpora sapida, ex quibus salem extrahere non detur, nullaq; insipida, quæ, commixto sale, sapida non fiant. Intelligimus præterea quare extracto ex corporibus sapidis omni sale, ea redantur insipida. Rursus intelligimus quare nihil redatur gustabile, nisi aut humidum sit, ac proinde salem exolutum concipere potuerit, aut humore penetretur, quo sal intermixtus exolvi, & cum humore exprimi possit, ac se se in ipsum gustatus organum inferre. Hac certe de causa concessa est linguæ sua specialis humiditas, ut sit unde res sicciores humectet, & salem, qui est in ipsis educere valeat, ac in se ipsam inducere. Id porro *Lucretius*, adjuncta spongiæ similitudine, perquam eleganter declarat.

*Principio succum sentimus in ore, cibum quum
Mandendo exprimimus, ceu plenam spongiam aquæ
Si quis forte manu premere, exiccareque cepit.
Id quod exprimimus, per caulas omne palati
Diditur, & rara per plexa foramina lingua.*

§64. At quare linguæ humor est salis? Nempe quia seu ex lingua is exudet, seu exprimatur ex cerebro, devehit secum nonnihil salis ex iis partibus, quas permannat; qua ratione & urina quoque, & sudor sine salsedine non sunt. Interea vero sal linguæ hærens id commodi præstat, ut aquam puram, quæ ex se, uti diximus, insipida est, apparandis vero saporibus, dum salem, qui in rebus est exolvit, conducit, efficere sapidam possit, atque

que idcirco expetendam si stomachus ea indiguerit; argumentoque est, quod aqua tanto sit sapidior, & dulcior, quanto lingua fuerit aridior, seu habuerit minus humoris, & amplius salis, quod exolutum lenius afficiat.

§65. Id me admonet, ne intactam *Aristotelis* sententiam hic præteream, quæ videlicet statuit aquam, quum ex sua natura insipida sit, ubi nihilominus quidpiam siccum, & terreum quasi percolatum in ea fuerit, accesseritque aliunde calor talem mixturam concoquens, fieri saporum generationum. Profecto enim est aqua quidem ad saporum generationem necessaria, at terreum non est, quod per eam diluitur, nisi id interpertraris falem esse. Quod *Aristoteles* vero exigit calorem, atque decoctionem, ostendit respexisse illum fortasse ad ea solum, in quibus est humoris copia, & raritas salis, quæque idcirco calore egent, quo aqua exhaletur, & sal crebrius intersitus gustatum movere vehementius possit: ut fieri videmus in juscule ad ollam excocto, in frustibus, quæ maturescunt, ac id genus aliis. Cæterum enim sine calore, & ex sola ipsorum salium tam inter se, quam cum aqua, variisque rebus commixtione sapes diversimode creari manifestum est.

§66. Memoravi autem hic commixtionem salium tum inter se, tum cum aliis rebus, ut innuerem unde oriri possit tanta saporum varietas, quorum habemus ipsos coquos authores. Quippe quum variari non possit commixtio, quin organum varie adficiatur, & mira sit aliunde, quum salium varietas (præter commune enim est nitrum, ammoniacum, saccharum, alumen, innumeraque alia etiam plantarum, animalium, cæterarumque rerum, de quibus suo loco agendum erit) tum rerum mistilium, quæ salium corpuscula rariora, aut crebriora faciant, ipsorumque facieculas, aut angululos varie obtegant, revelent, commutent; ut præteream aliquam saporum diversitatem nasci etiam ex varietate organorum. Cujus quidem rei manifestam conjecturam capere vel ex eo licet, quod in eodem homine, quotiescumque vel per ætatem, vel occasione morbi organi temperies, seu textura immutatur, eadem res adpa-

adparet mutati saporis, in qua mutatum tamen nihil est. Adfert *Lucretius* exemplum febrientis, quem mirum non sit amara judicare ea, quæ sanus dulcia judicat, & dulcia, quæ amara, quod propter mutatam organi texturam ea corpuscula, quæ prius accommodabantur, nunc non congruant, organumque proinde lacerent, & quæ prius non congruebant, nunc accommodentur, organumque demulceant.

Quippe ubi quoi febris bili superante coorta est,

Aut alia ratione aliqua est vis excita morbi

Perturbatur ibi totum jam corpus, & omnes

Commulantur ibi positus principiorum:

Fit prius ad sensum, ut quæ corpora conveniebant

Nunc non convenient, & cetera sint magis apta,

Quæ penetrata queunt sensum progignere acerbum.

567. Notum est cibos calidos sapidiore esse frigidis, & coctos alium saporem habere, quam crudos; cuius phænomeni causa est, quod particulæ salinæ cibus intermixtæ non possunt agitari, quin aptiores fiant concutiendis linguæ nervis. Contra vero particulæ salinæ quum quiescunt, aut minus moventur, saliva solutæ minus nervos movent. Cibi vero cocti idcirco alio sapore præditi sunt, quia coctione, qua ciborum partes divelluntur, magis, quam quum crudi erant, expediuntur salinæ particulæ impedimentis, quæ aliquin obstant, quominus linguam ferire queant. Addi potest ignem figuras corpusculorum salinorum immutare, ex qua immutatione saporum quoque immutatio consequatur necesse est.

568. Hactenus qualitates exposui, quibus sensus oculorum, aurium, narium, & linguæ adficiuntur; quæ quamquam non viderentur posse, nisi ex organis, facultatibusque præexpositis intelligi, non poterant tamen ea, quæ de organis, facultatibusque dicenda erant, intelligi, nisi ex ante declaratis objectis. Itaque sat habentes hic dicere nervos organorum concuti à particulis lucidis, sonoris, odoriferis, vel sapidis, organorum expositionem delegavimus ad eam *Libri III. Sectionem*, qua corporis humani structuram persequi constituimus,

Id fuit *Plato* quoque fateri coactus, subjiciens non posse de utrisque tractationem simul institui, sed vel hæc, vel illa esse supponenda.

SECTIO QUARTA.

De Qualitatibus, quæ pertinent ad sensum Tactus.

569. **S**uperiori *Sectione* qualitates persequuti sumus, quæ pertinent ad sensus oculorum, aurium, narium, & linguæ, scilicet lumen, colores, sonos, odores, atque sapores. Institutæ nunc tractationis ordo postulat, ut de qualitatibus reliquis, quæ scilicet ad tactum referuntur, hac novissima *Sectione* disputemus. Hujusmodi qualitates in eo, uti supra demonstratum est, conveniunt, quod nulla extet pars corporis nostri, in quam ipsæ agere nequeant; quum tamen qualitates hæcenus explicatæ sedes habeant certas, lumen scilicet, & colores in oculis, soni in auribus, odores in naribus, sapores autem in lingua. Cujus quidem diversitatis causa petenda est partim ex ipsorum organorum constructione diversa, partim quoque à minimarum particularum, quæ organa cominovent, magnitudine, figura, atque mobilitate.

570. Primo enim dubitari vix potest, quin alia ratione constructi sint oculi, alia aures, alia nares, alia denique lingua. Præterea inter particulas lucis, soni, odorum, atque saporum immanis diversitas effingenda est, quam diversitatem quamquam oculis videre nequeamus, ratione tamen adsequi quodammodo possumus. Credibile autem est particulas lucis primas in subtilitate, ac mobilitate obtinere: has excipere particulas soni: deinde subsequi particulas odorum; novissimo loco esse particulas saporum. Quominus mirandum est, si lux ad commovendos oculos idonea quidem sit, at vero ad commovendas aures, vel nares, vel linguam omnino sit inepta; ad quæ tamen organa per-

cel-

cellenda soni, vel odores, vel saporibus utiles sunt. Tactus etiam suas habet proprias qualitates, quia ejus structura diversa est à reliquis organibus sensuum. Id in eo est singulare, quod per universum prope corpus diffunditur: unde qualitates, quæ spectant ad sensum tactus, omnes pene corporis partes commovent, atque percellunt. Quamquam autem tactus in innumeras qualitates jus habeat, & potestatem, præcipue tamen loco habendæ sunt calor, frigus, durities, fluiditas, elasticitas, rigiditas, gravitas, atque levitas, namque ex his reliquarum explicatio dependet. Itaque has tantum qualitates hic persequemur; quibus tamen subjungemus nonnulla de qualitativibus, quæ occultæ habentur apud Physicos.

CAPUT PRIMUM.

De Calore, & Frigore, ubi de Thermoscopiis.

571. **A**D caloris, frigorisque naturam investigandam hæc duo in ipso vestibulo animadvertenda esse videntur. Primum corporum naturalium quædam suapte natura calida esse, ut ignem, flammam, & solem, quædam alia suoapte ingenio esse frigida, ut glaciem, nivem, aquam, marmor, aliaque innumera. Secundum nulla esse corpora adeo frigida, quæ igni admota, vel solaribus radiis objecta calorem concipere nequeant. Quibus animadvertitis statuimus omnem calorem generaliter motu quodam contineri: calor enim semper cum quodam motu conjunctus est, quo sublato, aut posito, tollitur illico, vel ponitur calor; quo itidem aucto, vel imminuto, augetur quoque, vel diminuitur calor. Et sane in igne, in flamma, in radiis solaribus, in liquoribus fervidis, in omnibus denique corporibus, quæ calida videntur, motio quædam conspicitur, atque ubi major est motus, calor quoque vegetior est. Contra in glacie, in nive, aqua, marmore, & cæteris corporibus

bus suapte natura frigidis nihil motus percipitur; ea-
que si aliquando calorem concipiunt, non sine motione
illum adquirere censenda sunt.

572. Quum itaque omnia corpora calida convenient
in motu, (qui quidem motus in flamina, in igne, in li-
quoribus fervidis, in metallis liquefcentibus est illu-
strior, in aliis vero corporibus est minus manifestus) re-
cte, ni fallor, caloris generica natura in motu reponen-
da est. Videndum modo quenam sit motio propria ca-
loris: quamquam enim motus numquam à calore sit se-
gregatus, tamen cum motu non semper calor conjungi-
tur. Itaque caloris naturam specialiter reponimus in
motu expansivo, celeri, perturbato, & vibranti partium
insensibilium. *Primo* enim caloris motum esse expan-
sivum, ex dissipatione corporum inflammatorum, ex
fervidis liquoribus, ex spiritu vini, qui in *Thermome-*
tris, de quibus postea, caloris vi dilatatur, facile colligi-
mus. *Secundo* motum illum esse perturbatum, & ce-
lerem, & partium insensibilium ex flamma ipsa, & fer-
vidis liquoribus sit manifestum. *Denique* eundem mo-
tum esse vibrantem ex eo colligi potest, quod corpora
omnia fixa, quum sunt ultra certum gradum calefacta
emittunt lumen, & splendent; lumen autem ex motu
partium vibranti excitari supra demonstratum est.

573. Comperta caloris natura, facile erit phano-
menon omnium rationem reddere: Et *primo* intelligi-
tur quare in rotarum circumvolutionibus ferrum, quo
rotæ cinguntur minime incalascit, quum tamen mo-
dius, sive pars illa, quæ est prope centrum ita incalascit,
ut quandoque ignem concipiat. Quamquam enim rotæ
partes externæ velocius incedant (majorem enim orbi-
tam describunt) partes vero, quæ sunt prope centrum
minus velociter ferantur, attamen priores in se invicem
non agitantur, & commoventur, ut posteriores: modii
enim particulæ perpetua axis frictione divellantur ne-
cesse est. Itaque quum insensibilium partium agitatio,
non totius corporis motus calorem procreet, non mi-
nus est si in modio magnus calor excitetur, in circum-
ferentia vero rotæ vel nullus, vel pene insensibilis.

Acce-

Accedit quod partes modii semper tanguntur, ac con-
fricantur ab axe, quum tamen circumferentiæ rotæ
nunc partes unæ, nunc partes aliæ Terram concutiant,
atque premant.

§74. *Secundo* intelligitur unde fiat, ut clavus, dum
malleo in lignum adigitur, non ita incalescat, atque,
quum jam adæctus est, contunditur. Etenim quum cla-
vus subit lignum motus in totum clavum transfertur,
neque ulla sit partium ipsius agitatio; adeoque omnis
calor absit oportet. Sed ubi clavus totus subiit lignum,
caput autem repetitis mallei ictibus planius fit, aliæ par-
tes ad aliarum latera vi ætuum recedunt, quod non sit
sine mutuo partium ferri conflictu, atque exagitatione,
unde calor exoritur.

§75. *Tertio* intelligitur unde fiat, ut ferrum dum
limatur incalescat, quum tamen lima calorem nullum
concipiat. Scilicet dentibus limæ vehementer concu-
tiuntur particulæ laminæ ferreæ, & quum lima semper
eamdem ferri partem adterat, non iisdem dentibus hoc
efficit; nam juxta longitudinem movetur, varieque ejus
dentes vicibus laminam ferream terunt. Inde fit ut fer-
rum incalescat, dum nullus, aut valde tenuis in lima
deprehenditur calor. Sed quare æs, vel plumbum lima
adtritum non incalescit, vel saltem minus incalescit
quam ferrum; nempe quia partes æris, vel plumbi
molliores sunt, neque adeo rigidæ, ac contumaces, atque
in ferro. Unde abrasio particulis aliæ succedunt, neque
easdem partes lima sæpius commovet. Atque hoc re-
sponsum confirmatur alio experimento; si enim lima
obtusa, aut ferro lævi adgrediamur terere plumbum,
aut æs, hæc caleferi, perinde ac ferrum comperiemus,
quia tunc eadem particulæ sæpius agitantur, ac conte-
runt, antequam evellantur.

§76. *Quarto* intelligimus quare serra, qua lignum
finditur, incalescat, lignum non item, nisi sit durissi-
mum. Quum enim serra utrinque ligno urgeatur, non
potest in ætæ rima agitari, quin particulæ ejus vehe-
menter commoveatur, atque agitentur, indeque inca-
lescant. Sed lignum fissum minime incalescit, quia ejus
par-

particulæ statim divelluntur, neque satis resistunt. Cui consequens est lignum incallescere debere, quum est durissimum: nam tunc ferra lente progreditur, easdemque partes diutius fricat. Inde fit pariter, ut tunc temporis lignum odorem emittat, qualis est is, qui quum comburitur, nares nostras ferit.

577. Pari felicitate explicantur cætera phænomena, quæ circa calorem passim observantur. Semper enim demonstrabitur motionem partium insensibilium factam ibi esse, ubi calorem percipimus: contra ostendimus vel nullum prorsus motum, vel non illum, qui procreando calori sit aptus, ibi factum esse ubi nullus calor persentitur. Veluti non mirum esse debet, si aer tenui filo ore vibratus, frigidior est, patulo vero ore erumpens est calidior; nam ore contracto expellitur aer celeri quidem motu, sed directo; contra ore aperto particulæ aeris in se invicem agitantur, & commoventur, qui motus calori excitando est idoneus. Non mirum quoque est, si globus tormento majore, aut sclopeto emissus quamquam celerrime motus non incalescat, quum ea, quæ perforat, non comburat: non enim in rapiditate, qua totum quodpiam corpus movetur, situs est calor, sed in vario particularum ejus motu. Itaque quamquam globus tormento excussus celerrime moveatur, si totam ejus massam spectemus, attamen singulæ particulæ inter se non agitantur.

578. Dicendum est modo de majori, vel minori caloris efficacia: constat enim caloris varios esse gradus, qui duabus ex causis induci possunt, scilicet vel à subjecto, quod calorem exceperit, vel à motione, unde calor ipse ortum habet. Quum enim ad sentiendum calorem necesse sit particulas, quibus constat corpus nostrum, ita agitari à particulis corporis calidi, quemadmodum eademmet particulæ agitatæ sunt, profecto pro majori, vel minori particularum inbmento, sive impetu intensior etiam, vel remissior calor excitabitur in nobis. Unde quoniam momentum, sive impetus particularum corporis calidi oritur tum ab ipsarum particularum majori, vel minori soliditate, quum à velocitate, cum qua

qua feruntur, inde fit ut caloris major, vel minor efficacia ab iisdem causis dependeat.

§79. Quocirca quærentibus quare ferrum candens calidius sit, quam flamma, cujus motus rapidior est; (constat enim ferrum candens gravius urere, quam flammam) respondendum est ex duobus corporibus, quorum particulæ diversis velocitatibus agitantur, tunc id, quod celeriore motu agitur, vehementius comburitur, quando cætera paria sunt, hoc est quando particulæ eorum componentes sunt æque solidæ, & crassæ; si enim inæqualem habeant soliditatem, & crassitiem, fieri poterit, ut solidiores, & crassiores quamquam minus agitatae, gravius tamen comburant. Inde etiam fit, ut non omnes flammæ æque sint calidæ, quamquam sint æque rapidæ: nam flamma paleæ non tam calet, quam flamma quercus; neque hæc tam calet, quam flamma carbonis lapidei. Particulæ enim palearum, quæ flammam, quam emittunt, alunt non æquant soliditate particulas quernas, neque particulæ quernæ lapideas. Itaque necesse est flammam vehementiorem esse, pro ut solidioribus, & crassioribus partibus constet. Hinc videmus fabros ferrarios, ut ferrum cudant, lapideo potius, quam alio quovis carbone uti; quia ferrum magis ea, quam alia quavis flamma adficitur.

§80. Ex quibus sequitur caloris vim augeri posse vel ex densitate materiæ, cui calor adhærescit, vel etiam ex velocitate, qua cientur particulæ corporis calidi; usque adeo ut data velocitate calor sit ut densitas; data vero densitate calor sit ut velocitas, neutra vero data calor sit ut densitas, & velocitas conjunctim. At cur aquæ ad ignem ebullientis calor non augetur in immensum, sed suum habet limitem, quem superare non potest? Scilicet agitatio particularum ignis determinata est, à qua quum dependeat agitatio particularum aquæ, fieri quidem potest, ut ejus particulæ adipiscantur velocitatem æqualem velocitati particularum ignis, ac vero ut concipiant majorem velocitatem, id quidem impossibile est: unde sequitur æstum aquæ ebullientis determinatum esse debere. Sed quoniam densitas aquæ
major

major est densitate flammæ, non mirum esse debet si ustio facta ab aqua ebulliente longe sævior sit, quam ustio ipsius flammæ.

§81. Caterum calor externus relationem quamdam habet ad sensum corporis nostri, in quo numquam non inest aliquid caloris vitalis: particulæ enim, ex quibus caro constat, semper aliquo motu agitantur, adeoque aliquantulum semper calent. Itaque quum manibus corpus aliquod contrectamus, in quo adest aliqua agitatio calori excitando idonea, non semper necesse est caloris sensatione nos adfici: quum enim tria possint contingere I. ut agitatio corporis nostri minor sit agitatione particularum corporis, quod in manibus versatur: II. ut sit æqualis: & III. denique ut sit minor; si quidem primum contingat, corpus videbitur calidum; nonnihil enim agitationis superadditur particulis nostræ carnis ex contactu corporis calidi; si secundum accidat corpus neque calidum, neque frigidum videbitur; sensus enim noster nullam mutationem patitur ex corporis contactu; denique si tertium eveniat, corpus frigidum videbitur, scilicet quia nonnihil agitationis detrahitur sensui nostro, atque in particulas corporis calidi transfertur. Cui consequens est sensationem caloris eo esse potentior, quo minor est agitatio corporis nostri præ agitatione particularum corporis calidi; sensationem vero frigoris eo esse vehementiorem, quo major est agitatio corporis nostri præ agitatione partium corporis calidi.

§82. Quorum omnium veritas potest ex sequentibus observationibus confirmari. *Prima*, cui manus vehementer calent, is ipsam aquam tepidam frigidam experitur; aquam vero frigidam ut frigidissimam sentit. *Secunda*, cui manus vehementer frigent, is tepidam aquam calidam experitur, calidam vero ut calidissimam sentit. Itaque eadem aqua tepida eodem tempore videri debet frigida iis, quibus manus vehementer calent, calida vero iis, quibus manus vehementer frigent; quin immo ea videatur necesse est calida, & frigida simul eidem homini, cui altera manus vehementer calet, altera autem vehementer frigeat. *Tertia*, quam
Z
quam

quam certissimum sit aquas puteales frigidiores esse hieme quam æstate, tamen eæ frigidiores nobis videntur æstate, quam hieme; scilicet quia major est inæqualitas caloris in corpore nostro ab hieme ad æstatem, quam inæqualitas frigoris in aqua puteali ab æstate ad hiemem. Et quarta denique, cryptæ, atque omnia loca subterranea frigidiora videntur æstate, quam hieme, quum procul dubio frigidiora sint hieme, quam æstate: nam oleum in cryptis hieme congelat, quum tamen per æstatem minime congelat: quod indubium est argumentum frigoris majoris in cryptis hiberno tempore, quam æstivo: cujus quidem rei causa extra ipsum corpus nostrum quærenda non est.

§82. Audiamus clarissimum *Hermannum Boerave*, ita de hujusmodi calore respectivo præclare differentem. *Accedit, quod, cui diu adsuevimus, gradus caloris à nobis non sentiat, ut in aliis omnibus dudum consuetis idem obtinet; unde & naturali minorem, vel solito pro nullo habentes assidue fallimur. Contra autem homines frigori à longo tempore adæti longe alio adsueunt inde, quam nos, sensu. Observatum jam olim est, loca subterranea, æstuate canicula, sudantibus præstantissimum præstare refrigerium; hieme è contrario rigentia frigore membra blandum ibidem calorem persentiscere: unde falso colligebant, loca sub terra brumali gelu calere, exardescere æstu refrigerari, atque antiperistasis pati; quum certi tamen simus cellas profundas satis æstate plus calere, magis frigere hieme; quando autem quam profundissime effossæ sue: int (ubi neque calor, neque frigus aeris exterioris agere nequeat) tum vero in eodem fere gradu caloris persistere.* Subdit deinde: *vultis ne me rem addere maximi momenti in Medicina, qua in primis firmare queo, quam parum fidendum sit ad determinandam ignis magnitudinem (id enim ostendere sibi proposuerat clarissimus Author) per illum calorem, quem nos sentimus? faciam lubens. Quoties æstuate Cælo à Sole per nubes reflexo, vel refracto æstus exoritur sano intolerabilis homini, exurens fere, & suffocans, solent brevi tonitru sequi, & fulmina cum imbris profusissimis,*

simis, saepe & grando una cadit : hac vix contingere, quin subito, gelidum nobis adparens, frigus molestissimum aestum excipiat. Contremiscunt subitanea hac vicissitudine corpora, putantque vulgo homines, quasi hiberno percuterantur gelu : Attamen, expertissimus loquor, est tum in hoc aere, qui adparet adeo gelidus, tantus calor revera, qui si superveniret glaciali biemi, necaret aestu adparente corpora. Si enim conclave, dum rigidissimo gelu consistunt flumina, calefaceres igne eo usque, ut jam post hoc tonitru, mense Augusto, atmosphaera incalescit, mortalium nullus in aere glaciali brumæ gelidissimæ versatus, atque in cubiculum hoc ingressus ferre posset calorem, sed resolveretur viribus defectus.

§84. Videndum nunc est de frigore. Ac primo quidem loco discutiendum est, utrum frigus nihil sit, præter caloris privationem, quemadmodum nonnullis præclarissimis Viris visum est, an vero sit qualitas quædam positiva, cui spiritus quidam, halitusque frigorifici subiecti sunt torporem corporibus adferentes, ut alii doctissimi viri arbitrantur. Mihi videntur conciliari posse utrorumque sententiæ dicendo, quod quemadmodum frigus calori contrarium est ; natura autem, atque constitutio caloris in certo partium insensibilium motu reposta est: ita frigoris natura sita sit vel in quiete, quæ motui omnino contraria est, vel etiam in motu, qui longe diversus sit à motu caloris sensationem excitante: quo sensu verum est, frigus esse quid negativum, meramque privationem caloris. At vero si reputemus, illud quod caloris agitationem sinit, quid reale, & positivum esse debere: (quemadmodum enim corpora, quæ quiescunt egent causa aliqua reali, ad hoc ut moveri possint, ita vicissim corpora, quæ quovis modo moventur opus habent causa aliqua positiva, ad hoc ut sistantur) veram pariter fateamur oportet sententiam eorum, quibus persuasum est frigus esse qualitatem corporum positivam. Id quod evidentius constabit postquam causam istam realem, quæ motum corporum calidorum vel sinit, vel minuit innuerimus.

§85. Primo autem sicut calor, ita & frigus, ut
 Z 2 modò

modo adnotatum est, relationem quamdam habet ad corpus nostrum, atque ex ea relatione æstimandum est. Ut enim illa corpora calida sentiuntur, in quibus major est agitatio particularum, quam in carnibus nostris; ita vicissim ea corpora sentiuntur frigida, in quibus vel nulla est agitatio particularum, vel longe est minor, quam in carnibus nostris. Nam priori casu transfertur in corpus nostrum aliquid motus de corporibus, in quibus major est agitatio: ob motus autem incrementum caloris sensatio suboriatur necesse est. Posteriori vero casu transfertur vicissim de corpore nostro aliquid motus in corpora, in quibus minor est agitatio; adeoque ob motus imminutionem frigoris sensatio subsequitur. Intelligere id licet eodem exemplo manus in aquam immerse, quo supra usi sumus. Etenim si manus frigeat, aqua autem tepeat: hoc est si major sit agitatio particularum aquæ, quam fibrarum manus, accedet his paulatim nonnihil motus, illis autem tantumdem decedet; unde manus tepescet, aqua autem frigescet. Vicissim si manus tepeat, aqua autem frigeat: hoc est si major sit agitatio fibrarum manus, quam particularum aquæ, excipient hæ paulatim nonnihil ejus motus, & agitationis majoris, qua fibræ manus commoventur: unde aqua tepescet, manus autem frigescet.

§86. Huic doctrinæ illud consequens est, ut major calor, vel majus frigus manum invadat, pro ut major agitatio ejus fibris accedit, vel decedit; atque ex eodem fonte profluit, quod non omnia corpora æque calida, vel æque frigida esse sentiantur; quorum enim particulæ rapidiori motu cientur, ea calidiora videbuntur; at vero corpora, quorum particulæ vix, ac ne vix quidem moventur, frigidiora tactui erunt. Sed hoc alicui exceptioni obnoxium est: nix enim frigidior est, quam marmor, quamquam partes marmoris minus agitate sint, quam partes nivis; id quod ex eo oriri existimandum est, quod particulæ nivis facilius ad motum adigi possint, quam particulæ marmoris. Itaque quum priores mobiliores sint, quam posteriores, citius eæ transferent in se agitationem fibrarum carnis; ideoque manus
magis

magis albegunt contrectando nivem , quam marmor . Confirmari id potest ex eo , quod nix diutius manibus contrectari nequit , quin tota liquetur ; id enim innuit agitationem fibrarum carnis cito in nivem transferri . Cæterum qua ratione manus algent contrectando corpora frigida , vicissim vero calent contrectando corpora calida , eadem prorsus ratione accidit , ut corpora quævis frigida dum alia corpora proxima refrigerant , calefiant ; nam excipiendo in se motum corporum calidorum , ipsa calefunt , illa vero frigesunt .

§87. At quis spirituum , halituumque frigorificorum , de quibus supra mentionem iniecimus , usus , quæve necessitas , si hac ratione frigus in corpora inducitur ? Verum necessitatem istam arguit *primo* artificiosa liquorum congelatio . Nix enim cum sale communi , aut nitro , aut alumine , aut vitriolo permixta , & vasi circumfusa aquam vase contentam vertit in glaciem etiam media æstate , aut prope ignem ; quod vix citra substantialem effluxum fieri , vel intelligi potest . Immo *Robertus Boyleus* quum vasi , cui infusum erat oleum terebinthinæ , nivem sale permixtam circumposuisset , nix ipsa aquam phiala intra oleum suspensa contentam congelavit : quæ quidem congelatio artificialis etiam in machina pneumatica post exhaustum aerem perficitur . Quæ omnia citra effluxus substantiales ab illa nivis , & salis mistura prodeuntes vix intelligi posse crediderim .

§88. *Secundo* intensum illud , & acerrimum frigus , quod in locis ad Septentrionem politis dominatur , quodque tam alte Terram penetrat , durissima quæque corpora confringit , & calorem ignis pene opprimit , adeo ut aqua inter decidendum , etiam igne admoto congeletur , ut in *Prussia* sæpe observatur , id inquam videtur evincere causam frigoris realem esse , & positivam .

§89. *Tertio* sæpe frigus in quibusdam locis etiam à polis remotioribus longe acrius est , quam in iis , quæ sunt polis ipsis viciniora . Sic frigus in *Ukrania* , quæ est *Poloniæ* provincia , acerrimum viget , quum tamen

eadem fere sit ejus latitudo, sive altitudo poli, quæ in *Normandia*. Sic in Civitate regia *Sinarum* ad XLII gradum latitudinis sita, qualis est *Romæ*, ingens fluvius circa mensem Novembrem intra unum pene diem crescit in glaciem, quæ non solvitur, nisi post quatuor menses exactos, & ita firma est, ut par sit ferendis curribus: quum interim, tactu ipso judice, non tam acre frigus videatur, ut flumen tam subito possit corripere; nec absurde id terrenis halitibus, qui aquæ particulis omnem motum repente adimunt, tribui potest. Sic in *Moscovia boreali* hiems est acerrima, quamquam eadem pene sit illius latitudo, atque *Scotiæ*.

§90. Denique in certis regionibus venti frigidissimi flant, in aliis non item: id quod ex halitibus quibusdam procreando frigori idoneis, quos secum venti devehunt, proficisci existimandum est. Sic ubi folium tubus mistura nivis, & salis circumdatur, tum ventus frigidior erumpit, qui spiritum in thermometro, de quo postea, pensilem deprimit; quum tamen ventus communiter ex foliis exspirans nihil quidquam mutationis thermometro inferat.

§91. Erunt fortasse, qui quærant, quales sint hujusmodi particulæ, sive halitus frigorifici. Credibile est frigus ut plurimum induci ex particulis salinis, maxime vero nitrosis: aqua enim admixto nitro valde refrigeratur: nam thermometum in aqua demissum, statim deprimitur, si aliqua nitri copia injiciatur in aquam: quam in rem legendus est *Robertus Boyleus*, qui plurima experimenta de frigore collegit, multaque hanc in rem habet lectu dignissima.

§92. Dicendum denique est de frigoris criterio. Quum sensus ipse non sit caloris, aut frigoris judex incorruptus: quod enim uni calidum videtur, alter frigidum judicare solet, excogitata sunt instrumenta ad gradus caloris, vel frigoris dimetiendos perutilia, eaque instrumenta ex re *Thermometra*, & *Thermoscopia* dicta sunt. Quum tamen variis modis ea instrumenta parari possint, præcipuos dumtaxat hic adferemus. Primum autem omnium notissimum se se nobis offert vul-

gare

gare thermometrum, quod à *Sanctorio* inventum fuit: idque nihil est, nisi tubus inflexus, cujus pars summa occlusa est, & in globi formam tornata; inferior autem aperta, per quam aqua usque ad aliquam altitudinem infunditur. Quum pars summa manu contrestatur, aer, qui eam tubi partem replet calore manus dilatur, & aquam deprimit. Contra præ frigore densatur aer, & aqua adscendit non metu vacui, ut vulgo credebatur, sed ab incumbentis aeris pondere. Itaque hujus Thermometri hæc duo sunt phænomena. *Primum* aere calidiori descendit liquor in tubulo: nam aeris in globo inclusi elater expanditur, & sic liquorem deprimit. *Secundum* aere frigidiori elater in globulo contrahitur, & sic liquor ob minorem aeris interni relistentiam ab aere externo sursum propellitur.

593. Verum enim vero id genus thermometrum jam in usu esse desiit, quod minus sit accuratum: varium enim incumbentis aeris pondus aquam inæqualiter attollit, adeo ut aquæ ipsius elevatio ex duplici causa quasi complicata pendeat: ex frigore nimirum, & atmosphære pendere; neque adeo ex adscensu, vel descensu aquæ certa caloris, aut frigoris norma haberi possit.

594. Huic itaque thermometro suffecta sunt thermometra sigillata, quæ omnem externo aeris aditum intercludunt, quæque *Florentiæ* primum reperta sunt. Sic vero ea parari solent, atque impleri sæviante hieme. Quum in aliis thermometris spiritus vini ad inferiorem phialam pene descendit, oblongum tubum amplum, & rotunda phiala instructum ad certam altitudinem vini spiritu implent; tum admoto igne, ut spiritus vini calore rarefactus ipsum tubum impleat, & omnem aerem excludat, ad flammam lampadis summam tubi partem fusam torquent, atque ut loquuntur *hermetice* signant; thermometrunque ita constructum tabulæ in partes æquales divisæ adplicant. Hujus autem thermometri duo pariter sunt phænomena. *Primum* aere calidiori liquor in tubulo adscendit: quia calore rarescit spiritus vini, majoremque locum occupat. *Secundum* aere frigidiori descendit liquor in tubulo; quia frigore den-

densatur spiritus vini, in minoremque locum coarctatur. Accidit autem aliquando, ut liquor ob summum æstum ad supremam tubi partem attolleretur, ipsumque apicem perfringeret: vicissim quandoque in subjacentam cinnino phialam descenderet; quorum primum summi caloris, alterum frigoris acerrimi signum fuit.

595. Habent pariter & hæc thermometra sua vitia, quibus vix ulla remedia adhiberi poterunt: quum enim spiritus vini non statim dilatetur, neque statim densetur, non possunt illico ex eo intelligi subitæ mutationes aeris: Præterea mutationum levissimarum nullam ipsa præbere possunt significationem, quum rarefactio, vel condensatio exigua sit, vixque possit animadverti, nisi longissimo, tenuissimoque collo thermometrum instructum sit. Consueverunt autem artifices huic malo obviam ire thermometrorum collos angustissimos in undas ad dextram, & sinistram vicibus sinuando; hac enim ratione fit, ut facilius, & celerius ascendat spiritus vini, & graduum differentia accuratius observetur.

CAPUT SECUNDUM.

De præcipuis Caloris, & Frigoris effectibus, eorumque causis.

596. **C**aloris, frigorisque præcipui effectus sunt rarefactio, condensatioque, caloris scilicet rarefactio, frigoris autem condensatio: quamquam interdum calor vicissim condenset, frigus vero rarefaciat, ut postea demonstrabitur. Ut à rarefactione facta ex calore incipiamus, dicimus omnia corpora, quorum partes arctius cohærent, incallescere non posse, quin illico rarefiant. Experiri id licet in plerisque liquoribus igni impositis, qui ebulliendo rarefunt. Experiri quoque idem licet in corporibus solidis, veluti ferro, auro, cæterisque metallis, quæ calore intumescunt. Adhuc quidem nonnulla corpora solida, quæ calefacta videntur minui potius, quam augeri; sed id fit ob fumos copiosiores, quos

quos calefciendo emittunt; scilicet quid quid incrementi illa lubeunt ex calore, id omne cedit in jacturam, quam faciunt per emissionem fumorum, quæ longe quidem est major.

597. Neque vero difficile est hujus rarefactionis causam intelligere. Quum enim partes corporum incalificentium moveri occipiant, necesse quidem est, ut aliæ alias expellant; præsertim vero si antequam incallescere, confertiores erant: unde incrementum voluminis sequatur necesse est. At subsequente refrigeratione necesse est corpora rarefacta ad pristinam molem redire, scilicet quia, extincto partium motu intestino, repulsio cessat. Potest autem contingere, ut accedente subita refrigeratione non fiat tanta corporis condensatio, quanta fieret, si corpus sensim refrigeretur; scilicet quia subita refrigeratione partes sistuntur, antequam eum situm ad invicem habeant, qui ad densandum corpus est aptissimus. Quemadmodum enim si modius tritico plenus leniter concutitur, triticum ad minus spatium redigitur, modius autem majorem ejus quantitatem capit, si vero vehementius concutitur, tritici grana non tam bene ordinantur, aut etiam vi agitationis extramodum exsiliunt, ita corpora calida paulatim refrigerata in longe minus spatium coarctantur, quam si ita-
tim frigore correpta essent.

598. Quamquam autem corporum moles ut plurimum ex calore augeatur, accidit tamen interdum, ut ea minuatur, scilicet si partes ex quibus moles constituitur natura sua leves, & mobiles juxta se invicem quiescant, adeo tamen, ut spatia amplissima inter se relinquant, & rarissimam compagem constituent. Accedente enim calore fiet, ut partes illæ propius ad se invicem accedant, ideoque moles decrescat; id quod in nive fieri passim videmus, quæ multo minus spatium liquefacta occupat, quam antea occupabat. Nivi enim putandum est illud idem contingere, quod modo dictum est accidere corporibus, quæ statim frigore corripiuntur. Scilicet particule aqueæ volitantes per aerem, ac rarefactæ subita frigoris vi correptæ abeunt in flosculos

sculos nivis rarissimos, qui deinde alii super alios decedentes magna inter se spatia relinquunt, unde immensa illa raritas suboritur.

599. Quemadmodum autem præcipuus caloris effectus est rarefactio, dum vi calefactæ partes celeri, & turbinato motu agitantur, majoremque locum expostulant, sic præcipuus frigoris effectus videtur esse condensatio. Hinc liquores oleosi, immo & dura quæque corpora frigoris vi densantur, & contrahuntur: ex quo deinde fit, ut oleum frigore concretum gravius sit pro mole sua, & in liquidum oleum descendat, ut suo loco explicabitur. Immo hydrargyrus tubo conclusus per artificiosam congelationem duobus digitis visus est descendere, quamquam antea fuisset in machina pneumatica aere expurgatus: in loco vero calidiori quum esset collocatus pristinae suæ altitudini nonnisi post aliquot dies redditus fuit. Generaliter autem quæ corpora partes habent maxime mobiles, ut spiritus vini, & aer ipse, aut ramosas, & minutiores, hæc frigus contrahit; motum quippe concitatum partium aut imminuit, aut omnino tollit; Sed aer præ frigore contrahitur, vel quod illius partes non adeo celeriter moveantur, vel quod vis ejus elastica plurimum imminuatur.

600. Ut autem calor molem quorundam corporum coarctat, ita vicissim frigus certorum corporum molem adauget. Constat id ex vulgatissima aquæ rarefactione orta ex ipsius congelatione. Aqua enim tubo conclusa per artificiosam congelationem nona sui parte, vel decima interdum attollitur; atque inde fit, ut glacies aquæ innatet, quod pro mole sua sit levior, quemadmodum suo loco explicabitur. Inde etiam fit, ut tubi, & vasa plerumque frangantur, quum scilicet summa aquæ pars primo in glaciem abit: quæ enim aqua subest, ubi congelatur, & expanditur, vas confringit, quod ejus dilatationi locus non pateat. Sed, uti dictum est, postulatur congelationem à summa aquæ parte originem capere; si enim ab imo incipiat, vasa minime confringentur. A summo autem incipit, quando congelatio fit à frigoris naturalis vi. Ab imo vero
inci-

incipere potest, si fiat per frigus artificiale, admota scilicet glacie infimis partibus vasorum.

601. Quæ vero sit hujus dilatationis causa, explicatu satis difficile est. Sunt, qui existimant partes aquæ, dum vi frigoris rigent, fieri immobiles, nec tam facile alias aliis incumbere, atque antequam rigidæ evaderent: quo tempore facilius & fledebantur, & pressioni aliarum partium cedebant. Sunt alii, qui contendunt aerem poris aquæ conclusum in varias bullas dilatari, ex quo incrementum voluminis repetunt. Utraque causa fortasse verissima est: sed ab illis explicandum erat cur aquæ partes frigore rigescerent: ab his vero cur aer poris aquæ conclusus in majus spatium dilataretur. Cæterum aerem media in glacie inflatum esse in bullas, vel ipso oculorum testimonio constat; probarique etiam potest ex eo, quod aqua in machina pneumatica omni pene aere exinanita, deinde vero congelata multo minus intumescat, atque intumesceret, si aer minime esset exhaustus: tunc enim bullarum longe minor quantitas in glacie generatur.

602. Hic non alienum est quædam de congelatione, ejusque initiis, atque progressu referre. Ac primum id constat, corpora fere omnia, in quibus aqueus humor dominatur in glaciem converti posse. Fluida vero illa, quorum partes aut sunt tenuiores, nimiumque agitatz, ut spiritus vini, aut ramosiores, aliæque aliis implicitæ, ut olea pene omnia in glaciem proprie non abeunt, uti nec liquores, quorum partes sunt graviores, aut nimium agitatz, ut spiritus salium, & hydrargyrus ipse: glacies enim proprie fit, quum partes fluidi liſtuntur, & ex flexibilibus fiunt rigidæ, ac fragiles.

603. Qualis sit congelationis aquæ initium, ac progressus ostendunt observationes factæ à Viro clarissimo *D. Mariotte*. Quum enim vas cupreum octo pollices latum, & sex pollices altum aqua plenum vigente intensissimo frigore aeri libero exposuisset, post breve tempus reperit facta esse in aqua exigua aquæ concretæ fila, quorum alia erant horizonti perpendicularia, alia eidem horizonti parallela, quorumque aliqua fun-

do

do vasis, aliqua vero lateribus adhærebant: hæcque cum illis in quibusdam locis se decussabant. Fila illa sensim fiebant latiora, eorumque latitudo, effusa per inclinationem vasis aqua, videbatur esse trium circiter linearum: quæ autem erant parallela, distabant inter se spatio trium quoque circiter linearum. Postquam nova aqua vas replevisset, nova etiam fieri glaciei fila comperit, quorum quæ erant fundo proximiora se se expandebant, tandemque glacies totum vasis fundum occupabant. Similiter fila, quæ superiori aquæ superficiiei erant proximiora sensim in continuam glaciem coibant, relicto tantum foramine in medio superficiiei, in quo aqua non congelabatur, ita ut foramen illud esset adhuc apertum, quum glaciei crassities esset unius pollicis. Aqua autem, quæ sensim per illud foramen effundebatur, sensim etiam ad latera concrefcebat, in tumulum adsurgens, & foramen paulatim angustius fiebat, eoque tandem occluso glacies cum quodam strepitu disrumpebatur.

604. Quorum omnium facile est investigare causas. Ac primo quidem aquæ eruptio per foramen in medio glaciei in aquæ superficie superiori relicto consequitur ex dilatatione aquæ ad congelationem tendentis; foramen autem manet apertum propter continuum aquæ effluentis nisum. Eandem ob causam obturato tandem foramine, glacies rumpitur, & quidem cum fragore, ad quem conferunt bullæ aeræ, quas in glacie inflari supra dictum est. Et sane si aqua fuerit per ebullitionem, vel alio quovis modo ab aere expurgata, quæ ex illa formatur glacies paucioribus uti diximus bullulis luxuriat, seriusque frangitur. Ex fundo autem, & lateribus vasis ducuntur prima fila congelationis, quia ibi primum obrigescent particulæ aqueæ: tota enim vasis superficies ante obducitur glacie, quam pars superior concrescat.

605. Cæterum congelationem fieri ab intrusione specialis cujusdam materiæ, & fortasse particularum salinarum, id quidem ex iis, quæ Capite superiori dicta sunt luculenter colligitur. Ad ea addi potest, quod
liquor-

liquores plurimi, nulla existente refrigerationis causa, modicæ materiæ idoneæ permixtione coagulentur, refrigerenturque. Nam si in venas animalis vivi infundatur parum spiritus vitrioli, sanguis statim coagulabitur, & animal morietur, quod idem præstant quædam venena. Præterea lac ab affusione modici acidi, aut ab infusione pauci coaguli concrescit in massam mollem, quæ tandem induratur. Similiter credendum est diffusam esse per aerem quamdam materiam, qua partes aquæ, aliorumque liquorum uniuntur, quando concrescunt in glaciem vi frigoris: eo magis quod legitur quosdam esse lacus, qui unius noctis spatio mense Februario in tota superficie congelantur, & duabus, vel tribus diebus aquæ concretionem ad multam profunditatem extendunt, quum tamen ante illum mensem, quantumcumque frigus urgeat, suam servant fluiditatem, nullumque in iis adpareat glaciei rudimentum. Idem constat quoque per artificiales congelationes, quæ nunquam fiunt, nisi cum nive sal, & quidem copiosius, commisceatur.

606. In congelationibus autem artificialibus nonnulla adnotatu digna observata sunt à sapientissimis *Academia Florentina* viris, quorum summa hæc est. Quum primum vas nive circumdatum est, illico aqua in eo contenta ad maiorem altitudinem adsurgit, quasi statim rarefacta esset. Tum vero sensim subsidit, ad certam autem profunditatem manet aliquantisper immobilis. Denique quum glacies, incipit fieri, iterum adsurgit, & quidem ad multo maiorem altitudinem, ad quam primo pervenerat. Quorum phænomenon causæ hæc fortasse sunt. Primo aqua attollitur, non quia rarefactionem ullam patitur, sed potius, quia vas illud, quod aquam continet vi frigoris circumambientis densatur, inque spatium augustius cogitur: diminuta autem vasis aquam continentis capacitate, necesse est aquam contentam extolli, ac exsilire. Deinde post aliquod temporis intervallum quum frigus per poros vasis intus ad aquam penetret, ea vi frigoris correpta condensari occipit, adeoque in minorem molem se recipiens, paulatim

latim subfidet, deinde vero, postquam penitus refrigerata est, conquiescet. At quum glacies fieri incipit, iterum extollitur, & quidem ad maximam altitudinem: volumen enim glaciei usque ad nonam, vel decimam sui partem augetur.

607. Præterea vim aquæ gelascentis immensam esse compererunt iidem diligentissimi viri. Quum enim plures globos ex ære sibi parassent, eosque aqua plenos, ac deinde bene ferruminatos media in glacie constituisent, non sine miraculo omnes globos rimas egisse conspicati sunt; Clarissimus *Robertus Boyleus* tubum æneum tres circiter digitos latum, & aqua plenum ita aptavit, ut aqua per artificiosam congelationem dilata- ta pondus sexaginta, vel octoginta librarum attolleret. Similiter tubos ferreos sclopetorum aqua plenos, & diligentissime oclusos, cum impetu disruptos fuisse, quum gelido olim aeri expositi essent, observatum fuit à clarissimo *Christiano Hugenio* in Academia Regia Parisiensi. Tanta nimirum est vis frigoris, quod partes aquæ distendit, ut lento quidem, sed continuato partium nisu solidissima quæque corpora disrumpat.

608. Quam admiranda sit vis frigoris, ex sequentibus etiam constare potest. Lapidés recenter ex Terra extracti, nondum exhausta humiditate, comminuuntur in frustula, si frigore acriore urgeantur; immo ingentes moles abscinduntur interdum per hiemem ex magnis, & durissimis rupibus. Lapidés enim, præsertim qui contextu sunt laxiori, quando recenter è Terra eruuntur habent poros aqua scatentes: ea autem acriore Cœli rigore rigescente, necesse primo est exteriores lapidum particulas ab invicem divelli, deinde congelatione ulterius procedente etiam interiores, tandemque integros lapidés in pulvorem dissolvi. Similiter si magnæ rupium moles connectantur materia heterogenea spongiosa, satisque laxa, ut aquam haud ægre in se recipiat, facile intelligitur ex dictis, superveniente acriore frigore, & aqua gelascente, eam dissolutam iri: ex quo rupium divulsio sequatur oportet.

609. Quæ quum ita sint, minus mirandum est, si frigus

gus nova plantarum germina, ipsosq; fructus corrumpat: ea quippe corruptio ex concretionem humoris, succiq; intus contenti ortum etiam ducit: neque enim possunt succi particulæ condescere, ac dilatari, quin teneras fructuum, plantarumque partes tundant, ac lacerent; accedente autem calore eadem, quorum contextus jam est solutus, facile tabescunt. Itaque quo major est succi copia, eo major noxa creatur fructibus, atque plantis. Neque tantum germinibus tenerrimis plantarum, verum & ipsis proceris arboribus, veluti nucibus, aliisque malum infertur, quando frigus est intensissimum. Scilicet succi quibus turgent usque adeo dilatantur, ut fibras, in quarum tubis continentur, perumpant, fissurasque in truncis arborum creent.

610. Quod plantis autem, & fructibus accidit, id idem uluvenire solet animalibus, ubi frigus acrius riget, & hiems est asperior: sæpe enim aures, & nasus, aliæq; corporis partes velut gangræna infectæ vi frigoris corrumpuntur. Nec aliud est huic malo opportunius remedium, quam si partes illæ syderatæ frigida aqua persusæ nive in calidiore loco obducantur: tum enim sensum meatibus apertis sanguis, & spiritus vitales in eas partes illabuntur, quemadmodum ova, & pyra congelata aquæ frigida immersa in pristinum statum plerumque restituntur. Contra eveniet, si ea ad ignem præpropere admoveris: tum enim insipida, & pene corrupta manent. Sic *Barclaus* refert Regem *Angliæ Jacobum*, quum juvenis in *Dania* degeret, quumque nati, & aurium extrema vi frigoris pene eneستا essent, nivem de consilio eorum qui aderant, adhibuisse, quæ partes illas à gangræna defenderet.

611. Finem huic Capiti imponam dicendo ut à calore plerumque corpora corrumpi, ita vicissim à frigore sæpe ea vindicari à putredine: calor enim motum in particulas corporum inducit, unde putredo ortum ducit; vicissim vero frigus partium motum sistit, adeoque corruptionem inhibet. Hinc mortua corpora nive obruta diu incorrupta servantur. In *Islandia* carnem, & pisces aeri exponunt, & citra salis usum diu servant.

Hirun-

Hirundines in stagnis, & lacubus *Polonia* congelatis per hiemem immotæ, mortuæque, sed pingues, atque incorruptæ jacent, largamque accolis dapem præbent.

C A P U T T E R T I U M.

De duritie, ac fluiditate, deque causis utriusque.

612. **C**alorem, & frigus excipit *durities*, atque *fluiditas*. Dura dicuntur ea corpora, quorum partes arctius cohærent, neque se tam facile divelli patiuntur; quo autem magis cohærent, eo duriora sunt. Fluida vero adpellantur corpora illa, cujus partes impressioni cuicumque cedunt, & cedendo facillime moventur inter se, quarumque idcirco cohærentia est mediocris: quo autem minor est cohærentia partium minutissimarum, eo fluidiora sunt corpora. Dixi autem hic cohærentiam corporum fluidorum esse medio-crem: nullum enim novimus adhuc fluidum, quod tenax aliquantulum non sit, quodque in guttas rotundas non abeat, ac quibuscumque solidis non adhærescat; id quod aliqua cohæsionis vi ipsorum partes prædicas esse arguit.

613. Ut autem duritiem cum fluiditate conferre, variosque utriusque gradus intelligere rectius valeamus, præstat in elementaribus corporum partibus binas vires effingere alteram attrahentem, qua singulæ partes se se mutuo alliciunt, alteram repellentem, qua partes illæ se mutuo expellunt. Vis prior duritiem in corpora inducit; vis posterior fluiditatem: nam ob priorem vim partes corporum manent arctissime conjunctæ; ob vim vero posteriorem fit, ut eadem partes nequaquam cohæreant. Jam si vis attrahens superet vim repellentem corpora erunt dura; vicissim si vis repellens attrahentem vim superet, corpora erunt fluida: quo autem majus est discrimen harum virium, eo corpora duriora sunt, aut fluidiora. Denique si prior vis posteriorem
adæ-

adæquat, corpora proprie neque fluida erunt, neque dura, sed erunt ad utrumque veluti indifferentia.

•614. Quamquam autem nulla hujusmodi corpora hactenus innotuerint mortalibus, dubitandum tamen non est, quin ea interdum, saltem in momento temporis, reipsa existant in rerum Natura. Metalla enim idcirco sunt dura, quia in ipsorum partibus minutissimis vis attrahens vincit vim repellentem. At fac ea ad ignem admoveri: caloris actione paulatim increfcet vis repellens, eaque quum attrahentem vim superarit, metalla liquefcunt: Quum autem vis repellens in metallis igni admotis sensim augeatur, usque donec attrahentem vim superet, necesse est ut aliquando vires istæ fiant æquales, saltem in momento temporis; eo autem tempore metalla neque dura erunt, neque fluida. Similiter aqua idcirco fluida est, quia in ejus partibus exiguis vis repellens longe superat vim attrahentem. At fac eam intensissimo frigore corripì. Rigoris actione paulatim increfcet vis attrahens, eaque quum repellentem vim superarit, aqua evadet dura. Quum autem vis attrahens in aqua concrescente sensim augeatur, usque donec repellentem vim superet, necesse est ut aliquando vires eæ sint æquales inter se, saltem in momento temporis: eo autem tempore aqua neque fluida erit, neque dura, sed indifferens ad utrumque.

615. Erunt fortasse, quos voces attractionis, & repulsionis olim à *Scholasticis* inventæ, & numquam ab iis nõ usurpatæ offendant, verentès ne qualitates occultæ jam à recensioribus Philosophis profligatæ rursus in *Physicam* inveherentur. Sed hi, nisi verbis acerbissimum bellum volunt indicare, harum vocum usum nobis prohibere non possunt: nihil enim aliud attractionis vocabulo nos hic intelligimus, quam ipsam causam duritiei, quæcumque ea sit; nihilque aliud repulsionis nomine intelligimus, quam ipsam causam fluiditatis. Ad has autem causas quæ, si vera fateri volumus, obscurissimæ sunt, cognoscendas, operæ pretium est ostendisse modos, quibus ars, ac natura utitur ad corpora divisa in coherentem massam conjungenda.

A a

616. Et

616. Et primo constat corpora se juncta altera alteris imposita, deinde externa vi ad se compressa coherere, cohesionisque vim tantam esse, quanta est vis externa, à qua comprimuntur ad se mutuo. Ut si quibus bina corpora cubica utraque manu comprimant, ea unitam massam conficiant; ad quam separandam non minori vi opus est, quam quæ manus removeere possit. Ubi advertendum est vim externam, quæ hujusmodi cohesionem causat, oriri quoque posse à corpore aliquo fluido, quod corpora sibi mutuo imposita complectatur undique, & premat. Si enim corpora cubica modo memorata ab aqua circum circa ambientur, ea tantum cohererunt inter se, quantum aqua gravitat in ipsa, neque separabuntur, nisi adhibita vi pressionem aquæ superante. Sed ad id necesse est inter duo corpora nullas adesse rimas, vel meatus, per quos aqua interfluere possit; nam interfluxus aquæ tantum premeret corpora versus partes contrarias, quantum eadem premuntur ad invicem ab aqua ambienti; adeoque ob vires æquales, & contrarias nulla esset corporum cohesio. Hemisphæria *Guerickiana* intus cava huc pertinent: ea enim aere prorsus exinanita tanta vi comprimuntur ab aere externo, ut firmissime cohereant, sphæramque unam continuam constituent, quæ distrahi non potest, nisi adhibeatur vis gravitatem aeris incumbentis vincens; quæ quidem vis, si hemisphæria fuerint paullo majora, vix ab equis sexdecim in contrarias partes nitentibus præstari poterit; ut accidit in hemisphæriis *Magdeburgensibus*. Hoc autem experimentum complures viros doctos eo adegit, ut crederent omnium corporum cohesionem à pressione aeris proficisci: nimis quidem festinanter; nam pressionem aeris non esse genuinam causam cohesionis infra constabit.

617. *Secundo* coherent corpora se se contingentia, quæ trahuntur ad se invicem vi quavis magnetica; nam ferum, aut magnes coheret cum magnete, neque separantur, nisi adhibeatur vis præpollens attractioni magnetis. Sunt qui hujusmodi cohesionem etiam ad pressionem externam referant, dicentes vim magneticam
ab

ab impulsu aeris, vel ætheris pendere : sed eam neque ab aere, neque ab æthere, neque ab effluviis ullis, sed à causa alia proficisci, quæ hætenus omnes latuit Philosophos in loco demonstrabitur.

618. *Tertio* corpora, quæ calore abeunt in massam fluidam, frigore deinde concreescunt in massam firmissimam ex admodum coherentibus partibus compositam. Ita metalla, salia, resinae, sulphura, cera, adeps, vitrum, aliaque hujusmodi corpora in igne liquefiunt : sed frigore iterum in massas duras conventuntur.

619. *Quarto* quædam massæ molles ignis vi abeunt in corpora dura, & coherentia. Sic lutum humidum & molle igni impositum abit in laterem durissimum. Sic etiam creta mollis ab igne magis magisque induratur. Præterea indurantur ab igne corium, charta pergamina, aliaque plurima corpora. Neque tantum ignis, sed & ipse aer vim habet quædam corpora indurandi. Nam corallia ut primum mari extrahuntur, mollia sunt : sed aeri exposita lapideam duritiem sibi comparant. Item succinum flavum in litora ejectum molle est, sed aeri expositum durum evadit.

620. *Quinto* etsi corpora plana, & lævissima sibi mutuo imposita cohereant inter se, adhuc tamen magis cohererunt, interposito fluido aliquo, vel semifluido. Veluti quamquam specula duo plana, & sicca sibi imposita cohereant, quemadmodum *Sectione prima* adnotatum est, tamen longe fortius cohererunt interposita aqua, oleo, pinguedine soluta, animalium glutine liquido, terebinthina, pice, aliisque hujusmodi corporibus glutinosis. Sic fabri lignarii gluten semifluidum inter tabulas ligneas solent interponere, quæ deinde non minus coherent, quam si naturaliter cohaesissent. Pari jure cæmentarii inter saxa, & lateres interponunt semifluidam massam ex arena, & calce confectam, per quam ea in massam firmissimam abeunt.

621. *Sexto* ex mixtione nonnullorum corporum fluidorum oriuntur massæ firmissimæ, sicut fit in omnibus coagulationibus. Si lac misceatur cum acido, statim abibit in calcem. Spiritus urinæ, & vini simul affusi

mutantur in offam *Helmontii* glaciei duritiem æmulantem. Oleum vitrioli oleumque alcalini salis simul commixta primum effervescunt; deinde sedato æstu concrevit in fundo vasis quædam solida massa salina.

622. Denique ex corporibus divisilis majores massas componimus transfigendo per ea clavos ferreos, ligneosque: hac ratione machinæ quævis, ut ut prægrandes, construuntur ut plurimum ab artificibus. Sunt qui putant aquam hoc ferme pacto in glaciem durissimam concrecere: ajunt enim ex aere in aquam hiberno tempore continenter cadere multas nitrosas particulas, quæ, tamquam clavi, particulas aquæ à se separatas, atque divisas ita continuant, ut firmiori massæ componendæ occasionem præbeant.

623. Atque hos ferme modos hætenus novimus à natura, vel ab arte adhiberi ad cohærentiam corporibus conciliandam. Videndum est modo quænam sit cohærentiæ causa universalis: de ea enim viri docti non fati inter se convenire videntur. Sunt qui causam istam *externam* esse statuant: sunt alii, qui *internam* esse arbitrentur, atque ab ipsis cohærentis corporis particulis manantem. Ut à caulis externis ordiamur, primo se se offerunt ij, qui causam unionis existimant esse vinculum quoddam unde quaque ambiens elementa uniuscujusque corporis duri, non aliter atque complures virgæ continentur in fasciculo per funem circumductum. Sed hi quam inepte id faciant, manifesta res est: quum enim vinculum istud & ipsum quoque constet ex partibus, necesse erit ut partes istæ contineantur ab alio exteriori vinculo; hujus autem partes ab alio exteriori, sicque res abiret in infinitum.

624. Consultius faciunt ij, qui vim externam in pressione quadam repositam esse adfirmant, quæ scilicet extrinsecus corporibus duobus incumbens, ea ita ad invicem comprimit, ut divelli non possint, nisi pressio superetur à vi quacumque alia in contrarium agente, quemadmodum paullo supra expositum est. Ad hanc pressionem fluidum aliquod universale postulatur, quod vel aer est crassior, vel æther subtilis. Hinc Philosophi

loſophi nonnulli ad aerem, alii ad ætherem confugerunt; opinatique ſunt alterutrum ex his duobus fluidis, ſua gravitate comprimere partes corporum cohærentium, indeque duritiem eorum proficilci. Neque quidquam eos movet, quod admiſſa huiusmodi cauſa omnia omnino corpora dura eſſe deberent: reſpondent enim idcirco quædam corpora eſſe fluida, quod eorum elementa non adeo accurate congruant inter ſe, ut excuſus aeris, vel ætheris per intimos illorum reſceſſus poſſit inhiberi: itaque quum preſſio agat in partes contrarias æqualiter, nulla proſus erit cohæſio. Atque inde etiam repetunt cauſam majoris, vel minoris duritiei. Si enim ſit corpus, cujus partes accuratiſſime congruant inter ſe, cujus generis nullum fortasſe eſt in natura, id erit duriffimum. At vero corpora, quorum partes minus accurate congruunt inter ſe, erunt minus dura, eoque minus dura erunt, quominus eorum elementa congruunt inter ſe. Denique ſi partes corporum elementares minutiſſimæ ſunt, atque in pauciſſimis locis ſe ſe mutuo tangentes, quales proſecto ſunt particulæ ſphæricæ tenuiſſimæ, ita ut ab aere, vel æthere interfluente agitari, commoverique ultro citroque poſſint, ea fluida erunt.

625. Qui aeris craſſioris, atque elatiſci gravitatem crediderunt eſſe cauſam duritiei innixi ſunt experimento *Magdeburgico*, in quo duo hemiſphæria cuprea, cavaque ſibi impoſita, educto aere interno, validiſſime cohæſerunt preſſa à pondere aeris externi, uti ſupra traditum eſt; exinde enim illud iſſis colligi poſſe viſum eſt, omnia corpora ſibi ita impoſita, ut aerem inter ſuas ſuperficies non comprehenderent, ab aere externo compreſſa cohærere. Sane negari non poteſt omnia fere corpora terreſtria comprimi ab aere elatiſco ambiente, atque ita compreſſa cohærere pro aliqua parte: verum omnem eorum cohærentiam ab huius aeris preſſione pendere, id quidem adfirmari nequit, niſi ab iis qui effectus cauſis majores eſſe poſſe aſſeverare non dubitantes quod tamen abſurdum eſt. Sint enim duo cylindri,

A a 3

quo-

quorum bases singulæ sint pollicum 2—, iique inter-

posito sebo, vel cera, vel alio quovis consimili corpore cohæreant inter se. Si eorum cohæsiō omnis proficisceretur à pressione aeris elastici, sequeretur illam tantum futuram, quantum esset pondus 28 pollicum mercurii; tantumdem enim valet pressio atmosphæræ: Itaque cum pondus 28 pollicum mercurii ejusdem baseos cum alterutro cylindrorum vix æquet libras 90 *Amstelodamenses*, necesse esset supra dictam cohæsiōnem à pondere librarum 90, vel paullo majori tolli posse. Verum captis experimentis deprehensum est cylindros marmoreos supradictæ baseos interpolito sebo cohæsisse vi librarum 1150; alios longe minores interposita cera cohæsisse vi librarum 1250: cupreos longe adhuc minores interposita pice cohæsisse vi plus quam librarum 1400. Unde nam tanta hæc vis cohærentiæ, quæ tantopere superat pondus incumbens atmosphæræ? dicen-

dum hic est cylindros diametri 2— pollicum comprimi

quidem ab aere tantum, quantum est pondus 90 librarum, & tantopere cohærere, sed præter eam cohæsiōnis vim aliam intervenire à gravitate aeris minime pendentem, quæque ipsam aeris gravitatem plus duodecies superat.

626. Præterea si durities penderet à pressiore aeris necessum esset, ut corpora dura duritiem suam abjicerent in vacuo *Boyliano*, quod tamen non fit; metalla enim retinent ibi eam firmitatem, quam habent in aere; saxa nequaquam solvuntur in pulverem, neque vitrum faciscit. Sunt qui hic respondeant semper in antlia *Boyliana* superesse aliquid aeris, quod duritiem corporibus conciliat. At saltem in vacuo *Torricelliano*, quod longe præstantius est, omniq; pene aere crasso, elasticoq; exinanitum foret id eventurum: ut præteream corpora dura in antlia *Boyliana* saltem minus dura debere sensibili-

sibiliter fieri, ob diminutam pressionis quantitatem; quemadmodum hemisphæria concava, quæ antea ab aere externo compressa firmiter cohæserant, pondere minimo in eadem antlia *Boyleana* distrahuntur.

627. Has difficultates quum præsensissent nonnulli doctissimi Viri, neq; tamen dubitarent cohælionis vim à pressione externa proficisci ad ætherem confugerunt, cujus vim, atque pondus longe potentiora esse arbitrati sunt. Hi in explicanda duritie, ac fluiditate, variisque gradibus ipsarum conveniunt cum superioris sententiæ fautoribus in cæteris; in hoc tantum discrepant, quod illi aerem adhibent, ipsi vero ætherem, aut potius utrumque usurpant, ut scilicet difficultatibus jam expolitissimis satisfacere possent. Verum quominus nos huic sententiæ subscribamus unum obstat: quum enim durities oriatur ex pressione, & gravitate ætheris, sequitur ex duobus corporibus ejusdem voluminis illud durius esse oportere, quod majorem continet quantitatem materiæ: ubi enim major est sub eodem volumine materia, ibi major excipitur pressio; ubi vero plures sunt pori, ibi minor pressio locum habet. Atqui, ut suo loco demonstrabitur, pondera corporum sunt ut quantitates materiæ: itaque cohærentia partium in corporibus, sive durities ipsorum sequatur necesse est ipsorum gravitatem. Jam vero gravitates corporum hoc ordine se se sequuntur: aurum gravissimum est, deinde argentum vivum, plumbum, argentum, cuprum, ferrum, stannum, mineralia, adamas, reliquæque gemmæ pelucidæ: itaque eodem ordine recentita corpora esse deberent duriora, quum tamen adamas sit omnium durissimus, hunc sequantur gemmæ pretiosæ, & silices: inter metalla vero aurum sit durissimum, deinde ferrum, argentum, cuprum, stannum, & plumbum; mercurius autem, qui post aurum gravissimus est, fluidus maneat.

628. Veniamus modo ad causas internas. *Epicurei* crediderunt duritiem corporum pendere ex ipsa figura elementorum corpora componentium. Ajunt enim, si elementa fuerint hamata, vel uncinata, vel ad instar ferrarum dentata, facile intelligeretur ea sic mutuo conjungi

A a 4

inter

inter se, implicariq; posse, ut corpus durum constituent. Verum enim vero quoniam elementa, quæ hamata, vel uncinata, vel ad instar ferrarum dentata esse supponuntur meræ atomi non sunt, sed & ipsa etiam ex innumeris particulis minutissimis constant, redibit quæstio an horum elementorum partes consimili ratione cohæreant: & nisi uncinulorum, hamorumque progressus in infinitum admittatur, semper eodem loco res recidet. Sed præterea innumeræ sunt cohærentiæ in quibus nulla uncinorum, vel hamorum suspicio est. Si enim bina specula plana vitrea, vel marmorea oleo inungantur, deinde vero sibi mutuo adponantur, ita cohærebunt, ut nonnisi magna vi possint separari. At hic absurdum est dicere tantam vim cohæsionis pendere ex partium oleosarum uncis, atque hamis: sic enim oporteret ut ipsum oleum durum esset, non fluidum. Insuper magnes ferro admotus cohæret cum eodem ferro: est ne verisimile cohæsionem istam proficisci ex eo, quod partes ferri hamatæ cum magnetis partibus intricentur?

629. Superest ut videamus an vera sit eorum sententia, quæ ponit attractionem esse causam, atque principium cohæsionis corporum. Equidem in particulis corporum terrestrium dari vim quamdam, qua vi particulæ illæ se mutuo trahunt, id quidem *Sectione prima* abunde ostensum est. Ea vi constituta facile erit cohæsionis corporum rationem reddere. Quotiescumq; enim duo corpora plana, atque lævia sibi mutuo imponuntur, partes, quæ se contingunt, se se attrahent, & quantum se attrahent, tantum cohærebunt. Si corporum superficies forent perfectæ planæ, & absque poris, eæ profecto sic cohærerent, ut nihil supra: quippe omnia ipsarum elementa se traherent. Quum vero superficies omnium corporum sint porosæ, & ideo asperæ, eæ sibi incumbentes in nonnullis locis, punctisque se tantum attingent; quare attractio earum non erit maxima, sed eo propius accedet ad maximam, quo superficies propius ad perfectam planitiem, densitatemque accesserint: eo vero longius recedet ab ea, quo superficies fuerint minus politæ, magisque porosæ.

630. Ex his autem intelligimus *primo*, quare corpora asperimæ superficiei sibi imposita minime cohæreant; ea enim in paucissimis punctis se se contingunt, neque vis attrahens ex uno corpore egressa eousque se exporrigit, ut in alterum corpus agere possit. Quapropter nullius momenti putandæ sunt objectiones adversariorum quærentium cur duo ligna sibi imposita non cohæreant? Cur cubus metallicus alteri metallico cubo impositus non sic cohæreant, ac si igne fusi in unam massam confluxissent? nam hujusmodi difficultates evanescent, dummodo ad asperitates superficierum se se attingentium animus advertatur, quæ asperitates impedimento sunt quominus attractio sensibilis oriatur. Intelligimus *secundo* quare corpora maxime cohærentia, uti adamas, gemmæ, silices, vitra, aliaque hujusmodi diffracta superficiem splendentem exhibeant; quum è contrario corpora minoris firmitatis diffracta superficiem exhibeant asperam, & inæqualem, ut pote constantem ex corpusculis, quorum superficies asperiores etiam in paucioribus punctis attigerunt reliquas. *Denique* intelligimus quare quædam corpora sint aliis duriora, & unde nam oriantur tot gradus diversi firmitatis, atque duritiei, quæ in corporibus terrestribus observatur: quum enim asperitates superficierum, quibus corpuscula elementaria terminantur infinitis gradibus differre possint inter se, minime mirandum est, si ipsa firmitas corporum majorum variet quoque in infinitum.

631. Ita recensiores Philosophi, quibus persuasum est particulas materiæ se se mutuo trahere, de duritie corporum philosophantur. Fluiditatis vero hanc reddunt rationem. Statuunt particulas corporum fluidorum esse minutissimas, atque sphericas, vel etiam à spherica figura nō admodum abhorrentes: ita enim particulae istæ sphericæ in paucissimis punctis se se tangentes leviter se trahent, adeoque exigua futura erit cohæsiō particularum ab attractionis vi oriunda, eaque superari poterit à quavis minima vi, quæ contra fluida corpora ad turbandum eorum statum infertur. Accedit
figu-

figura particularum, quæ quum sphærica sit, vel etiam sphæricitati proxima summam mobilitatem ipsis particulis conciliat. Intelligere id licet ex minutissimis illis globulis plumbeis, quibus venatores in venationibus utuntur, qui speciem quamdam fluiditatis præferunt, eoque magis ad fluiditatem accedunt, quo minutiores sunt. Idem adparet in arena, quæ etiam aliquo modo fluida est; neque dubitandum, quin si ejus grana essent adeo tenuia, ut oculorum aciem fugerent, summam ipsa fluiditatem foret habitura.

632. Quapropter fluiditas corporum tum per figuram sphæricam, vel quasi sphæricam particularum componentium, quum per earumdem particularum exiguitatem recte, ni fallor, explicatur: varii autem fluiditatis gradus proficiscuntur tum ex eo, quod figuræ particularum componentium possunt magis, vel minus deflectere à sphæricitate, tum etiam quia eædem particulæ possunt majorem, vel minorem magnitudinem habere. Sunt qui censeant ea corpora fluida esse, quorum particulæ sub sensum non cadentes motu interstino assiduo agitantur: verum hic motus intestinus inutilis est ad fluiditatem explicandam, quemadmodum ex iis, quæ modo dicta sunt, consequitur: ut præteream nullis experimentis constare, an revera hujusmodi motus intestinus insit in particulis minutissimis fluidorum.

633. Negandum tamen non est, quin adsint quædam corpora fluida, quorum particulæ summopere agitatae sunt, ut metalla vi ignis liquefacta; sed hujusmodi fluiditas non à natura est, sed ab arte. Etenim corporum fluidorum quædam natura talia sunt, ut aqua, oleum, argentum vivum, aliaque hujusmodi: quorum particulæ quamquam fortasse agitari in se invicem possint, tamen agitatio ista inutilis, uti demonstratum est, videtur ad eorum fluiditatem explicandam: adeoque ea, si fortasse inest, in particulis fluidorum naturalium, habenda erit potius ut effectus, quam ut causa, atque principium fluiditatis, quemadmodum infra apertius demonstrabitur. At sunt quædam alia corpora, quæ natura quidem durissima sunt, sed duxitiam illam facile abji-

abjiciunt vi ignis, ut metalla, vitrum, adeps, aliaque hujusmodi corpora. Hæc corpora quamdiu manent frigida cohærent, quia ejus particulæ in pluribus locis se se contingentes fortiter se attrahunt. At quum ignis eorum poros ingressus est, fit rarefactio totius massæ, particulæ componentes divelluntur, moveri huc illuc incipiunt, aliæque ab aliis recedunt: quum autem eæ minus contigux fiant, attractio ita languescit, ut tandem corpora suam duritiem abjiciant. Amoto igne cessat motus particularum, eæ rursus accedunt ad se mutuo, adeoque validius se attrahentes aliquem cohærentiæ gradum adquirunt, quæ eo magis augetur, quo magis refrigerantur particulæ; extincto autem omni calore, pristinam duritiem recuperant.

634. Quibus ita præmissis phenomena cohæsionum supra ad septem classes generales revocata breviter hic expendenda sunt. *Prima* classis spectat cohærentiam illorum corporum, quæ ab aere comprimuntur. Aeris pressio circum corpora tanta est, ac si affusus circa ea esset mercurius ad eandem altitudinem, quam ipse habet in barometro; altitudo enim mercurii in barometro cum aeris gravitate æquilibratur. Quapropter si duo hemisphæria cuprea, cavaque diametri trium pollicum sibi invicem imponantur, ea educto aere interno comprimentur ad se invicem pondere librarum 112, unicarum 5, & granorum 33; Etenim quum area cir-

culi, ³¹ cujus diameter est pollicum trium, sit 7 — polli-

cum ⁴⁵² quadratorum; quumque singuli pollices cubici mercurii sint unciarum 8, drachmarum 6, & granorum 8, ducta primum circuli area in pondus singulorum pollicum, deinde vero multiplicato producto per pollices 29, quæ est altitudo mercurii in barometro, prodibit pondus aeris incumbens supra singula hemisphæria cuprea librarum 112, unciarum 5, & granorum 33. Et quamquam experimenta paullo majorem hujusmodi cohærentiam esse ostendant, id tamen tribuendum est tenacitati certæ, qua hemisphæriorum ^{mar-}

margines obducuntur ad externum aerem à cavitate hemisphaeriorum arcendum. Itaque si quis cupiat experimentum adamussim cum calculo convenire, curare debet, ut cera crassiuscule circa margines hemisphaeriorum illinatur, ad hoc scilicet ut aeris interfluxum cohibeat, cohaesionem autem binorum hemisphaeriorum minime confirmet.

635. *Secunda* classis respicit cohaerentiam corporum, cujus particulæ vi attractrice donatæ sunt, de qua paullo fusius supra actum est: tantum hic admonebo principium istud cohaerentiæ esse universale, quum attractio ipsa ad omnium corporum particulas pertineat. Et sane quamquam adsint complurima corpora fluida; tamen ea aliquo lentore, & viscositate, quæ ab attractione particularum proficiscitur, minime destituuntur. Ad *tertiam* classem spectant corpora, quæ vi ignis mutata in massam fluidam, deinde frigore superveniente iterum in res durissimas vertuntur, ut metalla, aliaque huiusmodi corpora, de qua supra etiam satis superque actum est.

636. In *quartam* classem contuli ea corpora, quæ quum mollia sint, tamen vi ignis, vel aeris calidioris duritiem sibi comparant. Hic dicendum est mollitiem in huiusmodi corporibus ab aqua effusa, partibusque ipsorum intermixta oriri: itaque quum vi ignis, vel aeris calidioris partes aqueæ abeant in vapores, supererunt solæ partes corporis præcipui, quæ se se attractantes solidam massam constituent. Hac ratione lutum, & creta igni admota indurantur; neque dissimiliter corallia, & succinum aeri exposita ex mollibus dura evadunt.

637. Ad *quintam* classem pertinent corpora, quæ interposito fluido, vel semifluido corpore cohaerescunt. Ad quod explicandum dicendum est, nullam dari superficiem adeo lævem, atque politam, quæ quidem suis inæqualitatibus, atque poris, & quidem frequentibus non luxuriat; itaque quum cohaerentia oriatur ab attractione, quæ in contactu mirum in modum augetur, siquidem binæ superficies sibi invicem imponentur, eæ eo
magis

magis cohærescent, quo in pluribus locis se se contingunt. Jam vero fluidum interpositum nihil aliud facit, quam ut æquantur inæqualitates superficierum, propter quas inæqualitates ipsarum contactus erat minus accuratus: itaque æquatis per fluidi, vel semifluidi corporis interpolationem superficiebus, necesse est cohælionem una cum attractione ipsa mirum in modum adaugeri.

638. Ad *sextam* classem pertinent ea corpora fluida, quæ commixta effervescent, deinde vero in corpus firmum abeunt. Id quod ex eo oritur, quia particulæ hujusmodi corporum fluidorum vehementius se trahunt, ex quo primum effervescentia, deinde vero durities ortum ducit. *Denique* corpora divisa cohærent firmissime inter se, si à clavis trajecta sint; clavi enim dum in corpora immittuntur eorum partes à se remonent; his vero se attrahentibus, clavi tamquam inter duos magnetes consistunt, qui quo fortius se trahunt, eo validius clavos retinent. Præterea clavorum superficies aspera esse solet; unde semel corporibus intrusi extrahi nequeunt, nisi simul plurimæ partes tum clavorum, tum junctorum corporum abrasantur: quod corporum cohæsioni adaugendæ mirum in modum conducit.

639. Temperare autem me non possum, quin paucis exponam, atque subvertam summi Viri *Renati Cartesii* de duritie sententiam, existimantis nullum esse præsentius vinculum, quo partes juxta se invicem continentur, præter quietem. Quum enim quies sit mera motus privatio, uti suo loco demonstratum est, qui fieri potest ut mera privatio tantam vim addat particulis corporeis? Non possumus concipere, quum singula corpora natura sua sint mobilia, neque uni loco magis adfixa, quam aliis, cur eo non possint, amissa quiete, deturbari. Vel minimus motus perfectissimam quietem vincit, quum corpus non sit sua natura præstitutum, ut in certo loco maneat. Accedit quod quies non suscipit magis & minus; adeoque si durities oriretur ex partium quiete futurum foret, ut omnia corpora dura
æque

æque dura essent, quod tamen est falsum. Denique arenæ cumulus constat ex partibus quiescentibus, atque immotis, quum tamen duritie omnino destitutus sit. Ex quibus omnibus adparet, quam infirma sit opinio *Cartesii*, docentis quietem unicum esse vinculum firmitatis, duritieque.

CAPUT QUARTUM.

De præcipuis fluidorum Corporum proprietatibus; deque eorum pressione.

640. **V** Idendum est modo an ex fluiditatis fonte superiori Capite constituto præcipua fluidorum corporum accidentia possint deviare. Naturam fluiditatis posuimus in eo, quod particulae corpora fluida componentēs sint tenuissimæ, sphericæ, atque inter se infirmiter coherentes: ex qua positione non difficulter colligi potest corpora omnia fluida vasis quibuscvis, vel cavitatibus contenta in eum se se tandem statim componere debere, ut superficiem sibi comparent æquam, horizontique parallelam, quæ est potissima eorum corporum proprietas. Etenim si aliquæ fluidi corporis partes supra sibi subjectas, contiguasque partes solæ emineant, quoniam ipsæ à lateribus minime sustententur, vi proprii ponderis ruent deorsum, neque conquiescent, nisi postquam eandem cum cæteris altitudinem respectu horizontis fuerint adeptæ. Neque dicas posse partes illas sublimiores à subjectis tantum partibus sustineri, quemadmodum corpora solida sustententur inferius tantum à plano, cui incumbunt. Quum enim fluidum constet ex partibus quam infirmiter coherentibus, adeoque à minima quavis vi separabilibus, sola gravitas particularum imminentium satis erit ad subjectas partes à se mutuo separandas, quæ pro ut separantur, ita superiores particulas intra se excipiunt, ex quo desinde fit ut ad aliarum altitudinem eæ se se component.

641. Inde

641. Inde autem plura consequuntur. *Primum* corpora fluida valis, vel cavitatibus contenta quantumvis agitata tandem ad quietis statum pervenire debere; id quod tum contingere putandum est, quum superficiem ea sibi compararunt æquam, horizontique parallelam. Non sum nescius nonnullos motum partium minimarum & invisibilium in fluidis corporibus admittere, atque in eo motu, quem *intestinum* adpellant, ipsam fluidatis causam constituere. Sed, si vera volumus, fluiditas hujusmodi motum minime postulat, possentque fortasse corpora fluiditatem absque illo motu factam testam sibi conservare: quamquam parte alia verisimile sit hujusmodi motu intestino fluida corpora non carere, non quod eorum constitutio motum illum postulet, sed potius quia minimæ fluidorum particule ab interfluxu ætheris continuo agitantur, & commoventur.

642. *Secundum* corpus fluidum in pluribus vasis, ne dum in uno vase contentum ad eandem altitudinem conscendere debere, modo vasa sint communicantia, hoc est dummodo fluidum ex unis in alia vasa liberrime possit confluere, quod experientia ipsa confirmatur. Et quamquam in fistulis recurvis, quarum bina brachia sunt inæqualium capacitatum eadem experientia contrarium ostendat: quum aqua in tubo angustiori ad majorem altitudinem adsurgat, in tubo vero latiori, ad minorem altitudinem consistat: id tamen suam peculiaritatem habet rationem, quam integro Capite de *Tuborum Capillarium phænomenis* infra persequuturi erimus.

643. Et *Tertium* denique si gravia ad unum idemque Telluris punctum internum vi sua dirigerentur, prætereaque si Tellus undique mari ambiretur, futurum esset ut aquæ omnes in sphericam figuram se se componerent; aquarum enim natura id postulat, ut partes omnes, quæ sunt in extima earum superficie constitutæ æque remotæ sint à centro gravitatis; id quod in sola superficie spherica contingit. Nunc vero quum pars tantum superficiæ terrestris occupetur à mari, dubitari non potest, quin ejus superficies pars sit superficiæ sphericæ, cujus centrum est ipsum gravium cen-

centrum commune: adeoque partes omnes maris *Terras* circumambientis, quæ partes communicationem aliquam habent inter se ejusdem altitudinis sint oportet, si scilicet ad naturam tantum corporum fluidorum animus advertatur: quamquam credibile sit in hoc negotio eadem phaenomena occurrere, quæ in *Tubis* capillaribus observantur, de quibus in loco agendum erit.

644. Quiescat nunc fluidum aliquod in vase, illudque distributum intelligatur in innumera plana horizontalia alia aliis incumbentia, quorum crassities non sit mathematica, sed physica tenuem habens latitudinem: dubitandum non est, quin planum supernum, quod ordine primum est, secundum premat; hoc autem simul cum illo premat tertium, hocque una cum duobus primis quartum comprimat, atque ita deinceps. Quapropter innumera illa plana, in quæ fluidum stagnans distributum esse supponimus prement novissimum planum, quod nempe fundo vasis incumbit, ipse autem fundus omnium planorum pressionem sustinebit. Inde autem consequitur non omnia plana æqualem pressionem sufferre; sed quemadmodum supremum planum nullam pressionem sentit, infimum vero maximam pressionem subit, ex eo quia totam fluidi molem sustinet; ita plana intermedia intermedios pressionis gradus patiuntur, qui quidem gradus eo majores erunt, quo magis plana recedunt à superficie fluidi suprema, magisque fundo propria sunt, eo vero erunt minores, quo vicissim supremæ superficiei fuerint vicina, magisque abfuerint à fundo.

645. Hæc pressionum inæqualitas in diversis ejusdem corporis fluidi horizontalibus planis spectata in causa est, ut fluida elastica, & compressibilia non eandem habeant ubique densitatem: etenim fluida ista ubi magis premuntur, scilicet propter fundum, ibi densiora esse debent, ubi minus premuntur, scilicet prope superficiem ibi esse debent rariora. Quapropter atmosphæra in innumeras superficies physicas terrestri globo concentricas distributa, manifestum est aerem eo densiorem esse, quo superficies ad quem ille pertinet minus abest

abest à superficie Telluris ; eo vero esse rariorem , quo superficies, ad quam pertinet aer magis recedit à superficie Telluris : ex quo fit ut densitas atmosphæræ à superficie terrestri sursum versus continuo decrescat , id quod alio loco fufius persequuti sumus. At vero in fluidis incompressibilibus , quemadmodum fortasse sunt omnia corpora fluida nobis cognita præter aerem , & ætherem , ut ut locum habeat supradicta pressio inæqualitas, tamen inæqualitas densitatum locum non habet; nam propter eorum incompressibilitatem fit, ut partes componentes nequeant ad se se propius accedere, neque idcirco possint constipari.

646. Singulæ autem fluidorum superficies horizontales, quas hætenus contemplati sumus, non modo patiuntur ab incumbente fluido pressionem sursum deorsum tendentem , verum etiam patiuntur tantumdem pressionis à fluido subiecto deorsum sursum. Quod quamquam ex lege Naturæ tertia , quæ vult ut *cuiuslibet actioni æqualis & contraria sit reactio* inferri posse videatur , placet tamen alia via idem ostendere . Fisto fistula recurva ACB, (Fig. 75.) cujus crura AC, CB omnino æqualia , & similia quovis corpore fluido repleta sint . Postquam liquor in fistula contentus agitari desinit, is ad æqualem altitudinem in ambobus cruribus consistet, usque adeo ut recta AB utramque fluidi superficiem stringens horizonti sit parallela . Ducatur infra rectam AB planum horizontale DE secans utraque crura in locis D , & E , & efficiens in ipsis binas sectiones circulares æquales . Et quoniam sectiones istæ æquales sunt , æquales pariter erunt tum altitudine , quum soliditate cylindri AD , BE iis sectionibus incumbentes : unde eadem sectiones æqualem pressionem subibunt à corpore fluido incumbente , quod in iisdem cylindris continetur : pressio enim columnæ AD tantum valet , quantum pressio æqualis columnæ BE . Hinc autem facile colligetur utramvis superficierum D , & E tantumdem pressam iri deorsum sursum à fluidis incumbentibus quantum ab iisdem fluidis premitur sursum deorsum : neque aliud discriminis occurrere in huiusmodi

B b

pressio.

pressionibus, nisi quod pressiones sursum deorsum sunt immediate, pressiones vero deorsum sursum sunt mediate, hoc est per reliquum fluidum DCE interpositum.

647. Sed hinc fortasse non satis intelligitur, quomodo singulæ superficies horizontales alicujus corporis fluidi vase, vel cavitae aliqua contenti tantum premantur inferne, quantum superne premuntur: nullæ enim ibi fistulæ occurrunt, quæ ad eam pressionem intelligendam ului sint. Cogitandum idcirco est aquam, vel quemvis alium liquorem vase contentum congelari ita tamen, ut ejus superficies superior maneat æqua, horizontique parallela, sicut erat antequam congelaretur. Cogitandum est præterea viam excavari in aqua ista congelata, quæ ad instar siphonis recurvi primum quidem tendat deorsum sursum, deinde vero sursum deorsum, eamque viam repleri glacie jam soluta. Hisce præsuppositis minime dubitandum est, quin singulæ liquoris guttæ in hac via contentæ tantundem premantur inferne, quantum superne premuntur: eadem enim demonstratio hic adhiberi potest, quam adhibuimus paulo supra ad rem in tubo recurvo ostendendam. Sed & idem locum habebit si duæ, si tres, si quatuor, si denique complures hujusmodi viæ in glacie excavatæ sint, siue viæ istæ communicantes sint inter se, siue non communicantes. Et quoniam si numerus hujusmodi viarum sit infinitus, & præterea si singulæ ad singulas accedant in infinitum, tota glacies rursus vertitur in aquam, sequitur singulas aquæ in vase stagnantis partes tantundem premi deorsum sursum, quantum premuntur sursum deorsum.

648. Præter duas istas pressiones, quas singulæ fluidorum particulæ patiuntur alteram deorsum sursum, alteram sursum deorsum, aliam præterea ipsæ subeunt universalem versus omnes plagas tendentem; scilicet singulæ fluidorum particulæ æqualiter, & undequaque premuntur, tamquam si infinitus æqualium virium numerus in illas impetum faceret. Universalis ista pressio ex ipsa corporum fluidorum natura facile deducitur: Nam quum fluidi partes impressioni cuicumque cedere

de-

debeant, sintque præterea summa mobilitate donatæ, si gutta quæcumque dum à fluido tum superiori, quum inferiori premitur, ab omni alia parte non premeretur æqualiter, ea minime quiesceret, sed in innumeras guttulas se se solvens versus omnes alias partes diffiliret. Id vero quum non fiat, dicendum est omnem guttam undequaque æqualiter premi, eamque non alia de causa manere immotam, quam quia ab omnibus partibus æqualem pressionem patitur. Sed eadem pressio universalis evinci quoque potest ab experimentis. Si enim circa vasis alicujus aquam continentis latera plura foramina pateant secundum omnes directiones possibiles, aqua per easdem illas directiones profiliet, id quod non fieret, si pressio fluidorum versus omnes plagas non exerceretur.

649. Quibus expositis haud difficulter satisfieri poterit quærentibus qualis futurus sit effluxus aquæ stagnantis in vase ABCD (Fig. 76.) reſerato statim epistomio foraminis E, quod foramen in ipſo fundo factum eſſe ſupponitur. Scilicet quum omnes aquæ partes undique, & æqualiter ſe invicem premant, columna FE habens pro baſi ipſum oriſicium E quantum premitur à circumambientibus cæteræ aquæ partibus, tantum viciffim illas premit: adeoque quum perfectiffime ſint æquilibratæ inter ſe, quieſcent in locis ſuis. At aperto epistomio eadem columna FE deſtituta fulcimento ſtatim incipiet deſcendere, & quidem ad inſtar unius, ſtatimque etiam undique ex ſuprema ſuperficie confluet aqua ad replendam cavitatem, quam continens deſcenſus columnæ FE efformat in medio vaſe. Ex quo illud ſequitur vas aqua plenum ita exhauriri, ut prius effluant partes ſuperiores, deinde vero gradatim inferiores egrediantur. Hujusmodi effluendi ratio quamquam in corporibus perfectæ fluiditate donatis neque oculis, neque fortaffe ullo artificio adnotari poſſit, tamen in corporibus imperfecte fluidis, veluti melle, adipe vix dum ſoluto, & cera liqueſcente facile obſervatur. Idem obſervare licet in horariis ex arena conſectis, in quorum ſuprema ſuperficie cavitates ſtatim

adparet; quum arena non sit eousque fluida, ut ad implendam perfectissime cavitatem defluere possit.

650. Veniamus modo ad expendendas leges pressio-
num, quas ab incumbentibus fluidis subeunt fundi
vasorum. Primo autem supponemus vasa fluidum con-
tinentia esse prismatica; sive quod eodem redit, sup-
ponemus latera vasorum normaliter ad fundos insistere.
Sint itaque duo istiusmodi vasa, quorum bases, sive
fundi æquales sint inter se, contineant autem inæqua-
les ejusdem fluidi, puta aquæ, mercurii, olei, vel cu-
juscumque alterius liquoris quantitates. In hac hypo-
thesi non dubitandum est, quin fundi vasorum inæqua-
liter premantur, illeque fundus majorem patiaturs pres-
sionem, cui major fluidi quantitas incumbit, eoque ma-
jorem, quo major est quantitas fluidi incumbentis. Et
quoniam si fluida sint homogenea, sive etiam incom-
pressibilia eorum quantitates sunt in altitudinum ra-
tione simplici, sequitur pressiones, quas fundi æquales
subeunt à fluido quovis homogeneo esse in ratione ipsa-
rum altitudinum; adeo ut si altitudo sit ad altitudinem
ut 1 ad n ; etiam pressio ad pressionem esse debeat in
ratione unitatis ad numerum n .

651. Sint præterea bina vasa prismatica, quorum
bases, sive fundi sint inæquales, altitudines vero, ad
quas idem fluidum attollitur in utroque vase sint inæ-
quales. In hac alia hypothese non est quoque dubitandum,
quin pressiones, quas fundi subeunt sint etiam inæ-
quales, isque fundus majorem subire debeat pressionem,
qui major est, eoque majorem, quo major fuerit fundus.
Etenim quum fluidum ad eandem prorsus altitudinem
in utroque vase adsurgat, singulæ fundorum particulae
æquales, minimæque æqualem pressionem subibunt;
quapropter pressiones, quas fundi patiuntur erunt inter
se ut omnes particulae, sive etiam ut fundi ipsi, qui ex
illis particulis constituuntur; usque adeo ut si fundus
unus sit ad fundum alium quemadmodum se habet nu-
merus m ad 1, in eadem prorsus ratione sit pressio,
quam subit prior fundus ad pressionem, quam subit
fundus posterior. Ex quibus nullo negotio colligitur,
quod

quod si tum altitudines fluidi in utroque vase contenti, quum fundi ipsorum vasorum sint inæquales, pressiones sint conjunctim ut altitudines, & fundi; adeo ut si altitudo ad altitudinem fuerit ut n ad 1 , fundus autem ad fundum ut 1 ad m , pressio sit ad pressionem quemadmodum se habet n ad m : etenim ratio quam habet n ad m composita est ex rationibus n ad 1 , & 1 ad m , quarum prior est ratio altitudinum, posterior vero est ratio fundorum.

652. Leges itaque pressionum, quas fluida homogenea exercent contra fundos vasorum prismaticorum, sunt tres sequentes. Prima: *Si fundi sunt æquales, altitudines vero inæquales, pressiones sequuntur rationem altitudinum.* Secunda: *Si fundi sunt inæquales, altitudines vero æquales, pressiones sequuntur rationem ipsarum altitudinum.* Et denique tertia est. *Si tum altitudines, quum fundi sunt inæquales, pressiones erunt conjunctim ut altitudines, & fundi.* Quapropter fieri poterit ut pressiones, quas fundi duorum vasorum subeunt sint æquales, quamquam tum altitudines, quum fundi sint inæquales: scilicet si quanto altitudo altitudinem superat, tanto vicissim fundus fundo minor sit, quemadmodum plus quam satis manifestum est.

653. Sequuntur leges pressionum, quas subeunt fundi vasorum non prismaticorum, in quibus scilicet latera normaliter ad fundos non insistant. Leges istæ à tribus modo expostitis legibus nihil prorsus sunt diversæ: sive enim vasa sint prismaticis ampliora, sive sint ipsis angustiora, semper pressiones, quas subeunt fundi æquales ab incumbente fluido homogeneo erunt in ratione altitudinum; pressiones vero quas subeunt fundi inæquales ab incumbente fluido ad eandem prorsus altitudinem sublato erunt in ratione fundorum; & denique pressiones, quas subeunt fundi inæquales à fluido homogeneo ad inæquales altitudines constituto erunt conjunctim ut altitudines, & fundi.

654. Sint enim tria vasa (Fig. 77.) ABCD, AB EF, ABGH constituta in eadem basi AB, & inter eadem plana parallela AB, CD, eaque sint amplitudinis di-

B b 3

versæ;

veræ; scilicet vas AB^{EF} sit prismaticum, vas ABCD sit prismatico AB^{EF} amplius, & denique vas ABGH sit eodem vase prismatico AB^{EF} angustius. Quamquam in vase ampliori CABD contineatur major fluidi quantitas, quam in vase prismatico EABF; in vase vero angustiori GABH contineatur minor fluidi quantitas, quam in vase prismatico EABF, tamen si vasa omnino plena sint, sive, quod eodem redit, si fluidum in tribus vasis ad eandem altitudinem attollatur, basis AB eandem prorsus pressionem sentiet: quid quid enim fluidi amplius continetur in vase CABD, quam in vase prismatico EABF, id haud quidem innititur basi AB, sed innititur potius lateribus AC, BD: atque adeo quum ad basis pressionem attendimus nihil prorsus refert, an major ita fluidi quantitas, quæ continetur in spatiis collateralibus AEC, BFD absit à vase. Similiter et si vas angustius AGHB vase prismatico AEFB minorem fluidi quantitatem contineat, attamen non idcirco pressio, quam basis patitur, minor evadet; quia quid quid actionis faceret in basim AB fluidum, quod deest huic vasi angustiori AGHB, quodque contineretur in spatiis AGE, BHF, id totum accurate compensatur cum reactione laterum AG, BH; ea enim tantum præstant, quantum præstarent supradictæ fluidi quantitates spatia AGE, BHF occupantes.

655. Id luculentius constabit, si fluidum vase angustiori ABGH contentum distributum intelligamus in innumera fila æque crassa perpendiculariter ad fundum AB insistentia: quamquam enim hæc fila non sint ejusdem altitudinis, sed ea, quæ ad ipsum orificium GH pertinent sint longiora, ea vero, quæ ad latera AG, BH pertingunt sint breviora; tamen vis priorum ad premendam basim posteriorum vi major non erit; quid quid enim vis deest filis brevioribus ratione altitudinis, id ipsis superadditur propter resistentiam, quam patiuntur à laterum renisu: & sane recluso orificio quovis L in latere AG, filum subiectum IL statim exiliet ad altitudinem illorum filorum, quæ ipsum vasis orificium GH attingunt.

656. Erunt

656. Erunt fortasse, quibus hæc doctrina sic labefactari posse videbitur. Quoniam fundus AB eandem pressionem subit, siue vas sit prismaticum, siue sit prismatice angustius, siue prismatice amplius sit, modo tamen tria vasa sint ejusdem altitudinis, sequitur lancem quantum gravatur à vase prismatice, tantumdem gravatam iri à vase vel angustiori, vel ampliori; lancem enim gravatur à fundo, qui æqualem in unoquoque trium vasorum ABCD, ABEF, ABGH pressionem patitur. Itaque quum experientia constet pondus vasis amplioris majus esse pondere vasis prismatice, pondus vero vasis angustioris minus esse pondere vasis ejusdem prismatice, necesse est ut leges pressionum, quæ contrarium postulare videntur sint falsæ.

657. Huic difficultati, quæ maximi momenti prima fronte videtur, satisfiet, si pressionum etiam, quas subeunt latera vasorum ratio habeatur: nam hujusmodi pressionum interdum pondus augent, interdum minuunt, interdum vero illud neque augent, neque minuunt. In vase prismatice EABF fundus AB premitur sursum deorsum, latera autem AE, BF premuntur transversa: itaque quum hujusmodi pressionum transversales in pondus non confluant, pondus vasis pressionem, quam solus fundus patitur erit proportionale. In vase ampliori CABD tam fundus AB, quam latera AC, BD premuntur sursum deorsum; itaque quum ambæ in pondus confluant, non mirum est si pondus vasis amplioris CABD majus sit, quam pondus vasis prismatice EABF; quamquam pressio fundi in utroque vase sit eadem. Denique in vase angustiori GABH fundus AB premitur sursum deorsum; latera autem AG, BH premuntur vicissim deorsum sursum: itaque pressionum, quas latera subeunt tantum abest, ut ponderi augendo saveant, ut potius ei minuendo inserviant; adeoque non mirum est si pondus vasis angustioris GABH minus sit pondere vasis prismatice EABF, quamquam in utroque vase fundus AB eandem pressionem patitur.

CAPUT QUINTUM.

*De vi Corporum fluidorum ad sustinenda
corpora solida comparata: ubi obi-
ter de justo onere navibus
imponendo.*

658. **N**ullum dari fluidum adeo tenue, quod aliquam vim non habeat ad sustinenda corpora solida sibi imposita, indubitatum est apud Philosophos *Mechanicos*. Vim istam fluidorum sentiunt omnia omnino corpora, & ea scilicet, quæ fluctuant, liquoribusque innatant, & ea, quæ altissime demerguntur. Priora enim ideo fluctuant, quod ab ipsis liquoribus sustententur, alioquin gravitate sua deorsum forent decasura. Posteriora vero etli altissime demergantur, tamen vim fluidorum sentire vel ex eo constare potest, quod minori velocitate inter decidendum ferantur, neque tanta vis exoptuletur ad ipsa sustinenda.

659. Jam unde liquoribus obveniat vis ista sustinens haud inutile erit ante omnia investigare. Nempe quum corpus in fluidum immittitur, tantumdem fluidi sursum attollitur, quantum postulat ad replendum locum à corpore occupatum; neque enim corpus descendere potest, nisi fluidum ipsi cedat locum suum. Jam autem ad hanc fluidi quantitatem extra locum, ex quo expulsa fuit continendam aliqua vis requiritur, quæ alia esse non potest, quam ipsius corporis solidi gravitas tendens deorsum. Unde quemadmodum corpus demersum quamdam fluidi partem sursum propellit, propulsam vero vi suæ gravitatis detinet extra locum suum, ita vicissim pars ista fluidi reagendo pondus ipsius corporis sustinet interdum pro parte, interdum vero in totum.

660. Sed fortasse non satis intelligitur, qua ratione corpus in fluidum immissum, & pars illa fluidi, quæ sur-

furfum propulfa locum corpori celfit agere poffint in fe mutuo ita, ut unius actio alterius reactione contraria deftruatur: videtur enim id fieri non poffe ex eo quia tam fluidum, quam corpus gravitatibus fuis tendunt deorfum. Et profecto fic fe res haberet, nili fluida peculiarem, fibiq; propriam adfectionem haberent premendi non modo furfum deorfum, verum & deorfum furfum, & undequaque; quemadmodum fuperiori Capite demonftratum eft: hinc enim fit ut quamquam grave corpus demerfum premat deorfum, tamen preffio illa mediante fluido interjecto tendat pariter furfum. Quæ propter corpus demerfum, & pars illa fluidi, quæ furfum propulfa locum celfit corpori demerfo agere optime poffunt in fe invicem: agunt autem mediante fluido interjacente, veftè velut interpolito.

661. Unde modo intelligitur caufa illius renixus, quem experimur, quum tignum, aut corpus aliud leve altiffime in aquam immittere conamur. Oritur renixus ifte ex eo, quod tignum aquæ immergendo cogimus ipfius aliquam partem ad afcenfum, cujus quiddam partis pondus nos ipfi tigno mediante fufcinere debemus: itaque quo altius tignum immittimus, eo majorem renixum experimur: crefcit enim renixus cum quantitate aquæ fublata, quæ locum cogitur cedere tigno defcendenti.

662. Atque hinc modo nullo negotio definietur vis fluidorum ad fufcinenda corpora demerfa comparata. Ex dictis enim liquet vim iftam æquipollere femper debere ponderi ejus fluidi portionis, quæ furfum propellitur, quæque locum cedit corpori demerfo. Ut ecce fi corpus cubicum fefquipedale demergatur dimidium, alia vero medietate extet fupra aquam, vis ab aqua exercita ad hujusmodi corpus fufcinendum erit librarum 54; nam vis ifta æquivalet tribus quartis partibus pedis cubici aquæ marinæ: experientia autem edocet, fcimus fingulos pedes cubicos aquæ marinæ ponderare libras feptuaginta duas.

663. Sed in corporibus innatantibus eadem vis proportionalis quoque erit ipforum corporum ponderi:
nam

nam quum solidum in liquidum immittitur, profecto quod luetat cum vi liquidi sustinente est ipsum solidi pondus; adeoque quum corpus liquido innatat totum pondus corporis innatantis æquilibrari debet cum vi liquidi sustinente. Sic in superiori exemplo pondus corporis cubici sesquipedalis medietate una extantis supra aquam erit librarum 54: totidem enim librarum comperimus esse vim aquæ marinæ ad istud corpus sustinendum.

664. Elegans ista corporum liquoribus innatantium proprietas, nempe quod pondera ipsorum æquilibrentur cum vi sustinente fluidorum, ad densitates ipsorum fluidorum investigandas potest usui esse. Nam si idem solidum in duo liquida immisum ad eandem prorsus altitudinem demergitur, eadem erit densitas utriusque liquidi: quod si vero immergatur ad altitudines diversas, diversæ pariter erunt densitates liquidorum, illudque densius erit, in quo solidum ad minorem altitudinem demergitur. Cognoscetur autem densitatum ratio, si accuratissime metiantur partes ejusdem corporis in diversis fluidis demersæ: nam inversa ratio hujusmodi partium demersarum dabit rationem densitatum. Quod ut ostendamus memoria recolendum est pondus corporis innatantis æquilibrari semper cum vi fluidi sustinente: quo circa quum idem sit pondus corporis utrique fluido incumbentis, eadem quoque erit vis exercita ab utroque fluido ad istud corpus sustinendum, atque adeo pondera earum utriusque fluidi portionum, quæ locum cesserunt corpori demerso erunt æqualia. Sed quum pondera duorum corporum æqualia sunt, densitates servant rationem voluminum inversam: (ut enim suo loco demonstrabitur pondera quantitativis materiæ adæquate correspondent) volumina autem in hoc casu sunt ipsæ ejusdem corporis partes demersæ, quæ locum à fluidis reliquum subierunt, itaque ut se habet densitas unius fluidi ad densitatem alterius, ita vicissim erit pars corporis demersa in isto fluido ad partem ejusdem corporis demersam in illo.

665. Sed in corporibus descenditibus haud quidem totum

totum descendens corporis pondus æquilibratur cum
 vi fluidi sustinente, sed tantum aliqua pars ipsius; reli-
 qua autem pars compellit illud ad descensum. Quod
 ut rectius intelligatur, sciendum corpora solida, quæ in
 liquida immittuntur aut ipsis liquidis specificè esse lo-
 viora, aut esse specificè graviora, aut denique gravita-
 te sua specifica liquidorum gravitatem adæquare. Pri-
 mo casu corpus non modo deorsum non descendet, sed
 neque etiam totum demergetur: neque enim ad hujus-
 modi corpus sustinendum requiritur æquale liquidi vo-
 lumen, sed minus; quantum autem est volumen liqui-
 di æquipollentis, tantumdem corpus debet demergi.
 Quin immo si hujusmodi corpora vi superne illata al-
 tius in liquidum immittantur, ita ut majorem ejus quan-
 titatem cogant ad adscensum, sublata illa vi statim pro-
 pellentur sursum ab eodem liquido, cujus major est
 conatus descendendi deorsum. In tertio casu corpus
 neque etiam descendet deorsum, totum tamen demer-
 getur: nam ad hujusmodi corpora sustinenda æquale
 liquidi volumen postulat. Unde ratio peti potest qua-
 re corpora ista maneant immota ad quamcumque alti-
 tudinem demergantur: nam existente eorum densitate
 eadem cum densitate fluidi circumambientis, eadem
 quoque erit utrorumque vis, atque efficacia: quocirca
 quemadmodum singulæ liquidi partes suapte natura
 quiescunt, ita quoque quiescere debent solida illa, quæ
 gravitate specifica fluidorum circumplectentium gra-
 vitatem adæquant.

666. At in casu secundo, in quo gravitas specifica
 solidi major supponitur, solidum non modo totum de-
 mergetur, verum etiam descendet ad maximam, ad
 quam potest altitudinem: enim vero æquale liquidi
 volumen non cum toto solidi pondere, quod majus
 supponitur, æquilibratur, sed cum ejus quadam por-
 tione: quapropter vis liquidi sustinens neque etiam cum
 toto pondere æquilibrabitur, sed cum ejus quadam
 parte, reliqua vero pars impellet corpus ad descensum.
 Quemadmodum autem pars ponderis, quæ luctat cum
 vi fluidi sustinente adæquat pondus specificum fluidi,

ita

ita pars reliqua, quæ cogit corpus ad descendendum æqualis est excessui ponderis solidi supra pondus specificum fluidi.

667. Corpora ergo in fluidis descendentia non omnem exercent gravitatem suam, sed partem: reliqua vero pars consumitur ad continendum extra locum suum æquale liquidi volumen, quæ idcirco tantum potest, quantum potest & illud. Unde duo corpora densitatis quantumvis diversæ si sunt ejusdem voluminis æqualem gravitatem in eodem liquido amittere debent; si vero sunt voluminis diversi, illud majorem partem ponderis amittat necesse est, cujus majus est volumen, eoque majorem, quo majori volumine donatum est.

668. Hinc si eodem manente pondere volumen corporis augeatur vel minuat, augebitur etiam, vel minuetur pars ponderis à corpore in fluido amissa: unde ratio peti potest, quare nonnulla corpora sub certo volumine tota demergantur, atque descendant, sub majori vero volumine fluetent, innatentq; liquoribus: ut æs rude demergitur; sed concha ex eodem ære elaborata fluetuat: similiter massa vitrea altissime demergitur in aqua: sed amphora ex eodem vitro confata aquæ innatat. Atque hinc etiam petenda ratio est, quare corpora animantium statim atque in aqua suffocata sunt, descendant, deinde vero post aliquod intervallum temporis ex aqua emergant: crescit enim ipsorum corporum volumen eodem remanente pondere. Ex eodem pariter fonte repetenda ratio est quare glacies, quæ nihil aliud est, quam aqua frigoris vi rarefacta, innatat ipsi aquæ; pariterque quare oleum vi ejusdem frigoris densatum in oleo liquido demergatur. Denique liquet quare pisces nonnulli vesiculas quasdam aere plenas à natura fortiti sint; ut scilicet ex earum constrictione, vel dilatatione, quæ spontanea esse videtur possint pro lubitu vel ad imum descendere, vel enatare ad summum.

669. Neque his omnibus adversatur experientia, à qua edocemur *primo* majus esse pondus ejusdem corporis

poris in vacuo *Boyliano*, quam in aere, majus in aere, quam in aqua communi, & majus in hac, quam in aqua marina. *Secundo* edocemur extingui in vacuo *Boyliano* æquilibrium, quod habebat locum in aere inter duo corpora densitate longissime discrepantia, veluti inter aurum, & suber, vel spongiam, ita ut illud, quod majus habet volumen alteri præponderet; scilicet quia in aere majorem ponderis partem amittit corpus majori volumine donatum, quam corpus donatum volumine minori. Et *tertio* denique edocemur extingui in aqua æquilibrium, quod habet locum in aere inter duo corpora densitatis diversæ, veluti inter aurum, & stannū, ita tamen ut corpus illud quod minori volumine donatum est alteri præponderet; scilicet quia in aqua majorem ponderis partem amittit corpus majori volumine donatum, quam corpus donatum volumine minori.

670. Quemadmodum autem per immersionem ejusdem solidi in diversa liquida eorum densitates deteguntur, ita vicissim per demersionem corporum solidorum in idem liquidum eorum densitates explorantur. Amittunt enim, uti vidimus, solida in eodem liquido demersa partem ponderis volumini proportionalem, ita ut corpus duplo, aut triplo majoris voluminis duplo vel triplo majus pondus amittat: quapropter explorata ponderum jactura, illico habebitur ratio voluminum. Jam vero quum ponderum, sive materiæ quantitatum, quibus pondera proportionalia sunt, ratio componatur ex directa ratione voluminum, & directa ratione densitatum; ratio densitatum componetur ex directa ponderum ratione, & inversa voluminum: quocirca divisus ponderibus corporum per volumina illico habebitur ratio densitatum. Ad investigandas ergo densitates corporum duo cognoscantur oportet, pondera scilicet, & volumina: & pondera quidem explorari possunt ope accuratissimæ bilancis: volumina vero, uti dictum est, cognoscuntur per jacturas ponderum factas à corporibus in unum idemque liquidum submersis.

671. Cæterum ea, quæ hætenus demonstrata sunt possunt & brevius, & luculentius ex pressione fluido-

rum

rum universali sic aliter inferri. Quando corpus aliquod durum corpore fluido undique ambitur, illud ab eodem fluido undequaque prematur necesse est; nempe *primo* sursum deorsum, *secundo* deorsum sursum; & *tertio* denique secundum omnes partes transversas. Sed pressiones transversæ hic negligi possunt; quum enim eæ æquales sint, & contrariæ, adeoque se mutuo destruant, quamquam corpora iis urgeantur manebunt tamen immota. Itaque considerandæ tantum sunt pressiones binæ, quarum una tendit sursum deorsum, alia vero tendit deorsum sursum. Jam vero pressio tendens sursum deorsum oritur à columna fluidi, quæ habens pro basi superficiem corporis superiorem ad supremam partem ejusdem fluidi porrigitur: pressio autem tendens deorsum sursum oritur à columna ejusdem fluidi, quæ habens pro basi superficiem corporis inferiorem ad supremam etiam partem ejusdem fluidi porrigitur: itaque quum posterior columna priori longior sit, sequitur pressionem deorsum sursum tendentem aliquanto potentiorē esse pressione, quæ tendit sursum deorsum: tanto autem est potentior, quantum pressionis oriri potest ab ea fluidi quantitate, quæ in locum corporis duri subire posset: nam columnarum differentia ab ipso corpore duro occupatur.

672. Hinc si quidem ponamus corpora fluidis demersa omni pondere esse destituta, quoniam ea magis premuntur deorsum sursum, quam sursum deorsum semper superiora petent; vis autem adscendendi tanta erit, quanta oriri potest à pressione ejus corporis fluidi quantitatē, quæ corporis duri locum posset occupare. Nunc vero quoniam omnia corpora gravia sunt, eorum pondera nonnihil minuentur in fluidis, tantoque evadent leviora, quantum est pondus fluidi, cujus volumen æquale est volumini illorum. Sed hic tres casus distinguendi sunt. *Primus* casus est quum gravitas corporis duri adæquat gravitatem specificam fluidi, hoc est adæquat gravitatem tantæ molis corporis fluidi, quanta est moles ipsius corporis duri; gravitates enim corporum specificæ considerantur sub eodem volumine.

Secun-

Secundus casus est quum gravitas corporis duri major est gravitate specifica corporis fluidi. Et denique *tertius* casus est si gravitas corporis duri minor est gravitate specifica corporis fluidi. Priori casu corpus durum totam suam gravitatem amittet in fluido, adeoque fiet indifferens tum ad ascendendum, quum ad descendendum: sibiq; idcirco relictum omni in loco quiescet. Secundo casu corpus durum non amittet in fluido integram suam gravitatem, sed partem aliquam retinebit. Denique tertio casu corpus durum non modo integrum pondus suum amittet, sed sursum etiam propellitur. Ex quibus iterum adparet quare nonnulla corpora quiescant ubique in mediis aquis; alia descendant, alia denique sua sponte ascendant.

672. Amittunt ergo corpora solida fluidis demersa partem ponderis proprii, eaque pars proportionem correspondet volumini ipsius corporis solidi: Recte *Newtonus*: Corporum in fluidis constitutorum duplex est gravitas, altera vera, & absoluta, altera adparens, vulgaris, & relativa. Gravitas absoluta est vis tota, qua corpus deorsum tendit: relativa, & vulgaris est excessus gravitatis, quo corpus magis tendit deorsum, quam fluidum ambiens. Prioris generis gravitate partes fluidorum, & corporum omnium gravitant in locis suis: ideoque conjunctis ponderibus componunt pondus totius: nam totum omne grave est, ut in vasis liquorum plenis experiri licet; & pondus totius aequale est ponderibus omnium partium, ideoque ex iisdem componitur. Alterius generis gravitate corpora non gravitant in locis suis, id est inter se collata non praegravant, sed mutuos ad descendendum conatus impediencia permanent in locis suis, perinde ac si gravia non essent. Quae in aere sunt, & non praegravant vulgus gravia non indicat: quae vero praegravant vulgus gravia indicat, quatenus ab aeris pondere non sustinentur. Pondera vulgi nihil aliud sunt, quam excessus verorum ponderum supra pondus aeris: unde & vulgo dicuntur levia, quae sunt minus gravia, aerique praegravanti cedendo superiora petunt: comparative levia sunt, non vere, quia descendant in vacuo. Sic & in aqua cor-
pora,

pōra, quā ob maiorem, vel minorem gravitatem descendunt, vel adscendunt sunt comparative, vel adparenter gravia, vel levia, & eorum gravitas, vel levitas comparative, & adparens est excessus, vel defectus, quo vera eorum gravitas vel superat gravitatem aquæ, vel ab ea superatur. Quæ vero nec prægravando descendunt, nec prægravanti cedendo adscendunt, etiam si veris suis ponderibus adaugeant pondus totius, comparative tamen & in sensu vulgi non gravitant in aqua.

674. Inquirendum modo est num ea ponderis pars, quam corpora dura in fluidis amittunt prorsus intereat, an vero, quod videtur verisimilius, fluidis ipsis addatur. Et quidem fluidis addi constat ex eo, quod pondus valis aqua pleni augeatur non modo ex corpore leviori aquæ supernatante, verum etiam ex corpore graviori, quod aquæ demersum filo suspenditur ne decidat in fundum: nam in priori casu integrum pondus corporis supernatantis additur aquæ: in casu vero posteriori pars ponderis sustinetur à filo, pars vero reliqua sustinetur ab aqua, ipsique idcirco aquæ superadditur: tantum autem ponderis ei superadditur, quantum est pondus æqualis liquidi voluminis.

675. Finge nunc filum, à quo corpus liquido gravius sustinebatur illico abscindi: & jam corpus nullo amplius fili impedimento detentum descendet versus fundum vi illa, qua filum trahebatur, hoc est excessu ponderis specifici corporis supra pondus fluidi specifici. Vim vero istam reliquam corporis descendentis haud quidem putandum est fluido superaddi, sed potius credendum est eam impendi ad descendendum versus fundum; quem quum tetigit, tunc totum pondus ipsius accedere credendum est ad pondus valis, partem scilicet unam ad aquam, à qua sustinetur, partem vero reliquam ad fundum, cui innititur. Probari id potest sequenti experimento. Sit bilanx AB (Fig. 78.) de qua ex parte A pendeat pondus C, ex parte vero B pendeat longior tubus DE aqua plenus; atque in ea demersus sit globus plumbeus F alligatus filo GF, qui etiam pendeat de loco B: sitque bilanx æquilibrata. Hic tota

gra-

gravitas globi F agit in bilancem ; etenim ipsius pars una superadditur aquæ, pars vero altera sustinetur à filo. At rescisso filo ita ut globus descendat versus fundum, observare licet corpus C præponderare tubo DE, qui idcirco extollitur. Neque mirum: dum enim globus F descendit, pars ea gravitatis, quæ ipsum sollicitat ad descensum non agit in bilancem. Restituitur autem æquilibrium postquam globus fundum tetigit.

676. Hujus doctrinæ adjumento explicari potest celebre illud phænomenon, quod superioris ævi Philosophos omnes excitavit, scilicet cur aer decidente pluvia aliquanto levior sit, quam quando cælum sudum est, vel nebulosum. Res comperta est per tubi *Torricelliani* observationes: in eo enim quum mercurius ut plurimum consistat ad gradus 28, observatum nihilominus est illum decidente pluvia semper aliquantulum deprimi; quod quidem non fieret, nisi atmosphæra inter imbrem levior evaderet, Et sane decidente pluvia fit levior atmosphæra, quia non totum vaporum decidentium pondus superadditur aeri, ut fiebat tunc, quum illi suspendebantur in aere; sed pars tantum accedit ad atmosphæram, pars vero impenditur ad decendum deorsum; itaque ea parte, quam vapores impendunt ad descendendum, atmosphæra levior evadens non mirum est si mercurius ad aliquanto minorem altitudinem descendat.

677. Res digna est ut exemplo aliquo illustretur. Sphæra concava, sive intus vacua ex vitro elaborata si prægrandis est, innatat aquæ: æquale enim aquæ volumen gravius est pondere sphæræ vitreæ. At si concavitas sphæræ paulatim minuatur, ejusque idcirco crassities sensim adaugeatur, accidet primo, ut gravitates specificæ aquæ, & sphæræ vitreæ æquales reddantur, tum vero ut gravitas specifica sphæræ superet gravitatem specificam aquæ; ex quo tempore ea incipiet sua sponte deorsum descendere. Primo autem, & secundo casu tota gravitas sphæræ vitreæ accedit ad aquam, à qua sustinetur: in tertio vero casu pars tantum gravitatis ipsius superadditur aquæ; reliqua enim ad descen-

C c

den-

dendum consumitur . Non dissimiliter itaque quando cœlum sudum est, vel nebulosum vapores vel in subtilissimas partes divisi, vel in nubem collecti specificè leviores erunt aere ipso; aliter enim deorsum forent decasuri; itaque totum pondus istorum accedet ad aerem, qui idcirco tunc gravior erit. Sed fac deinde vapores eo usque crevisse, ut sustineri ab aere amplius non possint: jam ij quum descendere incipiant partem tantum ponderis sui cum aere communicabunt, reliquam partem impendent ad descendendum: itaque necesse est aerem tunc leviozem evadere.

678. Quæ hæcenus exposita sunt usui esse possunt ad iusta naviûm onera accuratissime definienda. Sed primum admonere oportet navem iusto onere gravatam illam intelligi, cujus tota carina latet sub undis: quapropter quemadmodum navis ultra carinam demersa plus æquo gravata esse dicitur, ita navis, cujus carinæ pars quædam extat supra aquam levius, quam par est onusta creditur; quo casu si mercium copia non suppetat onus suburra erit compensandum.

679. His positis videamus qua ratione definiri possint iusta pondera navium. Id fieri potest per accuratam mensuram ejus carinæ partis, quæ extat supra aquam, quum navis penitus exonerata est: iustum enim navis pondus erit idem cum pondere tantæ molis aquæ marinæ, quantam capere potest capacitas carinæ extantis. Ut ecce si pars carinæ extans capax sit duum millium doliorum, iustum navis pondus erit totidem doliorum; sive duabus millibus librarum singulis dolis attributis, iustum navis opus erit quatuor millionum librarum.

680. Sed advertendum est naves, quæ à mari ad fluvios transitum facere coguntur, aut levius onerandas esse, aut antequam ingrediantur ostia fluviorum pro parte esse exonerandas, ad effugiendum nempe demersionis periculum. Nempe aqua marina nonnihil gravior est aqua fluviali; ideoque major est illius vis ad naves sustinendas, quam istius: & quoniam pondus aquæ marinæ ad pondus aquæ fluvialis est circiter ut

47 ad

47 ad 46, erit etiam iustum navis onus in mari ad iustum ejusdem onus in fluminibus circiter ut 47 ad 46.

CAPUT SEXTUM.

De percussione fluidorum adversus planas corporum, quæ per ipsa fluida moventur superficies; Et de præcipuis hujus percussione adfectionibus.

681. **S**I corpus quodcumque A cum data velocitate in corpus alterum quiescens B incurrat, eadem erit ictus, live percussione magnitudo, si vicissim corpus A quiescat, corpus vero B adversus ipsum feratur cum æquali velocitate. Enim vero si supponamus utrumque corpus A, & B motu communi rectilineo, & æquali motui ipsius corporis A ferri vicissim ex B versus A, non idcirco mutabitur ictus, live percussione magnitudo. Axiomatis enim loco est apud *Mechanicos* motum communem, & rectilineum corporibus impersum nihil prorsus officere motibus prioribus. Unde quum corpus A actum duplici motu æquali, & contrario in eodem semper loco permaneat; corpus autem B moveatur contra corpus A cum ea velocitate, quam idem corpus A habuisset, si nihil motus communis additum esset: sequitur eandem fore ictus magnitudinem si corpus A occurrat corpori quiescenti B, si vicissim corpus B cum eadem velocitate feratur contra corpus quiescens, & immotum A.

682. Jam corpus non potest per fluidum aliquod moveri, nisi singulis momentis ipsum percutiat, & vicissim ab eo percutiatur. Itaque siue fingamus corpus moveri per fluidum quiescens, siue vicissim fluidum æquali velocitate, sed contraria directione in ipsum corpus quiescens, & immotum irruere ponamus, eadem prorsus erit percussione magnitudo. Quocirca in definiendis ictuum quantitibus, quas corpora plana per

C c 2

liqui-

liquida mota ab ipsis liquidis excipiunt, considerabimus corpora tamquam quiescentia, liquida vero putabimus moveri motu æquali, & contrario ei, quo ipsa corpora moventur. Hoc enim commentum quemadmodum nihil prorsus detrahit percussionis quantitati, ita ad ipsius percussionis leges facilius detegendas non parum conducit.

683. Ut autem à percussione fluidorum directa initium capiamus, sciendum est ietus, quem excipit datum planum à fluido datæ densitatis perpendiculariter in ipsum irruente esse ut *quadratum suæ velocitatis*. Enim vero huiusmodi ietus proportionalis est momento fluidi illabentis: adeoque quum momentum cuiuscumque corporis sit conjunctim ut velocitas, & quantitas materiæ, sive etiam ut velocitas, volumen, & densitas ipsius, sequitur ietus fluidi perpendiculariter in datam superficiem irruentis esse conjunctim, ut se habet velocitas, volumen & densitas ipsius: sive ob datam densitatem, ut velocitas, & volumen. At vero volumen fluidi dato tempore illabentis in superficiem datam est ut velocitas ipsius: etenim quo majori velocitate fluidum movetur, eo major est numerus particularum superficiem datam dato tempore impellentium: Itaque ietus fluidi erit ut velocitas semel, & velocitas iterum, sive etiam ut quadratum velocitatis.

684. Quod si densitas fluidi data non sit, tunc ietus quantitas erit conjunctim ut *densitas fluidi, & quadratum suæ velocitatis*. Est enim ietus quantitas ut momentum fluidi illabentis, sive conjunctim ut velocitas, volumen, & densitas ipsius: unde quia volumen sequitur rationem suæ velocitatis: etenim quo majori velocitate fluidum movetur, eo majus est volumen ipsius, quod dato tempore irruit in superficiem datam; erit ietus quantitas ut densitas semel, & velocitas bis, sive conjunctim ut densitas, & quadratum velocitatis.

685. Denique si neque etiam superficies, in quam irruit fluidum data sit, tunc ietus magnitudo erit conjunctim ut *superficies, densitas, & quadratum velocitatis*.

tis. Nam si superficies quævis aliquem excipiat istum, superficies duplo, vel triplo major duplo, vel triplo majorem istum cæteris paribus excipiet. Unde si duo fluida æque densa diversis cum velocitatibus incurrant perpendiculariter in duas superficies inæquales, istus quantitates erunt in ratione composita ex simplici ratione superficierum, ex simplici densitatum, & ex ratione velocitatum duplicata: & propterea velocitatibus eorum factis æqualibus istuum quantitates erunt in ratione composita ex simplici superficierum, & simplici densitatum ratione.

686. Ponamus deinde fluidum non jam perpendiculariter, sed oblique in superficiem aliquam incurtere: Hoc casu superficies istum quidem minorem, sed etiam perpendiculararem excipiet. Sit enim *AB* (Fig. 79.) superficies plana, in quam irruat fluidum velocitate, & directione obliqua *CD*: dico istum fluidi adversus superficiem *AB* fieri secundum lineam perpendiculararem ad ipsam *AB*. Demittatur enim ex puncto *C* perpendicularis *CE*, & compleatur parallelogrammum *CEDF*: & jam velocitas fluidi illabentis si repræsentetur per rectam *CD*, ea per notissimam velocitatum resolutionem dividetur in duas laterales *CE*, *CF*, quarum altera perpendicularis est ad planum *AB*, altera vero est eidem plano parallela: unde fluidum irruens in planum velocitate, & directione *CD* idem præstabit, ac si irrueret in idem planum velocitate duplici, quarum directiones, & quantitates sunt *CE*, & *CF*. Jam vero fluidum impellit quidem planum velocitate perpendiculari *CE*, non vero velocitate *CF*, utpote quæ plano est parallela; Itaque istus, quem excipit superficies *AB* à fluido irrutente secundum directionem obliquam etiam fit secundum directionem perpendiculararem ad ipsam superficiem.

687. Quapropter si fluidum incurrat in planum aliquod perpendiculariter, siue incidat in illud oblique, semper istus fiet secundum directionem perpendiculararem: cum hoc tantum discrimine, quod istus fluidi perpendiculariter illabentis major est istu ir-

ruentis oblique. Est enim prior ictus ad posteriorem ut *quadratum radii ad quadratum sinus anguli inclinationis*: quod ut demonstraretur præmittenda sunt Theoremata sequentia. I. *si fluidum data cum velocitate incidat oblique in superficiem planam, unus idemque erit ictus singularum fluidi particularum*. II. *si fluidum cum data velocitate irruat oblique in superficiem planam etiam datam, numerus particularum dato tempore in ipsam irruentium erit ut sinus anguli inclinationis*. Et III. *denique si fluidum cum data velocitate irruat oblique in superficiem datam, ictus quantitas erit ut ictus cujuslibet particulæ, & numerus particularum conjunctim*.

688. Jam primum, & tertium Theorema adeo manifesta sunt, ut nullam illustrationem requirant: nam primo singulæ fluidi particulæ incidunt in planum cum eadem obliquitate; ideoque quantuscumque fuerit ictus unius particulæ, idem erit & cæterarum. Et secundo ictus totus componitur ex ictibus singularum particularum: quos quum æquales esse constat, erit ictus totus ut ictus cujuslibet particulæ, & numerus particularum irruentium conjunctim,

689. Secundum vero Theorema ita demonstratur: in superficiem AB (*Fig. 80.*) datæ tum longitudinis, quum latitudinis illabatur cum data velocitate fluidum quodvis secundum directionem FG, sitque adeo AGF, vel ABF angulus incidentiæ: dico numerum particularum, quæ dato tempore incurrunt in superficiem AB esse ut sinum anguli ABF: siue sumpta recta AB, quæ data est pro radio, dico prædictum particularum numerum esse ut rectam AE, quæ perpendicularis est ad fluidi directionem BP. Etenim quum fluidum illabatur in planum secundum directionem ipsi AE perpendicularem, profecto quot fluidi particulæ continentur in recta AE, totidem singulis temporis momentis æqualibus irruent in rectam AB. Unde quia particulæ occupantes longitudinem rectæ AE sunt in ratione ipsius longitudinis AE, sequitur numerum particularum dato tempore impellentium superficiem da-

tæ

tæ latitudinis AB esse ut rectam AE, live ut sinum anguli inclinationis.

690. His positis facile nunc erit ostendere quod ictus alicujus fluidi cum data velocitate adversus superficiem datam perpendiculariter illabentis sit ad ictum irruentis oblique, ut se habet *quadratum radii ad quadratum sinus anguli inclinationis*: nempe si unum idemque fluidum incidat cum eadem velocitate perpendiculariter quidem in superficiem AC, oblique vero in superficiem æqualem AB, impulsus quem excipit à fluido superficies prior erit ad impulsum, quem posterior superficies excipit ab eodem fluido, ut quadratum radii se habet ad quadratum sinus anguli ABF; siue sumpta AB, aut AC pro radio, ut quadratum rectæ AB se habet ad quadratum ipsius AE.

691. Etenim si recta BE designat ictum perpendicularem uniuscujusque particulæ adversus rectam AC, demissa super AB perpendiculari ED, designabit ipsa ED impulsus, quem superficies AB excipit ab unaquaque fluidi particula irruente adversus ipsam secundum directionem FG: adeoque ictus, quem excipit à singulis fluidi particulis superficies AC erit ad ictum, quem excipit ab iisdem fluidi particulis superficies æqualis AB ut se habet BE ad ED, sine etiam propter triangula BDE, BAE similia ut BA ad AE. Jam vero per *Theorema III.* totus ictus quem excipit ab illabente fluido superficies AC est ad totum ictum, quem excipit superficies AB conjunctim ut ictus cujuscumque particulæ irruentis adversus AC ad ictum ejusdem particulæ irruentis adversus AB, & numerus particularum illabentium adversus AC ad numerum particularum eodem tempore illabentium adversus AB. Itaque erit impulsus fluidi adversus AC ad impulsus fluidi adversus AB conjunctim ut BA ad AE, & numerus particularum illabentium adversus AC ad numerum particularum eodem tempore illabentium adversus AB. Quapropter quum per *Theorema II.* numerus particularum illabentium adversus AC sit ad numerum particu-

larum illabentium adversus AB ut AC, sive AB ad AE, erit impulsus fluidi adversus superficiem AC ad impulsus ejusdem fluidi adversus superficiem AB in ratione composita ex AB ad AE, & ex AB ad AE; atque adeo erit ut AB quadratum ad AE quadratum.

692. Itaque ictus, quem excipit data superficies à fluido datæ densitatis, & cum data etiam velocitate irruentis est ut quadratum sinus inclinationis: ex quo patet maximum ictum, quem data superficies excipere potest, tunc contingere, quum fluidum irruit perpendiculariter; nam quum irruit oblique ictus evadit minor, eoque minor, quo major est obliquitas incidentiæ. Quapropter si planum moveatur per fluidum secundum sui longitudinem, aut etiam secundum sui latitudinem, nullum prorsus excipiet impulsus: angulus enim incidentiæ eo casu evanescit.

693. Quod si superficies ictum excipiens data non sit, eo casu ictus magnitudo erit conjunctim ut *superficies, & quadratum sinus anguli incidentiæ*: nam ictus crescit in ratione superficiæ, ita ut superficies duplo, vel triplo major duplo, vel triplo majorem ictum excipiat. Quod si neque etiam velocitas fluidi illabentis detur, tunc ictus magnitudo erit ut *superficies, quadratum sinus anguli inclinationis, & quadratum velocitatis conjunctim*. Vidimus enim vim alicujus fluidi absolutam esse ut quadratum suæ velocitatis. Et denique si neque etiam densitas fluidi data sit, eo casu impulsus exceptus à superficie plana erit ut *superficies, ut quadratum sinus anguli inclinationis, ut quadratum velocitatis, & densitas conjunctim*.

694. Quapropter si in duo plana inæqualia irruant oblique diversis cum velocitatibus duo fluida inæqualiter densa, ictus quantitates erunt in ratione composita ex *simplici ratione superficialium, ex duplicata sinuum angulorum inclinationis, ex duplicata velocitatum, & ex simplici denique densitatum ratione*: adeo ut si ictuum quantitates designentur per I, & i, plana per P, & p, sinus angulorum incidentium per S, & s, velocitates

citates fluidorum per V , & u , & densitates denique eorumdem fluidorum per D , & d , erit I ad i , ut PS^2V^2D ad ps^2u^2d .

695. Atque his legibus continetur percussio fluidorum live directa, live obliqua facta adversus superficies corporum planas; contra quas illabuntur. Longe diversi sunt impulsus, quos excipiunt superficies corporum curvæ, ut sunt superficies navium: in earum enim singula elementa fluidum non eadem, sed diversis obliquitatibus incidit. Interim si unamquamque superficiem curvam certa quadam, & constanti ratione divisam intelligamus in partes infinitas, & infinite parvas, nihil vetat, quin unaquæque ipsarum habeatur tamquam plana: quapropter fluidum in singulas illas partes incidet eadem prorsus obliquitate: atque adeo impulsus, quem unaquæque ipsarum excipit à fluido erit ut ipsa pars excipiens impulsus, & quadratum sinus anguli inclinationis. Unde ad inventiendum impulsus, quem superficies curva excipit à fluido satis erit invenire, qua ratione designetur generaliter impulsus, quem singulæ partes excipiunt ab eodem fluido: nam summa omnium impulsuum mediante *Calculo integrali* determinanda dabit impulsus totum.

CAPUT SEPTIMUM

De Tubis capillaribus; deque precipuis eorum phenomenis.

696. **Q**uamquam liquorum illud sit accidens precipuum, ut ad eandem altitudinem in tubis communicantibus consistent; tamen, ut supra adnotatum est, id non est verum nisi quum ij vel in vasis amplissimis continentur, vel etiam in fistulis æqualibus: in fistulis enim inæqualibus liquores ad inæquales altitudines conscendunt, altius scilicet in angustioribus, minus alte in amplioribus fistulis. Itaque Theorema illud hydrostaticum, quod

quod postulat, ut fluida in tubis communicantibus eleventur ad æqualem altitudinem exceptionem patitur in gracilioribus tubis, quos *Capillares* adpellant. Neque vero diu est, ex quo eruditis innotuit isthæc exceptio: nam superiori seculo, quum *Pascalius* de *æquilibrio liquorum* commentaretur, nihil prorsus hujus rei compertum erat. Sed deinde quum de hoc tam miro phænomeno apud plures simul expolitissimas gentes differi cœptum esset, id effecit, ut incertum manserit cui prima inventionis laus esset adscribenda. Nam *Galli*, *Italique* observationis decus certatim sibi vindicarunt.

697. Sunt autem tuborum capillarium phænomena & multiplicia, & admiranda, quorum præcipuum est, quod tubi capillares aquæ, vel alteri cuivis liquori admoti rapiunt eos sursum ad majorem, vel ad minorem altitudinem, impetuque majori vel minori, pro ut ipsi tubi capillares longiores sunt, vel breviores, angustiores, vel ampliores. Quocirca in phænomenis tuborum capillarium duo occurrunt consideranda. I altitudo, ad quam liquores in ipsis adscendunt. II impetus, cum quo iidem liquores sursum rapiuntur.

698. Ut exordiamur ab altitudine, sciendum est omnium tuborum ejusdem amplitudinis eum rapere aquam, vel alium quemvis liquorem ad majorem altitudinem, qui longior est; non tamen in ratione altitudinis, sed in minori altitudinis ratione. Etenim tubus æque amplus sed duplo, vel triplo longior non rapit aquam ad altitudinem duplo vel triplo majorem, sed ad altitudinem paullo minorem. Et quamquam dubitandum non sit, quin natura ut in cæteris, ita in hac quoque re certam, constitutamque legem servet, tamen non adhuc innotuit Philosophis, quæ sit hujusmodi lex, quamquam altitudinum phænomena diligentissime expendere curaverint.

699. Sciendum est præterea omnium tuborum ejusdem longitudinis eum rapere aquam, vel alium quemvis liquorum ad majorem altitudinem, qui angustior est, cum hac lege ut *altitudo semper sit ut tubi capacitas*

tas reciproce : nam tubus ejusdem longitudinis, sed duplo vel triplo angustior aquam ad duplo vel triplo majorem altitudinē attollere deprehenditur. Ex quo facile infertur *quantitates aquæ, quas tubi æque longi, sed inæqualiter ampli rapiunt in se esse reciproce ut sunt altitudines, ad quas ipsa aqua attollitur in utroq; tubo.* Sunt enim aquæ quantitates cylindri duo basium inæqualium, atque altitudinum quoque inæqualium, sed in quibus altitudines sunt reciproce ut diametri tuborum, seu in quibus quadrata altitudinū sunt ut eorum bases reciproce. Itaq; quum cylindri rationem habeant compositam ex altitudinibus & basibus, adeoque sint inter se directe ut altitudines, & inverse ut quadrata altitudinum, sequitur ipsas aquæ quantitates fore inter se directe ut altitudines, & inverse ut quadrata earundem altitudinum : Et quoniam componendo altitudines directe cum quadratis earundem altitudinum inverse prodit ratio altitudinum simplex inversa, liquet quantitates aquæ esse inter se reciproce ut altitudines. Unde quamquam tubus æque longus, sed angustior ad majorem altitudinem aquam rapiat, tamen minorem aquæ quantitatem sustinet.

700. Præter hæc, sunt & alia phænomena minus generalia, quæ pariter operæ pretium est cognoscere. Veluti si tubus aliquis capillaris cujuscumque longitudinis perpendiculariter ad aquam insistens attrahit aquam ad altitudinem pollicum septem ex.gr. vel octo, vel decem, is deinde quamquam oblique insinat ad aquam, nihilominus attrahet illam ad eandem profundus altitudinem perpendicularem: adeoque tubo ad talem inclinationem composito, ut ejus orificium superius septem vel octo, vel decem pollicibus, vel aliquanto minus emineat supra aquam, is ut longissimus, totus implebitur.

701. Præterea si tubus capillaris longissimus, qui attrahit aquam ad altitudinem pollicum septem, vel octo, vel decem sinuetur in plura brachia verticalia, ita tamen ut brachium longius pollices septem, vel octo, vel decem non superet, is universus implebitur.

702. In-

702. Insuper si tubus aliquis capillaris ita infletur, ut figuram ABCDE (Fig. 81.) referat, utque ejus altitudo CF minor altitudine, ad quam aqua reperitur, si idem tubus non inflexus recta ad eam intraret; aqua ingredietur per orificium A, repetet ad B, deinde ascendendo perget ad C, tum vero descendet ad D, denique iterum rependo gradietur ad E, quo in loco consistet.

703. Ulterius si tubus aliquis capillaris aquæ admotus certam aquæ quantitatem sustulerit, is ab aqua segregatus, detentusque in ære perpendiculariter nihil aquæ intus contentæ effluere patietur. Sed experimentum continget, si tubus orificio inferiori aquam vix tetigerit: etenim si profundius aquæ demersus sit, majoremque idcirco aquæ copiam in se admisserit, tunc detentus in ære perpendiculariter aquam guttatim ejiciet, usque donec ad illam altitudinem pervenerit, ad quam potest eam sua naturali potentia sustinere.

704. Denique si juxta externam superficiem tubi aqua guttatim defluat, ea quum ad inferius orificium pervenerit, sursum per tubi cavitatem sua sponte ascendet. Quæ omnia ut contingant necesse est tubos interne purissimos esse, siccissimosque: si enim gutta vel ceræ, vel adipis interiori tubi cavitatem incrustaverit, ita tamen ut ejus cavitas aperta permaneat, eo casu nihil prorsus aquæ conscendit in tubum.

705. Cæterum idem tubus non attrahit liquores omnes ad eandem altitudinem, sed quosdam altius sublevat, quosdam alios minus alte. Quis non crederet liquores specificè leviores altius ascenduros, liquores vero specificè graviores ad minorem altitudinem esse perventuros? attamen experientia contrarium demonstrat: urina enim etsi gravissima sit ad maximam altitudinem ascendit: ad altitudinem aliquanto minorem conscendit spiritus salis ammoniaci, qui levior est, atque ad longe minorem altitudinem evehuntur olea vitrioli, & tartari, quæ adhuc leviora sunt. Ad hæc aqua communis altius attollitur, quam vinum, quamquam hoc illa sit levius. Denique spiritus vini, qui
omnium

omnium liquorum levissimus habetur ad minimam altitudinem ascendit.

706. Dicendum est modo de velocitate, cum qua liquores feruntur in tubos capillares. Constat observationibus liquores eo majori, vel minori velocitate in tubos ascendere, quo ipsi tubi angustiores fuerint, vel ampliores. Sed constat pariter motum liquorum adscendentium haud quidem esse uniformem, sed retardatum. Principio enim est velocissimus: tum minus velox; denique ita est tardissimus, ut oculis discerni nequeat. Cujus retardationis multiplex causa adsignari potest. *Primo* enim quum liquores conscendant in tubos propter aliquam vim adigentem illos superiora versus, ea in adscendente liquore eo majorem velocitatem inducat necesse est, quo moles ipsius liquoris adscendens fuerit minor. Constat enim eandem vim majorem velocitatem inducere in corpora minora, quam in corpora majora: Quapropter velocitas liquorum adscendentium initio erit maxima ob parvam molem ipsorum, sed postea minuetur, pro ut crescit columna liquoris adscendentis. *Tum* contactus, atque attritus liquoris adscendentis per tuborum angustissimorum cavitates in causa pariter est, ut ejus motus retardetur, *Denique* ipsa aeris in tubo hospitantis resistentia impedire aliquantulum potest motum liquoris adscendentis.

707. His tuborum capillarium phaenomenis adfines sunt attractiones speculorum vitreorum. Si duae laminae vitreae jungantur ad latus unum, ita ut angulum quam fieri potest exiguum contineant inter se, deinde ita conjunctae intingantur in aquam, ea paulatim adscendat inter hiatum laminarum angularem, non tamen ad eandem altitudinem, sed ibi altius, ubi laminae proximiores sunt, ibi minus alte, ubi laminae magis divergunt,

708. Haec sunt praecipua tuborum capillarium phaenomena, de quibus tantae sunt, tamque variae dissidentium Philosophorum opiniones, ut immensi sane operis esset singulas recensere velle. Tres tamen sunt celebri-

briores explicandi rationes, quæ præteriri omnino non possunt. Qui *primam* explicandi rationem sequuntur, subsidium aeris, vel ætheris invocant: arbitrantur enim fluida ista aliquanto magis premere subiectos liquores extra tuborum cavitates, quam in ipsis cavitatibus, ubi angustia aerem, atque ætherem impediunt: itaque quum necesse sit ibi liquores adscendere, ubi minus premuntur, non mirum esse ajunt si tubi capillares liquoribus admoti eos sursum rapere videantur. Satis quidem ingeniose, sed fortasse minus vere. Hac enim causa constituta oporteret, ut liquores eo altius adscenderent, quo minori gravitate specifica donati sunt: nam eadem vis effectum tanto majorem producit, quanto minus oppositionis offendit. Itaque spiritus vini omnium liquorum levissimus altissime deberet adscendere, quum tamen is ad minimam altitudinem consistat: urina autem, quæ aqua longe gravior est ad multo minorem altitudinem conscendere deberet, quæ tamen omnium altissime fertur. Præterea si adscensus liquorum penderet ex pressione aeris, vel ætheris, liquores adscensuri forent etiam quum interni tuborum parietes cera, vel sebo incrustati sunt, quod tamen nequaquam fit.

709. Sed quod ab hujus sententiæ auctoribus affirmatur aerem, vel ætherem magis premere liquores extra tuborum capillarium cavitates, quam intra, id quidem longissime à veritate alienum esse primus ostendit *Georgius Bernhardus Bülfingerus*. Inquisiturus enim an omnino liber aeri aditus pateret in tubos capillares, cogitavit id ope barometri decerni posse, si in vasculi locum substitueretur tubus capillaris, per quem atmosphæra deberet subiectum sibi mercurium premere. Nam si aer trans fistulam capillarem suspendere mercurium posset ad altitudinem consuetam pollicum 29, non utique ab ejus minus libera pressione oriretur elevatio aquæ in tubis capillaribus, sed ab alia causa. Adhibuit itaque tubum paullo longiorem ad instar simplicis barometri recurvi, nisi quod tubus pro vasculo designebat in fistulam vere capillarem, & apertam,

tam, eumque mercurio impletum quum ad modum barometri erexisset, vidit mercurium, qui in tubo nimius erat guttatim effluxisse è fistula capillari, deinde vero substituisse ad consuetam altitudinem, aut ea paulo maiorem. Vidit præterea altitudinem illam incrementum, vel decrementum subire, pro ut mutabatur gravitas atmosphæræ: quæ quidem arguebant pressio-nem aeris nihil prorsus debilitari propter tubi capilla-ris angustiam. Quod si aer in barometro capillari po-est suspendere mercurium ad altitudinem consuetam, cur non & in cæteris tubis capillaribus satis sit ad aquæ adscensum cohibendum?

710. Qui secundam explicandi rationem sequun-tur adhæsiōem aquæ ad vitri latera implorant. Cœpit hæc initium ab *Isaaco Vossio*, & per *Borellum* nostratē transit ad *Carreum* nobilissimum ejus, atque ingeniōssimum cultorem. *Isaacus* igitur *Vossius* in libro de *Nili, aliorumq; Fluminum origine* ita philolophatur, *Aquam suapte natura viscosam esse: adharere illam vi-tro, & ab eodem sustineri; partem aquæ sic suspensam non premere in aquam subjektam, sed gravare vitrum: patere id quum fistula aqua mersa iterum extrabatur; neque enim omnem decidere humorem; suspendi à vitro quantum latera valeant sustinere. Aquam igitur in an-gustioribus fistulis ideo adsurgere, quoniam prima aqua portiuncula fistulam ingressa quum iam sustineatur à fistula, adeoque respectu portiuncula succedentis ponde-re careat, ab illa attollatur supra libramentum aquæ ambientis. Quanto minutiores fuerint fistulae tanto al-tius aquam adscendere, quia minores plus habeant su-perficie, & plura puncta contactus pro sua capacitate, quam majores, & sic aquam è pluribus sui punctis su-spensam tanto facilius sustineant.*

711. Hanc eandem explicandi rationem sectatus quoque est *Joannes Alphonsus Borellus* nostras, cujus hæc sunt verba: *In cavitatibus subtilium fistularum inter-nus aquæ contactus grandis est, & amplius respectu illius aquæ moleculæ ibidem existentis: ergo subito ac infimum fistulæ orificium attingit aquam, efficitur in ejus interna,*
 & cava

Et cava perimetro efficacissimus contactus, à cuius adhesionem fulciri, sustinerique potest majus pondus, quam habet pusilla aquæ particula insinuata: Et ideo gradus prædictæ virtutis suspensiva, Et adhesionis exercetur in aqua subiecta, Et proinde ea reddetur aliquo pacto levis, seu minus ponderosa, quam sit aqua collateralis libere premeus: inde autem infert aquam in fistulas elevari ad eam usque altitudinem, in qua æquilibrium cum aqua collateralis libere premeere efficiatur.

¶ 12. Excoluit etiam hanc hypothesim Ludovicus Carreus, qui adhesionem aquæ ad tubi latera probavit primo ex eo quia sebo liquefacto internis tubi parietibus inunctis non adscendit aqua interior ultra libellam aquæ exterioris. Secundo, quia parte una superficiæ internæ sic inuncta, aqua ex eo latere non elevatur; elevatur autem ex altero, quo nihil sebi tubulus accepit. Denique, quia tubo ultra eum locum, ad quem usque sebo unctus est demerso, aqua super libellam adscendere pergit. Quæstiones autem huic argumento consentaneas ita resolvit. Cur aqua non elevatur in superficie tubuli externa, cui non minus adherent particule vitro contigua? Quoniam intra tubum se se mutuo sustentant particule, sicque elevationi suæ adjumento sunt, non item extra tubulum. Cur in fistulis gracilioribus altior est aqua supra libellam elevatio? quoniam vis adhesionis mensuratur à superficiæ interna fistularum, & resistentia ex pondere columnarum aquæ contentæ; sunt autem hæ in ratione duplicata diametrorum cavitatis, illæ autem in simplici ratione diametrorum: itaque superficies amplioris tubi minor est respectu aquæ suæ, minorque ideo vis adhesionis, ut non mirum esse debeat si aqua ad minorem altitudinem eleveatur. Quamquam obscurum adhuc restet, quare tubi ampliores cæteris paribus majorem liquoris quantitatem sustineant, quam tubi angustiores: ex hac enim explicandi ratione necessum esset ut tubi ambiores non modo raperent liquores ad minorem altitudinem, sed minorem quoque eorum quantitatem suspenderent: quod falsum esse supra demonstratum est. Cur extracto ex aqua

aqua tubulo aqua non effluit, sed suspenditur in fistula?
 quoniam parvulum ejus pondus non sufficit ad superandam resistantiam, quam aer divulsioni suæ opponit. Falsum: nam uti vidimus aqua eo usq; ascendit in fistulas, ut æquilibretur cum aqua collateralis: itaq; quum vis, sive resistantia aeris longe minor sit, quam pressio aquæ, sequitur pressionem aquæ interioris suspensæ superare semper resistantiam aeris, adeoque aliquantulum deprimi semper debere; quod minime accidit.

713. Sed facile est hanc sententiam, quæ adhæsiōnem pro causa adscensus constituit, convellere. Oleum enim raparum, quod tenacius adhæret internis tuborum lateribus ad maximam elevandum foret altitudinem, & oleum terebinthinæ ad minorem, quamvis ad majorem, quam aqua. Spiritus salis ammoniaci, & spiritus vini ad multo minorem; nam in ambobus spiritibus tenuis cohærentia percipitur; quibus tamen experimenta adversantur. Præterea phænomena tuborum inæqualium longitudinum falsitatem ejusdem sententiæ manifestissime evincunt: in his enim sive longiores sint, sive breviores eadem altitudo observanda foret, si adscensus aquæ penderet ab ejus adhæsiōne ad tuborum latera: quum tamen tubi longiores rapiant aquam ad majorem altitudinem, quam tubi breviores. Denique ex hac hypothese nullo pacto explicari potest, cur aqua juxta externam superficiem tubi guttatim defluens, quum ad inferius orificium pervenerit, sursum per tubi cavitatem sua sponte ascendat: namque in hoc casu nulla inæqualis pressio ambientis, cavoque tubi respondentis aquæ fingi potest.

714. Tertiā explicandi rationem protulerunt universalis attractionis fautores, quæ ita se habet. Tubus vitreus capillaris aquæ demersus, quia vi attrahente donatus est, aquam sursum rapere debet, non quidem in infinitum, sed ad altitudinem determinatam. Quum enim ipsa vis attrahens tuborum limitatam habeat potentiam, quando tantum aquæ suspensum est, quantum æquilibratur cum vi attrahente tuborum, adscensus cessat. Et quoniam attractio exit ex tubo universo,

D d

facile

facile intelligitur cur tubi longiores rapiant aquam ad altitudinem majorem, quam tubi breviores ejusdem diametri. Præterea quum in tubis angustioribus vis attrahendi potentior sit; est enim, ut ita dicam, magis conferta: intelligitur quoque cur tubi angustiores altius aquam rapiant, quam tubi ampliores ejusdem longitudinis. Ad hæc quum vis attrahens fortius agat in quosdam liquores, quam in alios, intelligitur quare altissime suspendatur urina, humilior spiritus salis ammoniaci, & aqua, longeque adhuc humilior spiritus vini. Denique quia vis ista attrahens omnino subvertitur à cera, vel sebo internos tuborum parietes incrustante, non mirum est si in hujusmodi tubis liquores haud quaquam adscendant.

715. Cæterum tuborum capillarium phænomena quamplurimis Naturæ arcanis cognoscendis usui sunt: ut *primo* quare plantæ arefcentes irrigatæ statim reviviscant; humor enim summo impetu fertur per canales ipsarum, qui longe angustiores sunt tubis capillaribus. *Secundo* quare liquores adscendant per corpora spongiosa, per cineres, per arenas, per panem, perque reliqua hujusmodi corpora: meatus enim, quamquam tortuosi, qui occurrunt in hujusmodi corporibus sunt instar tuborum capillarium. *Denique* qua ratione agant emplastra, unctiones, balnea; quibus interdum ægri utuntur. Scilicet corpora nostra scatent vasibus absorbentibus, quæ nihil aliud sunt, quam tubi capillares per universum corpus diffusi: per hæc autem vasa existimandum est insinuari partem subtiliorem pharmacorum supra memoratorum, unde salus ægris restituitur.

716. Ad hanc de capillaribus tubis doctrinam referri fortasse potest quæstio illa, num omnia maria æque alta sunt. Equidem si ad aquæ naturam advertamus animum, nihil causæ esse videtur, cur unum alio altius esse pronunciemus. At vero si consideremus cavitates, quibus maria continentur esse longe inæquales, facile intelligemus ea maria, siue potius eos sinus, qui angustioribus cavitatibus continentur altiores esse illis, qui continentur cavitatibus amplioribus: sunt enim cavitates
istæ

istæ tuborum instar inæqualium amplitudinum . Quo circa *Mare Erythraum* , & *Sinus Persicus* longe altiora erunt , quam *Mare Mediterraneum* ; hujus enim longe major est amplitudo . Et similiter *Corinthiacus Sinus* aliquanto altior erit *Sinu Saronico* : ille enim angustior est , hic vero nonnihil est amplior .

CAPUT OCTAVUM.

De elasticitate , rigiditate , & flexilitate .

717. **V** Idendum nunc est de elasticitate , rigiditate , & flexilitate . Elasticitas est universalis illa corporum proprietas , quæ facit ut ea illico restituant se se in pristinum statum , à quo per compressionem depulsa fuerunt . Hæc vis in nonnullis corporibus , veluti ebure , chalybe , lapide , vitro , aliisque similibus manifestissima est ; in aliis vero corporibus est adeo tenuis , atque imbecilla , ut vix percipi possit . Sic lamina ex chalybe bene temperato si externa vi incurvetur , remota incurvationis causa statim , magnoque impetu in rectum porrigitur . Similiter arcus ex chalybe quoque elaboratus si in rectum extendatur , cessante vi rursus inflectitur . At vero plumbum compressum vix ullum restitutionis signum præbet . Rigiditas autem ad ea corpora petinet , quæ quum flectere conamur , franguntur : veluti vitrum vix flectitur ; & quum ipsum majori nisu flectere conamur , statim frangitur . Denique flexilitas spectat ad ea corpora , quæ facile curvantur absque ullo fractionis periculo .

718. Sunt Philosophi qui explicandæ elasticitatis ergo ad has positiones confugiunt . Ponunt *primo* durissima quæq; corpora frequentibus poris esse pertusa ; quod quidem extra omnem dubitationem est positum . *Tum* materiam quamdam subtilissimam , quam ætherem supra adpellavimus , poros istos permeare comminiscuntur . *Denique* figuram pororum talem esse fingunt , ut si

ea coarctatione mutetur, materia illa subtilissima, quæ poros permeabat non possit amplius ea copia, eaque facilitate transire, qua antea per eos fluebat: quibus politis sic elasticitatem explicare nituntur. Quando lamina chalybea inflectitur, necesse quidem est poros in parte convexa fieri latiores, poros vero in parte concava fieri arctiores: itaque materia subtilis subiens poros latissimos partis convexæ majori copia & celeritate eos ingreditur, quam ut per arctatos concavæ superficiei meatus egredi possit: adeoque istorum parietes magna vi pulsans eos aperit, atque in pristinum statum laminam reducit.

719. Neque vero necesse esse putant, ut omnia corpora sint æque elastica: etenim nonnullorum meatus esse possunt adeo lati, ut quamquam eorum ostia coarctentur, adhuc tamen materia subtilis possit per ostia illa haud cum magna difficultate transire. Sic chalybs non temperatus quum particulis constet crassioribus, ac proinde majora interstitia inter se relinquentibus, quamvis flectatur tamen non redit in pristinum statum; quia meatus satis patent ut per eos exire possit materia subtilis, absque eo quod pororum ostia pulset.

720. Quamquam ingeniosa sit ista hypothesis, sunt tamen alii, qui jure addubitant, an elasticitas revera ab hujusmodi causa proficiscatur. Quum enim ad restitutionem corporis elastici necesse sit ætherem fluere ex poris latioribus versus poros angustiores, quumque effluxus ætheris possit esse in finite varius, raro corpus elasticum compressum restituendum foret; tunc enim tantum id contingere deberet, quando ipsum eam positionem natum est, ut materia subtilis ingrediator per poros latiores, & exeat per angustiores. Itaque quum experientia constet restitutionem corporum elasticorum fieri in quacumque eorum positione, recte causam elasticitatis effluxui ætheris adscribendam non esse suspicati sunt. Præterea si duo corpora elastica proxima in partes oppositas flectantur, alterum tantum deberet restitui, alterum vero in suo statu deberet se conservare, si elasticitas ab effluxu ætheris oriretur: quod quum contra-

trarium sit experientiæ, liquet positionem falsam esse.

721. Aliis visum est probabilius corporum elastico-
rum restitutionem aeris, ætherisque ponderi acceptam
unice referre, cui duritiei quoque causam adscripse-
runt; quemadmodum supra demonstratum est. His sic
placuit hac in re philosophari. Quum firmitas nihil
aliud sit, quam ea vis, qua corpus partium divisioni re-
sistit, vis vero elastica illa, qua partes quodammodo
à se divulsæ colliguntur, necesse quidem est ut eadem
causa corporibus vim utramque conciliet: atqui du-
rities corporum proficiscitur ex pressione ætheris: qua-
re ab eadem ætheris pressione elasticitas corporum oria-
tur necesse est.

722. Verum quominus huic sententiæ subscribam
plura obstant. Quamquam enim non negein unam,
eamdemque esse causam duritiei, elasticitatisque, ta-
men ex hoc ipso falsum est elasticitatem ex pondere, &
pressione ætheris proficisci: nam ostensum à nobis lu-
culentissime est duritiem corporum ab huiusmodi pres-
sione minime oriri posse. Præterea si elasticitas pende-
ret à pressione ætheris, oporteret ut durissima quæque
corpora summa elasticitatis vi pollerent: quippe quum
in iis minor pororum copia occurrat, impulsus, pres-
sioque ætheris potentior esset; quod tamen refragatur
experientiæ. Ebur enim non est omnium corporum du-
rissimum, quamquam sit maxime elasticum. Aer vero
corporibus fluidis accensetur, quamquam summa elasti-
citatibus vi præditus sit.

723. Alii censuerunt tutius elasticitatem ipsi ætheri
adscribere, cæterorum vero corporum elasticitatem
ab illius elasticitate repetere: in quantum scilicet is
dum permeat omnia corpora reddit illa sua elasticitate
elastica. Sed hæc sententia his premitur difficultatibus.
Primo obscurum est quomodo æther, ut ut elasticus, po-
ros corporum interfluens suo influxu possit ea elastica
facere. *Secundo* difficile est explicatu in hac positione
quare quædam corpora aliis sint elasticiora. Et *denique*
quamquam hac positione causa elasticitatis cæterorum
corporum non lateat, tamen causa elasticitatis ipsius

ætheris in abdito est: ridiculum enim est asserere elasticitatem ætheri conciliari ab elasticitate alterius materiæ subtilioris: sic enim procedendum foret in infinitum.

724. Nobis videtur commodius vim corporum elasticam partim ex poris, partim ab attractione repetere. Et à poris quidem, non quod ij sint causa efficiens elasticitatis, sed potius quod sublatis poris de corporibus, quemadmodum ea comprimi non possent, ita omni elastica vi essent destituta. Ab attractione vero tamquam à causa efficiente: scilicet quemadmodum vis attractrix facit, ut guttæ omnium liquorum se se ad sphaericitatem componant, ita etiam ab eadem vi attrahente oriri potest, ut turbata aliquo modo corporis figura rursus ea restitatur in pristinum locum. Ex quo inferre licet elasticitatem proprietatem esse corporum universallem: nulla enim sunt corpora, quæ suis poris referta non sint, & præterea quorum particulae vi attrahente aliqua non donentur. Et quoniam in quibusdam corporibus major est pororum copia, quam in aliis, magisque se attrahunt particulae aliquorum corporum, quam particulae aliorum, non mirum esse debet si alia corpora aliis sint elasticiora.

725. De rigiditate vero, & flexilitate ita philosophabimur. Putabimus corpora rigida constare particulis (de elementis ultimæ compositionis intelligendum id est) nequaquam intricatis inter se, sed duram massam constantibus ea tantum de causa, quod juxta se mutuo constitutæ se se invicem attrahant. Ita enim fiet, ut hujusmodi corpora nequeant majore vi flecti, quin prorsus separentur, solutaque continuitate dissiliant. Probari id potest ex eo quod rigidorum corporum divulsæ partes politæ sint, atque lævigatæ ea ex parte, unde fractæ sunt, ut adparet in particulis vitri, porcellanæ, & glaciei: neque enim hujusmodi polities, ac lævitas in iis observaretur, si utique ante solutam continuitatem sibi mutuo fuissent implicatæ. Flexilia vero corpora existimabimus constare particulis, (etiam de elementis ultimæ compositionis id oportet intelligere) sibi mutuo implicitis ad instar minimorum

morum funiculorum, quibus major funis constat; talis quippe textura flexilitatem corpori facile conciliabit, efficietque ut corpus in varias partes flecti possit sine fractionis periculo; quia partes illæ, ut ita dicam, extenduntur, manentque adhuc connexæ inter se.

CAPITULUM NONUM.

De Corporum gravitate, & levitate.

726. **P**erventum jam est ad ejus qualitatis explanationem, ex qua magna Philosophiæ naturalis pars velut religata pendet, ad gravitatem scilicet, & levitatem. Ejus causa in tanta obscuritate constituta esse videtur, ut eorum fortasse sententiæ accedendum sit, qui gravitatis causam negant à nobis posse inveniri, quod sensus huic qualitati percipiendæ propius, atque ut ajunt specificus nobis desit; non aliter atque cæcus natus, qui quæ sit colorum natura ne suspicari quidem potest.

727. Gravitatis hæc sunt præcipua phænomena. *Primum* corpora terrestria sua sponte tendere versus Tellurem secundum lineas ejus superficiiei perpendiculares; adeoque si Tellus sphaerica est, vel quasi sphaerica, ut hic adsumimus, secundum lineas, quæ omnes convergunt ad centrum Telluris. *Secundum* gravitatis actionem nullius cogniti corporis interpositione posse inhiberi: quamquam enim corpora sustentata non descendunt, non eo minus tamen premunt corpora, à quibus sustentantur. *Tertium* corporis pondus, sive gravitatem pendere non modo à partibus externis, quæ scilicet ab aere tanguntur, verum etiam ab internis, quæ nempe latent sub superficie: nam mutata quovis modo corporis figura, integra manente substantia, sive quantitate materiæ, quamquam superficies modo major evadat, modo minor, semper pondus manet idem; quod quidem minime contingeret, si à partibus tantum externis vis gravitatis suboriretur. *Quartum* quamquam

quam in aere quædam corpora descendant, ut lapides, ligna, metalla, aliaque innumera, quædam alia adscendant ut fumus, vapores, paleæque quædam levissimæ; prætereaque etli eorum, quæ descendant alia citius, alia tardius versus Terram delabantur, tamen in vacuo *Boyliano* omnia corpora descendant, & quidem æquali velocitate: nam si ex eadem altitudine illic simul delabantur plumbum & suber, simul etiam metam adsequantur. *Denique* constat non omnia corpora sub eodem volumine æque ponderare, sed pondera illorum esse majora, quæ majorem continent quantitatem materiæ: veluti aurum longe ponderosius est stamno, vel ligno, quia aurum plus continet materiæ, quam stannum, vel lignum.

728. Hæc sunt præcipua gravitatis phænomena, quæ recensenda fuerunt antequam in ipsam gravitatis causam inquireretur. Eam autem investigantibus primi omnium se se offerunt *Peripatetici*, qui ab intrinseco principio gravia corpora deorsum ferri putant. His ultro adfentirer, nisi rogati de interno isto principio, deque ejus natura, atque origine, adpetitum, ac veluti cupidinem quamdam corporibus gravibus inesse dicerent Tellurem, tamquam propriam sedem, atque domicilium petendi. Quumque vidissent res quasdam vicissim sursum sua sponte extolli, oppositam cupidinem iis adscribere non dubitarunt, petendi scilicet loca superiora: quibus vix quidquam fingi potest vel ineptius, vel futilius. Nam *primo* adpetitus, & cupido in res materiales, inanimasque nullo modo cadere possunt. *Secundo* in vacuo *Boyliano* nulla corpora adscendant, sed omnia ruunt deorsum; ut supra adnotatum est. Et *tertio* denique si quædam corpora in aere adscendant, id ex eo oriri existimandum est, quod ea minus gravia sunt, quam aer ipse, à quo idcirco sursum expelluntur, quemadmodum lignum, & suber demersa in aqua foras ab ipsa aqua extruduntur, cujus longe major est vis descendendi deorsum.

729. Quamquam autem *Scholastici* in constituendo gravitatis principio turpiter lapsi sint, in eo tamen sunt

sunt laudandi, quod illud intrinsecum corporibus esse constituerint. Neque enim, ut ego sentio, ulla occurrit causa extrinseca, cui descensus corporum gravium referri queat: non pressio aeris incumbentis: nam in *machina pneumatica* exhausto aere citius descendunt vel levissima quæque corpora, quam quæ gravissima sunt in aere libero decidunt: ut præteream pressionem aeris non aliunde ortum ducere, quam à gravitate ipsius aeris; adeoque qui gravitatem corporum à pressione aeris deducere conantur, ij principium petere videntur. Nec forte subtilis, atque ætherea substantia *Cartesii*, ut postea dicemus. Non denique ab effluviis Terræ magneticis trahi possunt, ut videtur *Gassendo*: nam illud explicandum esset qua ratione, quibusve organis gravia deorsum à terra trahantur. Concedamus *Gassendo* profluvia quædam substantialia jugiter è Terra manare: dicat is deinde quomodo ea una cum tanta præda revertantur ad Tellurem. An lapidis meatus pervadunt? sed tum lapis non adduceretur in Terram: an potius in partes lapidis solidas incurrunt? quod si fieret potius repellerent lapidem à Tellure, quam traherent versus illam. Dicat prætereà *Gassendus* quomodo tam alte illa evehantur versus cælum, ut ad ipsum orbem Lunæ perveniant: nam Lunam gravem esse versus Tellurem, communis Philosophorum sententia est. Accedit quod in hac *Gassendi* sententia oporteret corpora leviora, hoc est minorem materiæ quantitatem continentia citius descendere, quam graviora; facilius enim illa traherentur ab effluviis terrestribus, quam ista; quod tamen experientiæ adversatur.

730. Quum igitur corpora gravia neque ab extranea causa deorsum pelli, neque à Terra rapi videantur per effluvia magnetica, id unum reliquum videtur, ut certa Naturæ lege, qua res quæque suis locis disponuntur, gravia descendant deorsum. Naturæ autem legem quum hic memoro, Deum ipsum me memorare putandum est. Scilicet non abhorret à verisimili elementis ipsis ab Auctore Naturæ certos motus, aut saltem certa motuum principia indita fuisse, quibus in suam totiusque

que Universi perfectionem niterentur, & quam cernimus efficerent rerum varietatem. *Primo* enim ignis in se sui motus videtur habere principium: ubicumque vero sit principium illud, ibi ignem adesse dicimus. *Secundo* arcus intentus, sublato obice, se se in naturalem figuram restituit, neque est indubium quin hic motus à subtili, atque ætherea materia non proficiatur. *Tertio* illud in natura constans cernimus ut res fere omnes alias sibi cognatas quærant: sic hydrargyro optime cum vasis metallicis, minus cum ligneis, aut vitreis convenit; in illis vultro diffunditur, si ferrum, & cuprum exceperis; immo per erectam auri virgam ultro adscendit: sed ubi lignum, aut vegetabile corpus attingit, statim in globulos formatur.

721. Infinita prope hujus generis exempla adferri possunt, quæ antipathiæ, aut sympathiæ tribui solent. Et iis enim colligi potest corpora non solum esse alia aliis cognata, sed etiam ad ea ultro ferri, cum quibus magis consentiunt. Atque ut in fidibus testudinis fieri solet, ut una pulsata simul & altera, quæ ad eundem tonum, ut vocant, intenta est tremat, sic persæpe corporis particulæ agitatz vicini corporis consimiles partes excitant. Nam illud satis est verisimile nullum pene esse corpus, cujus partes insensibiles aliquo motu non agitentur, quum nullum fere sit omnis experts caloris. Jam ubi partes illæ aguntur consimili motu cum aliis, quibuscum figura, magnitudine, & aliis adfectionibus consentiunt, tum illi oriuntur motus, qui ex symptathia, aut ex naturali propensione oriri dicuntur. Sic arenæ in vase agitatz, aut succussæ, quæ sibi sunt mutuo similia una coeunt granula, quæ vero dissimilia seceruntur. Contra qui dissimiles sunt liquores simul misceri respunt, sed in sphæriculas exiguas conglobantur; ut vulgus ipsum non ignorat.

722. Hæc omnia memoravi, ut suaderem haud quidem versari in errore illos, qui descensum corporum gravium pro lege habent Naturæ. Neque vero putandum est hanc legem esse peculiarem, atque in solo corporum gravium descensu locum habere; Ea enim est
uni-

universalis illa attractio, de qua pluribus locis loquuti sumus, & ad quam potissima naturæ phænomena revocare studuimus. Nimirum quemadmodum ab attractione proficiscitur, ut corpora dura cohæreant inter se, & corpora elastica compressa restituantur, ita ab eadem vi attrahente fit quoque ut lapides descendant versus Tellurem, quasi attracta versus eam.

733. Vis ista attractrix, à qua gravitas ortum ducit certis quibusdam legibus continetur, quarum notitia minime est negligenda Philosopho. Ad eas investigandas considerare oportet hujusmodi attractionem è globo Telluris exire, eamq; propagari per regiones circumjectas secundum lineas rectas, sive radios ad ejus centrum tendentes; quemadmodum perpendicularis gravium descensus versus Tellurem ostendit: Itaque de hujusmodi vi affirmari possunt ea, quæ de qualitatum propagatione *Sectione III.* demonstrata sunt; scilicet eam in æqualibus à centro distantis æqualem virtutem habere; at vero in distantis inæqualibus esse vel majorem, vel minorem: majorem scilicet in minori distantia, minorem vero in distantia majori ea proportionem, ut virtus attractionis sit ut *quadratum distantie reciproce*. Et quoniam effectus attractionis est descensus corporum versus Tellurem, sequitur in æqualibus ab ejus centro distantis omnia corpora æqualiter descendere; hoc est temporibus æqualibus æqualia spatia conficere: in distantis vero inæqualibus conficere debere temporibus æqualibus spatia, quæ sint reciproce ut distantiarum quadrata.

734. Horum primum, scilicet quod omnia corpora in æqualibus à Telluris centro distantis æqualiter descendant, ipsa experientia constat: nam in antlia pneumatica remota aeris resistentia eodem prorsus tempore decidunt ex pari altitudine & levissimum suber, & gravissimum aurum, ut supra memoratum est. Alterum autem quamquam experientia comprobari nequeat (tanta enim est Telluris semidiameter, ut pusillum semper sit distantiarum discrimen, etsi vallium imæ profunditates cum altissimorum montium cacuminibus con-

conferantur) tamen ex motibus Lunaribus apertissime colligitur. Luna enim gravitat versus Tellurem, eaque vi retinetur in orbe suo, quem circa Tellurem spatio fere menstruo describit. Unde quum Lunæ à Tellure distantia sit diametrorum terrestrium fere 60, oporteret spatium dato tempore emensum à Luna decedente versus Tellurem esse ad spatium eodem tempore percursum à gravi prope superficiem Telluris ut 1 ad 3600: vidimus enim spatia descripta esse debere ut quadrata distantiarum reciproce. Est autem spatium descriptum à corpore gravi prope superficiem Telluris in tempore unius minuti secundi pedum *Parisiensium* 15, & adhuc unius duodecimæ pedis: quare spatium à Luna eodem tempore peragratum esse deberet pars 3600^{ma} pedum 15 cum una duodecima pedis. Itaque quum ex motuum Lunarum theoria tantumprehendatur esse huiusmodi spatium, sequitur revera virtutem attractionis sic decrescere ut crescit quadratum distantiae. Unde quamquam actio gravitatis prope superficiem Telluris sit admodum insignis, ad Lunæ tamen intervallum est longe debilior; ibi enim corpus, ut vi ejus attractionis accedat ad Tellurem pedibus quindecim, eget integro ferme temporis minuto; multoque adhuc debilior sit ad longius intervallum, usque donec insensibilis prorsus evadat.

735. Ex legibus attractionis hætenus expositis erui possunt tres illæ gravitatis leges, quas primus omnium ex totius Mundani Systematis contemplatione constituit incomparabilis Philosophus *Isaac Newtonus*. Prima lex est, ut *pondera, sive gravitates corporum, quorum quantitates materiae sunt inaequales, in aequalibus à Telluris centro distantibus sint ut ipsae quantitates materiae*. Secunda est ut *pondera, sive gravitates corporum, quorum quantitates materiae sunt aequales in distantibus à Telluris centro inaequalibus sint reciproce ut quadrata distantiarum*. Denique tertia lex est, ut *pondera, sive gravitates corporum, quorum quum materiae quantitates, tum distantia à centro Telluris sunt inaequales sint ut quantitates materiae directe, & quadrata distantiarum*

rum reciproce: adeo ut contingere possit, ut pondera duorum corporum æqualia sint inter se, quamquam & quantitates materiæ, & distantia sint inæquales; scilicet si quantitates materiæ fuerint reciproce ut quadrata distantiarum: hoc est si quanto materia corporis unius superat materiam corporis alterius, tanto vicissim quadratum distantia hujus corporis à centro Telluris superat quadratum distantia corporis illius.

736. *Primo* enim pondus, sive gravitas uniuscujusque corporis est factum ex quantitate materiæ, & celeritate, sive etiam factum ex quantitate materiæ, & vi acceleratrice; adeoque pondera duorum corporum sunt ut quantitates materiæ directe, & vires acceleratrices etiam directe: itaque quia in distantiiis æqualibus vires acceleratrices ab attractione Telluris oriundæ æquales sunt, sequitur in distantiiis æqualibus pondera corporum esse inter se quemadmodum se habent quantitates materiæ directe. *Præterea* quando materiæ quantitates supponuntur æquales, pondera corporum erunt inter se, ut se habent vires acceleratrices. Atqui ostensum est vires acceleratrices in distantiiis inæqualibus ita esse inæquales, ut sint inter se, ut se habent quadrata distantiarum reciproce: quare in hypothesi quod quantitates materiæ sint æquales pondera duorum corporum erunt ut quadrata distantiarum reciproce. *Denique* si tum materiæ quantitates, quum distantia fuerint inæquales, nullo negotio intelligetur pondera futura esse ut quantitates materiæ directe, & quadrata distantiarum inverse.

737. Quod autem pondera, sive gravitates duorum corporum in æqualibus à Telluris centro distantiiis, puta prope superficiem Telluris, sint inter se ut materiæ quantitates ostendit quoque *Newtonus* per experimenta pendulorum, cujus hæc sunt verba: *Descensus gravium omnium in Terram, dempta saltem inæquali retardatione, quæ ex aeris perexigua resistentia oritur, æqualibus temporibus fieri jamdudum observarunt alii, & accuratissime quidem notare licet æqualitatem temporum in pendulis. Rem tentavi in auro, argento, plumbo, vitro, arena, sale communi, ligno, aqua, tritico. Comparabam*

rabam pyxides duas ligneas rotundas & æquales: unam implebam ligno, & idem auri pondus suspendebam, quam potui, exacte in alterius centro oscillationis. Pyxides ab æqualibus pedum undecim filis pendentes constituebant pendula quoad pondus, figuram, & aeris resistentiam omnino paria: & paribus oscillationibus iuxta posita ibant una, & redibant diutissime. Proinde copia materiæ in auro erat ad copiam materiæ in ligno ut vis motricis actio in totum aurum ad ejusdem actionem in totum lignum; hoc est ut pondus ad pondus: & sic in cæteris.

738. Cæterum quemadmodum ex globo Telluris prodit attractio, quæ corpora Telluri circumfusa gravia facit versus ipsam Tellurem; ita pariter credendum est è Sole, è Luna, è Saturno, è Jove, exque Planetis reliquis non dissimilem attractionem manare, quæ corpora ipsis circumfusa gravia pariter facit versus eorum centra. Sed & leges gravitatis, quæ obtinent in corporibus gravibus erga Solem, vel Lunam, vel alium quemvis Planetam erunt eadem: scilicet *pondera corporum in æqualibus à centro Planetæ distantis erunt ut quantitates materiæ directæ: sed in distantis inæqualibus erunt ut quantitates materiæ directæ, & quadrata distantiarum reciproce*; adeoque, si quantitates materiæ æquales fuerint, erunt ut *sola distantiarum quadrata reciproce*.

739. Quod si gravitatem erga Planetam unum cum gravitate erga Planetam alium conferre placeat, licebit id quidem facere, dummodo habeatur quoque ratio majoris, vel minoris virtutis ex ipsorum Planetarum globis egredeuntis. Etenim quum globus Telluris longe major sit Lunæ globo credibile est virtutem attractionis manantis à Tellure longe majorem esse virtute attractionis, quæ manat à Luna: & fortasse virtus prior erit ad posteriorem ut est quantitas materiæ in Tellure ad quantitatem materiæ in Luna. Itaque si duo sint corpora æquales quantitates materiæ continentia, quorum unum tantum distet à centro Telluris, quantum alterum abest à centro Lunæ, gravitas prioris versus Tellurem erit ad gravitatem posterioris versus Lunam ut *materia in Tellure ad materiam in Luna*. Quod si corpo-
ra

ra contineant inæquales materiæ quantitates, sint tamen constituta ad æquales distantias à Tellure, & Luna, eo casu pondera eorum erunt conjunctim ut *quantitates materiæ contentæ in ipsis corporibus directe, & quantitates materiæ contentæ in Tellure, & Luna etiam directe*. Denique si distantie quoque fuerint inæquales, eo casu pondera erunt ut *quantitates materiæ contentæ in corporibus directe, ut quantitates materiæ contentæ in Tellure, & Luna etiam directe, & quadrata distantiarum inverse*. Quæ omnia locum pariter habent in cæteris Planetis, Saturno, Jove, Marte, Venere, & Mercurio.

740. Hæc omnia breviter hic persequutus sum: de iis enim uberius differetur *Libro II.* ubi de *gravitate Corporum omnium cælestium universali* agendum nobis erit. Sed quum causam physicam gravitatis terrestris expendere hic proposuerim, videndum est an illa, quam primus reperit ingeniosissimus *Renatus Cartesius*, quamque deinde expoliverunt ejus sectatores sit saltem probabilis. Censuit *Cartesius* gravitatem corporum terrestrium oriri ab actione materiæ cælestis circa Terram ad instar vorticis delatæ; ea enim quum, quantum potest, à Terra recedere nitatur, corpora terrestria minus agitata versus Terram propellet. Atque ut luculentius ejus mentem hic exponamus, sciendum est subtilem ætherem, ipsumque ætherem non in eodem semper loco torpere, sed continenti motu agitari, atque circa Terram circumverti. Itaque quum ostensum sit supra, ea quæ in gyrum aguntur continuo conari recedere à centro motus, necesse est ætherem, qui Tellurem suis circulationibus ambit, niti jugiter, ut recedat à centro ipsius Telluris; id autem dum facit necesse est quoque ut truddat versus Tellurem corpora minus agitata, quæ scilicet minorem habent vim recedendi à centro ejus; qualia prefato esse arbitratur *Cartesius* corpora terrestria; ut non mirum sit si ea Tellurem petere videantur. Addunt hic nonnulli observatum jam olim esse corpora dura in circumacto fluido posita ad medium, sive ad centrum rapi. Nam, aqua baculo in pelvi circumacta, observare licet

licet immerfam ligni, aut ceræ obſignatoriæ ſcobem, aut corporis alterius pulverem colligi verſus centrum. Cujus rei cauſam ſi quis inveſtiget, reperiet, quod quum aqua circumeundo conetur recedere à centro motus, neceſſe ſit obvium pulverem ab ea verſus centrum protrudi, atque ejici.

741. Verum enim vero quamquam hæc magnam probabilitatis ſpeciem præ ſe ferre videantur, tamen ſi paullo diligentius diſcutiuntur, difficultates ſuborientur pene ineluſtabiles. *Primo* enim *Carteſius* poſtulat materiam ætheream vorticis inſtar ferri circa Tellurem: at qua ratione motus iſte oriatur, quove pacto conſervetur, æque arduum eſt explicare, atque ipſius gravitatis rationem reddere. Accedit quod non pauca inventa ſunt argumenta ad iſtiusmodi rotationem penitus evertendam. *Secundo* quum neceſſe ſit vorticis Terram circumeuntis velocitatem prope ſuperficiem Telluris adæquare velocitatem ipſius Telluris rotantis circa ſe ipſam: (nam ſi major eſſet aliqua motus pars in Terram impenderetur, adeoque vorticis velocitas aliquantulum ſemper minueretur, Terræ vero augeretur, uſque donec ad æqualitatem pervenirent) quoniam Tellus ut *Copernicus*, & poſt eum *Carteſius* poſuerunt fertur circa ſe ipſam ſpatio horarum 24, ipſe vortex æthereus revolutionem ſuam prope Tellurem abſolvat ſpatio horarum 24. Unde ex datis ſemidiametro vorticis prope ſuperficiem Telluris, quæ eſt ipſa ſemidiameter Telluris, & tempore rotationis, dabitur ſpatium, quod corpus urgente vi centrifuga materiæ cœleſtis percurrere deſcendendo poteſt in tempore unius minuti ſecundi; nam id ſpatium æquale eſt arcus interea deſcripti quadrato ad vorticis diametrum adplicato, ut *Capite ultimo Sectionis ſecundæ* oſtenſum eſt. Atqui, inito calculo, huiusmodi ſpatium pedem dimidium non excedit, corpora autem gravia deſcendendo prope ſuperficiem Telluris pedes circiter quindecim emetiuntur; itaque falſum eſt deſcenſum corporum gravium ab ætione materiæ cœleſtis proficiſci.

742. Non ſum neſcius *Carteſianos*, ut vim huius diffi-

difficultatis eludant dicere velocitatem ætheris esse decies & septies circiter majorem velocitate Telluris : ex qua positione, inito calculo, ostendunt gravia in uno temporis minuto secundo pedes quindecim pertransire. Sed non solum, uti modo adnotatum est, impossibile est velocitatem vorticis prope Tellurem majorem esse velocitate ipsius Telluris, verum & illud obstat, quod si gravitas oriretur à vi centrifuga ætheris motu vorticoso agitati, oporteret corpora non quidem ad superficiem Telluris, sed ad ejus axem perpendiculariter descendere. Nam quum materia vorticis semper deferatur in circulis æquatori parallelis, & vires centrifugæ dirigantur, ut constat, secundum lineas tangentes in ipsis horum circulorum planis constitutas, necesse est corpora omnia in hisce planis descendere; adeoque ad axem, non vero ad superficiem Telluris perpendiculariter tendere. Unde quum experientia constet gravia decidere secundum lineas perpendiculares ad superficiem Telluris, consequitur falsam esse sententiam, quæ ponit gravitatem à pulsu, atque vi centrifuga ætheris pendere.

743. Scio quoque ad hanc difficultatem abigendam id succurrisse nonnullis, ut ponerent materiam ætheream non in circulis æquatori parallelis, sed in magnis sphaeræ circulis deferri. Sed quam ratione id fiat non intelligo: quum enim quivis circulus maximus alios omnes bis secet, oportet ut motus particulæ cujuscvis ab aliis quaquaversus pergentibus impediatur, atque tandem sistatur; ex quo perturbatio primum, deinde vero extinctio vorticis consequatur necesse est.

CAPUT DECIMUM.

De centro gravitatis tum singulorum, tum plurium Corporum gravium systema componentium; deque præcipuis ejus adfectionibus.

744. **Q**uamquam corporis cujusque gravitas per omnes partes ipsius diffundatur: ut enim
 E c vidi-

vidimus *Capite superiori* ea adficit non modo externas, verum & internas corporum partes; tamen invaluit apud *Mechanicos* ut totum cujusque corporis pondus intelligeretur collectum, ac veluti coacervatum in unico puncto, quod *centrum gravitatis* adpel- larunt. Hujusmodi gravitatis centrum illud internum punctum esse dixerunt, circa quod omnes corporis partes in æquilibrio sunt constitutæ, & circa quod ideo partes ejusdem corporis subinde librantur, ut si exinde corpus ipsum suspendatur, eundem semper partium situm sit servaturum.

745. Hinc tale punctum in eo semper plano reperi- tur, quod corpus ipsum dividit in duas parte æqui- ponderantes: quum enim partes illæ sint ejusdem pon- deris, necesse est eas ita quidem librari circa planum dividens, ut neutra alteram superare possit. Neque ve- ro necesse est ut partes, in quas dividitur corpus à pla- no secante sint semper ejusdem magnitudinis: nam pondera corporum, ut *Capite superiori* ostensum est, in eadem à Telluris centro distantia non quidem magnitu- dinibus, sed quantitativibus materiæ in iis existentibus proportionem correspondent: adeoque si corpus non ubi- que eandem habet densitatem, raro accidet, ut magnitu- dines partium æquiponderantium æquales sint inter se.

746. Quod si vero materia alicujus corporis sit ejusdem ubique densitatis, tunc equidem partes duæ, in quas dispescitur corpus à plano secante, perque cen- trum gravitatis transeunte non modo erunt ejusdem ponderis, verum etiam ejusdem magnitudinis: nam quantitas materiæ, quæ existit in unoquoque corpore, ut supra ostensum est, repeti debet ex magnitudine, & densitate conjunctim: adeoque quum duo corpora eam- dem habent densitatem, tunc eorum materiæ quantita- tes sunt in sola magnitudinum ratione.

747. Hinc suborta est apud eosdem *Mechanicos* di- stinctio inter *centrum gravitatis*, & *centrum magnitu- dinis, sive figuræ*. Centrum gravitatis, uti vidimus, est punctum illud corporis internum, per quod planum utcumque ætuum dispescit semper ipsum corpus in duas

duas partes æquiponderantes. Centrum vero magnitudinis est punctum illud ejusdem corporis internum, per quod planum utcumque aſſum ſemper diſceſcit corpus in duas partes æqualium magnitudinum. Itaque ſi corpus ſit ejusdem ubique denſitatis centrum gravitatis idem erit cum centro figuræ; at vero ſi corpus ſit denſitatis diſformis, raro accidet ut centrum gravitatis, & centrum figuræ coeant in unum, idemque punctum. Ut ecce in corpore ſphærico homogeneo tum centrum figuræ, quum centrum gravitatis coeant in ipſum corporis ſphærici centrum: at vero in corpore ſphærico diſformis denſitatis manet quidem centrum figuræ in centro corporis ſphærici, ſed centrum gravitatis recedit verſus eam partem, ubi ſphæra denſior eſt. Similiter in corpore tetraedrico homogeneo centra tum figuræ, quum gravitatis reperiuntur in eo puncto, quod eſt centrum ſphære circa corpus ipſum tetraedricum circumſcriptæ: at vero ſi corpus ſit denſitatis diſformis, manebit quidem centrum figuræ in eodem loco, ſed centrum gravitatis recedet inde verſus partem, ubi idem corpus eſt denſius.

748. Conſiderant præterea *Mechanici* in gravium libero deſcenſu *lineam directionis*, eamque vocant lineam illam, quam, dum grave corpus deſcendit, ipſum gravitatis centrum deſcribit. Equidem ſingula corpora gravia, deſcendendo, perpendiculariter ad ſuperficiem Telluris decidere, id luculenter docet experientia; ac vero rectam iſtam horizonti perpendicularem, per quam gravia corpora deſcendunt deſcribi ab ipſo centro gravitatis, id vero ratione evincitur. Gravitatis enim cujuſq; corporis ita quidem in ipſo gravitatis centro colligitur, quaſi extra ipſum nihil prorsus eſſet gravitatis in cæteris corporis particulis. Itaque quum grave corpus vi ſuæ gravitatis fertur deorſum, cæteræ corporis partes, velut omni pondere deſtitutæ, motum centri gravitatis ſequuntur; adeoque linea ad horizontem perpendicularis, per quam decidit grave corpus ab ipſo gravitatis centro deſcribitur.

749. Quamquam autem gravium directiones con-

E c 2

ver-

vergant omnes ad commune gravium centrum, quod est ipsum centrum Telluris, tamen nihil vetat, quin eæ velut parallelæ considerentur. Constat enim apud Geometras rectas lineas ad punctum infinite distans convergentes haberi posse tamquam parallelas: itaque quum commune gravium centrum, ad quod convergunt gravium directiones indefinite distet à nobis, sequitur gravium directiones, tametsi convergentes ad commune gravium centrum, posse velut parallelas absque sensibili errore considerari.

750. Accidit interdum ut corpora inter descendendum rotentur circa se ipsa; id quod fit quando centrum gravitatis non est idem cum centro figuræ. Quum enim in centro gravitatis colligatur tota corporum gravitas, necesse est illa in eum situm se constituere, in quo centrum gravitatis infimum locum obtineat. Itaque si ea, quum descendere incipiunt, talem situm non habuerint, eo usque convertentur, donec eam positionem adipiscantur. Quo minus mirandum est si animalia nonnulla ut Feles, Tigres, Simiæ, Pardique quum cadunt ab alto, semper in pedes prolabantur, quod ea à periculo vindicat. Nempe id accidit quia talis est horum animantium structura, ut centrum gravitatis propius ventri sit, centrum vero figuræ propius dorso: adjuvantibus id per viam animalibus ipsis, quæ fortasse natura docere potuerit corpus ita conformare, ut centrum gravitatis longe inferius evaderet centro figuræ. Id certe causæ est etiam quare suffocatis mari hominibus, deinde vero sursum eiectionis, corpora eorum, si quidem mares sint, supina jaceant, sin vero feminae jaceant in ventrem. Scilicet in maribus centrum gravitatis propius est dorso; in feminis vero ventri propius est.

751. Quum grave corpus super plano aliquo horizontali insistit, & linea directionis transit per basim ipsius, illud semper manere debet immotum. Conatur quippe grave corpus ad Telluris centrum accedere secundum lineam directionis; itaque quotiescumque nequit per hanc lineam vim suam gravitatis exercere, necesse est ut maneat immotum, & non decidat. Sed insi-

stente

stante corpore super plano aliquo horizontali ita ut linea directionis transeat per basim ipsius, tunc nequit per lineam illum vis gravitatis exerceri, quum impedimento sit planum subiectum; quare necesse est ut illud hoc casu maneat iminotum, & non decidat.

752. Vicissim vero quum corpus ita quidem insitit super plano horizontali, ut linea directionis cadat extra basim, tunc illud nequaquam manebit immotum, sed decidet necessario; quia scilicet potest optime vis gravitatis secundum lineam directionis exerceri, quum ei nihil sit impedimento. Quibus positis intelligitur *primo* quare corpora gravia eo vehementiori conatu resistent externis viribus, quo maiores fuerint bases, quibus innituntur: ut enim ea concussa decidere possint, necesse est lineam directionis cadere extra basim: quo autem major est basis, intra quam vagari potest linea directionis, eo major postulatur vis, ad hoc ut ipsa directionis linea basim transiliat. Intelligitur *secundo* cur homines utroque innixi pede stent facillime, quum tamen ægre se sustineant, ubi unico pede, multoque ægrius quum vel calcaneo, vel apice pedis tantum innituntur. Et *tertio* denique cur corpus aliquod exile, veluti acus super cuspidē suā erecta manere non possit; nimirum quia propter continuum aeris fluxum linea directionis facile extra basim, quæ nonnisi punctum est, evagatur.

753. Quod autem dictum est de linea directionis transeunte per basim locum habet in corporibus insistentibus super planis horizontalibus; si enim plana sint inclinata, etiam si linea directionis transeat per basim tamen corpora semper descendant. Enim vero gravia numquam non nituntur accedere ad centrum Telluris, idque, quum possunt, faciunt secundum lineam directionis, quæ brevissima est. At vero quando accessus per lineam directionis est impeditus, non eo minus nitentur accedere ad centrum per viam longiorem, si scilicet aliqua pateat accessus; qualis profecto iis patet secundum declivitatem plani inclinati. Neque dicas plurima corpora planis inclinatorum incumbētia manere immota, neque de descendere; id enim oritur ex contactu corporum

cum plano, ad quem superandum gravitas eorum relativa fortasse sufficiens non est. Et sane si obliquitas plani fiat minor, quæ corpora manebant suspensa, incipient deorsum descendere; scilicet quia eorum gravitas relativa major evalit, ut suo loco demonstratum est.

754. Quæsitum est quando corpora in planis inclinatæ constituta ruant deorsum delabendo, quando vero instar eorum, quæ provolvuntur. Quæstioni sic nobis videtur esse respondendum: *Quæ corpora super plano horizontali constituta manent immota, ea constituta super plano inclinato ruunt deorsum delabendo. Quæ vero corpora super plano horizontali constituta decidunt, ea constituta super plano inclinato ruunt deorsum ritu corporum provoluentium.* Cujus definitionis veritatem sæpe sæpius per experimenta ego ipse expertus sum. Obstare tamen videntur corpora spherica, quæ ita descendunt per plana inclinata, ut continuo provolvantur, quum tamen ea vi expolitæ definitionis labi deberent; quippe quæ in planis horizontalibus manent immota. Sed in hujusmodi corporibus circumvolutionis causa esse videtur qualis qualis plani scabrities, quæ ut ut exigua sit, tamen potis est corpora spherica, quæ non nisi levissime planum contingunt, circumvolvere.

755. Consideratur autem gravitatis centrum non modo in singulis corporibus, verum & in pluribus corporibus simul, ex quibus systema unum coalescit. Ut si sint duo corpora A, & B (Fig. 82.) tenui virgula AB, omnisque gravitatis experti connexa, punctum C, ex quo systemate suspensa partes manent in æquilibrio, erit ipsius systematis centrū gravitatis. Facile autem erit ostendere quod si virgula AB jungat centra gravitatis utriusque corporis A, & B pondus corporis A sit ad pondus corporis B veluti est distantia BC ad distantiam AC. Etenim quum corpora A, & B æquihbrentur in puncto C, si quidem virgula AB roteretur circa punctum C, ita ut transeat in situm *ab*, ea æquale momentum habeant oportet. Atqui quando momenta duorum corporum æqualia sunt pondera, sive quantitates materiæ, quibus pondera proportionalia sunt velocitatibus reciproce cor-
respon-

respondent, ut suo loco demonstratum est: quare pondus corporis A erit ad pondus corporis B ut est velocitas corporis B ad velocitatem corporis A: Est autem velocitas corporis B ad velocitatem corporis A ut arcus Bb ad arcum Aa: sunt enim arcus Bb, Aa viæ eodem tempore descriptæ à ponderibus B, & A; arcus autem Bb est ad arcum similem Aa, quemadmodum se habet radius BC ad radium AC: quare erit quoque pondus corporis A ad pondus corporis B ut se habet distantia BC ad distantiam AC.

756. Quod si corporibus A, & B junctis virgula AB addatur tertium corpus D, quod jungat cum eorum gravitatis centro C alia virgula gravitatis expers CD, punctum E ex quo systema trium corporum suspensum manet in æquilibrio dicetur commune centrum gravitatis totius systematis; facileque ostendetur summam corporum A, & B esse ad corpus D ut se habet distantia DE ad distantiam CE. Demonstratio autem eodem modo procedet, dummodo supponantur corpora A & B coivisse in unum corpus constitutum in puncto C, quod est centrum gravitatis ipsorum. Sed & idem locum habebit in quatuor, in quinque, in sex, in mille corporibus, quemadmodum plus quam satis manifestum est.

757. Centrum gravitatis systematis plurium corporum tres elegantes habet proprietates, quas nos demonstrabimus tantum in systemate duorum corporum: idem enim nullo negotio ostendetur deinde in systemate plurium. *Prima* proprietas est, quod si per centrum C (Fig. 83.) agatur utcumque planum MN, super quo demittantur perpendiculara AD, BE, pondus A ductum in distantiam AD æquale sit ponderi B ducto in distantiam BE. Nam propter triangula similia ACD, BCE est AD ad BE, ut AC ad BC; atqui AC ad BC propter centrum gravitatis est ut pondus B ad pondus A; quare propter rationum æqualitatem erit AD ad BE ita pondus B ad pondus A; adeoque pondus A ductum in distantiam AD æquale erit ponderi B ducto in distantiam BE.

758. *Secunda* proprietas est quod, si planum MN (Fig. 84.) agatur vel ultra, vel citra centrum C inter cor-

pora A, & B, atque super eo demittantur perpendiculares AD, BE, CF, sit B. $BE = A$. $AD = A$. $CF + B$. CF. Transeat enim per punctum C planum aliud *mn* parallelum plano priori MN, cui perpendicularia duo AD, BE, producta occurrant in punctis *d*, & *e*: eritque per *primam proprietatem* A. $Ad = B$. Be; demptoque prius communi A. dD , sive A. CF, deinde addito communi B. Ee sive B. CF, fiet A. $AD + B$. $CF = B$. $BE = A$. CF: ex quo tandem elicitur B. $BE = A$. $AD = A$. $CF + B$. CF.

759. Deniq; *tertia* proprietas est, quod si planum MN ductum sit extra corpora A, & B (ut in schemate 85.) superq; eo decendant perpendiculares AD, BE, CF, sit A. $AD + B$. $BE = A$. $CF + B$. CF. Ducto enim per centrum C plano *mn* parallelo priori plano MN, productisque perpendicularibus usque donec occurrant ei in punctis *d*, & *e*, erit A. $Ad = B$. Be: adeoque dempto primum communi A. dD , sive A. CF; tum vero addito communi B. Ee sive B. CF; fiet B. $CF = A$. $AD = B$. $BE = A$. CF: ex quo tandem elicitur A. $AD + B$. $BE = A$. $CF + B$. CF.

CAPUT ULTIMUM.

De qualitatibus, quas Physici vocant Occultas.

760. **H**Ætenus qualitates persequuti sumus, quæ quod notas causas habere vulgo putentur, *Manifestæ* passim vocantur. Superfunt illæ, quæ quia causas habent incompertas, *Occultæ* nominari solent. Nobis ut, quod res est, fateamur nulla qualitas, dum causa rogatur, urgeturque non occulta est: nam & quæ usque adhuc differuimus beati simus, si vel quamdam speciem probabilitatis obtineant. Quapropter si de illis pariter, quas *occultas* vocant, attingamus aliquid, longe absumus, ut id quasi ratum, constitutumque proponamus, aut spem faciamus earum causarum, quæ & proximæ, & germanæ omnino sint. Tentamus solum, si ut in aliis, sic in ipsis quoque dicere quidpiam liceat, quod

quod verisimile, aut non omnino remotum haberi possit.

761. Primumque omnium succurrit ut dicamus de attractione quum de universali illa, quæ obtinet inter magna corpora Universi, Planetas scilicet, atque Cometas, ex qua gravitatem subtrahi vidimus, tum etiam de ea, quæ habet locum inter partes minimas corpora illa majora componentes, quæque caput est, atque principium omnis duritiæ, ac elasticitatis. Quamquam enim mihi, ut sæpius demonstravi, persuasum sit attractionem esse universalem quamdam Naturæ legem à Deo Optimo Maximo constitutam, tamen ad ineundam gratiam eorum, qui causis physicis delectantur videndum est, an aliqua ejus ratio adferri possit. Id quod si præstare nobis contingat, antipathiæ, sympathiæque nominum usum, firmissimum quorundam Physicorum prælidium, labefactasse videbimur.

762. Quippe est hic prænotandum, spontaneos illos motus, quibus nonnulla corpora se petere, vel à se se mutuo fugere observamus, ut & cæteros naturales effectus, qui vulgo admirabiles habentur solere passim ad sympathiam, vel ad antipathiam referri: quod dum fit perinde est, ac si referantur ad qualitates occultas: utrumvis enim effugium præsto est, ad quod ubi se receperunt homines, arbitrantur nihil esse amplius, quod à se jure queratur. Et sane non negandum est, quin omnes, vel plerique eorum effectuum, qui sui admirationem pariunt per aliquam sympathiam, vel antipathiam producantur; sed non videtur existimandum alia ratione id peragi, quam quæ soleat familiaribus effectibus intervenire. Nam quod sympathia sit quædam consensio, antipathia vero dissensio inter duas aliquas res, in quarum altera, vel utraque, vel etiam tertia exoritur aliquid, quod nos stupore quodam percellit, non ideo ipsis non competit generalis, familiarisque rebus naturæ omnibus agendi patiendique modus.

763. Hic modus in eo est, ut nullus effectus sit sine causa, ut nulla causa agat sive motu, ut nihil agat in rem distantem, seu cui non sit præsens vel per se, vel per organum aut conjunctum, aut transmissum; ut ni-

il proinde moveat aliud nili contingendo ipsum vel per se, vel per organum aliquod. Ex quo sequitur quum duæ res se mutuo attrahere complectique per sympathiam, aut repellere disjungique per antipathiam dicuntur, id intelligendum sit ea fieri ratione, qua sit in sensibilibus cæteris corporibus nullo alio discrimine, quam subtilitatis, & crassitudinis organorum. Quippe ad quamvis attractionem, complexionemque vulgarem intercedunt uncini, chordæve: ad quamvis vero repulsionem, sejunctionemque stimuli, contive: itaque pari modo ad minus vulgares intelligere licet uncinulos, chordulas, stimulos, contulos, & alia id genus, quæ tametsi invisibilia, atque impalpabilia sunt, non tamen nulla sunt dicenda. Qua quidem in re haud quidem sensus, qui infirmissimi sunt, sed ratio, quæ lux est, atque lumen omnis Naturæ audienda esse videtur, quæque jam olim persuasit & Hippocrati, & aliis magnis Viris corpora nisi omnia, saltem plurima esse tota perspirabilia, & patere omnino ex istis in illa, atque ex illis in hæc insensibiles effluxiones.

764. Atque ut exemplis rem dicamus, quum observamus *Chamaeleonem* à sesquipalmo corripere muscam, atque ad os suum pertrahere, organum attractionis videmus; vibratam nempe, & retractam pernicitate maxima linguam, cujus extremum nonnihil vilcidum, introrsumque incurvatum sit. Quid secus existimabimus fieri, quum succinum, cera obsignatoria, cæteraque electrica, ubi ipsa prius perfrieta sunt, festucas, cæterasque res leviculas propius admotas corripiunt, trahunt, continentque? Nempe innumeri radioli, tamquam lingulæ videntur emitti ex hujusmodi electricis corporibus, qui suis extremis decussatim ingressi in porulos levicularum illarum rerum ipsas implectant, corripiant, & reducti referant, deincepsque contineant. Obstare tantum videtur reductio; nam in *Chamaeleone* sunt muscoli linguam retrahentes; non sunt vero in succino, neq; in cæteris corporibus electricis. Sed ut si lingua *Chamaeleonis* non tam sponte evibraretur, quam vi manus extraheretur, se se pari modo, ac nervus vi disten-

distentus retraheret ; ita radioli ex succino non sponte, sed vi perfrictionis abdueti se se eo modo referre possunt, quo nervi altero extremo abdueti, ac deinde laxati. Et quod abduetio quidem aliqua perfrictione fiat, persuaderi potest ex eo, quod huiusmodi res electricæ pingues sint, atque adeo viscidæ, constetque rem viscidam non posse tangi, quin velut chordulæ, aut filamenta quædam formentur.

765. Difficilius est reddere causam attractionis eorum corporum, quæ nulla egent perfrictione ut excitetur, qualis est inter magnetem & ferrum, inter mercurium & aurum, inter tubos capillares & liquores subiectos. Sed his corporibus suæ sunt invisibiles, impalpabilesque atmosphæræ, quæ attractionis vim ipsis concilient, adtribuendæ : quamquam difficillimum sit enarrare qualis sit harum atmosphærarum natura, quæve sit earum agendi vis, atque ratio : nisi velimus cum summo Viro *Isaaco Newtono* supponere has atmosphæras, sive, ut ipse ait, hæc media ætherea corporibus circumfusa eo esse densiora, quo magis recedunt à superficiibus ipsorum corporum : In hac enim suppositione non difficile est intelligere quare corpora contigua accedant ad se mutuo, atque jungantur in medio. Scilicet admoto corpore uno ad aliud, utriusque atmosphæræ abeunt in unam solam ; adeoque corpora accedere debent, atque jungi eo in loco, ubi atmosphæra utrumque corpus ambiens est minus densa.

766. Audiamus ipsum *Newtonum*, qui ejusdem hypothesos adminiculo inflexiones luminis prope corpora transeuntis explicare nititur. *An non medium hoc ætherium, pro eo ut ex aqua, vitro, crystallo, aliisque crassis, densisque corporibus in spatia vacua eat, densus evadit paulatim, eoque pacto radii luminis refringit, non simul, & semel in uno puncto, sed gradatim eos in lineas curvas flectendo? Et annon medii huius condensatio, qua ita gradatim fit ad usque intervalla aliqua à corporibus porrigitur, eoque pacto in causa est, quomobrem radii luminis qui prope corporum densorum extrema interjecto aliquo intervallo transeunt inflectantur?*

767. Hanc

767. Hanc eandem hypothelam adsumere cum eodem *Isaaco Newtono* possumus ad universalem cœlestium corporum attractionem intelligendam, ex qua gravitatem oriri vidimus. *Newtoni* verba hæc sunt: *Annon hoc medium multo rarius est intra corpora densa Solis, Stellarum, Planetarum, & Cometarum, quam in vacuis spatiis cœlestibus interjectis? & à corporibus istis ad usque ingentia intervalla annon densius perpetuo, densiusque evadit, eoque pacto efficit, ut magna ista corpora erga se invicem gravia sint, & ipsorum partes singula erga ipsa corpora, omnibus nimirum corporibus, quæ parte medium densius est, ea ex parte recedere conantibus in partes rariore?* Etenim si hoc medium rarius sit intra corpus *Solis*, quam in ejusdem superficie, & in ipsa superficie rarius, quam interjecto extrinsecus centesima partis uncia intervallo; & illo adhuc in loco rarius, quam interjecto quinquagesima partis uncia à corpore *Solis* intervallo, & hoc postremo in loco rarius, quam in orbe *Saturni*: equidem nihil causæ video quamobrem incrementi densitati usquam locorum nullus constitutus sit finis, quominus per omnia intervalla & à Sole ad *Saturnum*, & adhuc usque porripatur. Quæ quidem densitas quamquam ingentibus interjectis intervallis fortasse lentissimis augetur accrementis, poterit tamen, si quidem vis elastica hujus medii admodum sit magna, corpora vi ea omni, quam gravitatem appellamus à densioribus partibus medii ad rariore versus impellere.

768. Addit deinde hujus medii elasticam vim revera esse immensam; id quod ex vibrationū suarum celeritate colligitur. Nam soni, quos per aerem propagari supra demonstratum est, feruntur circiter 1140 pedes *Anglicos* intra minutum temporis secundum, adeoque minutorum septem, aut octo primorum spatio centum circiter milliarum *Anglica* emetiuntur. Lumen autem, quod per supradictum medium diffunditur, à Sole ad nos deferitur circiter septem, aut octo minutorum spatio; quæ quidem inter Solem, & Terram distantia est circiter 70000000 milliarum *Anglicorum*, si quidem *Solis* parallaxis sit circiter 12 minutorum. Itaque velocitas

locitas soni se habet ad velocitatem luminis ut 100 ad 70000000, sive etiam ut 1 ad 700000: ex quo illud consequens est elasticitatem aeris, per quem sonus diffunditur longe esse minorem elasticitate ætheris, per quem lux propagatur; quamquam illa non mediocris sit.

769. Præter attractionem, & gravitatem multa alia revocari ad occultas qualitates solent, quæ tamen si accuratius discutiantur suis causis naturalibus haud carere deprehenduntur. Ut *primo* quod chorda, fidesque tremat dum pulsatur unisona, idque immotis aliis chordis dissonis quamquam in eadem chely intentæ sint; quod phænomenon supra quoque, ubi de sono actum est, attigimus. Et causa in promptu est: nempe chorda percussa certo excursuum, recursuumq; numero aerem verberat, qui deinde si in chordam incurrat pari ratione tensam ad eam agitandam erit idoneus; at vero si incurrat in chordam difformiter tensam, hoc est dissonam, nihil ad eam commovendam valebit. Dixi autem in chordam dissonam: nam si aliquin consona sit, ac potissimum secundum octavam, ut vocant, aut quintam, ea nonnihil etiam tremet, ut eodem loco explicatum est; scilicet quia aer certa ratione agitatus potest agere in omnes chordas, quæ certo harmoniæ vinculo, atque nexu continentur.

770. Ad hoc fortasse caput referendum est, id quod de Tarantula (insectum id est Apuliæ infestissimum) memorant, scilicet homines ab ea demorsos certis cantibus ita affici, ut ad vehementer, continenterque saltitandum excitentur: quæ una dicitur quoque ratio esse, qua discusso, & cum sudore exhalato veneno sanitati restituantur. An vero id sit, quia venenum corporis temperiem immutat, ipsasque nervorum chordulas, ac præsertim Auditus ita adficit, ut commensurationem adquirant cum certis sonis, sive cantibus, quibus, si fides præstanda est nonnullis, & Tarantulæ ipsæ adficiuntur. Quum enim sint varia hujuscemodi Tarantularum genera, *Kircherus* auctor est alias aliis excitari cantilenarum generibus, adeo ut fidicine varie concinente, nunc hæ nunc illæ excitentur, tripudiantque ad numeros, & unaquæque tum à tripudio desinat, quum adposita cantilena cessat.

771. *Secundo* quod flores Heliotropici se se ad Solem semper convertant , ejusque motui obsequantur ; unde & nomen ipsum desumpserunt . Id minime quidem referendum cum vulgò est ad amorem quemdam hujusmodi florum erga Solem , sed potius ad lucem caloremque Solis , adque certam hujusmodi florum straturam . Scilicet putandum est hujusmodi fruticem multa uligine abundare , crassaque humiditate imbui , quæ radiis solaribus agitata , ac rarefacta intra eisdem limites contineri non potest , ac proinde per laxiores poros , hoc est per eos qui ad Solem vergunt , exitum sibi quærit . Quum vero hujus fruticis collum sit facile mobile , agitatus humor , qui in tenuissima fila prorumpit , illud eam partem versus convertet , in quam fila diriguntur . Peculiarem hujus floris uliginem ros ille arguit , qui in medio ipsius , dum Sol altissimus est , & ferventissimus , adparet ; qui non roris maturis reliquæ haberi debent ; quum ille paucas post horas ab ortu Solis evanescat , atque evolet : sed pars est ejus humoris , qui ad Solis præsentiam ex ejus trunco effluit , adque folia usq; floris evehitur . Accedit innata quædam in particulis horum florum dispositio se circumvertendi quaquaversus , quæ quidem dispositio ex speciali textura est : quemadmodum specialis est in Olfactus organo , non vero in cæteris ut ab odoribus pelliciatur .

772. *Tertio* ad occultam qualitatem revocant , quod ossa in plenilunio medulla oppleantur , cancri vero , atque locustæ circa idem tempus magis affluant , quam circa novilunium . Quorum ratio antequam reddatur referenda hic est responsio *Plutarchi* ad questionem illam quare *Equi , quos Lupi sunt insequuti , cæteris cursu præsent* . Primo enim ait id mirum non esse ; nam si cursu non præstitissent , à Lupis assequuti fuissent laniati : *deinde* subdit fieri posse , ut laxatis incusso metu artubus , novam agilitatem equi sibi compararint , qua retenta perniciores evalerint . *Denique* , id quod verisimilius fortasse est , addit fieri posse , ut id quod proponitur falsum sit . Nos *Plutarchum* imitati , sed tamen eo callidiores primum quidem adfirmamus ea , quæ de

ostreis,

ostreis, cancris, & locustis vulgata sunt falsa fortasse esse: nam Viri diligentissimi promiscue & noviluniorum, & pleniluniorum tempore plena, vacuaque se illa invenisse tradiderunt: tum dicimus fieri posse ut clarum lumen Lunæ, quando ea pernox est, alliciat animalia ista ad quærendam captandamque uberiores escam; ex quo major eorum affluentia potest.

773. Quarto occurrit hic ut expendamus quare Galli cantus tantopere terreat Leonem, grunnius vero Suis Elephantem. Nimirum ea est hujusmodi sonorum discrepantia, atq; incommensurabilitas cum contextura organi eorum, ut illud vellicent, discerpant, terroremque maximum excitent. Ea certe ratione ad stridorem ferræ, similesque sonos inhorrescimus, dissonantiamque omnem averſamur, quemadmodum supra, quum de sono aërum est, memoravimus. Nam dicere cum nonnullis antipathiam quamdam intercedere inter Leonem, & Gallum cantantem, inter Elephantem & Suem grunniensem, id quidem effutire potius est, quam aliquid dicere. Infinita autem prope sunt, quæ ad hoc caput pertinent, quæ si omnia explicare adgrederer in immensam altitudinem abripi me sentirem.

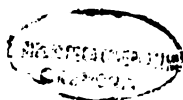
774. Temperare autem me non possum, quin nonnulla de Torpedine hic dicam, quando de admirabili hujus piscis phænomeno nulli Naturæ rimatori aliquid dictum non est. Phænomenon autem est, quod dorsum hujus piscis tangi nequeat, quin stupor quidam, ac veluti torpedo manum invadat. Hic nonnulli qualitatem quamdam occultam Torpedini adscripserunt, cujus virtus esset hebetandi, stupefaciendique manum contingentem. Alii, ne in rem adeo futilem dilaberentur, eo devenerunt ut dicerent eum corpusculorum halitum ex Torpedine emitte, qui subiens aut pedis, aut manus, aut alterius partis contingentis poros spiritus obvios hebetet, partemque ideo stupefactam, tremulam, atque inhabilem ad motum reddat. Confirmari id posse dixerunt ex eo, quod Torpedo agat etiam ad aliquod intervallum; quod tamen falsissimum esse diligentissimi Viri experti sunt. *Franciscus autem Regius,*

mus, ex *Perraultius*, qui huic sententiæ subscripserunt, addunt quod quemadmodum ignis emittat ex se per regiones circumjectas halitus quosdam sensui caloris excitando idoneos, ita Torpedo emittere quoque possit corpuscula torpori producendo accommodata.

775. *Joannes Alphonsus Borellus* putat in hoc pisce sive natura, sive per contactum tremorem quemdam interdum excitari consimilem ejus, quo chordæ tremulæ cientur; ex quo tremore stupor in manu sublequitur. Ejus verba sunt: *Hæc Torpedo digitis compressa tremore adeo vehementi concutitur, ut manum contrahentis molesto torpore dolorifico adficiat*. Et quoniam non semper hic piscis tali tremore concutitur, non mirum esse ait, si interdum nihil torporis manui contingenti inferatur; id enim ut fiat necesse est *piscem tangi eo ipso tempore, quo concutitur*; si enim *tangitur tempore quo quiescit*, nihil torporis manui contingenti adveniet.

776. Quamquam hæc magnam verisimilitudinis speciem præferre videantur, nos tamen *Reaumur* adfentimur, qui novissime, pluribus captis experimentis, invenit Torpedinis dorsum (quod extrinsecus non nihil convexum est) eo tempore, quo tangitur introrsum incurvari, deinde in pristinum statum illico restitui, idque fieri cum tanta pernecitate, ut oculis omnino percipi nequeat: in restitutione autem manum, vel pedem ab ipso dorso leniter pulsari, indeque torporem ortum ducere. Similitudinem hujus motus habemus quodammodo in columbis, quæ alarum iñtibus inter se solent interdum depræliari. Eæ autem sic se ad pugnam expediunt, ut prius alam verberantem, quam possunt maxime, ad corpus suum recipiant, deinde vero istum ejaculentur. Quod autem Torpedinis istus fuerit minus manifestus, atque tamdiu hominum industriam eluserit, id quidem velocitati, cum qua infligitur adscribendum profecto est. Quin immo mirum esse debet, quod laudatus *Reaumurius* eum animadvertere potuerit. Videantur Commentarii *Regiæ Scientiarum Academia Parisiensis* anno MDCCXIV. editi.

F I N I S.



449

I N D E X

SECTIONUM, ET CAPITUM,

Quæ in hoc primo Libro continentur.

S E C T I O P R I M A.

De Rerum naturalium Principiis.

- CAP. I. **D**E Materia, ejusque adfectionibus, & proprietatibus præcipuis. pag. 8
- CAP. II. De soliditate, atque extensione; ubi de vacuo. 14
- CAP. III. De Corporum porositate: ubi de quantitate materiae, condensatione, rarefactione, & obiter de vi elastica. 27
- CAP. IV. De Vacui horrore à natura proscribendo: ubi de gravitate, atque elasticitate Atmosphaerae. 36
- CAP. V. Adpendix ad doctrinam de gravitate Atmosphaerae superiori Capite expositam. 49
- CAP. VI. De divisibilitate materiae in infinitum. 53
- CAP. VII. Infinita materiae divisibilitas argumentis Geometricis uberius confirmatur. Consecutaria quadam hujus doctrinae illustriora proponuntur. 64
- CAP. VIII. De nonnullis adfectionibus materiae, quæ vires passim adpellantur. 73
- CAP. ULT. De formis rerum materialium; ubi quid sentiendum sit de Elementis exponitur. 90

S E C T I O S E C U N D A.

De Motu, unico fiendi principio.

- CAP. I. **D**E Motu natura, deque variis ejus speciebus. ubi obiter de quiete. 99
- CAP.

**CAP. II. De Velocitate Corporum quovis modo moto-
rum . De motu Corporum aquabili , deque spatiis ab
iisdem Corporibus percursis.** 109

**CAP. III. De Memento , sive de quantitate motus : ubi
de justa virium estimatione.** 116

**CAP. IV. De Natura legibus Newtonianis : ubi de vi
centrifuga , deque virium , motuumque tum compo-
sitione , quum resolutione.** 126

**CAP. V. De Causis , & legibus motus reflexi, refracti-
que . Obiter de percussione quantitate.** 141

**CAP. VI. De Motuum legibus , quæ in Corporum colli-
sione locum habent.** 158

**I. Principia generalia exhibentur , quibus mediantibus
quorumvis Corporum motus post congressum possunt de-
finiri.** *ibid.*

**II. Corporum non elasticorum leges congressus adferun-
tur , & demonstrantur.** 168

**III. Corporum elasticorum leges congressus adferuntur ,
& demonstrantur.** 173

**IV. Methodus expeditissima profertur , qua mediante
motus Corporum sive non elasticorum , sive elasticorum
directe se petentium possunt supputari.** 181

**V. Theoremata Hugéniana de motu Corporum elastico-
rum ex percussione in medium adferuntur , & exem-
plis illustrantur.** 185

**CAP. VII. De Corporum adscensu , vel descensu rectili-
neo.** 192

**I. De gravium Corporum adscensu , vel descensu perpen-
diculari.** 193

**II. De gravium Corporum descensu , atque adscensu obli-
quo.** 198

**III. De motuum per diversa plana inclinata factorum
comparatione.** 204

**IV. De continuato Corporis per plura plana inclinata
descensu.** 208

**CAP. VIII. De Corporum adscensu , vel descensu curvi-
lineo : ubi de funipendulum motu reciproco.** 211

**I. De Corporum adscensu , descensuque tum per arcus
circulares , quum per arcus cycloïdales.** 214

II. De

II. De funipendulorum motu reciproco.	224
CAP. IX. De Motu projectorum, deque arte ballistica.	228
CAP. ULT. De Motu Corporum aequabili in circumferentiis circularum; ubi de viribus centripetarum mensuris.	237

SECTIO TERTIA.

De Qualitatibus Corporum.

CAP. I. Qualitatum principia differentia indicantur. De qualitatuum divisione, easque pertractandi methodo.	248
CAP. II. De sensationibus. De qualitatuum natura. Qua ratione, quibusve legibus per regiones circumjectas propagentur.	253
CAP. III. De Lucis natura, ejusque vulgatiore proprietatibus.	261
CAP. IV. De Luminis attractione; de ejusdem inflexione, refractione, & reflexione.	271
CAP. V. Refractionis, reflexionisque radiorum lucis selectiora quadam phaenomena recensentur, atque explicantur.	285
CAP. VI. De inaequali radiorum luminis tum refractionibilitate, tum reflexibilitate: ubi de compositione luminis solaris.	293
CAP. VII. De Coloribus generatim. Tum de Corporibus coloratis, diaphanis, & opacis.	304
CAP. VIII. De Sono; ubi iterum de lumine, sed cum sono comparato.	310
CAP. IX. De Soni velocitate; deque ipsius insignioribus phaenomenis.	327
CAP. X. De Corporibus odoris, eorumque principis phaenomenis.	338
CAP. ULT. De Corporibus sapidis, eorumque principis phaenomenis.	342

S E C T I O Q U A R T A.

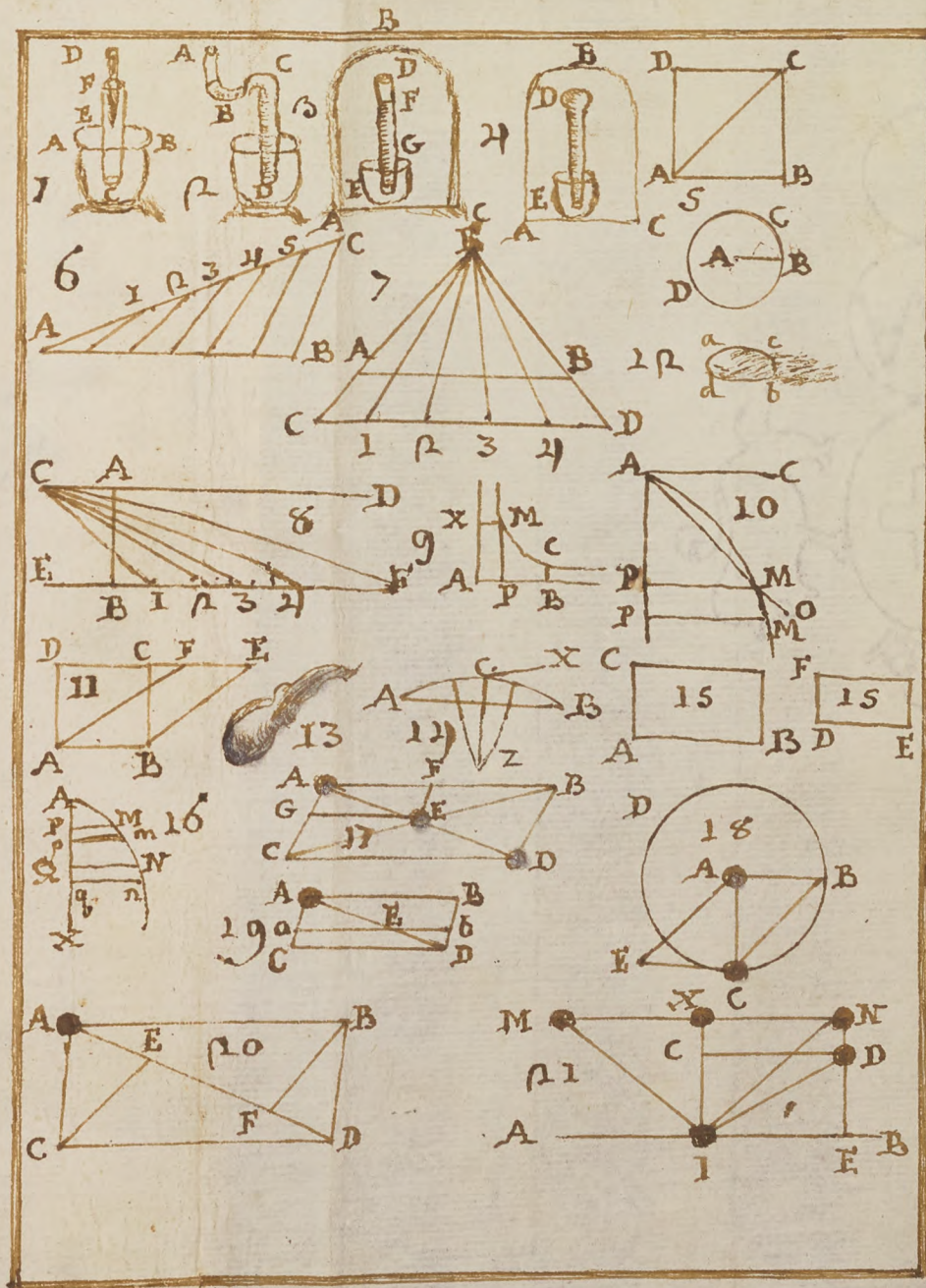
De Qualitatibus, quæ pertinent ad sensum tactus.

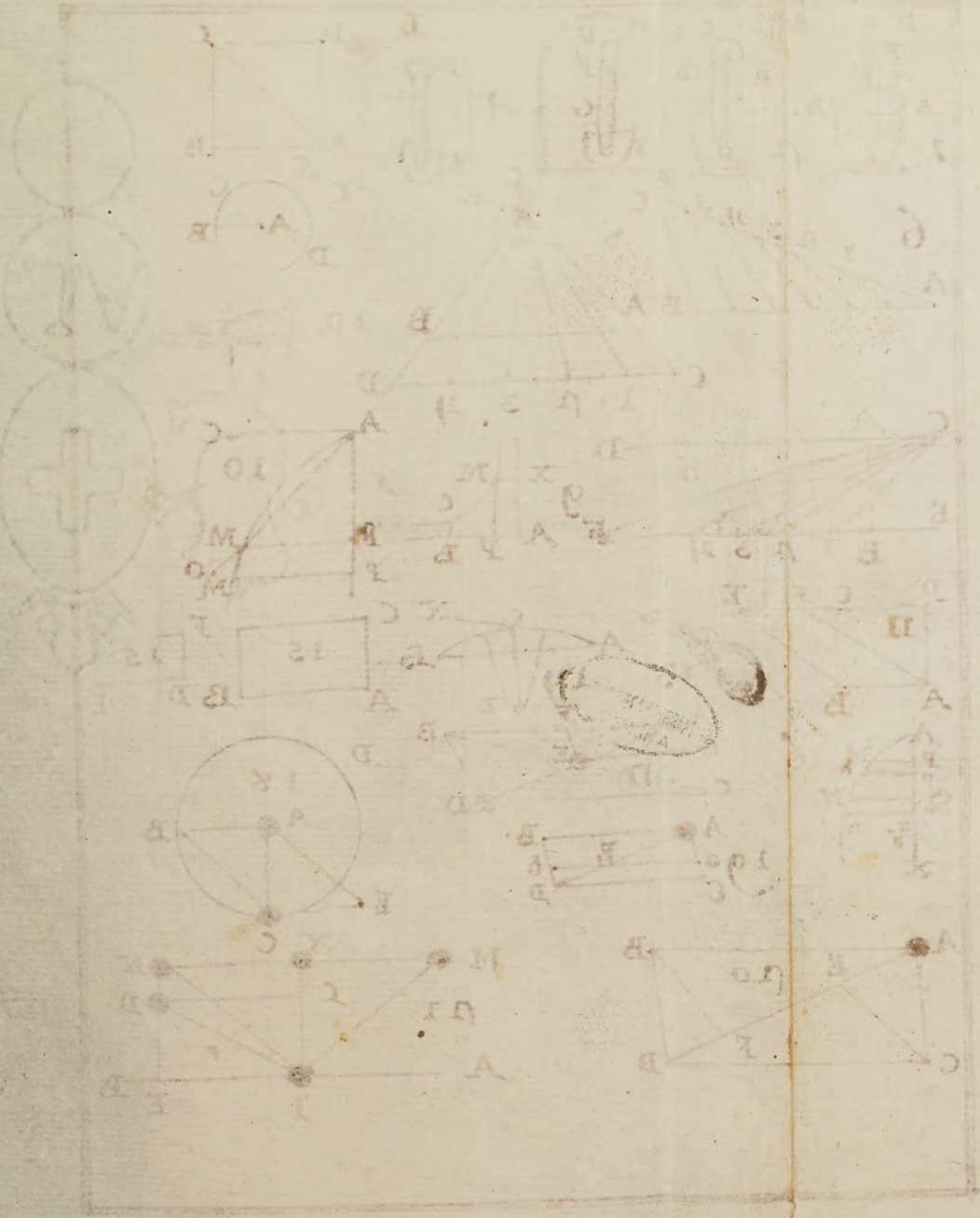
- CAP. I. **D**E Calore, & Frigore; ubi de Thermoscopiis. 348
- CAP. II. De præcipuis Caloris, & Frigoris effectibus, eorumque causis. 360
- CAP. III. De duritie, & fluiditate; deque causis utriusque. 368
- CAP. IV. De præcipuis fluidorum Corporum proprietatibus; deque eorum pressione. 382
- CAP. V. De vi Corporum fluidorum ad sustinenda Corpora solida comparata: ubi obiter de iusto onere navibus imponendo. 392
- CAP. VI. De percussione Corporum fluidorum adversus planas Corporum, quæ per ipsa fluida moventur superficies: & de præcipuis huius percussionis adfectionibus. 403
- CAP. VII. De Tubis capillaribus; deque præcipuis eorum phænomenis. 409
- CAP. VIII. De elasticitate, rigiditate, & flexilitate. 419
- CAP. IX. De Corporum gravitate, & levitate. 422
- CAP. X. De centro gravitatis tum singulorum, quum plurium Corporum gravium systema componentium; deque præcipuis eius adfectionibus. 433
- CAP. ULT. De qualitatibus, quas Physici vocant Occultas. 440

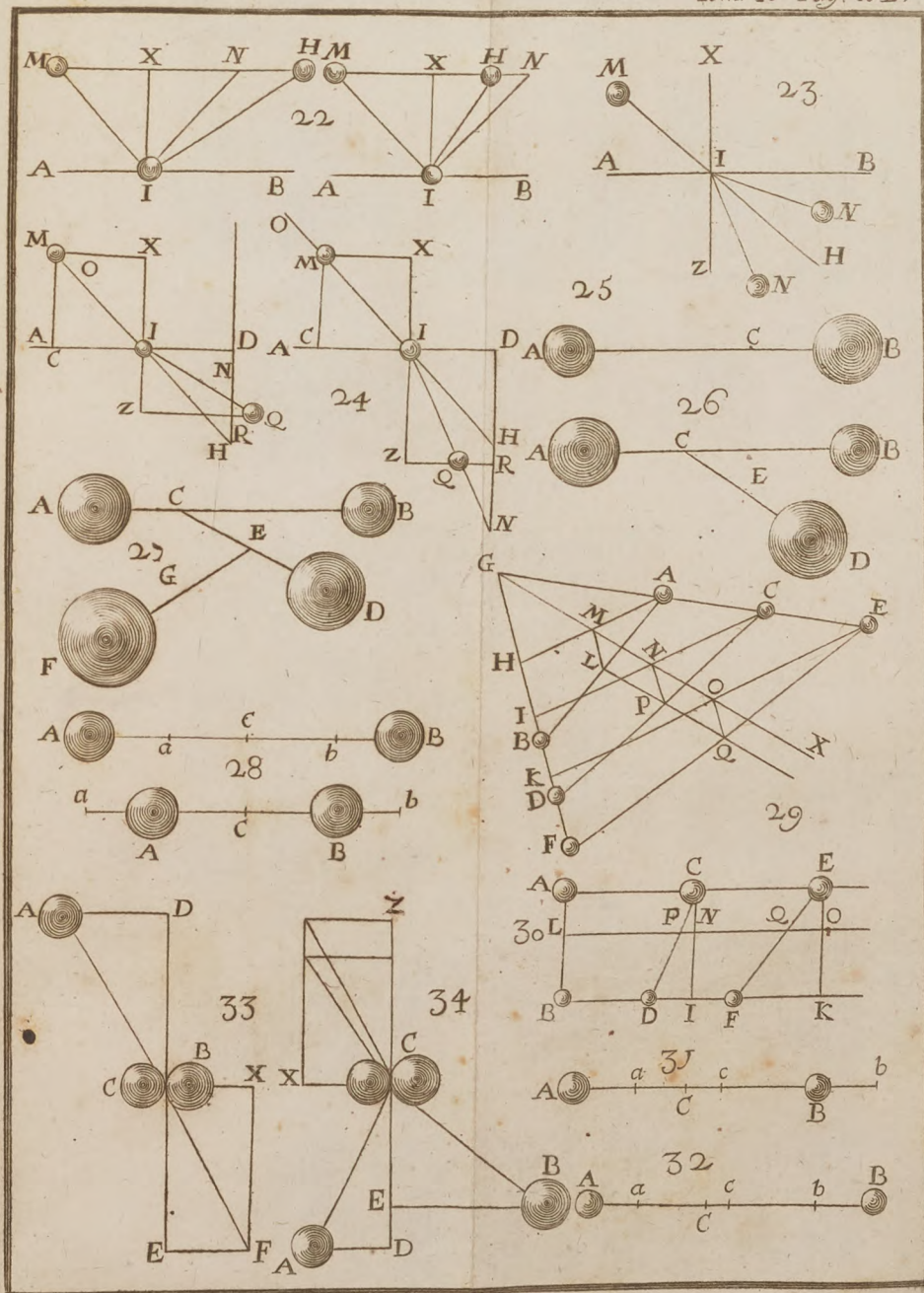
Finis Libri Primi.

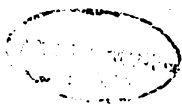


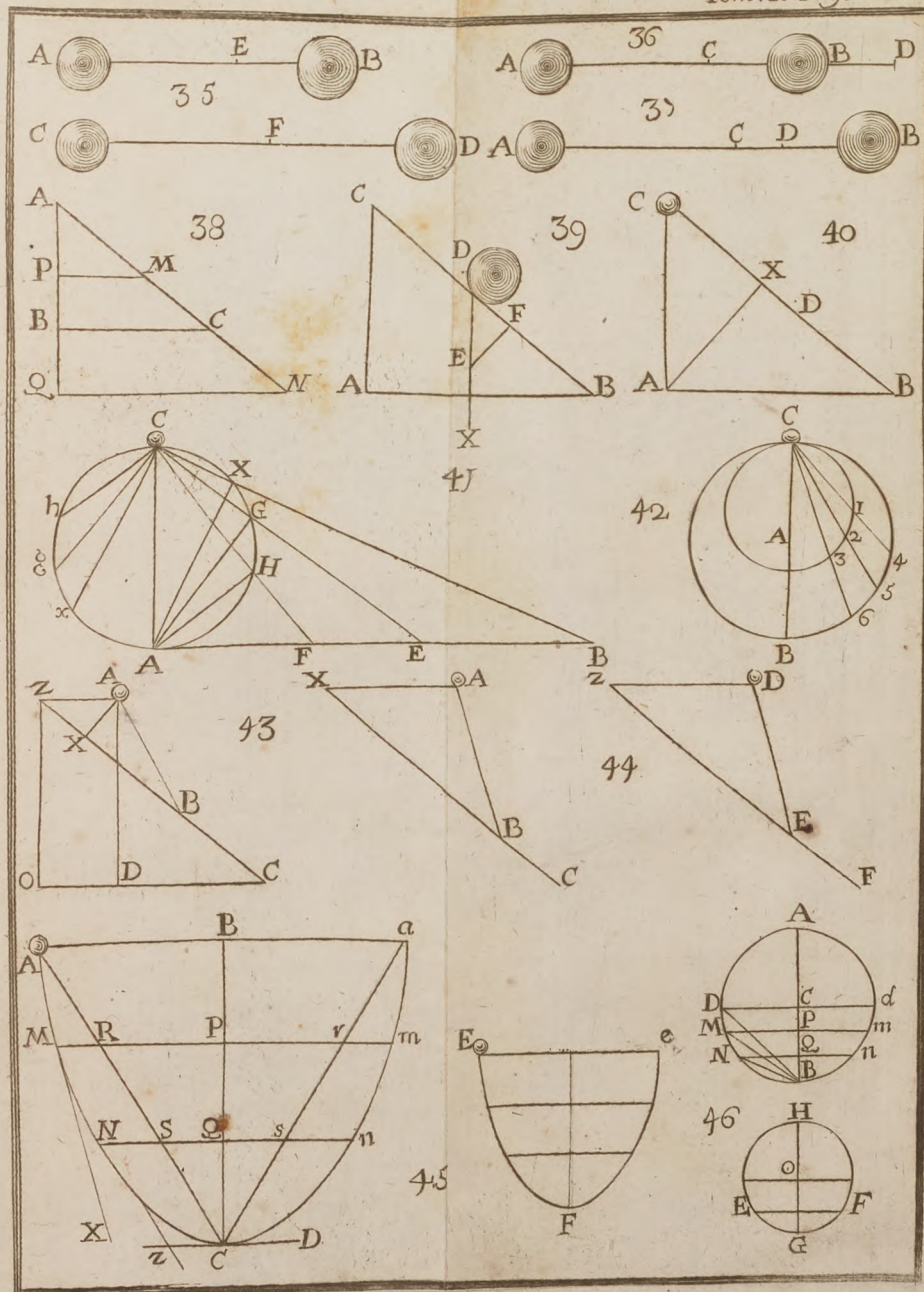
17452

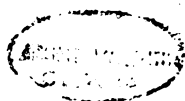


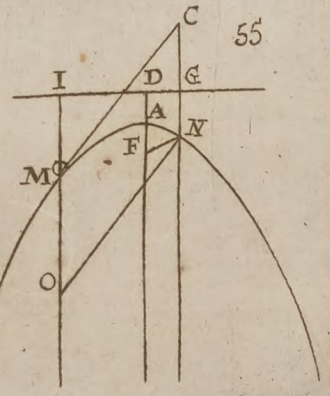
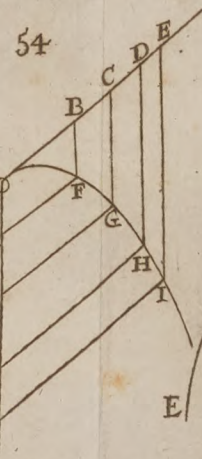
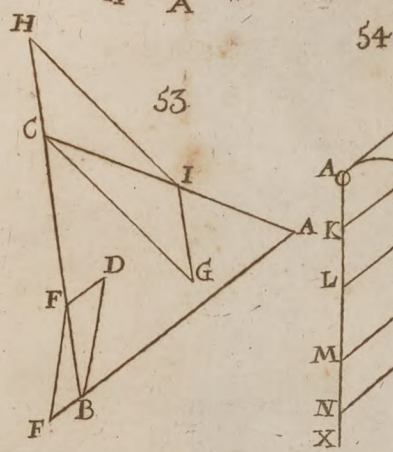
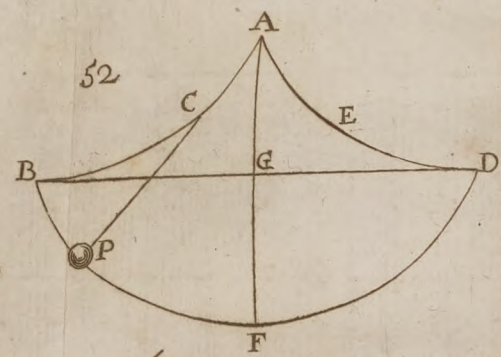
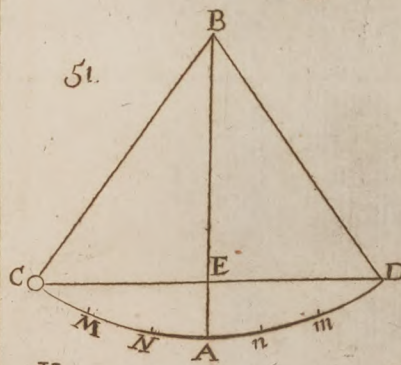
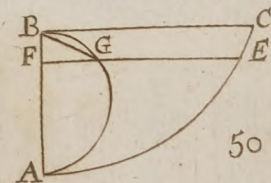
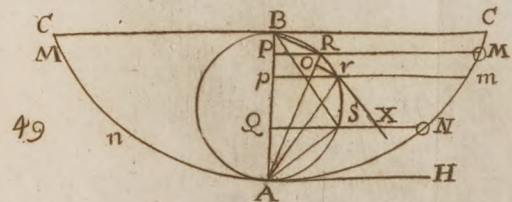
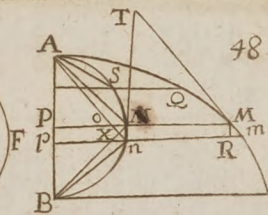












LIBRERIA
GOVERNATIVA
CIRCONA

LIBRERIA
GOVERNATIVA
CIRCONA



