

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
INSTITUTIONUM
LIBRI TRES.

*In Neapolitana Juventutis emolumentum
majori, qua potuit, diligentia*

A PETRO MARTINO

ASTRONOMIÆ, NAUTICÆQUE
IN NEAPOLITANA SCHOLA
REGIO PROFESSORE:

NECNON INSTITUTI BONONIENSIS SOCIO
concinati.

TOMUS SECUNDUS

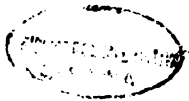
*Librum Secundum de Mundo Cœlesti
continens.*



Excudebat FÉLIX CAROLUS MOSCA sumptibus
CAJETANI ELIÆ. Superioribus annuentibus.
NEAPOLI c160ccxxviii.

Verum ergo id est, si quis in Cælum ascendisset, naturamque Mundi, & pulchritudinem siderum perspexisset, insuavem illam admirationem ei fore, quæ jucundissima fuisset, si aliquem, cui narraret, habuisset.

Cicero de Amicitia.



LIBER SECUNDUS³

*De Mundo Cœlesti; sive de Corporibus
Cœlestibus, eorumque adfectio-
nibus præcipuis.*

P R Æ F A T I O.

1.  On dubito fore plerisque, qui nos summa reprehensione dignos judicent, quod rerum cœlestium explicationi integrum librum destinaverimus, quum eæ apud cæteros Physicos aut omnino negligantur, aut nonnisi leviter pertractari soleant: existimantes pro-

vinciam istam ad Astronomos potius, quam ad Physicos pertinere, quibus idcirco eam curam integram esse permittendam. Erunt fortasse & alii, qui illam Socratis sententiam nobis opponant: *Quæ supra nos, nihil ad nos*; quibus quidem verbis *Socratem* credunt redarguere voluisse stultitiæ eos, qui rerum cœlestium contemplationi impensius vacarent. Credo quoque non defuturos, qui inanem prorsus, irritamque fore operam nostram judicent, quod de rebus adeo remotis philosophari audeamus. Nam si eorum, quæ coram sunt, quæ tangimus, quæ palpamus, quæ experimentis subjicimus vix quidquam certi norunt sagacissimi Physici; quanto magis necesse est ignorari ea, quæ tanto intervallo distant a nobis, quæque vix nudis oculis perspiciuntur; pleraque etiam omnino nostram aciem eludunt?

2. Verum enim vero qui rerum cœlestium tractationem a *Naturali Philosophia*, tamquam rem ab ea prorsus alienam, divellunt, ij de argumento suapte natura unico duplex facientes non modo insignem injuriam

TOM. II.

A 2

ipsi

4 PHILOSOPHIÆ NATURALIS

ipſi inferre videntur, verum etiam ſe omnino ignorare offendunt Cælum, eaque omnia, quæ continentur in Cælo totius Naturæ ut ampliffimam, ſic eſſe nobiliſſimam partem. Quid enim, ſemota cœleſtium rerum conſideratione, erit *Philophia Naturalis*, nili anguſtiſſima eorum, quæ in Tellure adparent cognitio? Terra enim quam exilis, contemptaque pars ſit totius Naturæ vel ipſi *Lucio Annæo Seneca* innotuit, cujus extant hæc præclariffima verba. *Punctum eſt, quod inter gentes ferro, ignique dividitur: punctum eſt, in quo bellamus, in quo navigamus, in quo Regna diſponimus:* cum quibus verbis Telluris parvitatem eludens *Lucius Seneca*, adparet ad totius Univerſi magnitudinem ſe reſpexiſſe. Quod ſi Aſtronomi hanc ſibi Naturæ partem excolendam aſſumpſerunt, non ideo Phyſicis officii ſui verecunde deferendi facultas eſt tributa; Nam pari jure Scriptores rerum medicarum poſſent omnino partem illam prætereire, quæ deſcriptionem corporis humani perſequitur, ea de cauſa quod Anatomici ſeorſim argumentum iſtud exornare ſuſceperint.

3. Qui autem nos auctoritate *Socratis* redarguunt, nã ij ipſius *Socratis* conſilium minus intellexiſſe videntur. Id enim tantum voluit ſanctiſſimus Philoſophus, non eſſe hominibus prætextu contemplationis rerum ſublimium, abſtruſarumque vitæ officia aut ignoranda, aut negligenda. Quamquam conſultius erat commendare hominibus hæc ſtudia; quippe ex quibus notionem veri Dei, qui ſons eſt, atque caput omnium officiorum humanorum haurire poterant. Nonne enim cæcum eſſe oportet, qui ex admirabili, atque ſapientiſſima totius Univerſi ſtructure ſtatim non intelligat Opificis potentiſſimi ſummam intelligentiam, & bonitatem? nonne inſanum, aut ſtupidum, qui de eo audeat dubitare? Nam ſi *Ariſtippus* Philoſophus *Socraticus* naufragio ad *Rhodiensium* litus ejeſtus, quod ſolum animadverſit geometrica ſchemata deſcripta in arenis, dixit ſe *agnoscere veſtigia hominum*: quanto magis neceſſe eſt eos, qui Mundi partes ita conſtitutas vident, ut neque ad uſum meliores, neque ad ſpeciem pulchriores eſſe potuerint divi.

INSTITUTIONUM LIB. II. 5

divinum Opificem agnoscere? Neque vero quemquam moveat *Democriti*, aut forte ipsius *Cartesii* auctoritas, quorum uterque ita de Mundi origine disputavit, ut atomos tantum adhiberent, & motum ipsarum: ut ut enim compositionem corporum mundanorum aliquo modo demonstrarint, tamen tantum ordinem, tantamque rerum harmoniam, quantam cœlestium rerum excultores in Universo deprehendunt neque *Democritus*, neque *Cartesius*, neque ejus Sectatores explicare umquam potuerunt.

4. Delinant itaque *Socratis* verbis carpere nos illi, qui studium rerum cœlestium insecantur; quin potius pudeat se non perspexisse eo consilio fuisse hominibus oculos, vultusque erectos concessos, ut ipsos eo intenderent, ut spectaculo tam præclaro fruereutur, ut ex eo agnoscerent quam potens, quam sapiens, quam bonus fuerit Opifex, a quo paratum ipsum habemus? Et sane quum omnis figura, atque situs membrorum magnopere commendetur a Philosophis, atque Poetis in corpore humano, tum præcipue celebratur capitis positio, quod quum cætera animantia prona sint, atque Terram respiciant, uni tamen homini os sublime, atque oculi erecti contigerint. Verisimile autem est divina id providentia institutum fuisse, ut nempe homines ex tali corporis structura admonerentur Cœli, atque siderum contemplationem, tamquam occupationem præcipuam sibi a natura esse commendatam. Et vero id statim intellexit genus humanum: nam ab antiquissimis usque temporibus, & fortasse ab ipsa origine Mundi cœptum est observandi siderum motibus diligenter incumbi, præcipue vero Solis, & Lunæ, ad quorum cursum annum post hominū memoriam descriptum fuisse constat.

5. Qui vero vanam, irritamque operam nos ponere dicunt in his contemplandis, quæ tanto intervallo distant a nobis, quæque idcirco homines latere necesse est, ij neque quousque humana industria procedere potuerit, neque in quanta rerum omnium ignorantia versentur, sentiunt. Nam quum in cæterarum Naturæ partium contemplatione necesse plerumque sit conjecturis indul-

indulgere, atque in iis summa laus sit vel verisimilia invenisse, hic si paucissima excipias, omnia habemus magis comperta, magisque explorata, ac si nuper de Cœlo descendissemus. Sed enim his, quum *Geometriam*, aut *Mathematicas* disciplinas numquam attigerint, incredibile prorsus videtur siderum distantias, motus, atque magnitudines accuratis mensuris posse comprehendere quibus nihil aliud dicimus, nisi aliter lensuros, si disciplinis istis, naturæque rerum contemplandæ operam dedissent. Hoc vero longe plurimis non licuisse scimus, vel quod ad ea parum ingenio comparati essent, vel quod unde discerent non haberent, vel quod suis, aut Republicæ curandis negotiis alio vocarentur. Itaque nos horum iudicium parvi putabimus; sed si diligentiam in his nostram contemnendam putabunt, ad magis idoneos iudices provocabimus.

6. Denique quod plurima sint in Cœlo, quæ penitus oculorum aciem eludunt, id quidem opportune potuit opponi ante hos centum annos, tum quum *Tubi oprici* subsidio carebant homines. Nunc vero qui id faciunt non modo importuni, morosique sunt, verum ignorare quoque videntur quanta novarum rerum accessio *Astronomiæ* post illud tempus facta sit. Ejus enim *Tubi* beneficio comites Jovis, Saturnique, eorumque motus; ejusdem Saturni phases mirabiles; luminum Veneris incrementa, & decrementa; Lunæ superficies inæqualis, & montibus aspera, aliaque innumera deprehensa sunt. Ejusdem *Tubi* beneficio conspectæ sunt maculæ in Sole, ex quibus non modo cognitum est generationem corruptionemque a Cœlo non esse alienam, contra quam *Peripatetici* docebant, verum etiam intellectum est Solem spatio ferme menstruo revolvitur circa se ipsum. Cognitum est præterea quid via lactea quidve sidera nebulosa essent, de quibus tantopere disputatum fuerat apud nostros majores. Quanta vero sunt, quæ *Telescopii* subsidio *Cassinus*, & *Huygenius* in Saturno, Jove, & Marte: quanta quæ *Flamstedius*, & *Hallejus* in Firmamento: quanta quæ *Franciscus Blanchinus* nostras nuperrime *Roma* in *Venere* observavit? Mitto paralla;

parallaxes Planetarum,mitto refractiones, quas numquam accuratis mensuris comprehendissent Astronomi, nisi ad vetera organa accessissent optici tubi. Mitto etiam parallaxim siderum inerrantium, cujus indagatio magnam postulavit, & subtilitatem & diligentiam; per tot enim sæcula Astronomi, cæteroquin oculatissimi, ne in suspicionem quidem ullius eorum vicissitudinis, aut aberrationis venire unquam potuerunt. Hæc inquam mitto, quia minus vulgaria sunt, longiusque remota a communi hominum iudicio, atque sermone.

7. Quæ quum ita sint falcem in alienam messem minime immisisse, neque de rebus obscurissimis sermonem existimandum est hoc *secundo Libro* nos instituisse, in quo Cæli phænomena ut Physici, (id enim nomen multo latius patet, quam Astronomi) enarrare adgredimur. Atque id quidem monet me, ut quod Astronomi, quod Physici munus in Cæli contemplatione esse debeat, in ipso vestibulo paucis aperiā. Utque inde exordium desumam, Astronomia nomen suum traxit ab astris, quæ contemplanda sibi proponit. Sane quum primum ipsa concelebrari cœpit inter eruditos, *Astrologia* dicebatur; aptissimo quidem vocabulo. Est quippe Astrologia vox græca, quæ latine redditur sermo de astris. Sed posteaquam Chaldæi doctrinam istam sanctissimam suis nugis contaminaverunt, quia Astrologi nomen male audiebat apud vulgus, coacti fuerunt periti nomen Arti immutare; itaque pro Astrologia usurpare cœperunt nomen Astronomiæ, Artisque magistri deinceps non Astrologi, sed Astronomi, ad invidiam scilicet declinandam, voluerunt adpellari: quæ adpellatio manet hoc tempore apud nos.

8. Quum autem multa occurrant in Cœlo contemplatione hominum digna, præcipua tamen, quæ considerantur ab Astronomis sunt *magnitudo, figura, situs, motus, atque distantia* siderum. Itaque Astronomia nihil aliud esse videtur, nisi *doctrina, quæ differit de magnitudine, figura, situ, motu, atque distantia corporum caelestium*; Astronomique idcirco munus est ea omnia scrutari, atque expendere. Atque in his quidem Astrono-

A 4

nomi,

nomi, Physicque partes sunt communes; horum enim omnium contemplatio æque pertinet ad utroſque. Sed præter hæc multa alia sunt, quæ tuto quidem negligi ab Astronomis, a Physicis vero temere præteriri non possunt: ut sunt ea, quæ pertinent ad constitutionem atque naturam corporum cœlestium, quæque ad eorum lumen, atque colores, adque vim caloris, & frigoris referuntur; quibus quidem addendæ sunt, quæ apud veteres Physicos omnino erant incognitæ, nunc vero magna cum cura, atque diligentia pertractari solent, causæ motuum cœlestium, quibus cautis Astronomi nonnisi leviter indulgent. Quo magis danda nobis erit venia, si in contemplatione motuum paullo longiores fuerimus; id enim manuducet nos ad investigationem causarum; cujus inquisitionis labor prorsus irritus, atque inutilis erit, si motuum leges, mensuræque non habeantur præcognitæ. Et vero quum multi Viri præclarissimi hoc ævo de causis motuum cœlestium physicis philosophari suscepissent, tamen nonnisi paucissimis res prospere successit. Cujus causam si investigare velimus, reperiemus eos cum admodum rudi motuum cœlestium notitia ad tantam investigationem accessisse: in quem scopulum ne nos quoque impingamus sedulo cavendum est.

9. Quum autem duo sint celebriora Systemata Mundi, unum eorum, quibus placet Terram in centro Universi fixam, atque immotam consistere, Solem vero circumire Tellurem spatio ferme unius anni; cujus systematis Sectatores ab auctore *Tychone Brahe*o adpellantur *Tychonici*; alterum eorum, quibus vicissim persuasum est Solem quiescere in centro Universi, Terram vero agitari in orbem spatio etiam unius anni: cui qui favent *Copernicani* dicuntur a *Nicolao Copernico* egregio ejus sententiæ instauratore: nos utrumque explicare conabimur. In eorum autem expositione patebit *Tychonem* veritati potius, *Copernicum* vero simplicitati magis consuluisse. Mihi enim, ut in ipso vestibulo dicam hac de re quod ego sentio, ita persuasum est, Terram crassum esse, atque pigrum, inhabileque corpus ad movendum,

adæo-

adeoque in centro Universi immobiliter constitui ; utique id firmiori animo credam facit ipsius *Romana Ecclesia* irrefragabilis auctoritas, quam optimi quique magnopere revereri debent. Sed fateor etiam Coperniceam fictionem a plerisque ambagibus Mundum liberare ; ut si nos deinceps ei impenitus favere videamur, merito excusandi sumus. In Philosophia enim naturali versamur, in qua licet interdum minus vera sectari, si tamen inde aliquid commodi sit obventurum. Accedit quod & nos, ut se res habeat, non diffitemur, & ipsa *Romana Ecclesia* Systematis *Copernicei* tutelam tantum, atque patrocinium interdixit Astronomis, non vero usum & potestatem ; id quod minime constituisset, nisi vidisset magno & præsidio, & emolumento orbatam iri rerum cœlestium scientiam, Systemate illo penitus profligato. Itaque nos deinceps indulgentia, beneficioque ipsius *Ecclesiæ* utemur, neque dubitabimus Telluri motum adscribere, non quidem ut *Copernicus*, ejusque jurati interpretes, qui rem ita revera se habere in animum suum induxerunt, sed potius nonnullius commodi, atque utilitatis ergo ; ut scilicet Cœli phænomena facilius & intelligerentur, & explicarentur.

SECTIO PRIM A.

De Mundi, Cœlique constitutione, substantia, atque structura.

10. **A**C primo quidem loco videtur inquirendum esse quum in substantiam, & constitutionem Mundi Cœlique, tum etiam in ejus structuram, ac compositionem ; quod novissimum accuratam omnium partium notitiam præsupponit. Ea autem ut diligentissimo a nobis *hac Sectione* pertractentur, ita de his omnibus sermo instituetur, ut primo loco partes singulæ, ac veluti membra Universi enumerentur ; tum eorum natura, ac constitutio enarretur ; denique situs, positusq; eorum, ac motus describantur.

CA-

CAPUT PRIMUM.

De Corporum Cœlestium præcipuis differentiis, numero, magnitudine, & figura.

11. **V**ulgatissima est corporum cœlestium distributio in *Planetas, Cometas, & Stellæ fixas*. Planetas adpellamus corpora quædam opaca radiis Solis illustrata, quæ stasis temporibus quotannis in conspectum nostrum veniunt. Cometas dicimus nonnulla alia corpora cœlestia longis caudis ut plurimum instructa, quorum adparitio extemporanea est, atque inopina. Reliqua corpora cœlestia, quæ neque Planetæ sunt, neque Cometæ, Stellæ fixas vocamus.

12. Sed præstat omnia quot quot in Cœlo corpora deprehenduntur primum partiri in *lucida*, atque *opaca*, deinde vero opaca rursus dispescere in *Planetas, & Cometas*. Enim vero corporum omnium cœlestium quædam gaudent lumine proprio sibi quæque infuso, quemadmodum est Sol, & maxima siderum pars, eaque lucida sunt; alia vero sunt opaca, neque alia de causa adparent luminosa, nisi quia remittunt in oculos nostros omne id lumen, quod mutuuntur a Sole; cujus generis sunt Planetæ omnes atque Cometæ.

13. Ut a sideribus illis initium ducamus, quæ gaudent lumine proprio, sciendum est ea passim Stellæ fixas, atque inerrantes nuncupari, non quod eodem Cœli loco quiescere, & quasi infixa esse videantur, sed potius quia ipsa ita temperant cursus suos, ut certos inter se situs, immutabilesque positiones conservent. Hujusmodi sidera neque ejusdem magnitudinis omnia, neque ejusdem splendoris adparent; alia enim aliis quum luminis vi, tum mole præitare videntur. Quæ causa fuit ut jam inde ab antiquissimis temporibus distinguerentur Stellæ in varias classes, quarum classium *senarius* numerus fuit constitutus; ea scilicet ratione ut quæ maximæ essent, dicerentur magnitudinis *prima*, quæ minimæ

INSTITUTIONUM LIB. II. 11

mæ magnitudinis *sexta* ; intermediæ suo quæque ordine *secunda, tertia, quarta, quinta* magnitudinis.

14. Neque tantum magnitudine, luminisque vi distinxerunt stellas Astronomi, sed quo melius eas recenserent *Asterismos*, sive *Constellationes* varias in Cælo effinxerunt, quibus nomina ex fabulis, & superstitiosa veterum religione ut plurimum imposita sunt: raro enim eæ sui nominis imaginem referunt. Est autem Asterismus *plurium stellarum iuxta iacentium systema*. *Tauri* ex.gr. asterismus complectitur omnes illas stellas, quas ad Tauri imaginem componendam idoneas censuerunt veteres. Et similiter asterismus *Virginis* continet omnes illas stellas, quæ componendæ Virginis figuræ idoneæ visæ sunt.

15. Veteres Cælum ipsis visibile *quadraginta octo* constellationibus complexi sunt, quarum *duodecim* occupabant latam illam Cæli Zonam, quam *Zodiacum* dixerunt; *quindecim* in regione Cæli australi ultra Zodiacum respectu nostri constituta locabantur; reliquæ *una, & viginti* visebantur in regione boreali citra Zodiacum posita. His memoria pene nostra navigantium opera, & beneficio accesserunt duodecim aliæ constellationes circa polum australem constitutæ, quæ & majoribus nostris, ex nobis etiam ipsis ob gibbositatem Terræ sunt inconspicuæ. Asterismis videtur etiam accensenda *Galaxia*, sive *Via lactea*, quæ est fascia quædam lata laetis candorem æmulans, nonnumquam duplici, interdum simplici tramite universum Cælum circumcirca complectens: hanc enim fasciam ex innumeris minutissimis stellulis esse conflata primus Telescopii subsidio deprehendit *Galilæus*; quæ quidem stellulæ quamquam singulæ oculorum aciem effugiant, conjunctis tamen luminibus illam Cæli regionem illustrant, suoque candore perfundunt.

16. Adsunt quoque sidera nonnulla, quæ extinguuntur, atque accenduntur per vices, idq; statim temporum intervallis. Omnium celeberrima est, quæ in collo *Ceti* (asterismorum unus is est eorum, qui ad Cæli regionem australem pertinent, prope Zodiacum situs) constituitur;

tur; ea enim quum per octo, vel novem menses inconspicua sit, reliquo anni tempore non latet, sed molem suam indefinenter mutans modo major adparet, modo minor. Præterea constat observationibus astronomorum novas alias prius latentes emicuisse stellas, earque deinde paulatim decrescere cœpisse usque donec penitus extinctæ fuerint. Hujusmodi fuit peregrina illa prope *Cassiopeæ* constellationem anno 1572 primum ad v. id. Nov. animadversa, quæ Veneris sidus quantitate visibili æquabat. Per Decembrem Jovis sidus ferme æmulabatur. Januario anni sequentis 1573 Jove paulo minor, stellisque fulgentibus primi ordinis aliquanto major eluxit, quibus Februarii, Martiique mensibus æqualis existit; deinde vero per reliquos hujus anni menses, perque primos anni sequentis 1574 ita decrevit, itaque mense Martio ejusdem anni exilis evasit, ut conspici amplius non posset. Hoc sidus observarunt diligentissime quum multi Astronomi, tum præsertim *Tycho Braheus*, qui ex eo tempore totius Cœli novam descriptionem cœpit moliri. Denique illud non ambigitur plures stellas fuisse à veteribus observatas, quæ nunc frustra queruntur in Cœlo. Sic *Plejades* (in Constellatione *Tauri* istæ sunt) habebantur antiquitus numero septem, nunc vero serena nocte non plures quam sex cernuntur. Clarissimus *Montanarus Societatem Regiam Londinensem* datis ad eam suis literis admonuit, deesse in Cœlo duas stellas secundæ magnitudinis in puppi *Navis*, ejusque transiris prope *Canem majorem* a se, atque aliis occasione præsertim Cometæ anni 1664 observatas, & recognitas.

17. Qui primus stellas in Catalogum retulit fuit *Hipparchus Rhodius*, ausus ex *Plinii* sententia rem, etiam Deo improbam, adnumerare posteris stellas Cælo in hæreditatem cunctis relicto. Is partim ex propriis, partim ex observationibus aliorum mille, & viginti duas stellas retulit in Catalogum proprio singulis loco assignato. Hunc Catalogum non multo post *Ptolemæus* quatuor stellis adauxit; qua ratione stellæ veteribus cognitæ non excedebant mille & viginti sex. Sed in novissimo Catalogo,

logo, quem Astronomus Regius Greenovicensis *Joannes Flamstedius* nuper edidit, numerus stellarum ad tria milia excrevit, quarum tamen stellarum in eo descriptarum complures videri sine Telescopio non possunt.

18. Ad magnitudinem tum inerrantium, quum reliquorum siderum investigandam duo opus est præcognita habere, scilicet eorum a Tellure distantiam, & diametrum, sive magnitudinem adparentem. Esto enim oculus in O (*Fig. 1.*) in Telluris superficie: sideris vera diameter esto AB: adparens autem diameter esto angulus AOB. Manifestum est in triangulo isosceli AOB ex datis lateribus OA, OB, quorum utrumque sideris ab oculo distantiam fere designat, & ex dato angulo AOB qui, ut dictum est, adparentem sideris magnitudinem designat, facile inventam iri veram diametrum AB: qua inventa ex *Geometria* Elementis sideris magnitudo non ignorabitur. At quoniam stellæ, etiam quæ sunt primæ magnitudinis, ut *Sirius, Arcturus, Capella, Cor Scorpii, Cor Leonis*, cæteræque adparent admodum exiguæ, quin immo Telescopio ipso observatæ tamquam totidem puncta lucentia absque visibili latitudine resurgunt, etiam si ipsarum distantia nobis cognita essent, nulla tamen subesset via earum magnitudinis exquirendæ. Nunc eo magis censendum est id factu impossibile, quod distantia stellarum vel sint prorsus incompertæ, vel nonnisi conjecturæ a nobis adsequantur; qua de re alibi erit agendi locus. De magnitudine tamen Solis (qui quidem saltem ratione luminis stellis fixis accensendus est) satis superque constat. Scimus enim diametrum Telluris plusquam centies & decies contineri in diametro ipsius; ex qua diametrorum proportionem consequitur globum Solis esse ad globum Telluris in ratione paulo majori, quam 1331000 ad 1.

19. Figuram Solis, stellarumque fixarum sphericam posuerunt veteres Astronomi. Sed nostro ævo non desunt, qui Solem ovatum, una scilicet sui parte nonnihil longiorem, altera nonnihil breviorē ponant, non quod instrumentis hujusmodi figuram in eo deprehenderint (id enim tentatum adhuc non constat), sed potius quod

quod rationes mechanicæ sic se rem habere suadeant. Etenim si Sol omni motu circa axem suum esset destitutus, figuram sphericam indueret, præsertim si ipsum ex materia fluida constitutum supponamus (ut placet nonnullis doctissimis viris , præcipue vero Renato Cartesio); propter vim scilicet attracticem , qua materiæ particulas donatas esse *superiori Libro* demonstratum est. Nunc vero quum Solares maculæ ostendant Solem revolvī circa axem suum intervallo dierum ferme sex supra viginti , ut deinceps ostensurus ero , ex huiusmodi revolutione ovatam is figuram nanciscatur necesse est. Quum enim corpora in gyrum acta adquirant vim recedendi a centro, necesse est ut materia Solaris, quæ circa Solis axem revolvitur, nitatur inde recedere versus regiones circumjectas. Et quoniam non omnes particulæ Solares eadem velocitate revolvuntur , quædam enim majores gyros conficiunt , quædam vero minores : vis autem centrifuga intenditur , vel remittitur cum ipsa velocitate; id quoque necesse est, ut partes illæ quæ majores ambitus describunt magis recedant ab axe , adeoque Solem ea ex parte tumidum faciant : partes vero illæ , quæ minores ambitus describunt minus recedant ab eodem axe , adeoque Solem ibi depressum præsent. Num autem eadem sit figura cæterorum siderum inerrantium incertum iisdem auctoribus judicium videtur ; præ tanto enim ipsorum intervallo ignotum est , num ea moveantur circum axes suos ; verisimile tamen putant non dissimilem ipsorum esse figuram.

20. Præter Solem , & stellas fixas conspiciuntur in Cœlo corpora sex opaca , quæ de quarundam stellarum vicinia in viciniam aliarum continenter trajiciunt , eaque modo ad se mutuo adpropinquare, modo longis intervallis recedere videntur . Hæc causa est cur corpora ista *Planetae* , sive *Errones* dicti sint . Eorum nomina sunt *Mercurius* , *Venus* , *Terra* , *Mars* , *Juppiter* , & *Saturnus* . Planetis Terram cum *Copernico* (cujus sententiam ut hypotheseſim retinemus ; quam quidem veniam ipsa *Ecclesia Catholica* jam olim Philosophis concessit) accensemus . Ut enim inferius constabit in ea hypothesi

Tel-

Telluris phænomena non dissimilia sunt eorum, quæ in Planetis cæteris observantur. Cæterum corpora ista opaca esse conjecerunt Astronomi tum ex simplici, parumque micanti lumine ipsorum, quum ex eorum phasibus, sive luminum incrementis, atque decrementis, de quibus alibi erit sermo.

21. Planetæ isti *primarii* adpellati sunt, ut nempe distinguerentur ab aliis quibusdam corporibus cælestibus, quæ ex eo quia a primariis modo recensitis numquam discedunt, *Satellites, Comites, & Secundarii* primariorum passim adpellantur. Sane *Luna* unicus est Telluris nostræ satelles. Jovis *quatuor* sunt satelites, quos primus mortalium detexit magnus *Galilæus*, eaque *Medicea* sidera vocavit. Saturnus *quinque* comitibus stipatur, quorum qui est ordine quartus a *Christiano Hugenio* primum detectus est, reliquos *Cassinus* nostrasprehendit in Observatorio *Parisiensi*. Quo loco prætereundum non est hunc ipsum, quem modo laudavimus, *Hugenium* existimavisse Saturnum pluribus quam quinque Lunis fortasse stipatum esse, quamquam eas non dum Astronomi potuerint conspicere. Ejus verba hæc sunt: *Saturniarum* (intellige *Lunarum*) *una nobis obtigit, quæ cæteris clarior est, & ab extrema proxima, quam anno 1655 Telescopio nostro non ultra duodecim pedes longo primiprehendimus. Reliquæ diligentissimis Dominici Cassini observationibus patuerunt vitreis orbibus utentis a Josepho Campano expoliis primum 36, deinde totidem supra centenos. Tertiam enim, quintamve vidimus anno 1672 ipso monstrante Cassino, & postea sapies. Primam cum secunda sibi repertas significavit, missis literis, anno 1684. Hæc vero difficillime cernuntur, certoque adfirmare nequeo mihi conspectas hæcenus. Nec propterea quidquam vereor clarissimo Viro fidem habere, atque has quoque Saturno socias adscribere. Immo præter harum numerum alias quoque, vel unam, vel plures latere suspicari licet: nec deest ratio. Quum enim inter extremas duas spatium amplius pateat, quam pro distantis cæterarum (id quod inferius constabit) possit hoc insidere sextus satelles, vel etiam ultra quintum alii circum-*

cum-

cum vagari, qui propter obscuritatem non dum sunt visi; quum ipse ille quintus tantum in orbita sua parte, quæ ad Occidentem spectat cernatur, in reliqua numquam adpareat.

22. Invaluit autem ut planeta quivis primarius cum suis satellitibus *Systema ejus primarii* diceretur; scilicet Saturni si de Saturno, Jovis si de Jove, & Telluris si de Tellure agitur. Quapropter systema Saturni conflatur ex Saturno, qui centrum occupat systematis, & Lunis quinque. Systema Jovis conflatur ex Jove, & Lunis quatuor. Denique Systema Telluris componitur ex Tellure, & unica Luna. Invaluit præterea ut in unoquoque systemate, qui satelles proxime ambiret primarium, is diceretur *primus*, sive *intimus*; is vero, qui à primario omnium maxime abesset, diceretur *extimus*, sive *ultimus*. Reliqui tres planetæ primarii Mercurius, Venus, & Mars satellitio destituuntur, nisi quod de Veneris Luna aliqua suspicatur *Cassinus*. Itaque planetæ, sive Errones in universum sunt *decem*, & *sex*; primarii scilicet *sex*, & secundarii *decem*, qui primarios tres Terram, Jovem, & Saturnum perpetuo comitantur, & cingunt.

23. Magnitudines Planetarum ad Telluris nostræ magnitudinem referunt Astronomi; conferunt enim diametros illorum cum diametro istius, quæ a *Mathematicis Gallis* constituta fuit pedum *Parisiensium* 39231564. Proportiones diametrorum ita se habent. Posita Telluris diametro partium 100, Saturni diameter continet earum partium 1500; Jovis 2000; Martis 67; Veneris 132; Mercurii vero 38: ex qua diametrorum proportione facile est ipsorum globorum proportionem elicere. Adparet autem omnium Planetarum minimum esse Mercurium, maximum vero Jovem, Saturnum autem Venerem, Tellurem, & Martem intermedias magnitudines sortiri. Et quoniam diameter Telluris quater fere continet diametrum Lunæ sit hinc, ut globus Telluris ad globum Lunæ sit ut 64 ad 1 circiter.

24. Cingitur præterea Saturnus annulo tenui, atque lato ab ejus corpore undique diviso. Is pro varia Solis, ocu-

oculique positione varias subit figuras, quæ *phases anserum* passim adpellantur. Ab *Hugenio* primum detectus est, & in systemate Saturnio anno 1659 editus. *Cassinus* credidit anulum istum ex innumeris, minutissimisque satellitibus constituti, quemadmodum via lactea componitur ex innumeris, atque minutissimis stellulis. Diameter annuli se habet ad diametrum Saturni ut 9 ad 4; vacuum autem spatium inter utrumque interjectum eandem, quam annulus latitudinem habere deprehenditur; ex quo fit ut latitudo annuli, spatium inter Saturnum, & anulum interjectum, & semidiameter Saturni sint inter se, ut numeri $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, & 4 respective. Præterea quum diameter annuli sit ad diametrum Saturni ut 9 ad 4; diameter autem Saturni sit ad Telluris diametrum ut 1500 ad 1: erit diameter annuli ad diametrum Telluris ut 13500 ad 4, live etiam ut 3375 ad 1.

25. Planetarum figura ex antiquorum Astronomorum sententia erat spherica: at nunc spheroides ponitur. Sane hujusmodi figura jam olim in Jove beneficio Telescopii observata fuit a *Cassino*; atque ex novissimis *Godini* observationibus in *Regio Parisiensi Observatorio* habitis eadem figura deprehensa est etiam in Luna. Sed in Tellure, quoniam ipsam eminus conspiciere non licet, experimentis evincitur. *Primo* enim observatum est pendula in recessu ab æquatore citius oscillationes suas perficere, in accessu vero ad ipsum tardiora evadere. Observatum est præterea gradus terrestres augeri in accessu ad æquatorem, minui vero in accessu ad polos; quorum utrumque cum spherica Telluris figura non bene convenire videtur.

26. *Primo* enim si Tellus spherica esset, ubicumque pendulum constitueretur, eadem foret ejus distantia a centro Telluris; adeoque nullum, ratione distantiae, ab eo fieret ponderis incrementum, vel decrementum; (notum est enim pondus ejusdem corporis crescere, vel decrescere in accessu, vel recessu a centro Telluris): quum tamen acceleratio, vel retardatio pendulorum postulet majorem in iis, vel minorem gravitatem. Et *secundo* si Tellus spherica esset, singuli meridiani terre-

stres forent totidem circulorum maximorum circumferentiæ; adeoque omnes gradus latitudinis, qui ab æquatore versus polos numerantur, essent æquales inter se. Unde quum constet idem pendulum pro locorum magis, vel minus ab æquatore distantium diversitate accelerari, vel retardari; prætereaque quum gradus latitudinis inæquales esse deprehensi sint, sequitur figuram Telluris sphericam esse non posse.

27. Sane prior observatio, quæ pendulorum accelerationem, vel retardationem respicit, æque explicari potest, siue Tellurem oblongatam versus polos versus æquatorem vero depressam, siue eam vicissim oblongatam versus æquatorem versus polos vero depressam constituiamus; at posterior observatio non aliter intelligitur, nisi posita Telluris figura graciliori versus æquatorem, longiori vero versus polos: id quod fulius *Libro III* explicabitur. Itaque hodie omnes ferme Philosophi huiusmodi figuram Telluri concedunt. Nuper clarissimus Astronomus *Eustachius Manfredinus* magnum *Italiæ* lumen, atque ornamentum novam rationem commentus est, qua mediante definiri possit vera figura Telluris. Hæc methodus per parallaxes lunares diversis Terrarum locis observatas procedit, quam attingemus quum ad parallaxium leges explicandas devenum erit.

28. Superfunt Cometæ, de quibus notissima est sententia *Aristotelis* docentis eos nihil aliud esse, nisi exhalationes calidas, & siccas, quæ supra aerem evectæ, inque eam regionem pervenientes, in qua est materia congenæa, illuc ex motione superiorum corporum accendantur, luceant, motionemque accipiant; & si alicui fortasse stellæ suppositæ sint, tum ei comam, vel caudam affingant, ejusque motum imitentur; durent autem tam diu, quamdiu ipsis pabulum non defuerit. Sed nihil est certius apud recentiores Physicos (præsertim post tempora *Tychonis Bræhei*, & *Joannis Kepleri*, quibus primum innotuit Cometæ parallaxi diurna esse destitutas, ut postea explicabitur) quam Cometæ corpora esse cœlestia longe supra Lunam collocata, quæ minime quidem oriuntur, & occidunt, hoc est generantur & intere-

tereunt, sed sempiterna sunt. Hi autem quum per ætheris immensitatem late vagentur, quum primum in regiones cœlestes proximiores descendere incipiunt, conspicui evadunt; adparere vero desinunt, quum in plagas Cœli longe a nobis distitas evolant.

29. Huic recentiorum placito accedit quoq; auctoritas sententiæ, in qua fuisse *Apollonium Myndium* locupletissimus auctor *Seneca* testatur: *proprium sidus Cometarum esse, cui non palam cursus est; altiora Mundi secatur, & tum demum adparet, quum in imum cursus sui venit.* Cui sententiæ & ipse *Seneca* subscribit his verbis: *Non existimo Cometen subitaneum ignem, sed inter æterna opera Naturæ. Alibi: Cometes habet suam sedem, & ideo non cito expellitur, sed emetitur suam sedem, nec extinguitur, sed excedit.* Et iterum: *Quare non aliqua sidera sint, quæ in proprium iter, & a planetis remotum recesserint? Quod si iudicas non posse ullam stellam, nisi Signiferum attingere, Cometes potest sic latum habere circum, ut in hunc parte aliqua sui incidat.* Idem *Seneca* ait. *Quid miramur Cometas, tam rarum mundi spectaculum, nondum teneri legibus certis, nec initia illorum, finesque noscere, quorum ex ingentibus intervallis recessus est? Addit. Erit, qui demonstraret aliquando in quibus Cometa partibus errant: cur tam seducti a reliquis eant: quot qualesque sint.* Quæ vota pro parte impleta sunt. Cometarum enim cursus certis legibus teneri cognitum est a recentioribus: quamquam de eorum numero nihil adhuc habeant comperti. Raræ enim antiquitus fuerunt observationes Cometarum. Accessit & illud, quod Cometæ longo post tempore redire solebant; quæ videtur fuisse causa, quare vetustiores Astronomi ad eos distinguendos minime animum intenderent. Nostro autem ævo quum diligentius observari cœpti sint Cometæ, usque adeo ut nonnulli Astronomi quorundam Cometarum reditum divinare auri sint, spes est ut tandem Cometarum numerus, viæ, motuumque rationes plenissime innotescant.

30. Cæterum Cometarum plures species memorant Astronomi. Alios enim ab aliis distinguunt tum

coloribus variis, quibus fulgere deprehenduntur, tum similitudine, quam referunt Planetarum, tum denique radiorum, quos amplissimos emittunt, situ, & positione. Interdum enim radii isti projiciuntur in eam partem Cœli, in quam tendunt Cometæ; tuncq; *barbæ* adpellantur; Cometæ vero ipsi *caudati*. Interdum antecedens corpus Cometæ sequuntur; tuncque *cauda* dicuntur; Cometæque ipsi *Caudati*. Interdum denique in orbem circum Cometæ corpus circumfunduntur; quo tempore illi *Coma*, Cometæ vero *comati* vocitantur.

CAPUT SECUNDUM.

De Cœli, deque Corporum, quæ in Cœlo sunt, constitutione, & substantia.

31. **V** Iſis Univerſi partibus præcipuis, iis videlicet quarum homines notitiam comparare ſibi poterunt, proximum eſt ut in earum partium naturam, & conſtitutionem inquiramus; videamulq; etiam qualis ſit ſubſtantia ejus loci, quo in loco partes illæ ſunt collocatæ, quique Cœlum vulgo dicitur. Atque in ipſo quidem veſtibulo illa intervenit quæſtio, ſit ne Cœlum corpus aeris inſtar fluidum, an cryſtalli inſtar in ſolidas ſphæras compaſtum: quam quæſtionem ut hic non præterirem quum multa alia, tum præcipue illud effecit, quod ipſa hæc quæſtio ad ſiderum motum pertinet. Etenim quum in ſideribus omnibus, ut inferius explicabitur, duplex motus obſervatus ſit, unus ab ortu in occaſum, qui ſpatio 24 horarum perficitur, alter vicifſim ab occaſu in ortum, quem motum nonnulla ſidera citius, alia ſerius abſolvunt; quidam ex veteribus attendentes motum diurnum omnibus ſideribus eſſe communem, crediderunt ſphæram eſſe ſolidam quamdam univerſum Cœlum compleſcentem, quæ ſpatio horarum 24 revolveretur ab ortu in occaſum, quæque eodem ten poris intervallo abriperet ſecum tum omnes ſphæras interiores, quum ſidera in illis ſphæris conſtituta; hanc-

hancque sphaeram *primum Mobile* vocitarunt.

32. Sed quam perviderent motum illius solidæ sphaeræ circumambientis minime communicari posse sideribus, si spatia interjecta forent fluxa, & liquida, eo devenerunt, ut dicerent sphaeras omnes inferiores solidas esse, & firmas, in quibus sidera omnia, quasi implantata, continerentur, quippe hac ratione videbatur ipsis, posse extimam sphaeram motum suum contiguæ primæ, deinde eadem opera cæteris inferioribus imprimere. Et quoniam unas ab aliis divisas ita ponebant, ut contingerent quidem se, sed unam massam minime conficerent; nihil vetare adfirmarunt, quin singulae possent propriis motibus ab occasu in ortum tendere; quemadmodum videmus naucas, dum communi navis motu abripiuntur, posse interim progredi motu opposito supra ipsa transita.

33. Sed facile est hanc Cœli, sphaerarumque ejus soliditatem labefactare. *Primo* enim quod eo consilio inductæ fuerint, ut superiores possent abripere, ac secum circumducere inferiores, id quidem nullatenus fieri posse videtur. Quum enim & sphaera suprema, & reliquæ intus contentæ accuratissime læves, circaque idem centrum volubiles sint, profecto non habebunt superiores, quamquam inferioribus contiguæ unde illas abripiant, aut ullam in ipsas impressionem faciant. Sane id tunc eventurum foret, quando superficiebus inferioribus suæ essent partes eminentes, quæ cavas superficierum superiorum partes sibi congruas subirent; hisce enim veluti ansis possent inferiores sphaeræ a superioribus propelli, & cum illis circumvolvi. Verum eo casu inferiores superficies revehi, contraque ire minime sane possent; sed uno semper tenore ita abducerentur, ac si unum mobile individuum cum abducentibus foret: unde motui quidem diurno siderum ea positione perbelle satisfaceret, sed motus eorum proprii minime explicarentur. Ex quo quidem adparet sphaerarum soliditatem aut frustra constitui ad motum siderum communitatem explicandum, aut ita quidem proferri, ut motibus siderum propriis officiat.

34. *Secundo*, sphaerarum soliditate constituta, impossibile est intelligere quomodo lux siderum ad nostros usque oculos possit pervenire. Neque quidquam valet effugium, limpidiissimam esse, atque purissimam crystallum, ex qua sphaeræ Cœlestes elaboratæ sunt; ut enim limpida, atque pura ea esse ponatur, tamen profunditas adeo immensa non potest lucem siderum non retundere, atque labefactare: ut præteream radios lucis, quod plurimas sphaeras Cœlestes trajicere cogantur, refringi diversimode debere; quum tamen constet illos tunc tantum refractionem subire, quum incidunt in atmosphaeram, sive de vexam hujus vapidi aeris nostri superficiem.

35. *Tersio* soliditas sphaerarum manifestissime refragatur observationibus recentiorum Astronomorum, quæ motus Cometarum, & Planetarum respiciunt. Pertinet equidem res ex Inferius dicendis: Sed interim tamen recensere hic placet nonnulla, ex quibus sententia illa soliditatis sphaerarum possit infirmari. Et a Cometis quidem hoc ducere possumus argumentum ad Cœlorum fluiditatem adstruendam: nempe quod ij multo superiores deprehensi sint regionibus Lunaribus, perque ætheræ illa spatia longe lateque vagari; usque adeo ut quandoque accedere, quandoque vero longis spatiis a nobis recedere vili sint; quod profecto fieri non potuisset, si forent ea spatia occupata solidis, compactisque sphaeris, & non forent potius aut inania, aut fluido corpore plena. A Planetis vero, quod ex observatis in Venere phasibus, quæ lunaribus prorsus consimiles sunt, intellectum est ipsam Soli circumduci, hoc est nunc cis, nunc ultra, sed nunc supra, nunc infra, nunc ad latera ejus ferri. Id scilicet ut fieri valeat, necesse est Solem haud quidem infixum esse sphaeræ solidæ, quæ tota ambiat sphaeram aliam, cui Venus ipsa sit infixa, sed potius habere debere circa se spatia diffusa ac libera, per quæ Venus compedibus soluta libere excurrat. Idem arguunt satellites Jovis, ac Saturni, qui primarios Jovem, & Saturnum cursibus suis cingunt, perinde prorsus ac Venus Soli circumducitur.

Sed

Sed & Martis infra Solem excensus adversus soliditatem Cœlorum apertissime clamat. Is enim in oppositione cum Sole propinquior est Telluri, quam Sol, ut *Tycho* visum est. Quæ quidem si perspecta fuissent *Aristoteli*, qui soliditatem sphaerarum cœlestium posuit, sua in sententia haud dubie, quantus vir erat, non peritisset. Quo magis irascor *Peripateticis*, qui in tanta luce repugnantium observationum adhuc Magistri sui placito pertinaciter adherere non desistunt.

26. Sequitur quæstio altera de Cœli substantia. Neque enim satis est intellexisse Cœlum fluidum esse, necesse est quoque cognoscere cujus naturæ sit substantia illa fluida, quæ universum Cœlum replet. In qua tamen quæstione expendenda facile labi possumus. Est enim Cœlum à nobis adeo dissitum, ut vix quidquam de eo hariolari, nisi temere non possimus. Itaque si, expositis hac in re aliorum placitis, nos rem videamur in medio relinquere, merito exculandi erimus. Primi autem se se nobis offerunt *Epicurei*, apud quos inanis prorsus est, ac supervacanea hujusmodi inquisitio. Quum enim vacui nullam impossibilitatem agnoscant, non dubitant a Cœlo omnem prorsus substantiam amovere; neque aliquid esse arbitrantur, quod cogat spatia illa sideribus intercepta dicere plena, & non potius inania; nisi quatenus pervia sunt siderum radiis, quædamque ipsorum quasi intertextura complentur.

27. Sed enim nonnullis videtur impossibile, posse tantæ molis sidera moveri, detinerique in orbibus suis absq; ullo æthereo vortice, a quò agantur, atq; raptantur in gyrum? Verum nihil id deterret *Epicureos*, qui motus Cœlestes in vacuo peragere optimo posse demonstrant, id quod a nobis suo loco fusius tradetur. Quin etiam, quoniam ea ad motum comparata esse videntur, motusque ipsorum perniciosissimus est, plane congruum esse arbitrantur, ut spatia, per quæ spatia trajiciuntur, liberissima sint, nihilque in ipsis occurrat, quod proscindendum sit, aut resistere aliquatenus possit: quam quidem rem persequuti sumus pluribus *Libro primo*, quo loco de *Vacuo* disputavimus. Quod autem addunt

Epicurei de luce siderum, scilicet impossibile omnino esse, ut in tanta itineris prolixitate lux illa non pereat, si interjecta spatia substantia corporea, ut ut tenui, atque pura occupata sint, id quidem urgendum non videtur. Lumen enim non translatione, sed communicatione ad nostros oculos pervenire *superiori Libro* demonstratum est.

38. *Epicureos* excipiunt *Cartesiani*, qui quum vacuum ne Deo quidem volente fieri in Universo posse arbitrentur, statuunt Cœlum innumeris vorticibus contiguus infideri. Vortices autem conflatos potissimum esse docent ex globulis secundi elementi, nisi quod eorum interstitia occupari ajunt à materia subtilissima primi elementi, quæ una cum ipsis globulis in gyrum acta defert una secum planetas. Qua quidem ratione *Cartesiani* non modo vacuum omne depellunt, verum explicant quoque, quomodo actio siderum in terram usque continuetur, quomodo lux, aut visio fiat, quomodo Planetæ circumducantur, aliaque hujusmodi. Si ergo de Cœli substantia *Cartesiani* interrogentur, respondere non dubitant, per ea spatia materiam quamdam subtilissimam, atque tenuissimam longe lateque esse diffusam. Ejus materiæ duas potissimum esse species; alteram particularum sphaëricarum minutissimarum, quam *secundum elementum* adpellare solent; alteram particularum multo adhuc tenuiorum, sed nulla certa figura donatarum, quam *primum elementum* vocitant. Quum autem materiam Cœlestem *atherem* interdum adpellarint, adparet eos nomine ætheris nihil aliud intellexisse nisi *globulos secundi elementi, cum intermixtis primi elementi particulis*.

39. Adest & tertia opinio eorum, qui spatia Cœlestia neque omnino vacua, ut *Epicurei*, neque omnino plena ut *Cartesiani* ponunt, sed medii inter utrosque afferunt materiam quamdam tenuissimam, atque rarissimam innumeris poris omnino vacuis refertam per Cœlum quaquaversum esse diffusam. Hi scilicet, ut lucis propagatio explicaretur, nonnihil substantiæ corporeæ in Cœlo admittendum esse viderunt. At vero si spatia

spatia omnia plena essent, veriti ne Planetæ, atque Cœ-
metæ tardarentur in cursibus suis, ob resistentiam sci-
licet, quam subirent, tantum materiæ per Cœlos dif-
fusum esse arbitrati sunt, quantum lucis motui trans-
mittendo sufficeret. Ea enim ratione utrique incom-
modo occurrebatur.

40. Sed quidquid sentire placeat in tanta opinio-
num discrepantia, illud ambigi non potest substantiam
Cœli, quam nonnulli *auram ætheream* vocant, quæ-
que a nostro aere supremo ad stellas usque inerrantes,
interque ipsas etiam fusa est, esse tenuitatis, puritatis,
atque pelluciditatis ineffabilis. Hujus substantiæ rudis
fortasse imago defumetur ab aere nostro, quamquam ea
effingatur & decies, & centies, & millies, & pluribus
adhuc vicibus purior, atque elasticior aere. Vere enim
dictum est a *Philone*. *Calum naturam habet incompre-
hensibilem, nullamque sui notitiam nobis indubitatam
facit. Quid enim de illo dicamus? Esse connexam gla-
ciem, ut nonnullis placuit? an ignem purissimum? an
corpus mobile in orbem, quod quinta natura sit, nihil-
que adfines his quatuor elementis possideat?*

41. Videndum est modo, quid de corporum Cœle-
stium natura, & constitutione statuendum sit. Atque ut
a Sole ordiamur, nulli dubium est, quin Sol propria lu-
ce fulgeat; nullum enim adparet corpus in rerum Uni-
versitate lucidius, a quo ille lumen suum mutuari possit.
Idem sentiendum est de sideribus inerrantibus, quæ
multo magis splendent, quam Planetæ: ex eo enim tuto
colligi posse videtur, sidera inerrantia ad instar Solis lu-
mine proprio fulgere. Et sane longius absunt a Sole, ut
inferius tradetur, quam ut sub adspæctum venire possent,
si lumen ejus acciperent: nam Jovis, Saturnique satel-
lites, qui multo minus absunt tum a nobis, quam a Sole
nudis oculis nequaquam conspiciuntur.

42. Si conferamus Solem cum nobis notis corpori-
bus nullum inveniemus, quod ei assimilare magis possi-
mus quam flammam, aut fortasse metallum liquefactum;
ut enim hæc lucida sunt, calefaciuntque, & urunt,
sic Sol luce suæ regiones circumjectas illustrat, omnia
cale-

calefacit ; & ad perpendiculum incidens pene urit ; sed potissimos , & vehementissimos ignis effectus edit , si speculo con. avo ejus radii colligantur ; tunc enim quæ radiis collectis opponuntur in cineres , aut in calcem redigit , vel liquefacit. Quæ quum ita sint , quare Sol igni , aut metallo liquefacto similis non credatur , nulla ratio est . Ad hæc rationes accedit distinctior ope Telescopii , cujus vitrum furtio infuscatum , aut carbaso tenuiori involutum est , conspectus : Tum enim quasi mate igneum , aut metallicum metallo liquido , & fervido constans , nec non vehementissimo motu agitaturn cernitur.

43. Idem conjiciendum est quoque de stellis fixis , quæ tamquam totidem Soles in variis Mundi regionibus locatæ sunt ; neque insciciandum est , quin si Sol tantum abesset a nobis , quantum absunt stellæ inetrantes , ejusdem fere exiguitatis conspiceretur . Et sane stellæ fixæ Sole vel non minores , vel non multo minores esse , inde conjecturam capere possumus , quod ex tam immenso intervallo tam vividum lumen fundant. Sapienter ergo hanc sententiam nunc passim tenent , qui Copernici systema amplectuntur : qui recte quoque hoc statuunt non in una , eademque superficie stellæ omnes fixas hæreæ , tum quod nulla ratio hoc suadeat , tum quod in eadem sphaeram Sol , qui earum una est , referri nequeat. Itaque verius esse existimant spargi eas per vastâ Cœli spatia , quantumque a Terra , aut Sole ad proximas interjacet , tantum circiter ab his esse ad sequentes , atque inde rursus ad alias continuo progressu.

44. In Sole maculas nasci , augerique paulatim , & dissipari primus Telescopii adminiculo deprehendit *Galileus Galilei* ; neque dubi tantum est , quin contumilia accidant etiam stellis fixis , ut pote quæ eandem cū Sole naturam habere deprehenduntur. Nec vero multum difficile est harum macularum originem , & genesis intelligere . Quum enim Sol sit corpus metalli liquefacti instar , credibile est ipsum scorias quasdam subinde egerere , quæ sub specie macularum cernantur. Pro ut autem major est vel minor scoriarum copia , maculæ majores , vel

vel minores adparent. Necesse vero non est eas citò
 dissolvi : si enim compactiores paullo sint , atque con-
 feretiores , ut solaris æstus vim perferre queant , diutius
 durabunt . Fieri etiam potest , ut tanta harum macula-
 rum vis eodem tempore procreetur , ut inter se coag-
 mentatæ totum Solis globum tegant : quæ fuisse causâ
 videtur , quare Sol interdum per integrum annum sub-
 pallidus visus sit : nimirum id non immerito crassiori-
 bus , latioribusque maculis ejus superficiem obtegen-
 tibus adscribendum est . *Plinii* verba hæc sunt : *Fiant*
prodigia , & longiores Solis defectus , qualis occiso Dicta-
toze Cæsare , & Antoniano bello totius pene anni pallore
continuo . Cæterum non defuerunt hoc sæculo , qui So-
 lem corpus esse ex materia fluidissima compositum ,
 maculas autem corpora esse sempiterna , & compacta in
 materia illa huc illuc fluitantia arbitrati sunt ; quæ
 quidem corpora quando altissime demersa sunt , prorsus
 sunt inconspicua : quum vero sursum emergunt , ad-
 parent : quod an verum sit , eorum iudicio relinquo ,
 qui solaribus maculis observandis diutius operam de-
 derunt .

45. Quum autem maculæ eodem modo generentur ,
 & dissolvantur quoque in stellis fixis , mirari desinamus , si
 interdum stellæ aliqua novæ animadvertæ sint veteri-
 bus prorsus ignotæ , quæ quum fulgidissimæ aliquandiu
 fuissent postea evanuerunt ; aut etiam , si nonnullæ stel-
 læ a veteribus ipsis animadvertæ nunc frustra quæran-
 tur in Cælo , quemadmodum *superiori Capite* explica-
 tum est . Nimirum quemadmodum Sol maculis obscu-
 rat , potest fieri ut idem patiantur stellæ ; quæ macu-
 læ si in tantam molem excrescant , ut earum radios
 plane intercipient , eas crasso , opacoque tegmine in-
 crustent necesse est : quod quum contingit , desinunt ex
 stellæ nobis adparere . Si vero ejus materiæ , quæ , veluti
 crusta quadam , stella contexta est , compages resolvatur ,
 stella iterum emicat . De iis autem stellis , quæ extingun-
 tur , atque accenduntur per vices , qualis est ea , quæ in
 collo Ceti conspicitur , quæque per octo , vel novem an-
 ni menses inconspicua quum sit , reliquo anni tempore

RON

non latet, ita opinabimur. Scilicet putabimus haurum stellarum superficiem maculis pro maxima parte tegi, reliqua parte lucida remanente; hac enim ratione stellarum illarum convertendo se circa se ipsas statim temporibus modo obscuram, modo vero lucidam partem spectantium oculis obijcient.

46. Planetarum corpora solida, atque compacta esse existimabimus ad instar Telluris nostræ, cuius ipsam magnam similitudinem præferre videntur. Itaque quid quid ornatus, & cultus Telluri inest, id idem non putabimus deesse Planetis, quæ corpora sunt Telluri cognata. Atque ut explicatius id ostendamus, quemadmodum globus hic noster ex aqua, & terra conflatus est, ita globi Planetarum ex consimilibus substantiis constituti sunt: quamquam aliquod fortasse in his ipsis substantiis occurrat discrimen, de quo postea disserteretur. Præterea ut ex corporibus compactis Telluris quædam lapides sunt, quædam metalla, quædam alterius naturæ substantiæ, ita hæc eadem in Planetis subesse putandum est. Sed & montes, valles, fluvios, plantas etiam, & fortasse quoque animalia Planetis non deesse inde conjecturam capere possumus, quod hæc omnia occurrunt in Tellure, quæ unus est Planetarum, neque is nobilissimus, atque excellentissimus.

47. Ut enim initio hujus operis præfati sumus, in Physicis magnum momentum habere debet illa conjiciendi ratio, quæ naturali cuidam analogiæ innititur, quæque ex similitudine petita a rebus visis ad nos visas producit. Et sane quemadmodum si cui in dissecti canis corpore viscera ostenderentur, cor, stomachus, pulmones, intestina; tum veræ, arteriæ ac nervi, etiam si numquam cæterorum animalium corpus apertum conspexisset, vix dubitaret, quin consimilis quædam fabrica, ac partium varietas in bove, porco, cæterisque bestiis inesset; Ita nos quoque hanc rationem sequuti ex Tellure Planetarum uno, quam coram adspicimus de reliquis ejusdem generis, quos numquam vidimus recte conjecturam facimus. Neque in hoc magnum discrimen intercedere arbitramur inter Planetas primarios,

rios, & secundarios: quamquam aliquid dissimilitudinis subesse inter utroque, ex iis, quæ de Luna inferius tradentur, argumentum capere possimus.

48. Neque de Cometis multo aliter opinaturi essemus, nisi singulare caudarum phænomenon in iis occurreret, quod phænomenon in causa est ut credamus, peculiarem eorum esse naturam, atque a Planetarum constitutione longe diversam. Utque de caudis primum dicamus, non desunt, qui censeant eas jubar esse Solis per corpora Cometarum, quæ translucida credunt, transmissum: ducta similitudine ab eo lumine Solari, quod per fenestræ foramen immissum, in cubiculo tenebroso conspicitur, quodque Cometæ caudam quodammodo refert. Verum hoc non posset efficere, ut tantos radios videremus; libere enim radii Solis per corpus pellucidum transirent, neque a nobis magis illic animadverterentur, quam in regionibus proximis, nisi quatenus ab ipso corpore Cometæ reflectuntur ad nos: ea autem lux reflexa exhiberet Cometæ instar Planetarum, absque ulla caudarum appendice. Verum quidem est in obscuriori conclavi per rimam admissos cerni radios solares, dum reliqua manent obscura: sed hoc ideo fit, quia lumen solare, quod per rimā, aut foramen subit, reflectitur à pulverum, fumorumque particulis per aerem semper volitantibus. Et sane jubar istud conclavis in aere fumis crassioribus infecto splendidus est, & sensum fortius ferit, in aere clariori tenuius est, ægriusque persentitur: id quod facile unusquisque animadvertere potest, excitato densiori pulvere in conclavi; eo enim per aerem volitante, jubar splendidius est; illo autem sedato, jubar languescit. At in Cœlo hujusmodi materia reflectens vel nulla est, vel si aliqua sit, quum ea, non ut conclave, æque illuminata sit, nihil est causæ cur ponne Cometæ caudæ conspici debeant, in cæteris locis non item. Qui ergo Cometarum caudas jubar esse Solis per eorum corpora translucida transmissum arbitrantur, ij non videntur scientia rerum opticarum satis imbuti. Accedit quod Cometarum corpora profundiora sunt, quam ut possint transire solaribus radiis per-

permittere ; quamquam ea ex materia purissima, trans-
lucidissimaq; constare supponantur. Denique si Cometa-
rum caudæ ab huiusmodi causa profluere, oporteret
eas semper protendi versus plagam Soli ex adverso po-
sitam : id quod falsum esse non modo ex iis, quæ supra
exposita sunt liquet, verum & ex inferius dicendis
patebit.

49. Sunt alii qui putant caudarum adparitionem
oriri ex refractione lucis in progressu ipsius a corpore
Cometæ Terram versus, Verum hæc quoque sententia,
quæ auctorem habet *Renatum Cartesium*, suis premitur
difficultatibus. *Primo* enim caudæ Cometarum num-
quam variegantur coloribus, qui tamen refractam lu-
cem numquam comitari non solent. Est enim lux, ut
Libro primo demonstratum est, corpus quoddam tenue
heterogeneum constatum ex radiis partim rubeis, par-
tim flavis, partim viridibus, partim violaceis, partim
aliorum colorum, qui dum permixti, confusique sunt
inter se, albedinis sensum excitant, at refractione sepa-
rati suos quique colores præbent. Quapropter si Co-
metarum caudæ orirentur ex refractione lucis, quæ a
Cometis ad nos tendit, eas necesse esset nonnullis colo-
ribus imbutas esse; eo magis quod refractione sit a longin-
quo intervallo, adeoque radii melius segregantur. Et
secundo si talis esset caudarum origo, cur stellæ fixæ, &
Planetæ, ex quibus etiam lux ad nos progreditur, suis
caudis destituuntur? scilicet hæc sidera aperte ostendunt
medium cœleste nulla vi refractiva pollere: si enim ali-
quam haberet, etiam circa stellæ fixas, aque Planetas
caudæ adparituræ forent, Nam quod dicitur fixas ab
Ægyptiis comatas interdum visasuisse, id quoniam
rarissime accidit, adscribendum potius est nubium re-
fractioni fortuitæ; cui *Cartesius* ipse adscribit comam
ab *Aristotele* circa fixam in femore *Canis* visam: quem-
admodum *Halones*, qui quandoque Lunam cingunt, a
consimili causa oriuntur; quæ causa atmosphæræ nostræ
limites non excedit, ut postea explicabitur.

50. Et sane ipsa siderum radiatio, & scintillatio
non quidem ad ætherem, per quem lux propagatur, sed
ad

ad refractiones tum oculorum, quum aeri s tremuli referendæ sunt, quippe quæ admotis oculo Telescopiis evanescent. Aëris, & adscendentium vaporum tremore fit, ut radii facile de angusto pupillæ spatio per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura non item: ex quo scintillatio in priori casu generetur, in posteriori autem casu cesset necesse est. Cessatio autem in posteriori casu ostendit, lucem per Cælos transmitti ad nos absque ulla sensibili refractione. Accedit & illud etiam, quod radii, qui & pupilla, & palpebris excipiuntur in longinquo spatio dilatantur, dum utrinque a palpebrarum interiore parte in pupillam reflectuntur; cpi referendum est, quod facula noctu ex aliqua distantia prospecta multo major videatur, quam si prope adstetimus. Eodem fortasse pertinet, quod adhibitis optime etiam notæ Telescopiis moles siderum inerrantium minuat potius, quam adaugeatur. Ea enim longius distant a nobis, quam ut cuiusvis vel optimi Telescopii ope amplificari possint; Telescopiorum autem subsidio omnes illi radii refectantur, quibus nudis oculis spectantibus cincta adparent: iisque refectis non aliam, nisi punctorum lucidorum speciem præbere possunt.

§ 1. Non sum nescius nonnullos hic dicere, idcirco in Planetis, stellisque fixis nullas caudas adparere, quod eorum lumen debilius sit, quam Cometarum, Nam & Cometæ ipsi, quorum lumen obtusius, debiliusque est, nullis caudis sunt instructi: in quo quantum fallantur, explorata profecto res est. *Primo* enim ex Planetis Venus, Juppiter, & Luna præclaro, fulgentique lumine donantur; ex sideribus autem inerrantibus ea, quæ sunt magnitudinis primæ, præsertim vero *Sirius*, & *Capella*, & lucida *Lyra* lumen copiosissimum fundunt, quamquam caudata prorsus non sint, Et *secundo* Cometæ sæpe visi sunt caudatissimi, etiam si eorum lux tenuis esset, atque obtusior; quemadmodum ex Cometarum historia luculentissime colligitur. Veluti Cometa anni 1680 mense *Decembri*, quo tempore ipse luce sua vix æquabat stellas secundæ magnitudinis, caudam emittebat splendore notabili usque ad gradus 40, 50, 60 longitu-

gitudinis, & ultra. Postea mense *Januario* sequentis anni 1681 caput adparebat ut stella sextæ magnitudinis, vel fortasse minor: cauda vero luce pertenui, sed satis sensibili longa erat sex, vel septem gradus, & luce obscurissima, quæ cerni vix posset, porrigebatur ad gradum usque duodecimum, & paullo ultra. Sed & *Februario* mense, quo tempore caput nudis oculis videri desierat, caudam gradus duos longam Teloscopio observarunt Astronomi. Similiter Cometa, quæ superiori anno 1737 in hac etiam Civitate Regia observata est, lumen habuit adeo tenue, ut vix nudis oculis posset discerni, quamquam caudam ferret manifesto adparentem.

52. Has difficultates quum pervidisset *Isaacus Newtonus*, nihil verisimilius excogitari posse arbitratus est, quam conjiciendo Cometarum caudas oriri ex vapore longe tenuissimo, quem Cometa ipsi a Sole calefacti emittunt. Quemadmodum enim in nostra atmosphæra fumus, qui ex accenso egreditur corpore petit superiora, & quidem recta si corpus quiescit, oblique vero si corpus è latere moveatur: ita in Cœlis ubi corpora gravitant versus Solem (ut inferius constabit) fumi, & vapores, qui ex iis corporibus elabi possunt, ascendere debent a Sole, ab eoque recedere, & superiora vel recta petere si corpora sumantia quiescant, vel oblique si corpora progrediendo loca semper deserunt, a quibus superiores vaporis partes ascenderunt: ab his autem vaporibus lux Solis versus oculos nostros reflexa, caudarum speciem exhibet. Neque vero, hac conjectura recepta, difficile erit intelligere, quare caudarum partes illæ, quæ sunt pone corpus Cometae, manifestiores sint, atq; limite minus indistincto terminentur: id scilicet fit, quia vapor in columnæ latere præcedente recentior est, adeoque tam densus, ut lux inde copiosius versus oculos nostros reflecti possit.

53. Sed enim impossibile aliquibus videtur vapores, & fumos è Cometarum corporibus egredientes sufficere posse ad implenda tanta spatia, quanta profecto Cometarum occupant caudæ, quarum aliquas plusquam sextam Cœli partem tenuisse constat. Verum ipse, quem

quem modo laudavimus, *Newtonus* rem facile intelligi posse demonstravit, dummodo ad raritatem aeris nostri animus referatur; & præterea vapores illi tam esse elastici supponantur, quam sunt particulæ aeris; quamquam nihil vetet elasticiore etiam eos supponere. Aer enim juxta superficiem Terræ spatium occupat fere 850 vicibus majus, quam aqua ejusdem ponderis; ideoque aeris cylindrus pedes 850 altus ejusdem est ponderis cum aquæ columna pedali æqualis latitudinis. Quapropter quum universa aeris columna ad summam atmosphæram adurgens æquet pondere suo columnam aquæ 33 pedes circiter altam; si quidem ex tota columna aerea dematur pars inferior pedum 850, pars reliqua æquabit pondere suo columnam aquæ altam pedes 32. Præterea compressio, sive densitas aeris in quovis loco atmosphære est ut pondus incumbens ipsius, ut pluribus observationibus confirmatum est a Philosophis: scilicet densitas aeris prope superficiem Telluris est ad densitatem aeris in altitudine ab eadem superficie pedum 850, ut 33 ad 32; uti enim modo vidimus pondus totius atmosphære est ad pondus ejusdem atmosphære detracta parte inferiori pedum 850, quemadmodum se habet 33 ad 32. Denique illud etiam constat, gravitatem cujusvis corporis in recessu ipsius a centro Telluris sic decrescere, ut crescit quadratum distantie.

§4. Quibus positis, si ineatur geometrice calculus, deprehendetur aerem a superficie Terræ, ubi ad altitudinem unius tantum semidiametri terrestris adscenderimus, rariorem esse, quam in eadem superficie in ratione longe majore, quam spatii omnis infra orbem Saturni ad globum diametro unius digiti descriptum; ideoque globus aeris nostri digitum unum crassus ea raritate, qua est in regione semidiametrum unam terrestrem a nobis elata, implere posset omnes Planetarum regiones, usque ad orbem Saturni; immo etiam ulterius. Itaque quum aer adhuc altior in immensum rareseat, cauda autem altissime adscendat, debet ea cauda esse quam rarissima. Non multum ergo materię postulabitur

tur ad caudas constituendas, si dicamus fumos egredientes à corpore Cometarum esse ad instar aeris nostri summa elasticitatis vi donatos. Accedit & illud, quod quotidiana experientia nos docet, scilicet fumum ab accenso ligno elabentem in immensam latitudinem diffundi solere.

55. Et sane caudarum insignem esse raritatem colligitur ex eo, quod astra per eas transluceant: quod quidem non fieret, si illæ ex materia densiori constituerentur. Nam si atmosphæra terrestris longe minus crassior luce Solis splendens astra omnia, immo ipsam Lunam penitus obscurat, atque extinguit, quanto magis necesse esset, ut caudæ Cometarum, quæ longe profundiores sunt, luce Solis illustratæ stellas fixas, etiam primæ magnitudinis, ne dum eas, quæ sunt magnitudinis sextæ obscurarent? quum tamen eæ absque ullo splendoris detrimento transluere deprehendantur. Inde igitur manifesto colligitur caudas Cometarum esse quam rarissimas. Quæ etiam causa est, quare splendor earum sit admodum debilis: is enim non longe abire solet ab aeris luce in tenebroso cubiculo, in quod foramen digitum unum, vel duos latum lucem Solis immittit.

56. Observandum autem sedulo hic est, caudas Cometarum non adscendere perpetuo ab eorum corporibus, ac deinde brevi evanescere, sed eas ipsorum Cometarum quotidianas esse pedissequas; id quod unde fiat explicandum est. Scilicet si Cometæ quiescerent, vapores, & fumi ex eorum corporibus egredientes recta adscenderent in plagam a Sole averSAM, quemadmodum paullo supra adnotatum est; essentque caudæ tamquam totidem columnæ perpendiculariter insistentes ad corpora Cometarum respectu Solis: ex quo etiam necessario fieret, ut eæ spectatoribus terrestribus essent inconspicue. Quum enim in eam Cœli plagam protendantur, quæ Soli ex adverso est, profecto nihil luminis a Sole mutuari possunt, quod deinde versus oculos nostros remittant; ipsis scilicet Cometarum corporibus Solis lumen interceptantibus. Nunc vero quum Come-

tæ errent per spatia Cœlestia, supradictæ columnæ inclinabuntur ad corpora Cometarum; quumque adhuc participes sint motus Cometis insiti, quem, quum in iis essent, habuerant, non mirum est si eæ pergant diu per Cœlos una cum ipsis Cometarum corporibus moveri. Nec obstant spatia Cœlestia: ea enim, uti supra vidimus, omni pene resistendi vi destituta sunt. Quin immo ex ipsarum caudarum raritate, & motu inferri debet, quanta cum facilitate media ætherea pererrari possint.

§7. Est præterea observandum, caudas eo potissimum tempore Cometis adnasci, quo sunt in Perihelio, sive non longe à Sole distantes. Enim vero quum primum Cometæ descendere incipiunt versus Solem, aut nullis omnino caudis instructæ sunt, aut nonnisi brevissimas trahunt. Sed posteaquam Soli adpropinquarunt, vi Solaris caloris non modo fumi, vaporesque copiosius educuntur ex Cometis, verum etiam illi in immensum rarescunt; itaque immanis incipit cauda efformari, quæ, uti dictum est, in nonnullis Cometis sextam Cœli partem occupasse deprehensa est.

§8. Sed deinde paulatim à Sole recedentibus Cometis, ipsæ caudæ, quæ sunt eorum pedissequæ, in regiones longinquas abibunt: & vel inde post longam annorum seriem cum iisdem ad nos redibunt, sed multo brevioribus, si fortasse durare potuerunt; vel potius ibi rarefactæ paulatim evanescent: quod multo verisimilius est. Vapor enim in spatiis illis liberrimis perpetuo rarefcit, ac dilatur. Ex quo fit etiam ut cauda omnis ad extremitatem superiorem latior sit, quam prope Cometam; scilicet quia illic vapor est magis rarefactus, hic vero densior est. Hæc autem doctrina non levem confirmationem traheret ex observationibus eorum, qui diligenter Cometarum corpora, & motus contemplatos se esse professi sunt, siquidem observationes illæ veræ sint. Cometarum enim descendantium corpora multo majora sibi visa esse memoriæ prodiderunt, quam postea quam Perihelium attigerunt, aut inde recedere cœperunt; tum enim aucta cauda, corpus ipsum Cometæ minus

C 2

sem-

semper, minusque adparuisse testati sunt; unde credibile est Cometas exhauriri, atque in vapores abire.

59. Sed longe majus est id, quod *Newtono* in opinionem cecidit de usu, quem præstant caudæ Cometarum in generatione, ac corruptione rerum, quam ut hic possit silentio præteriri. Censuit *Newtonus* caudas Cometarum rarefactione perpetuo dilatatas diffundi tandem, ac spargi per Cœlos universos, deinde paulatim in Planetas per gravitatem suam attrahi, & cum eorum atmosphæris misceri; idque non casu, sed sapientissimæ Divini Opificis decreto fieri arbitratus est. Quemadmodum enim maria ad hujus Terræ, cæterorumque fortasse Planetarum constitutionem omnino requiruntur, ut scilicet ex iis per calorem Solis vapores copiosius educantur, qui deinde vel in nubes coacti decidunt in pluviis, Terramque omnem, atque Planetas ad incrementum vegetabilium irrigent, vel etiam in frigidis montium jugis condensati, ut nonnulli non absurde philosophantur, decurrant in fontes, fluminaque; sic ad conservationem marium, & humorum in Planetis requiri videntur Cometæ, ex quarum exhalationibus, vaporibusque condensatis quidquid liquoris per vegetationem, putrefactionemque consumitur, inque terram aridam convertitur continuo suppleri, reficique possit.

60. Etenim vegetabilia omnia ex liquoribus omnino crescunt, dein magna ex parte in terram aridam per putrefactionem abeunt; & limus ex liquoribus putrefactis perpetuo decedit; Itaque moles terræ aridæ in dies augetur, & liquores, nisi aliunde augmentum sumerent perpetuo decrescere deberent, ac tandem deficere; id quod minime fit. Accedit, quod aquam durorum corporum incremento inferuire quotidianæ doceant observationes; quum tamen nullis adhuc observationibus constet corpora dura aquarum incremento usui esse: id quod efficit, ut verisimilior videatur opinio *Newtoni* docentis id caudis Cometarum, quæ Terræ, Planetisque cæteris quandoque occurrunt,tribuendum esse. Sed & idem *Newtonus* spiritum illum, qui aeris nostri pars mini-

minima est, sed subtilissima, & optima, & ad rerum omnium vitam requiritur, quæque *aura vitalis* adpellari jure potest, omnem ex Cometarum caudis venire suspicatur.

61. Quod si conjecturis indulgere liceret, non vereretur & illud etiam addere, posse aliquando Cometarum caudas aeri nostro mutationes animalibus, & vegetabilibus præcipue sensibiles inducere. Fac enim caudam Cometæ Telluris nostræ atmosphæram attingere; aut etiam, si id minus placet, fac istius materiæ per Cœlos late diffusæ partem gravitate sua in Terram decidere. Materia isthæc è regionibus longinquis, & peregrinis advecta, ingentemque colorem adepta magnos motus, atque tumulus in aere excitare potest, ex quibus aliquid animalia, ac vegetabilia pati posse rationi consentaneum esse videtur.

62. Nunc ut ad ipsa Cometarum corpora veniamus, jam apud omnes Astronomos doctiores constat, ea esse opaca, Planetarum instar: immo genus esse quoddam Planetarum, ut inferius explicabitur. Nec sane aliter adparent, quam Planetæ, si Telescopio conspiciantur: nili quod fumus ille copiosior, quo videntur involuta, quoque Planetæ carent, ostendit Cometarum naturam longe diversam esse à constitutione Planetarum. Discrimen autem omne in eo positum esse videtur, quod priores postquam a Sole calefacti sunt, emittendis vaporibus, atque fumis sint idonei, quum tamen posteriores nihil tale emittere possint: quæ causa est quare Cometæ quidem caudati sint, Planetæ vero non item. An autem Cometæ magis, quam Planetæ humidi sint, ut scilicet major vaporum copia elici ex iis possit, an vero constent ex materia inflammabili, ex qua fumus continens exeat, id quidem adfirmare certo non possumus. Illud ambigi non potest Cometarum corpora per continuas fumorum emissiones sensim decrescere debere, nisi alii aliorum jacturas ope caudarum sarcire, atque reparare continuo adnitantur.

63. Fuerunt qui Cometæ haud quidem corpora solida, compacta, fixa, & durabilia, ad instar Planetarum,

sed magnam vaporum, atque exhalationum Terræ, Solis, ac Planetarum vim esse arbitrati sunt: in quo quam turpiter lapsi sint, vel ex Cometa anni 1680 ostendi potest; cujus Cometæ, dum in Perihelio versabatur, distantia a centro Solis erat ad distantiam Telluris ab eodem centro Solis circiter ut 6 ad 1000: quemadmodum summi Vir ingenii *Isaacus Newtonus* ex observationibus ejus Cometæ subduxit. Si enim nihil aliud essent Cometæ, quam vapores, exhalationesque Planetarum in unum collectæ, profecto hicce Cometa in transitu suo per viciniam Solis statim dissipari debuisset. Quum enim calor Solis intendatur, vel remittatur in duplicata ratione distantia imminuat, vel aucta, necesse fuit ut calor Solis apud Cometam, dum is versabatur in Perihelio esset ad calorem Solis æstivum apud nos, ut se habet 1000000 ad 36, sive etiam ut 28000 ad 1 fere. Itaque quum calor aquæ ebullientis sit quasi triplo major, quam calor, quem Terra arida concipit ad æstivum Solem, quemadmodum per experimenta cognitum est; prætereaque calor ferri candentis sit quasi triplo, vel quadruplo major, quam calor aquæ ebullientis: haud difficile colligetur calorem, quem Terra arida apud Cometam in Perihelio versantem ex radiis solaribus concipere potuit quasi 2000 vicibus majorem fuisse, quam calorem ferri candentis. Tanto autem calore corpus ex vaporibus exhalationibusque coalescens statim consumi, dissiparique debuisset.

64. Ex his, quæ novissime exposita sunt, adparet Cometas, saltem illos, qui multum accedunt ad Solem, in Periheliis magnum calorem concipere: Sed hunc calorem diutissime conservare posse vix dubitabit, qui consideret globum ferri candentis digitum unum latum aeri expositum calorem suum omnem spatio horæ unius vix amittere; globos autem majores calorem diutius conservare in ratione diametri: propterea quod superficies, ad cujus mensuram per contactum aeris ambientis refrigerantur, in illa ratione minor est præ quantitate materiæ calidæ inclusæ. Sunt enim quantitates materiæ in globis contentæ in triplicata diametrorum ratio-

qes

ne; at vero superficies globorum sunt in duplicata earumdem diametrorum ratione; adeoque quum calor in globis conservetur pro ratione materiæ, atque adeo in triplicata ratione diametrorum, decreſcat vero pro ratione ſuperficiel, atque adeo in duplicata ratione earumdem diametrorum, ſequitur eum conſervari in ratione diametrorum ſimplici. Itaque quum corpora Cometarum ſint vaſtiſſima, ea calorem a Sole mutuatum diutiſſime conſervent neceſſe eſt: nam globus ferri candentis huius Terræ æqualis, id eſt pedes 39231564 latus, vix refrigeret diebus 19615782, qui ſunt anni fere 53741. Sed Cometæ ejuldem magnitudinis diuturnius calorem ſibi conſervabunt; vidimus enim calorem ab iis in Perihelio conceptum longe vegetiorem eſſe calore ferri candentis.

CAPUT TERTIUM.

De Ordine, atque diſtantiis Corporum cœleſtium: ubi de ſyſtemate Ptolemaico, Coperniceo, & Tycho-nico.

65. **L**uſtratis corporibus cœleſtibus, eorumque natura indicata, dicendum modo eſt de ordine, atque diſtantiis ipſorum. Primuſque omnium ſe ſe offert *Claudius Ptolemæus*, qui primus diſputaſſe traditus de ordine Planetarum, deque ſtructura totius Univerſi, quique tantum gloriæ ex Aſtronomia, cæteriſque diſciplinis Mathematicis apud Græcos ſibi comparaſſe fertur, ut *Divinus*, & *Sapiens*, & *Aſtronomiæ Princeps* paſſim diceretur. Is itaque rerum univerſitatem ita credidit eſſe diſpoſitam. Poſuit Tellurem noſtram in Mundi centro fixam, pondereque ſuo immotam; reliqua vero corpora, quæ a Luna ulterius porreſta ſunt omnia circa Tellurem ſtatis temporibus circumverti arbitratus eſt; ita tamen ut Telluri proxima eſſet Luna; hanc ſubſequerentur Mercurius, & Venus; deinde Sol; Solem vero exciperent primum Mars, tum Juppiter, poſtea Saturnus; denique firmamentum, ſive ſphæ-

ra stellarum fixarum . Censuit præterea stellas tum errantes , quum inerrantes sphaëris , & quidem solidis infixas esse, cumque illis una moveri ; adeoque suam Lunæ, suam Mercurio, suam Veneri, suam Planetis cæteris, suam denique stellis fixis sphaeram solidam attribuit, quas ad eandem a Tellure distantiam in una Cœli solida superficie Telluri concentrica affixas esse credidit . Præter has sphaëras tres alias superiores finxit ; duæ *crystallinae* vocantur , quæ motibus *trepidationis* , aut *librationis* (utrumque enim nomen usurpatum est ab iis, qui hoc systema amplexi sunt) cientur, ad explicandam scilicet nescio quam vacillationem, quam in stellis fixis se deprehendisse autumavit . Tertia , quæ est sphaërarum ultima, quæque Universum ambit, atque terminat *Primum Mobile* vocatur, cujus diurna vertigine cæteræ omnes sphaëre inferiores, salvis suis in ortum motibus, ab ortu in occasum rapiuntur.

66. Hæc est Universi structura , quæ sub nomine systematis *Ptolemaici* in Scholis traditur, quæque quamquam falsa esset, & absurda , diu tamen obtinuit apud Astronomos ; neque nisi ætate *Copernici* cœpit primum antiquari . Memorabilis est vox , ut ut deimentissima, *Alphonſi X. Castella, & Legionis Regis* , qui Mundum ita a Deo conditum , digestumque arbitratus , quemadmodum hauserat ex libris *Ptolemai* , cujus auctoritatem mirum in modum reverebatur, temperare tamen se non potuit, quin carperet structuram tam inconcinnam , tamque operosam ; & ut erat ingenio acer, ac vehemens dixisse fertur . *Si principio Mundi ipse Deo adfuisset, multa melius, ordinatiusque condenda fuissent.*

67. *Ptolemaum* excipit *Nicolaus Copernicus* , qui *Pythagoræ* , *Philolai* , *Aristarchi* , aliorumque veterum *Pythagorica* sectæ sapientium de stabilitate Solis sententiam prorsus emortuam exsuscitans , novum Mundi systema protulit miræ & simplicitatis, & elegantiae, in quo nihil proponebatur , quod non cum Cœlo adamussim consentiret . Erat illi Sol in medio fixus & immotus : tum se se explicabant Solem circumeuntium orbitæ Mercurii , Veneris , & Telluris, cui superaddebatur via
Lunæ,

Lunæ; quippe quæ Tellurem suo motu comitatur, & cingit: deinde Martis, Jovis, Saturnique orbitæ circa Solem quoque descriptæ consequebantur; ultra quos Planetas ad immensam, ac pene infinitam distantiam locabantur stellæ fixæ: quod novissimum quare a *Copernico* fuerit constitutum, infra notescet. Sed deinde quum detecti essent Jovis, Saturnique aseeclæ, ut horum quoque ratio haberetur, superadditæ sunt a *Copernici* secutoribus his Planetis secundariorum orbitæ, Jovi quidem quatuor, Saturno autem quinque, cui suus & annulus concessus est.

68. Sed illud etiam a recentioribus *Copernicano* systemati adjectum est, scilicet ut circa Solem, præter Planetas prædictos, revolverentur quoque, sed in orbibus acutissimis, ipsique admodum excentricis, Cometæ; idque eo consilio factum est, ut possent ipsi modo ad Solem accedere, modo vero longis intervallis ab eo recedere. Cometarum enim nulla sedes est certa; quippe interdum supra Saturnum altissime evehuntur, deque conspectu nostro abeunt, interdum vero infra ipsum maxime descendunt, ut inferius demonstrabitur. Quia immo traditur de nonnullis, eo usque in Planetarum regionem penetrasse, ut Soli Mercurio ipso viciniore extiterint; ut de Cometa anni 1680 refert *Newtonus*, qui minus distavit a Sole, quam parte sexta diametri Solaris. Per orbem autem acutissimos intelligendi sunt orbem versus partem unam longissimi, extentissimique, versus partem vero alteram gracillimi ad instar longioris olivæ, vel ovi. Et vero quum Cometæ talibus orbibus Solem complectantur, is tamen non in centro ipsorum orbium, sed longe præcul ab illo versus regiones, quæ sunt prope alterum verticem partis longioris constituitur: sic enim intelligendum id, quod modo adnotatum est; scilicet orbem, in quibus revolvuntur Cometæ esse Soli admodum excentricos.

69. Systema hætenus descriptum *Solare* passim dicitur, compositumque est partim ex primariis, secundariisque Planetis, partim vero ex Cometis; Solareque dicitur, quia, Sol tenet centrum systematis. In eo autem

tem systemate, quod præcipuo loco habendum est, occurrunt præterea tria alia systemata minora unum Saturni, alterum Jovis, tertium Telluris; quorum primum conflatur ex Saturno, annulo, satellibusque quinque; diciturque systema Saturni, ex eo quia Saturnus systematis illius centrum occupat. Secundum constituitur ex Jove, satellitibusque quatuor, adpellaturque Jovis systema, quia similiter Juppiter systematis centrum occupat. Et tertium denique constat ex Tellure, ejusque assecla Luna; diciturque systema Telluris, quia centrum hujus systematis a Tellure occupatur. Ubi notandum est apud *Renati Cartesii* sectatores ideam fere systema obtinere, quamquam nominibus immutatis, quod enim nos vocavimus systema Solare, illi *Vorticem Solarem* dicunt: in quo vortice vastissimo, latissimoque fluctuare ajunt plures minores vortices, præsertim vero Saturni, Jovis, & Telluris, quibus Planetis sui comites adherent.

70. Cæterum quemadmodum Sol, qui unum est ex sideribus inerrantibus, constituitur in centro omnium Planetarum, Cometarumque, quos hætenus vidimus, ita quoque putandum est, reliqua sidera inerrantia esse tamquam totidem Soles, quibus sui fortasse circumpositi sunt Planetæ, sui Planetarum Comites, sui que etiam Cometæ. Quod si verum est, quemadmodum magnam veri speciem præferre videtur, jam infinita in hoc Universo existent Solaria systemata descripto huic nostro non absimilia. Ita certe sensit magnus Philosophus *Renatus Cartesius*. Voluit enim Cælum tot vorticibus contiguus insideri, quot sunt sidera inerrantia, sive etiam quot sunt stellæ fixæ; nam in centro singulorum vorticum singulas fixas locavit, quibus has a natura partes datas esse statuit, ut luce sua Planetas omnes circumgyrantes collustraret; quemadmodum Soli nostro datum est omnes hujus nostri vorticis regiones, omniaque corpora, quæ in eo moventur, & errant suo lumine præsentissimo illuminare.

71. Audiamus quæso *Christianum Hugenium* ita de hac re præclare differentem. Nos vero una cum præcipuis

quis nostra ætatis Philosophis ne dubitemus eandem omnium stellarum, & Solis naturam existimare. Ex quo jam Mundi idea multo major nascitur, quam quæ hæc hactenus traditis percipiebatur. Quid enim nunc probet, quin unamquamque ex stellis hisce, sive solibus haud aliter, ac Sol noster, circum se Planetas habere putemus, qui rursus suis Lunis stipati sint? Immo hoc ita se habere manifesta ecce ratio suadet. Etenim si cogitatione in Cæli regionibus nos ponamus non minus a Sole, quam stellis fixis remotos, nihil quidquam certe discriminis hæc inter, atque illum essemus animadversuri. Longe enim abest, ut corpora Planetarum Solem ambientium conspiciamus, vel ob tenuissimam eorum lucem, vel quod universæ, quibus feruntur orbitæ in unum idemque lucidum punctum una cum Sole confunderentur. Hic igitur positi merito eandem omnium stellarum rationem, naturamque esse existimaremus, & ex una propius inspecta de cæteris quoque iudicari posse nihil ambigeremus. At nunc Dei benignitate ad unam ex ipsis, Solem videlicet nostrum, admoti sumus, ac tam prope accessimus, ut circum eam sex minores globos converti cernamus, & circum horum quosdam alios obire secundarios. Cur itaque non eo iudicio nunc utamur, ac prorsus verisimile putemus, non solam hanc stellam tali comitatu cingi, aut aliqua in re cæteris præminere? Quam admirabilis igitur, quamque stupenda Mundi amplitudo, & magnificentia jam mente concipienda est, quum tot Soles luceant in Universo, singulos vero Soles tot Terræ cursibus suis complectantur, & cingant.

72. Copernico successit Tycho Braheus nobilis Danus, qui veritatis primum, deinde vero elegantie rationem habendam ratus, dissensit quidem ab illo in eo, quod posuit Solem quiescere, Terram vero crassum, pigrumque, inhabileque corpus ad movendum agitari in orbem, in cæteris minime discepavit. Itaque Coperniceo ordini levissimam permutationem inferens, commutatis scilicet locis, atque officiis Solis, Tellurisque, aliud non æque sane elegans, sed verum, ac inconcussam Mundi systema protulit. Hoc autem ita se habet. Censuram

trum systematis occupat Tellus immobilis, & fixa, circa quam statim revolvitur Luna ad modicum interval- lum. Tum ad distantiam longe majorem Sol circum- fertur; atque ad distantiam longe adhuc majorem cir- cumferuntur sidera inerrantia. Circa Solem vero re- volvuntur Planetæ hoc ordine: primum Mercurius; deinde Venus: tum Mars; postea Juppiter una cum suis quatuor satellitibus: denique Saturnus cum suo annulo, atque cum suis quinque satellitibus; quibus recentiores *Tychonici* addunt Cometas, quas Solem or- bibus suis acutissimis circumire docent. Sed enim ut trium modo expositorum systematum descriptionem ex imaginibus etiam, atque picturis peterent Lectores, tria schemata excudenda curavi, quorum primum (Fig. 2.) *Ptolemæi*; secundum (Fig. 3.) *Copernici*; tertium (Fig. 4.) *Tychonis Brahei* systema ad oculum exhibet.

73. Distantiæ Planetarum, quas hic subijcimus, mediocres sunt; mediæ scilicet inter *maximas, mini- masque* distantias: Nam, ut inferius constabit, Planetæ primarii ita revolvuntur circa Solem, ut modo ad ip- sum accedant, modo vero ab eo recedant; neque aliter faciunt secundarii circa primarios suos. Pendent au- tem distantiae mediæ ex ipsis maximis, minimisque distantias, cum quibus illæ arithmeticam servant pro- portionem; adeoque semisumma distantiarum maxi- marum, & minimarum dat distantias medias, de qui- bus hoc loco agendum est.

74. Jam quemadmodum magnitudines Planetarum ad magnitudinem Telluris nostræ referre solent Astro- nomi, ita eorundem distantias cum ejusdem Telluris a Sole distantia solent comparare. Proportiones distan- tiarum in Planetis primariis ita se habent. Posita Tel- luris a Sole distantia partium 1000; Mercurius aberit a Sole earum partium 387; Venus 723; Mars 1523; Juppiter 5201; & Saturnus 9538: a qua distantiarum proportionem non multum recedunt *Keplerus*, & *Bul- lialdus*, qui Planetarum distantias diligentissime ri- mati sunt. Quod si vero distantia Telluris a Sole ponat- ur tantum partium 10, distantiae cæterorum Planeta- rum

rum a Sole fient, Mercurii fere 4, Veneris 7, Martis 15, Jovis 52, & Saturni 95.

75. Quum autem distantia Planetarum a Sole, ex auctoritate præstantissimorum Astronomorum, cum Telluris ab eodem Sole distantia comparata a nobis sint, videndum est quanta sit distantia ista; ut scilicet ejus notitia comparata, reliquarum mensuræ haberi facile possint. Dicimus ergo Terram abesse a Sole duodecim millibus fere diametris suis, ejus spatii amplitudo, si milliariibus designanda sit, plus quam 82356000 milliaria *Italia* comprehendet. Sed melius fortasse hanc vastitatem animo concipiemus, si motus cujusdam celeritatem eam metiamur, *Hesiodi* Poetæ exemplo, qui altitudinem Cœli, & Tartari profunditatem æquis spatiis definiens, novem dierum, noctiumque lapsu ferream incudem è Cœlo demissam ad Terram decima pervenire scripsit; ac tanto quoque tempore è Terræ superficie cadentem ad Tartara ferri. Nos vero non incudis lapsum, sed continuam potius celeritatem globi ex majore tormento emissi huc adhibebimus, quem singulis horæ scrupulis secundis, sive arteriæ pulibus centum circiter hexapedas conficere experimentis compertum est, quæ in *Ballisticis* commemorat *Mersennus*. Inito autem calculo si ex Terra ad Solem tanta illa celeritate globus continuo feratur, is annos ferme 25 esset insumpturus, antequam iter hoc peragat: adeoque a Jove ad Solem 125 annis opus habebit, a Saturno 250. Ex quibus quidem adparet, quanta sint istorum orbium spatia, quamque exilis eorum respectu Telluris nostræ globulus, in quo tam multa homines molimur, tantas navigationes instituimus, tot bella gerimus.

76. Satellitum omnium distantia a suis primariis designari passim solent per semidiametros ipsorum primariorum, ad quos illi pertinent; Lunæ nempe per semidiametros Telluris, & comitum Jovis per semidiametros Jovis; nam comitum Saturni distantia designantur per semidiametros annuli. Intervallum medium Lunæ a Terra est semidiametrorum terrestrium fere 60 $\frac{1}{2}$. Satellitum Jovis primus, sive intimus distat a centro Jovis

Jovis per semidiametros ipsius Jovis $5\frac{2}{3}$. Secundus per semidiametros 9; tertius per semidiametros $14\frac{1}{3}$; & quartus denique, sive extremus per semidiametros $25\frac{1}{3}$. Distantiæ satellitum Saturni ab ipso Saturno ita se habent. Primus, sive intimus satelles a centro Satur-

19

ni distat $1\frac{1}{2}$ semidiametris annuli; secundi distantia

20

est semidiametrum $2\frac{1}{2}$; tertii $3\frac{1}{2}$; quarti 8; & quinti denique, sive extremi 24.

77. Denique ut de stellarum fixarum distantiiis attingamus aliquid, sciendum est eas nostris majoribus omnino fuisse incompertas, nullasque iis succurrisse rationes earum definiendarum. Quin & Copernicus ut systemati suo caveret, (magno enim, ut deinceps explicabitur, se laqueo irretiri videbat, si sidera inerrantia parum a nobis abesse dicerentur) distantias siderum immenlas esse, ac pene infinitas monuit Astronomos. Qui primus tantam rem adgredi veritus non est, fuit magnum Astronomiæ præsidium Christianus Hugenius; qui quidem de siderum distantiiis ita differuit. *Qui ante nos definiendi tam vasti spatii rationem inierunt, nihil certi comprehendere potuerunt, propter nimiam observationum necessariorum subtilitatem, quæque omnem diligentiam superet. Itaque mihi unica hæc via superesse visa est, quam nunc insistam, qua saltem verisimile quid in re tam explicatu ardua consequamur. Quum ergo stellæ, ut iam diximus, totidem sint Soles, si earum aliquam Soli æqualem esse supponamus, erit illius tanto major, quàm Solis distantia, quanto adparens diameter diametro Solis minor erit: Nam quemadmodum siderum ad eandem a nobis distantiam constitutorum diametri veræ sunt inter se, ut se habent diametri adparentes; ita quoque siderum æqualium ad inæquales distantias a nobis constitutorum diametri adparentes erunt inter se, ut ipsæ distantiæ: ex quo deinde facile est colligere, diametros veras duorum siderum esse inter se, ut se habent diametri adparentes directe, & distantia etiam directe. Sed, pergit Hugenius, tam exigua adparent stella, etiam qua*

qua prima sunt magnitudinis, atque etiam Telescopio spectata, ut veluti puncta lucentia sine visibili latitudine refuleant. Quo fit ut huiusmodi observationibus nulla earum mensura deprehendi possit.

78. Quum itaque hac non succederet, tentavi qua ratione Solis diametrum ita imminuere possem, ut non maiorem lucem quam Sirius, aut aliud e clarioribus sideribus ad oculum mitteret. Occlusi ergo tubi duodecempedalis vacui aperturam alteram lamella tenuissima, cuius medio tam exiguum effeci foramen, ut linea partem duodecimam non superaret, siue pollicis centesimam quadragesimam quartam: Hunc tubum ea parte ad Solem obverti, altera oculo admovi, qui tunc particulam Solis cernebat, cuius diameter erat ad totius diametrum ut 1 ad 182. Quum enim Hugenius hanc observationem instituebat, Sol, ut totus conspiceretur, inspicendus erat per foramen, cuius apertura esset pollicis unius, linearum trium, sextæque adhuc partis unius lineæ: ex quo quidem facile colligitur, diametrum ejus Solis particulæ, quæ tunc per exiguum illud foramen conspiciebatur, tanto fuisse minorem tota Solis diametro, quanto prior apertura minor erat posteriori, siue etiam quanto unitas minor erat numero 182. Sed eam particulam multo clariorem comperiebam, quam noctu Sirius adparet.

79. Itaque quum longe magis arbandam Solis diametrum viderem, id ita effeci, ut in perforata huiusmodi laseina vitreum globulum obicerem minutissimum pari circiter diametro, ac prius illud foramen habebat, quo globulo antea hac ad Microscopia usus fueram. Atqui ex Dioptrices legibus instituto accuratissimo calculo fiebat

jam Solis diameter — eius particula —, quam per
 $\frac{1}{152}$ $\frac{1}{182}$
 foramen exiguum me prius conspexisse dixeram. Ductis
 $\frac{1}{152}$ $\frac{1}{182}$ $\frac{1}{27664}$
 autem in se —, & —, fit —. Ergo eusque contracto
 Sole, vel eusque remoto (erit enim effectus idem) ut dia-
 meter

praeter ejus sit — ejus, quam in Caelo intuemur, su-
27664

pereſt illi lux, quæ Sirii luci non cedit; Solis vero conſue remoti diſtantiæ erit neceſſario ad eam, quam nunc habet ut 27664 ad 1; & diameter paulum excedet quatuor ſcrupula ſecunda. Itaq; quum æqualis ei Sirius ponatur, ſequitur Sirii quoque diametrum totidem eſſe ejusmodi ſcrupulorum, diſtantiæque iſidem ad eam, quæ a Sole abſumus, ut 27664 ad 1. Quod quam incredibile ſit intervallum adparebit eadem ratione, quæ in æſtimanda Solis diſtantiæ adhibuimus. Nam ſi 25 annis opus habeat tormenti bellici globus continua velocitate, quanta exploditur, incedens ut a Terra ad Solem perveniret, iam numerus 27664 vicies & quinquies ducendus eſt, atque ita fiunt 691600; adeo ut pene ſeptingenta annorum millia inſumpturus ſit globus in tanta celeritate ſua, prius quam ad proximas ſtellarum inerrantium perveniat. Atque ad has ſtellas ſerena nocte oculos circumferentes, quantum horum iudicio comprehendere poſſumus, vix aliquot milliaribus ſupra verticem eas extare putamus.

80. Poſt *Hugenium Flaſtedius*, deinde vero plerique acutiſſimi Viri idem negotium omni cura ſuſceperunt, adhibita ſiderum annua parallaxi ab eodem *Flaſtedio* primum deprehenſa; cujus quidem parallaxeos ignoratio effecit, ut *Copernicus* immanes, ac pene infinitas ſtellarum fixarum diſtantias pronunciaret. Quid autem ab his conſtitutum ſit de ſtellarum fixarum diſtantiis tunc exponam, quum de ipſa ſiderum annua parallaxi agendum mihi erit. Satis nunc ſit admonuiſſe diſtantias illas ſive *Hugenii*, ſive aliorum ſubtiliſſimis calculis ſtare velimus eſſe quidem immenſas, ſed non infinitas, atque incomprehenſibiles, ut *Copernicus* cenſuit.

81. Ex tanta autem *Firmamenti*, ſive ejus ſphæræ, in qua ſtellæ conſtitutæ ſunt, magnitudine, illud ſequitur, reſtas lineas parallelas CA, NB (Fig. 5.) alteram per centrum Telluris C, alteram per quodvis ſuperficiæ Terreſtris punctum N duſtas, atque ad Firmamentum uſque pro-
ductas

duæ abscindere ex sphaerica illius superficie arcum AB, cujus nulla fere est proportio ad integrum ambitum Firmamenti: idemque verum esse liquet, quamvis rectæ lineæ parallelæ duci intelligantur per duo superficiæ terrestris puncta, etiam ex diametro opposita: quemadmodum sunt rectæ NB, nb ex punctis superficiæ terrestris N & n ex diametro oppositis egredientes. Ex quo quidem duo consequuntur. *Primum*, rectas lineas parallelas NB, nb, quæ a duobus superficiæ Terrestris punctis N, & n proficiscuntur, ulterius productas in unum idemque punctum B, vel b Firmamenti ad sensum coire; nam arcus Firmamenti Bb inter parallelas istas comprehensus nullius pene est magnitudinis, si ad universam Firmamenti amplitudinem animus referatur. *Secundum* rectas lineas NB, nB, quæ a duobus superficiæ terrestris punctis N, & n exeuntes, coeunt in unum idemque punctum B Firmamenti ad sensum haberi posse pro parallelis: adeoque angulum NBn ab ipsis comprehensum nullius fere esse magnitudinis: earum enim inclinatio in tanta distantia nulla pene est, Quæ omnia vera pariter erunt, si Telluris diameter multo major sit, quam a *Mathematicis* novissime deprehensa est.

82. Cæterum, ut idem hic rursus commemorem, verisimile est Firmamentum suam habere crassitudinem; nulla enim ratio nobis persuadet, ut credamus stellas fixas ad eandem omnes distantiam a Sole esse collocatas. Quod quidem si verum est, quemadmodum magnam veri speciem præferre videtur, cogitandum est intimum, nobisque propiorem Firmamenti corticem ea magnitudine esse donatum, ut ipsa Solis diameter, ne dum diameter Telluris, ad ipsius diametrum comparata instar puncti habeat. Quin immo Telluris a Sole distantia ut ut immensa statuatur ab Astronomis, tamen præ tanto inerrantium siderum intervallo exigua, atque insensibilis in posterum reputabitur.

CAPUT QUARTUM.

*De Motu Corporum Cœlestium periodico;
deque loco Firmamenti, in quo
videntur moveri.*

83. **J**Am vero recensita corpora cœlestia non eodem semper in loco consistunt, sed locum inter stellas fixas continenter mutare videntur. Dixi inter stellas fixas; & si enim ea longe infra sphaeram fixarum sint constituta, propiusque nos ætherea spatia trajiciant, tamen quum propter visus infirmitatem id nos distinguere non valeamus, videntur nobis inter sidera inerrantia esse posita, interq; ea moveri, tamquam si in eadem cum ipsis sphaera essent constituta. Neq; tantum in Planetarum, Cometarumque situ visus nos fallit, sed & fortasse in ipsis stellis fixis eundem in errorem incidimus: eas enim ad unicam sphaeram oculorum judicio referimus, quum tamen, ut supra expositum est, probabilius sit alias aliis longe superiores esse.

84. Id me admonet, ut in sideribus errantibus duplicem motum distinguam, *verum* scilicet, qui absolutus etiam, & realis dici potest, & *adparentem*. Motus siderum errantium verus est, quo illa in sphaeris suis, sive regionibus illis cœlestibus, quibus in regionibus constituta sunt, de loco in locum transeunt. Motus vero siderum errantium adparens est, quo ea locum inter ipsas stellas fixas, ad quas usque visus refert, mutare videntur. Ubi notandum est solos motus adparentes a nobis posse observari; de veris autem motibus id tantum comperti nos habere, quod ex adparentibus jam observatis, adsumpta aliqua hypothese, colligitur. Unde nihil vetat, quin adsumpta hypothesis sit falsa, quamquam ea motus adparentes accuratissime repræsentet.

85. Id quum ita sit, minus mirandum est, si non omnium Astronomorum sectæ consentiant in eo, quod ad siderum inerrantium motus veros pertinet. Ut enim

& Pro

a *Ptolemao*, ejusque fautoribus incipiam, his visum est sidera omnia quum errantia, tum inerrantia, eo ordine, quem *superiori Capite* exposuimus, circa Tellurem, quam immobiliter centrum Univerſi occupare cenſuerunt, ferri. Deinde quum hæc hypotheſis minus bene repræſentaret phænomena Planetarum, præcipue vero ea, quæ Mercurii, & Veneris modicos a Sole recessus respiciunt (ut ſuo loco explicabitur) *Copernicus* omnibus difficultatibus occurri recte poſſe arbitratus eſt ponendo Planetas omnes primarios, in quorum numero habuit & Tellurem, eo ordine, iisque ſere intervallis, quæ ſupra expoſuimus ferri circa Solem immobiliter in centro Mundi conſtitutum. Idem *Copernicus* iſſis ſtellis fixis, ut & Soli omnem motum denegavit; & quamquam eæ videantur ſenſim de loco in locum moveri, tamen nonniſi adparentur id eas facere demonſtravit; id quod ſuo etiam loco diſcutietur. Paulo poſt *Tycho Braheus* Telluris motum incredibilem reputans, in hoc quidem, inque ſtellarum fixarum quiete diſſenſit a *Copernico*, in cæteris vero ejus ſententiam amplexatus eſt. Itaque quum Tellurem centrum Univerſi occupare, circaque eam primum Solem ſpatio ſerme annuo, deinde ſtellas fixas, ſed longo temporis intervallo, revolvi poſuiſſet, conſtituit, ut reliqui Planetæ primarii Mercurius, Venus, Mars, Juppiter, & Saturnus curſibus ſuis Solem ambirent, ejusque motum circa Tellurem ſimul ſectarentur; adeo ut in *Tychonis* ſyſtemate motus primariorum duplex ſit, componaturque ex motu ipſorum proprio circa Solem, exque motu Solis annuo circa Tellurem.

86. Nos autem cum recentioribus *Copernicanis* non modo Planetas primarios, ſed & Cometas etiam circa Solem revolvi arbitramur, & quidem temporibus conſtitutis. Præterea ſecundarios Planetas ſtatis etiam temporibus circa ſuos primarios revolvi ponimus, cumque iis ſimul ferri circa Solem; quemadmodum ipſe *Copernicus* de Luna Telluris comite, quem ſolum ex Planetis ſecundariis novit, conſtituit: adeo ut in hoc *Copernici* ſyſtemate ita amplificato ſecundariorum

motus duplex sit, componaturque ex ipsorum proprio motu circa suos primarios, exque motu primariorum circa Solem.

87. Jam Planetæ primarii ita moventur circa Solem, ut tendant semper ab occasu in ortum, & rursus ita errant in cursibus suis, ut intra certos Cœli limites se se contineant, ultra quos numquam vagantur. Tractum istum Cœli stellati, quem Mercurius, Venus, Mars, cæterique Planetæ motibus suis lustrare videntur, quique Zona est duodeviginti prope gradibus lata, *Zodiacum* veteres dixere, ab imaginibus animalium, quas fixæ in isto tractu referre visæ sunt. Imagines istæ duodecim, ut supra dictum est, constitutæ fuerunt; fortasse quia hic numerus aptissimus visus est, quippe qui in duas, in tres, in quatuor, in sex, inque partes duodecim sine residuo est divisibilis. Zodiaci autem partes signa dicuntur, quorum nomina duobus versibus sequentibus notissimis, atque vulgatissimis comprehenduntur.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libraq; Scorpius, Arcitenens, Capræ, Amphora, Pisces
Unumquodque autem horum signorum in partes triginta æquales rursus distribuitur: idque eo consilio factum est, ut integer circulus, sive fascia Zodiaci, reliquorum omnium instar, in 360 partes æquales, sive gradus dividatur.

88. Quamquam autem Zodiaci nullum sit propriè initium, nullus finis, tamen Astronomi initium numerandi faciunt a *primo Arietis puncto*, sive *gradu*, in quo gradu Sol, ut inferius constabit, è Tellure videtur die vigesima prima Martii: quo tempore Ver incipit nobis Boreale Telluris hemisphærium incolentibus. Numeratio autem fit ab Ariete ad Taurum, inde ad Geminos; deinde ad Cancrum, atque ita deinceps, donec ad initium Arietis reversum denuo fit; Planetæ enim tali ordine Zodiacum pertransire videntur. Et quoniam motus Planetarum est ab occasu in ortum, etiam ordo signorum erit ab occasu in ortum. Ubi advertendum est motum Planetarum dici fieri in *consequentia signorum*,
quan-

quando is peragitur secundum ordinem signorum jam descriptum; scilicet ab Ariete ad Taurum, deinde ad Geminos, atque ita deinceps. Quod si vero videantur quandoque procedere contra ordinem signorum jam descriptum (id quod unde accidat, in loco explicabitur), dicentur moveri in *antecedentia signorum*: adeo ut quemadmodum motus in consequentia est ab *occasu in ortum*, ita motus in antecedentia est vicissim ab *ortu in occasum*.

89. Tempora autem, quibus temporibus Planetæ primarii absolvunt revolutiones suas circa Solem sunt longe diversa; nam quæ minus absunt a Sole citius, quæ vero magis remota sunt, tardius absolvunt circulationes suas. Mercurius perficit revolutionem suam circa Solem diebus 87, & horis $23\frac{1}{4}$. Venus diebus 224, & horis $17\frac{1}{2}$. Tellus nostra diebus 365, horis 5, & minutis $49\frac{1}{4}$. Mars diebus 686, horis $23\frac{1}{2}$. Juppiter diebus 4332, horis 14, qui sunt anni fere 12. Denique Saturnus revolutionem suam absolvit diebus 10759, horisque septem, qui sunt anni fere 30.

90. Sed contemplemur quæso parumper motum Telluris circa Solem: non dubito enim fore plerisque, quibus, etiam præcisa Romanæ Ecclesiæ auctoritate, inane prorsus, ac falsum videatur systema Mundi hætenus descriptum, saltem ea in parte, quæ ad motum Telluris, atque ad Solis stabilitatem pertinet; idque ea de causa, quod non Tellus, sed Sol ipse videatur vertente anno Zodiaci signa pertransire, Tellus autem adpareat quiescere immobilis, & fixa in centro Universi. Sed desinent omnes hoc ex capite falsitatis arguere *Copernici* systema, postquam ostensum fuerit Solem videri posse in speciem moveri, quamquam revera is quiescat; contra vero Tellurem revera moveri posse, quamvis nullum motus ipsius sensum terrestres incolæ habere videantur.

91. Quemadmodum enim qui sedet in amplissima Navi de loco in locum placido motu translata ipsius Navis motum non percipit ea de causa, quod partes Na-

vis eundem inter se situm , atque immutabiles positiones conservant cum se ipso, qui sedet in ea ; ita si Terra circa Solem movetur , non idcirco Telluris motus percipietur ab ejus incolis , quum ædificia , & cæteræ partes Telluris eodem semper in loco manentes relative quiescant. Vicissim vero quemadmodum ille idem, qui sedet in Navi, dum ipsa è portu provehitur, si ad immota littora oculos vertat, videt Terras , & ædificia , quæ revera immota manent, recedere.

Provehimur portum Terræque, Urbesque recedunt
ita Telluris incola, si Tellus ipsa movetur, Solem revera immotum moveri, atque in orbem circumferri videbit. Quod ut loculentius constet, placet schemate aliquo rem totam illustrare .

92. Repræsentet itaque S (Fig.6.) Solem fixum, & immotum in centro systematis Planetarii, & ABCD planum orbis Terrestris per ipsum Solis centrum transiens, in quo Tellus ab occidente ad orientem scilicet ab A, per B, C, D spatio ferme annuo movetur. Itaque si intelligatur planum ejusdem orbis ABCD produci usque ad Firmamentum, occurreret illud duodecim Zodiaci signis; dictum est enim Terram una cum Planetis cæteris cursibus suis periodicis Zodiaci signa lustrare: id quod *schemate* ipso satis demonstratur, in quo signa illa in orbem exarata sunt. Jam si Tellus constituitur in loco C, nempe sub initio Libræ, atque ex eo loco Terricola Solem observet, is Solem referet ad oppositum signum, scilicet ad initium Arietis: at vero Terra adpellente ad punctum D, tribus jam mensibus elapsis, quo tempore è Sole visa conspiceretur in principio Capricorni, idem Terricola referet Solem ad oppositum signum, nempe ad Cancræ initium. Quapropter Observator motus domicilii sui prorsus ignarus opinabitur Solem locum inter stellas fixas Zodiaci mutasse, atque ab Ariete, per Taurum, Geminos ad Cancrum adpulisse. Ex D vero ad A progrediens Terra, Sol ex ea conspicietur signa Cancræ, Leonis, & Virginis perlustrasse; & rursus dum aliam orbis sui medietatem describit

Ter-

Terra, Sol per sex signa opposita Libram, Scorpion, Sagittarium, Caprum, Aquarium, & Pisces in superficie Cœli sphaerica deferri videbitur.

93. Ex quibus consequitur iis, qui in Tellure degunt, Solem eundem in Cœlo circulum, eodemque tempore circa se describere videri, quem revera Tellus describit circa Solem, quamquam Tellus immota prorsus videatur. Neque id tantum de incolis Telluris, sed pari jure intelligendum quoque est de cæterorum Planetarum incolis, si qui sint. Scilicet Jovis incola observabit Solem in orbem agi circa se, eundemque circulum sub Zodiaco describere spatio ferme 12 annorum videbit, quem revera Juppiter describit circa Solem, qui tamen immotus eidem incolæ videbitur. Et similiter incola Saturni videbit Solem circa Saturnum in orbem agi, eundemque circulum sub Zodiaco spatio ferme 30 annorum describere, quem revera Saturnus circa Solem describit, qui tamen immotus eidem incolæ adparebit.

94. Erunt fortasse & alii, qui hoc alio argumento Telluris motum evertere contendant. Si Tellus moveretur circa Solem, oporteret ipsam quibusdam anni temporibus ad quasdam Zodiaci stellas propius accedere, aliis vero temporibus ab iisdem stellis longius recedere; unde stellæ illæ modo majores, modo vero minores adparere deberent; quemadmodum id in Luna, inque Planetis cæteris usuveneri videmus, qui quum sunt *Apogei*, idest longissime a Terra remoti, exigui adparent, quum vero sunt *Perigei*, hoc est Telluri vicinissimi, adparent grandiores. Neque solum aliqua magnitudinis mutatio in his stellis propter Telluris motum foret observanda, verum etiam observanda esset aliqua mutatio situs. Unde quum neutrum in Cœlo observetur; falsum esse ajunt Terram moveri circa Solem sub Zodiaci fascia, sed eam immobilem consistere in centro Universi.

95. Verum id non ex immobilitate Telluris, sed potius ex immensa stellarum fixarum a nobis distantia est repetendū, quæ tanta est ut ipsa orbis Terrestris diameter præ ea instar puncti habeat. Hinc enim fit ut

etiam si spectator aliquando propter motum Telluris ad quasdam stellas accessisse comperiat, tamen tantillus est accessus ille, ut nullam mutationem neque in situ, neque in magnitudine stellarum fixarum inducere possit. Firge in Terra duas turres sibi invicem propinquas, a quibus tamen spectator decem millibus passuum absit. Jam si is per unum tantum passum situm mutet ad turres accedendo, tantillo spatio admotus nec turres magnitudine auctas, nec a se invicem longius distantas videbit. Nec dissimiliter etsi Tellus accedat aliquando ad fixas per decies millesimam distantiae suae partem, nulla tamen orietur in stellis magnitudinis, aut situs adparens mutatio. Quod si consideremus accessum Telluris ad sidera aliquanto minorem esse: (Nam ex *Christiani Hugenii* computo superius adlato constat distantiam viciniorum siderum a Sole esse ad eam distantiam, quae est inter Tellurem & Solem, ut 27664 ad 1) tanto minus ponderis argumentum istud contra Telluris motum habere deprehendimus. Sed enim paucis ab hinc annis in Anglia primum, deinde in Gallia, Dania, novissimeque in Italia annuæ quaedam vicissitudines in ipsis stellis fixis præstantissimorum organorum, & observationum subtilissimarum ope deprehensæ sunt, quas vicissitudines, ex eo quod annuæ sint, nonnulli ad Telluris motum, sive etiam ad ejus accessum, vel recessum a sideribus inerrantibus retulerunt: de qua re consulendus est elegantissimus *Eustachii Manfredii* libellus de *annuis inerrantium siderum vicissitudinibus*.

96. Quemadmodum autem Planetæ primarii moventur circa Solem ab occasu in ortum, ita secundarii moventur circa primarios suos etiam ab occasu in ortum. Lunæ tempus periodicum circa Tellurem est dierum 27, & horarum circiter 7. Planetarum circumjovialium primus sive intimus revolvitur circa Jovem in uno die, & horis adhuc 18, minutisque 28. Secundus diebus 3, horis 13, minutis 14. Tertius diebus 7, & horis 4. Et quartus diebus 16, horis 18, minutis 5. Denique satellitum Saturni primus, sive intimus revolvitur die una, horis 21, & minutis 18. Secundus diebus 2, ho-

2, horis 17, minutis 41. Tertius diebus 4, horis 12, minutis 47. Quartus diebus 15, horis 22, minutis 41. Et quintus denique diebus 79, horis 7, & minutis 54.

97. Cometarum periodi ex observationibus certissime adhuc non constant. Extant tamen conjecturæ recentiorum Astronomorum de temporibus periodicis Cometarum. Nam Cometa annorum 1680, & 1681 eget, ex *Newtoni* calculo, annis plusquam quingentum ad revolutionem suam absolvendam. Ejusdem *Newtoni* judicio Cometa anni 1682 redditurus videbatur post annos 75: quorum utrorumque, multorumque præterea aliorum Cometarum vias diligentissime exaravit *Wifthonus* in Mappa Cometarum. *Cassinus* etiam Cometam visum anno 1702 perficere revolutionem suam credidit in annis 34; quem Cometam *Aristoteli* primum adparuisse certissimis argumentis evicit.

98. Cæterum ex plurium Cometarum observationibus quemdam quasi Cometarum tractum inter fixas statuit idem *Cassinus*, quem *Zodiacum Cometicum* appellavit; ipsumque transire deprehendit per *Antinorum*, *Pegasus*, *Andromedam*, *Taurum*, *Orionem*, *Canem minorem*, *Hydrum*, *Centaurum*, *Scorpionem*, & *Sagittarii arcum*. Ubi advertendum est plurimos quidem Cometas, non omnes moveri sub hujusmodi Zodiaco: nulla enim est Cæli plaga, in quam tendere aliquis Cometa interdum visus non sit. Constat namque ex observationibus nonnullos Cometas Planetarum ritu ferri in *consequentia signorum* ab *occasu* ad *ortum*; alios in *antecedentia signorum* ab *ortu* ad *occasum*; alios a *septentrione* ad *austro*; alios denique ab *austro* ad *septentrionem*: quæ quidem arguunt Cometas per omnes Cæli plagas vagari, & excurrere.

99. Ex his, quæ dicta sunt adparet Cometas, quoad motum, esse genus quoddam Planetarum primariorum; quemadmodum enim Planetæ primarii cursibus suis periodicis Solem ambiunt, ita id idem faciunt Cometæ: neque in eo ullum aliud discrimen est, nisi in orbium figura. Orbes enim Planetarum non multum recedunt a cir-

a circularum circumferentiis, ut inferius dicitur, quum tamen Cometarum orbes sint ellipses acutissimæ; id quod eorum longissimi a Sole recessus arguunt. Rejicienda ergo est sententia Joannis Bernullii docentis Cometas nihil aliud esse, nisi invisibilis cujusdam Planetæ primarii satellites, qui tum demum videri incipiunt, quum ad Perigeum se demittunt, nobisque proximi evadunt. Is enim in *systemate Cometarum* anno 1682 edito supposuit Planetam quemdam primarium circa Solem rotari ad eam a Sole distantiam, quæ sit ad distantiam Telluris ab eodem Sole, ut 2583 ad 1 spatio annorum 4, & dierum 157; etiam si Saturnus ducenties quinqueages octies ferme propior eo id non nisi 30 annorum spatio præstet. Circa primarium istum, qui tum ob corporis exiguitatem, tum etiam ob immensam distantiam conspectum nostrum perpetuo fugit ad diversa intervalla diversos circumvolvi Cometas arbitratus est, quorum tamen nullum ad Saturni usque orbitam descendisse auctor adfirmavit.

100. Supersunt sidera inerrantia, quæ quamquam & ipsa etiam videantur lentissime moveri in consequentia signorum motu semper parallelo, tamen in *Copernici* sententia dubitandum non est, quin motus ille sit tantum adparens, atque ex certo Telluris motu proficiatur, quemadmodum suo loco explicabitur. Qua quidem in re sidera inerrantia Soli ab similia non sunt. Ut enim Sol hæret fixus in centro systematis Planetarum, & Cometarum, neque nisi adparenter Zodiaci signa pertransit, ita stellæ fixæ hærent immobiles in locis suis, neque nisi adparenter de unis in alia loca trahuntur. In eo differunt, quod motus Solis adparens absoluitur diebus 365, horis 5, & minutis $49\frac{1}{4}$; quum tamen stellarum motus adparens sit adeo tardus, ut vix in annis 25000 cursus suos videantur absoluturæ.

CAPUT QUINTUM.

In quo tempora periodica Planetarum tum primariorum, quum secundariorum cum ipsorum distantis conferuntur.

101. **I**nnotuerat ante *Keplerum* periodos Planetarum eo esse diuturniores, quo ipsi Planetæ longius abessent a Sole; sed an ulla esset inter Planetarum à Sole distantias, eorumque tempora periodica proportio, quæve ea esset, nemo ante *Keplerum* divinaverat. Primus sagacissimus *Joannes Keplerus* comparatione facta mirabilem quamdam inter Planetarum tempora, quibus circulationes suas absolvunt circa Solem, & eorum ab eodem Sole distantias deprehendit harmoniam, & proportionem, ut scilicet *quadrata temporum periodicorum sint cubis suarum a Sole distantiarum proportionalia*; live etiam ut *ipsa tempora periodica sint in ratione sesquuplicata distantiarum a Sole*: neque aliam in Cœlo legem salvis *legibus Naturæ* obtinere posse ostendit deinde incomparabilis Philosophus, & Mathematicus *Isaacus Newtonus*.

102. Sic in numeris rotundis periodus Saturni est annorum 30, Jovis vero periodus est annorum 12; quorum numerorum quadrata sunt 900, & 144, quæ sunt inter se, ut $6\frac{1}{4}$ ad 1; Saturni vero distantia a Sole est ad distantiam Jovis ab eodem Sole in ratione paullo majori, quam 9 ad 5, quorum numerorum cubi adsumi possunt 729 & 125, qui sunt etiam fere ut $6\frac{1}{4}$ ad 1: Itaque quum in eadem ratione sint etiam quadrata temporum, liquet *quadratum temporis periodici Saturni esse ad quadratum temporis periodici Jovis, ut se habet cubus distantie Saturni a Sole ad cubum distantie Jovis ab eodem Sole*.

103. Similiter periodus Telluris paullo plus, quam quadruplo major est periodo Mercurii: adeoque numerorum supradictas periodos exponentium quadrata adsumi

mi hic possunt 17, & 1. At vero posita distantia Telluris a Sole partium 10, Mercurii a Sole distantia est paulo minor partibus 4, quorum numerorum cubi adsumi possunt 1000, & 59, qui sunt inter se etiam ut 17 ad 1, in qua ratione esse vidimus quadrata temporum periodicorum: itaque ut se habet *quadratum temporis periodici Telluris ad quadratum temporis periodici Mercurii, ita est cubus distantiae Telluris a Sole ad cubum distantiae Mercurii ab eodem Sole*. Quod si distantiae, & periodi correctionibus numeris exprimantur, accuratior adhuc deprehendetur supradicta temporum, & distantiarum proportio.

104. Hanc legem detexit *Johannes Keplerus* in Planetis primariis. Sed postea deprehensum est Planetas quoque secundarios tam eos, qui Jovem, quam eos, qui Saturnum cingunt eandem in motibus suis legem servare; ut scilicet *quadrata temporum periodicorum sint cubis distantiarum a centro Jovis, vel Saturni proportionalia*. Ita in satellitibus Jovis, in quibus tempora periodica intimi, secundi, tertii, & extimi sunt fere $1\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{6}$, $16\frac{1}{4}$ respective, eorumque distantiae ut $5\frac{1}{3}$, 9, $14\frac{1}{3}$, & $25\frac{1}{3}$: quadratum temporis periodici intimi nempe 3 est ad 13 quadratum temporis periodici satellitis secundi, ut se habet 182 cubus distantiae intimi a centro Jovis ad 729 cubum distantiae secundi ab eodem centro Jovis. Et 3 est ad 280 quadratum temporis periodici extimi satellitis, ut 182 ad 16259 cubum distantiae dicti extimi a centro Jovis. Et igitur ex æquo eadem ratio obtinet, si quivis alii duo comites Jovis conferantur inter se, secundus nempe cum tertio, vel extimo, vel tertius cum extimo. Quod si accuratiores distantiae sumantur, & tempora periodica accuratiora, ratio hæc accuratior quoque prodibit.

105. Idem in Saturni satellitibus obtinere deprehendetur, si instituaturs comparatio inter quadrata temporum, & cubos distantiarum juxta numeros supra descriptos. Neque dubitandum quin idem haberet etiam locum in Luna, si alius præter ipsam satelles Tellurem obiret, cum quo institui posset comparatio. Nunc quum
sola

sola revolvatur circa Tellurem, ei lex ista nequit aptari, Neque etiam dubitandum, quin postea quam periodica Cometarum tempora, eorumque distantiae mediae (de his enim quaestio hic est) ex compluribus observationibus statuta, confirmataque sint, ejusdem legis veritas ulterius adhuc confirmetur: tuncque adparebit Natura quam simplicissima sit, & quam religiose quasdam leges servare soleat.

106. Ceterum recentiores *Copernicani* argumentum hinc repetunt ad Telluris motum, atque ad Solis stabilitatem confirmandam, quod quanti ponderis sit ceteris judicandum relinquo. Ego enim quid de tanta res sentirem, paucis in ipso hujus *secundi Libri* vestibulo declaravi. Itaque argumentum tantum hic proponam nihil quidquam de ejus infirmitate, vel robore adfirmans. Desumunt autem argumentum ex eo, quod si Tellus quiesceret, Sol autem cursu suo annuo Tellurem obiret, supradicta *Kepleri* regula, quam nulli exceptioni obnoxiam credunt, detrimentum pateretur in motibus Solis, & Lunae, qui utrique circa Tellurem moventur. Id quod ut adpareat memoria repetendum hic est, distantiam Solis a Tellure continere 12000 diametros Terrestres; Lunae vero ab eadem Tellure distantiam tantum 30 ex iisdem diametris continere: adeoque distantia Solis a Tellure est ad distantiam Lunae ab eadem Tellure ut 12000 ad 30 sive etiam ut 400 ad 1: quorum numerorum cubi sunt ut 64000000 & 1.

107. Praeterea meminisse oportet motum Solis sive verum, sive adparentem absolvi spatio dierum $365 \frac{1}{4}$; Lunae vero motum diebus $27 \frac{1}{4}$: adeoque tempus periodicum Solis est ad tempus periodicum Lunae ut $365 \frac{1}{2}$, ad $27 \frac{1}{4}$, sive etiam fere ut $13 \frac{1}{4}$ ad 1; quorum numerorum quadrata sunt 178, & 1. Itaque quum ex *Kepleri* regula quadrata temporum periodicorum Solis, & Lunae esse debeant inter se ut cubi suarum a Tellure, circa quam moventur, distantiarum; necesse foret ut numeri 178, 1, 64000000, & 1 essent proportionales; quod quum falsum sit, inferunt falsum esse Solem moveri circa Tellurem.

108. Ad-

108. Addunt & hoc: si summo rerum Opifici placuisset Telluri quietem; Soli vero motum circa Tellurem concedere, profecto, ne in supradictam regulam peccaret, aut Solem Telluri viciniorē conservata ejus periodo, aut Solis periodum diuturniorē conservata ejus distantia effecisset. Et quidem ut hæ Solis, Lunæque periodi constare possent, necesse esset Solem non amplius, quam vicibus $5\frac{2}{3}$; fere abesse a Tellure respectu distantia Lunæ ab eadem Tellure; adeoque distantia Solis a Tellure esse deberet diametrorum terrestrium 170; hoc est pars tantum septuagesima ejus distantia, qua nunc is abest a Tellure. Ut vero hæ Solis, Lunæque distantia, quæ nunc obtinent, constare possent, necesse esset Solis periodum diuturniorē esse periodo Lunari vicibus 8000; adeoque periodus Solis circa Tellurem esse deberet dierum fere 218666; hoc est 598 vicibus diuturnior ea periodo, qua nunc cursum suum absolvere putatur.

CAPUT SEXTUM.

*De Figura, & proprietatibus Orbitalium,
in quibus moventur Corpora Cælestia;
deque vera motus ipsorum
lege.*

109. **Q**Uamquam supra dictum sit Planetas moveri sub Zodiaco ab occasu versus ortum, intelligendum tamen id fuit de motu eorum apparenti, nempe de eo motu, qui visu percipitur. Revera enim Planetæ describunt in Cælo orbes longe inferiores Zodiaco, qui in Firmamento ipso, sive Cælo stellato effingitur: id quod ex distantiarum mensuris Capite tertio adductis manifesto colligitur. Idem & de Cometis sentiendum est, qui quamquam videantur inter ipsa sidera cursus suos conficere, longe tamen inferius moventur: errorque hic nollet, ut & plerique alii, infirmitati visus adscribendus est: neque enim hoc organum

ganum ea pollet virtute, ut interdistingueendis Cœlestium Corporum veris distantis par sit.

110. De his autem orbibus quum agendum hoc Capite nobis sit, dicemus primum ea, in quibus *Astronomi* fere omnes consentiunt; tum vero ea adducemus, in quibus cordatiores a cæterorum sententia recesserunt. Primo itaque unanime hodie est Astronomorum placitum *orbes Planetarum, & Cometarum circa Solem descriptos esse omnes in se redeuntes*; hoc est tales, ut nulla sui parte pateant, sed undique spatium claudant: id quod ea de causa constitutum est, quia nisi orbis illi essent in se redeuntes, non possent Planetæ, & Cometæ post certa temporis intervalla ad eandem fere stellas, sive etiam ad eadem Cœli loca reverti. Sane Planetarum orbibus jam olim proprietatem istam attribuerunt *Astronomi*, Sed de Cometis diu dubitatum est, an moverentur in orbibus, qui in se ipsos redirent; scilicet quia nullis adhuc observationibus constabat, an ulli Cometæ unquam rediissent; *Cartesiusque* ipse Cometarum trajectories minime certas esse, atque stabiles, sed huc illuc de uno vortice in alium temere, sineq; ulla lege eos vagari docuit. Verum posteaquam Viri illustrissimi *Dominicus Cassinus*, & *Isaacus Newtonus* quosdam Cometæ jam rediisse compererunt, eandem proprietatem orbibus Cometarum etiam concedere veriti non sunt.

111. Secundo in eo consentiunt omnes Astronomi, in orbibus Planetarum, Cometarumque adesse duo puncta ex diametro opposita, inque una linea recta cum centro Solis collocata, quorum alterum a Sole remotissimum, alterum vero sit ei vicinissimum. Veluti si *ABC* (Fig. 9.) referat orbem cujuscvis Planetæ, vel Cometæ circa Solem *S* descriptum, statuunt vulgo Astronomi adesse in eo non modo punctum quoddam *A* omnium cæterorum a Sole *S* remotissimum, verum etiam punctum oppositum *B* reliquorum omnium eidem Soli vicinissimum; eaque puncta sic esse in eo orbe sita volunt, ut recta linea *AB* ab uno ad aliud ducta transeat per centrum Solis *S*.

112. Tercio statuunt orbis Planetarum, & Cometarum

tarum ita secari in partes duas aequales, & similes a supradicta recta linea conjungente punctum remotissimum cum vicinissimo, ut si pars una alteri superimponatur, futurum sit, ut ea accuratissime congruant inter se. Scilicet, in eodem schemate, volunt rectam ASB dissecare orbem ABPC in partes duas ABP, ACP omnino æquales & similes, adeo ut pars ABP superimposita parti ACP congruat cum ea. Ex quo sequitur Planetas, & Cometas in locis æque remotis a recta linea ASP æquales a Sole distantias sortiri: nam positis æqualibus angulis ASB, ASC, vel etiam PSB, PSC ob æqualitatem, & similitudinem partium ABP, ACP facile intelligitur rectas SB, SC æquales esse inter se. Id quum ita sit nescio qua causa *Philippus Hirius* unum Mercurii orbem regularitate ista spoliaverit: ut enim ex suis *Tabulis Astronomicis* adparet, in orbe Mercurii pars ABP ex ejus sententia non est æqualis & similis parti ACB; idque eo magis mirum est, quod cæterorum Planetarum orbibus proprietatem istam minime denegavit.

113. Denique censent *formatæ orbium Planetarum, Cometarumque talem esse, ut recta linea a centro Solis ad eorum puncta quævis ducta eo sint majores, quo magis ei, quæ a Sole ad punctum remotissimum ducta est propinquiores fuerint, eo vero sint minores, quo magis ab eadem fuerint remotiores.* Scilicet, in eodem schemate, volunt rectas SB, SC ductas a Sole S ad quævis puncta B, & C eo esse majores, quo minus distant a recta SA, quæ ab eodem Sole ducitur ad punctum remotissimum A; eo vero esse minores, quo magis distant ab eadem recta SA. Ex quibus omnibus illud sequitur orbes Planetarum, & Cometarum vel circulares non esse, vel si circulares sint, Soli excentricos esse. Si enim circulares statuantur, Sol autem occupet centrum ipsorum, nullus esset puncto remotissimo, aut vicinissimo locus; essentque præterea distantia omnes æquales inter se.

114. Orbibus ergo Planetarum, Cometarumque circa Solem descriptis quatuor communiter adtributæ sunt ab *Astronomis* proprietates. Prima est ut *redeant in se ipsos.* Secunda ut *habeant duo puncta opposita in eadem*

eadem linea recta cum Sole constituta, quorum alterum sit a Sole remotissimum, alterum autem eidem vicinissimum sit. Tertia ut a linea jungente ista duo puncta secantur in partes binas aequales, & similes. Et quarta denique ut cetera eorum puncta eo sint Soli viciniore, quo magis absunt a puncto remotissimo; eo vero sint ab eodem Sole remotiora, quo minus absunt ab eo. Iam puncto remotissimo. Ubi adnotandum est, has easdem proprietates pertinere etiam ad orbitas, quas secundarii describunt circa primarios suos: Luna scilicet circa Tellurem; satellites Jovis circa Jovem; & satellites Saturni circa Saturnum: quamquam hæc non nisi in orbita Lunari, ut pote quæ nobis est vicinissima, manifestissimeprehendantur: nam in Jovis, Saturnique satellitum orbitis, eo quod exiguæ sint, atque a nobis remotissimæ, non nisi conjecturis eadem proprietates assequantur.

115. Sed quoniam infinitæ sunt figuræ geometricæ, ad quas recentitæ proprietates aptari possint, videndum est quænam sit figura illa, quam Planetæ quidem, atque Cometæ describunt circa Solem, secundarii vero circa suos primarios: de eo enim non satis conveniunt recentiores ipsi inter se, ne dum recentiores cum veteribus. Et quidem vetustiores *Astronomi* motus omnes cælestes his duabus legibus contineri tradiderunt. *Prima* lex erat; ut singula corpora cælestia accuratissime describerent circumferentias circulorum, ita tamen ut centrum motus aliquantulum abesset ab earum centro: siue potius, ut corpus illud, circa quod ea revolverentur non esset in centro ipsarum circumferentiarum. Altera lex erat; ut motus omnes cælestes in se æquabiles essent, quamquam spectatoribus extra centrum circulorum constitutis inæquabiles adparerent. Veluti si T repræsentat (Fig. 8) Tellurem, & L Lunam; docuerunt veteres hanc revolvi circa Tellurem in circuli circumferentia ALPT, ita tamen ut ejus centrum C aliquantulum abesset a Tellure T: prætereaque æquales arcus ejusdem circumferentiæ æqualibus temporibus describerentur. Adeoque spectatori in centro C constituto motus Lunæ adparebit æquabilis: quum æqualibus arcibus æquales in cen-

tro anguli insiliant : at vero spectatori in Tellure *T* extra centrum constituto motus *Lunæ* nequaquam adparebit æquabilis, sed tardior videbitur prope locum *A*, in quo *Luna* maxime abest a Tellure, celerior vero videbitur prope locum oppositum *P*, quo in loco *Luna* Telluri est vicinissima.

116. Sed superiori sæculo quum *Joannes Keplerus* sanioris Astronomiæ Pater accuratissimo examini subjecisset motus cœlestes, innumerasque *Tychonis* observationes diligentissime expendisset, deprehendit utramque harum legum motibus Planetarum veris minime congruere, certissimisque rationibus evicit eosdem motus neque perfecte circulares, neq; æquabiles esse. Observationes enim *Tychonis* ostendebant, idque ultra omnem dubitationem, figuram orbium a Planetis circa Solem descriptorum esse *ellipticam*, sive *ovatam*; motumque Planetarum in hujusmodi orbibus *esse semper varium, atque diversum* (& quidem in se, & realiter, non modo adparenter), nunc concitatum, nunc remissum, nunc proportionem media inter utrumque temperatum, pro minori nempe, aut majori a Sole distantia.

117. Neque tantum Planetæ primarii feruntur circa Solem in orbibus ellipticis, sed idem quoque faciunt Cometæ circa eundem Solem, & secundarii circa suos primarios; eorumque motus est pariter inæquabilis; tardus nempe quum longius recesserunt a centro, velox vero quum ad illud propius accesserunt, inter utrumque autem temperatus in distantis intermediis: idque secundum certam quamdam, & immutabilem legem, quam idem Vir incomparabilis *Joannes Keplerus* e *Tychonicis* numeris primus eruit.

118. In hac autem *Kepleri* hypothesi Sol, aut Planeta primarius non in ellipseos centro *C* (*Fig. 9.*) seu puncto axis medio, sed in focorum alterutro *F* constituitur. Ex quo fit ut quum Planeta, vel Cometa est in axis majoris vertice summo *A*, tunc maxime abest a Sole; quum vero est in vertice imo *B*, tunc vicissim Soli maxime sit vicinus. Quapropter Planeta, aut Cometa descendente a vertice summo *A* ad imum *B*, eorum a Sole distantia

con-

continenter minuitur; at vero iis redeuntibus a vertice imo B ad summum A eadem distantia continenter auge-
tur: angulique AFP, AFp positis æqualibus, æquales
sunt eorum a Sole distantia hinc, & inde ab axe posita.
Et quoniam rectæ FD, FE ad vertices axeos minoris
DE duæ, propter ellipseos naturam, æquales sunt me-
diæati axeos majoris AB; axis autem major AB compo-
nitur ex maxima distantia AF, & minima BF; liquet
Cometam, vel Planetam dum versatur in loco D, vel
etiam in loco C, mediam a Sole distantiam sortiri. Sunt
enim distantia mediæ distantiarum maximarum, mi-
nimarumque semisses.

119. In hac itaque eadem hypothefi recta AF, quæ
a vertice summo A ad Solem F ducitur, dicitur in po-
sterum *distantia maxima* Planetæ, vel Cometæ a Sole:
recta autem BF, quæ a vertice imo B ad eundem Solem
ducitur *distantia minima* adpellabitur. Denique rectæ
DF, EF, quæ a verticibus axeos minoris ad Solem du-
cuntur, *distantia mediæ* dicentur: quas quidem distantias
medias constat æquales esse semisummæ distantiarum
maximæ AF, & minimæ BF. In eadem ellipsi punctum
A dicitur *Apsis*, live *Aux summa*; punctum oppositum
B *Apsis ima*; recta vero AB transiens per Solem, vel pri-
marium quemvis F *linea apsidum*. Specialiter autem in
Planetis, & Cometis, qui feruntur circa Solem, punctum
A dicitur *Aphelion*; & punctum oppositum B *Perihelion*.
In Luna vero, quæ circa Tellurem revolvitur, punctum
A dicitur *Apogæum*, punctum vero B *Perigæum*. Deni-
que recta CF, quæ est distantia Solis a centro orbitæ,
adpellatur *excentricitas*; eaque ex natura Ellipseos
adæquat semidifferentiam distantiarum maximæ AF,
& minimæ BF. Etenim si sit focus alter, erit Af æqua-
lis BF; adeoque differentia distantiarum maximæ AF,
& minimæ BF adæquabit rectam Ff, cujus semissis
est CF.

120. Est autem hic sedulo advertendum Ellipsium
formas tum in Planetis primariis, quum in Planetis se-
cundariis a circulorum circumferentiis non longe re-
cedere, ut ex mensuris excentricitatum mox recen-

sendis constabit. Quin immo in secundariis omne illud discrimen neque etiam est sensibile, ob longinquitatem scilicet intervalli, & angustiam orbitalium, quemadmodum modo adnotatum est. Quæ fuit causa, quare *Astronomi* in representandis satellitum Jovis, & Saturni motibus supponerent, eos moveri in circulis Jovi, Saturnoque concentricis, absque eo quod erroris quidquam ex ea hypothese manarit. Longe alia res est de Cometarum orbitis, quas ellipses esse acutissimas, sive multum excentricas constat ex observationibus Astronomorum. Ex quo fit, ut Cometæ raro spectandos se præbeant: tunc enim tantum videri queunt, quum in iis suarum orbitalium partibus versantur, quæ sunt prope *Perihelium*: in *Aphelio* vero, inque locis *Aphelio* propinquis inconspicui evadunt. Et quoniam, ut demonstrant Scriptores Conici, quo magis centrum ellipseos discedit a foco, manente axeos majoris longitudine, eo magis ellipsis ipsa recedit a circulo, atque accedit ad parabolam: præsertim vero in locis, quæ sunt prope vertex axeos majoris, inde factum est ut orbem Cometarum, qui revera sunt ellipses acutissimæ, haberentur absque ullo sensibili errore tamquam orbem parabolici. Et sane re ipsa comprobatum est motus Cometarum recte per hujusmodi orbem representari. Neque mirum. Cometæ enim tunc tantum nobis evadunt conspicui, quum eas orbitalium ellipticarum partes peragant, quæ sunt prope *Perihelium*, quæque nihil vetat quin habeantur ut parabolice. Quapropter si aliquando dicamus Cometæ ferri circa solem in orbibus parabolicis, minime quidam erit id accipiendum in eo strictissimo sensu, quem verba sonant; quasi revera Cometæ moverentur in lineis parabolicis, quæ non redeunt in se ipsas; sed intelligendum id laxius est; scilicet eas moveri in talibus orbibus ellipticis, qui prope vertex ad parabolicos multum accedant.

121. Planetæ autem, atque Cometæ feruntur in orbibus ellipticis non quidem motu æquabili, sed ea ratione, ut *radius ab umbilico, sive centro motus* (in quo Sol constituitur) *ad Planetam, vel Cometam du-*
ctus

Ejus describat, seu verrat aream ellipticam tempore proportionalem. Veluti si Planeta est in *Aphelio* A, unde discedens perveniat primum ad P, intereaque temporis radius ab umbilico, sive foco F ad Planetam ductus verrat aream, sive triangulum mixtilineum AFP, deinde vero perveniat ad Q, radiusque ab eodem umbilico ad Planetam ductus describat triangulum mixtilineum AFQ; tempus, quo tempore Planeta descripsit arcum AP erit ad tempus, in quo idem Planeta descripsit arcum AQ ut area, sive sector ellipticus AFP ad Sectorem ellipticum AFQ. Unde quia existente angulo AFQ duplo anguli AFP area AFQ non est dupla areæ AFP, sed nonnihil est minor; liquet motus adparentes Planetæ, vel Cometæ descendentis ab *apside* summa ad imam a Sole visos, qui quidem designantur per angulos AFQ, AFP esse in ratione temporum paullo minore; adeo ut Planeta descendente ab *Aphelio* ad *Perihelium* velocitas ejus continenter adaugeatur; eo vero redunte a *Perihelio* ad *Aphelium* iterum minuat, sed ita ut in *Aphelio* velocitas sit omnium maxima, in *Perihelio* vero sit omnium minima.

122. Hæc eadem obtinent in Luna, quæ revolvitur circa Tellurem, & in Jovis, Saturnique satellitibus, qui Jovem, & Saturnum curvis suis ambiunt: quamquam in Jovis, & Saturni satellitibus ob prolixitatem intervalli motus inæquabilitas observari non possit. Itaque quemadmodum invaluit apud Astronomos, ut orbitæ satellitum circulares ponerentur, primariisque suis concentricæ, ita quoque passim supponitur eosdem satellites motu æquabili primarios suos obire: manetque adhuc verum in hac hypothesisi, ut *area, quas satellites describant circa primarios suos sint temporibus proportionales*: nam areæ illæ sunt sectores circulares, qui augentur ad modum arcuum, sive etiam ad modum temporis.

123. Quemadmodum autem in motu Cometarum, & Planetarum circa Solem, inque motu Lunæ circa Tellurem considerantur distantie mediæ, ita quoque considerari in eorum motibus solent *velocitates mediæ*,

quarum nomine intelliguntur velocitates tales, quibus velocitatibus si Planeta, vel Cometa æquabili semper motu progredierentur, eodem temporis intervallo suas circulationes absolverent. Nempe quum Juppiter (de hoc enim Planeta placet tantum hic loqui; sed quidquid de eo dicitur de cæteris est quoque intelligendum) feratur circa Solem S in orbe elliptico APBp absolvens integram circulationem spatio ferme annorum 12, sed incedens inæquabiliter, modo scilicet cum majori, modo vero cum minori velocitate: si quidem supponamus Jovem eodem temporis intervallo eandem circulationem absolvere, sed eadem cum velocitate semper incedentem; velocitatem istam *mediam* adpellabimus, quasi medio loco positam inter maximam velocitatem, quam habet in *Perihelio*, & minimam, quam habet in *Aphelio*. Et quemadmodum Planeta quivis, vel Cometa bis in singulis suis revolutionibus distantiam mediam sortitur, ita bis etiam cum velocitate media progredi debet, semel quum ab apside summa descendit ad imam, iterum quum ab ima ad summam regreditur. In descensu enim velocitas gradatim intenditur; in adscensu vero gradatim remittitur; itaque necesse est ut tum in descensu, quum in adscensu cum velocitate media, quæ minor quidem est maxima, sed major est minima, aliquando progrediatur.

124. Neque vero difficile erit definire loca ellipseos, in quibus existente Planeta, vel Cometa, is cum velocitate media progrediatur: nimirum si descripto ex foco F (Fig. 10.) circulo, cujus radius FP sit medius proportionalis inter semiaxem majorem AC, & semiaxem minorem CD notentur loca P, & p, in quibus circulus iste occurrit ellipsi; etenim illis in locis Planeta, vel Cometa cum velocitate media progredietur. Ad quod ostendendum ponamus in descripto circulo GPHp aream, sive sectorem GFX æqualem esse areæ ellipticæ AFP. Et quoniam circulus, cujus radius medius est proportionalis inter semiaxem majorem, & minorem alicujus ellipseos adæquat eandem ellipsim; erit semicirculus GXH æqualis semiellipsi ADB. Itaque ut se habet

habet semiellipsi ADB ad aream ellipticam APF, ita erit semicirculus GXH ad sectorem GFX. Unde quum semiellipsi ADB ad aream ellipticam APF eandem habeat rationem, quam habet tempus, in quo Planeta descendit ab apside summa A ad imam B ad tempus per arcum AP: erit etiam semicirculus GPH ad sectorem GFX ita tempus desensus ab apside summa ad imam ad tempus per arcum AP. Et quoniam si Planeta alius revolvatur æquabiliter circa centrum F, in circumferentia circuli CPH, tempus consumptum ab eo ad describendam semicircumferentiam GXH, est ad tempus ab eodem impensum ad describendum arcum GX, ut se habet semicirculus GXH ad sectorem GFX: propter rationum æqualitatem erit quoque, ut tempus per integram semiellipsim APB ad tempus per arcum AP, ita tempus per integram semicircumferentiam GXH ad tempus per arcum GX.

125. Jam ponamus alium istum Planetam, qui movetur æquabiliter in circuli GPH circumferentia, incedere velocitate illa media, de qua modo loquuti sumus; hoc est progredi cum tanta velocitate, quanta profecto postulatur ad absolvendam integram circulationem eodem prorsus tempore, quo Planeta describit ellipsim suam ADPB. In hac hypothesi tantum temporis impendit Planeta verus, ut ab apside summa A descendat ad imam B, quantum impendit Planeta medius (sic enim vocant Planetam media velocitate incedentem) ut ex puncto semicirculi G descendat ad oppositum H. Quapropter ut tempus per semirevolutionem ellipticam adæquat tempus per semirevolutionem circularem, ita tempus per arcum ellipticum AP adæquabit tempus per arcum circularem GX.

126. Itaque si Planeta verus in parte temporis quamminima de loco P transeat ad Q describens aream ellipticam PFQ; Planeta autem medius eadem temporis particula de loco X transeat ad O describens sectorem circularem XFO; quia tempus per AP est ad tempus per PQ, ut area elliptica AFP ad aream ellipticam PFQ; tempus autem per GX est ad tempus per XO, ut

E 4

area

area circularis GFX ad aream circulem XFO ; erit area elliptica AFP ad aream ellipticam PFQ , ita area circularis GFX ad aream circulem XFO : sunt enim tum tempora per arcus AP , GX quum tempora per arcus PQ , XO æqualia inter se . Unde quum area elliptica AFP æqualis sit areæ circulari GFX , erit etiam sector PFQ æqualis sectori XFO . Sunt autem radii horum sectorum PF , XF æquales inter se ; quare angulus PFQ æqualis erit angulo XFO . Unde quum prior angulus designet velocitatem , cum qua videtur incedere Planeta verus ex foco F ; alter autem angulus designet velocitatem , cum qua ex eodem foco F videtur incedere Planeta medius ; sequitur utrumque Planetam eadem velocitate incedere videri ; adeoque quum unus moveatur semper velocitate media, alter, id est Planeta verus progredietur in loco Petiam cum velocitate media: Et similis est demonstratio de velocitate, cum qua idem Planeta verus movetur in loco altero *p*.

127. Superest ut tum excentricitates, quum motus medii ex iudicio sanissimorum Astronomorum hic adnectamus . Et excentricitates quidem dabimus in partibus illis, quarum partium 1000 contineri diximus in distantia media Telluris a Sole ; 387 in Mercurii ; 723 in Veneris ; 1523 in Martis ; 5201 in Jovis ; & denique 9528 in Saturni : Ea enim ratione nullo negotio invenire licebit distantias tum maximas, quum minimas singulorum Planetarum . Nam in ellipsi $ADBE$ distantia maxima AF componitur ex distantia media DF , sive AC , & ex excentricitate CF : distantia vero minima BF habetur subtrahendo ab eadem distantia media FD , sive CB excentricitatem CF : Itaque cognitis excentricitatibus , distantisque mediis ope additionis subtractionisque comparare licebit distantias maximas, & minimas.

128. Et quidem in orbe Mercurii excentricitas est partium 80 ; in orbe Veneris est partium 5 ; in orbe Telluris est partium fere 17 . In Martis vero, Jovis, Saturnique orbibus excentricitates sunt respective partium 141, 250, & 547 . Sed præstat easdem excentricitates

tates in ea etiam hypothefi designare, quod fingulorum Planetarum mediæ a Sole diftantiæ diftributæ fint in mille partes æquales: fic enim ellipfium formas inter fe conferre licebit. Itaque li tum Mercurii, quum Veneris, quum reliquorum Planetarum mediæ a Sole diftantiæ diftributæ fupponantur in 1000 partes æquales (quæ quidem partes fingulæ majores erunt in diftantiâ Veneris quam Mercurii; & adhuc majores in diftantiâ Telluris; & multo adhuc majores in diftantiis Martis, Jovis, & Saturni) excentricitas Mercurii continebit 206 partes earum, quarum media ejus a Sole diftantiâ continet 1000; Veneris 7; Telluris 17; Martis 92; Jovis 48; & denique Saturni 57. Ex quo liquet Mercurii orbem omnium maxime recedere a circulo; Venerem omnium minime. Martem vero, Saturnum, Jovem, & Tellurem hoc eodem ordine a forma circulari difcedere.

129. In motibus autem mediis Planetarum recensendis Aftronomorum morem ufurpabimus, qui motus eorum diurnos, five gradus, quos dietim fuis velocitatibus mediis defcriberent, notare folent. Itaque Mercurii motus medius diurnus eft gradum 4, minutorum 5, & fecundorum 32. Veneris gradus unius, minutorum 36, & fecundorum 8. Telluris minutorum 59, & fecundorum 8. Martis minutorum 31, & fecundorum 27. Jovis minutorum 4, & fecundorum 59. Saturni denique minutorum 2, & unius fere fecundi. Adeoque motus angulares medii Mercurii, Veneris, Telluris, Martis, Jovis, & Saturni circa Solem erunt inter fe, ut numeri 14732, 5768, 3548, 1887, 299, 121.

130. Quum autem motus veri, & abfoluti eorundem Planetarum; five etiam fpatia eodem tempore ab iis velocitatibus mediis defcripta fint, ut *motus angulares directe*, & *eorum a Sole diftantiâ etiam directe* fint: que motus angulares, ut numeri 14732, 5768, 3548, 1886, 299, & 121, diftantiæ vero fint, ut numeri 4, 7, 10, 15, 52, & 95 refpectively: erunt iidem motus veri, ut numeri 58928, 40276, 35480, 28290, 15548, 11495, refpectively. Ex quo fequitur revera Mercurium velocius moveri, quam Venerem; hanc autem velocius quam Tel-

Tellurem; hancque velocius quam Martem; Martem autem velocius quam Jovem; & hunc velocius quam Saturnum.

131. Satellitum Jovis motus medii diurni circa Jovem primi, secundi, tertii, quartive sunt fere gradus 203, & minuta 36; gradus 101, & minuta 12; gradus 50, & minuta 24; gradus 21, & minuta 36; adeoque motus angulares medii eorundem satellitum erunt inter se, ut numeri 12216, 6072, 3024, 1296. Itaque quum spatia eodem tempore ab iis velocitatibus mediis descripta sint, ut *motus angulares directe*, & *eorum a centro Jovis distantia etiam directe*; sintque distantia, ut numeri $5\frac{1}{2}$, 9, $14\frac{1}{2}$, & $25\frac{1}{2}$ erunt eadem spatia respective, ut numeri 69224, 54648, 43344, 32832. Ex quo sequitur velocitatem veram, & realem, ne dum angularem, uniuscujusque Jovis satellitum eo esse minorem, quo magis is abest a centro Jovis.

132. Satellitum Saturni motus medii diurni circa Saturnum primi, secundi, tertii, quarti, quintive sunt fere gradus 190, & minuta 48; gradus 131, & minuta 36; gradus 78, & minuta 48; gradus 22, & minuta 48; gradus 4, & minuta 32. Adeoque motus angulares medii eorundem satellitum erunt inter se, ut numeri 11448, 7896, 4728, 1368, & 272. Itaque quum spatia eodem tempore ab iis velocitatibus mediis descripta sint, ut *motus angulares directe*, & *eorum a centro Saturni di-*

19

stantia etiam directe, sintque distantia, ut numeri 1—,

20

$2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, 8, & 24, erunt eadem spatia respective, ut numeri 22324, 19740, 16548, 10944, & 6528. Ex quo sequitur velocitatem veram, & realem uniuscujusque ex Saturni satellitibus eo esse minorem, quo magis is abest a centro Saturni. Quumque idem, uti vidimus, obtineat etiam in satellitibus Jovis, qui feruntur circa Jovem, & in Planetis primariis, qui feruntur circa Solem, non dubitandum est, quin id universaliter in Cœlo verum sit; quamquam in systemate Tychonico alicui exceptioni obnoxium id esse videatur.

133. Etc.

133. Etenim quum in eo systemate Sol & Luna revolvantur circa Tellurem, sintque motus medii angulares diurni, Solis quidem minorum 59, & secundorum 8; Lunæ vero graduum 13, minorum 10, & secundorum 35; iidem motus medii angulares erunt inter se, ut numeri 3548, & 47435. Itaque quum spatia eodem tempore velocitatibus mediis descripta sint, ut *motus angulares directe, & eorum a Tellure distantia etiam directe*; distantia autem sint inter se, ut 400 ad 1; erunt eadem spatia, ut numeri 1419200, & 47435; adeoque majus iter Sol, quam Luna conficiet singulis diebus; majorque idcirco erit realis velocitas Solis, quam Lunæ. Quod quidem quum absurdum omnino esse videatur *Copernicanis*, audacter pronunciant Solem quiescere in centro Universi, Tellurem vero cursu annuo Solem ambire.

CAPUT SEPTIMUM.

De Orbitalum, in quibus Corpora Cælestia moventur, Planis ad Firmamentum usque productis; deque eorum inclinatione.

134. **S**uperiori Capite dictum est Planetas, atque Cometas moveri in orbibus ellipticis, in quorum umbilico altero Sol constituitur. Jam si plana horum orbium cogitatione ad Firmamentum usque undequaque protrahantur, signabuntur ibi viæ, quas vias Planetæ, Cometaeque è Solæ viæ describere videntur inter sidera ipsa; quarum viarum eas, quæ a Planetis peregrantur, sub Zodiaci fascia omnes contineri supra demonstravimus. Viæ autem istæ ex eo, quod Cælum est rotundum, sunt totidem circumferentiæ circularum, & quidem maximorum: nam plana omnium orbitalum transeunt per Solem, quem centrum Universi tenere constat.

135. Et

135. Et quidem si Planetæ peragerent revolutiones suas in uno eodemq; plano, ellipses a Planetis in Cœlo descriptæ forent equidem diversæ, quum ipsi revolvantur circa Solem in variis ab eo distantii; at vero una, eademq; esset circumferentia circuli, quam inter sidera ipsi a Sole visi motu adparenti describerent; omnium enim ellipsium plana undique producta in eandem circuli circumferentiam desinerent. Nunc vero quemadmodum Planetæ revolvuntur circa Solem in variis ab ipso distantii, ita orbes elliptici, in quibus revolutiones suas conficiunt, non sunt in uno plano, sed in planis diversis ad se invicem diversimode inclinatis; adeoque eorum plana ad Firmamentum usque protracta alios, aliosque circulos signabunt, quorum alterius ad alterum inclinatio tanta erit, quanta est ipsorum orbium ellipticorum inclinatio.

136. Ad has autem inclinationes definiendas constituerunt Astronomi, ut planum illud, in quo plano jacet orbita Telluris, quodq; *Eclipticæ planum* appellatur, esset veluti regula, ac norma inclinationis cæterorum planorum; adeo ut singula plana tantum inclinationis habere censenda sint, quanta est ipsorum inclinatio ad hoc *Eclipticæ planum*. Ubi adnotandum est *Eclipticæ planum* ad Firmamentum usque productum *Zodiaci fasciam* bifariam secare, adeoque eam dividi ab *Ecliptica* in duas fasciolas, quarum singularum latitudo est novem ferme graduum. Estque præterea adnotandum, quod quemadmodum in *Zodiaco* numeratio graduum initum capiat a *primo Arietis grada*, fiatque versus ortum secundum ordinem signorum; ita numeratio graduum in *Ecliptica* eodem modo peragatur. Scilicet 360 gradus *Eclipticæ* ortum capiunt ab initio *Arietis*, se sequē extendunt in consequentia signorum.

137. Ad planorum autem inclinationem ut redeamus, supponamus planum illud, quo in plano Tellus revolvitur circa Solem S (*Fig. 11.*), quodque *Eclipticæ planum* nuncupari diximus, cum plano schematis congruere. Jam plana, in quibus reliqui Planetæ Mercurius, Venus, Mars, Juppiter, & Saturnus perficiunt revo-

revolutiones suas, non congruunt cum plano schematis, sed ab eo nonnihil defleſcunt; ita tamen ut pars eorum dimidia extet ſupra planum ſchematis, altera vero dimidia infra illud deprimat^{ur}. Hic præterea planorum deflexus talis eſt, ut communis ſectio cujuſvis eorum cum Eclipticæ plano ſemper tranſeat per centrum Solis S, ut pote qui eſt in communi umbilico orbitarum omnium. Nempe ſi ABCD ſit planum Eclipticæ ad Cælum uſque productum, planum ſcilicet illud, in quo Tellus movetur circa Solem S, & EFGH ſit planum orbis alicujus Planetæ ad Firmamentum uſq; pariter productum; pars hujus orbitæ dimidia HEF attolletur ſupra planum Eclipticæ, altera vero dimidia FGH deprimetur infra idem planum; recta autem AHFC, quæ eſt communis ſectio utriuſque plani, tranſibit per centrum Solis S; is enim in utroque plano reperitur.

138. Puncta H, & F, in quibus orbis Planetæ ſecat planum Eclipticæ, dicuntur *nodi* ipſius Planetæ; recta vero AHFC, quæ eſt communis ſectio utriuſque plani, vocatur *linea nodarum*, eaque ad Firmamentum uſque producta in ea puncta incurret, in quibus viæ circulares, quas vias Tellus, & Planeta a Sole viſi ibi deſcribunt, ſe ſe mutuo ſecant, quæque *nodi* pariter adpellantur. Patet autem quod, quum Planeta conſtituitur in alterutro nodorum H, aut F, tunc ipſe è Sole viſus in ipſo Eclipticæ plano adpareat, At vero progreſſo Planeta ad P, ſi is è Sole contueatur, videbitur ab Eclipticâ deviare, & rectæ SP, ſive etiam Planetæ in P ex Sole viſi inclinatio ad Eclipticam, quæ Planetæ *latitudo heliocentrica*, ſive *ex Sole viſa* adpellatur, meſurabitur per angulum PSp, demiffa ex centro Planetæ perpendiculari Pp ad Eclipticæ planum. Et quidem huiuſmodi latitudo heliocentrica continenter augetur, uſque donec Planeta perveniat ad punctum E nonaginta gradibus ab utroque nodo remotum, qui locus *limes orbitæ* dicitur; inque eo loco latitudo Planetæ heliocentrica inclinationem orbis Planetæ ad planum Eclipticæ adæquat, ut ex *sphæricis* conſtat. Sed inde diſcedente Planeta minuitur latitudo per eoſdem gradus, per quos increscit.

incrementum subiit, donec ipso ad nodum alterum adpellente, prorsus evanescat. Superato nodo iterum Planeta latitudinem adipiscitur, quamquam ad partes Eclipticæ oppositas, augeturque usque ad alterum limitem G, unde rursus minui incipit, donec in nodo prioris H denuo evanescat,

139. In singulis ergo uniuscujusque Planetæ revolutionibus circa Solem latitudo ipsius heliocentrica bis evanescit, id quod accidit in nodis; bis evadit maxima; id quod contingit in utroque limite, quorum a nodis distantia est gradum 90: quater vero intermediam quantitatem sortitur; semel in primo quadrante, in quo latitudo continenter augetur; iterum in secundo, in quo latitudo decrescit continuo; tertium in quadrante tertio, in quo latitudo rursus est crescens; & quartum denique in quarto quadrante, in quo latitudo per eodum gradus derementum subit,

140. Præter latitudinem Planetarum modo descriptam, quam *heliocentricam* adpellavimus, adest & alia latitudo, quæ *geocentrica* dicitur, eaque locum habet, quum Planetæ non jam spectantur a Sole, sed potius spectantur a Tellure. Sit enim in *eodem schemate* T locus Telluris, & P locus Planetæ, ex quo ad planum Eclipticæ demissa intelligatur perpendicularis Pp. Liqueat latitudinem Planetæ geocentricam designari per angulum PTp, qui quidem diversus est ab angulo PSp, per quem latitudo Planetæ heliocentrica mensuratur. Et quidem si Planeta manente in P Tellus statuat in loco remotiori z, latitudo Planetæ geocentrica erit angulus Pzp longe minor angulo PTp: quamquam utroque casu eadem sit Planetæ P heliocentrica latitudo PSp.

141. Quapropter eadem manente latitudinis heliocentricæ quantitate latitudo geocentrica modo major est, modo minor pro minori vicissim, aut majori Telluris a Planeta distantia. Est quippe major, si Tellus sit Planetæ proxima, est vero minor, si Tellus longius absit a Planeta. Cæterum Planeta existente in alterutro nodorum, quemadmodum evanescit ejus latitudo heliocentrica, ita evanescit pariter latitudo geocentrica: etenim sive
Pla-

Planeta conspiciatur è Sole, sive conspiciatur a Tellure, semper in plano Eclipticæ adparebit. At vero si Planeta sit in limite, quemadmodum latitudo heliocentrica maxima est, ita, cæteris paribus, maxima quoque erit latitudo geocentrica; eaque evadet *maximarum maxima*, si tunc Planeta sit *Perigeus*, hoc est Telluri vicinissimus; vicissim vero fiet *maximarum minima* si Planeta sit *Apogæus*, hoc est maxime absit a Tellure.

142. Quæ de Planetis dicta sunt intelligenda sunt etiam de Cometis, & de secundariis Planetarum; nisi quod norma inclinationis in Planetis secundariis desumitur a plano illius primarii, circa quem revolvuntur. Qua propter inclinatio orbis Lunarise refertur ad planum Eclipticæ; Inclinationes vero orbium satellitum Jovis, Saturnique ad ipsa Jovis, Saturnique orbitarum plana referuntur.

143. Superest ut inclinationes singulorum planetarum ad planum Eclipticæ hic indicentur. Et quidem planum Jovis omnium minime inclinatur ad Eclipticæ planum; Mercurii planum omnium maxime; reliqui Planetæ medias inclinationes sortiuntur. Inclinatione Jovis est gradus unus, & minutorum 20 ferme. Mercurii graduum 6, & minutorum 52. Martis planum inclinatur gradu uno, & minutis 51. Saturni gradibus 2, & minutis 33½. Veneris vero inclinatio est gradum 3, & minutorum 23. Inclinatione orbitæ Lunarise ad planum Eclipticæ constans, stabilisque non est, aliquando enim evadit major, interdum vero fit minor. Ejus tamen mediocris quantitas præterpropter est graduum quinque.

CAPUT OCTAVUM.

*De Motu Apsidum, & Nodorum, atque
eorum positione: deque inde ortis
Periodis.*

144. **T**UM ex vetustis, quum ex novissimis observationibus æque constat *orbium apsidæ, nodosque*

desque continenter moveri. Ut a motu apsidum ordiamur, sciendum est plana orbitalium, in quibus Planetæ, & Cometæ feruntur circa Solem, haud quidem immota manere, sed motu angulari ferri omnia in consequentia signorum. Sit $ADBE$ (*Fig. 12.*) orbis Ellipticus alicujus Planetæ, in quo A sit apsis summa, B apsis ima, AB linea apsidum, & F focus, circa quem fit æquabilis descriptio arearum. Cogitandum est planum $ADBE$ revolvi circa punctum F ab occasu in ortum; sive, quod eodem redit, putandum est lineam apsidum AB motu angulari revolvi circa idem punctum F in consequentia signorum, secumque una deferre orbem $ADBE$; adeo ut quando linea apsidum AFB ex positione AFB transit in positionem aFb , cogitandum est orbitam $ADBE$ transiisse in locum $adbe$, persistente interea Planeta in motu suo per orbitam ipsam ea lege, ut tempus augeatur æquabiliter cum ipsa area descripta.

145. Itaque Planetæ, & Cometæ præter motum sibi proprium, qui in Planetis est semper ab occasu in ortum, alium sortiuntur pariter ab occasu in ortum tendentem, qui ab ipsius plani, sive orbitæ motu angulari proficiscitur. Ponamus enim motum orbitæ angularem tantum esse, ut dum Planeta profectus ab apside summa A redit ad eandem apsidem summam, ipse orbis a positione $ADBE$ veniat in positionem $adbe$. Et jam si Planeta positus in apside A omni motu esset destitutus, is labente integro tempore suæ revolutionis reperiretur in a , atque describeret arcum Aa una cum apside A ; nunc vero quum feratur motu suo per orbem $ADBE$, labente eodem tempore reperietur quidem in eodem loco a , sed post peragratam integram orbitam, & adhuc arcum Aa : adeo ut motus Planetæ hoc casu componatur ex motu suo proprio per orbitam ab occasu in ortum, & ex motu apsidum etiam ab occasu in ortum.

146. Propter hunc ergo apsidum motum fit, ut velocitates Planetarum nonnihil augeantur. Sed inde fit etiam, ut duplex in Planetis revolutio sit distinguenda, quarum altera *anomalistica*, altera autem *vulgaris*,
& p-

& periodica dicitur. Revolutio anomalistica est *spatium temporis, quo eget Planeta quivis ad hoc, ut digressus a quovis sua orbitæ puncto, veluti ab apside summa, ad eandem apsidem summam revertatur*. Revolutio autem periodica est *spatium temporis, quo eget Planeta ad hoc, ut profectus a linea apsidum, considerata ut immobili, revertatur ad eandem apsidum lineam*. Ex quo sequitur tempus primum aliquanto majus esse tempore secundo: dum enim Planeta absolvit gradus 360 revolutionis periodicæ, propter apsidum motum in consequentia signorum, nondum transgressus est gradus 360 revolutionis anomalisticæ. Vicissim vero dum Planeta transiit gradus 360 revolutionis anomalisticæ plus quam gradus 360 revolutionis periodicæ absolvit; idque propter eundem apsidum motum in consequentia signorum.

147. Præter apsidum motum considerandus est etiam in orbitis Planetarum motus nodorum; ex quo nodorum motu fit, ut *Planeta continenter exeat de unis planis inque alia plana migrent*. Etenim quemadmodum apsidæ Planetarum moventur in consequentia signorum, ita non dissimili motu feruntur nodi eorundem Planetarum. Qui nodorum motus ut rectius intelligatur, ponamus orbem ANBN (Fig. 13.) referre planum Eclipticæ, in quo S sit locus Solis; orbem vero CNDN referre planum, in quo plano jacet orbita alicujus Planeta: sitque N nodus unus, & N nodus alter priori oppositus; linea vero NSN transiens per centrum Solis S sit linea nodorum. Cogitandum est hanc lineam NSN moveri circulariter circa Solem S, tamquam centrum, ab occasu versus ortum, secumque ferre totum orbem Planetae CNDN. Quapropter quum linea nodorum NSN transiit in positionem *nSn*, orbita CNDN abiisse censenda est in orbitam *cndn*. Hujus autem planum quum diversum sit a plano illius, sequitur Planetam, propter motum nodorum, continenter ex uno plano in aliud migrare.

148. Verum hic Planeta ex uno in aliud planum continuus transitus ita fit, ut tamen orbis ipse maneat semper eodem modo inclinatus ad planum Eclipticæ.

TOM. II.

F

E. g.

E.g. Mercurius, cujus orbis inclinationem diximus esse graduum 6, & minutorum 52 ita de uno plano transiit in aliud, ut tamen ejus inclinatio ad planum Eclipticæ, saltem ad sensum, semper maneat gradum 6, & minutorum 52. Idem sentiendum de Planetis cæteris Venere, Marte, Jove, atque Saturno. Tantum de Luna, parique jure de Planetis secundariis Jovis, & Saturni id verum non est, quorum inclinationes ad plana primariorum augentur, atque minuuntur per vices, quemadmodum suo loco explicabitur.

149. Quamvis autem cæteri Planætæ continenter ex uno plano migrent in aliud planum, sola tamen Tellus perpetuo manet in eodem plano. Itaque in orbe Telluris considerandus est tantum apsidum motus: at vero in orbibus cæterorum Planetarum, præter motum apsidum, considerandus est præterea motus nodorum, quorum uterque in Planetis primariis est in consequentia signorum. Quemadmodum autem ab apsidum motu duplex revolutio fluxit, scilicet *anomalistica*, & *periodica*; ita a motu nodorum tertia manat revolutio, quæ *Nodalis* dici potest: cujus nomine intelligitur *spatium temporis, quo eget Planeta, vel Cometa ad hoc, ut profectus ab uno nodo regrediatur ad eundem nodum*. Unde quum nodi moveantur in consequentia signorum, sequitur Planetas citius absolvere suas revolutiones periodicas, quam revolutiones nodales. Nam si revolutio periodica, & nodalis ab eodem nodo initium ducant, absoluta jam erit revolutio periodica, quamquam nodalis non dum ad finem suum pervenerit, propterea quod nodus interea aliquantum spatii prægressus est. Sane Luna de nodo uno profecta citius assequitur eundem nodum, quam integram revolutionem periodicam conficiat. Sed id ex eo oritur, quia motus nodorum Lunarium est in *antecedentia signorum*, id est ab ortu in occasum; quemadmodum suo loco demonstrabitur. Unde nodi occurrunt Lunæ, antequam ipsa ad idem Cæli punctum, ex quo discessit, revertatur.

150. *Newtoniani* motum Apsidum, Nodorumque Lunæ, cæterorumque Planetarum secundariorum non negant;

negant; primariorum autem Nodos, atque Aphelia quiescere contendunt. Sane Nodos, atque Aphelia Planetarum primariorum lentissime moveri in *consequentia signorum* constat ex ipsis observationibus. Id non constat num illa revera moveantur, an vero in speciem tantum videantur moveri, ut *Newtoniani* contendunt: quibus persuasum est motum Apheliorum, & Nodorum *præcessionem æquinoctiorum* tribuendum esse. De qua re quale sit iudicium nostrum alibi fortasse explicabitur.

151. Superest ut Apsidum, Nodorumque positiones, quales hac tempestate obtinent, breviter indicentur. Aphelium Telluris ultra gradum octavum Capicorni constituitur. Mercurii Aphelium ultra gradum decimum quartum Sagittarii; ejus vero Nodus quasi in decimo sexto Tauri gradu. Veneris Aphelium constituitur in gradu quasi octavo Aquarii; nodus vero ultra gradum decimum quartum Geminorum. Martis Aphelium est paullo ultra primum gradum Virginis; nodus vero prope decimum octavum gradum Tauri. Jovis Aphelium ultra undecimum gradum Libræ; nodus vero prope septimum Cancræ gradum. Denique Saturni Aphelium hæret in principio Capicorni; nodus vero constituitur prope vigesimum tertium Cancræ gradum. Motus autem annui Apsidum, & Nodorum tales constituuntur ab accuratioribus Astronomis. Telluris Aphelium quotannis progreditur minutis secundis 62, vel 63. Mercurii autem, Veneris, Martis, Jovis, & Saturni Apsides progrediuntur quotannis secundis 99, 86, 67, 94, & 82. Eorumdem Planetarum nodi quotannis conficiunt secundis 85, 46, 37, 14, & 72. Ex quibus liquet motum Nodorum, Apsidumque esse admodum irregularem, neque ullam cum distantis Planetarum proportionem servare.

CAPUT NONUM.

De Planetarum adspectibus.

152. **E**X eo quod Planetæ inæqualibus temporibus circa Solem revolvuntur manifestum est, ipsos eundem inter se situm, atque immutabiles positiones servare non posse; sed quandoque ad se mutuo accedere, quandoque vero longis intervallis recedere debere. Diversas istas Planetarum positiones, atque distantias, quas rectius *Elongationes* diceres, *Adspectus* adpellant Astronomi: quos distinguunt in *heliocentricos*, sive spectatos ex Sole, & *geocentricos*, sive spectatos ex Tellure. Ut enim ex *hoc Capite* constabit, alia est Planetarii Cæli facies spectata è Sole, alia vero spectata è Tellure.

153. Quamquam autem infinita sit adspectuum varietas, tamen qui frequentissime considerantur ab Astronomis sunt *Conjunctio*, *Oppositio*, *Quadratura*, *Trinus*, & *Quadratus adpectus*. Planetæ dicuntur *conjuncti*, quando rectæ lineæ ab oculo ad ipsos ductæ ad eundem Zodiaci gradum pertingunt; veluti si duo Planetæ adpareant in principio Cancrī, vel Libræ. Quod si linearum ab oculo ad Planetas ductarum una pertineat ad unum gradum Zodiaci, altera vero ad gradum oppositum, Planetæ dicentur *Oppositi*. Veluti si dum Planeta unus videtur versari in principio Arietis, alter adpareat in principio Libræ, qui sunt gradus oppositi. Aut etiam si dum Planeta unus videtur in octavo gradu Cancrī, alter adpareat vicissim in octavo gradu Capricorni, qui etiam sunt gradus oppositi.

154. Sed ut adpectuum *heliocentricorum*, *geocentricorum*que diversitatem paucis hic attingamus, placet Planetas omnes primarios in *inferiores*, & *superiores* distinguere. Planetæ inferiores sunt Mercurius, & Venus, qui scilicet infra Tellurem Soli circumvolvuntur. Planetæ vero superiores sunt Mars, Juppiter, & Saturnus, qui semper supra Telluris orbitam circa Solemvolvuntur.

Jam

Jam si Planeta aliquis superior è Sole visus adpareat Telluri conjunctus, is conspectus è Tellure adpareat necesse est Soli oppositus. Ut enim Planeta superior è Sole videri possit Telluri conjunctus, oportet Tellurem inter Solem, & Planetam esse constitutam: ita enim spectatori Terrestris adparebunt Planeta, & Sol ad partes Cœli oppositas, ideoque in oppositione versari. Vice versa si Planeta aliquis superior spectatus è Sole videatur esse in oppositione cum Tellure, is conspectus è Tellure Soli conjunctus adparebit; nam eo casu Sol versabitur inter Tellurem, & Planetam; adeoque ex Tellure visus eidem Planetæ conjunctus adparebit.

155. Longe aliud accidit Planetis inferioribus, qui è Sole conspecti, sive adpareant Telluri conjuncti, sive eidem oppositi, semper tamen è Tellure visi Soli conjuncti adparebunt. Sane si inferior Planeta Telluri oppositus sit visus ex Sole, dubitandum non est quin is idem è Tellure visus adpareat Soli conjunctus. Sed eundem adspectum subire debere respectu Solis Planetas inferiores, quando ij ex Sole visi Telluri adparent conjuncti, ex eo liquet, quod Planetæ inferiores, propterea quod Soli infra Tellurem circumducuntur, tunc constituti sint inter Solem, & Tellurem; adeoque quemadmodum ex Sole visi adparent Telluri conjuncti, ita pariter visi ex Tellure eidem Soli conjuncti adpareant necesse est. Id tantum intercedit discriminis inter utramque conjunctionem, quod priori casu Planetæ inferiores Soli jungantur *superne*; sunt enim supra Solem respectu Telluris; posteriori vero casu eidem Soli jungantur *inferne*; sunt enim infra Solem respectu ejusdem Telluris. Adeoque quando Planetæ inferiores sunt *heliocentrice* oppositi Telluri, ij erunt *geocentrice* conjuncti Soli, sed *superne*: quando vero sunt *heliocentrice* juncti Telluri, tunc erunt etiam *geocentrice* conjuncti Soli, sed *inferne*.

156. In *quadrato* adspectu dicuntur esse Planetæ, quum rectæ linæ ab oculo ad ipsos ductæ rectum inter se angulum continent. Veluti si dum Planeta unus adparet in principio Arietis, alter videatur in principio Cancri, aut etiam in principio Capricorni; utraque

enim loca distant gradibus 90 a principio Arietis . In *trino* adspectu dicuntur versari Planetæ , quum rectæ lineæ ad ipsos ab oculo ductæ angulum continent graduum 120 ; veluti si dum Planeta unus versatur in principio Arietis , alter adpareat in principio Leonis , aut etiam in principio Sagittarii : utraque enim hæc signa distant ab Arietis initio per gradus 120 . Et denique in *sextili* adspectu dicuntur esse Planetæ , quando rectæ lineæ ab ipsis ad oculum ductæ angulum comprehendunt gradum 60 ; veluti si dum Planeta unus hæret in principio Tauri , alter sit in principio Cancræ , vel etiam in principio Piscium . Quapropter Planetarum *conjunctorum* nulla prorsus est elongatio . *Oppositorum* elongatio est signorum sex . Eorum , qui sunt in *Quadratura* , elongatio est signorum trium . Eorum , qui sunt in adspectu *Trino* , elongatio est signorum quatuor . Et eorum denique , qui sunt in adspectu *Sextili* , elongatio est signorum duum .

157. Jam nullus est adspectus , ad quem Planetæ omnes tum primarii , quum secundarii è Sole conspiciantur , & cum Tellure comparati nequeant pervenire : nempe potest unusquisque Telluri conjungi ; in ejus oppositionem venire ; in adspectu quadrato , trino , sextili denique cum ea versari . Nam *primo* quum Planetæ inferiores citius , quam Terra , periodos suas absolvant , oportebit ut ipsi nunc magis , nunc minus absint a Tellure ; & nunc in oppositis Cœli locis è Sole conspiciantur , nunc in eodem cum Tellure puncto adpareant conjuncti . Finge aliquando hos Planetas inferiores Telluri adparere ex Sole conjunctos . Statim post conjunctionem spectator in Sole constitutus eos è Tellure versus ortum recedere videbit . Terram enim segenius incedentem paulatim post se relinquent ; adeoque in sextilem adspectum primum venient ; tum ad quadratum transibunt ; deinde in trinum ; denique ad oppositionem pervenient . Et *secundo* quum Planetæ superiores tardius , quam Terra , gyros suos absolvant , oportebit ut ipsa nunc magis , nunc minus absint ab illis , & nunc in oppositis Cœli locis videatur è Sole , nunc in eodem

eodem cum Planetis puncto adpareat conjuncta . Fingē aliquando Tellurem Planetis superioribus adparere ex Sole conjunctam . Statim post conjunctionem spectator in Sole constitutus eam a Planetis versus ortum recedere videbit . Ipsos enim segnius incedentes paulatim post se relinquet ; adeoque in sextilem adspēctum primum veniet ; tum ad quadratum transibit ; deinde in trinum ; denique ad oppositionem perveniet .

158. Similiter nullus est adspēctus , ad quem Planetæ superiores conspecti è Tellure , & cum Sole comparati nequeant pervenire ; sed Planetæ inferiores è Tellure vili numquam in oppositione , numquam in quadratura , numquam in sextili , aut trino adspēctu cum Sole versari videbuntur : tantum in singulis suis revolutionibus his Soli conjuncti adparebunt : post conjunctionem vero exiguo intervallo a Sole recedere , deinde vero denovo ad Solem accedere videbuntur . Etenim quum orbitæ Planetarum superiorum comprehendant orbitam Telluris , & hoc amplius ipsi tardius incedant , quam Tellus , sit hinc ut Tellus modo transeat inter Planetas , & Solem : quo tempore contingunt oppositiones Planetarum cum Sole , modo vero transeat ultra Solem respectu Planetarum ; quo tempore eorundem cum Sole conjunctiones celebrantur . Unde quum inter conjunctiones , & oppositiones intercedere necessario debeant omnes adspēctus intermedi ; sextilis scilicet , quadratus , & trinus sequitur nullum esse adspēctum , ad quem Planetæ superiores è Tellure vili , & cum Sole comparati nequeant pervenire .

159. Longe diversa res est de Planetis inferioribus Venere , & Mercurio . Nam quum orbitæ horum Planetarum includantur in orbita Telluris , sive ipsi transeant inter Solem , & Tellurem , sive ultra Solem respectu Telluris , semper Soli conjuncti adparebunt . Adeoque in Planetis inferioribus è Tellure visis cessat adspēctus oppositionis , ejusque locum subit conjunctio altera . Ut enim supra adnotatum est , in his Planetis duplex conjunctio locum habet *inferior* scilicet , & *superior* . Illa , quæ est vice oppositionis , habet locum quum Planetæ

inferiores transeunt citra Solem respectu Telluris ; hoc est quum transeunt inter Solem, & Tellurem ; hæc vero locum sibi vindicat, quum vicissim Planetæ transeunt ultra Solem respectu ejusdem Telluris.

160. Superata conjunctione inferiori, Planetæ inferiores adparere incipiunt ad occasum respectu Solis, hacque adparitio locum habet usque donec Soli superne denuo conjungantur. Superata deinde hac altera conjunctione, adparebunt vicissim ad ortum respectu Solis, usque donec ad conjunctionem inferiorem denuo regressi sint. Quapropter Planetæ inferiores post conjunctionum tempora modo versus occasum, modo versus ortum recedent ; quum tamen Planetæ superiores post conjunctiones semper ad ortum adpareant. Sed habet recessus iste in Planetis inferioribus suos limites, qui prætergredi numquam possunt. Etenim quum eo loci progressi sunt Planetæ, ut recta linea TV, vel TM (Fig. 14.) ab oculo ad ipsos ducta contingat orbem VAMB, in quo feruntur circa Solem S, tunc maxime a Sole recessisse censendi sunt: postea enim denuo ad Solem adpropinquare incipiunt, ut ipsum *schemata* aperitissime demonstrat : quippe angulus STV, vel STM, qui elongationem Planetæ a Sole designat, augetur usque ad loca supradicta V, & M, sed deinde minuitur.

161. Quum Planetæ isti recesserunt a Sole quam maxime potuerunt, in *maxima elongatione* versari dicuntur. Maxima Veneris elongatio numquam quadrantis semissem, sive gradus 45 excedit. Mercurii vero maxima elongatio vix signum integrum solet adæquare. Post maximas elongationes iterum videntur ad Solem redire, & inde rursus ad partes alteras, quasi oscillando, excurrere. Caterum maximæ elongationis quantitas habetur per solutionem trianguli rectanguli plani. Etenim si intelligamus triangulum TVS, vel TMS ad Tellurem, ad Planetam quemvis inferiorem, & ad Solem : angulus ad Tellurem semper designabit elongationem Planetæ a Sole; quo autem tempore angulus ad Planetam TVS, vel TMS est rectus, supradictus angulus ad Tellurem referet maximam ejus a Sole elongationem, saltem in hypothesi

theſi quod Planetarum inferiorum orbitæ ſint circula-
 res, Solique concentricæ : quod quidem in Veneris orbe
 tuto adſumi poteſt ; in Mercurii vero orbe paullo lon-
 gius a vero diſcedit . Quum autem in hoc triangulo ,
 præter angulum reſum ad Planetam ; detur & latus
 SV , quod designat diſtantiã Solis ab ipſo Planeta ,
 & hypothenuſa TS , quæ designat ejuldem Solis a
 Tellure diſtantiã , dabitur angulus elongationis ma-
 ximæ STV .

162. Illud hic prætereundum non eſt, Planetas infe-
 riores minus abeſſe a Tellure quum Soli inferius jun-
 guntur , quam quum ei junguntur ſuperne : quæ cauſa
 eſt , quare ipſi adpareant grandiores prope conjunſtio-
 nem inferiorem , quam prope conjunſtionem ſuperio-
 rem . Similiter Planetæ ſuperiores minus diſtant a Tel-
 lure in ſuis oppoſitionibus cum Sole , quam in ſuis con-
 junſtionibus . Nam poſita diſtantiã Telluris a Sole par-
 tium 10, Saturnus, quum Soli oppoſitus eſt, diſtat a Tel-
 lure tantum partibus 85; at vero quum eidem conjunſtus
 eſt, diſtat ab eadem Tellure partibus 105; adeoque prior
 diſtantiã ad ſecundã erit, ut 85 ad 105, ſive etiam , ut
 17 ad 21 . Similiter Juppiter, quando Soli oppoſitus eſt,
 diſtat a Tellure partibus 42; quando vero eidem eſt con-
 junſtus diſtat a Tellure partibus 62 ; adeoque prior di-
 ſtantiã eſt ad poſteriorem, ut 42 ad 62 , ſive etiam fere,
 ut 2 ad 3 . Denique Mars, quando eſt Soli oppoſitus, di-
 ſtat a Tellure Solis partibus 5; quando verb eidem con-
 junſtus eſt, diſtat ab eadem Tellure partibus 25; adeoque
 prior diſtantiã eſt ad ſecundã , ut 5 ad 25, ſive etiam ,
 ut 1 ad 5 . Qua ratione Mars multo major, ſcilicet quin-
 quies major adparet , quum eſt *achronicus* , ſive quum
 Soli opponitur, quam quum eidem conjungitur .

163. Illud hic etiam prætereundum non eſt, adſpe-
 ctus Planetarum *geocentricos* ab *heliocentricis* ut pluri-
 mum diſferre , neque æquales eſſe inter ſe , niſi quum
 circulus , qui tranſit per Planetas duos , & per Solem
 tranſit etiam per Tellurem , vel ſaltem non longe de-
 fleſcit ab ea ; tunc enim angulus ad Solem adæquat an-
 gulum ad Tellurem , quippe qui ſunt in eadem circuli
 por-

portione. Similiter adspēctus alicujus Planetæ cum Sole visus ē Tellure tunc tantum erit idem cum adspēctu ejusdem Planetæ cum Tellure ē Sole viso, quum Planeta est in tali situ respectu Solis, atque Telluris, ut ab utrisque æque distet. Sit enim Planeta in P (Fig. 15), Tellus in T, & Sol in S; quum distantia PT Planetæ a Tellure adæquat distantiam PS Planetæ a Sole, adspēctus geocentricus idem erit cum heliocentrico; prior enim adspēctus designatur per angulus PTS; posterior vero per angulum PST; qui quidem anguli æquales sunt, propter æqualitatem rectarum PT, PS. Sed hæc rectarum PT, PS æqualitas tantum in Mercurio, & Venere, qui interioribus gyris Solem amplectuntur, & etiam in Marte, qui non longe a Terra revolutionem suam perficit contingere potest; in reliquis vero duobus Planetis Jove, & Saturno, qui longius absunt a Tellure, numquam locum habet; adeoque numquam, respectu horum Planetarum, adspēctus heliocentricus æqualis est geocentrico.

164. Denique adnotandum hic est conjunctiones, & oppositiones Solis, Lunæque, quæ singulis mensibus celebrabitur, communi nomine *Syzygias* nominari; sive enim Luna Soli conjungatur, id quod contingit, quum ipsa transit inter Solem, & Tellurem, sive ei opponatur, quod accidit, quum transit ultra Tellurem respectu Solis, semper in *Syzygiis* versari dicetur.

CAPUT DECIMUM.

De Planetarum Phasibus; sive Luminum incrementis, & decrementis.

165. **C**apite primo, & secundo dictum est Planetas, atque Cometas corpora esse quasi sphaerica, scabra, opaca, & densa instar Telluris nostræ: neque alia de causa lucida videri, nisi quia remittunt in oculos nostros partem luminis, quod mutantur a Sole. Jam non omnes Planetæ ē Tellure conspecti videntur
semper

semper *pleno orbe* fulgere; sed in nonnullis ipsorum observatur luminum perpetua quædam varietas, atque mutatio; in Luna quidem nudo oculo; in Mercurio, autem Venere, & Marte nonnisi Telescopii subsidio. Nam Luna singulis mensibus *crescere*, atque *senescere* observatur: interdum enim *curvata in cornua*; interdum *æqua portione divisa*; modo *sinuata in orbem*; modo *vero plena facie fulgens* conspicitur. Non dissimilia phænomena, Telescopii subsidio, observantur in Mercurio, Venere, & Marte tantum; nam Jupiter, & Saturnus nullas subeunt luminum vicissitudines, sed *pleno orbe* semper fulgent. Hæc Phænomena *Phases Planetarum* passim adpellantur, de quibus est hic sermo instituendus.

166. Et quidem quum Planetæ corpora sint quasi sphærica, necesse est alteram ipsorum medietatem a Sole illuminari, alteram tenebris penitus involvi. Id. enim contingere necessario debet sphæris opacis, quæ corpori lucido obijciuntur. Perspicuum est autem medietatem illam Planetarum illuminari a Sole, quæ ipsi obversa est; reliquam vero medietatem, quæ a Sole aversa est, obscuram permanere. Quocirca spectator in Sole constitutus nullam luminum varietatem deprehenderet in Planetis, si ipsos ei contueri liceret, sed eosdem plena semper facie fulgentes conspiceret.

167. Longe aliud accidit spectatoribus in Tellure constitutis, respectu quorum Planetæ nonnulli omnes phasium vicissitudines videntur subire. Etenim quum tria contingere possint; *Primum*, ut dimidia pars Planetæ illuminata a Sole tota Telluri sit aversa: *Secundum*, ut tota ei sit obversa: & *Tertium*, ut ei obvertatur pro parte tantum: siquidem primum accadat, Planeta *obscurus*, atque *inconspicuus* erit Terricolis; si secundum contingat, *totus lucidus* adpareat necesse est; denique si tertium accadat, Planeta neque totus opacus, neque totus lucidus, sed *partim opacus, partimque lucidus* adparebit: lucida autem pars major erit, vel minor, prout major, vel minor hemisphærii illuminati pars Telluri obijcitur.

168. Quæ omnia planiora fient ex adposito *schemate*

se

re 16, in quo circulus ABCDEFGH interior representat orbem alicujus Planetæ inferioris; circulus vero exterior Tz refert orbem Telluris, in quorum centro communi est Sol S: Itaque siue Planeta sit in A, siue sit in B, siue in C, siue in alio quovis sui orbis puncto, semper ea ipsius medietas, quæ Soli obversa est, lucida erit, talisque adparebit spectatori in Sole constituto. At Terra existente in t, Planeta autem in A, quo loco ipse Soli jungitur inferne, Terricola in t, videbit Planetam in A penitus obscurum, siue omni lumine solari destitutum: ea enim Planetæ pars, quæ a Sole averfa est, Telluri obvertitur. Sed progressu Planeta ad B, scilicet ad occasum Solis; aliqua medietatis illustrata pars Telluri obvertetur, sed multo major medietatis obscuræ; quumq; Planeta ex tam longinquo intervallo spectatus adpareat tamquam planus, pars illuminata Telluri obversa in cornua a Sole averfa; hoc est ad occasum vergentia protendi videbitur. Procedente Planeta ad C illuminati hemisphærii medietatem Terricola videbit, adeoque Planeta adparebit dimidiatus, siue bisectus. In D adparebit gibbus, hoc est plusquam quam dimidiatus. In E denique, quo loco Planeta Soli jungitur superne, pleno orbe fulgens adparebit; quia integrum Planetæ hemisphærium illuminatum Telluri hoc in situ obvertitur.

169. Easdem prorsus phasés subit Planeta, dum per F, G; H redit ad A: nempe in F adparebit iterum gibbus; in G dimidiatus, siue bisectus; in H corniculatus, sed cornua orientem spectabunt; in A denique obscurus. Et quamquam in hac phasium vicissitudine indicanda motus Telluris rationem non habuerimus, quam semper in eodem loco t constitutam supposuimus, id tamen nonnisi facilitatis causa factum est; is enim motus nihil prorsus phasium supradictæ vicissitudini officit: id tantum facit, ut eadem phasés aliquanto tardius sibi succedant; loca enim ipsa, in quibus phasés contingunt, mutantur. Scilicet quum Planeta, quando Tellus manebat immobilis, videretur bisectus in loco C, is idem, dum movetur Tellus, eandem phasim subibit ultra locum C, prope scilicet locum D, quo in loco gibbus contuebatur.

Et quo-

Et quoniam Planeta existente in A conjungitur Soli in parte inferiori, existente vero in D conjungitur Soli in parte superiori, ut modo adnotatum est, sequitur Planetas inferiores, quum versantur prope conjunctiones inferiores, corniculatos adparere: & quidem cornua tendere versus ortum, quando ipsi sunt ad ortum Solis, tendere vero versus occalum, quando vicissim sunt ad occasum Solis. Quum vero versantur prope conjunctiones superiores videri gibbos: in ipsis conjunctionibus inferioribus esse opacos, adeoque inconspicuos; in ipsis denique conjunctionibus superioribus pleno orbe fulgere, sed esse pariter inconspicuos: quia a Solis lumine, cui conjuncti sunt, omnino occultantur.

170. Hujusmodi phasium vicissitudines consequuntur ex eo, quod Planetæ inferiores orbibus suis Solem complectantur. Sane quum id primus omnium posuisset *Copernicus*, statim ei arduus se nodus, atque difficilis objecit, a quo nodo, non dum reperto Telescopio, ægre se expedivit: cujus podi resolutionem in magni *Galilæi* tempora fata distulerant. Etenim quum Venus perpetuo Solem ambiret, & quandoque supra Solem respectu Telluris, quandoque vero infra ipsum veniret, subeunda ei erant incrementa, & decrementa luminum eorum non dissimilia, quæ modo a nobis descripta sunt; quum tamen nihil horum tunc deprehenderetur in Venere, sed rotunda semper, plenoque orbe fulgens oculis nudis spectata adpareret. Quem laqueum, ut declinaret *Copernicus*, peculiarem prorsus constitutionem in Venere comminisci debuit: Itaque aliquando arbitratus est Planetam istum inæqualitate, & celeritate cursus ad Lunæ, Telluris, Martis, cæterorumque Planetarum naturam accedere, lumine vero proprio, sibi que insito ad naturam accedere inerrantium siderum; (quam ad conjecturam non parvi ponderis erat vividum, splendensque lumen, quod Venerem fundere videbat) interdum etiam censuit Venerem esse diaphanam, sive pellucidam, in quam idcirco quum decidissent radii solares, viam sibi planetam, atque apertam ad ulterius progrediendum esse concessam. Sed utramque *Copernici* conjecturam primus infir-

infirmavit *Galilaus*, qui Telecopii beneficio phasium vicissitudines in Venere observavit: qua tamen ex re adparuit, quam vere *Copernicus* posuisset Veneris, atque adeo Mercurii orbitam Solem cingere.

171. Ab hac phasium vicissitudine modo exposita prorsus immunes sunt Juppiter & Saturnus. Etenim quum Saturni, Jovisque a Sole distantiae multo majores sint, quam distantia Telluris ab eodem Sole, inde fit, ut quod eorum hemisphaerium Soli obvertitur, idem obvertatur ad sensum etiam Telluri; adeoque Planetæ isti duo semper pleno orbe fulgentes adpareant oportet. In Marte aliter se res habet: nam quum Martis a Sole distantia sit tantum sesquialtera distantiae Telluris ab eodem Sole, manifestum est Martis hemisphaerium Soli obversum non semper ad sensum obverti ipsi Telluri. Atque ut schemate aliquo res ostendatur, sit T locus Telluris (*Fig. 17.*) & S Sol. Patet Martem in situ A, vel B, dum vel Soli conjungitur, vel eidem opponitur eandem prorsus faciem Telluri, & Soli obvertere: itaque utroque loco Mars pleno orbe fulgens adparebit. At in situ M, vel m, nempe quum angulus ad Tellurem STM, vel STM est rectus, sive etiam quum Mars quadratum cum Sole adspectum obtinet, hemisphaerium a Sole illuminatum integrum Telluri non obvertitur; quare in utroque illo situ Mars ad partes a Sole averfas paululum lumine deficiens, adeoque gibbus adparebit.

172. Sed operæ pretium est Lunares phases, quæ apud vulgus ipsum, nedum apud Astronomos celebres sunt, paullo fufius hic describere. Itaque sit S (*Fig. 18.*) Sol, T Tellus, RTS portio orbitæ terrestris, quam nempe Terra motu annuo circa Solem describit, & ABCDEFGH orbita Lunaris, in qua scilicet fertur Luna circa Tellurem ab occasu in ortum spatio dierum $27\frac{1}{4}$ fere. Connectantur Solis, Lunæque centra cum recta SL, perque Lunæ centrum transeat planum MLN, ad quod planum recta SL perpendiculariter insistat. Planum istud efficiet in corpore Lunari circulum, qui erit *lucis, & umbræ finitor*, sive etiam circulus illuminationis, illuminatam scilicet Lunæ partem ab obscura di-

fin-

flinguens. Eodem modo jungantur centra Terræ & Lunæ cum recta TL, quæ normalis sit ad aliud planum PLO tranſiens quoque per Lunæ centrum. Planum illud efficiet in corpore Lunari circulum, qui Lunæ partem a Terra ſpectabilem ab occulta, & inconſpicua dividet, ilque *circulus viſionis* dici poterit.

173. Itaque ponamus *primo* Lunam eſſe in A, quo tempore videri à Tellure Soli opponitur. In hoc ſitu coincidente circulo viſionis cum circulo illuminationis, tota Lunæ illuſtrata facies a Terricolis videbitur, hæcque phæſis dicitur *Luna plena, Luna pernox, & Plenilunium*. Ponamus *ſecundo* Lunam perveſſiſſe ad B: in eo ſitu circulus viſionis deſceſcit aliquantulum a circulo illuminationis, adeoque hemiſphærium illuminatum MPN non totum Terræ obvertitur, ſed pars MP è Terricolarum conſpectu ſubducitur. Itaque pars Lunæ viſibilis non nihil ab hemiſphærio deficit, ipſaque *gibba* adparebit. Ponamus *tertio* Lunam ad C perveſſiſſe: in hoc ſitu circulus viſionis rectum cum circulo illuminationis angulum continet; adeoque illuminati hemiſphærii MPN pars tantum dimidia videtur a Tellure, & Luna *biſecta*, ſive *dichotoma* adpellatur. Et quoniam in hoc ſitu Sol, & Luna è Tellure ſpectati ſunt in adſpectu fere quadrato, ſequitur Lunam tunc videri *dichotomam*, ſive *biſectam*, quum eſt in quadratura cum Sole.

174. Ponamus *quarto* Lunam perveſſiſſe ad D: eo in ſitu exigua tantum illuminati hemiſphærii pars Telluri obvertitur; quapropter Luna apparebit curvata in cornua; tuncque circulus viſionis obtuſum cum illuminationis circulo angulum continet. *Denique* ponamus Lunam perveſſiſſe ad E, hoc eſt ad conjunctionem cum Sole; hoc in ſitu coincidit iterum circulus viſionis cum circulo illuminationis; ſed Luna erit penitus obſcura: nulla enim illuminati hemiſphærii pars Telluri objicitur. Hæc phæſis *Novilunium, Interlunium, Luna ſilens, Synodus Luminarium, Copula, & Neomenia* dicitur. Eaſdem phæſes patitur Luna, quando alteram orbis ſui medietatem peragrat. Scilicet in F rurfus eſt *corniculata* cum hoc discrimine, quod ante
 novi-

novilunium cornua spectabant ad occasum, post novilunium vero spectant ad ortum; in G adparet rursus *bisecta*; in H iterum *gibba*; denique in A *pleno orbe* denuo fulgebit.

175. Antequam finem huic *Capiti* imponamus, advertendum est tempus, quod labitur a novilunio uno ad proximum novilunium, sive a conjunctione Lunæ cum Sole ad proximam conjunctionem, longius esse tempore periodico. Hinc duplicis mensis Lunnaris orta distinctio apud Astronomos, quorum alter *Synodicus* alter *Periodicus* adpellatur. Mensis periodicus est spatium temporis, quod labitur ad hoc ut Luna ab aliquo Zodiaci puncto, veluti ab initio Arietis, profecta ad idem Arietis initium redeat. Mensis vero synodicus est mensura temporis, quod labitur ad hoc ut Luna ab aliqua phasi ad eandem phasim redeat, veluti a novilunio ad novilunium proxime sequens, aut a plenilunio ad plenilunium.

176. Oritur hæc distinctio aut ex motu Telluris reali ab occasu in ortum, aut etiam ex motu Solis adparenti. Etenim dum Luna circulationem suam absolvit circa Tellurem spatio dierum $27\frac{1}{4}$, Sol etiam adparenter ambit Tellurem: adeoque si alicubi Luna, & Sol adpareant conjuncti, Luna post dies $27\frac{1}{4}$ regreditur ad eundem Cœli locum, ubi Soli jungebatur, at vero ibi Solem non inveniet interea motu adparenti ulterius progressum: adeoque absolutus jam erit mensis Lunæ periodicus, mensis autem Synodicus non item; qui ut absolvatur necesse est, ut Luna Solem consequatur. Et quoniam Luna Solem non consequitur, nisi post dies $2\frac{1}{8}$ ut alibi ostendetur, sequitur mensem Synodicum absolvi post spatium dierum $29\frac{1}{2}$.

177. Idem consequitur ex motu Telluris; dum enim Luna integram revolutionem suam perficit circa Tellurem in consequentia signorum, Tellus ipsa una cum orbita Lunari promovetur nonnihil etiam in consequentia signorum circa Solem. Sit AD portio orbitæ Terrestris (Fig. 18.), S Sol, T Tellus, & ADL orbita Lunaris, in qua Luna versetur in L, in conjunctione scilicet

cet cum Sole . Ponamus Tellurem spatio mensis periodici, quem diebus $27\frac{1}{4}$ absolvi diximus, descriplisse arcum Tz . Itaque Tellus in fine ejus temporis reperietur in z : orbita vero Lunar^{is} $ACDL$ translata erit in $acdl$; atque adeo ducta per centrum Telluris t recta ctl parallela ipsi CTL , in fine ejusdem temporis Luna reperietur in puncto l , quod respondet puncto L prioris orbitæ . Jungantur centra Solis , & Telluris per rectam SMT : ea erit ad partes orientales respectu Lunæ sitæ in l . In ea autem recta quum accidere debeat conjunctio Solis , Lunæque, sequitur Lunam, ut Soli conjungi possit, ulterius adhuc per arcum lM ferri debere ; qui quidem arcus tot ferme gradus continet , quot gradus continet arcus Tz a Tellure interea temporis descriptus . Nam propter parallelas TLS , zl anguli alterni TSt , Mzl æquales sunt inter se . Et quoniam Luna ad describendum arcum lM eget ferme diebus $2\frac{1}{6}$, ut deinceps demonstrabitur ; inde fit ut mensis Lunar^{is} Synodicus non absolvatur nisi post dies $29\frac{1}{2}$.

178. Unde facile modo erit intervalla phasium notare ; quin immo totam luminum Lunæ incremento- rum, vel decrementorum rationem ad tempora accommodare . Finge enim integram Lunæ revolutionem Synodicam a conjunctiōe incōceptam , atque ad sequentem conjunctiōnem absolutam in quatuor æquales partes secari ; ita scilicet, ut primo Luna sit Soli conjuncta ; deinde sit in quadratō cum ea adspectu ; tum ei sit opposita ; denique iterum cum ipsa quadratum adspectum obtineat ; fingeque præterea integrum tempus revolutionis Synodicæ in totidem æquales partes distribui . Itaque a conjunctiōne ad quadraturam primam intercedent dies $7\frac{1}{4}$ ferme : a prima quadratura ad oppositionem dies totidem ; totidemque etiam elabentur ab oppositione ad quadraturam alteram ; totidemque ab hac ad conjunctiōnem .

179. Et quoniam Luna in conjunctiōne oculis nostris penitus conspicua non est , in oppositione pleno orbe fulget , in utraque autem quadratura videtur bifida ; appareat I. primis a conjunctiōne diebus $7\frac{1}{4}$ Lunam sal-

Tom. II.

G

catam

catam contueri debere, ita tamen, ut cornua ad ortum spectent; eaque dietim adaugeri usque ad quadraturam primam, quo in loco evadet bisepta. II. Secundis totidem diebus $7\frac{1}{6}$ a quadratura prima Lunam videri debere gibbam, ejusque lumen sentim incrementum suscipere usque ad oppositionem, quo in loco pleno orbe fulgens adparebit. III. tertiis ab oppositione diebus $7\frac{1}{6}$ Lunam decrescere, viderique gibbam usque ad quadraturam alteram, quo in loco iterum adparebit bisepta. Denique quartis a quadratura secunda diebus $7\frac{1}{6}$ Lunam pariter esse decrescentem, viderique iterum falcatam, nisi quod hic cornua vergunt ad occasum usque ad conjunctionem, quo in loco inconspicua prorsus evadet.

CAPUT UNDECIMUM.

De Eclipsibus Planetarum quum primariorum, tum secundariorum.

180. **P**lanetarum phasibus jam descriptis adfinia sunt phaenomena Eclipsium. Est autem Eclipsis vox græca, quæ latine *deliquium*, sive *defectionem* designat; eaque utuntur Astronomi ad significandos pallores, laboresque, quos interdum patiuntur Planetæ. Scilicet quemadmodum ægros, quum deliquium animi patiuntur, in *Eclipsim* incidisse dicimus; ita pariter Planetæ pleno orbe fulgentes, si statim expalleant, *Eclipsim*, sive *deliquium* pati dicuntur.

181. Atque ut rem ab ovo, quod ajunt, repetam sciendum est, corpus omne opacum Soli expositum umbram projicere in plagam Soli oppositam respectu sui ipsius. Est autem hæc umbra nihil aliud, nisi *carentia luminis in illo spatio, in quo umbram adesse dicimus*. Quum enim radii Solares, qui in superficiem corporis opaci decidunt, ab ipso opaco corpore intercipiuntur, eo loci penetrare nequeunt. Quod quum ita sit, sequitur Planetas omnes, ex eo quod opaci sunt, umbram projicere debere versus plagam Soli oppositam. Et quoniam
Pla-

Planetarum figura præterpropter sphaerica est, siquidem ij Solem magnitudine æquarent, umbra ipsorum esset *Cylindrica*; si superarent, umbra referret *conum*, cui *apex obt truncatus est*, *versusque partes baseos alterius proli- elum*: utroque autem calu umbra porrigeretur in infi- nitum. Nunc quum Sol vicissim Planetas exsuperet, umbræ Planetarum *conica* erunt, singulæ in acutissimum apicem desinentes.

182. Umbras istas Planetarum non longe ab Ecli- pticæ plano desistere facile adparebit, si ea memoria re- petantur, quæ superius dicta sunt; nempe *primo* Solem in plano omnium orbitarum, atque adeo in plano ipsius Eclipticæ esse constitutum; & *secundo* plana orbitarum ita quidem ad se mutuo esse inclinata, ut tamen incli- nationis quantitas intra paucissimos gradus consistat. Hinc enim fit, ut etiam si Planeta sit in limite, quo in loco, uti supra adnotatum est, maximam latitudinem adipiscitur, tamen umbra ipsius nonnisi modico inter- vallo ab Eclipticæ plano desectat. Tendente deinde Planeta versus nodum, intervallum illud continuo mi- nuitur; & primo quidem umbra levissime stringet pla- num Eclipticæ; deinde altius illud penetrabit: donec Planeta in nodo constituto axis umbræ (per axem intel- ligimus lineam, quæ a vertice umbræ ad centrum baseos ipsius, sive etiam ad centrum Planetæ, a quo umbra proficiscitur, tendit) coincidat cum plano ipsius Ecli- pticæ. Quæ quum ita sint, accidere potest interdum, ut Planeta unus incidat in umbram alterius; Planetæ enim & umbræ in iisdem Cœli regionibus, quæ prope Eclipticæ planum sunt, errant. Id autem quum accedit Planeta Solis lumine orbatus Eclipsim patia- tur oportet.

183. Sed ut Planeta unus incidat in umbram alte- rius necesse est illum spectatum ab isto Soli oppositum esse; umbræ enim Planetarum semper in plagam Soli ad- versam projiciuntur. Quapropter Luna non alio tem- pore incidere potest in umbram Telluris, nisi quum pleno orbe fulget, Solique opponitur. Et similiter Jo- vis, Saturnique satellites tunc umbras suorum prima-

riorum subibunt, quum in Solis oppositionem, ipsorum primariorum respectu, venerunt.

184. Jam quoniam Tellus motu annuo fertur circa Solem in Eclipticæ plano, etiam umbra Telluris par i velocitate feretur circa Solem in eodem Eclipticæ plano. Quocirca si planum orbitæ Lunaræ congrueret cum plano Eclipticæ, singulis mensibus Luna Terrestrem umbram pervaderet, singulisque mensibus deliquia Lunaria contingerent: nam singulis quoque mensibus Luna Soli opponitur. At quia Lunaræ orbitæ planum defleat a plano Eclipticæ, non semper, dum Luna Soli opponitur, invenitur in plano Eclipticæ, sed ut plurimum celebrantur oppositiones extra Eclipticæ planum. Itaque remanet, ut deliquia Lunaria contingant tunc tantum, quum oppositiones Lunæ cum Sole vel celebrantur in plano Eclipticæ, vel saltem non longe ab eo plano contingunt.

185. Quibus positis nullo negotio ostendetur, Eclipsim Lunæ contingere, quum Tellus, & Luna versantur vel in linea nodorum, vel saltem non procul ab ea, ita tamen, ut Tellus sit inter Solem, & Lunam. Ut enim deliquia Lunaria accendant, duo postulantur. Primum ut Luna constituatur in plano Eclipticæ, vel saltem non longe ab illo plano defleat. Alterum ut Luna Soli sit opposita. Et primum quidem obtinebitur, si Luna versetur aut in ipsis nodis, aut prope illos: alterum vero ut habeatur, necesse est Tellurem versari inter Solem, & Lunam, adeoque etiam prope nodos esse constitutam. Quapropter quum Tellus his singulis annis versetur in nodis, semel in nodo uno, iterum in nodo altero, duo vel tria ad summum (id quod rarissime accedit) deliquia Lunaria quotannis accidere poterunt, quorum tamen quandoque alterum, interdu utrumque deesse potest; nempe si Tellure in altero nodorum constituta, Luna multis ante diebus oppositionem Solis evaserit.

186. Quemadmodum autem Luna his, vel ter incidere potest quotannis in umbram Telluris, ita vicissim Tellus his etiam, vel ter singulis annis pervadere potest umbram

umbram Lunarem: id quod quando accidit, deliquia Terrestria contingunt, quæ vulgus minus proprie adpellat *Eclipses Solares*. Sed ut detur locus hujusmodi Eclipsibus, non modo oportet Lunam constitui in plano Eclipticæ, aut saltem prope illud, ut nempe umbra ipsius involvere possit Tellurem ab Eclipticæ plano numquam deflecentem, verum necesse est quoque, ut Luna Soli jungatur; ad hoc nempe, ut Lunaris corporis interpositione Solares radii a Tellure arceantur. Quapropter ut contingant deliquia Terrestria necesse est *Terram, & Lunam versari vel in linea nodorum, vel saltem non procul ab ea, ita tamen ut Luna sit inter Solem & Tellurem*. Estque hic etiam adnotandum, quod etli Tellus bis singulis annis versetur in nodis, semel in nodo uno, iterum in nodo altero, possit tamen vel alterum, vel utrumque Terrestre deliquium deficere; nempe si Tellure in alterutro nodo constituta, Luna multis ante diebus Solis conjunctionem evaserit.

187. Habent autem locum hæc omnia in comitibus Jovis, & Saturni; nisi quod quum umbræ horum Planetarum sint crassissimæ; (vastissima enim sunt corpora Jovis, atque Saturni) sintque plana, in quibus satellites moventur, ad suorum primariorum plana modice inclinata: in singulis revolutionibus necesse sit satellites umbras suorum primariorum subire. Inde est ut Eclipses in Cœlo Jovis, & Saturni frequentissime accidant, singulisque pene noctibus celebrentur nonnullæ, quæ a nobis Telescopii subsidio observantur.

188. Cæterum umbra Telluris Lunam solam tenebris suis involvit, neque ad superiores Planetas Martem, Jovem, & Saturnum pertingit. Etenim altitudo umbræ Terrestris, brevior est, quam ut ad tanta intervalla possit pervenire. Id autem eo magis verum est de umbra Lunæ, cujus diameter est tantum subquadrupla diametri Terrestris. Idem dicendum est tum de umbra Jovis, quæ ad Saturni Cælum numquam porrigitur, quum de umbra Martis, quæ ne ad Jovem quidem ipsum, adeoque; nec ad Saturnum potest pertingere. Unde fit, ut omnes Planetæ primarii, excepta Tellure, ab Eclipsibus sint immunes.

180. Si qui sint, quibus placeat altitudinem umbræ vel Terrestris, vel alterius cujusvis Planetæ investigare, ij hanc adhibere poterunt rationem. Repræsentet *Sf* (Fig. 19.) globum Solis, cujus centrum est *O*, & *Pp* globum Planetæ, cujus centrum est *C*. Ductis tangentibus *Sp*, & *sp*, iisque protractis ulterius, usque donec conveniant in *A*, erit punctum *A* apex umbræ: recta vero *CA* jungens apicem cum centro Planetæ erit altitudo ejusdem umbræ, quæ quidem producta versus Solem transibit per ejus centrum *O*. Junctis autem diametris *PCp*, *SOp*, erunt tum triangula *ASr*, *App*, quum triangula *ASO*, *APC* similia inter se; adeoque ut se habet *Sr* ad *Pp*, ita erit *AS* ad *AP*; utque se habet *AS* ad *AP* ita erit *AO* ad *AC*; & propterea, ob æqualitatem rationum, ut se habet *Sr* ad *Pp* ita erit *AO* ad *AC*: dividendo autem erit differentia restarum *Sr*, & *Pp* ad *Pp*, ita *CO* ad *CA*; sive ut differentia diametrorum Solis & Planetæ ad diametrum Planetæ, ita distantia Planetæ a Sole ad ejus umbræ altitudinem. Atqui tres priores hujus proportionis termini cogniti sunt; quare non ignorabitur quartus. Initio autem calculo cognoscetur altitudinem umbræ Terrestris esse 9 partium earum, quarum distantia Telluris a Sole continet mille partes; adeoque quum unaquæque pars adæquet 12 diametros Terrestris (distantia enim Telluris a Sole est diametrorum Telluris 12000, uti supra dictum est) eadem umbræ altitudo erit diametrorum Telluris 108; adeoque longe ultra Cælum Lunæ se se diffundet, quippe quod abest a Tellure solis diametris 30 ejusdem Telluris. Non tamen ad Cælum Martis perveniet: quum enim distantia Telluris a Sole sit partium 1000, altitudo autem umbræ sit partium 9, apex umbræ Terrestris distabit a Sole partibus 1009: At Cælum Martis distat a Sole partibus 1501; adeoque longe superius est, quam ultimus terminus umbræ Terrestris.

190. Præterea initio calculo comperietur umbrarum Martis, Jovis, & Saturni altitudines esse respective partium 9, 1155, & 1506 earum, quarum distantia Telluris a Sole mille continet partes; adeoque umbræ Martis, & Telluris

Juris sunt accuratissime æquales inter se , umbra vero Jovis paullo longior est umbra Saturni . Neque mirum : quamquam enim Tellus & Juppiter sint respective majores Marte, & Saturno, adeoq; longiores umbras fundere debeant ratione magnitudinum; tamen quum Soli viciniore sint , breviores propter distantiam umbras emittent. Ex quo fit ut Martis, quamquam Tellure minoris, umbra ejus umbram adæquet; Saturni vero Jove minoris umbra umbram ipsius Jovis exsuperet. Quum autem umbra Martis sit partium tantum 9 , Mars vero distet a Sole partibus 1523 , distantia apicis umbræ a Sole erit partium 1532 ; adeoque eadem umbra erit longe inferior Jove, cujus a Sole distantia est partium 5201 . Similiter quum umbra Jovis sit partium 1155 , distantia vero Jovis a Sole sit partium 5201, distantia apicis umbræ a Sole erit partium 6356 ; atque adeo longe inferior Saturno, cujus a Sole distantia est partium 9538.

191. Eadem prorsus ratione facili negotio quisque investigare poterit altitudinem umbræ Lunaræ in noviluniis, quo tempore vidimus Solem , vel potius Tellurem deficere posse . Nempe quum diameter Solis centies & decies contineat diametrum Telluris , diameter vero Lunæ sit tantum subquadrupla diametri Telluris; erit diameter Solis ad diametrum Lunæ ut 440 ad 1; adeoque differentia diametrorum Solis, & Lunæ erit ad diametrum Lunæ ut 439 ad 1 . Præterea quum distantia Telluris a Sole sit diametrorum Terrestrium 12000 ; distantia autem media Lunæ a Tellure sit diametrorum ferme 30, erit distantia Lunæ a Sole in conjunctione diametrorum terrestrium 11970 : adeoque ad habendam altitudinem umbræ Lunaræ faciendum est ut 439 ad 1 ita 11970 ad $27\frac{1}{2}$ fere : tantaque idcirco erit altitudo umbræ Lunaræ , quæ propterea ad Tellurem non pertinget . Quod si umbra Lunæ in ejus media a Tellure distantia Terram non attingit , eo minus id continget quum Luna est in maxima a Tellure distantia . In distantia vero minima Lunæ a Tellure, quæ est diametrorum fere $27\frac{1}{2}$ umbra Lunaræ Tellurem contingit . Est quippe tunc distantia Lunæ a Sole diametrorum

11972- $\frac{1}{2}$: adeoq; faciendo ut 439 ad 1 ita 11972- $\frac{1}{2}$ ad 27- $\frac{1}{2}$ fere, habebitur altitudo umbræ Lunaræ, quæ ipsam Lunæ minimam a Tellure distantiam adæquat.

192. Raro itaque Lunaræ umbra Tellurem involvit, neque id accidit, nisi quando Luna est *Perigea*, sive Telluri proxima. Quod si videmus Solem deficere etiam quando Luna est *Apogea*, ea eclipsis haud quidem ab umbra Lunæ, sed potius ab ipsius corporis Lunaræ objectu, & interpositione pendebit; sive, ut mox explicabitur, a penumbra Lunari. Neque tantum Sol, sed & Planetæ, stellæque fixæ, quæ Zodiaci ambitu continentur, a Luna interdum ea ratione occultantur. Etenim si Luna directo inter oculum & Planetam, vel stellam quamvis interponatur, eorum conspectu orbemur necesse est. Idem accidit quoque Jovis, Saturnique Comitibus, qui quum transeunt ultra Jovem, & Saturnum respectu Telluris ab ipsius Jovis, Saturnique corpore occultantur. Quapropter in Comitibus Jovis, & Saturni duæ Eclipsium species locum habent, una quæ oritur ab umbra Jovis, vel Saturni, eaque realis est: revera enim Comites Jovis, & Saturni tunc omni Solari lumine destituuntur; altera quæ proficiscitur ab interpositione, & objectu Jovis, atque Saturni, eaque realis proprie non est; tunc enim satellites Jovis, & Saturni nihil luminis amittunt: tantum evadunt nobis inconspicui propter Lunaræ corporis interpositionem. Sed ut Luna alicujus sideris conspectum præripere nobis possit, necesse est sidus versari prope planum orbitæ Lunaræ; nam si longe absit ab illo plano, omnino a Luna occultari non poterit.

193. Planetis inferioribus illud specialiter accidit, ut interdum in ipsius Solis facie, tamquam maculæ quædam nigræ videantur. Id autem idcirco accidit, quia Planetæ isti ambiunt Solem ad minorem distantiam, quam Tellus; atque adeo conspecti a Tellure possunt infra Solem adparere. Finge igitur Mercurium, & Venerem Soli inferius conjungi, neque tamen longe abesse a nodo, hoc est ab ipsius Eclipticæ plano; sano necesse est eos tunc in ipso Solari disco adparere. Et quidem

dem Mercurius sæpe sæpius in Solari disco deprehensus est ab Astronomis. Sed Venus semel tantum visa est, instar maculæ nigræ, Solis discum pertransire; quod unicum spectaculum observavit *Horroxius* anno *Christi* *clōccxxxix*; nec iterum stella Veneris in Sole adparebit, nisi anno *clōccclxi* mense Majo die *xvi* mane. Id ipsum accidit etiam Comitibus Jovis, & Saturni, qui quum directo transeunt inter Solem, & Tellurem in ipso Jovis, aut Saturni disco conspici solent.

194. Circa Eclipses Solis, & Lunæ illud hic etiam est adnotandum, eas aut *totales* esse, aut tantum *partiales*. Ut totales dici possint, opus est totam Lunam, totumque Solem tenebris involvi; ut vero partiales queant appellari, opus est nonnullam ipforum partem collucere, reliquam lumine destitui. Sane unde accidat, ut Luna interdum obscuretur universim, interdum vero non nisi pro parte, facile erit intelligere. Etenim si Eclipsis Lunaris celebretur vel in ipso nodo, vel propius nodum, sic ut Luna altissime Terrestrem umbram pervadat, fiet Eclipsis totalis. Quod si vero deliquium accidat in paullo majori a nodo distantia, tunc Luna aliqua sui parte Terrestrem umbram pervadet, reliqua parte supra umbram remanente; tuncque contingeret Eclipsis partialis.

195. Difficilius est intelligere quare Solares Eclipses interdum sint totales, interdum vero partiales. Cujus phænomeni causam antequam exponamus, operæ pretium est nonnulla de penumbra, ejusque origine præmittere. Si Sol puncti rationem haberet, umbræ Planetarum abirent in infinitum, essentque tamquam totidem Coni apice destituti; qui quidem Coni ulterius versus verticem protracti, in ipsum Solem desinerent. Nunc quoniam Sol puncti rationem non habet, sed Planetas longe exsuperat, umbræ eorundem Planetarum erunt quidem Conicæ, & quidem cum apice, sed penumbra undique circumseptæ. Sit *S* Sol (*Fig. 20.*), & *P* Planeta quivis: jungantur centra Solis, & Planetæ per rectam *PS*, per quam agatur planum quodvis, efficiens in utroque sidere duos circulos; deinde ducantur
binæ

binæ rectæ lineæ utrumque circulum ex eadem parte contingentes. Eæ productæ concurrent ultra Planetam. Tum supponatur alteram ipsarum, fixo manente puncto concursus, revolvi circa Planetam, usque donec redeat ad positionem, unde discesserat. Ex hac circumvolutione generabitur superficies quædam Conica, quæ Planetæ umbram terminabit.

196. Ducantur nunc binæ aliæ tangentes, quarum altera contingat superne Solis circulum, inferne autem circulum Planetæ: altera vero contingat vicissim inferne Solis circulum, superne vero circulum Planetæ, ut in *schemate* videre est. Binæ istæ tangentes convenient inter Solem, & Planetam, deinde vero ad partes quæm Solis, tum Planetæ divergent in infinitum. Itaque si altera ipsarum, fixo manente puncto concursus, intelligatur revolvi circa Planetam, circaque Solem usque donec redeat ad positionem unde discessit, generabitur superficies Conica duplex infinita, in cujus portione illa, quæ est ultra Planetam duæ sunt partes distinguendæ. Prior pars tota occupatur ab umbra Planetæ, quam Conicam esse vidimus. Altera pars, quæ umbram Conicam Planetæ undique, & æqualiter cingit, penumbram continebit: Etenim spatium istud umbræ circumjectum illuminatur quidem non a toto Solis lumine, sed tantum ab aliqua ipsius parte, quæ major est, aut minor, prout partes penumbræ magis ab umbra sunt remotæ, aut ad illam magis accedunt: Id quod est in causa, ut penumbra non ubique sit ejusdem claritatis; partes enim ipsius extimæ, & quæ ab umbra maximæ absunt, claritate cæteris præstant; intimæ vero, quæ ipsi umbræ proximæ sunt, obscuritate alias superant; reliquæ intermedios luciditatis gradus obtinent.

197. Videamus modo, quid in Eclipsibus Solis, Lunæque efficere possit hujusmodi penumbra. Itaque quoniam umbra Telluris a penumbra undique circumambitur, antequam Luna umbram Telluris ingrediatur, debet penumbram subire; ex quo fit, ut ingruente Eclipsos tempore, Luna expallere incipiat; magis autem magisque expalleat, prout interiores penumbræ partes
ingre-

ingreditur, usque donec ut, ad umbram quum deveniret, penitus obcuretur: pallor enim exoritur a penumbra; obscuratio autem nascitur ab umbra. Nec, dissimiliter quoniam umbra Lunæ undique a penumbra circumsepitur, tempore deliquii Solaris erunt tractus Telluris, quos occupabit penumbra Lunæ, erunt & alii, quos fortasse umbra occupabit, si scilicet distantia Telluris a Luna minor sit altitudine umbræ Lunaris. Neque enim putandum est umbram Lunarem universam Tellurem tegere posse; nam quum Luna Tellure multo minor existat, eo magis umbra Lunaris, qua parte in Tellurem offendit, angustior erit disco Terrestri. Itaque quæ loca Telluris occupantur ab umbra, ea Solem omnino non videbunt, adeoque respectu ipsorum celebrabitur totale Solis deliquium. Quæ vero loca occupantur a penumbra, iis in locis Sol pro parte latebit, pro reliqua vero parte adparebit; unde respectu eorum celebrabitur partialis Solis Eclipsis; quæ quidem major erit, vel minor, prout loca, in quibus Eclipsis celebratur umbræ viciniore sunt, aut ab umbra sunt remotiora.

198. Sed de Eclipsibus Solis illud etiam est hic advertendum, eas aut esse *totales cum mora*, aut *totales absque mora*, aut denique *annulares*; id quod ex subiecta figura constabit, in qua (Fig. 21.) punctum O refert spectantis Terrestris oculum, L centrum Lunæ, & S centrum Solis in una recta linea OLS collocata (id quod quando accidit, rarissime autem id accidit, Eclipsis *centralis* dicitur). Ducantur rectæ OA, OB tangentes Solem in plano per rectam OS transeunte: ducantur item rectæ OC, OD tangentes Lunam in eodem plano. Quibus constructis erit angulus AOB adparens Solis magnitudo; angulus vero COD erit Lunæ adparens magnitudo. Quod si angulus COD major sit angulo AOB Eclipsis Solaris erit totalis, & quidem *cum mora*. Sin autem angulus COD æqualis sit angulo AOB Eclipsis Solaris erit etiam totalis, sed *sine mora*. Denique si angulus COD sit minor angulo AOB, Eclipsis Solaris erit *annularis*. Scilicet circa Lunam luminosus Solis circulus, quasi *annulus aureus* eam cingens, adparebit.

CA.

CAPUT DUODECIMUM.

*De Planetarum motibus , quatenus è Tellure
spectantur : ubi de eorum Stationibus ,
Directionibus , & Retrogra-
dationibus .*

199. **Q**uemadmodum Sol, qui ex *Copernici* sententia quiescit in centro Universi, spectatus è Tellure ab occasu in ortum circa Solem translata adparenter movetur sub Ecliptica etiam ab occasu in ortum; ita Planetæ cæteri Mercurius, Venus, Mars, Juppiter, & Saturnus, qui semper respectu Solis quiescentis moventur ab occasu in ortum, si spectentur è Tellure, interdum videbuntur eodem in loco quiescere; interdum videbuntur tendere ab ortu in occasum, sive in antecedentia signorum; interdum vero videbuntur quidem tendere ab occasu in ortum, sive in consequentia signorum, sed velocius, aut segnius, quam proportionem propriæ velocitatis; adeoque motus Planetarum è Tellure spectati numquam adparent tales, quales sunt in se. Et quidem quum Planetæ per dies aliquot eodem Cæli loco inhærere videntur, dicuntur *stationarii*; quum vero tendunt in antecedentia signorum, dicuntur *retrogradi*; denique quum moventur in consequentia signorum dicuntur *directi*.

200. His adpellationibus ita constitutis, videndum modo est unde accidat, ut Planetæ spectati è Tellure modo videantur directi, modo stationarii, modo vero retrogradi; quamquam spectati è Sole semper adparent directi. Et primo quidem rem exemplo binarum navium ruditer explicare conabimur. Sunt Naves binæ A, & B modico intervallo a se discretæ, quarum unaquæque moveatur ab occasu versus ortum, scilicet ab A versus B. Jam sive eæ ferantur æqualibus, sive ferantur inæqualibus velocitatibus, quis quis earum motum ex loco stabili, & immoto spectabit, videbit utraq; ten-
dere

dere ab occasu versus ortum, ut revera moventur. At finge spectatorem in Navi A consistere. Is, si Navis placido, æquatoque motu feratur, motum sui ipsius minime animadvertet. Quumque tria contingere possint; *primum* ut velocitas Navis suæ æqualis sit velocitati Navis antecedentis; *secundum* ut minor sit; *tertium* ut sit major: siquidem primum accadat, quum Naves eandem perpetuo distantiam servant inter se, quemadmodum qui sedet in Navi sui ipsius motum non percipit, ita nec etiam animadvertet motum alterius Navis: si secundum contingat, quum Navis antecedens, ob majorem velocitatem, sensim recedat a Navi insequente, spectator motus Navis suæ prorsus ignarus credet Navim alteram tantum moveri ab occasu versus ortum, & quidem tardissime; ob motum enim Navis insequentis etiam ab occasu in ortum recessus duarum Navium non est adeo sensibilis. Denique si tertium eveniat, quum Navi antecedenti, ob minorem velocitatem, sensim adpropinquet Navis insequens, spectator motus Navis suæ prorsus ignarus, credet Navim alteram versus se, hoc est ab ortu ad occasum tendere, quum revera ea moveatur ab occasu ad ortum. Ex quo exemplo adparet Navim præcedentem videri posse immobilem, sive stationariam, directam, vel retrogradam, prout velocitas Navis, in qua sedet spectator, adæquat, minor est, vel major velocitate Navis alterius; quamquam revera illa in motu suo sit semper directa.

201. Non dissimiliter in Cælo quamquam Planetæ semper moveantur in consequentia signorum, tamen propter motum Telluris fit, ut ipsi modo videantur inherere aliquandiu eodem Cæli loco, modo vero videantur tendere in antecedentia signorum. Utque a Planetis superioribus incipiamus, ponamus Saturnum, qui 30 ferme annorum spatio revolvitur circa Solem, tantisper fixum, atque immotum manere in Cælo suo. Sit ABCD orbita Telluris (Fig. 22.), in qua scilicet Tellus movetur motu annuo circa Solem S, sitq; P Saturnus fixus, & immobilis, Solique S conjunctus; ponimus enim Tellurem versari in loco B. Jam quoniam Tellus motu anno fer-

tur

tur circa Solem S in orbe ABCD, quamquam Saturnus ponatur immotus in P, tamen is spectatoribus Terreſtribus modo videbitur moveri ab ortu ad occaſum, modo vero ab occaſu ad ortum. Ducantur enim a loco Saturni P rectæ PC, PA contingentes orbitam Terreſtrem in punctis C, & A, æque producantur, uſque donec occurrant Firmamento in punctis G, & F. Quum Tellus tranſit de loco B ad A, Saturnus videbitur moveri in conſequentia ſignorum ab E ad F. At vero quum Tellus ab A tranſit ad D, quo in loco Saturnus Soli opponitur, apparebit viciffim ab F rediſſe ad E. Unde quum toto tempore, quo Tellus de B tranſgreſſa eſt ad A Saturnus adparuerit directus, ſequitur ipſum apparitutum eſſe retrogradum, dum ab A tranſit ad D. Similiter dum Tellus a loco D progreditur ad C, pergit Saturnus eſſe retrogradus: at vero poſtquam Tellus ſuperavit locum C, iterum incipit Saturnus apparere directus, eaque directio durat uſque donec Tellus ad priorem locum A redierit.

202. Quapropter quamquam Saturnus hæreat immobilis in loco P, tamen propter Telluris motum is videtur moveri modo in conſequentia ſignorum de G ad F, id quod accidit quando Tellus partem CBA orbis ſui peragrat, modo vero in antecedentia ſignorum ab F redire ad G, id quod contingit quando Tellus reliquam ſui orbis partem ADC deſcribit. Et quoniam pars CBA longe major eſt parte ADC, ſequitur diutius Saturnum conſpectum iri directum, quam retrogradum. Præterea quoniam Saturnus conficit regredeundo idem proſuſ iter, quod confecerat progrediendo, ſequitur etiam velocius Saturnum inceſſurum in ſua retrogradatione, quam in directione. Inſuper quoniam Saturnus opponitur Soli quando eſt Tellus in D, conjungitur vero eidem Soli, quando eſt Tellus in B, adparet retrogradationes Saturni imminere prope oppoſitionum tempora, directiones vero ante, & poſt conjunctionem. Depique liquet quando Tellus eſt prope loca A & C, Saturnum adeo lente motu ſuo adparenti loca mutare inter ſidera, ut is tamquam ſtationarius poſſit haberi.

Adeo.

Adeoque dum Tellus a loco C per B propeditur ab A est directus; prope locum A fit stationarius, sed *ad retrogradationem*: dum enim ab A Tellus transit ad C, Saturnus fit retrogradus. In C rursus Saturnus fit stationarius, sed *ad directionem*: deinde enim is fit directus.

202. Hæc autem quamquam locum habeant in ea hypothesi, quod Saturnus maneat immobilis in eodem loco P, nihilominus vera pariter deprehenduntur, quum Saturno motus suus redditur. Etenim quum is adeo lente moveatur, ut vix conficiat integram circulationem circa Solem in annis 30, quam circulationem Tellus nonnisi unius anni tempore absolvit, nihil vetat quin habeamus Saturnum fere ut immobilem respectu ipsius Telluris. Aut saltem si veritati nihil prorsus detractum volumus, effingere possumus Saturnum quidem immobilem in loco Cœli P, Tellurem vero nunc velocius, nunc legnius ferri circa Solem, prout scilicet motus Telluris, & Saturni sunt vel contrarii, vel conspirantes. Notum est enim motum relativum duorum corporum non immutari, si alterum ipsorum quiescat, alterum autem cum summa, vel differentia motuum incedat. Cæterum quod de Saturno dictum est, id idem locum sibi vindicabit in Jove, & Marte, nisi quod motus eorum oscillatorii ab F ad G, & ex G ad F sunt aliquanto majores, ex eo quod Telluri propinquiores sunt.

204. Hæc eadem nullo negotio aptantur quoque Planetis inferioribus Mercurio, & Veneri. Et quoniam ipsi velocius moventur quam Tellus, ponamus eam fixam, atque immotam tantisper manere in Cœlo suo. Sit ABCD (Fig. 23.) orbita Mercurii vel Veneris, in qua scilicet Mercurius, vel Venus moventur circa Solem S; sitque Tellus in T fixa, & immobilis, respectu cuius Planeta inferior conjunctus sit Soli superne; ponimus enim ipsum versari in loco B. Et jam quoniam Mercurius movetur circa Solem in orbe, qui non complectitur Tellurem, quamquam is semper moveatur ab occasu in ortum, tamen spectatoribus Terrestribus modo videbitur moveri ab occasu in ortum, modo vero ab ortu ad occasum. Ducantur enim a loco Telluris T re:

Stæ

ætæ TA, TC contingentes orbitam Mercurii in punctis A, & C, eæque producantur usque donec occurrant Firmamento in punctis F, & G. Quum Mercurius transit de loco B ad A, is videbitur moveri in consequentia signorum ab E ad F. At vero quum Mercurius ab A transit ad D, quo in loco ipse Soli jungitur inferne, adparebit vicissim ab F radiisse ad E. Unde quum toto tempore, quo Mercurius de B transgressus est ad A, adparuerit directus, sequitur ipsum adpariturum esse retrogradum, dum ab A transit ad D. Similiter dum Mercurius de loco D progreditur ad C, pergit is esse retrogradus; at vero postquam Mercurius superavit locum C, iterum incipit adparere directus, eaque directio durat usque donec ad priorem locum A redierit.

205. Quapropter quamquam Mercurius moveatur semper ab occasu in ortum circa Solem; tamen spectatoribus in Tellure immota manentibus is videbitur modo moveri in consequentia signorum de G ad F; id quod accidit quando Mercurius partem superiorem CBA orbis sui peragrat, modo vero in antecedentia signorum ab F redire ad G; id quod contingit, quando inferiorem sui orbis partem ADC describit. Et quoniam pars CBA longe major est parte ADC, sequitur diutius Mercurium conspectum iri directum, quam retrogradum. Præterea quoniam Mercurius conficit regredeundo idem prorsus iter FEG, quod confecerat progrediendo, sequitur etiam velocius Mercurium incessurum in sua retrogradatione, quam in sua directione. Insuper quoniam Mercurius conjungitur Soli superne quando est in B, conjungitur vero eidem Soli inferne, quando est in D, adparet quoque retrogradationes Mercurii imminere prope conjunctionem inferiorem, directiones vero ante, & post conjunctionem superiorem. Denique liquet Mercurium quando est prope loca A, & C adeo lente loca mutare inter sidera, ut is tamquam stationarius possit haberi. Adeoque dum Mercurius a loco C per B progreditur ad A est directus; prope locum A fit stationarius, sed ad *retrogradationem*; dum enim ab A Mercurius transit ad C, adparet retrogradus. In loco C rursus est stationarius,

rius, sed ad *directionem*; deinde enim Mercurius fit iterum directus.

206. Hæc autem quamquam locum habeant in ea hypothesi, quod Tellus maneat immobilis in eodem loco T, nihilominus vera pariter deprehenduntur, quum Telluri motus suus redditur. Quum enim Tellus longe tardius conficiat circulationem suam circa Solem, quam Mercurius, nihil vetat quin ea habeatur ferme ut immobilis respectu ipsius Mercurii: aut saltem, si veritati nihil prorsus detractum volumus, effingere quidem possumus Tellurem immobilem in loco Cœli T, Mercurium vero nunc velocius, nunc segnius ferri circa Solem, pro ut scilicet motus Telluris, & Mercurii vel contrarii sunt, vel conspirantes. Notum est enim motum relativum duorum corporum non immutari, si alterum ipsorum quiescat, alterum autem cum summa, vel differentia motuum incedat. Cæterum quod de Mercurio dictum est, id idem locum habet in Venere; nisi quod motus ejus oscillatorius ab F ad G, & ab G ad F est aliquanto major: majorem enim orbitam circa Solem describit.

207. Sed subtilius isthæc omnia expendenda sunt: Id quod facientes, ne in immensam difficultatum altitudinem devehamur, supponemus orbitas Planetarum & circulares esse, & Soli concentricas; Planetas vero motu æquabili medio moveri circa Solem. Esto itaq; (Fig. 24.) S Sol, positus in centro circulorum AmM, BNH, quorum alter referat orbem alicujus Planetæ, alter orbem Telluris; nempe si circulus exterior refert orbem Telluris, circulus interior representabit orbem alterius ex Planetis inferioribus: vicissim vero si circulus interior refert orbem Telluris, circulus exterior representabit orbem Planetæ alicujus superioris. Ducatur utcumque recta BASMH per Solem S; in ea non est dubitandum quin aliquando contingant tum conjunctiones, quum oppositiones Solis, Telluris, & Planetæ. Finge primum BNH referre orbem Telluris; sitque Tellus in H, & Planeta inferior in M, conjunctus scilicet Soli ex parte inferiori: is eo tempore spectatus è Tellure adparebit sub loco Firmamenti E. At vero quum Tellus, &

TOM. II.

H

Pla-

Planeta moveantur in consequentia signorum, dum Tellus transit ad *b* describens arcum *Hb*, progrediatur Planeta ad *m* describens arcum *Mm*. Quoniam autem Planeta movetur velocius, quam Tellus, erit arcus *Mm* aliquanto major arcu *Hb*. Itaque ducta recta *bm*, ea diverget à recta HMSABE versus partes Solis; adeoque Planeta conspectus à Tellure videbitur recessisse à priori loco E in antecedentia signorum: nam ordo signorum est ab F ad E versus G.

208. Est tamen hic advertendum motum Planetæ tardiozem videri, quam si Tellus immobilis hæssisset in loco H. Quippe in hac hypothesi Planeta adparuisset in loco occidentaliori *f*: quum tamen translata Tellure ex H ad *b*, locus adparens Planetæ sit minus occidentalis: adeoque priori casu motus Planetæ foret arcus *Ef*: posteriori vero casu motus Planetæ est arcus EF aliquanto minor arcu *Ef*. Ex quo inferre licet ante, & post conjunctionum inferiorum tempora; (quod enim ostensum est de tempore post conjunctionem, id idem nullo negotio ostendere licet de tempore ante conjunctionem) Planetas inferiores esse retrogrados; sed aliquanto tardius incedere videri.

209. Sit nunc Tellus in eodem loco H, sed Planeta in A, conjunctus scilicet Soli superne: is conspectus è Tellure adparebit sub eodem Firmamenti loco E. At vero quum Tellus, & Planeta moveantur in consequentia signorum, dum Tellus transit ad *b* describens arcum *Hb*, progrediatur Planeta ad *a* describens arcum *Aa*. Itaque juncta recta *ba*, ea diverget à recta HMSABE, Planetaque conspectus è Sole videbitur recessisse à priori loco E in consequentia signorum; ordo enim signorum, est uti diximus, ab F per E ad G.

210. Estque hic quoque advertendum, motum Planetæ velociorem vicissim videri, quam si Tellus immobilis hæssisset in loco H. Quippe in hac hypothesi Planeta adparuisset in loco minus orientali *l*, quum tamen translata Tellure ex H ad *b*, locus adparens L Planetæ sit orientatior; adeoque priori casu motus Planetæ foret arcus *El*; posteriori vero casu est arcus EL aliquanto

quanto major arcu $E/$. Ex quo inferre licet ante, & post conjunctionum superiorum tempora; (quod enim ostensum est de tempore post conjunctionem, id idem nullo negotio ostendere licet de tempore ante conjunctionem) Planetas inferiores esse directos; sed velocissime incedere videri.

211. Quum igitur Planetæ inferiores prope conjunctionem inferiorem adpareant retrogradi, prope vero conjunctionem superiorem videantur directi, necesse est ut aliquando fiant stationarii: id quod bis in singulis revolutionibus synodicis contingere debet, semel ante conjunctionem inferiorem, quum scilicet Planeta inferior ex directo incipit esse retrogradus; iterum post conjunctionem inferiorem, quum scilicet Planeta idem inferior ex retrogrado incipit esse directus. Id autem fit quando Tellus est in tali situ N respectu Planetæ existentis in M , ut arcus Nn , Mm eodem parvi temporis intervallo à Planeta, & Tellure peragrati contineantur rectis lineis parallelis NMG , nmg . Tunc enim quemadmodum quum Planeta est in M , & Tellus in N , is videtur sub loco Firmamenti G , ita is idem videbitur sub eodem Firmamenti loco G , quum Planeta progressus est ad m , & Tellus ad n ; punctum enim g , ad quod refertur Planeta ex Tellure ad sensum idem est cum puncto priori G .

212. Neque vero difficile erit dato loco Planetæ M (Fig. 25) invenire locum Telluris N , ex quo is spectari debeat stationarius. Ducta enim tangente QMR , describatur super ea semicirculus QCR secans rectam $MSAB$ in puncto C . Tum capiatur recta MD , quæ sit ad MR , ut se habet velocitas Planetæ ad velocitatem Telluris: itaque quum velocitas Telluris minor sit velocitate Planetæ; (agitur enim nunc de Planetis inferioribus) recta MD major erit recta MR , sive etiam recta MC ; eritque punctum D extra semicirculum QCR . Ducatur itaque ex puncto D tangens DEF occurrens rectæ QR productæ in puncto F , ex quo ducatur tangens FN : dico punctum N esse locum Telluris quæsitum. Et quoniam per hanc constructionem invenire licet bina loca N , & N ,

sequitur duobus in locis Planetam conspectum tri stationarium, semel ante conjunctionem inferiorem, quæ contingit Tellure existente in loco H , iterum post eandem conjunctionem inferiorem.

213. Jungatur enim recta ME , quæ perpendicularis erit ad tangentem DEF : adeoque triangula duo DME , MEF similia erunt inter se; eritque ut DM ad ME , sive MR , ita MF ad FE : est autem FE æqualis FN ; utriusque enim quadratum aequat rectangulum QFR : quare erit quoque ut DM ad MR , sive etiam ut velocitas Planetæ ad velocitatem Telluris, ita MF ad FN . Atqui si arcus minimi Mm , Nn descripti supponantur eodem prorsus tempore à Planeta, & Tellure, velocitas Planetæ est ad velocitatem Telluris ut Mm ad Nn : sunt quippe spatia motu æquabili eodem tempore descripta, ut velocitates; quare erit quoque ut FM ad FN , ita arcus Mm ad arcum Nn . Et quoniam arcus Mm , Nn , ut pote minimi, non multum defleunt à tangentibus MF , NF ; juncta recta mn , ea parallela erit rectæ priori MN ; adeoque arcus Mm , Nn eodem tempore descripti à Planeta, & Tellure continebuntur lineis parallelis MN, mn .

214. Finge nunc vicissim circulum BNH (Fig. 26.) referre orbem Planetæ, circulum vero Amm referre orbem Telluris; sitque Tellus in M , & Planeta in B , in conjunctione scilicet cum Sole; is eo tempore spectatus è Tellure adparebit sub loco Firmamenti E . At vero quum Tellus & Planeta moveantur in consequentia signorum, dum Tellus transit ad m describens arcum Mm , progrediatur Planeta ad b describens arcum Bb ; itaque juncta recta mb , ea diverget à linea synodica $MSABE$, Planetaque conspectus è Sole videbitur recessisse à priori loco E in consequentia signorum: ordo enim signorum est ab F per E ad G .

215. Ubi advertendum est motum Planetæ in consequentia signorum dum est in conjunctione, velociorem videri, quam si Tellus hæssisset immobilis in loco M . Quippe in hac hypotheti Planeta adparuisset in loco minus orientali l ; quum tamen translata Tellure ex M ad m locus adparens L Planetæ orientalior sit: adeoque priori

priori casu motus Planetæ foret arcus EL ; posteriori vero casu motus Planetæ est arcus EL aliquanto major priori arcu EL . Ex quo inferre licet ante, & post conjunctionem; (quod enim ostensum est de tempore post conjunctionem, id idem nullo negotio ostendere licet de tempore ante conjunctionem) Planetas superiores esse directos; sed celerrime incedere videri.

216. Sit nunc Tellus in eodem loco M , sed Planeta in H , in oppositione scilicet cum Sole: is conspectus è Tellure adparebit sub loco Firmamenti opposito E . At vero quum Tellus, & Planeta moveantur in consequentia signorum, dum Tellus transit ad m describens arcum Mm progrediatur Planeta ad b describens arcum Hb . Quoniam autem Planeta movetur tardius quum Tellus erit arcus Mm aliquanto major arcu Hb . Itaque juncta recta mb ea converget cum linea synodica $BASmHE$ versus partes Planetæ; adeoque Planeta conspectus è Tellure videbitur recessisse è priori loco E in antecedentia signorum: nam ordo signorum est ab F per E ad G .

217. Ubi adnotandum est, si Tellus hæssisset immobilis in loco M , Planetam appariturum fuisse directum, recta enim Mb producta versus Firmamentum tendit ad partes orientales respectu lineæ synodicæ $BASMHE$. Notandum est præterea motum Planetæ tardiores videri, quam si is immobilis hæssisset in loco H . Etenim in hac hypothesi Planeta adparuisset in loco occidentaliori f , quum tamen translato Planeta ex H ad b locus adparens F Planetæ sit minus occidentalis: adeoque priori casu motus Planetæ foret arcus Ef ; posteriori vero casu est arcus EF aliquanto minor priori Ef . Ex quo inferre licet ante & post oppositionem; (quod enim ostensum est de tempore post oppositionem, id idem nullo negotio licet ostendere de tempore ante oppositionem) Planetas superiores esse retrogrados, sed tardissime incedere videri.

218. Quum igitur Planetæ superiores prope conjunctionem adpareant directi, prope vero oppositionem videantur retrogradi, necesse est ut aliquando fiant stationarii; id quod bis in singulis revolutionibus synodicis

contingere debet, semel ante oppositionem, quum scilicet Planeta superior ex directo incipit fieri retrogradus, iterum post oppositionem, scilicet quum idem Planeta superior ex retrogrado incipit fieri directus. Id autem fit quando Planeta est in tali situ *N* respectu Telluris existentis in *M*, ut arcus *Nn*, *Mm* eodem exigui temporis intervallo à Planeta, & Tellure peragrati contineantur, rectis lineis parallelis *MNG*, *mng*. Tunc enim quemadmodum quum Planeta est in *N*, & Tellus in *M*, is videtur sub loco Firmamenti *G*, ita is idem videbitur sub eodem Firmamenti loco *G*, quum Planeta progressus est ad *n*, & Tellus ad *m*: punctum enim *g*, ad quod is refertur ex Tellure, ad sensum idem est cum puncto *G*.

219. Neque vero difficile erit dato loco Telluris *M* invenire locum Planetæ (*Fig. 25.*) *N*, ex quo is spectari debeat stationarius. Ducta enim tangente *QMR*, describatur super ea semicirculus *QCR* secans rectam *MSAB* in puncto *C*. Tum capiatur recta *MD*, quæ sit ad *MR*, ut se habet velocitas Telluris ad velocitatem Planetæ. Itaque quum velocitas Telluris major sit velocitate Planetæ; (agitur enim nunc de Planetis superioribus) recta *MD* major erit recta *MR*, sive etiam recta *MC*; eritque punctum *D* extra semicirculum *QCR*. Ducatur itaque ex puncto *D* tangens *DEF* occurrens rectæ *QR* productæ in puncto *F*, ex quo ducatur tangens *FN*: dico punctum *N* esse locum Planetæ quæsitus: id quod ostendetur eodem prorsus modo, quo idem ostensum est in Planetis inferioribus. Et quoniam per hanc constructionem invenire licet bina loca *N*, & *N*, sequitur duobus in locis Planetam conspectum iri stationarium, semel ante oppositionem, iterum post eandem oppositionem.

220. Hæc autem omnia locum habent in ea hypothesis, quod Planetæ motu æquabili ferantur circa Solem in circulis eidem Soli concentricis, inque eodem Eclipticæ plano constitutis. Sed quoniam orbes Planetarum parum recedunt à circumferentiis circulorum, suntque inclinationes eorum ad planum Eclipticæ non admodum magnæ, eadem præter propter habebunt quoque locum in Cælo. Quod si quis accuratissimas constructiones

nes

nes desideret, adeat *Acta Academia Petropolitana* anni 1700ccxxvii, in quibus Actis clarissimus *Majerus* rem istam elegantissime persequitur.

221. Tanta cum felicitate, & simplicitate explicantur in *Copernici* systemate phaenomena stationum, retrogradationum, & directionum. Non minus feliciter, quamquam minus eleganter, eadem phaenomena explicantur in *Tychonis* systemate, in quo systemate Planetae primarii primum moventur circa Solem, deinde vero una cum Sole feruntur circa Tellurem: adeoque ex *Tychonis* sententia Planetarum primariorum motus circa Tellurem duplex est, componiturque ex motu ipsorum proprio circa Solem, & ex motu Solis circa Tellurem.

222. Ex hujusmodi motus compositione fit, ut viae Planetarum circa Tellurem, ita sint orbiculares, ut tamen ovalibus nonnullis interdistingantur. Vias has accuratissime delineatas à *Cassino* edidit *Regia Scientiarum Academia Parisiensis* in commentariis anni 1700ccix, qui ideo consulendi sunt. Nos qualem qualem ejus motus imaginem representavimus in *schemate* 27, in quo T representat Tellurem, CELNGI refert orbem à sole circa eam descriptum, & AKNML KFIHGF &c. orbem alicujus primarii circa eandem Tellurem descriptum; atque ortum ex compositionem binorum motuum, ipsius nempe circa Solem, & Solis circa Tellurem. Manifestum autem est Planetam dum ab A progreditur ad K esse directum, hoc est moveri in consequentia signorum; dum vero ex K descendit ad N, quia directus tendit versus Tellurem T, videri stationarium; dum ab N per M tendit ad L, esse retrogradum, hoc est moveri in antecedentia signorum; dum ab L ascendit iterum ad K, quia recta recedit à Tellure, iterum fieri stationarium: deinde vero dum ex loco K progreditur ad F denuo esse directum.

CAPUT ULTIMUM.

De Planetarum maculis, eorumque circa axes suos revolutionibus.

223. **I**N Sole maculas continuo generari, dissolvique supra expositum est; adlatæque pariter sunt conjecturæ quædam ad illam generationem, ac dissolutionem intelligendam accommodatæ. Ex harum macularum motu visum est Astronomis colligi posse, Solem rotari continenter circa se ipsum; & quidem ab occasu in ortum spatio dierum ferme 26. Rectissime: etenim maculæ Solares à margine Solis orientali versus medium progredi videntur: deinde ulterius provectæ in opposita margine, occidentali scilicet, occultantur; earumque aliquæ postquam in adversa Solis parte per dies circiter 13 delituerunt in orientali margine rursus adparent.

224. Quum autem Sol vertatur circa se ipsum spatio 26 dierum circiter, non modo maculæ, sed puncta omnia superficiei Solaris describere debent totidem circumferentias circulorum parallelorum inter se, ad quorum plana axis ipse Solaris, circa quem fit revolutio, normaliter insistet. Quumque Tellus verteretur semper in plano Eclipticæ, siquidem axis Solaris normaliter insisteret ad planum Eclipticæ, quoniam paralleli à maculis descripti æquidistantes essent eidem plano Eclipticæ, contingeret ut viæ macularum adparenterent nobis tamquam totidem lineæ rectæ plano Eclipticæ æquidistantes. Quod si autem axis Solaris jaceret super Eclipticæ plano, quoniam iidem paralleli perpendiculares forent ad planum Eclipticæ, macularum semitæ conspicerentur quidem à nobis ut lineæ rectæ, sed essent illæ perpendiculares ad planum Eclipticæ. Nunc vero quum macularum semitæ neque adpareant ut lineæ rectæ plano Eclipticæ æquidistantes, neque ut lineæ rectæ ad idem planum perpendiculares, tuto inferri potest axem revolutionis Solaris neque perpendicularem esse
ad

ad Eclipticæ planum, neque super ipso jacere, sed obliquos cum eodem angulos constituere.

225. Et sane statuunt communiter Astronomi axem revolutionis Solaris sic insistere ad Eclipticæ planum, ut ex una parte constituat cum eo angulum gradum ferme 83, ex altera vero angulum graduum 97. Ex quo fit ut æquator Solaris (sive maximus parallelorum, qui à punctis superficiei Solaris describuntur) reliquique paralleli non sint paralleli Eclipticæ plano. Sed ex eodem fit etiam ut viæ macularum adpareant spectatoribus Terrestribus non rectilincæ, sed ellipticæ; circulus enim oblique positus, atque ex loco longinquo spectatus in ellipsum projicitur.

226. Quod si Sol, purissimum Cœli corpus, maculis interdum defœdatur, minus mirandum est si Planetæ, quæ corpora sunt impura & opaca, suas habeant maculas. Et in Luna quidem maculæ sunt adeo evidentes, ut oculis ipsæ conspiciantur. In Planetis reliquis, quamquam non omnibus, ut modo dicitur, maculæ conspiciuntur Telescopii subsidio. Ex hujusmodi macularum motu cognitum pariter est, Planetas moveri circa axes suos, & quidem ab occasu in ortum. Deprehensum autem est Martem horis $24\frac{2}{3}$ absolvere revolutionem circa axem suum normaliter ferme insistentē ad planum, in quo fertur circa Solem. Jovem vero in horis 9, & minutis 56 absolvere revolutionem circa axem suum normaliter quoque insistentem ad planum, in quo fertur circa Solem. Unde quum plana Martis, & Jovis sint modice inclinata ad planum Eclipticæ, sequitur axes prædictos perpendiculariter ferme insistere ad ipsum Eclipticæ planum.

227. De Veneris revolutione acriter disputatum est inter Astronomos. *Dominico Cassino* visum est Planetam istum revolvi circa se spatio dierum 23, diuque ita creditum ab eruditis. Sed deinde *Franciscus Blanchinus* quum longissimo Telescopio maculas Veneris Romæ diu observasset, ostendit revolutionem Veneris longe breviorē esse, neque absolvi in horis 23, sed in diebus ferme totidem. Novissime *Jacobus Cassinus*, *Dominici* filius

filii Patris famam sibi tuendam esse ratus, demonstrare conatus est *Franciscum Blanchinum* in suis observationibus deceptum fuisse; ostenditque tempus, quo tempore Venus absolvit revolutionem suam, tantum esse, quantum à Patre fuerat constitutum.

228. De Mercurio, & Saturno adhuc non constat, num revolvantur circa axes suos. Neque mirum: Mercurius enim Soli adeo vicinus est, ut tanta propinquitas interdistinguendis maculis, per quas hujusmodi motus cognoscitur, sit impedimento. Saturnus autem tantum distat à nobis, ut ejus maculæ, si quæ sunt, visum nostrum effugiant. Sed credibile est ipsos etiam revolvi circa axes duos ab occasu in ortum ad similitudinem reliquorum. In Cælo enim plurimum ponderis habere debet illa ex similitudine petita ratio, atque à rebus visis ad nos visas perducta: adeoque ex hoc quod certo sciamus Venerem, Martem, & Jovem revolvi circa se ipsos, recte concludere possumus Mercurium, & Saturnum consimili motu esse donatos.

229. Pari autem ratione asserere possumus Tellurem, quam Planetis accensendam esse supra demonstratum est, revolvi circa se ipsam ab occasu in ortum. Et quidem *Copernicus* hujusmodi motum Telluri non denegavit: ex quo ortus, atque occasus siderum facile explicari posse ostendit: quam rem nos *Sectione sequenti* fusius persequemur. Idem *Copernicus* statuit, ut axis, circa quem Tellus revolvitur unius diei spatium, non sit normalis ad planum Eclipticæ, sed ita obliquus ad idem planum, ut ex parte una constituat angulum graduum 66, & minutorum 31, ex parte altera angulum graduum 23, & minutorum 29.

230. De Luna id observatum est, ut ea eandem perpetuo faciem, sive easdem prorsus maculas Telluri obvertat. Ex quo nonnulli minus caute intulerunt, Lunam ita revolvi circa Tellurem, ut tamen non revolvatur circa se ipsam. Mendose: si enim verum id esset, Luna modo faciem unam, modo faciem alteram versus Tellurem converteret. Id quod sic ostenditur. Esto ABCD (Fig. 28.) orbis, in quo orbe Luna volvitur circa Tellurē

Tab

Tab occasu in ortum; sitque Luna primum in A; post dies ferme septem in B; post dies totidem in C: postque totidem dies in D; pono enim orbem ABCD sectum esse in quatuor partes æquales AB, BC, CD, DA. Sit præterea Luna secta in quatuor partes æquales per plana duo, quorum alterum transeat per Tellurem T, alterum vero sit plano illi perpendiculare; sintque quadrantes Lunares 1. 2. 3. 4. Jam si Luna non revolveretur circa se ipsam, dum movetur circa Tellurem T, in omnibus sui orbis locis semper hemisphærium 1. 2. respiceret deorsum, hemisphærium vero 3. 4. respiceret sursum; quemadmodum in schemate demonstratum est. Adeoque in loco A hemisphærium Telluri obversum esset 1. 2; in loco B esset 1. 4; in loco C esset 3. 4; & denique in loco D esset 2. 3: & consequenter Luna modo faciem unam, modo faciem alteram Telluri obverteret: unde quum id observationi adversetur, sequitur Lunam revolvi debere circa se ipsam, dum volvitur circa Tellurem.

231. Et sane supponendo quod Luna revolvatur circa se ipsam ab occasu in ortum eodem prorsus tempore, quo eadem Luna revolvitur circa Tellurem, facile intelligitur ipsam eandem prorsus faciem Telluri obvertere debere. Etenim dum Luna ab A transit ad B, quemadmodum absolvit quartam partem suæ revolutionis periodicæ, ita quartam pariter partem revolutionis circa axem suum absolvere debet; adeoque quadrans 1. transeat necesse est in locum quadrantis 4., & quadrans 2. succedere debet in locum quadrantis 1.: ex quo sequitur in loco B Lunam obvertere Telluri eandem faciem 1. 2. Quum eadem sit demonstratio de reliquis locis, sequitur Lunam, dum movetur circa Tellurem, eodem prorsus temporis intervallo revolvi circa se ipsam.

232. Quemadmodum autem Luna nostra eandem perpetuo faciem ad nos obversam habet, ita & satellites Jovis, Saturnique idem faciunt respectu suorum primariorum: quod quamquam immediatis observationibus intelligi minime potuerit, conjecturis tamen, atque suspi-

suspicionibus assequutum est. Audiamus *Christianum Hugenium* ita hac de re præclare differentem. *Mirum videatur hoc sciri potuisse: at non erat difficilis conjectura, postquam animadversum fuit extremam Saturniarum solum solum conspici, quando Planeta huic ad occidentem posita est, ab oriente vero semper eam latere. Facile enim perspicitur id inde evenire, quod magna sui parte obscuriorem superficiem habeat hac Luna: quæ pars obscurior quum ad nos conversa est, tunc cerni nequeat præ luminis tenuitate. Quumque semper in orbita sua latere, quod orientem spectat obscurata reperiatur, in altero numquam, manifestum indicium est eandem globuli regionem semper Saturnum respicere, quoniam ex eo illud contingere necesse est. Quis vero iam dubitet, quum & illius omnium remotissima, & nostra Luna facies semper eadem ex primario Planeta suo spectetur, quin idem in cæteris, quæ circa Jovem, & Saturnum volvantur, natura effecerit? Causa vero quare id fiat vix aliunde peti potest, quam quod densior, ponderosiorque materia sit Lunarum omnium parte ea, qua semper a Planetis averfa sunt. Sic enim ea ipsa pars majore vi a centro circuitus recedere contendet: quum alioqui ex motus legibus eadem semper facies non ad Planetam, sed ad fixas stellas easdem obverti debuerit.*

SECTIO SECUNDA.

De Motu Siderum diurno; deque Sphærica doctrina.

233. **S**uperiori Sectione de vero Mundi systemate differvimus, qualesque essent siderum motus veri, atque ex Sole, tamquam ex centro motus, spectati exponere curavimus; addidimusque interdum nonnulla de Planetarum motibus geocentricis, hoc est vilis ex Tellure. Ordo nunc postulat ut de motu siderum diurno ab ortu in occasum sermonem hic instituamus. Hic motus, si *Copernico* credimus, abest à Cælo, estque totus adparens à motu Telluris circa axem suum ab occasu

in

in ortum originem trahens. Et profecto quemadmodum si Tellus movetur circa se ipsam ab occasu ortum versus, necesse est ut sidera videantur tendere vicissim ab ortu versus occasum; ita si aliquando motus iste sisteretur in Tellure, sidera neque oriri, neque culminare, neque occidere umquam viderentur.

234. Supposita enim Telluris perpetua circa axem suum revolutione ab occasu in ortum spatio diei naturalis, oportet ut omnis spectator in Tellure constitutus una cum ea Telluris parte, in qua moratur, eodem prorsus tempore revolvatur ab occasu versus ortum. Sed necesse etiam est, ut ipse motus domicilii sui prorsus ignarus videat cœlestia omnia corpora tendere vicissim ab ortu ad occasum spatio quoque diei naturalis: ut non mirum sit, si Planetæ, Cometæ, Stellæ fixæ, via lactea, denique quidquid adparet in Cœlo, singulis diebus ab orientali Cœli plaga emergere, deinde altius atque altius attolli, tum vero decidere, atque ad occidentalem Cœli plagam tendere, ibique occultari videantur.

235. Hic siderum motus ab oriente in occidentem, quem *communem, diurnum, primum, atque universalem* vocant Astronomi, etsi ex *Copernici* sententia ablit à Cœlo, totumque pendeat à motu Telluris diurno circa se ipsam ab occasu versus ortum, præstat tamen de eo ita primum differere, quasi revera adesset in Cœlo. Dandum id tum sensui nostro, qui quod videt corpora omnia Cœlestia in occasum quotidie tendere, contrarium vix credere audet; tum etiam Astronomorum inveteratæ consuetudini; quorum perplurimi, etiam *Coperniceæ* sectæ addicti, sphaericam doctrinam sic persequuti sunt, quasi revera sidera moverentur ab ortu ad occasum.

236. Sed erunt fortasse, qui in ipso limine hic hæreant: Quum enim Planetæ moveantur circa Solem ab occasu versus ortum statis temporum periodis, non videtur fieri posse, ut iidem possint moveri diei naturalis spatio ab ortu in occasum circa Tellurem. Verum *Ptolemai*, *Tychonisque* sectatores difficultati occurrunt

runt dicendo motum siderum ab occasu versus ortum esse proprium ipsorum; eorundem vero motum ab ortu versus occalum esse communem ipsis cum Cælo, à quo spatio 24 horarum deferuntur.

CAPUT PRIMUM.

De Polis Cælestibus, deque Mundi Axe. Tum de Æquatore, Parallelis, & Declinationum Circulis.

237. **J**Am vero ex eo, quod Cælum universum continua vertigine fertur circa se ipsum diei naturalis intervallo ab ortu versus occalum, necesse est primo ut in Cælo adsint duo poli, live duo puncta immobilia, circa quæ ipsum Cælum continenter revolvatur. Horum polorum alter *Boreus*, *Arcticus*, & *Septentrionalis* adpellatur: *Boreus* quidem à vento Borea inde flante; *Arcticus*, ex eo quod non longe abest à constellationibus Ursa, quas Græci *Arctos* vocant; *Septentrionalis* vero à septem stellis minorem ursam componentibus, quas Poetæ *Triones* adpellant. Alter polus huic adversus *Antarcticus*, *Australis*, & *Meridionalis* dicitur. *Antarcticus* quidem, quod *Arctico* ex diametro sit oppositus; *Australis* ab Austro inde flante; *Meridionalis* vero ex eo, quod nobis Zonam temperatam Borealem incolentibus Sol meridie semper versus illam plagam adparet.

238. Necesse est secundo, ut adsit in Cælo *axis*, live recta quædam linea immobilis, & fixa polos Cælestes conjungens, circa quam universum Cælum revolvitur. Hunc axem contendunt *Tyconici* transire per centrum Telluris, ut pote quam in Universi centro constituunt. Præterea docent hunc eundem axem signare in Telluris superficie polos Terrestris. Quum enim is occurrat superficiei Terrestris in duobus punctis ex diametro oppositis, eorum alterum poli borei, alterum australis poli munus obibit.

239. Ne-

239. Necessè est *tertio*, ut adline in Cœlo innumeris *circuli paralleli inter se*, ad quorum plana axis Cœlestis normaliter insistat. Etenim dum Cœlum diurna vertigine abreptum movetur circa axem suum, omnia sidera, quin immo singula puncta Cœlestia describunt totidem circulos, ad quorum plana axis ille perpendiculariter insistit. Hos circulos *parallelos* simpliciter vocant Astronomi, quos ex eo, quod Cœlum est; rotundum, patet non omnes æquales esse inter se, sed alios aliis in infinitum breviores existere, eoque breviores, quo magis ad ipsos polos accesserint. Inde fit ut sidera eo minoribus gyris polos amplectantur, quo minus distant ab ipsis. Quemadmodum autem minimi omnium istorum parallelorum sunt ipsi poli Cœlestes, in quos, ut ita dicam, desinunt paralleli; ita maximus est, qui Cœlum bisariam dividens æque distat ab utroque polo; qui quidem circulus *Æquator* in posterum adpellabitur. Quapropter *Æquator* circulus est Cœli maximus ab utroque polo 90 gradibus remotus, Cœlumque in duas æquales partes distinguens; quarum partium quæ polum borealem continet, dicitur *hemisphærium Boreale*: quæ vero comprehendit polum australem, dicitur *hemisphærium Australe*. Cæterum poli Cœlestes iidem sunt cum polis parallelorum: poli enim Cœlestes undique distant æqualiter à singulis parallelis.

240. Ab æquatore profluit *declinationum* contemplatio, ut pote quæ ab ipso æquatore polos versus numerantur. Declinationis quippe nomine intelligunt Astronomi uniuscujusque sideris distantiam ab æquatore. Itaque stellarum in ipso æquatore constitutarum nulla prorsus est declinatio. Stellæ vero in alterutro polorum constitutæ declinatio est accuratissime graduum 90, quæ quidem est omnium maxima. Non dissimiliter vocant declinationem paralleli ejus ab æquatore distantiam: unde declinatio sideris eadem est cum declinatione paralleli, in quo sidus versatur. Parallelorum vero hinc inde ab æquatore æque remotorum eadem prorsus est declinatio; eadem tamen quo ad quantitatem non quo ad speciem; quum altera borealis sit, altera australis,

lis, sumpta denominatione à polis, sive hemisphæriis cognominibus. Perspicuum est autem duas, aut plures stellas in eodem parallelo constitutas eandem prorsus declinationem sortiri, tum quo ad quantitatem, tum quo ad speciem. Itaque dato parallelo dabitur sideris declinatio, ejusque species; & vicissim data sideris declinatione, ejusque specie dabitur parallelus.

241. Quum autem dicimus declinationem sideris esse distantiam ipsius ab æquatore, intelligimus distantiam numeratam super circulo, qui à sidere normaliter ducitur ad ipsum æquatorem: hac enim ratione docent Geometræ desumendas esse hujusmodi distantias. Quapropter declinatio alicujus sideris, aut etiam declinatio paralleli, in quo sidus illud versatur, erit arcus circuli, qui à sidere normaliter ducitur ad æquatorem. Hujusmodi circulos ex re vocabimus deinceps *circulos declinationum*; etenim ad dimetiendas declinationes passim adhibentur. Patet autem ipsos & numero esse infinitos, & esse maximos, & omnes in polos æquatoris coire.

242. Quemadmodum autem arcus circuli declinationis inter æquatorem, & sidus interceptus declinatio sideris vocatur, ita arcus ejusdem circuli inter sidus, & polum comprehensus, distantia ejusdem sideris à polo vocatur. Hanc autem distantiam manifestum est desumi posse tum à polo boreo, quum à polo australi. Et quidem si declinatio sideris fuerit borealis, ejus complementum ad gradus 90 dabit distantiam ejus à polo boreo; summa vero ejusdem declinationis, & gradum 90 dabit ejusdem à polo australi distantiam. Quod si vero declinatio fuerit australis, complementum declinationis ad gradus 90 dabit distantiam ab australi polo: summa vero declinationis, & graduum 90 dabit distantiam à polo boreali.

243. Illud etiam indubium est, declinationum circulos habere polos suos in circumferentia æquatoris. Etenim si duo sint in sphaera circuli maximi ad se se invicem perpendiculares, unius poli constituentur in circumferentia alterius. Itaque æquatoris ambitus haberi potest tamquam locus, sive sedes polorum, qui ad omnes

omnes declinationum circulos referuntur. Insuper axis Mundi haberi potest tamquam locus, sive sedes centrorum uniuscujusque paralleli. Denique sumpto semiaxe Cœlesti pro radio, sive sinu toto, unaquæque semidiameter paralleli evadit sinus complementi declinationis ejusdem paralleli.

CAPUT SECUNDUM.

De Horizonte, ejusque Polis; deque Circulis inde manantibus.

244. **E**X rotunditate Telluris, & Cœli illud sequitur, singulis punctis superficiei Terrestris singula superficiei Cœlestis puncta directo imminere. Sit enim ABE (Fig. 29.) superficies Telluris; C ejus centrum; & A quodvis superficiei Terrestris punctum, ad quod ducta intelligatur semidiameter CA: manifestum est hanc semidiametrum productam usque ad Firmamentum signaturam ibi punctum Z, quod directe imminet puncto Terrestri A; atque ita etiam si semidiameter CE producaturs usque ad Firmamentum, signabitur ibi punctum Q, cui directe subiacebit punctum Terrestre E.

245. Jam hujusmodi puncta Cœlestia locis Terrestribus directe imminetia Latini *Verticem*, Arabes *Zenith* vocant: puncta vero opposita N in adversa Cœli parte constituta *Nadir* eadem lingua dicuntur. Denique singulæ rectæ lineæ ZN, quæ *Zenith* cum *Nadir* conjungunt, *verticales* lineæ adpellantur. Patet autem hujusmodi lineas verticales per centrum Telluris C transire; modo tamen sphaerica sit figura Telluris: nam si elliptica sit, in locis extra æquatorem & polos constitutis verticalis linea deviabit nonnihil à centro Telluris, neque nisi in locis constitutis sub æquatore aut sub polis accuratissime transibit per ejus centrum. Patetque etiam puncta illa Cœlestia, quæ relate ad data superficiei Terrestris loca *Zenith* officio funguntur, relate ad loca opposita *Nadir* munus obire. Et denique illud liquet loco

TOM. II.

I

ut.

utcumque mutato Zenith, Nadirque mutari.

246. Jam quemadmodum dati loci Terrestris Zenith, Nadirque dicuntur duo opposita Cœli puncta, quorum alterum imminet, alterum vero directe subjacet illi loco; ita ejusdem loci *Horizon* dicitur circulus ille Cœli maximus, qui æque distat à prædictis punctis; diciturque horizon, quod partem Cœli visibilem ab invisibili distinguat & finiat. Et quemadmodum bina Cœli opposita puncta Zenith, Nadirque officio funguntur relate ad duo loca opposita superficiei Terrestris, quæ illis subjeta sunt; ita unus idemque horizon ad duo opposita superficiei Terrestris loca pertinebit. Denique sicuti loco utcumque mutato mutatur Zenith, Nadirque; ita etiam loco utcumque mutato Horizon mutetur oportet.

247. Hujusmodi Horizon *Astronomicus* dicitur: appellatur etiam *rationalis*, eo quod ratione per Telluris centrum transire intelligitur. Longe diversus est ab eo Horizon *sensibilis*, qui parallelus quidem est Horizonti astronomico; sed Tellurem tangere fingitur in eo loco, in quo versamur; diciturque sensibilis, quod oculorum sensui sit subiectus. Adparet autem istum horizontem Cœlum in duas æquales partes minime distinguere, sed inferiorem Cœli partem, in qua Nadir constituitur, superiori nonnihil esse majorem.

248. Horizon suos pariter habet circulos parallelos non omnes quidem æquales, sed alios aliis in infinitum breviores, eoque breviores, quo magis ad Zenith, aut etiam ad Nadir accesserint. Hos circulos Arabes *Almucataarith* adpellant: nos eos, qui ab horizonte versus Zenith tendunt, *parallelus altitudinum*; eos vero, qui ab eodem Horizonte tendunt versus Nadir, *parallelus depressionum* vocabimus: nam priores ad altitudines siderum spectant, posteriores vero ad depressiones. Hi omnes circuli communes habent polos, suntque puncta illa duo, quæ Zenith, Nadirque dicuntur; hæc enim puncta à singulis parallelis undique distant æqualiter. Quemadmodum autem *minimi* omnium descriptorum parallelorum sunt ipsum Zenith, ipsique Nadir, in quæ desinunt; ita *maximus* eorumdem parallelorum est

Hori-

Horizon rationalis 90 gradibus à Zenith, atque Nadir remotus. Is autem universum Cœlum in duas æquales partes distinguit, quarum partium illa, quæ Zenith continet, dicitur *Hemisphærium superius, & visibile*; quæ vero Nadir comprehendit, *Hemisphærium inferius, & invisibile* adpellatur.

249. Similiter Horizon dividit singulos æquatoris parallelos in partes duas, quarum partium, quæ est in Hemisphærio superiori, dicitur *arcus diurnus, & visibilis*; quæ vero est in hemisphærio inferiori adpellatur *arcus nocturnus, & invisibilis*. Itaque quando Sol describit arcum diurnum alicujus paralleli *dies* est; at vero quum percurrit arcum nocturnum sit *nox*. Eadem ratione quando stellæ describunt motu diurno arcus parallelorum visibiles, liquidem noctis tempus sic, visum nocturnum non effugient; at vero quum percurrunt arcus invisibiles, etiam tempore noctis erunt inconspicuæ.

250. Ab Horizonte profluit *altitudinum, depressio- numque* contemplatio, ut pote quæ ab eo circulo versus Zenith, & Nadir numerantur: altitudines quidem versus Zenith, depressiones vero Nadir versus. Altitudinis enim nomine intelligunt Astronomi sideris in superiori hemisphærio constituti distantiam ab Horizonte; pariterque depressionis nomine intelligunt sideris in Hemisphærio inferiori constituti ab eodem Horizonte distantiam. Quapropter stellarum in ipso horizonte constitutarum nulla prorsus est aut altitudo, aut depressio. Stellæ vero in ipso Zenith, aut Nadir positæ altitudo, vel depressio est accuratissime gradum 90, eaque est omnium maxima. Non dissimiliter vocant altitudinem, vel depressionem paralleli (intelligendum id est de circulis, qui paralleli sunt Horizonti) ejus ab Horizonte distantiam; altitudinem quidem si parallelus est in Hemisphærio superiori, depressionem vero, si est in inferiori. Itaque altitudo paralleli eadem est cum altitudine sideris, quod versatur in eo parallelo. Parallelorum autem hinc inde ab Horizonte æque distantium eadem prorsus est altitudo, atque depressio. Perspicuum est autem duas, pluresque stellas in eodem parallelo con-

stitutas eandem profus altitudinem, vel depressionem sortiri. Itaque dato parallelo dabitur sideris altitudo, vel depressio; & vicissim data altitudine, vel depressione dabitur parallelus.

251. Quum autem dicimus altitudinem, aut depressionem sideris esse distantiam ipsius ab horizonte, intelligimus distantiam numeratam super circulo, qui a sidere normaliter ducitur ad horizontem: hac enim ratione docent Geometræ desumendas esse huiusmodi distantias. Quapropter altitudo, aut depressio alicujus sideris erit arcus circuli, qui à sidere normaliter ducitur ad horizontem. Patet autem huiusmodi circulos & numero esse infinitos, & maximos esse, & per polos horizontis, per Zenith nempe perque Nadir transire. Itaque quum per verticem transeant, *verticales* merito adpellantur: adpellari quoq; possunt *circuli altitudinum*; etenim ad metiendas altitudines passim adhibentur. *Arabes* vocant eosdem circulos *Azimuth*.

252. Quemadmodum autem arcus verticalis circulo inter horizontem, & sidus interceptus altitudo, aut depressio sideris dicitur, ita arcus ejusdem verticalis inter sidus, & Zenith interceptus *distantia à vertice* nuncupatur. Itaque si sidus sit elevatum supra horizontem, complementum elevationis ad gradus 90 erit distantia sideris à vertice. Si vero sit depressum, summa depressionis & graduum 90 dabit distantiam ab eodem vertice.

253. Illud etiam indubium est, verticales circulos habere polos suos in circumferentia horizontis: etenim si duo sint in sphaera circuli maximi ad se invicem perpendiculares, unius poli constituuntur in circumferentia alterius. Itaque Horizontis ambitus haberi potest tamquam locus, sive sedes polorum, qui ad omnes verticales circulos referuntur. Insuper linea verticalis haberi potest tamquam locus centrorum circulorum omnium, qui Horizonti sunt æquidistantes.

254. Verticalibus circulis accensendus est *Meridianus*, qui circulus est in Cælo maximus per Zenith, adeoque per Nadir ea lege transiens, ut æquatorem ejusque parallelos ad angulos rectos secet. Itaque planum

num transiens per verticem loci perque axem Mundi signare debet Meridianum in Cœlo. Ex quo fit *primus*, ut Meridianus transeat per polos Mundi, live etiam per polos Æquatoris. Sed inde *etiam* fit, ut Meridianus secet omnes Æquatoris parallelos in partes æquales; adeo ut sidera motu diurno ab oriente ad occidentem abrepta tantum temporis morari debeant ex una parte Meridiani, quantum morantur ex parte altera. Et quoniam singulæ revolutiones siderum expediuntur spatio 24 horarum, sequitur stellas duodecim horas versari ex una parte meridiani, totidemque horas ex altera parte.

255. Quom autem Meridianus transire debeat per verticem loci, quemadmodum singula loca suum sibi proprium, atque peculiarem habent verticem, ita singula peculiariarem, sibi que proprium meridianum habere deberent; adeoque mutato utcumque loco mutari deberet Meridianus. Verum res aliter se habet: etenim unusquisque circulus verticalis non ita unius loci proprius est, ut ad infinita alia loca non pertineat. Veluti circulus Cœli maximus ZMN (*Fig. 29.*) per Zenith, atque Nadir loci A traductus verticalis est non modo ipsi loco A, sed idem munus præstat respectu omnium locorum Terrestrium, quæ intra circuli Terrestris ADF ei directe subiecti ambitum continentur. Ex quo fit ut euntibus recta Aquilonem, aut Austrum versus meridianus quidem maneat idem, cæteri vero verticales mutantur; sed recta euntibus versus ortum, aut occasum cum cæteris verticalibus mutabitur quoque Meridianus. Ex quo fit etiam, ut loco utcumque mutato mutetur horizon, quamquam non semper mutetur meridianus.

256. Cæterum Meridianus Cœlum in duas æquales partes dispescit, *Orientalem* scilicet, & *Occidentalem*. Idem Meridianus occurrit horizonti in duobus punctis, quorum quod propius est polo Boreo, adpellatur *Cardo Boreus*, & *Arcticus*. Oppositus *Cardo Australis*, & *Antarcticus* vocatur. Adhuc præterea in horizonte duo alii cardines, *Orientalis*, nempe & *Occidentalis* à cardinibus Austri, & Boreæ 90 gradibus distantes. Quemadmodum autem duo isti cardines referunt polos Meridiani,

diani; ita cardines Austri, & Boreæ referunt polos alterius cujusdem circuli verticalis per ortus, atque occasus cardines transeuntes, qui quidem verticalis *primarius* vocatur.

257. Sed non modo totum Cœlum in duas æquales partes distinguit *Meridianus*, verum etiam bifariam dividit utrumque hemisphærium superius nempe, & inferius. Ex quo fit, ut singuli arcus parallelorum tum diurni, quum nocturni bifariam ab ipso Meridiano dividantur. Itaque tantum temporis elabi debet ad hoc ut sidus à meridiano ad horizontem perveniat, quantum elapsum est ad hoc, ut ab horizonte ad meridianum adpelleret. Adeoque quando Sol versatur in Meridiano, vel *meridies* celebratur, vel *media nox*: hæcque est causa cur circulus iste Meridianus vocatus sit ab Astronomis.

258. Illud etiam placuit Astronomis, ut revolutiones Cœlestes diurnæ inciperent ab eo meridiani semicirculo, qui verticem continet, atque in eundem desinere: unde factum est, ut semicirculus meridiani *verticem* continens diceretur semicirculus *horæ vigesima quarta*: sidera enim eo non redeunt, nisi post exactas horas 24; oppositus vero semicirculus, qui *Nadir* continet, diceretur semicirculus *horæ duodecima*: nam sidera eo post horas duodecim adpellunt.

259. Reliqui omnes semicirculi per Cœlestes polos transeuntes, qui Meridianorum munere alibi funguntur, *horarii* adpellantur, nomenque suscipiunt ab hora illa, quæ ipsorum a meridiano distantiae ortum versus numeratæ respondet. Itaque si horarius aliquis ad occasum meridiani positus angulum cum eo contineat graduum 15, dicetur is *semicirculus horæ prima*: quod si contineat angulum graduum 30, vel 45, vel 60, dicetur *semicirculus horæ* vel *secunda*, vel *tertia*, vel *quarta*. Denique si horarius aliquis ad ortum meridiani positus angulum cum eo comprehendat graduum 30, adpellabitur is *semicirculus horæ vigesima secunda*: tot enim horæ debentur gradibus 220. Neque vero difficile est horum nomen rationem intelligere. Quum enim sidera absolvant cursus suos circa Tellurem spatio
hora-

horarum 24, profecto quemadmodum in horis 24 conficiunt gradus 360 (tot enim gradus continent singuli paralleli), ita in hora una conficiant necesse est gradus 15; in horis duabus gradus 30; in tribus horis 45; atque ita deinceps.

260. Ut finem huic *Capiti* imponamus advertendum est, *meridianam* lineam adpellari communem sectionem circuli meridiani cum quovis plano. Sed frequentissime apud Astronomos *meridiana* nomine venit linea illa, quæ est communis sectio Meridiani cum Horizonte sensibili. Quapropter huiusmodi linea tangit Tellurem in illo eodem puncto, à quo tangitur ab horizonte sensibili. Exinde autem fit, ut planum, quod normaliter ad horizontem educitur secundum directionem lineæ meridianæ cum ipso meridiani plano accuratissime conveniat; planum vero illud, quod perpendiculare est tum horizonti quam plano meridiani cum ipso verticalis primarii plano accuratissime congruat.

CAPUT TERTIUM.

De Triplici Sphæræ positu, Recto, Obliquo, & Parallelo.

261. Sequitur nunc ut diversas *sphæræ positiones* paucis hic attingamus. Et quidem *sphæræ* positionis nomine intelligunt Astronomi situm omnem, quem obtinet Horizon respectu Æquatoris. Etenim non in omnibus locis Telluris Horizon eadem ratione constituitur respectu Æquatoris; sed eundo recta versus Boream, vel versus Austrum mutatur continenter inclinatio Æquatoris ad Horizontem. Id quod minime accidit propter mutationem aliquam, quam fortasse subit Æquator: is enim certam, atque immutabilem positionem habet in Cælo; sed potius id accidit propter mutationem Horizontis, quem mutato utcumque loco mutari demonstratum est *Capite superiori*.

262. Jam quemadmodum Horizon *triplici* modo

constitui potest respectu *Æquatoris*, ita *triplex* statui debet sphaeræ positio, quarum nomina sunt *recta*, *obliqua*, & *parallela*. Sphaera dicitur *recta*, *quum æquator normaliter insistit ad horizontem*. Dicitur *obliqua*, *quum Æquator oblique insistit ad horizontem*. Dicitur denique *parallela*, *quum Æquator omnino horizontem non secat, sed ejus planum coit cum plano Horizontis*.

262. Et quoniam in sphaera *recta* necesse est, ut *Zenith* & *Nadir* constituantur sub ipso æquatore; in *obliqua* vero necesse est ut cadant inter æquatorem & polos; & denique in *parallela* oportet ut in polis ipsis constituantur; alia nobis se se offert ratio diversas sphaeræ positiones distinguendi. Etenim aut vertex loci constituitur sub æquatore, & sphaera erit *recta*; aut vertex loci constituitur inter æquatorem, & alterutrum polorum, sive, quod eodem redit, constituitur sub aliquo parallelo, & sphaera erit *obliqua*; aut denique vertex loci incidit in alterutrum polorum, & sphaera erit *parallela*. Sed possunt quoque eadem sphaeræ positiones per varias axeos Cœlestis ad horizontem inclinationes distingui. Etenim Cœlestis axis vel congruit cum plano Horizontis, & sphaera erit *recta*; vel obliquus est ad planum Horizontis, & sphaera erit *obliqua*; aut denique normalis est ad Horizontis planum, & sphaera erit *parallela*.

264. Sed quocumque modo distinguantur expositæ positiones sphaeræ, illud certum est in sphaera *recta* polos Cœlestes in ipso horizontis plano esse constitutos; quumque eodem loci constituantur quoque cardines *Austri*, & *Boreæ*, alteri cum alteris coibunt. Itaque in ea sphaera verticalis quoque primarius coibit cum *Æquatore*; utriusque enim circuli iidem sunt poli. Præterea in sphaera *recta* quemadmodum *Æquator* normaliter insistit ad horizontem, ita normaliter etiam ad eundem horizontem insistunt singuli paralleli; adeoque in hac sphaera sidera dum oriuntur, *recta* adscendunt supra Horizontem, *recta*que descendunt, dum occidunt. Denique illud ambigi nequit in hac sphaera sidera duodecim horas versari debere supra Horizontem, totidemque horas infra eundem Horizontem delitescere: etenim

nim in hac sphæra singuli paralleli bifariam ab horizonte secantur.

265. Sed in sphæra *parallela*, quia nulla est intersectio Æquatoris cum Horizonte, cardines ortus, & occasus evanescent, adeoque evanescet pariter verticalis primarius, qui per illos cardines transit. Præterea quum polus & vertex in ea sphæra coeant inter se, horarii circuli in verticales circulos abibunt. Ad hæc meridianus in eadem sphæra vel nullus est, vel numero sunt infiniti; idque etiam quia vertex & polus coierunt in unum. Insuper quum Æquator & Horizon paralleli sint inter se, necesse est quoque ut qui circuli paralleli sunt Æquatori, iidem paralleli sint etiam Horizonti. Unde quum sidera describant circulos Æquatori parallelos, ea in hac sphæra describant necesse est circulos Horizonti etiam parallelos: adeoque neque adscendent, neque descendent respectu ejusdem Horizontis.

266. Denique in sphæra *obliqua* alter polorum supra horizontem attollitur, alter infra ipsum demergitur; quantaque est unius poli elevatio supra horizontem, tanta erit alterius depressio. Quemadmodum autem in hac sphæra æquator obliquus est ad horizontem, ita etiam paralleli æquatoris oblique ad horizontem insistant: ex quo fit ut in hac sphæra sidera oblique ascendant supra horizontem, & oblique etiam descendant. Hoc amplius in sphæra obliqua nonnulla sidera diutius morantur supra horizontem, quam infra; contra vero alia diutius morantur infra horizontem, quam supra. Id accidit quia propter sphæræ obliquitatem paralleli inæqualiter dividuntur ab horizonte ea quidem lege, ut pars visibilis eorum, qui magis accedunt ad polum elevatum major sit parte invisibili: contra vero pars visibilis eorum, qui propinquiore sunt polo depresso minor sit parte invisibili. Ex quo illud necessario contingit, ut sidera quo viciniore sunt polo elevato, eo diuturnius morentur supra horizontem, eoque brevius infra: Sidera vero quo viciniore sunt polo depresso eo diutius morentur infra horizontem, eoque brevius supra. Et quoniam æquator in hac etiam sphæra bifariam
divi-

dividitur ab horizonte, inde est, ut sidera in æquatore constituta 12 horas morentur supra horizontem, totidemque horas infra horizontem delitecant.

267. Quemadmodum autem sphaera obliqua media est inter sphaeram rectam, & sphaeram parallelam, ita nonnulla ei accidunt, quæ contingunt etiam & istis. Sic in sphaera recta nullum adest sidus, quod quotidie non oriatur, & occidat: in sphaera vero parallela nullum sidus adest, quod quotidie oriatur, aut occidat; at in sphaera obliqua quædam sidera quotidie oriuntur, & occidunt, quædam alia numquam oriuntur, aut numquam occidunt. Id exinde oritur quod in sphaera obliqua duo adsunt paralleli horizontem in cardinibus Austri, & Boreæ contingentes, quorum unus totus extat supra horizontem, alius vero totus latet sub illo. Horum parallelorum prior dicitur *maximus adparentium*, posterior *maximus non adparentium* adpellatur. Itaque sidera his parallelis & vicino polo contenta aut semper conspicua erunt, aut numquam adparebunt. Cæteræ vero stellæ, quæ intra prædictos duos circulos sunt constitutæ quotidie oriri, & occidere debent.

268. Quæ quum ita sint Telluris incola sub æquatore constitutus hæc in Cælo phænomena deprehendet. *Primo* videbit utrumq; polum in plano horizontis jacere. *Secundo* omnia sidera oriri, atque occidere. *Tertio* omnia sidera recta adscendere supra horizontem, rectaque descendere. Et *quarto* denique unumquodque sidus 12 horas versari supra horizontem, totidemque horas infra horizontem delitescere. Quod si habitator iste ab æquatore Terrestris proficiscatur, atque versus polorum alterum iter faciat, alia ei phænomena se se offerent. *Primo* enim polus ille, versus quem tendit, attolli videbitur supra horizontem, oppositus vero polus videbitur deprimi. *Secundo* sidera circa priorem polum constituta numquam videbuntur occidere, sed perpetuo supra horizontem revolvi videbuntur; contra sidera circa oppositum polum constituta ab oculis spectatoris se præripiunt. *Tertio* sidera obliq; supra horizontem adscendere videbit, atque oblique descendere, eoque obliquius, quo magis

gis ad polum accesserit. Et *quarto* denique sidera in eo hemisphærio constituta, in quo iter facit, diutius supra horizontem morari, contra vero sidera in opposito hemisphærio constituta, brevius supra horizontem morari conspiciet.

269. Hæc Phænomena eo magis conspicua fient spectatori, quo magis ipse ad polum accedet; sed quum ad polum pervenerit hæc erit phænomenorum ratio. *Primo* habebit polum conspicuum in vertice, polum vero inconspicuum sub pedibus. *Secundo* sidera supra horizontem constituta numquam occidere, sidera vero infra horizontem posita numquam oriri videbit. Et *tertio* denique sidera conspicua motu parallelo ad horizontem ferri videbit.

270. Duo autem sunt loca Telluris, quæ sphæram habent parallelam; *infinita* quæ rectam; *longe infinita* quæ obliquam. Etenim quum duos in Cælo polos habeamus, duo tantum loca existent in superficie Telluris, quæ directe illis subjici possint; at vero infinita sunt Telluris loca sub æquatore Cælesti directe constituta; ex quo fit ut infinitus sit etiam numerus sphærarum rectarum; longeque infinita sint, quæ subjiciuntur regionibus Cæli inter æquatorem, & polos interjectis; ex quo sequitur sphærarum obliquarum numerum esse plusquam infinitum.

271. Sed qualiscumque sit sphæræ positio illud est certum, atque indubitatum *in unaquaque sphæra tantam esse poli altitudinem, quanta est declinatio verticis*. Etenim quum à vertice ad horizontem intersint gradus 90, totidemque gradus intercedant ab æquatore ad polum, profecto dempto communi arcu inter verticem, & polum comprehenso, supererit distantia verticis ab æquatore, quæ adpellatur *declinatio verticis*, æqualis distantiae poli ab horizonte, quæ dicitur *altitudo poli*. Itaque quum in sphæra recta nulla sit declinatio verticis, nulla etiam est poli altitudo. In sphæra vero parallela, quia vertex declinat ab æquatore gradibus 90, totidem quoque gradibus polus supra horizontem eminebit.

272. De:

272. Denique in sphaera tum recta, quum obliqua, in qua ortus occasusque siderum habet locum, considerantur *amplitudines ortiva*, atque *occidua*. *Amplitudo ortiva* dicitur arcus horizontis inter sidus oriens & cardinem orientalem interceptus; *occidua* vero est arcus horizontis inter sidus occidens & occidentalem cardinem comprehensus. Utriusque amplitudinis duplex est species *Borealis* una, *Australis* altera, quarum prior habet locum in hemisphaerio boreali, altera vero consideratur in hemisphaerio australi. Minimæ siderum amplitudines sunt in sphaera recta; quippe ejusdem sideris eo major est amplitudo, quo major est obliquitas sphaeræ; quemadmodum ex Cœlesti globo facile est intelligere.

CAPUT QUARTUM.

De Cœlestium circulorum in superficiem Terrestrem translatione.

273. **H**Ætenus Cœlestis sphaeræ descriptionem persequuti sumus; sequuntur nonnulla de globo Terrestri, in cujus superficiem omnes pene Cœlestes circulos transtulerunt Geographi. Isthæc translatio fit ducendo à singulis punctis circulorum Cœlestium ad centrum Telluris totidem rectas lineas; eæ enim signabunt in Terrestri superficie circulos totidem Cœlestibus circulis respondentes.

274. Et primo quidem quemadmodum in Cœlo, ita & in Terra *duo poli* considerandi sunt, quorum ille, qui polo Cœli Boreo directe subest, *Boreus*, & *Arcticus* dicitur; ille vero qui polo Cœli Australi directe subjicitur *Australis*, & *Antarcticus* adpellatur. Quemadmodum autem recta linea conjungens polos cœlestes dicitur *axis Cœlestis*; ita etiam recta linea conjungens polos Terrestres *axis Telluris* dicenda est; isque productus cum cœlesti axe consentire, atque in ipsos Cœli polos incurrere putandus est.

275. Habet Tellus suum *aquatorem*, cujus planum unde-

unde quaque productum in cœlestem æquatorem offendit. Nam æquator Terrestris intelligitur esse communis sectio plani æquatoris cœlestis cum superficie Telluris. Inde autem fit, ut loca omnia, quæ ambitu æquatoris Terrestris continentur, verticem habeant positum in æquatore cœlesti, atque adeo sphaeram rectam fortiantur. Quemadmodum autem æquator cœlestis dividit Cælum in duo hemisphæria, quorum alterum boreale, alterum australe adpellatur; ita etiam æquator Terrestris secat Tellurem in duo hemisphæria boreale scilicet, & australe, retentis iisdem nominibus.

276. Habet & suos *parallelos*, qui circuli sunt in superficie Telluris non maximi æquatori paralleli hinc & inde ab ipso æquatore versus polos procedentes non omnes quidem æquales, sed alii aliis in infinitum breviores, eoq; breviores, quo magis ad polos accesserint. Unusquisque horum parallelorum habet in Cælo sibi respondentem circulum parallelum. Nam si semidiameter aliqua Terrestris, manente vertice in centro Telluris, circa alicujus paralleli Terrestris circumferentiam ferri intelligatur, ea ad Firmamentum usque producta parallelum ibi non dissimilem signabit, cujus scilicet distantia ab æquatore cœlesti eadem est cum distantia paralleli ab æquatore Terrestri. Itaque unusquisque parallelus Terrestris intelligi potest tamquam communis sectio superficie Terrestri cū superficie coni recti, cujus vertex est centrum Telluris, basis vero est parallelus Cœlestis. Inde autem fit ut loca omnia, quæ ambitu alicujus paralleli Terrestris continentur, verticem habeant positum in parallelo Cœlesti, qui illi correspondet, sphaeramque adeo obliquam fortiantur.

277. Suos quoque habet *meridianos*, quos plana meridianorum Cœlestium per centrum Telluris transeuntia in Terrestri superficie signare concipienda sunt. Et quoniam Cœlestes meridiani per mundi polos transeunt, perque verticem loci, sequitur meridianos Terrestres per Telluris polos, perque ipsa loca Terrestria transire debere. Hujusmodi Terrestres meridiani *latitudinum circuli* adpellantur, eo quod *latitudinibus* locorum,

rum, parallelorumque Terrestrium metiendis inserviunt. *Latitudo enim alicujus paralleli* est distantia ejusdem paralleli ab æquatore; sive etiam est arcus meridiani circuli inter parallelum, & æquatorem interceptus: eaque duplex est *septentrionalis*, aut *meridionalis*, prout parallelus constituitur in hemisphærio septentrionali, aut meridionali.

278. Hinc autem patet *primo* loca omnia Terrestria, quæ ambitu æquatoris Terrestris continentur, omni prorsus latitudine destitui. *Secundo* latitudinem locorum Terrestrium, quæ sub eodem parallelo constituuntur, eandem esse & specie, & quantitate. *Tertio* polorum latitudinem ad 90 gradus ascendere, eamque omnium maximam esse. *Quarto* latitudinem paralleli Terrestris æqualem esse declinationi paralleli cœlestis correspondentis; atque adeo latitudinem loci æqualem esse declinationi verticis ejusdem loci. Et *denique* iHud manifestum est loci latitudinem æqualem esse altitudini polari. Nam altitudo poli adæquat declinationem verticis; declinatio autem verticis adæquat latitudinem loci.

279. Quemadmodum autem meridiani dicuntur *circuli latitudinum*, ita æquator, & paralleli adpellantur *circuli longitudinum*; nam longitudines non quidem ab æquatore versus polos, quemadmodum latitudines, sed ab occasu ad ortum numerantur. Est quippe longitudo alicujus loci arcus æquatoris vel paralleli ab occasu in ortum tendens interceptus inter meridianum, qui habetur ut terminus longitudinum, & meridianum illius loci. Sane quum de constituendo latitudinum termino ageretur haud difficile fuit ipsum in æquatore collocare, ut pote qui omnium parallelorum præcipuus jure haberi poterat. At suborta deinde contemplatione longitudinum non æque facile fuit certos terminos constituere, unde initium numerationis fieret: etenim meridiani sunt omnes circuli maximi, neque quidquam causæ est cur alius alio potior habeatur. Inde orta gravissima illa contentio inter Geographos de *Primatu meridiani*. Aliis enim placebat potissimum habere meridianum, qui per insulam

S.Ni-

S. Nicolai Promontorio viridi adjacentem ; aliis meridianum, qui per insulam *Corui Azoridibus* adscriptam; aliis denique meridianum transeuntem per insulam *Ferri Canariarum* omnium occidentalissimam : in quorum sententiam mappæ Geographicæ ut plurimum constructi solent . Aliud tamen faciunt Astronomi , qui meridianum loci in quo versantur, & in quo suas observationes faciunt , habent potissimum . Diversum etiam faciunt Nautæ, qui meridianum portus, unde primum solvunt, habent præcipuum.

280. Quum autem Sol moveatur ab ortu in occasum spatio 24 horarum , is singulis horis promovebitur versus occasum per gradus 15 . Quapropter in locis, quæ domicilio nostro quindecim gradibus orientiora sunt, meridies unam horam antevertet, duas in illis, quæ triginta gradibus orientiora sunt , tres in illis , quæ quadraginta quinque ; atque ita deinceps . Similiter in locis, quæ meridiano nostro quindecim gradibus occidentaliora sunt, meridies post unam horam continget ; post horas duas in locis, quæ triginta gradibus sunt occidentaliora ; post tres in locis , quæ quadraginta quinque gradibus magis vergunt ad occasum, atque ita deinceps . Unde longitudines locorum non modo per gradus, graduumque partes, verum etiam per tempus, temporisque partes possunt describi, dummodo meminerimus quindecim gradibus unam horam deberi, duas triginta, tres quadraginta quinque , atque ita deinceps . Qua ratione locus qui à primo meridiano abest gradibus 45, minutis 15, & secundis 15, dici poterit abesse ab eodem meridiano per horas 3 minutū 1, & secundum 1 . Etenim quemadmodum singulis 15 gradibus debetur hora una, ita singulis quindecim minutis, debetur unum temporis minutum ; singulis vero quindecim secundis unum temporis secundum.

281. Denique illud sciendum est in Terrestri globo *Antecos* adpellari, qui eodem meridiani semicirculo utuntur, & oppositis parallelis ; *Periecos* qui eodem parallelo utuntur , sed oppositis semicirculis ejusdem meridiani . *Antipodes* denique, qui & oppositos habent paral-

rales, & oppositos semicirculos ejusdem meridiani. Adpellantur autem *paralleli oppositi* paralleli illi, qui æque distant ab æquatore. Itaque *Anteci* eandem sortiuntur longitudinem, latitudinem vero eandem quantitate, specie diversam. *Perieci* vicissim eandem habent latitudinem tum quantitate, quum specie, sed longitudes diversas, earumque differentia est horarum 12. Denique *Antipodes* habent latitudinem eandem quidem quantitate, specie vero diversam; habentque etiam longitudes diversas, earumque differentia est pariter horarum 12, sive graduum 180.

CAPUT QUINTUM.

De duplici Siderum altitudine; & de Poli altitudine assequenda.

282. **C**apite secundo hujus Libri dictum est, parallelos altitudinum adpellari circulos omnes horizonti rationali parallelos ab ipso horizonte versus verticem procedentes; dictumque etiam est uniuscujusque paralleli altitudinem adpellari arcum verticalis circuli inter ipsum, & horizontem comprehensum; ex quo illud deduximus horizontis nullam prorsus esse altitudinem; paralleli vero altitudinem eo esse majorem, quo magis ad verticem accedit; & denique altitudinem verticis omnium maximam esse, eamque accuratissime esse graduum 90.

283. Sed illud etiam dictum est, sideris altitudinem adpellari ipsam altitudinem paralleli, in quo sidus constituitur; quapropter sideris in horizonte existentis nulla prorsus est altitudo; duo vero aut plura sidera in eodem parallelo posita eandem habent altitudinem; & denique maxima altitudo, ad quam sidus ascendendo potest pervenire, nonaginta gradus superare non potest. Patet autem in sphaera parallela siderum altitudinem in singulis suis revolutionibus eandem permanere; etenim sidera in sphaera ista describunt motu diurno
circu los

circulos horizonti ad sensum parallelos. At vero in sphaera recta & obliqua siderum altitudines indefinenter mutari. Etenim quum in utraque hac sphaera paralleli altitudinum æquatoris parallelos interfecent, corpora autem cœlestia moveantur secundum circulos æquatori parallelos, necesse est ut singulis ipsa temporis articulis parallelum altitudinis, atque adeo altitudinem mutant.

284. Et quoniam in utraque hac sphaera unusquisque parallelus æquatoris occurrit in duobus punctis parallelis altitudinum, inde fit ut utrobique sidera bis eandem altitudinem diutim consequantur, semel in plaga orientali, iterum in plaga occidentali; bis enim in eodem altitudinis parallelo versantur. Sed quum ad meridianum adpulerunt, tunc maximam altitudinem consequuta esse censenda sunt. Sane in sphaera obliqua sidera numquam occidentia bis meridianum pertranseunt semel in parte superiori, iterum in parte inferiori; & quemadmodum altitudo siderum *superior* omnium est maxima; ita *inferior* est minima omnium.

285. Sideris ergo ab horizonte emergentis altitudo augetur indefinenter usque ad meridianum, quo tempore maximam altitudinem consequitur, quam *meridianam* dicimus; deinde vero minuitur continenter usque ad horizontem, quo tempore omni prorsus altitudine destituitur. Quocirca *duplex* in sideribus *altitudo* distinguenda est, *meridiana* nempe, & non *meridiana*. Prior pertinet ad sidera quum ad meridianum adpellunt, quæ in stellis numquam occidentibus distinguitur in *superiorem*, & *inferiorem*. Altera vero spectat ad sidera quæ extra meridianum constituuntur. Ultramque autem altitudinem æque metimur per arcum verticalis circuli inter sidus, & horizontem comprehensum; ad cognoscendam enim altitudinem sideris sat est cognoscere quantitatem huiusmodi arcus. Ad quod obtinendum etsi complura instrumenta excogitata sint ab astronomis, præcipuo tamen loco habetur *Quadrans astronomicus*, de cuius tota constructione, atque usu consulendi sunt præ cæteris *Hirius* in suis *Tabulis Astronomicis*, &

magnum *Italiae* lumen *Eustachius Manfredius* in primis suis *Ephemeridibus*.

286. Quemadmodum autem altitudines siderum explorantur per quadrantem astronomicum, ita per eundem etiam quadrantem invenire liceret poli altitudinem, si in ipso polo sidus aliquod fixum, atque immobile esset constitutum. Nam comperta ejus sideris altitudine, illico haberetur poli altitudo. Nunc autem quum in polo nullum sidus deprehendatur, neq; si adestet perpetuo ibi morari posset propter causas inferius exponendas, conati sunt Astronomi per stellas circumpolares numquam occidentes poli altitudinem definire, Methodus ita se habet. Sit HO (*Fig. 30.*) horizon loci, HZO meridianus ejusdem loci, Z vertex, P polus visibilis, & PO altitudo poli, quæ investiganda proponitur. Sit insuper S sidus aliquod circumpolare, quod ita circum polum P ab ortu ad occalum revolvatur, ut tamen supra horizontem HO perpetuo maneat. Itaque hoc sidus his meridianum pertransibit semel in S supra polum P , iterum in s infra eundem polum. Capiatur ergo mediante quadrante astronomico utraque sideris altitudo superior nempe SO , & inferior so ; tum ex superiori SO dempta inferiori so dimidium differentiae PS , aut Ps vel subtrahatur ex altitudine majori SO , vel addatur minori so ; residuum enim aut summa semper dabit quæsitam poli altitudinem PO . Inventa poli altitudine habebitur loci latitudo; quum latitudo loci ubique æqualis sit altitudini polari. Sed inventa poli altitudine PO facile erit altitudinem æquatoris EH investigare. Etenim quum arcus meridiani HZO sit graduum 180, sitque arcus ejusdem meridiani PE graduum 90, erit summa arcuum PO , EH graduum etiam 90. Quapropter complementum altitudinis polaris ad gradus 90 dabit altitudinem æquatoris. Ut si altitudo poli in hac nostra Civitate Neapolitana sit graduum 40. 50. 30. quemadmodum nuperrime accuratissimis observationibus habitis deprehendimus, altitudo æquatoris erit graduum 49. 9. 30.

C A.

CAPUT SEXTUM.

De investigandis Siderum declinationibus.

Item de arcubus diurnis, atque no-

cturnis; deque amplitudinibus

ortivis, occiduisque

definiendis.

287. **I**Nventa poli altitudine facile erit deinde siderum declinationes determinare; item arcuum diurnorum, ac nocturnorum quantitatem, amplitudinesque ortivas, & occiduas. Ut à declinationibus incipiamus, repræsentet iterum HZO (Fig. 31.) horizontem rationalem, Z verticem, EQ æquatorem, P polum, S sidus aliquod in meridiano constitutum, & SE declinationem ipsius sideris, quæ investiganda proponitur. Capiatur cum quadrante astronomico altitudo sideris meridiana SO, vel SH; tum si quidem sidus pertranseat meridianum inter polum P, & verticem Z, ab altitudine sideris meridiana SO subtrahata poli altitudine PO, supererit distantia sideris S à polo P; cujus idcirco complementum ad gradus 90 dabit declinationem quæsitam SE. Quod si vero sidus transeat inter verticem Z, & æquatorem EQ, id quod ex ipsius æquatoris altitudine data facile cognoscitur, eo casu ad habendam sideris declinationem satis erit ab altitudine sideris SH subtrahere altitudinem æquatoris EH. Et denique si sidus transeat ultra æquatorem respectu verticis Z, tunc ad habendam declinationem SE oportebit vicissim ab altitudine æquatoris EH subtrahere altitudinem meridianam sideris SH. Qua quidem in re notandum est declinationem in primo & secundo casu prodire ejus speciei, cujus est polus visibilis P; in tertio vero casu declinationem ad oppositam speciem pertinere.

288. Quemadmodum autem ex data poli altitudine elicitur declinatio sideris; ita vicissim ex data sideris

ris declinatione alicubi observata nullo negotio definiatur elevatio poli in alio quovis loco dato. Sumpta enim rursus sideris S altitudine meridiana, ejus complementum dabit distantiam SZ sideris à vertice Z . Tum si sidus transeat inter verticem Z & polum P , ab ejus declinatione SE , quæ data supponitur, auferatur distantia sideris à vertice ZS ; si vero transeat inter verticem & æquatorem, id quod ex ipsius sideris altitudine meridiana cognoscitur, addatur declinationi SE distantia ZS sideris à vertice; denique si transeat ultra æquatorem respectu verticis, id quod innotescit ex specie declinationis datæ, ab arcu SZ auferatur sideris declinatio data; nam omni casu habebitur arcus ZS inter verticem & æquatorem comprehensus: cui arcui demonstratum est æqualem esse poli altitudinem PO .

289. Ex data autem tum altitudine æquatoris, quum sideris declinatione facile erit per resolutionem trianguli sphaerici invenire arcum tum diurnum quum nocturnum ejus sideris. Sit enim rursus HZO meridianus, HO horizon, (*Fig. 32.*) P polus, EH altitudo æquatoris data, EQ æquator, A sidus, & RA ejus parallelus. Intelligatur per locum sideris A traductus circulus declinationis PAI occurrens æquatori in puncto I . Itaque in triangulo sphaerico QAI tria dabuntur; nempe angulus rectus ad I , angulus AQI , sive ipsi æqualis EQH , quem metitur altitudo æquatoris data EH , & declinatio sideris AI , quæ etiam data supponitur; quapropter facile erit invenire latus QI , quod additum quadranti EQ dabit totum arcum EI , qui idcirco cognoscetur. Sed arcus RA similis est arcui EI : itaque quot gradus partesque graduum continentur in arcu æquatores EI , totidem gradus graduumque partes continebuntur in arcu paralleli RA : quibus in tempus conversis ea lege ut singulis quindecim gradibus singulæ horæ attribuantur, habebitur spatium temporis, quod impendit stella ad hoc ut ab horizonte adscendat ad meridianam; ideoque duplum hujus temporis erit arcus diurnus; ipsius autem complementum ad horas 24 erit arcus nocturnus. Sic faciendum erit si declinatio sideris AI sit illius speciei

ciei, cujus est polus visibilis P ; quod si vero sit speciei oppositæ, eo casu ab arcu æquatoris QE graduum 90 detrahendus esset arcus QI : residuum enim EI dabit arcum semidiurnum RA :

290. Et quoniam in eodem triangulo QAI ex tribus datis supra recensitis invenire etiam licet hypothensam QA , habebitur eo ipso amplitudo sideris; quæ quidem erit ortiva si sidus oriatur, occidua vero si occidat; eritque insuper ejusdem speciei cum polo visibili, si declinatio sideris sit ejusdem cum polo visibili speciei; erit vero speciei oppositæ, si declinatio sit pariter oppositæ speciei. Sed adnotandum est in sphaera recta siderum amplitudines ab eorumdem siderum declinationibus diversas non esse. Etenim coincidente polo P (*Fig. 23.*) cum cardine O , quemadmodum accidit in sphaera recta, incidet punctum æquatoris E in verticem Z , punctum autem I in punctum Q . Quocirca sideris declinatio AI mutabitur in amplitudinem QA ; id quod ex eo etiam colligi potest, quod sidera in sphaera recta adscendant perpendiculariter supra horizontem, perpendiculariterque descendant.

291. Cæterum quo major est poli altitudo; eo majores sunt ejusdem sideris arcus diurni aut nocturni. Etenim arcus sideris semidiurnus RA (*Fig. 22.*) habetur ex summa, vel differentia quadrantis EQ & arcus QI ; itaque quo major est arcus QI eo major erit arcus diurnus sideris constituti in hemisphaerio poli visibili; atque eo major erit arcus nocturnus sideris constituti in hemisphaerio opposito. Jam vero ad inveniendum arcum QI instituenda est hæc proportio: Ut sinus totus ad tangentem declinationis datæ sic tangens altitudinis poli ad sinum cruris QI ; Itaque quum prior ratio data sit; data erit & posterior; atque adeo quo major est poli elevatio, eo major erit arcus QI .

292. Denique quo major est poli altitudo, eo major erit ejusdem sideris amplitudo ortiva, aut occidua. Etenim ad investigandam hypothensam QA trianguli rectanguli QAI , per quam amplitudo sideris definitur, instituenda est hæc proportio: ut sinus totus

k 3

ad

ad finem declinationis sideris ita secans elevationis poli ad finem arcus QA. Unde quia data est prior ratio, dabitur & posterior, nempe secantis altitudinis poli ad finem hypothenusæ QA: atque adeo quo major est poli altitudo, eo major erit sideris amplitudo QA.

CAPUT SEPTIMUM.

De Parallaxi Siderum: ubi de visarum, atque verarum altitudinum discrimine.

293. **S**ed altitudines siderum, de quibus hætenus verba fecimus quoniam à veris diversæ sunt, *visa*, atque *adparentes* adpellantur. Enim vero per quadrantem astronomicum assequimur altitudinem sideris supra horizontem sensibilem; quum tamen vera ejus altitudo sit arcus verticalis circuli inter sidus, & horizontem rationalem comprehensus.

294. Quod ut clarius adpareat, repræsentet NMT (Fig. 34.) superficiem Telluris, cujus centrum sit T: N locum observatoris, CNZ lineam verticalem, Z verticem, BNB horizontem sensibilem, qui tangit superficiem Telluris in puncto N, & HCH horizontem rationalem, qui transiens per centrum Telluris C parallelus est horizonti sensibili. Denique referat S sidus, à quo ad puncta N, & C ductæ intelligantur rectæ SN, SC: erit ergo angulus SNB *adparens*, seu *visa* sideris altitudo, altitudo nempe illa, quam per quadrantem assequimur: at vero sideris altitudo vera est angulus SCH; quare quum anguli SNB, SCH non sint æquales inter se, sequitur visam sideris altitudinem à vera ipsius altitudine esse diversam. Non dissimiliter angulus SNZ adpellabitur *visa*, seu *adparens* sideris à vertice distantia; vera enim ejusdem sideris à vertice distantia erit angulus SCZ, qui ab angulo SNZ longe diversus est.

295. Hinc autem liquet primo *altitudinem sideris visam semper minorem esse altitudine vera*; vicissim ve-

to distantiam visam si sideris à vertice semper vera distantia esse majorem. Etenim quum in triangulo SNO angulus interior SNO minor sit angulo exteriori & opposito SOB; sitque angulus SOB propter parallelas æqualis angulo SCH, erit angulus SNO minor angulo SCH; unde quum angulus SNO sit sideris altitudo visa, angulus vero SCH sit vera ipsius altitudo, erit *visa sideris altitudo semper minor altitudine vera*. Et similiter quum in triangulo SNC angulus exterior SNZ, qui est visa distantia sideris à vertice, major sit angulo interiori & opposito SCN, qui veram sideris à vertice distantiam metitur, erit *visa sideris à vertice distantia semper major distantia vera ab eodem vertice*.

296. Liquet secundo *differentiam tum visæ atque veræ altitudinis, quum visæ atque veræ distantia à vertice æqualem esse angulo illi, quem semidiameter Terrestris comprehendit ad sidus S, quem angulum parallaxim altitudinis deinceps adpellabimus*. Est enim differentia inter visam altitudinem SNO, & veram SCH, live etiam SOB, angulus NSO, live NSC; & similiter differentia inter visam à vertice distantiam SNZ, & veram SCZ, est idem angulus NSC; quapropter quum angulus NSC æqualis sit ei, quem semidiameter Terrestris CN comprehendit ad sidus S; sequitur *differentiam tum visæ atque veræ altitudinis, quum visæ atque veræ sideris à vertice distantia æqualem esse angulo, quem semidiameter Terrestris comprehendit ad sidus*. itaque quo major est, cæteris paribus, semidiameter Terrestris, eo major est parallaxis ejusdem sideris: etenim quo major est semidiameter Terrestris, eo major est angulus, quem ipsa semidiameter comprehendit ad sidus. Et quoniam altitudo sideris visa minor est vera, addendo parallaxim altitudini visæ habebitur altitudo vera. Rursus quoniam distantia visa sideris à vertice major est vera, subtrahendo parallaxim à distantia visa habebitur distantia vera.

297. Liquet tertio *sinum parallaxeos altitudinis alienius sideris esse semper ut sinum visæ ipsius distantia à vertice*. Etenim quum in triangulo SNC detur tum semidiameter Telluris CN, quum distantia sideris S à cen-

pro C ejusdem Telluris, dabitur ratio rectæ CN ad rectam CS; atqui CN est ad CS ut sinus parallaxeos CSN ad sinum anguli SNC, sive etiam ad sinum anguli SNZ, qui visam sideris à vertice distantiam metitur; itaque ratio sinus parallaxeos altitudinis ad sinum distantiae visæ sideris à vertice etiam data erit; adeoque *illius finus erit ut finus istius*. Unde si parallaxium quantitates sint exiguae, non modo sinus parallaxeos erit ut sinus distantiae visæ sideris à vertice, verum etiam ipsa parallaxis erit ut idem sinus distantiae visæ sideris à vertice. Itaque fidere ad verticem accedente parallaxis continenter crescit: atque adeo quemadmodum in ipso horizonte parallaxis est omnium maxima, ita in vertice est minima omnium, immo prorsus nulla: quæ omnia ex eo quoque consequuntur, quod angulus, quem semidiameter Terrestris comprehendit ad sidus eo major sit, quo magis sidus ad horizontem accedit, eo vero sit minor, quo magis sidus accedit ad verticem.

298. Data sideris parallaxi in quocumque gradu altitudinis visæ, facile invenietur ejusdem sideris à Tellure distantia. Sit enim data parallaxis NSC ad altitudinem visam SNB. Quoniam datus supponitur, angulus SNB, dabitur etiam angulus SNC, qui componitur ex dato angulo SNB, & ex angulo recto BNC. Itaque in triangulo SNC dabuntur omnes anguli, atque adeo ratio laterum non ignorabitur. Sed data est semidiameter Terrestris CN; quare dabitur etiam distantia sideris S à centro Telluris C. Vicissim vero data sideris à Tellure distantia facile erit ejus parallaxim ad quamvis altitudinem veram determinare. Sit enim data tum sideris altitudo vera SCH, quum ipsius distantia SC. Quoniam datur angulus SCH dabitur etiam angulus SCZ; unde in triangulo SCN data erunt non modo latera CS, CN, verum etiam summa angulorum CSN, CNS ab basi NS: quapropter facile erit ipsos angulos CSN, CNS divisim invenire.

299. Liqueat quarto *siderum, quorum eadem est altitudo visa supra horizontem, parallaxes altitudinis esse inter se reciproce ut ipsorum a Telluris centro distantias*. Sit enim

enim S sidus unum, & I sidus alterum, quorum utrumque
 que adpareat in una eademque recta linea NSI . hac enim
 ratione eadem erit utriusque sideris visa altitudo. Duobus
 rectis CS , CI , erit quidem angulus CSN parallaxis fide-
 ris S , angulus vero CIN parallaxis sideris I ; quæ quum
 modicæ sint, quemadmodum suo loco dicitur, ipsæ pa-
 rallaxes erunt inter se ut sinus ipsarum. At vero sinus
 parallaxeos CSN , sive CSI est ad sinum parallaxeos CIS
 ut CI ad CS ; hoc est reciproce ut distantia sideris S à cen-
 tro C ad distantiam sideris I ab eodem centro; itaque
 parallaxis sideris S erit ad parallaxim sideris I reciproce
 ut distantia sideris S à centro Telluris ad distantiam
 sideris I ab eodem centro Telluris. Quapropter fide-
 rum, quorum eadem est altitudo visa supra Horizontem,
 illud maiorem habebit parallaxim, quod nobis vicini-
 us est: illud vero minorem, quod à nobis longius distat.
 Id quod ex eo quoque liquere potest, quod recedente
 sidere S à Tellure manente eadem altitudine visa, minor
 semper, atque minor evadat angulus, quem semidiamete-
 ter Telluris CN ad ipsum comprehendit. Unde illud
 sua sponte profluit *sideris in immensa a Tellure distan-*
tia collocati nullam prorsus vel in ipso horizonte esse pa-
rallaxim altitudinis: evanescente nempe in tanta di-
 stantia angulo, quem semidiameter Terrestris ad sidus
 comprehendit. Quod quum ita sit mirum esse non de-
 bet si nullam in Jove, & Saturno, ne dum in stellis fixis,
 altitudinis parallaxim observare unquam Astronomi
 potuerint; etenim adeo immensæ sunt horum siderum
 à nobis distantia, ut præ illis semidiameter Terrestris
 instar puncti habeat.

300. Denique illud liquet *parallaxes duorum fide-*
rum, quorum tum altitudines supra horizontem, quum
distantia a centro Telluris inæquales sunt, esse inter se
ut sinus visarum eorundem siderum a vertice distantia-
rum directe, & distantias ipsorum a centro Telluris in-
verse. Etenim quum distantia à Telluris centro pares
 sunt, altitudines vero sunt inæquales, parallaxes sequun-
 tur rationem sinuum distantiarum visarum à vertice.
 Vicissim quum altitudines sunt pares, distantia verò
 à cen-

à centro Telluris sunt inæquales, parallaxes sequuntur inversam rationem distantiarum à centro Telluris. Itaque si neque distantiae à centro Telluris æquales sunt, neque altitudines visæ sunt æquales, parallaxes erunt inter se directe ut sinus visarum à vertice distantiarum, reciproce vero ut ipsæ distantiae à centro Telluris.

301. Itaque parallaxeos mensura pendet ex tribus hisce causis, ex Telluris nempe semidiametro, ex altitudine sideris supra horizontē, & ex ipsius à Telluris centro distantia. Nam parallaxis dati sideris eo major est, quo major est semidiameter Telluris. Item eadem parallaxis eo major est, quo sidus minus attollitur supra horizontem. Denique quo minor est sideris à Telluris centro distantia, eo etiam major est parallaxis. Quocirca major est Lunæ perigæe parallaxis, quam Lunæ apogæe. Item parallaxis Lunæ horizontalis major est parallaxi, quam Luna cæteris paribus fortitur in alio quocumque altitudinis gradu. Denique quamvis Sol, & Luna in eodem altitudinis gradu consistent, tamen major est parallaxis Lunæ quam Solis, ob minorem illius à centro Telluris distantiam.

302. Quæ quum ita sint nullo negotio per parallaxes Lunares sub diversis Terrarum locis observatas definiri poterit vera figura Telluris, quemadmodum summi Vir ingenii *Eustachius Manfredius* nuperrime Astronomos commonefecit. Etenim si parallaxes Lunares in eodem altitudinis gradu, atque in eadem distantia a centro Telluris pares sint sub omnibus parallelis Terrestribus, Tellus sphaerica figura donabitur; quod si vero inæquales sint, figuram à sphaerica longe diversam fortietur. Num autem oblongata sit versus polos versus æquatorem vero depressa, quemadmodum Mathematici Galli sentiunt, an vero oblongata sit versus æquatorem versus polos autem depressa, quæ *Hugenii*, *Newtoni*, aliorumque clarissimorum Virorum fuit sententia; id quidem facile cognoscetur ex decremento, vel incremento parallaxium Lunarum sub diversis parallelis observatarum.

CAPUT OCTAVUM.

De Siderum refractione : ubi rursus de visarum verarumque altitudinum discrimine.

303. **V**ulgatissima luminis proprietas est, radios lucis dum ex uno medio oblique decidunt in aliud medium de tramite deflectere, atque aliam semitam inire. Deflexum istum radiorum, quem *refractionem* Physici adpellant, fieri diximus *Libro superiori* sequentibus legibus. Prima ut *radius refractus semper sit in plano transeunte per radium incidentem, & perpendiculararem, qua a puncto incidentia educitur super superficiem refringentem*. Secunda ut radii in transeundo de rariori medio in densius accedant ad perpendiculararem, ab illa vero recedant in transeundo vicissim de medio densiori in rarius. Et tertia denique ut *sinus anguli incidentiae ad sinum anguli refractionis sit semper in data, atque constanti ratione*.

304. Jam Tellurem nostram ad certam quamdam altitudinem undique corpus cingere ex aere, aqua, & reliquo crassiori elemento concretum, quam *atmosphæram* adpellamus, in confesso est apud omnes. Quapropter radii luminis, quos corpora cœlestia immittunt versus oculos nostros, quum atmosphæram istam pervadere debeant, refractionem patiantur oportet secundum leges modo expositas. Sane spectatore in Telluris centro constituto nullam radii eo advenientes refractionem subirent: quemadmodum enim Tellus sphaerica est, ita sphaerica pariter est atmosphæra Tellurem ambiens. Itaque radii ad centrum tendentes quia perpendiculariter incidunt in atmosphæram nullam refractionem patiuntur; etenim refractione non habet locum nisi in radiis oblique decidentibus.

305. Sed quoniam nos haud quidem ex centro Telluris, sed ex ejus superficie sidera spectamus, res aliter
se

se habet. Sit enim N (Fig. 35.) locus observatoris in superficie Telluris; NB horizon sensibilis, cui parallelus est horizon rationalis CH . sitque MIR atmosphæra Tellurem cingens, & S sidus, à quo ad puncta N , & C duæ rectæ SN , SC . Facile intelligitur oculo in centro Telluris C constituto futurum, ut sidus S videatur mediante radio integro CS : nam is perpendiculariter atmosphæram subiens nullam refractionem pati debet. At vero oculo in loco N constituto facile etiam intelligitur, impossibile esse ut sidus S videatur mediante radio integro NS ; nam radius SI oblique occurrens atmosphæra refringi debet in radium IQ accedendo ad perpendiculararem CI : eo quod refractione fit è rariori medio in densius; quapropter radius refractus IQ non ad oculum spectatoris positi in loco N , sed ad oculum ejus spectatoris, qui ex loco Q intuetur, tendet. Spectator autem loci N intuebitur sidus per radium refractum NM , cuius incidens SM nonnihil altior est radio SI .

306. Hinc autem fit ut *sidera propter refractionem altiora adpareant, quam revera sunt, respectu horizon-
tis sensibilis*. Cadat enim ex sidere S in atmosphæram radius SM , isque refractus pergat ad oculum N per rectam NM . Sidus, quemadmodum demonstratum est *Libro superiori*, adparebit in directione rectæ NM ; itaque altitudo sideris visa erit angulus PNB : atqui altitudo vera respectu horizon-
tis sensibilis est angulus SNB , qui minor est angulo PNB : quare visa sideris altitudo major erit ejusdem altitudine vera.

307. Sed uti monuimus id verum non est, nisi respectu horizon-
tis sensibilis; nam respectu horizon-
tis rationalis nihil de hoc certi itatui potest; quandoque enim *altitudo visa PNB major est vera SCH , quandoque ei aequalis est, quandoque vero minor*, pro ut nempe angulus PNS major, æqualis, aut minor est angulo NSO . Quod ut planum fiat ponamus angulum PNS majorem esse angulo NSO ; itaque addito communi angulo SNO , fiet angulus PNB major duobus angulis SNO , NSO ; quibus quum æqualis sit angulus exterior SOB , sive etiam SCH , erit angulus PNB etiam major angulo
19

lo SCH : Non dissimili ratiocinio ostendetur angulum PNB æqualem esse , aut minorem angulo SCH pro ut angulus PNS æqualis ponitur, aut minor angulo NSO :

308 Ex eo autem quod fidere existente in S propter refractionem adpareat in loco altiori P sequitur, ad altitudinem visam PNB refractionem esse angulum PNS, si-
ve MNS, quem rectæ lineæ ab oculo ad sidus verum, atq; adparens duæ comprehendunt ad ipsum oculum . Est autem angulus MNS excessus anguli NMX supra angulum MSN : itaque refractionis sideris S ad altitudinem adparentem PNB erit etiam excessus , quo angulus NMX superat angulum MSN : at vero angulus MSN tam exiguus est etiam in Luna , quæ nobis est vicinissima , ut tuto contemni possit ; quare refractionis sideris S ad altitudinem visam PNB erit solus angulus NMX . Quod autem angulus MSN exiguus sit , atque contemnendus perspicuum quidem fiet ; dummodo consideretur ipsius Lunæ à nobis distantiam immensam esse respectu altitudinis atmosphæræ NM , quæ ad quinquaginta ad summum milliaria evehitur.

309. Quum autem angulus SMG , siue CMX , quem radius SMX comprehendit cum perpendiculari CMG sit angulus incidentiæ, angulus vero NMC, quem radius refractus MN comprehendit cum eadem perpendiculari sit angulus refractionis, sitque refractionis NMX differentia angulorum CMX , NMC , sequitur refractionem ad quamcumque altitudinem PNB æqualem esse excessui , quo angulus incidentiæ superat angulum refractionis . Ex quo quidem Theoremate plura licet colligere . Nempe primo refractionem eo esse maiorem, quo minus sidus abest ab horizonte . Secundo refractionem sideris in ipso horizonte constituti esse maximam omnium . Et denique refractionem sideris in vertice constituti nullam prorsus esse.

310. Etenim demonstrant Geometriæ differentiam duorum angulorum, quorum sinus datam habent rationem inter se , eo esse maiorem, quo ipsi anguli majores sunt . Itaque quum sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis sit in ratione data, differentia horum angulorum

lorum eo major erit , quo ipsi anguli majores fuerint . At vero sidere in horizonte constituto angulus incidentiæ , atque adeo angulus refractionis est omnium maximus , deinde vero decrefcit per gradus , pro ut sidus fupra horizontem attollitur ufque donec in vertice ipfo evanefcat ; Quare refraçtio fideris in horizonte conftituti erit maxima omnium , in vertice erit minima , quin immo prorfus nulla , in altitudinibus vero intermediis intermedias etiam magnitudines fortietur .

311. Caterum quod refractiones fiderum majores fint prope horizontem , quam prope verticem , hac alia ratione oftendi poteft . Luminis radii , ut oftenditur in *Dioptriciis* , eo majori refractione afficiuntur , quo obliquius incidunt in fuperficiem refringentem ; nullam vero refractionem patiuntur , quum perpendiculariter ipfam offendunt . Itaque quia radii profluentes ex fidere pofito in horizonte obliquiffime incidunt in atmofphæram , quo magis autem sidus attollitur fupra horizontem eo minori obliquitate ipfam pervadunt , denique fidere ad verticem ipfum adpellente , radii perpendiculariter decidunt in atmofphæram , inde fequitur refractiones prope horizontem maximas efle debere : eas vero minores , atque minores fieri prout sidus magis attollitur fupra horizontem : denique in ipfo vertice prorfus evanefcere .

312. Nihil autem refert , num sidus longinquum fit , an vero fit vicinum . In pari enim altitudine vifa fiderum quantumvis inæqualiter diftantium pares funt refractiones , etfi parallaxes inæquales funt . Sane aliter creditum eft ab ævi fuperioris aftronomis , qui non modo in eo errarunt , quod crediderunt refractiones prorfus evanefcere ad altitudinem graduum 45 , verum etiam peccarunt in eo , quod putaverunt fiderum inæqualiter diftantium inæquales efle refractiones ; ex quo factum eft ut proprias Lunæ , proprias Soli , proprias denique cæteris fideribus tum errantibus , quum inerrantibus refractiones conftituerint . Verum qui animadvertet fidera S , & K quantumvis inæqualiter à nobis difita in eodem radio directo SKM collocata eandem prorfus refractionem

nem subire debere, is non dubitabit Solis, Lunæ, cæterarumque fixarum eadem prorsus esse refractiones in æquali gradu altitudinis visæ.

313. Itaque altitudines siderum sumptæ per quadrantem duplici ex capite à veris aberrant, propter parallaxim nempe, & propter refractionem. Parallaxis, uti *superiori Capite* ostensum est, deprimit nonnihil sidus; Refractio vicissim ipsum attollit. Itaque ad sideris altitudinem veram obtinendam, parallaxis addenda est, refractionis autem est subducenda. Sed contrarium fieri debet si ex adparenti sideris à vertice distantia vera quæretur; tunc enim parallaxis erit subtrahenda, refractionis vero addenda erit: sed de his satis hoc loco.

CAPUT NONUM.

*De Motu Solis, & Planetarum composito;
ubi de reliquis sphaerae circulis.*

314. **H**uc usque duplicem in Sole motum consideravimus utrumque adparentem, atque ortum à totidem Telluris motibus ei à *Copernico* adtributis. Diximus enim *Libro superiori* Solem moveri sub ecliptica ab occasu in ortum, sive in consequentia signorum; quem motum oriri vidimus ex motu Telluris annuo circa Solem etiam ab occasu in ortum. Principio autem *hujus Libri* diximus Solem, nec non cætera sidera moveri ab oriente in occidentem spatio 24 horarum; atque hunc alium motum monuimus proficisci ex revolutione Telluris circa axem suum ab occasu in ortum etiam in tempore 24 horarum.

315. Considerandum nunc est quid accadat Soli duplici isto motu adparenter agitato; nempe expendenda est semita Solaris adparens orta ex motu Solis annuo sub ecliptica ab occasu in ortum, & ex ejus motu diurno ab ortu in occasum. Quod ut fiat memoranda hic sunt *Theoremata* quædam ad motum corporum pertinentia, quæ ex *Libro primo* petenda sunt. I. *velocitatem corporis*

vis duplici vi eodem tempore agitati maiorem esse aut minorem, pro ut vires simul agentes conspirantes sunt, aut vero contraria. II. motum corporis esse tardissimum si vires simul agentes omnino tendant ad partes contrarias, sed fieri tamen secundum illam semitam, secundum quam tendit vis major. III. motum corporis esse concitissimum si vires simul agentes tendant ad eandem partem, fierique etiam secundum illam semitam, versus quam utraque vis simul agens dirigitur. Et IV denique motum corporis duplici vi eodem tempore agitati esse proportionem media temperatum si vires neque omnino conspirantes sint neque omnino contraria, sed datum quemvis angulum contineant inter se; ipsamque viam fieri secundum directionem diversam ab illis, versus quas tendunt vires agentes,

316. Itaque quia Sol motu suo diurno ab ortu in occasum describere debet circulum aliquem æquatori parallelum, motu vero annuo ab occasu in ortum describere debet eclipticam; si quidem parallelus, & ecliptica congruerent inter se contingeret, ut Sol duplici vi eodem tempore urgeretur versus partes omnino contrarias tendente. Itaque ex *secundo Theoremate* motus Solis compolitus fieret etiam per circumferentiam paralleli, sed nonnihil tardior evaderet. Quod si autem consideremus Solem motu annuo quali integro gradu dietim promoveri versus ortum, at vero in quatuor temporis minutis motu diurno promoveri versus occasum etiam gradu uno, facile intelligemus singulas revolutiones Solares diurnas ex utroque motu compolitas quatuor temporis minutis diuturniores in ea hypothesi evadere.

317. Hæc inquam ita contingerent, si ecliptica, quæ circulus est Cœli maximus, & æquator congruerent inter se; sive quod eodem redit si axis cœlestis normaliter ad eclipticæ planū infilteret. Nunc vero quum ecliptica inclinetur ad æquatorem gradibus $23\frac{1}{2}$ fere, quemadmodum suo loco demonstrabitur, res aliter se habebit; etenim accidet ut duarum virium, quibus eodem tempore Sol agitur, altera tendat ab ortu ad occasum

casum secundum directionem paralleli, altera vero tendat ab occasu in ortum secundum directionem eclipticæ. Itaque motus Solis compositus nonnihil etiam tardior evadet, sed fiet secundum aliam semitam diversam tum à directione paralleli, quam à directione eclipticæ; quam quidem semitam attentius consideranti *spiralementem* esse adparebit. Et quoniam deviatio eclipticæ ab æquatore modica est, singulæ revolutiones Solares diurnæ quasi quatuor minutis diuturniores pariter evadent.

318. Sed operæ pretium est rem totam ex schemate intelligere. Representat EQ (Fig. 36.) æquatorem cœlestem, cuius poli sint P, & p, sitque CALB circulus sphaeræ maximus ita ad æquatorem inclinatus ut angulum cum eo contineat graduum ferme $23\frac{1}{2}$. Jam Sol ita quidem movetur ab occasu in ortum, ut numquam discedat à circumferentia hujus circuli CALB, quam spatium annuo nunc segnius incedens, nunc velocius latus diversis cum velocitatibus describit. Coniungamus nunc hunc Solis motum annum ab occasu in ortum cum motu diurno ejusdem Solis ab ortu in occasum: oriatur enim motus ille spiralis, de quo diximus, & qui revera in Sole deprehenditur. Sit enim S Sol alicubi in circuli CALB circumferentia collocatus; jam si motu annuo is destitueretur, describeret una cum puncto eclipticæ S, in quo hæret, circulum accuratissime æquatori parallelum; nunc vero quoniam Sol movetur interea ab occasu in ortum, simulque transfertur ab ortu ad occasum, punctum quidem eclipticæ S perget describere circulum æquatori parallelum, at Sol utroque motu interveniente spiralem viam peragrabit. Nam si SR sit arcus, quem Sol describit ab occasu in ortum in tempore 24 horarum, quia ipse initio revolutionis diurnæ reperitur in puncto S, in fine autem ejusdem revolutionis reperitur in puncto R, facile intelligetur Solem descripsisse interea temporis viam spiralem SMNR.

319. Circulus iste CALB, quem Sol annuo spatio describit ab occasu in ortum, *Ecliptica* uti diximus appellatur; isque quia declinat ab æquatore gradibus $23\frac{1}{2}$ ferme habere debet in Cœlo polos suos totidem gradibus

Tom. II.

L

à polis

à polis mundi disjunctos. Et dicitur quidam polus eclipticæ *Boreus*, qui polo mundi *Boreo* propinquior est: *Australis* vero qui *Australi* est vicinior. Quemadmodum autem æquator dispelcit Cælum in partes duas æquales borealem unam, australem alteram; ita nominibus immutatis ecliptica. Ex quo illud fieri necesse est, ut quædam sint in Cælo loca, quæ respectu æquatoris accenseri debeant regionibus borealibus, respectu vero eclipticæ regionibus australibus: contra alia sint loca, quæ respectu æquatoris referri debeant ad regiones australes, respectu vero eclipticæ ad boreales. Hæc autem loca sunt binæ illæ *Lunula* cœlestes, quæ æquatore, & ecliptica continentur.

320. Ecliptica occurrit æquatori in duobus punctis, quorum alterum *Sectio verna*, alterum *Sectio autumnalis* adpellatur: priorem enim veris, alteram autumnii initio Sol obtinet, quibus temporibus æquinoctia celebrantur. Dicuntur etiam *Aries*, atque *Libra*; nempe quia signa Arietis, & *Libræ* in sectiones illas antiquitus cadebant. Quod ut intelligatur memoria repetenda sunt ea, quæ *superiori Sectione* diximus, nempe eclipticam, sive viam Solis adparentem per duodecim constellationes cœlestes transire, quarum ordo, & nomina sunt

Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo

Libraque, Scorpins, Arcitenens, Capri, Amphora, Pisces.

Harum constellationem ante viginti sæcula hæc erat dispositio. *Aries* incipiebat à sectione verna & per triginta gradus versus ortum extendebatur; sequentes gradus 30 occupabat *Taurus*; hos excipiebant *Gemini*; tum ordine consequebantur signa reliqua, quibus singulis triginta gradus adtribuebantur. At nunc propter motum siderum in consequentia signorum sidera jam excesserunt ex illis locis. Ut ecce quem locum in Cælo *Taurus* occupabat, nunc *Aries* tenet, in cuius sedem successerunt *Pisces*, horumque locum *Amphora* occupavit, atque ita deinceps. Nihilominus manlit partibus eclipticæ vetus adpellatio: nam à sectione verna ortum versus primi triginta eclipticæ gradus adpellantur *Aries*; deinde sequuntur *Gemini*, quibus triginta pariter gradus

dus adtribuuntur, atque ita deinceps; hoc tantum cum
 discrimine quod duodecim partes eclipticæ adpellantur
signa anastro, duodecim vero constellationes cœlestes
 adpellantur *signa stellata*, ut nempe altera ab alteris di-
 stingerentur. Quo in loco notandum est *signa stellata*
 posse de uno hemisphærio in aliud transire; ut constel-
 lationibus Virginis, & Piscium jam contigisse videmus,
 quarum prior quum antiquitus esset in hemisphærio bo-
 reali, nunc deprehenditur in hemisphærio australi; al-
 tera vicissim erat antiquitus in hemisphærio australi,
 tunc vero transiit in boreale hemisphærium. Sed *signa*
anastro, quia immobilia sunt, mutare hemisphærium
 nequeunt. Itaque priora sex signa Aries, Taurus, Ge-
 mini, Cancer, Leo, Virgo semper erunt in hemisphæ-
 rio boreali, in quo nunc sunt constituta; sequentia sex
 semper manebunt in hemisphærio australi.

321. Suos ecliptica habet *parallelos*, qui circuli
 sunt sphaeræ minores eclipticæ paralleli non omnes qui-
 dem æquales, sed alii aliis continenter breviores, eoque
 breviores, quo magis ad eclipticæ polos accesserint.
 Per hos circulos sciendum est sidera inerrantia æquabi-
 liter moveri in consequentia signorum, sed adeo lente,
 ut vix longo post tempore adpareat ea discessisse de locis
 suis: neque enim singulis annis promoventur versus or-
 tum amplius, quam 51 secundis. Ex quo fit ut ad inte-
 grum gyrum absolvendum plus quam 25000 annis in-
 digeant. Hic siderum motus in *Coperniceo* Systemate est
 totus adparens, atq; ex certo quodam motu axis Telluris
 proficiscitur, quemadmodum suo loco demonstrabitur.

322. Ab hoc circulo profecta est *latitudinum* in
 Cœlo contemplatio, ut pote quæ ab ecliptica directe
 versus polos ipsius numerantur. *Latitudinis* enim cœ-
 lestis nomine intelligunt astronomi uniuscujusq; sideris
 ab ecliptica distantiam: qua propter stellarum in ipso
 eclipticæ polo constitutarum nulla prorsus est latitudo;
 stellæ vero in alterutro polorum constitutæ latitudo est
 accuratissime graduum 90, eaque est maxima omnium.
 Non dissimiliter adpellant latitudinem paralleli ejus ab
 ecliptica distantiam. Itaque latitudo paralleli est eadem

cum latitudine sideris, quod versatur in eo parallelo. Parallelorum vero hinc & inde ab ecliptica æque remotorum eadem prorsus est latitudo; eadem tamen quo ad quantitatem, non quo ad speciem, quum altera borealis sit, altera australis, sumpta denominatione à polorum nominibus. Perspicuum est autem duas, aut plures stellas in eodem parallelo constitutas eandem prorsus latitudinem sortiri. Itaque dato parallelo dabitur latitudo sideris ejusque species; & vicissim data latitudine sideris atque ejus specie dabitur parallelus. Et quoniam motus proprius siderum inerrantium sit per circulos eclipticæ parallelos inde sequitur ea, ita moveri ab occasu in ortum, ut nunquam latitudinem mutant.

323. Quum autem dicimus latitudinem sideris esse distantiam ipsius ab ecliptica, intelligimus distantiam numeratam super circulo, qui à sidere normaliter ducitur ad ipsam eclipticam: hac enim ratione docent Geometræ desumendas esse hujusmodi distantias. Quapropter latitudo alicujus sideris aut paralleli erit etiam arcus circuli, qui à sidere vel parallelo normaliter ducitur ad eclipticam. Hujusmodi circulos ex re adpellabimus in posterum *circulos latitudinum*; ad metiendas enim latitudines passim adhibentur. Patet autem circulos istos & maximos esse, & omnes in polos eclipticæ coire.

324. Quemadmodum autem arcum circuli latitudinis inter eclipticam & sidus interceptum latitudinem sideris, ita arcum ejusdem circuli inter sidus, & eclipticæ polum comprehensum *distantiam a polo* adpellant; quam distantiam liquet desumi posse tam à polo boreo, quam à polo australi. Itaque si latitudo sideris fuerit borealis, complementum latitudinis ad gradus 90 dabit distantiam ipsius à polo boreo; summa vero latitudinis & graduum 90 dabit ejus distantiam à polo australi. Vicissim vero si latitudo fuerit australis complementum latitudinis dabit distantiam à polo australi, summa vero latitudinis, & graduum 90 dabit distantiam à polo boreo.

325. Illud etiam indubium est latitudinum circulos

los habere polos suos in circumferentia eclipticæ . Etenim si duo sint circuli in sphaera maximi ad se invicem perpendiculares, alterutrius poli constituentur in circumferentia alterius . Itaque eclipticæ ambitus haberi potest tamquam sedes sive locus polorum , qui ad omnes circulos latitudinum referuntur.

326. In ecliptica numerantur *longitudines* siderum, principiumque numerationis statuitur in primo Arietis gradu . Est autem *longitudo* sideris arcus eclipticæ ab initio Arietis per ortum usque ad circulum latitudinis per ipsum sidus transeuntem numeratus : qua ratione sidera constituta in eo circulo latitudinis , qui transit per Arietem , atque adeo per Libram aut omni carent longitudine , aut habent longitudinem graduum 180 . Sidera vero constituta in quovis alio circulo latitudinis aut eandem , aut oppositas longitudes sortiuntur . Et quoniam Sol numquam deest ab ecliptica, longitudo ipsius erit arcus eclipticæ inter principium Arietis , & locum Solis comprehensus, atque ab occasu veteris ortum numeratus.

327. Locus sideris datus in Cælo intelligitur, quando data est ipsius tum longitudo , tum latitudo , latitudinisque species . Nam longitudo sideris dat circulum latitudinis, in quo versari debet ipsum sidus : ejus vero latitudo , latitudinisque species dat parallelum eclipticæ , in quo idem sidus morari debet ; intersecitio autem circuli longitudinis cum eclipticæ parallelo dat sideris locum.

328. Quemadmodum autem sidera referuntur ad eclipticam per longitudinem , & latitudinem, ita referuntur ad æquatorem per *adscensionem rectam* , & per *declinationem* . Jam quid *declinationis* nomine veniat supra explicatum est . *Adscensionem* vero sideris *rectam* adpellamus arcum æquatoris ab initio Arietis per ortum usque ad declinationis circulum per sidus transeuntem numeratum . Itaque sideris existentis in eo circulo declinationis, qui transit per initium Arietis , & Libræ aut nulla est adscensio recta , aut est graduum 180 . Siderum vero in eodem declinationis circulo constitu-

torum aut eadem est adscensio recta, aut opposita. Atque hic etiam admonere oportet sideris, cujus data est tam adscensio recta, quam declinatio atque species declinationis, locum in Cœlo non ignorari: nam adscensio sideris recta dat circulum declinationis, in quo sidus moratur; declinatio vero declinationisque species dat parallelum æquatoris, in quo idem sidus morari debet; intersectio vero circuli declinationis cum parallelo dat ipsius sideris locum.

329. Cæterum hujusmodi adscensiones *rectæ* adpellantur, quia habent locum in sphaera recta: nam præter ipsas considerantur in sphaeris obliquis adscensiones *obliquæ*. Quod ut intelligatur sciendum est adscensionem sideris proprie adpellari arcum æquatoris numeratum ab occasu in ortum ab initio Arietis usque ad illud æquatoris punctum, quod oritur simul cum sidere: itaque quia ortus siderum habet locum tum in sphaera recta, quum in sphaera obliqua, ipsa adscensio aut *recta* erit, aut *obliqua*, recta nempe in sphaera recta, obliqua vero in sphaera obliqua. Et quoniam in sphaera recta omnes circuli declinationum, dum Cælum diurno motu abripitur, coeunt aliquando cum horizonte, sit hinc ut adscensio recta definiri etiam possit, quod sit arcus æquatoris ab initio Arietis per ortum usque ad circulum declinationis per sidus transeuntem numeratus.

330. Perspicuum est autem adscensionem rectam quandoque majorem esse adscensione obliqua, quandoque minorem, quandoque ipsi æqualem existere: nam in sideribus, quæ ultra 12 horas morantur supra horizontem, adscensio recta obliquam superat: in iis vero quæ minus quam 12 horas morantur supra horizontem adscensio recta deficit ab obliqua; denique in sideribus quæ 12 horas accuratissime morantur supra horizontem, hoc est in iis quæ sub æquatore posita sunt, adscensio recta obliquam adæquat. Quemadmodum autem intervallum istarum duarum adscensionum dicitur *differentia adscensionalis*; ita addendo, vel detrahendo *differentiam adscensionalem* ab adscensione recta oblinebitur adscensio obliqua.

331. Ad-

331. Adscensionibus rectis, æque obliquis adfines sunt *descensiones*, quæ *rectæ* atque *obliquæ* vocantur. Et generaliter quidem *descensio* dicitur arcus æquatoris ab initio Arietis per ortum usque ad punctum illud ejusdem æquatoris numeratus, quod simul cum sidere occidit. Hic autem occasus si consideretur in sphaera recta diceretur *descensio recta*, si in sphaera obliqua diceretur *descensio obliqua*. Atque hic etiam adnotandum est descensionem obliquam quandoque rectæ descensionis æqualem esse, quandoque esse majorem, quandoque vero minorem, pro ut sidus occidens duodecim horas moratur supra horizontem, minus quam 12 horas, aut plusquam 12 horas. Estque amplius advertendum, sideris cujus major est adscensio recta, quam obliqua minorem vicissim esse descensionem rectam quam obliquam; & vicissim sideris cujus minor est adscensio recta, quam obliqua majorem esse descensionem rectam, quam obliquam: quæ omnia ex globo Cœlesti rectius intelliguntur.

332. Punctum illud eclipticæ, quod in meridiano versatur *punctum culminans* dicitur, ejusque adscensio recta dicitur *adscensio medii Cæli*. Non semper autem punctum istud culminans secatur bifariam partem Eclipticæ visibilem, hoc est medietatem illam Eclipticæ quæ versatur in hemisphaerio superiori, sed quandoque pars eclipticæ orientalis occidentalem superat, quæ in loq; vero hæc illa major est. Priori casu punctum quod bifarium dividit supradictam Eclipticæ medietatem cadit ad partes orientales meridiani; altero casu cadit ad partes occidentales. Verum utroque casu punctum illud dicitur *Nonagesimum*.

333. Sed ut ad motum Solis adparentem redeamus, Sol interea ac movetur adparenter sub ecliptica ab occasu versus ortum, describit quotidie ab ortu in occasum circulum nonnihil ab æquatoris parallelo deflectentem. Itaque quum versatur in principio Arietis, sive in altera sectionum æquatoris, & eclipticæ, quasi ipsum æquatorem describere videbitur, & ubique gentium æquinoctium celebrabitur, quum ubique æquator ab

horizonte bifariam secetur. At sequentibus diebus alios, atque alios parallelos describere videbitur eoque magis ab æquatore versus boream declinabit, quo magis motu suo annuo recedet ab Ariete. Similiter quum Sol est in principio Libræ, sive in alia sectione eclipticæ cum æquatore, iterum æquatorem percurrere videbitur, aliudque æquinoctium celebrabitur; quorum æquinoctiorum intervallum erit mensium fere sex; deinde alios, atque alios parallelos describere videbitur, eoque magis ab æquatore versus Austrum declinabit, quo magis motu suo annuo à Libra recedet.

334. Sed maxima Solis ab æquatore declinatio contingit in ipsius ad Capicornum, vel Cancrum adpulsu; etenim post illa tempora declinatio Solis tantum abest ut crescat, quin potius minuatur per gradus; ut ad obliquam eclipticæ respectu æquatoris positionem attendenti manifestum fiet. Quapropter Sol dum ab initio Arietis, vel Libræ tendit versus Cancrum aut Capicornum continuo ab æquatore recedit: superatis vero illis signis denuo accedit ad æquatorem; inter accessum autem & recessum paululum consistere, & quasi *stare* videtur; unde *solstitiorum* nomen derivavit.

335. Ex eo autem quod æquinoctia contingant quum Sol versatur in principio Arietis vel Libræ, solstitia vero quum Sol versatur in principio Cancri vel Capicorni; hinc factum ut puncta illa duo *æquinoctialia*, ista vero *solstititialia* dicerentur. Quemadmodum autem puncta æquinoctialia motu diurno ab ortu in occasum abrepta æquatorem describunt, ita puncta solstititialia eodem motu concitata duos parallelos describunt, quos Græci *Tropicos* adpellarunt ab ipsius Solis versus æquatorem conversione, quam *Torsum* adpellant. Patet autem tropicorum ab æquatore distantiam esse graduum $23\frac{1}{2}$ fere: tantum enim ipsi ab æquatore recedunt, quanta est obliquitas eclipticæ; sive quantum puncta solstititialia ab ecliptica declinant.

336. Inter declinationum circulos præcipui habentur *Coluri duo*, quorum alter *æquinoctiorum*, alter *solstitiorum* dicitur. *Colurus solstitiorum* est circulus ille declina-

clinationis, qui transit per puncta solstitialia; qui quidem circulus, ut ex globo intelligitur, perpendicularis est ad eclipticam; unde non modo vices gerit circuli declinationis, verum etiam fungitur officio circuli latitudinis. Duo isti circuli eclipticam in quadrantes quatuor discescunt, quorum unusquisque tria continet signa. Primum quadrantem, in quo sunt signa Arietis, Tauri, & Geminorum Sol describit à die 21 Martii ad diem 22 Junii, sive ab æquinoctio verno ad solstitium æstivum. Secundum eclipticæ quadrantem, qui comprehendit signa Cancris, Leonis, & Virginis describit Sol à die 23 Junii ad diem 23 Septembris, sive à solstitio æstivo ad æquinoctium autumnale. Tertium quadrantem eclipticæ, in quo continentur signa Libræ, Scorpis, & Sagittarii percurrit Sol à die 23 Septembris ad diem 22 Decembris, sive ab æquinoctio autumnali ad solstitium hibernum; denique à die 22 Decembris ad diem 21 Martii, sive à solstitio hiberno ad æquinoctium vernum, Sol describit ultimum quadrantem eclipticæ, in quo continentur signa Capri, Amphoræ, & Piscium.

337. Superfunt *circuli polares*, qui sunt circuli duo æquatori paralleli à polis eclipticæ motu diurno abreptis circa mundi polos descripti. Et quoniam poli eclipticæ absunt à polis mundi per gradus $23\frac{1}{2}$ fere, ipsi polares circuli eodem intervallo distabunt à polis mundi. Sed distantia ipsorum ab æquatore erit graduum $66\frac{1}{2}$ fere. Qua ratione inter omnes circulos æquatori parallelos quinque habendi sunt insigniores; *Æquator unus, Tropici duo, totidemq; Polares*, qui universum Cælum in sex Zonas discescunt *duas torridas, duas temperatas, & duas frigidas*. *Torrída Zona* sunt, quæ æquatore & duobus tropicis continentur, atque earum latitudo est graduum $23\frac{1}{2}$. *Temperata Zona* sunt, quæ duobus tropicis, & duobus polaribus continentur, atque earum latitudo est graduum 43 ferme. Denique *Zonæ frigidæ* sunt, quæ à polaribus circulis usque ad polos excurrunt; quarum Zonarum latitudo est etiam graduum $23\frac{1}{2}$ fere. Hujusmodi sex Zonæ proprie considerantur in globis

Tel.

Telluris, in cuius superficiem polares circuli, atque tropici cogitatione transferendi sunt.

338. Ut finem huic *Capiti* imponamus advertendum est eos, qui sub æquatore Terrestri incolunt, dies perpetuo noctibus æquales habere. Etenim ipsi utuntur sphaera recta, in qua sphaera paralleli omnes bifariam ab horizonte dividuntur: eos vero qui sub aliquo parallelo Terrestri degunt dierum, noctiumque inæqualitatem continenter experiri, exceptis diebus æquinoctialibus, in quibus Sol æquatorem describit. Etenim isti sphaeram obliquam obtinent, in qua sphaera omnes paralleli, excepto æquatore, inæqualiter ab horizonte dividuntur. Denique polorum incolas unum diem perpetuum, unamque perpetuam noctem toto anno habere, & tam diem, quam noctem sex mensium spatio finire: etenim loca ista sphaeram parallelam sortiuntur, in qua medietas eclipticæ manet supra horizontem, medietas altera infra horizontem. Inæqualitas autem dierum, noctiumque, quæ habet locum in sphaera obliqua, ita temperatur, ut summa dierum adæquet summam noctium: nullus enim est locus Telluris, cui in integro anno sex menses diei, totidemque noctis non contingant; excepta inæqualitate, quæ tum à refractionibus, quum ab excentricitate motus Solis oritur, de qua suo loco dicetur.

339. Cæterum Sole ab æquatore versus polum elevatum declinante dies quotidie accrescunt usque ad solstitium, quo tempore contingit dies longissima & nox vicissim brevissima. Sole vero ad æquatorem redeunte, dies decrescunt per eosdem gradus, & noctes augentur. Declinante deinde Sole versus polum depressum dies magis, atque magis minuuntur, donec in solstitio contingat dies brevissima, nox vero longissima. Denique Sole ad æquatorem redeunte dies decrescere incipiunt, noctes autem minuuntur.

340. Quæ autem de motu Solis adparenti dicta sunt, eadem habent locum in Planetis, Cometis, cæterisque stellis. Etenim eorum motus adparens componitur ex motu periodico ab occasu in ortum secundum tramitam obliquam ad æquatorem, & ex motu diurno ab ortu

ortu ad occasum secundum circulos parallelos æquatori: ex quibus duobus motibus tertius enascatur oportet secundum viam spiralem; quæ quidem via spiralis in stellis fixis parum aberrat à circulis æquatori parallelis ob lentissimum ipsarum motum versus ortum: sed in Planetis Luna præsertim, Mercurio, & Venere, qui celerius moventur, multum declinat ab illis.

341. Ex his, quæ hætenus dicta sunt adparet circulos omnes sphaeræ Cœlestis tum maximos, quum non maximos referri posse ad axes tres unica, eaque simplicissima ratione. *Primo* enim ducta cogitatione linea recta à polo Mundi *Boreo* ad polum *Australem*, circa eam tamquam axem intelligendi primum sunt *Æquator*, & *Paralleli* numero infiniti, ad quorum omnium plana ipse axis per singula centra transiens normaliter insistit: tum vero considerandi sunt *Circuli declinationum* numero etiam infiniti habentes eundem axem pro diametro communi, atque adeo perpendiculariter occurrentes *Æquatori*. *Secundo* ducta etiam cogitatione recta linea à puncto illo Cœli, quod *Zenith* representat ad *Nadir*, circa eam tamquam axem intelligendi primum sunt *Horizon*, & *Circuli* numero infiniti *Horizoni paralleli*, ad quorum omnium plana ipse axis per singula centra transiens normaliter insistit: tum vero considerandi sunt *Circuli Verticales* numero etiam infiniti (inter quos *Meridianus* eminet) habentes eundem axem pro diametro communi; atque adeo perpendiculariter occurrentes *Horizonti*. *Denique* ducta etiam cogitatione recta linea à polo *Eclipticæ Boreæ* ad polum *Australem* (quos polos dictum esse abesse à Mundi polis gradibus $23\frac{1}{2}$ fere) circa eam tamquam axem intelligendi primum sunt *Ecliptica*, & *Circuli* numero infiniti *Eclipticæ paralleli*, ad quorum omnium plana ipse axis per singula centra transiens normaliter insistit. Tum vero considerandi sunt *Circuli latitudinum* numero infiniti habentes eundem axem pro diametro communi, atque adeo perpendiculariter occurrentes *Eclipticæ*.

342. Sed adparet etiam circulos omnes, qui referuntur

runtur vel ad axem Mundi, vel ad axem *Eclipticæ* immutabiles esse: uterque enim unus semper idemque est, saltem iudicio eorum, quibus persuasum est polos tum Mundi, quum *Eclipticæ* certam, fixamque positionem habere. At vero circuli qui referuntur ad axem *Horizontis* mutabiles sunt: mutato enim utcumque loco mutatur *Zenith*, *Nadirque*, adeoque mutatur linea recta, ad quam hi circuli referuntur. Specialiter autem quando *Zenith* incidit in alterutrum polorum Mundi, circuli omnes qui effinguntur circa axem *Horizontis* abeunt in eos, qui effinguntur circa axem Mundi; quando vero *Zenith* incidit in alterutrum polorum *Eclipticæ*, circuli omnes qui effinguntur circa axem *Horizontis* abeunt in eos, qui effinguntur circa axem *Eclipticæ*.

CAPUT DECIMUM.

In quo Doctrina sphaerica Elementa traduntur.

343. **P**Ræcipua sphaericæ doctrinæ fundamenta sunt *latitudo loci*, atque *eclipticæ obliquitas*, quas idcirco necessum est accuratis mensuris primum omnium comprehendere. Non hic repetam qua ratione loci latitudo, quæ poli altitudinem semper adæquat, investigari possit; id enim peculiari *Capite* à nobis supra expositum est. Tantum qua methodo assequi possit obliquitas *eclipticæ* hic proferam. Observetur tum in solstitio hiberno, quum in solstitio æstivo adparens centri Solis altitudo meridiana, cui addatur parallaxis congrua: deinde ex summa dematur congrua refractio, ut ex altitudine scilicet adparenti vera eliciatur. Tum autem ex vera altitudine æstiva subtrahatur altitudo vera hiemalis: nam id quod superest erit vera tropicorum distantia: quæ quum dupla sit obliquitatis *eclipticæ*, ad hanc obtinendam satis erit tropicorum distantiam sic inventam in duas partes æquales dispescere.

344. Sunt qui *eclipticæ obliquitatem* mutabilem cre-

creda nt, argumento ducto ex observationibus vario-
rum temporum inter se mutuo collatis, quæ aliam
atque aliam fuisse diversis temporibus eclipticæ obli-
quitatem ostendunt. Nam *Aristarchi Samii* tempore,
qui 300 annis ante Christum natum floruit, obliquitas
eclipticæ fuisse dicitur graduum 24: vivente deinde
Ptolæmo annis post Christum 140 decrevisse ad 23. 51:
& rursus *Albategnii* tempore 900 fere post Christum an-
nis ad 23. 35. *Tycho* autem ex propriis observationibus
eam statuit graduum 23. 31 $\frac{1}{2}$. Post *Tychonem* diu credi-
ta est graduum 23. 30; nunc vero sesquiminuto eam mi-
norem facimus. Ex quibus colligunt obliquitatem ecli-
pticæ post *Aristarchum Samium* usque ad tempora no-
stra continuo decrevisse. Sed contra diligentissimi su-
prioris ævi Astronomi *Gassendus*, *Ricciolus*, *Horroxius*,
Hevelius, alique illam constantem arbitrantur, neque
multum deferendum esse credunt observationibus ve-
terum, quum neque instrumenta omnibus numeris ab-
soluta adhibuerint, neque tutiori via inceserint. Quin
immo *Gassendus* in vita *Perieschii* ostendit per observa-
tiones à se institutas eandem fuisse suo tempore eclipti-
cæ obliquitatem, quæ fuerat tempore *Alexandri Magni*,
etenim eandem observavit rationem gnomonis ad suam
umbram in meridie solstitii æstivi *Massilia*, quæ fuerat
in eadem urbe olim observata à *Pythea Massiliensi*.

345. Sed hanc litem diremissee omnino videtur sum-
mus Astronomus *Bononiensis Eustachius Manfredius* in
opere, quod nuper edidit, de *Gnomone Meridiano Bo-
noniensi ad Divi Petronii*: quum enim observationes
omnes octoginta ab hinc annis immoto, eoque ma-
ximo instrumento peractas expendisset Vir egregius,
reperit inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem toto eo
tempore sensim fuisse imminutam. Specialiter autem
invenit ab anno 1656 ad annum 1695 Eclipticæ obli-
quitatem diminutam fuisse secundis 23: ab anno au-
tem 1695 ad annum 1733 imminutam fuisse secun-
dis 36: adeoque in annis 77, qui scilicet effluerunt
ab anno 1656 ad annum 1733, Eclipticæ obliquita-
tem decrevisse integro minuto primo. Reperit præ-
terea

terea obliquitatem Eclipticæ anno 1733 fuisse graduum 23. 28 $\frac{1}{2}$.

346. Inventa eclipticæ obliquitate, ex Solis declinatione, quæ quotidie, uti vidimus, observari potest, nullo negotio habebitur ejus adscensio recta, & longitudo, sive locus Solis in ecliptica: idque per resolutionem trianguli rectanguli sphericæ. Sit enim ABCD (Fig. 37.) ecliptica, & AEB æquator. AB primus quadrans eclipticæ. AE primus quadrans æquatoris. BC secundus quadrans eclipticæ. EC secundus quadrans æquatoris. CD tertius quadrans eclipticæ. CE tertius quadrans æquatoris. Denique DA quartus eclipticæ quadrans. Et EA quartus quadrans æquatoris. Sit præterea S Sol, à quo ad æquatorem demittatur perpendicularis SF, quæ Solis declinationem referet. Itaque in triangulo rectangulo ASF, vel CSF ex datis angulo recto ad F, declinatione Solis FS, & eclipticæ obliquitate, quæ designatur per angulum SAF, vel SCF, invenire licebit tum arcum eclipticæ AS, vel CS, quum arcum æquatoris AF, vel CF. Et quidem si Sol sit in primo eclipticæ quadrante, erit AS Solis longitudo, & AF ejus adscensio recta quaesita. Quod si verò sit in secundo eclipticæ quadrante, complementum ad 180 gradus arcus CS dabit longitudinem Solis; & similiter complementum ad 180 gradus arcus CF dabit ejus adscensionem rectam. Sin autem Sol sit in tertio eclipticæ quadrante eo casu addendo ad gradus 180 arcum CS habebitur longitudo Solis; & similiter addendo ad gradus 180 arcum CF habebitur Solis adscensio recta. Denique si Sol sit in quarto quadrante ad obtinendam longitudinem Solis detrahendus est ex integra Ecliptica arcus AS; & similiter ad habendam adscensionem rectam detrahendus est ex integro æquatore arcus AF. Num autem Sol sit in primo, secundo, tertio, aut quarto quadrante cognoscetur ex ejus declinatione, quæ si quidem borealis sit Sol aut erit in primo, aut in secundo quadrante, in primo si crescens, in secundo si decrescens sit. Sin verò sit australis Sol aut erit in tertio, aut etiam in quarto quadrante, in tertio si crescens sit, in quarto si decrescens.

347. Sed

347. Sed in eodem triangulo ASF , vel CSF ex iisdem datis invenire etiam licebit angulum FSA , vel FSC , qui angulus inclinationem horarii circuli ad eclipticam metitur. Quin etiam in eodem triangulo si præter angulum rectum, atq; obliquitatem eclipticæ detur adscensio recta, inveniri poterit declinatio, longitudo, atque angulus Eclipticæ cum horario. Vel si detur longitudo, exinde colligi poterit adscensio recta, declinatio, & angulus eclipticæ cum horario.

348. Ex data Solis adscensione recta horologii oscillatorii opẽ inveniri poterunt adscensiones rectæ fixarum; quod ut fiat motus horologii sic temperandus est, ut index viginti quatuor horas numeret labente tempore, quæ fixa aliqua è meridiano digressa ad eundem revertitur; quod tempus die naturali paulo brevius est, ut infra dicetur. Horologio sic ordinato index ad principium numerationis constituitur quando Sol meridianum occupat; notetur deinde tempus ab horologio indicatum quando stella aliqua eundem meridianum attingit; horæ horarumque partes ad indice percurse in gradus æquatoris conversæ dabunt intervallum adscensionum Solis, & fixæ, quod additum datæ Solis adscensioni rectæ dat fixæ adscensionem rectam quæsitam. Data autem cujuslibet stellæ adscensione recta dantur reliquarum omnium adscensiones; nempe observandum est tempus horologio prædicto notatum inter appulsum stellæ, cujus adscensio recta data est, & appulsum alterius cujusvis stellæ ad meridianam; namque hoc tempus in gradus, atque minuta æquatoris conversum dabit adscensionum differentiam: ex qua, exque data unius sideris adscensione recta alterius adscensio recta facile colligetur.

349. Quod si duo sidera propinqua sint, ex data unius adscensione recta alterius adscensio invenietur methodo sequenti. In ea autem non est opus, ut expectetur appulsus stellæ ad meridianum, sed solummodo Telescopium est adhibendum, in cuius foco accommodata sint filæ quatuor, quorum (Fig. 38) duo AB , CD se se perpendicu-

lariter

lariter secent, reliqua duo EF, GH his ad angulos semirectos insistant in communi sectione O. Telescopium sic instructum dirigendum est ad binas stellas vicinas, atque eo usque convertendum, donec sidus unum adpareat in filo AB, ejusque motus adparens fiat secundum eandem rectam AB; tuncque Telescopium diligentissime figendum est, ne forte moveatur. In hoc situ recta AB exponet portionem paralleli, quem stella motu diurno percurrit; quumque CD hanc ad rectos angulos fecerit, quemadmodum recta AB exponit parallelum, ita CD representabit horarium aliquem. His ita dispositis notentur mediante horologio supradicto tempora, quibus temporibus stellæ duæ prædictæ appellant ad horarium CD: etenim differentia temporis inter appulsus unius stellæ & appulsus alterius ad eundem circulum horarium CD si in gradus, & minuta æquatoris convertatur dabit differentiam adscensionum utriusque sideris; adeoque si detur alterutrius stellæ adscensio recta, dabitur etiam alterius adscensio.

350. Sed non modo ex data unius sideris adscensione recta eruere licet adscensionem rectam alterius sideris propinqui, verum etiam ex data unius declinatione declinationem alterius licet colligere. Etenim quum anguli QHO, QOH æquales sint inter se, ut pote semirecti erit arcus paralleli QH æqualis arcui horarii QO: itaque ex gradibus, graduumque partibus, quæ continentur in arcu paralleli QH facile erit cognoscere gradus, graduumque partes, quæ continentur in æquali arcu horarii QO; faciendo nempe ut radius horarii ad radium paralleli ita numerus graduum, & minutorum arcus QH ad numerum graduum, & minutorum, qui in arcu QO continentur. Etenim in circulis inæqualibus, gradus, quos æquales arcus continent, sunt reciproce ut radii circulorum. Quapropter ad cognoscendam quantitatem arcus QO duo prænoscere oportet. Primum enim cognoscenda est ratio quæ intercedit inter radium horarii, & radium paralleli; deinde cognoscenda est quantitas arcus QH. Et quoniam arcus QO est differ-

rentia

rentia declinationum utriusque sideris; ex dato ipso arcu QO atque ex data pariter unius sideris declinatione facile elicietur declinatio alterius sideris.

351. Quantitatem autem arcus QH adsequemur observando tempus inter appulsum stellæ ad filum GOH & ejus appulsum ad filum COD; etenim intervallum horum temporum dabit tempus, intra quod stella arcum paralleli QH emetita est: adeoque tempus istud in gradus & minuta conversum dabit numerum graduum & minutorum, quæ continentur in arcu paralleli QH. Rationem autem, quæ intercedit inter radium horarii & radium paralleli QH hac ratione inveniemus. Sumpta semidiametro sphaeræ cœlestis, sive, quod eodem redit, sumpto radio horarii pro sinu toto, radius paralleli evadet sinus complementi declinationis ejusdem paralleli: sed declinatio paralleli non differt à declinatione sideris, quod moratur in eo parallelo: itaque radius paralleli erit sinus complementi declinationis ejus sideris, quod versatur in eo parallelo; sensibilibus autem erit quoque sinus complementi declinationis alterius sideris vicini. Itaque alterutrius sideris declinatio data quum sit, ratio quæ intercedit inter radium horarii, & radium paralleli erit eadem cum ratione, quam habet sinus totus ad sinum complementi declinationis datæ. Adeoque ad adsequendam quantitatem arcus QO facienda est hæc proportio. Ut sinus totus ad sinum complementi declinationis datæ, ita quantitas arcus QH ad quantitatem arcus QO.

352. Quod autem gradus, quos æquales circulorum inæqualium arcus continent, sint inter se reciproce ut radii ipsorum circulorum, demonstratur ratione sequenti. Circulorum inæqualium AF, BE (Fig. 39.) centrum commune sit C, sintque arcus AF, BE æquales inter se: dico gradus contentos in arcu AF esse ad gradus contentos in arcu BE, ut est radius CB ad radium CA. Jungatur CE; & erit numerus graduum contentorum in arcu AF ad numerum graduum, qui continentur in arcu AD, ut est arcus AF ad arcum AD; est autem arcus AF æqualis arcui BE; quare erit etiam numerus graduum arcus

TOM. II.

M

AF ad

AF ad numerum graduum arcus AD, ita arcus BE ad arcum AD; sive, propter arcuum BE, AD similitudinem, ut radius BC ad radium AC. At vero propter eandem arcuum BE, AD similitudinem, quot gradus continentur in arcu AD totidem gradus continentur in arcu BE: Quare numerus graduum, qui continentur in arcu AF erit ad numerum graduum, qui continentur in arcu BE, ut se habet radius BC est ad radium AC.

353. Data stellæ ascensione recta & declinatione, ejus longitudo, & latitudo invenietur per resolutionem trianguli sphaerici. Sit enim (Fig. 40.) S sidus, AD æquator, AL ecliptica, SD circulus declinationis transiens per sidus S, & SL circulus latitudinis transiens per idem sidus. Itaq; quemadmodum arcus æquatoris AD designat sideris S ascensionem rectam, & arcus circuli declinationis SD designat declinationem ejusdem sideris; ita arcus eclipticæ AL referet longitudinem sideris, arcus vero circuli latitudinis SL referet latitudinem ejusdem sideris; unde eo res redit ut videamus, qua ratione ex datis arcibus AD, DS inveniri possint arcus AL, LS. Ducatur per sidus S, & per sectionem æquatoris cum eclipticâ A circulus maximus AS. Et jam in triangulo rectangulo ADS quum dentur latera AD, DS invenietur tum angulus SAD, quum arcus AS. Unde quum datus sit tum angulus SAD, quum angulus LAD, qui eclipticæ obliquitatem metitur, dabitur angulus SAL. Denique in triangulo rectangulo SAL, quia datur hypothenusa AS & angulus obliquus SAL, facile invenientur reliqua duo latera AL, LS, quorum alterum longitudinem, alterum ascensionem sideris rectam repræsentat.

354. Comparando fixarum loca à veteribus observata cum locis, quæ nunc obtinent in ecliptica deprehensum est latitudines inerrantium siderum non mutari, at longitudes à vernali eclipticæ cum æquatore intersectione numeratas continuo crescere: ex quo facile fuit colligere stellas fixas moveri versus ortum secundum totidem circulos Eclipticæ parallelos. Sed ex eadem locorum comparatione cognitum etiam est hujusmodi siderum motum versus ortum esse lentissimum; etenim in
annis

annis 70 vix integrum gradum perfecisse deprehenduntur. Sed fatendum est revera stellas fixas versus ortum non progredi, sed potius puncta æquinoctialia, ex quibus longitudes numerantur, regredi versus occasum; ex quo punctorum æquinoctialium regressu necesse est longitudes siderum continenter augeri. Verum de hoc siderum motu adparenti suo loco dicetur. Illud hic advertendum est, stabilitis semel fixarum longitudinibus atque latitudinibus, Planetarum, Cometarumque loca per observationes & calculum etiam innotescere. Observata enim distantia Planetæ, aut Cometæ à duobus stellis fixis positionis datæ, facile exquirentur eorum longitudo, atque latitudo ad tempus observationis.

355. Sit enim (*Fig. 41.*) P Planetæ, cujus à sideribus A, & C distantia PA, PC observatione innotescant; sint autem nota loca ipsorum siderum A, & C. Itaque si EF sit portio eclipticæ, ductis circulis latitudinum BAE, BCF, dabuntur non modo arcus AE CF, qui longitudes siderum referunt, verum etiam dabitur arcus EF, qui differentiam longitudinum eorundem siderum designat. Atqui punctum B, in quo se se mutuo secant circuli latitudinum BAE, BCF, est polus Eclipticæ: quare cognoscetur non modo arcus BA, BC, qui complementa sunt arcuum AE, CF, verum etiam cognoscetur angulus ABC, ut pote quem metitur arcus Eclipticæ jam notus EF. In triangulo ergo spherico ABC ex datis duobus lateribus BA, BC, & angulo interjecto ABC, nullo negotio exquiretur tum arcus AC, quum angulus BCA. Rursus quum in triangulo PCA dentur omnia latera PC, PA, CA, dabitur etiam angulus PCA: atqui inventus jam est angulus BCA; quare dabitur etiam angulus PCB. Denique in triangulo BPC ex datis lateribus BC, PC & angulo interjecto BCP, invenietur tum arcus BP, sive ejus complementi PO, quod Planetæ latitudinem designat, quum angulus PBC, sive etiam arcus OF, qui differentiam longitudinum sideris, & Planetæ metitur: Itaque quum data supponatur sideris longitudo, dabitur etiam longitudo Planetæ P. Data autem Planetæ tum longitudine, quum latitudine facile cognoscetur ejus adscensio

M 2

recta,

recta, & declinatio. Etenim quemadmodum ex datis adscensione recta & declinatione inveniri possunt longitudo, & latitudo; ita vicissim ex datis longitudine, & latitudine inveniuntur adscensio recta, & declinatio.

356. Hæc sunt principaliora Problemata, quæ ad doctrinam sphericam pertinent. His subnectemus nonnulla alia Problemata, quæ suo non carent usu in *Astronomia practica*. Primo autem videbimus qua ratione ex data Solis tum declinatione, quum altitudine vera supra horizontem exquiri possit hora diei. Sit (Fig. 42.) Z Zenith loci, P polus visibilis, ZP portio meridiani inter Zenith & polum intercepta, ZS verticalis circulus, in quo observatus est Sol ad altitudinem datam, PS circulus declinationis per Solem transiens. Itaque quoniam datur ex hypothesi vera Solis altitudo supra horizontem, dabitur etiam distantia ZS Solis à vertice. Deinde quum declinatio Solis data etiam supponatur, dabitur quoque distantia PS Solis à polo P. Denique quum data sit poli altitudo, dabitur pariter poli à vertice distantia PZ. Quapropter in triangulo ZPS ex datis omnibus lateribus nullo negotio invenietur angulus ad polum SPZ, quem angulum metitur arcus paralleli SR inter Solem, & meridianum interceptus; adeoque non ignorabitur numerus graduum contentorum in arcu paralleli SR; unde quum singulis quindecim gradibus singulæ horæ Solares debeantur, si quidem numerus graduum contentorum in arcu SR dividatur per 15, prodibit in quotiente hora diei, quæ erit quidem antemeridiana, si Sol observatus sit in parte orientali respectu meridiani, erit vero postmeridiana, si Sol observatus sit in parte occidentali respectu ejusdem meridiani. Ut ecce si Sol observatus sit ex parte orientali cum tanta altitudine & declinatione, ut arcus SR contineat gradus triginta, tempore observationis numerabantur duæ horæ ante meridiem: quod si vero observatus sit ex parte occidentali in tanta altitudine & declinatione, ut arcus SR sit graduum 60, tempore observationis numerabatur hora quarta post meridiem.

357. Sed hujus methodi beneficio inveniri tantum pote-

poterit hora diei, non vero hora noctis, quippe in ea So-
 lis præsentia destituimur. Interim *data Solis adscensione*
recta, datisque insuper alicujus sideris tum altitudine
vera supra horizontem, quum declinatione & adscensione
recta, facile erit horam noctis exquirere. In eadem enim
 figura referat S sidus, Z Zenith, P polum, NEPO
 meridianum, EQ æquatorem, & HO horizontem.
 Itaque in triangulo ZPS dabitur primo latus PZ, com-
 plementum altitudinis poli; dabitur secundo latus ZS
 complementum altitudinis sideris; & denique dabitur
 latus PS complementum declinationis ejusdem sideris:
 unde facile erit in eodem triangulo invenire angulum
 ad polum SPZ, cui respondet arcus æquatoris EI qui
 distantiam sideris à meridiano secundum æquatorem
 numeratam metitur. Jam vero ex data quum Solis,
 tum sideris adscensione recta datur etiam distantia So-
 lis à sidere secundum æquatorem numerata; quare
 quum inventus jam sit arcus æquatoris EI inter sidus
 & meridianum interceptus, dabitur reliqua portio
 æquatoris inter meridianum, & Solem intercepta, at-
 que adeo dabitur hora noctis.

358. Sed horam noctis peculiari quoque methodo
 licet exquirere, *observando nempe occursum duarum stel-*
larum in eodem plano verticali; singulis enim noctibus
 tempus illius occursum ex datis stellarum locis, atque ex
 data Solis adscensione recta calculo trigonometrico de-
 finiri potest. Observatur autem occursum duarum stel-
 larum in eodem plano verticali mediante filo pendulo
 & quiescente, cui pondus suspensum est. Etenim quo
 tempore duo sidera, oculo post filum collocato, adparent
 in plano per filum transeunte, eo tempore certum est
 siderum occursum in eodem plano verticali factum
 esse. Et quoniam methodus ista supponit notitiam tem-
 poris, quo tempore sidera singulis noctibus occurrere
 debent in aliquo plano verticali, idcirco oportet ante
 omnia exponere quo pacto notitiam ejus temporis pa-
 rare nobis possimus.

359. Sint itaq; in sphaerica Firmamenti superficie duo
 sidera inerrantia (Fig. 43.) A, & S, quorum tum longitu-

M 3

do

do quum latitudo data sit, quæ eorum siderum positionem respectu eclipticæ definiunt, denturque præterea eorundem siderum adscensiones rectæ, atq; declinationes, quæ ipsorum positionem respectu æquatoris determinant, & oporteat *tempus definire, quo tempore duo ista sidera occurrere debent in eodem plano verticali*, modo tamen possibilis sit occurfus iste; *itemq; positionem plani, in quo occurfus celebratur, determinare*. Ducantur per sidera data A, & S circuli declinationum PA, PS, ducaturque etiam per ipsamet sidera arcus circuli maximi AS. Qua ratione constituetur triangulum sphericum ad polum P, ad sidus A, atque ad sidus aliud S.

360. Et quoniam motus Firmamenti proprius live verus, live adparens lentissimus est, sidera A, & S adeo segniter progredientur in consequentia signorum, ut non nisi multo post tempore cognosci possit ea discessisse de locis suis. Quapropter non modo distantia AP, SP siderum à polo Boreo P manebunt diu ad sensum immutata, verum etiam immutatus manebit ad sensum angulus ad polum APS, quem angulum metitur differentia adscensionum rectarum utriusque sideris, quemcumq; in locum ponamus sidera A, & S delata esse à motu diurno totius universi. Ex quo illud consequens est sidera A, & S diu consistere in eodem circulo maximo AS per ipsa sidera transeunte, eumque una cum sideribus A, & S simul transferri ab ortu in occasum spatio 24 horarum.

361. Quibus rite intellectis res eo redit, ut videamus primo *num circulus maximus ductus per duo sidera data A, & S propter totius sphaera celestis revolutionem diurnam possit verticalis circuli vicem perere ejus loci respectu, in quo queritur num sidera illa debeant simul adparere in aliquo plano verticali*. Etenim si prædictus circulus maximus per diurnam revolutionem ab ortu in occasum potest verticalis circuli munus obire respectu illius loci, procul dubio sidera concurrent aliquando eo in loco in aliquo plano verticali. Secundo *investigandus est angulus, quem ipse circulus tunc temporis constituit cum meridiano loci*; eo enim angulo cognito, statim
cogno-

cognoscitur planum, in quo celebratur siderum occurſus. Et denique ad iſtius occurſus tempus cognoscendum neceſſe eſt *inveſtigare alterutrius ſideris a meridiano diſtantiam ſecundum æquatorem numeratam*; nam ex cognita diſtantia iſta, atque ex datis tum Solis, quum ſideris adſcenſione recta facile tempus occurſus deſignetur.

361. Ut autem primæ quæſtioni ſatiſſiat ponamus primo locum Telluris, in quo occurſus ſiderum expectandus eſt, conſtitui ſub ipſo æquatore Terreſtri. Et quoniam unusquiſque circulus maximus occurrit æquatori in duobus punctis, eaque puncta per diurnam æquatoris ab ortu in occaſum revolutionem tranſire neceſſario debent per verticem loci, nullus erit in ſphæra cœleſti circulus, qui quotidie bis verticalis circuli munus non obeat reſpectu loci in æquatore conſtituti. Itaque quum per ſingula bina ſidera tranſire poſſit circulus maximus, neceſſe eſt ut ſingula bina ſidera bis in eodem plano verticali conveniant reſpectu locorum omnium, quæ ſub æquatore Terreſtri conſtituuntur.

362. Ponamus ſecundo locum Telluris ſub ipſo polo collocari. In hac hypotheſi ea tantum ſidera convenient in planis verticalibus, quæ conſtituta ſunt in eodem circulo horario; hoc eſt ſidera illa, quæ vel eandem habeant adſcenſionem rectam, vel oppoſitam. Cuius quidem rei ratio eſt, quod ſub polis non omnes circuli maximi verticalium munus obeunt, ſed tantum horarii, qui declinationum circuli etiam adpellantur. Cæterum ſi duo ſidera ibi adparent aliquando in aliquo plano verticali, ea diu in eodem plano conſpicientur: diu enim in eodem circulo declinationis ad ſenſum manebunt.

364. Denique ponamus locum Telluris conſtitui inter æquatorem, & polum. Ducatur per locum iſtum circulus non maximus æquatori parallelus. Et quoniam univerſum Cœlum motu diurno revolvitur ab ortu in occaſum, ſingula puncta huius paralleli motu diurno abrepta ordine tranſibunt per verticem loci. Ex quo illud conſequens eſt circulos maximos, qui aut contingunt parallelum iſtum, aut ipſum ſecant in duobus punctis, verticalis circuli munus ſemel, aut bis eo in loco

obituros. Quapropter non omnes stellæ convenient eo in loco in eodem plano verticali, sed tantum illæ, quæ constituuntur in circulo maximo parallelum loci vel contingente, vel secante.

365. Neque vero difficile erit istos circulos maximos definire: Nam quorum circulorum maximorum obliquitas ab æquatore adæquat latitudinem loci, ij contingent parallelum; quorum vero circulorum obliquitas ad æquatorem major est latitudine loci, ij secant oportet loci parallelum. Quapropter ad investigandum num duo quævis sidera data convenire possint in eodem plano verticali respectu loci inter æquatorem, & polum constituti, res eo redit ut cognoscatur angulus, quem circulus maximus transiens per data sidera constituit cum æquatore. Etenim si angulus iste minor sit loci latitudine, concursus siderum erit impossibilis; sin latitudini æqualis sit, sidera semel convenient in plano verticali; denique si latitudine major fuerit, sidera bis concurrent singulis diebus in eodem plano verticali.

366. Ut autem angulum istum mediante calculo trigonometrico definiamus, sint in eodem schemate A, & S sidera duo data, P polus visibilis, HCO horizon, EC æquator, AH, PSI circuli horarii per sidera A, & S ducti, & ASR circulus maximus transiens per eadem sidera, & occurrens æquatori in puncto R. Et quoniam data sunt positione sidera A, & S, dabuntur tum eorum à polo distantia AP, SP, quum eorundem adscensionis rectæ: ex quarum comparatione elicietur arcus æquatoris HI, qui angulum ad polum APS metitur. Itaq; in triangulo APS quum præter latera duo AP, SP detur adhuc angulus APS, dabitur etiam angulus PSA, sive ei æqualis angulus RSI. Et quoniam in triangulo rectangulo RSI datur, præter angulum RSI modo inventum, latus SI, quod sideris S declinationem metitur, facile invenietur angulus SRI, qui quæsitam circuli maximi ASR obliquitatem designat. Quod si hujus anguli quantitas non minor sit latitudine loci, quam datam supponimus, possibilis erit siderum occurfus; sin vero minor sit, occurfus ille omnino erit impossibilis.

367. Sm

367. Superest ut duabus aliis quæstionibus satisfaciamus; nempe inquirenda est tum positio plani, in quo plano stellæ A, & S simul concurrunt, tum tempus istius concursus est determinandum. Quem in finem referat Z verticem loci, per quem transeat aliquando circulus maximus SA, dum simul cum universa sphaera revolvitur ab ortu in occasum. Quoniam itaque in triangulo PAS dantur latera PA, PS una cum angulo APS, dabitur etiam angulus PAS, cujus ad duos rectos complementum dabit angulum PAZ. Tum quoniam in triangulo PAZ datur nunc inventus angulus PAZ, danturque præterea latera PA, PZ, quorum illud distantiam sideris A à polo P, istud autem complementum altitudinis polaris metitur, dabitur in eodem triangulo tum angulus PZA, quem verticalis circulus ZAS continet cum meridiano, quum angulus ZPA, quem metitur arcus æquatoris HE. Cognito autem angulo PZA, habebitur positio plani verticalis, in quo sidera A, & S simul concurrunt. Cognito vero arcu æquatoris HE habebitur tempus istius concursus. Etenim comparando arcum æquatoris HE jam inventum cum sideris A adscensione recta jam data, elicietur adscensio recta mediæ Cœli; ex qua atque ex Solis adscensione recta, quæ data supponitur invenietur distantia Solis à meridiano secundum æquatorem numerata, atque inde hora concursus quæsitæ.

368. Dubitaverit hic fortasse aliquis, num refractiones siderum turbent nonnihil tum positionem plani in quo ipsa concurrunt, quum mensuram temporis, in quo celebrari debet concursus ille. Et sane quum stellæ propter refractiones attollantur aliquantulum supra loca ipsarum vera, sic videtur res se habere debere. Nihilominus consideranti refractiones attollere quidem sidera aliquantulum supra loca ipsorum vera, sed à verticalibus, in quibus actu sunt, nequaquam ea detrudere, facile adparebit neque positionem plani, neque temporis mensuram à refractionibus turbaturas iri.

369. Quamvis autem siderum occursum in planis verticalibus pro omnibus locis Telluris satis generaliter
mihî

mihi videar definivisse, nolim tamen credatur occursum istum ubique, atque omnium siderum respectu observari posse. Etenim sive duo sidera concurrant tempore diei, sive, dum concurrunt, ambæ aut saltem ipsarum altera inveniatur infra horizontem, sive denique altera inveniatur ex una meridiani parte, altera ex parte altera meridiani, semper impossibile erit siderum occursum observare. Cæterum quod de duobus sideribus dictum est, id idem aptari potest ad tria, ad quatuor, ad quinque, atque ad quot libuerit sidera; modo advertatur non posse tria, vel quatuor, &c. sidera concurrere in eodem plano verticali, nisi simul constituantur in eodem circulo maximo sphaeræ cœlestis.

370. Sed data vicissim hora diei, aut noctis, dataque Solis adscensione recta, facile erit *adscensionem medii Cœli invenire, sive punctum illud æquatoris determinare, quod hora data versatur in meridiano*. Etenim ex data hora diei, dabitur distantia Solis à meridiano secundum æquatorem numerata; at vero datur etiam Solis adscensio recta: itaque, alteram cum altera confectendo, elicietur distantia Arietis à meridiano secundum æquatorem computata, atque adeo adscensio medii Cœli quaesita.

371. Inventa adscensione recta medii Cœli facile exquiretur *punctum eclipticæ culminas C*. Etenim in triangulo rectangulo (Fig. 44.) EAC, quod constitutum est ex meridiani arcu EC ex arcu æquatoris EA, & ex arcu Eclipticæ AC, datur arcus æquatoris EA, nempe adscensio medii Cœli (A refert initium Arietis), daturque insuper angulus EAC, qui Eclipticæ obliquitatem refert: itaque facile invenietur arcus CA, nempe longitudo puncti culminantis C. Sed in eodem triangulo invenietur etiam arcus CE, nempe declinatio puncti culminantis, & angulus ECA, quem meridianus continet cum ecliptica. Quibus inventis facile determinabitur *punctum Eclipticæ nonagesimum*. Sic enim Z. Zenith à quo in eclipticam cadat ad rectos angulos verticalis ZV: is secabit eclipticæ medietatem superiorem in partibus æquales; atque adeo punctum V erit nonagesimum. Hujus

Hujus puncti longitudo determinabitur mediante triangulo rectangulo CVZ, in quo, præter angulum rectum ad V, datur tum arcus CZ, quum angulus ZCV: nam arcus CZ cognoscitur ex arcubus EZ, EC, quorum prior loci latitudinem metitur, posterior vero metitur declinationem puncti culminantis eclipticæ jam inventam; angulus vero ZCV est complementum ad duos rectas anguli cogniti ECA. Quapropter in supradieto triangulo invenietur arcus CV: ex quo atq; ex arcu CA jam invento elicitur longitudo nonagesimi puncti V.

CAPUT UNDECIMUM.

De Crepusculi causis, atque ejus duratione.

372. **A**D doctrinam sphaericam pertinent etiam *Crepuscula*, de quibus antequam agere institueremus nonnulla de *atmosphæra*, deque ipsius beneficiis, atque commodis delibanda nobis sunt. Est atmosphæra corpus ex aere, vaporibus, atque exhalationibus concretum, quod undique ad altitudinem non contemnendam Tellurem nostram circumambit. Præter innumera ejus beneficia quum erga rerum generationem atque vicissitudines, tum erga vitam animalium atque plantarum, illud commodi ex ea nobis manat, quod lucente Sole Cælum omne clarum, atque lucidum adpareat. Etenim si Tellus omni atmosphæra destitueretur, ea solum Cæli pars colluceret, in qua constitueretur Sol; usq; adeo ut quisquis averfam à Sole faciem haberet, is nocturnas ubique tenebras deprehenderet, stellasque omnes, etiam minimas conspiceret. Quippe si nulla esset atmosphæra, nullum pariter circa Tellurem adesset corpus, quod Solares radios ad oculos nostros reflecteret; unde radii Solares, qui in Tellurem non impingunt, eam præterlabentes aut Planetas, stellasque illuminatum irent, aut in spatium se se spargentes infinitum ad nostros oculos nunquam detorquerentur. Sed nunc quum

quum atmosphæra undequaque Tellurem ambiat, ea à Sole vivide illustrata lucem ad oculos nostros remittit, Cælumque omne collustrat; indeque accidit ut lumen stellarum, quod obtusius est minusque vividum obscuratur, hebeteturque.

373. Est & aliud atmosphære commodum minime contentendum, quod nempe diei durationem nobis protelet: propter ipsam enim fit ut luce aliquandiu fruamur tum ante ortum Solis, quum post ejus occasum. Finge enim atmosphæra Tellurem nostram orbari. Jam quousque Sol versabitur supra horizontem dies erit clarissimus; sed ante ortum Solis, & itatim post ejus occasum densissimæ tenebræ Terras occupabunt, usque adeo ut à tenebris ad lucem, atque ab hac ad illas immediatus transitus fieret non sine aliquo Terricolarum incommodo. Sed nunc quum atmosphæra ambiat Tellurem, accidit ut lux Solaris ante ortum Solis, postque ejus occasum oculos nostros aliquandiu perstringat non quidem directo, sed per reflexionem factam à particulis atmosphære: ex qua oritur crepera illa, atque dubia lux, quæ mane ante ortum Solis, & vespere post Solis occasum conspicitur. Binæ istæ dierum adpendices, quibus ante ortum Solis postque ejus occasum quotidie fruimur, *Crepuscula* adpellantur, *matutina* quidem quæ Solis ortum antecedunt, *vespertina* vero quæ occasum Solis subsequuntur. Et crepuscula quidem matutina sensim clariora evadunt, usque donec in ipsam diem lucidissimam desinant; crepuscula vero vespertina sensim debiliora fiunt quousque in ipsam densissimam noctem commutentur.

374. Jam id quod quæri solet circa hujusmodi crepuscula huc ferme redit. Primo ut *desiniantur limites crepusculorum*, sive, quod eodem redit, eorum initia, atque fines determinentur. Secundo ut *crepusculorum durationes pro variis anni temporibus desiniantur*. Et tertio denique ut *minimorum crepusculorum tempora prænoscantur*. Sane de initio crepusculi vespertini, deque fine matutini satis superque constat. Patet enim matutinum crepusculum desinere, quum Solis limbus superior

rior tangit in oriente horizontem sensibilem ; & similiter principium vespertini crepusculi contingere quum Solis limbus superior in occidente horizontem sensibilem contingit . De principio tamen crepusculi matutini, deque fine vespertini non æque constat . Et sane nulli certi statui possunt limites , intra quos initia crepusculorum matutinatorum, & fines vespertinorum contineantur . Etenim eorum duratio pendet tum ex quantitate materię in aere suspensę ad lucem reflectendum idonea , quum ex altitudine aeris . Itaque quum tempore hiberno aer condensatus humilior sit , tardius incipiunt crepuscula matutina , citiusque desinunt vespertina . Æstivo vicissim tempore quum atmosphęra ad maiorem altitudinem attollatur, citius incipiunt matutina crepuscula , seriusque desinunt vespertina . Quinetiam duratio crepusculi matutini brevior est duratione crepusculi vespertini , ob aerem mane densiorem atque humiliorem , quam vespere . Vulgo autem censentur crepuscula incipere vel desinere quum stellę sextę magnitudinis mane fiunt inconspicue , aut vespere apparere incipiunt .

375. Quamvis autem crepusculorum limites admodum incerti sint , communiter tamen Astronomi constituerunt , ut initium crepusculi matutini contingat quum Sol octodecim infra horizontem gradibus est depressus ; similiterque ut finis vespertini crepusculi contingat , quum Sol totidem gradibus infra horizontem deprimitur . Itaque circulus horizonti parallelus, atque infra horizontem octodecim gradibus depressus erit *finitor Crepusculorum* . Nempe quum limbus Solis superior tangit ex parte orientis circulum istum incipiet crepusculum matutinum ; quum vero limbus Solis superior tangit ex parte occidentis eundem circulum desinet crepusculum vespertinum .

376. Constitutis crepusculorum limitibus videndum proxime est de eorum duratione . Et quoniam sphęra triplex est recta, obliqua, & parallela, expendendę crepusculorum durationes primum in sphęra recta , & parallela , deinde vero in sphęra obliqua . Et quidem in
sphęra

sphæra recta crepuscula cito finiuntur ob rectum Solis adscensum atque descensum; non tamen semper æqualiter durant: nam in diebus æquinoctialibus crepuscula minima sunt: deinde à diebus æquinoctialibus ad dies solstitiales continuo ad crescunt; tum à solstitialibus ad æquinoctiales decrescunt per gradus sic ut in diebus æquinoctialibus minimè rursus evadant. Neque vero difficile erit horum omnium rationem reddere. Etenim si per punctum æquatoris, quod octodecim gradibus infra horizontem deprimitur, ductum intelligamus circulum declinationis, is continget quidem in eodem puncto finitorem crepusculorum, deinde vero sensim supra ipsum attolletur: unde arcus parallelorum inter horizontem & circulum istum comprehendi minores erunt arcubus eorundem parallelorum, qui inter horizontem, & finitorem crepusculorum continentur, eoque minores erunt, quo magis paralleli recedunt ab æquatore, atque ad tropicos accedunt. Unde quum arcus parallelorum, qui comprehenduntur inter horizontem & supradictum circulum declinationis, ut pote similes, describantur eodem tempore, facile inde colligetur minima crepuscula contingere in diebus æquinoctialibus, maxima in solstitiis, à diebus autem æquinoctialibus ad solstitiales crepuscula quotidie ad crescere, à solstitialibus vero ad æquinoctiales vicissim decrescere.

377. Cæterum minimi crepusculi quantitas in sphæra recta absque ullo calculo trigonometrico definitur: Etenim quum minimum crepusculum ibi contingat quando Sol percurrit æquatorem, profecto duratio minimi crepusculi tanta erit, quanta requiritur ad hoc ut Sol pertranseat octodecim gradus æquatoris. Itaque quia Sol percurrit octodecim gradus æquatoris in hora una & minutis 12, sequitur minimam crepusculi tum maturi, quum vespertini durationem esse in sphæra illa unius horæ, & minutorum 12. At vero maximi crepusculi quantitas definitur per solutionem trianguli sphærici ad Zenith Z (Fig. 45.) ad polum P, atque ad Solem S constituti. In eo enim triangulo datur latus

tus PZ, quod est complementum altitudinis polaris; datur latus ZS graduum 108; daturque denique latus PS graduum 66, $31\frac{1}{2}$, ut pote quod complementum est obliquitatis Eclipticæ. Itaque ex tribus istis lateribus datis colligetur angulus ad polum ZPS, quem angulum metitur arcus tropici inter finitorem crepusculorum & meridianum contentus. Qua ratione dabitur tempus quod impendit Sol, ut à finitore crepusculorum perveniat ad meridianum: à quo tempore si subtrahantur horæ sex, quas Sol impendit ad hoc ut ab horizonte perveniat ad eundem meridianum, habebitur tempus, quo tempore Sol à finitore crepusculorum venit ad horizontem; atque adeo dabitur quantitas maximi crepusculi tum matutini, quum vespertini.

378. In sphaera autem parallela quemadmodum unicus est dies, atque unica nox, ita duo sunt in universum crepuscula continua, quorum unum subsequitur diem, alterum subsequitur noctem. Itaque in ista sphaera crepuscula durant per plures menses; etenim quum finitor crepusculorum abeat in ea sphaera in circulum æquatori parallelum, profecto tantum temporis durabunt crepuscula, quantum temporis requiritur ad hoc ut Sol ab æquatore perveniat ad parallelum declinantem ab æquatore gradibus octodecim. Qua ratione polares incolæ per totum fere annum lumine Solis vel directo, vel reflexo fruuntur.

379. Superest ut crepuscula; quæ locum habant in sphaera obliqua, expendamus. Hic propter obliquum Solis tum adicentium, quum descensum crepuscula longiora sunt, eoque longiora quo magis æquator obliquus est ad horizontem. Etenim quo major est obliquitas sphaeræ, eo arcus æquatoris & parallelorum intercepti inter horizontem, & crepusculorum finitorem longiores sunt; qui quidem arcus crepusculorum durationem determinant. Qualem autem rationem servent huiusmodi crepuscula in incrementis, & decrementis utique intelligemus, si data sphaeræ obliquitate invenire docuerimus locum eclipticæ, in quo dum Sol versatur crepusculum est brevissimum.

380. Hoc

380. Hoc problema ita solvemus. Repræsentet (*Fig. 46.*) C centrum sphaeræ mundanæ, $APTOHQ$ meridianum loci, HD horizontem, circulus $QE\&T$ horizonti parallelus finitorem crepusculorum, ΔMNB æquatorem, $EFDG$ portionem ejus paralleli, quem Sol describit tempore brevissimi crepusculi horizonte, & crepusculorum finitore interceptam, P polum australem, & PEM , PDN binos declinationum circulos. Et quoniam circulus $QE\&T$, qui crepusculorum matutinatorum initia, atque vespertinorum fines determinat, supponitur deprimi infra horizontem per gradus 18, utique tum arcus HQ , quum arcus OT erit graduum 18; quapropter utriusque sinus QX cognoscetur. Insuper quoniam data supponitur obliquitas sphaeræ, dabitur arcus OP , qui poli invisibilis depressionem metitur, ejusque sinus relictus idcirco non ignorabitur. Itaque res eo redit ut videamus quomodo ex his duobus sinibus datis inveniri possit sinus CK arcus EM , vel DN qui quidem arcus designat declinationem Solis tempore, quo contingit minimum crepusculum.

381. Jam quoniam duratio crepusculi est tempus, quo Sol describitur cum ED crepusculari circulo, & horizonte comprehensum, quemadmodum crepusculum minimum esse debet, ita minimum sit oportet tempus, quo Sol describit arcum ED adeoque, per ea quæ ostensa sunt in *Analysi infinite parvorum Sectione tertia*, nullum erit tum incrementum aut decrementum instantaneum temporis istius, quum incrementum, aut decrementum arcus ED . Itaque si supponamus *desig* esse alium circum æquatori parallelum, qui à priori parallelo minimo distet intervallo, sintque *Pes*, *Pdn* duo alii circuli declinationum, qui occurrant æquatori in punctis *m*, & *n*, erunt arcus Mm , Nn æquales inter se; etenim arcus MN est mensura temporis, quo Sol describit portionem paralleli ED ; incrementum autem, aut decrementum illius arcus est differentia arcuum mn , MN , sive etiam differentia arcuum infinite parvorum Nn , Mm ; unde quum incrementum aut decrementum istud nullum esse debeat, quando crepusculum est minimum, pro-

fecto

fectio necesse est arcum Nn æqualem esse arcui Mm :
 hac enim ratione habebitur $Mm - Nn = 0$. Quid si
 arcus Nn, Mm æquales sunt inter se, necesse est etiam ut
 æquales sint arcus Sd, eR ejusdem paralleli, quippe qui
 iisdem prorsus circulis declinationū circumscriptuntur,
 quibus continentur arcus æquatoris Nn, Mm . Denique ar-
 cus DS , ER etiam æquales sint oportet; etenim inter-
 ciipiuntur duobus parallelis ED, RS . Quapropter quum
 triangula ERe , Dsd (quæ, ob infinitam laterum par-
 vitem, nihil vetat quin pro rectilineis habeantur)
 sint rectangula in R , & S , & habeant bina latera ER ,
 Re æqualia binis lateribus DS , Sd , habebunt hypothe-
 nusam Ee æqualem hypothenusæ Dd .

382. Et quoniam meridianus $APTOBHQ$ secat hori-
 zontem ad angulos rectos, æquator vero atque singuli
 æquatoris paralleli secant meridianum etiam ad angulos
 rectos, profecto communes sectiones DG, dg parallelorū
 cum horizonte perpendiculares erunt ad communem se-
 ctionem HO meridiani cum eodem horizonte; & simili-
 ter communes sectiones EF, ef parallelorum cum circulo
 crepusculari perpendiculares erunt ad communem se-
 ctionem QT meridiani cum finitōre crepusculorum .
 Rursus quoniam plana horizontis & circuli crepuscula-
 ris parallela sunt inter se, suntque etiam parallela plana
 duorum parallelorum minimo intervallo distantium;
 erit utique rectula Gg æqualis rectulæ Ff : ex quo sequi-
 tur $\sqrt{Dd^2 - Gg^2}$ æqualem esse $\sqrt{Ee^2 - Ff^2}$. Est autem
 $\sqrt{Dd^2 - Gg^2} = DG - dg$, & $\sqrt{Ee^2 - Ff^2} = fe - FE$;
 quare erit etiam $DG - dg = fe - FE$.

383. Jam si in semicirculo (*Fig. 47.*) AMB , cujus
 diameter est AB centrum autem est C , sint binæ or-
 dinatæ minimo intervallo remotæ MP, mp , notum
 arcum Mm inter ordinatas comprehensum esse ad dif-
 ferentiam ipsarum ordinarum MR , quemadmodum
 est radius circuli CM ad abscissam CP centro C , & al-
 terutra ordinarum PM comprehensam . Itaque arcus
 circuli Dd (*Fig. 46.*) comprehensus inter duas ordinatas
 GD , gd erit ad ipsarum ordinarum differentiam,
 quemadmodum est semidiameter CO ad abscissam

Tom. II.

N

CG cen-

CG centro C & ordinata GD comprehensam. Est autem arcus Dd æqualis arcui Ee, differentia vero ordinatarum GD, gd adæquat differentiam ordinatarum ef, EF; quare erit etiam ut arcus Ee ad differentiam ordinatarum ef, EF ita CO ad CG: unde quum arcus Ee ad differentiam ordinatarum ef, EF sit quoque ut semidiameter IQ ad abscissam IF; erit propter rationum æqualitatem ut CO ad CG ita IQ ad IF; atque adeo permutando, componendo, & rursus permutando erit ut CO ad CG ita OX ad GL.

384. Jam vero propter triangula COV, CGK similia CO ad CG ita se habet, ut OV ad GK; itaque erit rursus propter rationum æqualitatem ut OV ad GK ita OX ad GL, & permutando ut OV ad OX, ita GK ad GL. Est autem propter triangula rectangula CGK, FGL similia GK ad GL ita CK ad LF, sive QX: quare rursus propter rationum æqualitatem erit ut OV ad OX, ita CK ad QX, & permutando ut OV ad CK, ita OX ad QX sive etiam ita QX ad XH; datur autem tum QX sinus arcus QH graduum 18, tum HX sinus versus ejusdem arcus, quum denique VO sinus rectus altitudinis poli; itaque dabitur etiam CK sinus declinationis Solaris qualitæ. Et quoniam in triangulo QHX si sumatur QX pro radio, sive sinu toto, recta HX evadit tangens anguli HQX, qui quidem angulus est graduum 9; quare si fiat ut radius ad tangentem graduum 9, ita sinus altitudinis polaris datæ ad quartum proportionalem, habebitur sinus declinationis qualitæ, quam scilicet fortitur Sol tempore minimi crepusculi, quamque liquet esse semper ejusdem speciei cum polo depresso.

385. Itaque nobis boreale Telluris hemisphærium incolentibus crepuscula brevissima non contingunt quum Sol versatur in æquatore, sed quum Sol declinat ab æquatore versus australem plagam; deinde vero accrescunt crepuscula usque ad solstitium hibernum, post quod minuantur per gradus usque donec eodem loci minima rursus fiant: tum rursus accrescunt usque ad solstitium æstivum, deinde denuo decrescunt per gradus. Data autem Solis declinatione, & sphaeræ obliquitate initium cre-

crepusculi matutini, aut finis vespertini invenietur per resolutionem trianguli sphaerici (*Fig. 48.*) ad polum P, ad Zenith Z & ad Solem S, in quo triangulo datur primo arcus ZP complementum altitudinis poli; datur secundo arcus ZS, distantia nempe Solis à vertice initio crepusculi matutini, aut fine vespertini, graduum nempe 108; & deniq; datur distantia PS Solis à polo vicino. Itaque in eo triangulo invenire licebit angulum ad polum ZPS, ex quo cognoscetur ejus complementum ad duos rectos: quare angulus ZPS in tempus conversum dabit finem crepusculi vespertini; ejus vero complementum in tempus conversum dabit initium matutini; illud quidem post meridiem, hoc autem post mediam noctem.

386. Cæterum quemadmodum crepuscula augentur per augmentam sphaeræ obliquitatem, ita fieri potest ut in quibusdam locis crepuscula durent per totam noctem; nempe si Sol describat parallelum, qui aut finitorem contingat, aut cum ipso finitore non conveniat. Utroque enim casu Sol non deprimitur ultra gradus octodecim, quod solum requiri vidimus, ut crepuscula desinant,

CAPUT DUODECIMUM.

*De variis revolutionum diurnarum periodis;
praesertim vero de die Sidereo, atque
Solari.*

387. **Q**uamvis non uno loco dictum sit Planetas, Cometas, stellas fixas, Cælum denique omne revolvi ab ortu in occasum spatio ferme diei naturalis, tamen sciendum est non omnium siderum revolutiones esse æquiditurnas; nonnulla enim citius perficiunt gyros suos ab ortu in occasum, ut sidera inerrantia; alia vero tardius revolvuntur, ut Planetæ & praesertim Luna, cujus singulae revolutiones quasi integra hora longiores sunt singulis revolutionibus sideris.

388. Ut causam istius inæqualitatis aperiamus,

N 2

memo.

memoria hic repetenda sunt, quæ supra diximus de motu composito adparenti Solis & cæterorum siderum; nempe istiusmodi motum componi ex duobus aliis motibus in contrarias plagas tendentibus, uno nempe ab ortu in occasum secundum circulos æquatori parallelos, qui in omnibus sideribus unus idemque est: altero vicissim ab occasu in ortum secundum circulos ad æquatorem obliquos; isque in sideribus inerrantibus est lentissimus; at vero in Planetis proximioribus Luna, Mercurio, & Venere est velocissimus; in cæteris vero Planetis est proportionem media temperatus. Unde quia velocitas corporis, quod duobus motibus contrariis urgetur versus aliquam plagam, minor est velocitate, cum qua idem corpus tenderet versus eandem plagam si cum ea simpliciter velocitate moveretur, necesse est motum siderum adparentem ex duobus motibus contrariis jam memoratis profectum nonnihil tardiozem fieri, tantoque tardiozem, quanto motus ipsorum versus ortum est velocior. Ut quia stellæ fixæ lentissime progrediuntur versus ortum (vix enim singulis annis progrediuntur versus illam plagam 51 secundis); idcirco revolutiones diurnæ Firmamenti insensibiliter evadent diuturniores. At revolutiones Planetarum ad sensum erunt diuturniores; nam ipsi multo velocius, quam sidera, feruntur ab occasu in ortum.

389. Jam quum revolutiones cœlestes constituent dierum durationes, quia tempora ipsarum non sunt æqualia inter se, sed quædam longiora sunt, quædam vero breviora, variæ dierum durationes erunt distinguendæ. Qua ratione revolutiones sidereæ constituent diem sidereum, revolutiones Solares diem Solarem, Lunares Lunarem, revolutiones denique cæterorum Planetarum Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, atque Saturni constituent dies eorundem Planetarum respective. His addendus est dies æquinoctialis, nempe duratio ejus temporis, intra quod punctum aliquod æquatoris à meridiano profectum regreditur ad eundem meridianum; quod quidem tempus nonnihil brevius est die sidereo; quippe in punctis æquatoris nullus consideratur

ratur motus versus ortum, quemadmodum motus iste consideratur in sideribus.

390. Itaque omnium dierum jam descriptorum brevissimus est æquinoctialis, longissimus vero est dies Lunaris: deinde ordine longiores sunt Sidereus, Saturnius, Jovialis, Martius, Solaris, Venereus, atque Mercurialis. Sed quia stellæ fixæ lentissime moventur versus ortum, neque nisi multo post tempore adparet ipsas discessisse de locis suis, inde fit ut discrimen diei æquinoctialis à sidereo in non multis revolutionibus, ne dum in revolutione una, minime adpareat. Et sane Astronomi discrimen istud tamquam rem nullius prorsus momenti contemnunt, tempusque æquinoctiale pro sidereo, & sidereum vicissim pro æquinoctiali indiscriminatim usurpant.

391. Et quoniam in temporibus notandis non alios dies Astronomi adhibent nisi Solares, atque sidereos, necesse erit de utroque hoc tempore paullo fusius differere. Itaque sciendum est dies omnes sidereos, saltem ad sensum, æquales esse inter se; ipsi enim ad sensum æquales sunt singulis diebus æquinoctialibus, quos æquiditurnos esse constat. Sed dies Solares non sunt omnes æquales, at quibusdam anni temporibus sunt longiores, aliis vero temporibus evadunt nonnihil breviores, inæqualitatisque causa duplex est. Prima causa est, quod Sol modo velocius, modo segnius incedat ab occasu versus ortum; altera quod nem Sol haud quidem moveatur per æquatorem, sed per eclipticam, quæ obliqua est ad æquatorem.

392. Ut ab inæqualitate, quæ à semper vario, & diverso Solis motu proficiscitur incipiamus, supponamus primo loco Solem non quidem per eclipticam incedere, sed moveri per æquatorem ab occasu versus ortum cum ea velocitatis quantitate, cum qua revera movetur per eclipticam. Itaque si Sol nullo alio motu esset agitato, is æquatorem absolveret eodem illo tempore, quo integrum eclipticæ gyrum perficere observatur. At interveniente motu diurno ab ortu in occasum idem Sol singulis diebus non quidem æquinoctialibus,

sed aliquanto diuturnioribus æquatorem describet ; etenim punctum illud æquatoris , quod hodie simul cum Sole proficiscitur à meridiano, cras ad meridianum citius redibit , quam Sol, ob ejus motum versus ortum interea temporis factum . Itaque quum reditus illius puncti ad meridianum constituat diem æquinoctialem , reditus vero Solis ad eundem meridianum constituat diem Solarem ; erit dies æquinoctialis brevior die Solari . Et quoniam dies æquinoctiales sunt omnes æquales inter se , siquidem ostendi posset discrimen dierum æquinoctialium à diebus Solaribus non esse semper unum, & idem, eo ipso ostensum esset dies Solares inæquales esse inter se .

393. Id autem facile ostendetur, si excessum diei Solaris supra æquinoctialem exquirere studeamus. Referat idcirco AB (Fig. 49.) meridianum, & MONP æquatorem, qui motu diurno revolvatur ab ortu in occasum per M, P, N, O. Ponatur Sol in ipso meridiano in loco M, sitque MS arcus quem ipse Sol describit versus ortum in una die æquinoctiali. Itaque quo tempore punctum æquatoris M integrum gyrum absolvit ab ortu in occasum, Sol à meridiano digressus perveniet ad punctum æquatoris S; atque adeo ut absolvatur dies Solaris necesse est tantum adhuc temporis decurrere, quantum requiritur ut arcus æquatoris MS meridianum pertranseat ; quin immo illud etiam exiguum, atque insensibile temporis interval- lum transeat oportet , quod motui Solis interea versus ortum facto respondet . Et quoniam arcus æquatoris MS, quos Sol dietim describit versus ortum , non sunt omnes æquales inter se, sed quidam longiores existunt, quidam vero breviores: etiam temporis interval- la, quæ addi debent diebus æquinoctialibus ut habeantur dies Solares, non erunt omnia æqualia ; ex quo necessario sequitur dies Solares inæquales esse debere.

394. Ponamus deinde Solem moveri per eclipticam ab occasu in ortum sed motu æquabili , ita ut æqualibus temporibus æqualia spatia percurrat. Itaque in hac alia hypothefi dies Solares componetur ex die æquinoctiali , & ex illo temporis intervallo , in quo arcus eclipticæ

pticæ dietim à Sole descriptus tranlit per meridianum. At quamvis Sol æquales eclipticæ arcus singulis diebus peragrarè ponatur, non ideirco dies Solares æquales erunt inter se: etenim, ob eclipticæ obliquitatem, æquales eclipticæ arcus inæqualibus temporibus tranleunt per meridianum. Finge enim eclipticam totam divisam in partes 365 æquales inter se, perque singula divisionum puncta intellige singulos declinationum circulos tranlire. Jam hujusmodi declinationum circuli secabunt æquatorein etiã in 365 partes, quæ tamèn partes inæquales erunt. Jam verò quo tempore unaquæque pars æquatoris tranlit per meridianum eodem tempore tranlit per meridianum pars eclipticæ correspondens; itaque quum partes æquatoris, ut pote inæquales, transeant per meridianum temporibus inæqualibus; sequitur partes Eclipticæ, ut ut æquales, inæqualibus etiã temporibus per meridianum tranlire debere.

395. Sive itaque Sol moveatur per æquatorein cum ea velocitatum quantitate, cum qua movetur per eclipticam, sive moveatur per eclipticam æquabiliter, semper tamen dies Solares inæquales erunt. Nunc quum Sol non modo moveatur per eclipticam, sed etiã feratur inæquabiliter; duplici ex causa dies Solares inæquales erunt; quarum quidem duarum causarum quandoque altera alteram juvabit ad augendam dierum Solarium inæqualitatem, aliquando altera alteri offiziet. Perspicuum est autem dies Solares æquales futuros inter se, si Sol incederet per æquatorein, & hoc amplius eadem semper velocitate moveretur. Itaque Astronomi ad temporis æqualitatem inducendam effingunt in Cœlo Solem aliũ, quem *fictũ*, atque *imaginariũ* vocant, eumque supponunt moveri per æquatorein ab occasu in ortum cum eadem semper velocitate, quã velocitatem tantam statuunt, ut possit ipse Sol fictus totum æquatorein absolvere eodem prorsus tempore, quo Sol verus eclipticam peragrat. Hic Sol fictus motu diurno abreptus æquatorein perpetuo describit, suntque revolutiones hujus Solis omnes æquiditurnæ, & quia temporum revolutionum media sunt inter longissimas revo-

lutiones veras Solares, & brevissimas, inde factum ut hujusmodi dies *medii*, Sol autem, qui dies istos metitur, *Sol medius* fuerit adpellatus.

396. Quoniam autem tum dies Solares *medii*, quum dies æquinoctiales æquales sunt inter se; discrimen istorum ab illis erit semper unum idemque: itaque dato die æquinoctiali, dataque adhuc differentia diei æquinoctialis à die Solari medio, dabitur ipse dies Solaris medius: & vicissim dato die Solari medio, datoque excessu ipsius supra diem æquinoctialem dabitur ipse dies æquinoctialis. Et quoniam dies æquinoctialis insensibiliter diversus est à die sidereo, usurpari hac in re potest dies sidereus pro æquinoctiali. Est autem discrimen utriusque diei Solaris nempe & siderei minutorum trium & secundorum 56 circiter. Itaque si ad diem sidereum, nempe ad tempus illud, quod effluit ex quo stella à meridiano digressa redit ad eundem meridianum, addantur minuta 3. 56 habebitur dies Solaris medius, nempe dies ille, qui medius est inter longissimum Solarem, & brevissimum. Hoc die utuntur Astronomi in suis observationibus peragendis; deinde vero adhibendo correctiunculam quamdam, à tempore medio gradum faciunt ad tempus adparens, sive verum. Sed accuratissima harum rerum explicatio non est hujus loci.

CAPUT DECIMUMTERTIUM.

De Motu Solis in longitudinem cum ejus motu in adscensionem rectam comparato.

397. **M**otus Solis in longitudinem adpellatur arcus eclipticæ ab initio Arietis usque ad locum Solis in consequentia signorum numeratus: *motus autem Solis in adscensionem rectam* dicitur arcus æquatoris ab initio Arietis usque ad circuli declinationis per Solem transeuntem etiam in consequentia signorum numeratus. Jam si ponamus Solem discessisse ab initio Arietis, atque unum,

aut

aut alterum eclipticæ gradum descripsisse, facile intelligitur motum Solis in adscensionem rectam interea factum esse aliquanto tardiozem. Etenim quum motus Solis in longitudinem, ejus motus in adscensionem rectam, & circulus declinationis constituent triangulum rectangulum, profecto motus Solis in longitudinem, qui hypothenusæ munere in isto triangulo rectangulo fungitur, major erit ambobus reliquis lateribus, quorum alterum motum Solis in adscensionem rectam, alterum motum Solis in declinationem designat.

398. Sed facile etiam intelligitur, Sole ad initium Cancrī devenito, fore ut motus Solis in adscensionem rectam adæquet motum ejus in longitudinem; nam quemadmodum Sol motu in longitudinem describit quadrantem eclipticæ, ita motu in adscensionem rectam describit quadrantem æquatoris. Itaque quum initio motus Sol tardius incederet in adscensionem rectam, quam in longitudinem, & tamen post absolutum eclipticæ quadrantem reperiat æquale spatium utroque motu absolvisse, profecto necesse est ut deinde, motu in adscensionem rectam facto celeriori, velocius Sol progressus sit in adscensionem rectam, quam in longitudinem. Quapropter quum Sol in primo eclipticæ quadrante initio tardius incedat in adscensionem rectam quam in longitudinem, deinde vero velocius incedat in adscensionem rectam quam in longitudinem, omnino necesse est ut in eodem quadrante locus sit, in quo tantumdem Sol moveatur in longitudinem, quantum moveretur in adscensionem rectam: neque dubitandum quin & similia loca existant in tribus reliquis quadrantibus: id quod eodem prorsus ratiocinio evinci potest.

399. Ut locum istum analytice definiamus, representet P (Fig. 50.) polum spheræ mundanæ, PSM column solstitorum, *ELS* eclipticam, *ÆAM* æquatorem, *Æ* punctum æquinoctiale, *S* punctum solstiale, *L* talem locum Solis in ecliptica, in quo motus ipſius in longitudinem adæquat ejus motum in adscensionem rectam, *PLA* declinationis circulum per locum Solis *L* tranſeun-

tem

tem, & Pla alium declinationis circulum minimo intervallo à priori remotum. Denique sit O centrum sphaeræ, OS , OM radii ejusdem sphaeræ, ad quos perpendiculariter insistant tangentes SN , MT , cum quibus tangentibus concurrant radii OLN , OLn , OAT , Oat , atque centro O radiis On , Or describantur arcus infinite parvi nQ , rR . Quibus constructis ponatur sinus-arcus PS , qui complementum est obliquitatis eclipticæ $= a$, radius $OS = OL = OA = OM = r$, tangens SN , quæ determinat complementum arcus quæsitæ $EL = x$, & $Nn = dx$.

400. Et quoniam triangula reſtangulara NQn , NOS similia sunt inter se, erit ut Nn ad nQ ita NO ad OS , sive OL ; atque propter triangula nOQ , LOL similia nO , sive NO est ad LO ut nQ ad IL ; quare propter rationum æqualitatem erit ut Nn ad nQ ita eadem nQ ad IL ; atque adeo ut se habet Nn ad IL , ita erit Nn quadratum ad nQ quadratum; sive etiam ut Nn ad IL , ita erit NO quadratum ad OS quadratum: est autem $Nn = dx$, NO quadratum $= rr + xx$, & OS quadratum

$$= rr; \text{ quare erit } L/ = \frac{r^2 dx}{rr + xx}.$$

401. Præterea quoniam triangulum TRt simile est triangulo TOM , erit ut Tt ad tR ita TO ad OM sive OA ; est autem TO ad AO ut tR ad Aa ; quare propter rationem æqualitatem erit ut Tt ad tR , ita eadem tR ad Aa ; atque adeo Tt erit ad Aa , ut Tt quadratum ad tR quadratum, sive ut TO quadratum ad OM quadratum. Quia autem propter triangulorum sphaericorum reſtangularum proprietates sinus arcus $PS = a$ est ad finem totum $= r$, ut tangens arcus $LS = x$ ad tangen-

tem TM arcus AM , erit tangens ista $= \frac{rx}{a}$; & propterea erit $Tt = \frac{rdx}{a}$, & $TO^2 = \frac{a^2 r^2 + r^2 x^2}{a}$; unde quum sit To

ad Aa ita TO quadratum ad OM quadratum, erit $Aa = \frac{ardx}{a^2 + x^2}$; est autem Aa motus Solis in adſcensionem reſt-

Etiam respondens motui Solis in longitudinem intercom

$ar dx$ $rr dx$

facto L ; itaque habebitur æquatio $\frac{ar dx}{aa+xx} = \frac{rr dx}{rr+xx}$;

sive etiam $arr + axx = aar + rxx$: ex qua eruitur $arr - aar = rxx - axx$; qua æquatione divisa per $r - a$ habetur tandem $ar = xx$.

402. Ex eo autem quod est $ar = xx$, sequitur a esse ad x ut x ad r , sive etiam sinum complementi obliquitatis eclipticæ esse ad tangentem complementi quæsitæ arcus EL , ut se habet eadem tangens ad radium OS . Itaque semisumma $99813140 \frac{1}{4}$ logarithmi sinus gradum $66.31\frac{1}{2}$ & logarithmi radii dat logarithmum tangents quæsitæ. Ex quo sequitur motum Solis in ascensionem rectam tunc æqualem esse motui Solis in longitudinem, quando Sol versatur in gradu $13.18\frac{1}{3}$ Geminorum fere.

CAPUT DECIMUMQUARTUM.

Quomodo Locorum Terreſtrium positiones per observationes astronomicas definiti possint.

403. **C**irculorum, qui in Terreſtri globo considerantur, præcipui sunt *paralleli*, & *meridiani*. *Parallelos* vocamus innumeros circulos non maximos æquatori parallelos, qui ab æquatore versus polos proficiuntur; *meridianos* vero adpellamus innumeros circulos maximos per polos Telluris tranſeuntes.

404. Jam unusquisque locus Telluris suum habere debet circulum patallelum, suumque meridianum; nam inter omnes parallelos Terreſtres ille, qui transit per ipsum locum, erit *parallelus illius loci*; & similiter inter omnes meridianos ille, qui transit per eundem locum, erit *eius loci meridianus*. Quemadmodum autem dato loco Terreſtri datur tum *parallelus*, quum *meridianus* eius loci;

loci; ita vicissim dato parallelo, datoque meridiano dabitur locus; ut pote qui in communi sectione illorum circulorum collocatur. Itaque ad inveniendam alicujus loci positionem satis erit cognoscere tum parallelum, quum meridianum ipsius.

405. Et quidem parallelus habetur ex latitudine loci, sive etiam ex altitudine poli, quæ quomodo assequi possit suo loco ostensum est: meridianus autem cognoscitur ex longitudine ejusdem loci, quæ quonam artificio inveniri possit, nunc docebimus. Data autem tum latitudine, quum longitudine loci dabitur locus ipse: nam latitudo dat parallelum, longitudo vero dat meridianum; intersectio autem paralleli cum meridiano dat, uti modo dictum est, ipsum locum.

406. Problema autem de loci longitudine invenienda, cujus solutionem maximis propositis præmiis Nautæ proposuerunt Geometris, illud est quod artem Nauticam fere perfectam, nullisque omnino erroribus obnoxiam redderet. Ut viam ei solvendo aperiamus, memoria repetendum est, intervallum duorum meridianorum non modo per gradus partesque graduum, verum etiam per horas Solares, atque scrupula horaria designari posse, ea nempe ratione ut singulis quindecim gradibus singulæ horæ, singulis quindecim minutis singula minuta, singulisque quindecim secundis singula scrupula ecunda attribuantur.

407. Hinc autem fit, ut si quo artificio sciri possit quomodo idem temporis momentum designetur in duobus locis diversis, intervallum meridianorum, qui ad loca illa pertinent, illico manifestum fiat; nam differentia horarum in gradus conversa dabit intervallum meridianorum. Ut ecce si dum in hac Civitate *Neapolitana* numeramus horam vigesimam tertiam, quæ *Astronomico* stylo prima est ante meridiem, sciamus *Parisiis*, qui locus nostro occidentalior est, numerari horam vigesimam secundam cum minutis sex, intervallum temporum, quod est minutorum quinquaginta quatuor, dabit distantiam meridiani *Neapolitani* à meridiano *Parisiensi*.

senfi; unde quum minutis 54 debeantur gradus $13\frac{1}{2}$, sequitur meridianum nostrum orientaliorem esse meridiano *Parisiensi* gradibus $13\frac{1}{2}$.

408. Res itaque eo redit ut tradatur methodus comparandæ horæ, quæ numeratur in loco, in quo versamur, cum hora, quæ eodem tempore numeratur in loco aliquo cognito. Id autem fieri potest per phænomenon aliquod extemporaneum, nempe per phænomenon aliquod, quod eodem temporis articulo omnibus observatoribus appareat, quale profecto est Eclipsis Lunæ, aut alicujus ex satellibus Jovis. Etenim quo tempore obscurari nobis incipit Luna aut aliquis satelles Jovialis, eodem tempore obscuratur *Parisensibus*, *Lugdunensibus*, cæterisque Terræ habitatoribus.

409. Quapropter eo temporis momento, quo conspiciamus, adhibito Telescopio, Eclipsis Lunaris initium, vel finem, nisi præsto sit horologium oscillatorium ad motum Solis medium expensum, capiatur per quadrantem altitudo alicujus stellæ, ex qua deinde & ex nota altitudine poli eruatur hora Solaris, quemadmodum in doctrina spherica explicatum est. Comparetur deinde hora ista cum illa, quam exhibent Ephemerides, puta *Parisienses* aut *Bononienses*; nam ex ipsarum comparatione eruatur intervallum meridianorum. Ex. gr. si eclipsis Lunaris initium, quæ *Bononiæ* contingere debebat horis post meridiem, *Neapoli* contingere observetur horis $7.11\frac{1}{2}$ post meridiem, oportebit meridianum *Neapolitanum* orientaliorem esse meridiano *Bononiensi* minutis $11\frac{1}{2}$, sive gradibus $2.52\frac{1}{2}$.

410. Sed tria hic monenda sunt. *Primum* hanc methodum in medio mari, propter agitationem navis ex maris fluctibus ortam, sibi locum vindicare non posse. *Secundum* in locorum positionibus exquirendis consultius esse eclipses satellitum adhibere, quam eclipses Lunares; nam illæ longe accuratius definiuntur, quam istæ. *Et tertium* denique præstare, ut hora observationis factæ in aliquo loco comparetur potius cum hora observationis ejusdem eclipseos factæ in loco altero cognito, quam cum hora, quam habent Ephemerides. Etenim
cal-

calculus, ut ut accuratissimus sit, semper minuto uno, aut altero à Cœlo dissentit.

CAPUT ULTIMUM.

De Motu Siderum diurno in systemate motæ Telluris: deque aliis Phænomenis, quæ inde proficiuntur.

411. **S**uperest ut de motu siderum in hypothesi motæ Telluris sermonem instituamus. Hoc systema ut ut falsum sit, sacræque scripturæ contrarium, dubitari tamen nequit, quin elegantius in eo, longeque facilius explicentur omnia phænomena, quæ hætenus descripta, explicataque sunt in systemate communi: quemadmodum ex dicendis hoc Capite constabit.

412. Telluri tres motus tribuit *Copernicus*: primum diurnum ab ortu in occasum circa axem suum; alterum annum etiam ab occasu in ortum circa Solem; tertium ab ortu in occasum lentissimum, & vix post multos annos sensibilem, quem proprie ad ipsius axem pertinere constituit. Docuit enim axem Telluris non ad eadem Cœli puncta perpetuo dirigi, sed circulum in Cœlo minorem eclipticæ parallelum ab ortu in occasum tardissime describere. Ex his autem tribus motibus Telluris ita omnia mundi phænomena oriri demonstravit, ut ortus quidem siderum atque occasus penderet ex ipsius motu diurno; dierum, noctiumque vices mirabiles, item temporum anni commutationes proficiscerentur ex diurno atque annuo motu Telluris simul copulatis; denique ex lentissimo motu axis ipsius oriretur lentissimus ille motus Firmamenti versus ortum, de quo sæpe sæpius loquuti sumus.

413. Atque ut à primo motu Telluris incipiamus, ponamus cum *Copernico* Cœlum, atque stellas fixas immota prorsus esse, Planetas vero atque Cometas non alio motu agitari, nisi periodico circa Solem; ponamusque etiam Tellurem nostram spatio ferme horarum 24
revolvi

revolvi circa axem suum ab occasu in ortum. In hac hypotheli spectator in superficie Telluris constitutus describet una cum loco, in quo versatur, singulis diebus circulum æquatori Terreſtri parallelum, Itaque is singulis temporis articulis mutabit verticem in Cælo, quod in hac hypotheli immobile fingitur; & consequenter videbit corpora omnia cœlestia moveri ab ortu in occasum, quum revera ipse moveatur ab occasu in ortum. Quumque de motu suo, sui que domicilii nullam habeat causam suspicandi, credet revera corpora illa tali motu agitari, usque adeo ut æquatorem, parallelos, polos, meridianum, aliosque similes circulos in Cælo effingat, quamquam hi circuli pertineant potius ad globum Telluris.

414. Id autem ut clarius intelligatur, supponamus per locum spectatoris, atque per polos Telluris circulum transire; is meridianum loci representabit. Supponamus etiam per centrum Telluris undique ad eandem à spectatore distantiam alium circulum transire; is horizontem ejusdem loci referet. Jam quoniam Tellus movetur ab occasu in ortum circa axem suum, uterque istorum duorum circulorum ab occasu in ortum moveatur necesse est. Itaque sidera supra horizontem occiduum constituta paulatim infra ipsum occultari videbuntur, non quod illa revera ad occasum tendant, sed potius quia pars occidentalis horizontis Terreſtris supra ea continenter attollitur. Eadem ratione sidera infra horizontem ortivum constituta paulatim supra ipsum venire conspicientur, non quod revera ipsa ad ortum properent, sed magis quia pars orientalis horizontis Terreſtris infra ea deprimitur. Sed exinde fieri etiam necesse est, ut sidera quotidie culminare videantur; etenim quum meridianus loci moveatur ab occasu in ortum, necesse erit planum ipsius usque ad Firmamentum productum gradatim per singula sidera transire. Itaque tunc temporis stellæ versari in meridiano, adeoque culminare videbuntur.

415. Hæc itaque est causa ortus siderum, atque occasus in Copernicano systemate. Videndum nunc quomodo

modo motus Solis ad uno tropico ad alterum, & consequenter æquinoctia, solstitia, atque anni cæteræ tempestates in eadem hypothefi explicentur. Id quod ut accuratius fiat, præmittenda sunt nonnulla ex *Geometria* elementis, line quibus doctrina ista vix intelligi potest. Si recta aliqua (*Fig. 51.*) linea PS obliquè insit super planum aliquod ABCD, ex puncto autem P sumpto ubivis in recta linea PS demittatur perpendicularis PA ad idem planum, & jungatur SA, angulus PSA *inclinatio rectæ lineæ ad planum* adpellabitur.

416. Inde autem patet primo *angulum PSA, qui inclinationem supradictam metitur, minorem esse quovis alio angulo, quem recta linea insistens PS continet cum alia recta SB, quæ à puncto S ducitur in eodem plano*. Etenim descripto centro S intervallo SA circulo ABCD, junctaque BP erit quidem PA minor ipsa PB; itaque quum triangula duo PSB, PSA habeant duo latera PS, SB æqualia duobus lateribus PS, SA, basim vero PB majorem basi PA; erit angulus PSB major angulo PSA.

417. Patet secundo *eo majorem esse angulum PSB, quo major est angulus ASB*: nempe ductis ex puncto S in plano SABCD duabus rectis SB, SC angulus PSC major erit angulo PSB. Etenim juncta recta PC erit ipsa major recta PB; itaque triangula duo PSC, PSB quum habeant duo latera PS, SC æqualia duobus lateribus PS, SB alterum alteri, habeantque insuper basim PC majorem basi PB, habebunt angulum PSC majorem angulo PSB. Ex quo facile est colligere angulum PSD, quem recta PS continet cum recta AS producta ad alteras partes, omnium maximum esse.

418. Denique illud liquet angulum PSC esse graduum 90, quando angulus correspondens ASC est graduum 90. Juncta enim recta AC, erit angulus PAC rectus, quum recta PA perpendicularis sit ad planum subiectum, in quo plano jacet ipsa CA; itaque quadratum ex PC æquale erit quadratis ex PA, & ex AC; est autem propter angulum rectum ASC quadratum ex AC æquale quadratis duobus ex AS, & ex CS: quare idem quadratum

dratum ex PC æquale erit tribus quadratis, quæ sunt ex PA ex AS & ex CS. Sunt autem quadrata duo, quæ sunt ex PA & AS, propter angulum rectum PAS, æqualia quadrato ex PS; itaque quadratum ex PC adæquabit quadrata, quæ sunt ex PS & ex SC; ex quo consequitur angulum PSC rectum esse.

419. Quibus positis sequens Problema resolvendum nobis proponimus. Dato angulo PSA, nempe angulo inclinationis recta PS ad planum, cui ipsa insistit, datoque etiam angulo ASB invenire angulum PSB, quem recta insiciens PS continet cum recta BS ducta ex puncto S in eodem plano SAB: id quod ita peragetur. In recta insistenti PS sumatur punctum quodvis P, ex quo in subiectum planum cadat perpendicularis PA: ea incidet in rectam SA, signabitque in ipsa punctum A, ex quo in rectam AB demittatur perpendicularis AB, & jungatur PB. His constructis liquet angulum PBS esse rectum: etenim quum AS quadratum æquale sit duobus quadratis ex AB & ex BS, addito communi quadrato ex AP, fient duo quadrata ex AS & ex AP, sive etiam solum quadratum ex PS æquale tribus quadratis ex AB ex BS & ex AP: sunt autem quadrata duo ex AB & ex AP æqualia quadrato ex PB: quare erit etiam quadratum ex PS æquale quadratis duobus ex BS & ex BP: ex quo consequitur angulum PBS rectum esse.

420. Et quoniam in triangulo PSA rectangulo ad A datur angulus PSA, qui inclinationem rectæ PS ad planum metitur, dabitur ratio, quam habet recta PS ad rectam SA; atque adeo sumpta recta PS partium quotcumque, dabitur in iisdem partibus recta SA. Deinde in triangulo ASB rectangulo quum detur angulus ASB dabitur ratio quam habet AS ad SB; atque adeo quum data sit recta AS in partibus rectæ PS, dabitur in iisdem partibus recta BS. Denique in triangulo rectangulo PBS quum dentur latera duo PS, BS, facile erit invenire angulum quæsitum PSB.

421. Venio nunc ad id quod est præcipuum. Repræsentet ABCD (Fig. 52.) planum eclipticæ, id nempe pla-

TOM. II.

O

num,

num, in quo centrum Telluris movetur motu annuo ab occasu in ortum circa Solem, scilicet ab A per B, C, D; intereaque temporis circumvolvatur quoq; circa axem suum spatio 24 horarum; maneat autem ipse Telluris axis semper sibi ipsi parallelus; id enim per necessarium esse ad Solis phaenomena intelligenda optime vidit Copernicus. Jam si axis Telluris perpendiculariter insisteret ad planum eclipticæ, æquator Terrestris cum ipso eclipticæ plano congrueret: adeoque Sol tum motu diurno ab ortu in occasum, quum annuo ab occasu in ortum semper videretur æquatorem cœlestem describere. Nunc vero quum Sol videatur motu annuo moveri per circulum ab æquatore longe diversum; motu vero diurno nunc parallelum unum, nunc alterum describere observetur, necesse erit ut axis Telluris obliquus sit ad planum eclipticæ. Hæc autem obliquitas tanta esse debet quanta requiritur ad hoc ut inclinatio æquatoris ad eclipticam prodeat graduum 23, 28 $\frac{1}{2}$: quippe tot graduum inclinatio illa ex novissimis observationibus deprehensa est. Id vero obtinebimus si ponamus inclinationem axis Terrestris ad planum eclipticæ esse graduum 66. 31 $\frac{1}{2}$.

422. Intelligatur igitur ex centro Solis S erecta ad Eclipticæ planum perpendicularis RSO: ea ad Firmamentum utique utrinque producta signabit ibi puncta duo R, & O ex diametro opposita, quæ polos Eclipticæ referent. Intelligatur etiam per ipsum Solis centrum S ducta recta PS_p axi Telluris parallela; hæc ad Firmamentum utrinque etiam producta signabit duo alia puncta P, & p, quæ polos mundi referent. Putandum autem est ipsum axem Telluris utrinque productum ad puncta ista semper pertingere, in quemcumque locum Tellus motu annuo circa Solem translata sit, Etli enim revera axis Terrestris describat in Firmamento singulis annis ellipticum similem similiterque positam ei, quam centrum Telluris percurrit in Cœlo suo, tamen ea est Firmamenti amplitudo ut nihil obstat, quin ovalis illa promero, atque indivisibili puncto habeatur.

423. Sumatur in Mundi axe PS quodvis punctum H, ex

H, ex quo ad eclipticæ planum demittatur perpendicularis HI, & connectatur SI: erit itaque angulus PSI graduum 66. $31\frac{1}{2}$. Est autem angulus RSI rectus; quare residuus angulus RSP erit graduum 23. $28\frac{1}{2}$; quem angulum quum metiatur arcus circuli maximi inter polum Mundi & eclipticæ polum interceptus, necesse erit distantiam unius poli ab altero esse pariter graduum 23. $28\frac{1}{2}$; totidemque graduum erit inclinatio eclipticæ ad æquatorem.

424. Jam si recta JS utrinque producaturs versus C, & versus A, ex puncto autem S perpendiculariter ad ipsam erigatur in plano eclipticæ recta BSD, erit quidem angulus PSA graduum 66. $31\frac{1}{2}$; angulus vero PSC graduum 113. $28\frac{1}{2}$; uterque vero angulorum PSB, PSD erit rectus. Itaque quoniam axis Telluris in suis circa Solem revolutionibus manet sibi ipsi semper parallelus, siquidem centrum Telluris constituitur in loco A, angulus PAS, quem axis Telluris constituit cum recta jungente centra Solis, atq; Telluris erit graduum 113. $28\frac{1}{2}$. Si vero sit in loco opposito C, idem angulus erit graduum 66. $31\frac{1}{2}$. Quod si vero sit in quadraturis B & D tam angulus PBS, quam angulus PDS, quos angulos axis Telluris constituit cum recta jungente centra Solis, & Telluris erit rectus.

425. Sed ponamus primo Telluris centrum constitui in loco A, quo in loco, uti vidimus, angulus PAS est graduum 113. $28\frac{1}{2}$; itaque arcus meridiani Terrestris PEX, qui metitur angulum PAS, erit etiam graduum 113. $28\frac{1}{2}$. At veroposito quod EQ referat æquatorem Terrestrum, arcus PE est graduum 90: quare reliquus arcus EX erit graduum 23. $28\frac{1}{2}$. Unde si P referat polum Telluris boreum, & p polum australem, punctum X pertinebit ad tropicum Capricorni, quem idcirco Sol videbitur ea die motu diurno ab ortu in occasum peragere. Ex quo duo consequuntur; *primum* Tellurem existentem in A versari sub initio *Cancris*: aliter enim Sol minime adpareret in principio *Capricorni*; *alterum* nobis Telluris hemisphærium boreale incolentibus eo tempore solstitium hiernum contingere.

426. Intelligatur nunc in Tellure circulus maximus KL ad cuius planum radius SA conjungens centra Solis & Telluris normaliter intittat. Dirimet circulus iste partem Telluris Soli obversam à parte, quæ Soli aversa est; sive etiam partem illuminatam ab obscura. Itaque unusquisque locus Telluris quamdiu versabitur in parte illuminata diem habebit; quamdiu autem versabitur in parte obscura habebit noctem. Et quoniam prædictus circulus transit citra polum Telluris boreum respectu Solis & ultra polum australem respectu ejusdem Solis, sequitur eo tempore in hemisphærio boreali dies noctibus esse breviores, in opposito autem hemisphærio dies vicissim noctibus esse longiores. At in locis constitutis sub æquatore Terrestri EQ dies noctibus æquales erunt; quippe qui is æqualiter dividitur à supradicto circulo maximo KL.

427. Sed illud etiam liquet loca omnia Telluris, quæ parallelo KM & polo boreo P continentur, perpetuam noctem habere, loca vero, quæ parallelo opposito LN & polo p continentur, Solem tota illa die videre: nam lumen Solis, quum Tellus versatur in loco A, tangit loca K & L. Et quoniam puncta K, & L distant à polis P & p per gradus $23.28\frac{1}{4}$; sunt enim arcus KX, LX graduum 90; paralleli KM, LN referent circulos polares, ille quidem circulum polarem arcticum, hic autem circulum polarem antarcticum.

428. Ponamus secundo Telluris centrum constitui in loco opposito C, nempe sub principio *Capicorni*, in quo loco angulus PCS est graduum $66.31\frac{1}{2}$. Itaque arcus meridiani Terrestris Pr, qui metitur angulum PCS erit etiam gradum $66.31\frac{1}{2}$. At vero posito quod EQ referat æquatorem arcus PQ est graduum 90: quare reliquus arcus rQ erit graduum $23.28\frac{1}{4}$. Unde punctum r pertinebit ad tropicum *Canceri*, quem idcirco Sol videbitur motu diurno ab ortu in occasum peragrarè; ex quo sequitur nobis boreale Telluris hemisphærium incolentibus solstitium æstivum tunc contingere.

429. Intelligatur similiter in Tellure circulus maximus KL, ad cuius planum radius SC conjungens cen-

tra

tra Solis & Telluris perpendiculariter insitat. Separabit circulus iste partem Telluris Soli obversam à parte illa, quæ est averfa à Sole, hoc est secernet partem illuminatam ab obscura. Itaque unusquisque locus quando versabitur in parte illuminata habebit diem; quando vero versabitur in parte obscura habebit noctem. Et quoniam prædictus circulus, qui *illuminationis circulus* recte appellari potest, transit ultra polum borealem respectu Solis & citra polum australem respectu ejusdem Solis, sequitur eo tempore in hemisphærio quidem boreali dies noctibus esse longiores, at vero contrarium contingere in hemisphærio australi: estque hic quoque advertendum in locis sub æquatore Terrestri constitutis æquinoctium adhuc celebrari: æquator enim bifariam ab illuminationis circulo dividitur.

430. Sed illud etiam liquet loca omnia Telluris, quæ parallelo KM, & polo boreo P continentur, perpetuam diem habere, loca vero, quæ parallelo opposito LN & altero Telluris polo *p* comprehenduntur, perpetuam noctem habere: etenim lumen Solis, quum Tellus versatur in loco C, tangit loca K, & L. Et quoniam puncta ista K, & L distant à polis per gradus $23. 28\frac{1}{2}$, arcus enim Kr, Lr sunt graduum 90, paralleli KM, LN referent circulos polares, KM quidem circulum polarem arcticum, LN vero circulum polarem antarcticum.

431. Denique ponamus centrum Telluris versari in loco B, aut etiam in opposito loco D, quibus in locis angulus, quem axis Telluris comprehendit cum linea jungente centra Solis atque Telluris est graduum 90. In hac hypothese radius SB, aut etiam SD connectens centra Solis & Telluris transibit per æquatorem Terrestrem. Itaque Sol ea tempestate æquatorem in Cælo describere videbitur ab ortu in occalum, atque adeo sive Tellus existat in B, sive existat in D semper celebrabitur æquinoctium. Et quoniam angulus ASB est rectus, initium *Libra* erit in puncto B, initium vero *Arietis* erit in puncto D: unde Tellure posita in B celebrabitur æquinoctium vernum; Sol enim referetur ad principium *Arietis*; Tellure vero posita in D celebra-

bitur æquinoctium autumnale: nam Sol referetur ad principium *Libræ*.

422. Facile autem ostendetur utroque tempore ubique Terrarum æquinoctium contingere. Nam si in Tellure intelligatur circulus maximus, ad quem radius SB, vel SD normaliter insitit, quoniam axis Telluris Pp est perpendicularis ad eundem radium, transibit circulus ille per axem Pp, atque adeo per polos P, & p. Itaque omnes paralleli Terreſtres bifariam ab ipso dividuntur. Quapropter quum circulus iste distinguat partem Telluris Soli obversam à parte à Sole averſa, necesse est unumquemque locum Telluris eo tempore per duodecim horas Soli obverſum eſſe, per alias vero duodecim à Sole eſſe averſum.

423. Ex ſupradictis facile erit intelligere quid Telluri accidere debeat, quum ipſa conſtituitur in loco aliquo intermedio E: dueto enim radio SE, erit quidem angulus PSE minor gradibus 90, at vero major gradibus 66. $31\frac{1}{2}$: itaque angulus PES, qui ſupplementum eſt anguli PSE, minor quidem erit gradibus $113.28\frac{1}{2}$, ſed major gradibus 90: ex quo ſequitur radium SE occurrere Telluri in parallelo aliquo eorum, qui conſtituuntur inter tropicum *Capricorni* & æquatorem. Quapropter Sol à tropico *Capricorni* verſus æquatorem redire videbitur. Neque vero difficile erit ex data Telluris ab initio *Canceri* diſtantia, ſive, quod eodem redit, ex data Solis à *Capricorno* diſtantia invenire parallelum, quem Sol adparenter ab ortu in occaſum in Cœlo deſcribit. Etenim ex datis angulo PSA graduum 66. $31\frac{1}{2}$, & angulo ESA, invenietur angulus PSE, ſive etiam SEP, cujus complementum dabit declinationem paralleli quæſitam, cui æqualis eſt declinatio Solis. Quod ſi ex data Solis declinatione quæſatur longitudo Telluris, id quidem fiet invertendo calculum nunc expoſitum.

424. Summa autem totius huius doctrinæ hæc eſt. Statuit *Copernicus* ut axis, circa quem revolvitur Tellus circa ſe ipſam unius diei ſpatio non inſiſtat perpendiculariter ad planum Eclipticæ, ſed ita ſit ad idem planum obliquus ut ex parte una conſtituat angulum gra-

graduum $113. 28\frac{1}{2}$ ex altera angulum graduum 66. $31\frac{1}{2}$; idque ea ratione effecit, ut dierum noctiumque vices varias explicaret. Etenim si axis Telluris normaliter insisteret ad planum Eclipticæ facile intelligitur futurum, ut in singulis revolutionibus diurnis singula loca Terrestria duodecim horarum spatio Soli sint obversa, perque horas totidem sint à Sole averfa: adeoque in ea hypothefi ubique Terrarum æquinoctium perpetuum contingeret. Itaque quum constet in locis extra æquatorem constitutis dies noctibus numquam æquales esse nisi in diebus æquinoctialibus, manifestum inde fit axem revolutionis Terrestris obliquum esse ad Eclipticæ planum. Sic enim in locis sub æquatore politis æquinoctium perpetuum celebrabitur, in cæteris autem locis modo dies superabunt noctes, modo autem noctes dies excedent.

435. At unde fit ut inæqualitas ista dierum noctiumque sensim toto anno mutetur? Quum enim *Copernicus* posuerit inclinationem axeos Telluris ad planum eclipticæ semper manere graduum 66. $31\frac{1}{2}$, videtur id prorsus esse impossibile. Plane si Tellus in eodem Cæli loco semper consisteret, loca extra æquatorem constituta experirentur quidem inæqualitatem dierum noctiumque, sed ea inæqualitas esset constans atque immutabilis. Nunc vero quoniam Tellus motu annuo fertur circa Solem, inde fit ut ea modo in uno eclipticæ loco modo in alio versetur; adeoque axis Telluris, quamquam semper æqualiter inclinetur ad planum eclipticæ, tamen nunc magis annuet versus Solem nunc minus: ex quo illud fieri necesse est, ut quemadmodum Tellus de uno eclipticæ loco in alium migrat, ita inæqualitas dierum noctiumque sensim mutetur.

436. Cæterum si verum est, quemadmodum magnam veri speciem habere diximus, obliquitatem eclipticæ paulatim decrescere, falsum utique erit inclinationem axeos Telluris ad planum eclipticæ immutatam permansere: etenim ex inclinatione illa oritur obliquitas Eclipticæ. Nam quemadmodum nunc temporis,

quia eclipticæ obliquitas est graduum 23. 28 $\frac{1}{2}$, inclinatio axeos esse debet graduum 66. 31 $\frac{1}{2}$; ita quando obliquitas eclipticæ fuit graduum 24, inclinatio axeos esse debuit graduum 66.

437. Videamus modo unde accidat quod dies Solares longiores sint diebus sidereis. Constituatur Tellus in puncto A (Fig. 53.), sitque Sol in S, atq; intelligatur per axem Telluris Pp & per rectam AS planū transire: istud ad Cælum usq; productum transibit per polos cœlestes. Itaque quo tempore locus Telluris per diurnam ipsius vertiginem attingit hoc planum, accidet eo in loco meridies; quod si in eodem plano transeunte per rectam AS & per polos Telluris constituatur etiam sidus M, incipiet eodem loci simul dies ejus sideris, & dies Solaris. Jam si Tellus maneat semper in A, neque alio motu agitur nisi rotationis circa axem, quo tempore desinet dies sidereus, desinet etiam & Solaris, eruntque adeo dies omnes tum Solares, quum sideri æquales inter se. Nunc vero quoniam Tellus interea ac revolvitur circa se ipsam movetur etiam ab occasu versus ortum, inde fit ut dies Solares longiores nonnihil sint diebus sidereis. Etenim ponamus in fine unius revolutionis Tellurem versari in loco E, per quod punctum intelligatur ducta recta Em parallela rectæ SA. Itaque planum transiens per rectas Em, Pp parallelum erit plano, quod transire supponebamus per radium SA & per axem Pp; etenim rectæ Em & SA, Pp & Pp parallelæ sunt inter se: unde idem planū transibit ad sensum per sidus M in immensità à Tellure distantia collocatum: adeoque loco Telluris ad planum istud adpellente desinet quidem dies sidereus, sed dies Solaris non item; qui ut absolvatur oportet locum pervenire ad planum transiens per rectam SE, & per axem Telluris Pp: quod quidem planum nonnihil orientalius est respectu loci Terrestris. Si autem consideretur neque motum Telluris ab occasu versus ortum æquabilem esse, neque axem Telluris normaliter insistere ad planum eclipticæ, facile etiam intelligitur quare dies Solares non sint omnes æquales inter se, sed quidam longiores sint, quidam vero breviores.

438. In:

438. Indagandum remanet unde accidat in hoc systemate ut stellæ fixæ, quæ revera immotæ sunt, videantur lentissime progredi versus ortum per totidem circulos eclipticæ parallellos. Id, uti diximus, oritur ex lentissimo quodam motu axis Telluris, qui *motus declinationis* adpellari potest. Sed prius notandum est planum transiens per axem Telluris sive Mundi SP & per axem eclipticæ SO occurrere eclipticæ in punctis solstitialibus A, & C; atque adeo circulum in Cælo ex isto plano effectum adpellari posse *Colurum solstiorum*. Notandum etiam est circulum, cujus planum transit per axem Eclipticæ SO, atque perpendicularare est ad planum Coluri solstiorum transire per puncta æquinoctialia B, & D, adpellarique idcirco posse *Colurum æquinoctiorum*. Quibus adnotatis facile intelligetur, quod si polus mundi P moveatur in Cælo, positio utriusque Coluri, nec non ipsa puncta æquinoctialia atque solstitialia, ad quæ longitudes stellarum referunt Astronomi, continuam mutationem patiantur: qua ratione stellæ fixæ revera poterunt immobiles manere, quamvis videantur à punctis æquinoctialibus continuo recedere.

439. Quod ut clarius intelligatur concipiamus in sphaerica Cæli superficie ex polo eclipticæ B ad interval-
 lum poli mundani P graduum $23.28\frac{1}{2}$ descriptum esse circulum minorem ipsi eclipticæ parallelum. Jam si ex Sole S ad quodvis circumferentiæ hujus circuli punctum recta linea ducatur, ejus inclinatio ad eclipticæ planum manebit semper graduum $66.31\frac{1}{2}$: etenim unumquodque punctum ejusdem circumferentiæ abest à polo eclipticæ gradibus $23.28\frac{1}{2}$. Per hanc circumferentiam intelligendum est polum mundanum moveri non jam in consequentia, sed potius in antecedentia signorum motu lentissimo, ita ut singulis annis polus regrediatur per scrupula secunda 51 & interea axem Telluris manere semper parallelum rectæ lineæ jungenti centrum Solis cum polo cælesti. In hac hypothesi plura contingent. Primo enim axis Telluris declinabit nonnihil à suo parallelismo annuo, absque eo quod mutet inclinatio-
 nem

nem ad planum eclipticæ. *Secundo* idem Telluris axis ad Cælum usque productus describet in Firmamento ab ortu versus occasum motu lentissimo circulum eclipticæ parallelum circa polum ipsius Eclipticæ. *Tertio* puncta solstitialia, atque adeo æquinoctialia regredientur versus occasum quotannis per minuta secunda 51. Et *quarto* denique stellæ fixæ, quæ revera immobiles sunt, videbuntur progredi versus ortum etiam per 51 secunda, non quod ipsa revera ire pergant versus plagam illam, sed potius quia puncta æquinoctialia à stellis fixis recedunt versum occasum. Sed adnotandum est motum istum adparentem stellarum fixarum peragi debere per totidem circulos eclipticæ parallelos. Etenim quum polum eclipticæ maneat immotus, & immotæ etiam maneant stellæ fixæ, distantia ipsarum ab ecliptica, quas latitudines adpellari diximus, manebunt semper eadem atque immutatae.

S E C T I O T E R T I A.

De Calendario Romano.

440. **C**alendarium latina vox est, deducta nempe à Calendis, quo nomine *Latini* diem cuiusque mensis primum notant. Est autem Calendarium nihil aliud quam *mensium dierumque, ex quibus annus constat, item festorum, qua in anno celebrantur, coordinatio.* Nobis quum propositum sit de *Romano* Calendario hac Sectione verba habere, commodissimum videtur ab ejusdem brevi historiola exordiri, ut scilicet initia & progressus ipsius minime ignorentur.

CAPUT PRIMUM.

*Romani Calendarii origo & progressus
exponuntur.*

441. **R**omani Calendarii initia ad ipsum *Romulum* auctorem *Romanae gentis* sunt referenda. Traditur enim *Romulus* inter alias constabillendi Regni curas & illam sibi sumpsisse, ut annum speciali quadam ratione ordinaret inque certos menses distribueret. *Romuli* autem annus decem mensium numero finiebatur, quibus singulis tot dies attribuit, ut universi conficerent dies 304. Itaque quamquam ipse iusserit annum hieme desinente ac ineunte vere incipere, brevi tamen effectum ut frigus mensibus æstivis, calor autem hiemalibus mensibus proveniret.

442. Ab hoc incommodo ut *Romanum* Calendarium liberaret *Numa sanctissimus & consultissimus*, ut ea ferebant tempora, *Vir* duos anno adjunxit menses, quibus attribuit dies 51. Ex quo factum est ut *Romanus* annus ex eo tempore constaret diebus 355: deficiebat autem adhuc ab anno Solari dierum $365\frac{1}{4}$ diebus $10\frac{1}{4}$. Cui consequens erat, ut & bruma & reliquæ anni tempestates diebus totidem singulis annis promoverentur; sicque intra annos ex. gr. tres bruma non initio *Januarii*, sed initio *Februarii* fieret. Quod animadvertens *Numa* ad intercalationem confugit: & quia rudis erat illis temporibus Solaris motus notitia, credidit *Numa* quatuor annos Solares excedere totidem suæ Civitatis annos diebus 45, quum tamen solis diebus 41 superarent. Qua opinione motus constituit ut secundo quoquo anno intercalaretur mensis dierum 22, quarto mensis dierum 22, sexto mensis dierum 22, octavo mensis dierum 23, atque ita alternis deinceps.

443. Sed quoniam *Numa* erraverat in Solis vera periodo constituenda, atque secundum suam intercalationem quaterni dies plus justo ad Calendarium singulis qua-

quatrienniis accedebant, brevi hinc effectum ut initium brumæ regrederetur, atque post exactos annos 30 non jam principio *Januarii*, sed initio *Decembris* contingeret. Quod quum posterius animadvertissent intercalationem *Numa* emendare conati sunt. Videntes autem *Numam* singulis octo annis 90 dierum intercalationem præcepisse, quum tamen solorum dierum 82 constituenta fuisset, ita emendarunt intercalationem, ut primo octennio interfererentur dies 90, secundo octennio etiam dies 90, at tertio octennio interfererentur soli dies 66, ad tollendos nempe redundantes dies 24.

444. Mansit hæc *Calendarii Romani* forma ad tempora *Julii Caesaris*, qui non postremum in corrigendo *Calendario* curam adhibuit, idque potissimum curavit ut immanes intercalationes in posterum tollerentur. Summa reformationis hæc fuit. Quum adhibitis in consilium Astronomis deprehendisset annum esse dierum 365, & horarum 6, constituit ut annus Romanus esset tantum dierum 365, neglectis tantisper horis sex: etenim ex usu civili non erat illarum sex horarum rationem quotannis habere. Sed quia earumdem horarum neglectus longo post tempore movebat tempestates de sedibus suis, ne id contingeret præcepit, ut quovis quarto anno colligerentur horæ sex prætermissæ, atque ex ipsis quater repetitis conficeret dies unus, isque per intercalationem tribueretur mensi *Februario*. Itaque *Julianus* annus duplex erat communis, & bissextilis. Communis continebat dies 365 neglectis horis sex; qui distributi erant in duodecim menses hoc ordine. *Januarius* habebat dies 31. *Februarius* 28. *Martius* 31. *Aprilis* 30. *Majus* 31. *Junius* 30. *Julius* 31. *Augustus* 31. *September* 30. *October* 31. *November* 30. & *December* 31. quorum omnium summa constituebat dies 365. Bissextilis vero, qui quarto quoque anno redibat, continebat dies 366 addita die una, quæ constabatur ex horis sex quater repetitis; qui dies 366 distribuebantur eodem ordine in menses 12, nisi quod *Februario* mensi in anno bissextili contigebant dies 29.

445. Hæc anni forma penes omnes gentes politiores obti-

obtinet jam inde à *Cæsare dictatore* usque ad annum 1582, quo anno à *Gregorio XIII. Pontifice Romano* reformatum est *Calendarium Romanum*. Reformationis causa fuit nimia quantitas anni *Juliani*, ob quam factum est ut æquinoctia & solstitia sensim regrederentur. Etenim quum annus Solaris esset dierum 365 horarum 5 & minutorum $49\frac{1}{4}$, *Cæsar* ipsum effecerat dierum 365 horarumq; 6 excessu annuo minutorum $10\frac{4}{5}$: ex quo fiebat ut æquinoctia & solstitia quotannis totidem minutis regrederentur respectu anni *Juliani*, in annis vero 133 regressus ille esset integræ diei fere; atque in annis 400 dierum trium. Itaque quum ab anno *Christi* 325, quo *Concilium Nicanum* celebratum fuit, ad annum 1582, quo *Pontifex Romanus* *Calendarium* reformavit effluxissent anni 1257, sequitur regressum æquinoctiorum interea temporis factum fuisse dierum circiter 10.

446. Hinc quum *Concilii Nicani* temporibus æquinoctium vernum contingeret circiter ad diem 21 Martii anno 1582 deprehensum est idem æquinoctium contingere ad diem 11 Martii. Quapropter quum *Gregorius* cuperet tempestates ad pristinas sedes revocare, cavuit ut mense *Octobri* ejusdem anni 1582 supprimerentur supradicti dies 10, atque dies quinta *Octobris* haberetur pro decinaquinta ejusdem mensis; ex quo postea accidit ut qui alias futurus erat in anno sequenti dies 11 Martii is evaderet dies 21 Martii, eodemque die contingeret æquinoctium vernum, sicut fiebat tempore *Concilii Nicani*.

447. Hac ratione *Gregorius* regressum æquinoctiorum à *Concilii Nicani* temporibus ad usque tempora sua factum emendavit. Sed curandum etiam fuit ne deinceps iterum æquinoctia regrederetur, quod procul dubio accidere oportebat eadem manente anni *Juliani* quantitate. Itaque ut aliquam etiam huic rei medicinam faceret, cavuit ut singulis annis 133 eximeretur dies unus de *Calendario*, sive quod eodem redit singulis annis 400 eximerentur dies tres: id quod sequenti ratione fieri jussit. In hac *Christi Aera*, quam nos *Christiani* in computo

puto annorum adhibemus, primus annus fuit communis, secundus etiam communis, tertius pariter communis, at quartus fuit bissextilis. Itaque in eadem *Aera* bissextiles sint oportet omnes anni, quos exacte metitur numerus 4. Quapropter in eadem *Aera* omnes anni centesimi necessario esse debent bissextiles; etenim numerus 4 exacte metitur omnes annos centesimos. Ut eximerentur ergo dies tres singulis annis 400 de Calendario iussit *Romanus Pontifex* centesimum quainq; *Aera Christiana* annum esse communem, quum tamen secundum *Julium* bissextilem esse deberet; at quartum quemque centesimum bissextilem esse; ita enim in annis 400 demebantur in totum dies tres. Qua ratione annus 1700, qui in *Juliano* Calendario erat bissextilis, in *Gregoriana* fuit communis; annus 1800 manebit etiam communis; annus 1900 erit pariter communis; sed annus 2000 erit bissextilis.

448. Nova hæc anni forma non ubique obtinet, sed tantum apud *Catholicos*, & paucos *Hæreticos*. *Angli* enim, & quamplurimi *Protestantes* adhuc *Julianum* Calendarium retinent, non quod *Gregoriana* correctionis necessitatem non agnoverint, sed potius ne *Pontificis Romani* auctoritatem revereri viderentur. Hinc factum ut post *Gregorii* tempora duplex in *Europa* Calendarium, duplexque stylus *novus* nempe, & *vetus* cœperit celebrari: stylus *vetus* est *Julianus*: *novus* est *Gregorianus*. Qui veterem stylum sectantur ab iis, qui novum stylum amplexi sunt, usque ad annum 1700 diebus 10 dissidebant, adeo ut qui dies in Calendario *Juliano* dicebatur ex. gr. 10 *Januarii* in *Gregoriano* erat vigesimus ejusdem mensis. Post annum 1700 dissidium cœpit esse dierum 11: nam stylo veteri annus 1700 fuit bissextilis, stylo novo fuit communis; post annum 1800 dissidium erit, propter eandem causam, dierum 12; post annum 1900 dierum 13, quod manebit usque ad annum 2000; nam annus 2000 secundum utrumque stylum erit bissextilis.

CA.

CAPUT SECUNDUM.

De Cyclo Solari, ejusque usu.

449. **Q**uam singulae septimanae complectantur dies septem, sequitur annus *Julianum* communem, qui constat diebus 365, continere septimanas 52 & unum adhuc diem, bissextilem vero septimanas 52 & duos adhuc dies. Septimanarum igitur & anni *Juliani* revolutiones uno die inter se differunt quando annus est communis, & duobus diebus quum annus est bissextilis.

450. Et quidem si praeter septimanas 52 nullus in anno dies superesset, omnes anni ab eodem septimanae die semper inciperent, inque eundem septimanae diem perpetuo desinerent, necnon unusquisque dies mensis in determinatum statum; hebdomadae diem semper caderet. Nunc vero quum praeter hebdomadas 52 supersint in annis quandoque dies unus, quandoque vero dies duo, inde fit ut supradictus ordo turbetur, Finge enim omnes annos esse communes, & finge etiam primum annum incipere à die Solis, qui est dies Dominicus. Jam sequens annus incipiet à die Lunae; tertius à die Martis; quartus à die Mercurii; quintus à die Jovis; sextus à die Veneris; & septimus denique à die Saturni; quae septem annorum periodo exacta rursus annus incipiet à die Solis. Cujus rei ratio est, quod existente anno communi dierum 365 à quo die is incipit, in eundem delinit, sic ut sequentis anni principium in diem sequentem incidat.

451. Jam singulis septimanae diebus adponitur in Calendario aliqua ex septem litteris A, B, C, D, E, F, G ea tamen lege ut primus dies mensis *Januarii* semper habeat litteram A, secundus B, tertius C, quartus D, quintus E, sextus F, septimus G, & inde rursus incipiendo octavo iterum affigatur A, nono B, decimo C, atque ita deinceps. Itaque quemadmodum in annis
com-

communibus ultimus anni dies est idem cum primo die anni, ita necesse est ut idem ultimus dies habeat adscriptam litteram A; hæc enim littera adscribitur etiam initio anni. Retenta ergo eadem hypotheli quod omnes anni sint communes, quodque primus annus incœperit à die Solis, littera A in eodem primo anno designabit perpetuo Dominicam, B diem Lunæ, C diem Martis, D diem Mercurii, atque ita deinceps. At vero in secundo anno dies Dominicus designabitur per G, in tertio per F, in quarto per E, in quinto per D, in sexto per C, atque in septimo per B; in octavo autem rursus per A. Etenim quum ostensum sit secundum annum incipere à die Lunæ, tertium à die Martis, quartum à die Mercurii, &c. quando primus annus incœpit à die Solis, facile intelligitur quod quemadmodum A in primo anno designabat diem Solis, ita eadem littera A in anno secundo designet diem Lunæ, in tertio diem Martis, in quarto diem Mercurii, &c. Qua ratione litteræ dominicales ordine semper retrogrado pergent ire in Calendario per G, F, E, D, C, B, A supponendo tamen quod anni omnes sint communes dierum 365.

452. Verum quoniam quartus quilibet annus non est communis sed bissextilis, in quo ultra septimanas 52 supersunt dies duo, si annus ille incipiat à die Dominico, is haud quidem desinet in diem Dominicum, sed potius terminabitur in diem Lunæ; & proximus post hunc bissextilem annus à die Martis incipiet, cui quum adscribatur littera A, sequitur dominicalem ejusdem anni litteram fore F, quum tamen præcedentis anni littera Dominicalis fuerit A; atque ita per annos bissextiles, qui singulis quatuor annis redeunt, interrumpitur litterarum Dominicalium ordo, isque non recurrit nisi post absolutos annos 28.

453. Hinc oritur cyclus ille annorum 28, qui *Solaris* dicitur, quo completo redeunt anni dies ad eosdem dies septimanæ. In hoc cyclo singuli anni bissextiles duas obtinent litteras dominicales, quarum prima usque ad diem vigesimumquartum *Februarii*, aut vigesimumquintum intercalarem ejusdem mensis inservit, altera per reli-

reliquum omne anni tempus Dominicas indicat . Nam in anno biffextili Februarii dies 24 , & 25 pro eodem die habentur , & uterque eadem littera F insignitur . Finge ex. gr. litteram dominicalem initio alicujus anni biffextilis esse E , five, quod eodem redit , finge annum aliquem biffextilem incœpisse à die Mercurii : vigesimus quartus Februarii dies, qui adscriptam habet litteram F , in diem Lunæ cadet , & vigesimus quintus in diem Martis , cui etiam adposita est littera F : unde sequens littera G, quæ antea diem Martis indicabat, nunc in die Mercurii occuret. Itaque quum in Dominica proxima adscripta sit littera D, sequitur litteram istam per reliquum anni tempus dominicalem evadere.

454. In cyclo autem Solari primus annus est biffextilis, cui respondent litteræ dominicales G,F; secundus annus est communis, qui habet litteram dominicalem E ; tertius etiam communis habens D per littera dominicali ; quartus pariter communis cujus dominicalis littera est C; quintus biffextilis, cujus binæ idcirco sunt litteræ dominicales B,A, atque ita deinceps:quemadmodum videre est in laterculo sequenti:

1	GF	11	A	20	D
2	E	12	G	21	CB
3	D	13	FE	22	A
4	C	14	D	23	G
5	BA	15	C	24	F
6	G	16	B	25	ED
7	F	17	AG	26	C
8	E	18	F	27	B
9	DC	19	E	28	A
10	B				

quapropter cognito anno cycli Solaris illico duo nobis evadent comperta . *Primum* num annus datus sit communis an biffextilis ; & *secundum* , quæ sit dominicalis littera ejusdem anni : qua inventa statim totius anni Dominicæ cognoscantur.

455. Annum autem cycli Solaris facile inveniemus, modo advertamus ab initio cycli Solaris ad *Christi* annum primum novem annos effluxisse . Itaque si datus

annus sit post vulgarem *Christi Epocham*, oportet ipsi addere 9, & summam inde constatam dividere per numerum 28: si enim nihil super sit ex divisione, indicio id erit annum datum esse annum vigesimū octavum cycli; quod si vero aliquid reliquum sit, eo casu numerus à partitione residuus indicabit annum cycli Solaris, atque in canone cycli ostendet non modo utrum annus datus sit communis, an vero bissextilis, verum etiam quam ipse habeat litteram dominicalem. Ex. gr. si inveniendus sit cyclus Solaris hujus anni labentis 1738, addatur ei numerus 9, & summa 1747 dividatur per 28, residuum 15 indicabit hunc annum & esse undecimum cycli Solaris, & esse secundum ab intercalari, ejusque litteram dominicalem esse A, stylo tamen veteri.

456. Dixi autem stylo veteri: nam stylo novo est quidem hic annus labens secundus ab intercalari, sed dominicalis littera haud quidem est A, sed E, idque propter dissidium 11 dierum, quod nunc temporis intercedit inter stylum novum & veterem. Quapropter supradicta regula pro invenienda littera dominicali obtinet in Calendario *Juliano*, non vero in *Gregoriano*. Interim inventa littera dominicali in Calendario *Juliano* facile erit dominicalem *Gregoriani* ex ipsa colligere. Litteris enim A, B, C, D, E, F, G ordine dispositis, numerentur retro à littera dominicali anni *Juliani* undecim litteræ; ea enim, in quam desinit numeratio, erit dominicalis in anno *Gregoriano*. Hac ratione dominicalis littera hujus anni stylo *Juliano* est, uti vidimus, A: itaque numerando ab A retro undecim litteras, quia numeratio desinit in E, erit E littera dominicalis hujus anni stylo *Gregoriano*. Id quod etiam inveniatur si numeratio non producatul ultra numerum 4, abjiciendo nempe numerum septenarium de numero 11.

457. Idem faciendum erit si annus propositus fuerit bissextilis, nisi quod quum hujusmodi anni duas habeant litteras dominicales, præter eam litteram, in quam desinit numeratio, sumenda est etiam littera præcedens. Proponatur ex. gr. invenienda littera dominicalis, quæ obtinuit anno bissextili jam exacto 1732. Addatur huic annu

anno numerus 9, & summa inde conflata 1741 dividatur per 28: residuum 5 indicabit cycli Solis pro anno 1732. Cyclus autem Solaris sic inventus arguit annum illum fuisse bissextilem, & litteras Dominicales ejus stylo veteri fuisse B & A. Jam ad inveniendas litteras dominicales ejusdem anni stylo *Gregoriano* numerentur retro à B undecim, aut etiam quatuor litteræ: & quia numeratio desinit in F, sequitur litteram F cum antecedenti E fuisse dominicales anni bissextilis 1732.

458. Cæterum hæc regula obtinet toto hoc sæculo; nam sæcula sequenti, in quo dissidium inter veterem styllum & novum excrecet ad dies 12, instituenda erit numeratio usq; ad 12, aut etiam usque ad 5, abjecto nempe numero 7; in tertio autem ab hoc sæculo numeratio producenda erit usq; ad 13, aut etiam usque ad 6, atque ita deinceps. Quod si vero invenienda proponatur littera dominicalis pertinenens ad aliquem exacti sæculi annum, numeratio non ultra numerum 10 erit producenda; nam eo tempore dissidium, uti diximus, erat 10 dierum. Denique si annus propolitus correctionem *Gregorianam* præcedat, tunc nulla proorsus instituenda erit numeratio; neque enim adhuc incøperat differentia inter styllum novum & veterem.

459. Inventa littera dominicali, facile erit definire feriam dato anni diei respondentem. Inveniendum e.g. sit, dies 30 Octobris hujus anni currentis 1738 quæta futura sit hebdomadis feria. Inveniatur primum littera dominicalis hujus anni, quæ est E: & quoniam in Calendario dies 30 Octobris adscriptam habet litteram B, sequitur hunc diem cadere in diem Jovis, atque adeo in feriam quintam. Rursus inveniendum sit in quam feriam inciderit dies 5 Octobris anni 1582, quo die publicata fuit correctio *Gregoriana*. Littera dominicalis illius anni fuit G. Itaque quia dies quinta Octobris adscriptam habet litteram E, sequitur diem illum incidisse in diem Veneris, atque adeo fuisse feriam sextam.

CAPUT TERTIUM.

*De tempore Paschatis celebrandi inveniendū;
ubi de Cyclo Lunari, seu de numero aureo.*

460. **P**Ræter festa stabilia certis quibusdam anni diebus adfixa sunt alii dies festi mutabiles, qui nempe diversis annis diversis anni diebus contingunt, quique idcirco non ex Solis motu, sed ex motu Lunæ dependent. Priora quum in determinatos mensium dies cadant nihil mutant præter feriam hebdomadæ, idque spatio annorum 28. Posteriora vicissim feriam non mutant, sed tamen nunc in quosdam anni dies, nunc in alios incidunt.

461. Jam inventio feriarum, quæ festis stabilibus correspondent, nullam difficultatem involvet postquam cycli Solaris ratio intellecta est. Itaque exponendum superest, quomodo inveniri possint tempora festorum mobilium. Inter hujusmodi festos dies primum locum obtinet Pascha: ex ipso enim cæteri nullo negotio colliguntur, quemadmodum omnibus constat. Tempus autem Paschatis celebrandi definitum fuit à *Concilio Nicæano*, quod initio sæculi quarti coram *Constantino Magna Imperatore* habitum fuit sequenti Canone: *Ut Pascha celebraretur Dominica prima post plenilunium, quod post æquinotium vernale contingeret*; ita tamen ut si dies plenilunii esset dominicus, Pascha in eo die minime celebraretur, sed differretur in diem dominicum proxime insequentem; idque tum ut *Christiani* in Paschatis celebratione recederent à *Judaïs*, quorum Pascha cadebat semper in diem plenilunii, tum etiam quia constabat Dominum die dominico post Pascha *Judeorum* à mortuis surrexisse.

462. Secundum hoc autem *Concilii Nicæni* statutum ut tempus Paschatis celebrandi possit definiri plura prænotanda sunt. *Primo* enim sciendum est quo tempo-

re Sol primum Arietis gradum attingat; sive, quod eodem redit, in qua die cadat æquinoctium vernale. Tum sciendum est quando contingat conjunctio illa Lunarum, cujus plenilunium incidit vel in ipsam diem æquinoctii, vel in diem aliquam sequentem. Denique cognoscendum est in quam diem cadat prima Dominica, quæ excipit plenilunium istud. Nam his non ignoratis tempus celebrandi Paschatis non ignorabitur.

463. Et quidem sedes æquinoctii statuta fuit ab ipso Concilio Nicæno in die 21 mensis Martii: & quamquam ob nimiam anni *Juliani* quantitatem factū fuerit ut sæculo XVI æquinoctium contingeret ad diem 11 Martii; tamen post Gregorianam correctionem non modo æquinoctia restituta sunt ad sedem pristinam, verum etiam effectum ut de sede illa numquam discederent.

464. Tempore æquinoctii ita constituto, facile erit limites constituere, ultra quos Paschatis festum evagari non possit. Primo enim quum æquinoctium contingat ad diem 21 Martii, facile intelligitur Pascha non citius die 22 Martii contingere posse: quod quidem ut fiat duo requiruntur: *primum* ut plenilunium contingat in ipsa die æquinoctii: *alterum* ut dies æquinoctii sit dies Saturni, ut nempe dies 22 Martii in diem dominicum cadat.

465. Et quidem ut plenilunium contingat in ipsa die æquinoctii, opus est novilunium contigisse ad diem septimam Martii; nam à die septima Martii ad vigesimam primam ejusdem Martii dies numerantur 14, qui requiruntur ut Luna à conjunctione ad oppositionem procedat. Ut autem dies vigesima secunda Martii cadere possit in diem dominicum, oportet dominicalem litteram esse D; nam littera ista adscribitur diei 22 Martii. Quapropter si contingat aliquo anno ut Luna Soli jungatur ad diem septimam Martii, atque eo anno sit etiam D littera dominicalis, procul dubio Pascha celebrabitur in die 22 Martii.

466. Quemadmodum autem Pascha non citius die 22 Martii celebrari potest, ita non serius celebrabitur die 25 Aprilis. Finge enim plenilunium contigere ad

diem 20 Martii: jam expectandum erit sequens plenilunium pro Paschatis celebratione; quod quum contingat ad diem 18 Aprilis, si quidem accadat ut dies 18 Aprilis sit dominicus, Pascha in sequentem Dominicam erit differendum, atque adeo celebrabitur in die 25 Aprilis. Et quoniam dies 25 Aprilis adscriptam habet litteram C, sequitur dominicalem ejus anni litteram C esse debere. Quapropter ut Pascha celebretur in die 25 Aprilis duo requiruntur. *Primum* ut plenilunium contingat ad diem 20 Martii, sive, quod eodem redit, ut novilunium contingat ad diem 6 Martii; *alterum* ut dominicalis littera ejus anni sit C.

467. Quod si vero novilunium neque ad diem sextam Martii, neque ad Martii septimam accadat, numquam fieri poterit ut Pascha celebretur in die 25 Aprilis, aut 22 Martii, sed celebrabitur in die aliqua, quæ media erit inter supradictos limites: Ut autem dies ista inveniri possit explicandus ante omnia est cyclus Lunaris sive *Metonicus*, ab ipsius inventore *Metone* nomen ducens.

468. Est autem cyclus *Metonicus* periodus undeviginta annorum, quibus absolutis novilunia & plenilunia media ad eisdem mensium dies redeunt; adeo ut quibuscumque diebus novilunia & plenilunia hoc anno contingunt, novemdecim ab hinc annis in eisdem dies incidant: & ut existimarunt *Meton*, atque primi Patres Ecclesiæ in easdem dierum partes, scilicet horas & minuta, quod tamen falsum est. Nam annis 19 vertentibus non fit præcisa peræquatio motuum utriusque sideris, neque Luna in eodem diei tempore Soli conjungitur, sed hora 1.27.32 $\frac{1}{2}$ antevertit pristinam epocham: quod discrimen diu neglectum à Calendarii artificibus paulatim maximam labem in noviluniorum pleniluniorumque calculos iniecit. Anno enim 1582, quo facti emendati sunt à *Gregorio XIII*, antecessio Lunaris depressa est quadridui circiter: nam quum singulis undeviginta annis conjunctiones oppositionesque antevertant hora 1.27.32 $\frac{1}{2}$, sequitur post exactas sexdecim periodos annorum XIX cum dimidia conjunctiones, atque

que oppositiones antevertere per integram diem. Et quoniam numerus 19 ductus in $16\frac{1}{2}$ producit annos $312\frac{1}{2}$, sequitur in annis $312\frac{1}{2}$ lizigias præcedere una die, atque adeo in annis 1257, qui elapsi erant à *Concilio Nicæno* ad *Gregorium*, anticipationem totam fuisse dierum quatuor.

469. Quum autem creditum esset in annis 19 vertentibus novilunia & plenilunia media redire ad easdem anni dies, atque in iis manere per plura sæcula, optima sane ratione factum ut cycli Lunaris numeri I. II. III. IV. &c. in Calendario disponerentur congruis locis, ut nempe singulis annis dies noviluniorum atque pleniluniorum uno intuitu cognoscerentur. Et quoniam ob commoditatem, atque excellentiam numeros istos aureis notis in Calendario designarunt, cœperunt deinceps iidemmet numeri *Aurei* adpellari. Dispositio autem numerorum hac ratione facta fuit. Adsumpserunt annum unum pro initio cycli, eique aureum numerum I tribuerunt; deinde observatis in singulis mensibus ejus anni diebus, in quibus novilunia contingerent, è regione eorum dierum adposuerunt notam auream I. Sequenti anno observatis similiter diebus noviluniorum, è regione eorum dierum adposuerunt notam auream II. Idem factum fuit tertio anno è regione dierum, quibus novilunia contingere observabant, & idem in aliis annis consequentibus usque ad annum XIX. Deinde enim quemadmodum redibant iidem cycli Lunaris numeri I. II. III. IV. &c. ita novilunia restituebantur pariter ad eosdem anni dies. Quia ratione invento cyclo Lunari ad datum annum pertinente uno intuitu ex Calendario eruebantur dies noviluniorum illius anni.

470. Sed, uti monui, restitutio ista noviluniorum non fiebat nisi intra trium sæculorum curriculum: tribus enim sæculis elapsis contingeant novilunia una die citius. Cui incommodo ut *Gregorius* occurreret ad epactam confugit quam nos paucis explicabimus. Sed primum omnium demonstrandum est, qua ratione inveniri possit numerus aureus dato anno respondens. Regula hæc est: annus datus atgeatur unitate una, dein-

de summa dividatur per numerum 19; nam quotiens indicabit cyclos Lunares integros jam exactos, residuum vero annum cycli vertentis. Ut ecce si quæraturs annus cycli Lunaris pro hoc vertente anno 1738, dividendus erit numerus 1739 per 19: & quoniam obtinetur quotiens 91 & residuum 10, sequitur exactos jam esse integros cyclos 91, annumque currentem esse decimum cycli 92 vertentis. Ille autem numerus 10 quandoque dicitur *Cyclus Lunaris*, quandoque vero *numerus aureus*.

471. Cæterum adlatæ regulæ demonstratio facillima est. Etenim institutio cycli Lunaris talis fuit, ut annus ante initium æræ *Christiana* esset primus annus cycli Lunaris. Itaque ut ad initium ejusdem cycli regrediamur, augendus est numerus annorum æræ *Christiana* unitate una. Et quoniam cyclus Lunaris est revolutio 19 annorum, idcirco regula præscribit ut numerus annorum auctus unitate una dividatur per 19.

472. A cyclo Lunari transeamus ad epactæ inventum, quæ originem habuit ex differentia anni Solaris ab anno Lunari; etenim Luna integrum Zodiacum duodecies pertransit in diebus 354, synodice tamen; hoc est in diebus 354 duodecies Soli conjungitur; quum tamen Sol describat Zodiacum in diebus $365\frac{1}{4}$. Itaque differentia anni Lunaris à Solari est dierum 11, qui sunt annui dies epactales, quique addi semper debent ad epactam anni præcedentis, ut habeatur epacta anni sequentis. Data ergo epacta unius anni epactæ annorum insequentium illico dabuntur; eæ enim inveniuntur per continuam additionem numeri 11. Epacta autem sunt dies Lunæ jam præteriti post novilunium ad calcem anni superioris celebratum. Ex. gr. si novilunium ultimum alicujus anni celebretur ad diem 14 Decembris, epacta in sequentis anni erunt dies 17, quibus addendo 11 fiet epacta anni sequentis dierum 28, quibus si rursus addatur 11 fiet epacta anni sequentis dierum 39, sive, abjectis diebus 30, dierum 9.

473. Ad investigandam autem epactam ad datum annum pertinentem usui erit hæc regula. Inveniatur numerus aureus dato anno respondens, & per ipsum uni-

unitate minutum multiplicetur numerus 11 ; productum autem multiplicationis (si superet numerum 30) dividatur per 30 : numerus enim à partitione residuus indicabit epactam . Cujus regulæ ratio est quod discrimen inter annum Solarem & Lunarem est dierum 11 . Ut si investigari debeat epacta hujus labentis anni 1738 , qui habet 10 pro numero aureo , multiplicandus erit 11 per 9 , nempe numerus dierum , quibus Lunaris annus deficit à Solari , per numerum aureum unitate diminutum ; productum autem 99 dividendum erit per 30 . Et quoniam residuum divisionis est 9 , sequitur epactam hujus labentis anni esse numerum 9 . Scilicet post peractum ultimum novilunium anni superioris 1737 effluxerunt quoque dies 9 Lunationis sequentis .

474. Atque ita etiam si investigari debeat epacta anni 1750 , cui respondebit numerus aureus 3 , multiplicandus erit 11 per 2 , scilicet per numerum aureum unitate diminutum ; productum 22 repræsentabit epactam : ipse enim , quoniam non excedit numerum 30 , amplius excutiendus non est . Præterea si investiganda sit epacta anni bissextilis 1732 jam præteriti , qui habuit 4 pro numero aureo , multiplicandus erit 11 per 3 , per numerum scilicet aureum unitate diminutum ; & quoniam productum 33 divisum per 30 relinquit 3 , sequitur epactam anni 1732 fuisse 3 . Denique si investiganda sit epacta anni 1748 , qui habebit 1 pro numero aureo , multiplicandus erit 11 per 0 , scilicet per numerum aureum 1 unitate diminutum : & quoniam productum multiplicationis est zero , sive nihil , sequitur epactam respondentem anno 1748 esse nihil ; hoc est ultimam Lunationem anni antecedentis 1746 absolutam iri ultima die Decembris .

475. Tradita ratione epactæ inveniendæ , veniamus modo ad id , quod erat præcipuum , scilicet ad tempus Paschatis celebrandi definiendum . Methodus hæc est : inveniatur primum omnium numerus aureus , eoque mediante epacta ad datum annum pertinens . Deinde epactæ beneficio inveniatur dies ille , in quem cadit primum plenilunium post æquinoctium vernale , quod
ad

ad diem 21 Martii contingit : eo enim invento ope dominicalis litteræ , quam ideo oportet præcognitam habere, facile invenietur dies Paschatis.

476. Sed advertendum est menses synodicos Lunares constitui alternis dierum 30, & 29 : etenim quum ab uno novilunio ad sequens novilunium effluent dies 29 & horæ 12 ferme ; atque adeo duo menses synodici contineant dies 59 , ne lingulis mensibus Lunaribus ratio habenda esset illarum 12 horarum , constitutum est, ut primus mensis Lunaris esset dierum 30, secundus dierum 29, tertius dierum 30, quartus dierum 29, atque ita alterius deinceps : hac enim ratione singuli bini menses Lunares constituunt dies 59.

477. Ut rem exemplis illustremus ponamus primo inveniendum esse Pascha hujus anni 1738. Addatur anno dato 1738 unitas , & summa 1739 inde conflata dividatur per 19: residuum 10 dabit numerum aureum hujus anni . Multiplicetur deinde 11 per 5 & productum 99 dividatur per 30; residuum quippe 9 indicabit epactam hujus ejusdem anni . Hac inventa comperiemus ultimam Lunationem superioris anni 1737 abolutam esse ad diem 21 *Januarii* hujus anni 1738. Lunationem sequentem ad diem 19 *Februarii*: sequentem ad diem 21 *Martii* : adeoque primum plenilunium post æquinoctium vernale contingere debuit ad diem 4 *Aprilis*, cui in Calendatio adscribitur littera C. Et quoniam dominicalis littera hujus anni est E , quæ occurrit primum in die sexta *Aprilis*, sequitur festum Paschatis anni hujus labentis 1738 in diem sextam *Aprilis* incidisse.

478. Investigandum sit secundo Pascha anni 1747: numerus 1748 dividatur per 19 , residuum 0 indicabit aureum numerum esse 19 : quo, unitate tamen minuto, multiplicato per 11, & producto 198 diviso per 30, habebitur residuum 18 , quod indicabit epactam . Itaque primum novilunium anni 1747 celebrabitur ad diem *Januarii* 12; secundum ad diem 10 *Februarii*. Tertium ad diem *Martii* 12. Quapropter primum plenilunium post æquinoctium vernale continget ad diem 26 *Martii*. Et quoniam dominicalis littera ejus anni erit A , quæ

occur-

INSTITUTIONUM LIB. II. 237

occurrit in ipsa die 26 *Martii*, sequitur plenilunium cadere in diem dominicum, adeoque festum Paschatis in diem dominicum sequentem, nempe in diem 2 Aprilis esse differendum.

479. Cæterum pro inveniendò numero aureo usui etiam erit hæc regula longe concinnior & expeditior. Ab anno dato (pone annum esse hunc labentem 1738), si superet 1500, deme numerum 1500, à residuo autem 238 aufer numerum 20 toties, quoties potes; deinde residuo numero 18 adde tot unitates, quot vicibus numerus 20 ablatus est de suprascripto residuo, scilicet 11: & habebis summam 29; à qua deme numerum 19 (si eo fortasse major sit): residuum enim 10 indicabit numerum aureum.

480. Quod si annus datus minor sit numero 1500 (pone ipsum esse 1725), deme vicissim annum datum 1725 de numero 1500 à residuo autem 175 aufer numerum 20 toties, quoties potes: deinde reliquo numero 15 adde tot unitates, quot vicibus numerus 20 subtractus est de numero 17, nempe 8, & habebis summam 23; hanc summam, si minor est numero 19, deme de ipso numero 19, si major, deme de 38, ut in hoc casu, & habebitur numerus 15 pro aureo numero.

CAPUT QUARTUM.

De Indictione Romana: ubi de Periodo Juliana & Victoriana.

481. **P**Ræter Solarem cyclum annorum 28 & Lunarem annorum 19, adest & alius cyclus, qui *indictio* passim appellatur, cujus origo non satis est comperta apud eruditos. Sunt enim qui *Julio Casari*, tum qui *Augusto*, sunt denique qui verius *Constantino Magni* inventum istud vindicent: nam ajunt *Constantinum* omnium primum suasisse *Christianis*, ut annos deinceps non per *Olimpiades*, ut tunc fiebat, sed per *indictiones* numerarent; quibus id fortasse nomen impositum, quod
fin.

singulis indiëtionibus elapsis tributum Principi pendetur; nam indiëtio idem valet atque tributum.

482. Jam indiëtio est revolutio 15 annorum ab 1 usque ad 15, quibus elapsis alia redit indiëtio, atque iidem anni 1. 2. 3. 4 usque ad 15, post quos tertia incipit indiëtio, atque ita deinceps: & ut constat ex *Dynisii exigui* computo ipsa ad *Christi* usque tempora retro deducta incipiebat tertio anno ante æram nostram *Christianam*; adeo ut si quis nunc velit annum indiëtionis dato anno respondentem invenire, debet ad annum datum addere semper 3, & summam inde conflata dividere per 15: qua ratione indiëtio pro hoc labente anno 1738 est 1.

483. Ex tribus jam expolitis cyclis enatæ sunt duæ celeberrimæ periodi *Victoriana* & *Juliana*. Periodus *Victoriana* continet annos 532, qui oriuntur multiplicando cyclum Solarem annorum 28 per Lunarem annorum 19. Periodus vero *Juliana* continet annos 7980, qui habentur multiplicando omnes tres cyclos inter se: qua ratione unaquæque periodus *Juliana Victorianam* periodum ter quinquies continet.

484. Ut à periodo *Juliana* incipiamus, sciendum est primum annum hujus periodi habere 1 pro cyclo Solari, 1 pro cyclo Lunari, & 1 pro anno indiëtionis. Itaque quemadmodum hac periodo incipiente omnes tres cycli simul initium ducunt, ita simul etiam absolvi debent exacta eadem periodo; neque fieri potest ut supradicti tres cycli simul absolvantur ante exactos omnes annos 7980. Nempe accidet interdum ut bini quique cycli in annis intermediis simul absolvantur, sed terni simul non nisi in ultimo periodi anno absolventur. Sic in anno 532 ab initio periodi cycli Solaris, atque Lunaris simul desinunt; sed tamen indiëtio illius anni est 7. Idem accidit in anno 1064; cujus tamen anni indiëtio est 14. Sic etiam in anno 420 *Juliana* periodi cyclos Solis & indiëtionis simul absolvi oportuit: sed tamen annus ille fuit secundus cycli Lunaris. Denique annus 285 ab initio periodi habuit quidem 19 pro numero auro, & 15 pro indiëtione;

etione; sed cyclus Solaris ad illum annum pertinens fuit 5.

485. Hujus *Julianæ* periodi initium ante ipsum Mundi exordium communiter statuitur, quod quoniam mirum videtur paucis illustrare conabimur. Cycli Solaris initium præcedit æram *Christianam* novem annis; Lunaribus anno uno; Indictionis vero annis tribus: Itaque primus annus æræ *Christianæ* habuit 10 pro cyclo Solari, 2 pro cyclo Lunari, & 4 pro indictione. Ut ergo sciamus in quam periodi *Julianæ* annum incidat primus annus æræ *Christianæ* querendum est, quis annus ejusdem periodi habeat 10 pro cyclo Solari, 2 pro cyclo Lunari, & 4 pro indictione. Annus is est 4714; is enim divisus per 28 relinquit 10, divisus per 19 relinquit 2, & divisus per 15 relinquit 4. Itaque ab initio periodi *Julianæ* ad æræ *Christianæ* initium effluxerunt anni 4714. Atqui ab exordio Mundi ad æræ *Christianæ* initium elapsi sunt anni præterpropter 4000, ut doctiores Chronologi sentiunt; itaque periodi *Julianæ* principium antevertit exordium Mundi annis ferme 713.

486. Cæterum ad inveniendum annum periodi *Julianæ*, in quem dati cadant cycli, habeatur hæc regula. Ab anno cycli Solaris dato, additis si opus est 28, detrahe datum annum cycli Lunaribus, & per residuum multiplica numerum 56, producto autem adde ipsum illum numerum, ex quo facta est subtractio, atque hanc summam serva. Tum ex ista summa deme annos indictionis datos, atque residuum divide per 15; divisionis residuum multiplica per 1064, & producto adde summam servatam; numerus enim, qui inde oritur, erit annus periodi *Julianæ* quaeritus. Itaque ut inveniatur annus periodi *Julianæ*, qui habuit 10 pro cyclo Solari, 2 pro cyclo Lunari, & 4 pro indictione, subtrahendus est 2 de 10, & residuum 8 multiplicandum est per 56, producto autem 448 addendus est numerus 10, ut habeatur summa 458, quæ summa servanda est. Deinde ex hac summa subtrahendi sunt indictionis anni 4, & residui anni 454 dividendi sunt per 15, ut obtineatur residuum 4. Denique
per

per residuum istud 4 multiplicandus est numerus 1064, producto autem 4256 addenda est summa servata 458; confiet enim annus 4714 periodi *Juliana* quaesitus.

487. Eiusdem methodi beneficio inveniemus annum periodi *Juliana* huic labenti anno respondentem esse 6451. Nam annus iste habet 11 pro cyclo Solari, 10 pro Lunari, & 1 pro indictione. Itaque detracto 10 de 11 superest 1, per quem multiplicato numero 56, producto autem addito 11, obtinetur numerus 67, qui numerus servandus est. Tum ex numero 67 subtrahendi sunt anni indictionis, nempe 1, & residuum 66 dividendum est per 15, ut habeatur residuum 6; per quod multiplicandus est numerus 1064. Denique producto hujus multiplicationis 6384 addatur numerus servatus 67, & confiet annus 6451 periodi *Juliana* huic labenti anno respondens: quod quidem aliunde verum esse constat; nam ab initio periodi *Juliana* ad primum annum æræ *Christiana* effluxisse vidimus annos 4714; à primo autem anno æræ *Christiana* ad hunc labentem annum effluxisse constat annos 1737; itaque additis simul duobus istis numeris confiet annus 6451 periodi *Juliana* huic labenti anno 1738 respondens.

488. Quoniam autem labens iste annus 1738 cadit in annum 6451 periodi *Juliana*, integra autem *Juliana* periodus continet annos 7980, sequitur ad complementum periodi *Juliana* transitorios esse adhuc annos 1529; atque adeo, additis simul 1529 & 1738 in unam summam, annum inde constatum 3267 æræ *Christiana* fore ultimum periodi *Juliana*. Et sane annus iste habet 28 pro cyclo Solari, 19 pro cyclo Lunari, & 15 pro indictione. Post annum æræ *Christiana* 3267 alia incipiet *Juliana* periodus, neque absolvetur nisi post exactos annos 7980.

489. Periodi *Victoriana* ratio eadem pene est: etenim periodus ista exactissime continetur ter quinquies in periodo *Juliana*, itaque quemadmodum *Juliana* periodus antecedit Mundi originem annis 713, ita periodus *Victoriana* antecedit eandem originem annis 181, qui habentur detrahendo ex annis 713 annos periodi

Victo-

Victoriana 532. Qua ratione prima periodus *Victoriana* absoluta est anno post orbem conditum 351 : secunda anno 883 : tertia anno 1415 : quarta anno 1947 : quinta anno 2479 : sexta anno 3011 : septima anno 3543 : octava anno 4079 post orbem conditum, siue etiam anno 75 æræ *Christiana* ; atque adeo primus annus æræ *Christiana* incidit in annum 458 periodi *Victoriana* ; nona anno 607 æræ *Christiana* : decima anno 1139 ejusdem æræ ; undecima autem anno 1671 . Atqui ab anno 1671 ad annum 1738 elapsi sunt anni 67 : itaque hic labens annus erit 67 periodi *Victoriana* . Et sane 67 divisus per 28 relinquit 11 , divisus vero per 19 relinquit 10 ; qui numeri sunt cycli Solis & Lunæ hujus labentis anni 1738.

CAPUT ULTIMUM,

De Epochis atque Aeris celebrioribus.

490. **Q**uemadmodum in Cælo sunt certa quædam puncta, à quibus Astronomi motuum celestium principia repetunt, ita habent Chronologi certa temporum puncta, à quibus, tamquam radicibus, annos numerant, resque gestas secundum seriem annorum, qui radices illas sequuntur, digerunt. Radices istæ passim *Aeræ* aut *Epochæ* adpellantur. Et nomen quidem *Aeræ* adhibetur quum radix, siue principium numerationis vulgare est, siue, quod eodem redit, quando principium numerationis ab aliquo Populo constitutum est. *Epochæ* vero nomen usurpatur, quum principium numerationis non à Populo, sed à doctorum eruditorumque virorum auctoritate proficiscitur.

491. Jam Mundi ætas uniuersa duas complectitur celeberrimas *Epochas*, quarum altera initium capit ab exordio Mundi, atque desinit in annum nativitatis *Christi* : altera vero incipit à nativitate *Christi* atque progreditur ad hunc labentem annum 1738. Sane de
anno-

annorum numero, qui ad hanc ætatem ab orbe condito fluxerunt, nulla certa ratione, sed verisimili conjectura constituitur : hinc illa in Mundi annis putandis varietas auctorum exorta, nemo fere ut sit, qui hac in re cum alterius opinione concordet.

492. Sed qui à cæteris omnium maxime discessit in hoc negotio fuit summus Geometra *Isaac Newtonus* : etenim Vir præclarissimus animadvertens plura extare in historia tum sacra quum profana perobscura, neque satis adhuc explicata, longe plura occurrere inanisfeste adversa atque pugnancia, censuit tempora præsertim vetustiora ita de integro esse digerenda, ut tota ratio emendationis à motu siderum, hoc est ab ipsa temporis mensura, non vero ab emendantis arbitrio proficisceretur. Itaque quum collatis æquinoctiorum sedibus ab *Eudoxo*, *Arato*, *Chirone*, atque *Hipparcho* descriptis cum locis eorumdem æquinoctiorum, pro ut sæculo suo deprehendebantur ab astronomis, cognovisset ducentos & amplius annos ab *Argonautis* usque ad tempora sua irreplisse in historiam, non dubitavit quin ex hoc Chronologorum enormi lapsu universa historiæ perturbatio, atq; confusio profluxisset. Itaque de integra summa 200 annos, quos superfluos credidit, detraxit, atque ita conciliasse sibi visus est Chronologiam cum Sacra Biblia. Sed paucos hac in re habuit fautores. Nos autem neque nimis brevem cum *Newtono*, neque nimis longam cum aliis facimus universam Mundi ætatem, credimusque à Mundi origine ad *Christi* nativitatem effluxisse annos ferme 4000.

493. Sequitur *Aera* vulgaris *Christiana*, quæ *Dionysiana* passim dicitur, in qua *Aera* anni numerantur à nativitate *Christi*. Hujus instituti *Dionysius* cognomento *exiguus* auctor fuisse creditur, qui sub *Justiniano* Imperatore floruit principio sæculi sexti. Secundum hanc *æram* communiter numeramus annos 1738. Sunt tamen, qui hanc *æram* mancā putent, defectumque constituent annorum quatuor : etenim his persuasum est *Christum* Dominum natum esse quatuor annis ante hujus *aræ* principium : quorum sententia si vera est hic labens

labens annus signandus profecto esset 1742. Interim iidem auctores nihil mutandum arbitrantur in annorum numeratione instituenda, ne scilicet perturbatio ulla atque confusio in chronologiam importetur: tantum admonent sedulo distinguendam esse hanc *eram Christianam*, quam *vulgarem* adpellant, ab alia *ara* quatuor annis diuturniore, quam annis à nativitate Domini ad hæc nostra tempora elapsis congruam existimant.

494. Præter duas istas *Epochas* celebriores innumeræ sunt aliæ minus celebres. Apud *Græcos* celebratur *ara Olimpiadum*, quæ post annos vertentes quatuor instaurabantur. Hoc nomen acceperunt ab *Olimpia* urbe *Peloponnesi*, in qua urbe quarto quoquo anno vertente quoddam ludicri generis celebrabatur, ad quod non modo ipsi accolæ, sed ab universa *Græcia* certatim homines adcurrerant. Primus autem annus primæ *Olimpiadis*, ut constat ex computo chronologorum, incidit in annum 776 ante *eram* nostram *Christianam*; atque adeo, subductis ex 4000 annis 776, incidit in annum ab orbe condito 3224. Et quoniam ab Urbe *Roma* condita ad *eram Christi* vulgarem elapsi sunt anni 748, sequitur Urbem *Romam* conditam fuisse annis post primam *Olimpiadem* 28, septima scilicet *Olimpiade*.

495. Longus essem si omnes *Epochas* hic referre ordine vellem. Potius *Epocharum* temporumque divisiones varias, quæ à Chronologis proponuntur, hic referam. Itaque *Epochæ* dividuntur à nonnullis in *sacras ecclesiasticas & civiles*. Sacræ sunt, quæ ex Bibliorum libris eruuntur; quales sunt *Orbis Conditus*. *Diluvium*. *Abraham vocatio*. *Exodus*. *Templum Salomonis*. *Christi nativitas*, aliæque multæ. Ecclesiasticæ adpellantur, quæ ad Ecclesiæ historiam pertinent; ut *Petri*, *Paulique Martyrium*. *Aera Diocletiani*. *Pax Ecclesiæ à Constantino concessa*. *Concilium Nicanum &c.* *Epochæ* denique civiles sunt, quæ historiam civilem sive profanam respiciunt, ut *Excidium Trojæ*. *Roma Condita*. *Olimpiades*, &c.

496. Tempora autem diversimode dividuntur. Prima divisio duabus partibus absolvitur: Prima pars

comprehendit tempus omne, quod ab initio sive origine Mundi usque ad *Christi* nativitatem præterit, quod *tempus Testamenti veteris* dicitur. Universa illa ætastrium maximorum Imperiorum originem, atque excidium vidit, nempe *Assyriorum*, *Persarum*, atque *Græcorum*. In eadem illa ætate *Romani* imperii fundamenta jacta sunt. Altera pars complectitur annos à nativitate *Christi* ad ætatem nostram prætergressos, in quibus accidit quid quid memorabilius habet tum historia *Romani* Imperii, quum historiæ *Hispanorum*, *Gallorum*, *Anglorum*, atque aliarum nationum *Europæarum*. Ad hanc eandem partem referri debent *Sæcula Ecclesiastica*, quæ *octodecim* jam numeramus, non quod exacta penitus sint, sed quod nunc decimum octavum sæculum decurrat.

497. Altera temporum divisio, quæ auctorem habet *Varronem*, ita se habet. Tempora aut *ædula* sunt, id est *obscura* atque *incerta*, aut *modica* sive *fabulosa*, aut *isotopica*, sive historica. Obscura, atque incerta habenda sunt tempora illa, quæ à Mundi origine usque ad diluvium *Ogigis* effluxerunt, quod diluvium anno post orbem conditum 2208 contigisse volunt: nulla enim supersunt monumenta, quæ res gestas illorum temporum describant. Fabulosa tempora sunt, quæ à diluvio *Ogigis* usque ad *Epocham Olimpiadum* effluxerunt; fabulosaque dicuntur, quia quid quid memoriæ proditum est de ea Mundi ætate aut omnino fabulosum est, aut ita fabulis intermixtum, ut nulla arte distingui possit verum à falso: quemadmodum sunt ea, quæ *Græci* Scriptores narrant de *Argonautis*, de *Ulixæ*, de *Helena*, *Hercule*, de excidio *Trojæ*, deque adventu *Eneæ* in *Italiam*. Historica denique tempora dicuntur, quæ ab *Epocha Olimpiadum* ad hanc ætatem nostram progrediuntur; nam ab eo tempore gravissimi auctores res gestas memoriæ consignarunt; neque desunt, qui in iisdem factis consentiant, quod veritatis magnum est argumentum.

SECTIO QUARTA.

*Communia quædam de motu Planetarum,
nec non Theoriam motus Telluris
complectens.*

498. **Q**uoniam circa motum planetarum multa occurrunt planetis omnibus communia, ne sæpius eadem repetere coacti simus, de iis primum *hac Sectione* differere constituimus; deinde vero *theoriam* motus Telluris *hac eadem Sectione* persequemur. Et quidem theoria isthæc nihil prorsus differt à theoria motus Solis, sive is adparenter sive vere moveatur ab occasu versus ortum sub ecliptica: nam locus Solis in ecliptica semper ex adverso opponitur loco Telluris in eadem ecliptica.

CAPUT PRIMUM.

*De motu Planetarum vero, medioque;
deque centri Equatione.*

499. **S**ectione prima hujus Libri Secundi dictum est, motum planetarum ex Sole visum esse semper varium atque diversum, nunc concitatum, nunc remissum, nunc proportionem media inter utrumque temperatum, pro majori nempe aut minori à Solis centro distantia. Sit S (*Fig. 54.*) Sol, APQB^o via planetæ circa Solem S, A apsis summa sive aphelion, B apsis ima sive perihelion. Jam planeta ita movetur circa Solem, ut in apside summa A incedat tardissime, in ima B velocissime, in locis vero cæteris velocitate intermedia feratur: adeoque velocitas planetæ descendentis ab apside summa ad imam continenter augetur: velocitas vero ejusdem planetæ adscendentis ab apside ima ad summam continuo minuitur. Incrementum

Q 2

autem

autem decrementumque velocitatis tantum est, ut tempus per arcum AP sit ad tempus per arcum AQ ut se habet area elliptica ASP ad aream ellipticam ASQ.

500. Quod si planum APQBp cogitatione protendatur usque ad Firmamentum, notum est signari in sphaerica Cœli superficie orbitam, quam planeta à Sole visus ibi peragrarè videtur. Ad puncta hujus orbitæ spectator in Sole constitutus referet planetam: nempe si planeta sit in loco P, spectator in Sole constitutus illum referet ad punctum eclipticæ D: deinde progressu planeta ad Q adparebit ipse in puncto eclipticæ G; quæ quidem puncta, ad quæ spectator in Sole constitutus planetam referet, dicentur deinceps *vera loca heliocentrica* illius. Quapropter planeta existente in apside summa A, verus planetæ locus heliocentricus erit C, quod punctum *locus aphelii* etiam dicetur: quum vero planeta est in P aut Q, verus ipsius locus heliocentricus erit D, aut G. Ponendo autem punctum F referre initium Arietis in orbita planetæ (quod punctum quomodo determinari possit infra explicabitur), signorumque ordinem esse FCDGE, dicetur quidem arcus FC *longitudo vera heliocentrica* planetæ constituti in apside summa A, qui etiam *vera apsidis summa longitudo* appellabitur; arcus autem FCD, aut FCDG nuncupabitur *vera Planetæ* constituti in P, aut Q *longitudo heliocentrica*. Et denique arcus CD à loco apsidis usque ad locum verum planetæ in consequentia numeratus appellabitur *anomaliam vera planetæ*; quam anomaliam liquet æqualem esse excessui, quo longitudo vera planetæ superat longitudinem apsidis. Quæ ratione planetæ existentis in apside A nulla est anomaliam vera; planetæ vero existentis in apside opposita B anomaliam est graduum 180: quod si vero planeta sit in loco P aut p, anomaliam fortietur minorem aut majorem gradibus 180: & in primo quidem casu dicetur versari in primo semicirculo anomaliam; altero vero casu in secundo anomaliam semicirculo versari dicetur. Cæterum initium Arietis in orbita cujuscvis planetæ definitur ex longitudine nodi ejusdem planetæ, nempe ex illo eclipticæ arcu, qui est

est inter sectionem vernam & nodum: numerando enim retro ab ipso nodo in orbita planetæ tot gradus, quot continentur in prædicta nodi longitudine, habebitur initium Arietis in orbita sive ecliptica planetæ.

501. Jam supponamus planetam alium fictum, atque imaginarium moveri in eadem orbita APB eodem prorsus tempore, quo planeta verus ipsam suo cursu perluſtrat; adeo ut ambobus ex uno, eodemque orbitæ loco simul digressis ambo ad eundem locum completa revolutione integra eodem tempore redeant; ponamusque etiam velocitatem ipsius planetæ ficti in variis suæ orbitæ locis non esse variam atque diversam, ut est velocitas planetæ veri, sed eandem ubique permanere. Itaque si putemus utrumque discessisse simul ab apſide A , non modo singulis revolutionibus completis ipsi concurrent in eadem apſide A , verum etiam concurrent in apſide appolita B singulis semirevolutionibus completis. Nam quoniam planeta verus cum certis gradibus velocitatis descendit ab apſide summa ad imam, atque cum iisdem gradibus velocitatis redit ab ima ad summam, profecto tempus descensus ab apſide summa ad imam æquale erit tempori ascensus ab ima ad summam. Et similiter quoniam planeta medius fertur semper eadem velocitate, erit etiam tempus descensus ipsius ab apſide summa ad imam æquale tempori ascensus ab ima ad summam. Unde quum tempora revolutionum utriusque planetæ æqualia sint inter se, sequitur ipsos eodem tempore ad apſidem imam pervenire, posito tamen quod simul ab apſide summa discesserunt.

502. Sed in omni alio orbitæ puncto aut planeta verus antecedit medium, aut vicissim medius verum antevertet: nempe in primo anomalie semicirculo medius verum prægreditur; in secundo autem anomalie semicirculo verus vicissim antevertet medium. Enim vero in apſide summa velocitas, cum qua movetur planeta medius, major est velocitate, cum qua incedit planeta verus, qui eo loci tardissime movetur: Itaque in primo anomalie semicirculo præbit medius vero. Viceversa in apſide ima velocitas planetæ veri major

est velocitate planetæ medii: nam planeta verus eo loci non movetur velocissime: quapropter in altero anomalix semicirculo præbit vicissim planeta verus medio. Quemadmodum autem punctum eclipticæ, ad quod spectator in Sole constitutus refert planetam verum, dicitur *locus verus heliocentricus* planetæ, ita punctum ejusdem eclipticæ, ad quod refertur planeta medius, adpellatur *locus medius heliocentricus* planetæ. Et similiter dicetur *longitudo media heliocentrica* planetæ arcus eclipticæ inter initium Arietis & planetam medium interceptus; arcus vero ejusdem eclipticæ inter locum apsidis summæ & planetam medium comprehensus adpellabitur *ejus anomaliam media*; quam liquet æqualem esse excessui, quo longitudo media superet longitudinem apsidis. Itaque quum planeta verus est in primo semicirculo anomalix, longitudo media major est longitudine vera: at vero quum planeta versatur in altero semicirculo anomalix, longitudo vera major est longitudine media. Similiter in primo casu major est anomaliam media quam vera: in altero casu vicissim anomaliam vera mediani superat. Sive autem planeta verus versetur in apside summa sive in apside ima, semper longitudines atque anomalix tum veræ quum mediæ æquales erunt inter se.

503. Quoniam autem longitudo media major ut plurimum est, aut minor longitudine vera, intervalum utriusque longitudinis mediæ veræque dicetur in posterum *æquatio centri*. Itaque addendo aut detrahendo à longitudine media æquationem centri, habebitur longitudo vera; addendo nempe, quum planeta versatur in secundo anomalix semicirculo, sive quum anomaliam media major est gradibus 180, detrahendo vero quum vicissim planeta versatur in primo semicirculo anomalix, sive quum anomaliam media minor est gradibus 180. Neque vero putandum est æquationem istam in quovis gradu anomalix esse unam eandemque. Etenim si centro S (Fig. 55.) intervallo SQ. quod sit medium proportionale inter semiaxem majorem & semiaxem minorem describatur circulus secans orbitam planetæ in
pua-

punctis Q , & q , æquatio centri ab apside summa A ad locum Q continuo augebitur : à loco Q usque ad apsidem oppositam B continuo minuetur : tum ab apside B ad locum q rursus augebitur : denique à loco q ad apsidem A rursus minuetur ; ita tamen ut æquales sint æquationes in locis P & R hinc inde ab apside A æquæ distantibus.

504. Neque difficilis est horum omnium ratio: nam per ea, quæ *Sectionis prima Capite sexto* ostensa sunt, velocitas planetæ veri in punctis Q & q velocitatem planetæ medii adæquat. Itaque planeta verus, dum descendit ab apside summa A ad locum Q , movetur velocitate semper minori ea, cum qua fertur planeta medius; dum vero à loco Q tendit ad apsidem imam B movetur velocitate semper majori ea, cum qua fertur planeta medius. Et similiter quum planeta verus adscendit ab apside ima B ad locum q , velocitas ipsius major semper est velocitate planetæ medii; denique velocitas planetæ veri adscendentis à loco q ad apsidem summam A continuo minor evadit velocitate, cum qua fertur planeta medius. Quapropter ab apside A ad locum Q planeta medius longius atque longius recedet à vero; toto enim eo tempore planeta medius velocius movetur quam verus. Sed à loco Q ad apsidem oppositam B planeta verus semper accedet ad medium; etenim eo tempore planeta verus velocius movetur quam medius. Ab apside B ad locum q planeta verus semper atque semper recedet à medio; nam toto eo tempore velocius fertur planeta verus, quam planeta medius. Denique à loco q ad apsidem A planeta medius semper accedet ad verum; nam eo tempore velocius fertur planeta medius, quam verus. Ex quibus facile est colligere, æquationem centri ab apside A ad locum Q continuo augeri, in ipso autem loco Q maximam fieri; deinde à loco Q ad apsidem B continuo minui, usq; donec in ipsa apside B omnino evanescat. Tum rursus ab apside B ad locum q continuo augeri, inque ipso loco q rursus maximam fieri; denique à loco q ad apsidem A denuo continuum decrementum subire, ita ut in apside A omni-

no evanescat. In duobus autem anomalis, quarum una minor sit gradibus 180, altera major sit gradibus 180, sed ita tamen ut ambæ simul junctæ conficiant gradus 180, ut ex. gr. in anomalis graduum 20 & 160, 40 & 140, æquationes centri æquales sint oportet. Invaluit autem apud Astronomos, ut puncta Q & q, in quibus contingunt æquationes maximæ, dicerentur *transitus medii*; nempe quia per ea loca transeunte planeta velocitatem sortitur mediam inter maximam & minimam.

505. Caterum si circa centrum S binas rectas lineas ferri circulariter supponamus, quarum una planetam verum comitetur ejusque motui obtemperet, altera comitetur planetam medium, quemadmodum prior dicitur *linea motus veri*, ita posterior adpellabitur *linea motus medii*, angulusque ab his duabus lineis comprehensus erit *æquatio centri*. Cogitandum autem est binas istas lineas in utraque aptide semper convenire, aliis vero in locis alteram alteri præcedere; nempe in primo anomalix semicirculo lineam motus medii lineam motus veri antevertere; contra vero in secundo semicirculo anomalix lineam motus veri antevertere lineam motus medii. Uno verbo quidquid hætenus dictum est de motu planetæ medii verique, id idem pari jure intelligendum est de motu utriusque lineæ mediæ veræque.

CAPUT SECUNDUM.

De Anomaliarum verarum, mediarumque inventionem.

506. **P**Ræcipuus Astronomiæ scopus est ad tempus datum locum planetæ verum supponere, live calculo definire in qua Cœli regione expectandus sit planeta ad tempus datum. Et quidem *Keplerus*, Astronomiæ ellipticæ inventor & princeps, nullam hujus problematis resolvendi dari methodum directam asseruit: quum enim animadverterit ad problematis solu-

tio-

tionem postulari, ut absunderetur area elliptica ΔPS , (Fig. 56.) quæ esset ad totam aream ellipticam, quemadmodum est tempus datum ad integrum tempus revolutionis planetæ, quemadmodum id non adhuc à Geometris factum esse constabat, quin imo habebatur ea res eo tempore factu impossibilis, ita non dubitavit adfirmare verum locum planetæ ad tempus datum directo determinari non posse. Nequetamen id effecit ut aliam hypothesim circa motum planetarum excogitaret, in qua calculus geometricus esset, atque simplex; adeo enim erat ei persuasum veras orbitarum cælestium formas ellipticas esse, inotumque planetarum requirere ut areæ temporibus proportionales describerentur, ut indirectam minimeque germanam methodum adhibere in calculo maluerit, quam aliam hypothesim à vera prorsus alienam admittere.

507. Quin itaque in hoc problemate solvendo nulla succurreret *Keplero* methodus directa ad indirectam confugit, quam ut exponamus ostendendum est prius sequens Theorema: nempe quod si circa axem majorem AB ellipseos APB descriptus intelligatur circulus AQB , intelligaturque etiam producta ordinata OP usque ad punctum Q , quemadmodum tempus, quo planeta descripsit arcum AP , designatur per aream ellipticam ASP , ita idem tempus designari etiam possit per aream circuliarem ASQ . Sed præmittenda sunt prius lemmata duo sequentia. Primum quod in eadem hypothesi segmentum ellipticum APO sit in data ratione ad segmentum circulare correspondens AQQ ; nempe in ea ratione, quam habet semiaxis minor CD ad majorem CA sive CE . Etenim quum PO quadratum sit ad DC quadratum ut est rectangulum AOB ad rectangulum ACB ; atque in hac eadem ratione sit etiam QO quadratum ad EC quadratum; propter rationum æqualitatem erit etiam ut PO quadratum ad DC quadratum, ita QO quadratum ad EC quadratum: permutando autem erit ut PO quadratum ad QO quadratum, ita DC quadratum ad EC quadratum. Itaque singulæ ordinatæ ellipticæ PO ad singulas correspondentes ordinatas circulares QO .

QO erunt ut DC ad EC ; adeoq; summa omnium ordinatarum , quæ continentur in sectore elliptico APO ad summam omnium ordinatarum , quæ continentur in sectore circulari AQO , sive etiam ipsum segmentum ellipticum APO ad segmentum circulare AQO erit in ratione data rectæ CD ad rectam CE.

508. Alterum lemma ita se habet . *Si ex foco ellipse S ducantur ad puncta P & Q binæ rectæ lineæ SP, SQ, trilineum ellipticum SAP erit ad trilineum circulare SAQ etiam in ratione data rectæ CD ad rectam CE.* Etenim quum triangula SOP , SOQ sint æque alta, primum triangulum ad secundum eam rationem habebit , quam habet basis PO ad basim QO , sive etiam eam rationem, quam habet recta DC ad rectam EC. At vero per *lemma primum* etiam segmentum ellipticum APO ad segmentum circulare AQO est ut recta CD ad rectam CE . Itaque trilineum ellipticum SAP ad trilineum circulare SAQ eandem rationem habebit, quam habet recta CD ad rectam CE.

509. Unde modo facile erit ostendere id quod erat præcipuum ; nempe *tempus , quo planeta descripsit arcum AP , designari non minus per trilineum ellipticum SAP, quam per trilineum circulare SAQ.* Etenim tempus descensus planetæ ab apside summa A ad locum quemvis P exprimitur per aream ellipticam SAP . At vero area circularis SAQ ad aream ellipticam SAP habet rationem datam,eam nempe, quam habet recta CE ad rectam CD. Itaque quemadmodum supradictum tempus designatur per aream ellipticam APS , ita designabitur etiam per aream circulearem SAQ.

510. Sed non modo tempus, quo planeta descripsit arcum AP , designatur per aream circulearem SAQ, verum etiam anomalia planetæ media designatur per eandem aream circulearem . Etenim spatium descriptum à planeta medio in tempore AP est ad spatium ab ipso descriptum toto tempore suæ revolutionis ut tempus per AP ad integrum tempus revolutionis : At vero tempus per AP est ad integrum tempus revolutionis ut area elliptica SAP ad integram ellipticam ; itaque spa-

spatium descriptum à planeta medio in tempore per AP erit ad spatium ab ipso descriptum in toto tempore suæ revolutionis ut area elliptica SAP ad integram aream ellipseos. Unde si supponamus totam aream ellipseos referre universam anomaliam mediam planetæ, area elliptica SAP designabit anomaliam mediam pertinentem ad tempus per arcum AP. At vero area circularis SAQ datam habet rationem ad aream ellipticam ASP; itaque quemadmodum anomalia media planetæ existentis in puncto P designatur per aream ellipticam SAP, ita eadem anomalia media designabitur etiam per aream circulem SAQ.

§ 11. His præmissis facite nunc erit ex circuli quadratura præsupposita in data planetæ orbita quot libuerit anomalias medias, correspondentesque veras calculo determinare. Sumatur enim ad libitum in circulo AQB circa axem majorem ellipseos descripto quilibet arcus AQ, siue angulus ACQ numero graduum & scrupulum, ut vulgo fit, expressus. Et quoniam arcus AQ est ad integram circumferentiam, ut sector ACQ ad integrum circulum; si circulus æque ac circumferentia divisus intelligatur in partes 360 æquales, idem numerus, qui exprimit arcum AQ, designabit etiam sectorem ACQ, hunc quidem in parvulis sectoribus, illum vero in parvulis arcibus. Et quoniam ex ostensis ab *Archimede* integer circulus est ad quadratum radii CE, ut 22 ad 7, si quidem fiat ut 22 ad 7, ita integer circulus partium 360 ad quartum proportionalem, habebitur quadratum radii in partibus, quarum partium integer circulus continet 360.

§ 12. Jam quoniam data supponitur orbita planetæ, dabitur tum excentricitas CS, quum media planetæ distantia DS, siue CE (quæ tamen quomodo inveniatur deinceps demonstrabitur); atque adeo data erit ratio, quam habet EC ad CS. Insuper quoniam adsumptus est ad libitum arcus AQ, dabitur etiam ratio rectarum EC, QO, eadem nempe cum ea, quam habet radius ad sinum arcus adsumpti: itaque quum data sit tum ratio EC ad SC, quum ratio EC ad QO, dabitur ratio com-
 posita

pōſita EC quadrati ad rectangulum ex CS in QO, adeoque dabitur ratio EC quadrati ad triangulum SCQ : unde triangulum SCQ dabitur in iisdem partibus, in quibus datur quadratum radii, ſive in partibus illis, quarum integer circulus continet 360. In iſtis igitur partibus datur tum ſector ACQ, quum triangulum SCQ: adeoque in iisdem partibus dabitur eorum adgregatum SAQ. Hoc autem quum tempori, anomalixque mediæ proportionale oſtenſum ſit, utrumq; jure referet; nempe ſi tota area elliptica intelligatur diviſa in partes æquales 360, ejus portio SAP tot hujusmodi partes continebit, quot SAQ continet partes ſimiles areæ circularis; adeoque eodem numero exprimitur oportet.

§ 13. Anomaliam autem veram, quæ designatur per angulum ASP, ſequenti ratione aſſequemur. Quoniam datus eſt angulus ACQ, dabitur ejus complementum ad duos rectos QCS. Itaque quoniam in triangulo QCS datur latus QC, diſtantiā nempe mediæ planetæ à Sole, daturq; præterea excentricitas CS una cum angulo QCS, licebit angulum ASQ calculo trigonometrico definire. Et quoniam ſumpta recta SO pro radio, ſive ſinu toto, rectæ QO, PO evadunt tangentes angulorum QSO, PSO, quarum quidem tangentium ratio eadem eſt cum ratione quam habet EC ad DC, ſi quidem fiat ut EC ad DC, ita tangens anguli jam inventi QSO ad tangentem alterius anguli, inveniatur angulus PSO, qui anomaliam veram mediæ jam inventæ congruam referet. Neque vero dubitandum quin duæ iſtæ anomalix ſic inventæ congruæ ſint; utraque enim pertinet ad eundem arcum AQ ad libitum adſumptum.

§ 14. Hac methodo *Keplerus* paravit ſibi canonem, ſive tabulam animaliarum omnium mediarum, atque iſſis congruarum verarum. Nempe adſumebat primo arcum AQ gradus unius, tum graduum duum, trium, quatuor &c. uſque ad 360; deinde artificio jam expoſito inveniebat ad ſingulos illos arcus tum anomaliam mediam; quum unicuique congruam anomaliam veram, inventaſque in tabulam ordine digerebat. Conſtructo hujusmodi canone facile deinde fuit *Keplero* ad

ad tempus datum locum planetæ in orbita investigare. Nempe faciebat primo ut tempus integræ revolutionis planetæ ad tempus datum, ita numerus 360 ad quartum proportionalem, qui anomaliam mediam dato tempori convenientem referebat. Tum in canone quærebat anomaliam istam mediam, quam si forte inveniebat, anomaliam veram ipsi congruam statuebat pro angulo quæsito ASP, qui locum planetæ determinabat; sin minus, proximam quærebat in canone; deinde per partem proportionalem, methodo passim usitata, inveniebat anomaliam veram quæsitam,

§ 15. Quibus vero tabulæ præsto non essent, iis suadebat *Keplerus*, ut *regulam positionum sive falsi* hoc in negotio adhiberent: nempe præscribebat ut assumeretur utcumq; arcus AQ, sive angulus ACQ, sive sector ACQ; nam hæc tria eodem numero designantur, ilque statueretur partium quotlibet: cui deinde cavit ut adderetur vel subduceretur, prout opus esset, congruum triangulum QCS, ut scilicet haberetur anomalia media temporis proportionalis SAQ; quæ si tanta prodiret, quanta temporis dato conveniens erat, bene habebat positio arcus AQ: atque adeo ad inveniendum locum planetæ ad tempus datum satis erat quærere anomaliam veram congruam anomalix mediæ jam inventæ. Quod si vero tanta non prodiret, sed major aut minor, ex ipsa emendanda erat positio methodo in *Arithmaticis* passim vulgata, laborque repetendus, quousque talis positio arcus AQ obveniret, ut anomalia media inde deducta temporis dato conveniens esset.

§ 16. Sed elegantius fortasse res conficietur sequenti ratione, si indirectam methodum cum *Keplero* hoc in negotio adhibere placeat. Sector CAQ est ut arcus AQ; triangulum vero QCS est ut altitudo SR: itaque area SAQ erit ut summa vel differentia arcus AQ & altitudinis SR; sive etiam sumpto arcu QX (prorsum vel retrorsum) qui æqualis sit altitudini SR, eadem area erit ut arcus AX: sed area ASQ repræsentat tum tempus, quo planeta descripsit arcum AP, quum anomaliam mediam; itaque arcus AX repræsentabit etiam tum
tem-

tempus, quo planeta descripsit arcum AP, quum anomaliam mediam illi tempori congruam.

§17. Adsumpto ergo quovis arcu AQ, anomalia media ei congrua sic determinabitur. Fiat ut QC ad SC, ita §7. 29578, qui arcus radio est æqualis, ad quantum proportionalem. hac enim ratione dabitur arcus æqualis excentricitati SC in gradibus graduumq; partibus decimalibus; & quoniam sumpto SC pro radio sive sinu toto est SC ad SR, ut radius ad sinum anguli adsumpti ACQ, sive RCS; si quidem fiat ut radius ad sinum anguli sive arcus adsumpti AQ, ita arcus jam inventus æqualis excentricitati CS ad quantum proportionalem, invenietur in gradibus & partibus graduum decimalibus arcus æqualis altitudini SR, qui additus vel detractus ab adsumpto arcu AQ relinquit arcum quæsitum AX, per quem designatur anomalia media. Anomaliam autem veram, quæ designatur per angulum ASP, eodem modo investigabimus ex datis angulo ACQ, & ratione rectarum QC, CS.

§18. Sed ne in ἀπομαρτυρίας labem cum *Keplero* incurramus, methodum geometricam hic trademus, qua mediante definiri accuratissime possit locus planetæ ad tempus datum. Sit in ellipsi APB (Fig. 57.) A perihelion, S locus Solis, C centrum, & P locus planetæ invenendus. Producat CA ad G, ut sit CA ad CG, ut est CS ad CA, atque erigatur perpendicularum GH. Describatur deinde centro C & intervallo CG circulus EFG; superque regula GH, ceu fundo, progrediatur rota GEF revolvendo se circum circa, & interea puncto suo A describendo cycloidem protractam ALI; quo facto capiatur GK ad rotæ perimetrum GEFG ut est tempus datum, quo corpus progrediendo ab A descripsit arcum AP ad tempus unius revolutionis in ellipsi, erigaturque perpendicularum KL occurrens cycloidi in puncto L. Dico rectam lineam LP, quæ per punctum L parallela ducitur ipsi GH, occurrere orbitæ planetæ in puncto quæsito P.

§19. Etenim junctis rectis SP, SQ, junctæque adhuc recta CQ, cadat in eam, si opus est, productam per-

perpendicularum SR . Et quoniam ex ostensis area SPA est ut area SQA , eadem area erit ut differentia inter sectorem ACQ & triangulum SCQ ; sive etiam ut differentia inter arcum AQ & rectam SR . Unde quum arcus AQ datam habeat rationem ad arcum GF , recta vero SR eandem datam habeat rationem ad rectam QO , eadem area SPA erit ut differentia inter arcum GF & rectam QO , quæ est sinus rectus arcus AQ .

520. Et quidem quod arcus AQ datam habeat rationem ad arcum GF , ita ostendetur. Arcus AQ est ad arcum GF ut radius CA ad radium CG ; at vero ex constructione radius CA est ad radium CG ut CS ad CA ; itaque erit ut arcus AQ ad arcum GF , ita recta CS ad rectam CA ; datur autem ratio rectarum CS , CA ; itaq; dabitur pariter ratio arcus AQ ad arcum GF . Quod autem SR ad QO eandem datam habeat rationem, sic ostendetur: quum triangula rectangula SCR , QCO sint similia, erit ut SR ad SC , ita QO ad QC ; & permutando ut SR ad QO , ita SC ad QC sive OA : ex quo sequitur arcum AQ esse ad arcum GF ut se habet SR ad QO .

521. Ex eo autem quod area SAQ ostensa sit esse ut differentia inter arcum GF & rectam QO , facile erit colligere punctum P esse verum locum planetæ ad tempus datum. Etenim quum descriptæ trochoidis accedens præcipuum sit, ut arcus GF adæquet summam rectarum GK , QO , ipsa recta GK æqualis erit excessui, quo arcus GF superat rectam QO ; at vero area SAQ est ut differentia inter arcum GF , & rectam QO , itaque eadem area erit ut recta GK , quæ quum ex constructione temporis proportionalis adsumpta sit, sequitur etiam aream SAP temporis proportionalem esse, atque adeo punctum P esse verum locum planetæ. Cæterum solutionem istam geometricam primus invenit *Wallisius*, quæ adeo elegans *Newtono* visa est, ut in eximium suum opus, quod *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* inscripsit, eam contulerit.

CAPUT TERTIUM.

Problematis Kepleriani concinniores solutiones adferuntur & demonstrantur.

522. **S**olutio problematis *Kepleriani* ad calcem superioris *Capitis* exhibita supponit, ut vidimus, descriptionem trochoidis protractæ. Quum autem accurata hujus curvæ delineatio fit admodum difficilis, præstabit cum *Newtono* solutionem vero proximam adhibere. Sit itaque APB (*Fig. 58.*) orbita planetæ, A apsis summa, B apsis ima, S Solis locus, AQB circulus circa majorem ellipseos axem AB descriptus, & C centrum tum ellipseos quum circuli. Quoniam, ex ostensis superiori *Capite*, area elliptica SAP est ut correspondens area circularis PAQ , sive etiam ut summa sectoris ACQ & trianguli QCS , quemadmodum tempus, quo planeta descripsit arcum ellipseos AP , repræsentatur per aream ASP , ita idem tempus repræsentari etiam potest per summam sectoris ACQ & trianguli QCS , sive etiam per arcum AQ & rectam SR , quæ perpendiculariter decidit ex foco S in radium QC protractum. Etenim arcus AQ proportionalis est sectori ACQ , & altitudo SR est ut triangulum QCS , ob datam ejus basim CQ . Quapropter si supponamus arcum AX tempori esse proportionalem, nempe si supponamus arcum AX ita se habere ad integram circuli circumferentiam, ut se habet tempus, quo planeta descripsit arcum AP , ad tempus integræ revolutionis, necesse erit arcum QX æqualem esse rectæ SR .

523. Itaque per constructionem quamvis, vel utcumque conjecturam faciendo cognoscatur planetæ locus p vero planetæ loco P quam fieri potest proximus: demissaque ad axem ellipseos ordinatim applicata po , producatur ea ad q . Et quoniam datus vel adsumptus est angulus ASp , ex proportionem diametrorum ellipseos
inve-

invenietur angulus ASq :faciendo nempe ut axis minor ellipseos ad majorem, ita tangens anguli ASp ad tangentem anguli ASq . Hoc angulo explorato, in triangulo qCS , in quo dantur præterea latera qC , CS invenire libebit angulum qCS ,cujus idcirco complementum ACq ad duos rectos non ignorabitur. Sed sufficit angulum istum rudi calculo in numeris proximis invenire. Cognoscatur etiam angulus temporis proportionalis; hoc est angulus, qui sit ad quatuor rectos, ut se habet tempus datum ad tempus unius revolutionis planetæ; sitque angulus iste ACX , sive arcus AX . Deinde fiat primo ut radius Cq ad excentricitatem CS , ita arcus radio æqualis $57. 29578$ ad quartum proportionalem: & habebitur arcus æqualis excentricitati CS : tum fiat ut CS ad Cr , sive ut Cq ad qo , sive ut radius ad sinum anguli ACq , ita arcus æqualis excentricitati CS ad quartum proportionalem: & habebitur alter arcus longitudine æqualis perpendiculari Sr .

524 . Jam si arcus sic inventus æqualis prodeat arcui qX , nempe excessui quo arcus AX superat arcum Aq , bene conjectum fuit de loco planetæ, qui non amplius ut vero proximus, sed ut ipsissimus atque accuratissimus planetæ locus habendus erit: quod si vero arcus iste major, aut minor prodeat arcui qX , tunc argumento id erit locum conjectura adsumptum non esse verum locum planetæ, sed falsum; & quidem ipsum vero esse promotiorem, si arcus Sr major prodeat arcui qX ; contra autem vero esse minus promotum, si arcus vicissim Sr minor prodeat arcui qX ; adeo ut priore casu aliquid detrahendum sit ab angulo ACq , posteriore vero casu nonnihil ei addendum sit, quo verus planetæ locus P investigetur.

525 . Ut autem id quod addi demique debet ab angulo ACq ad verum planetæ locum investigandum definire possimus, supponamus P esse verum locum planetæ, atque ex eo puncto intelligamus demissam perpendicularem QPO ; intelligamusque etiam ex puncto S in radium OCR productum cadere perpendicularem SR . Et quoniam verus locus planetæ suppositus in P , erit re-

Et si SR æqualis arcui QX : quapropter abscisso arcu XT , qui sit æqualis rectæ Sr , erit QT æqualis differentiæ rectarum SR, Sr , sive quamproxime ipsi ZR . Etenim quum planetæ locus conjectura adsumptus p parum abfit à vero loco P , differentia rectarum SR, sr vix differet à rectula ZR . Quum autem triangula CQq , CRZ similia sint inter se, erit ut Qq ad RZ sive QT , ita QC ad CR ; & componendo ut qT ad Qq , ita QR ad QC ; datur autem tum ratio, quam habet QR ad QC , quum arcus qT : itaque dabitur etiam arcus qQ addendus hoc casu arcui Aq , ut verus planetæ locus definiatur: enim supponimus hic planetam minus promotum esse quam oportet, nempe supponimus angulum ASP majorem esse angulo ASp .

526. Et quidem datum esse arcum qT , id facile constabit, si animadvertamus hunc arcum haberi si ex arcu jam cognito AX primum dematur adsumptus arcus Aq , deinde subtrahatur arcus TX longitudine æqualis rectæ Sr . Quod vero ratio, quam habet QR ad QC etiam data sit, id quidem ostendetur ratione sequenti. Quoniam triangula QCO , CRS similia sunt inter se, erit ut QC ad CO , ita CS ad CR : itaque rectangulum QCR æquale erit rectangulo OCS . Jam vero QC ad CR est ut QC quadratum ad rectangulum QCR , itaque erit etiam ut QC quadratum ad rectangulum OCS ita QC ad CR , & componendo ut QC quadratum una cum rectangulo OCS ad QC quadratum ita QR ad QC . Unde si fiat ut CS ad CQ , ita CQ ad longitudinem L , quia CQ quadratum æquale prodit rectangulo ex CS in L , erit etiam ut rectangulum ex CS in L una cum rectangulo OCS ad rectangulum ex CS in L , sive etiam ut summa longitudinis L & rectæ OC ad longitudinem L , ita QR ad QC ; Jam vero longitudo L data est, ut pote quæ tertia proportionalis est ad CS & CQ , dataque etiam est recta CO , ut pote quæ cosinus est arcus AQ , qui est fere idem cū dato arcu Aq , itaque dabitur etiam ratio quā habet QR ad QC .

527. Quod si planeta magis promotus sit quam oportet, tum, iisdem constructis, arcus Tq invenietur si ex summa arcuum Aq , XT detrahatur anomalia media

dia AX. Invenio autem arcu Tq, si quidem fiat ut longitudo L aucta cosinu arcus Aq ad ipsam longitudinem L, ita Tq ad quartum proportionalem, prodibit arcus Qq, qui hoc casu detrahendus erit ab arcu Aq ad hoc ut verus planetæ locus habeatur; nam supponimus hic planetam magis promotum esse quam oportet.

528. Cæterum ut locus planetæ quam accuratissime investigetur, non sat est calculum semel posuisse, sed iterum & quandoque tertium instituatur oportet nempe quemadmodum ex loco conjectura adsumpto p inventus est locus vero proximior P, ita ex isto loco P alius adhuc vero proximior, atque ex eo alius erit investigandus. Cognoscetur autem num locus planetæ per huiusmodi approximationem determinatus insensibiliter differat à vero loco ipsius, si arcus addendus aut detrahendus Qq intra pauca secunda continetur.

529. Quamvis autem approximatior ista, quam Newtono debemus, subtilissima sit, inficiari tamen nequit quin ipsa ad praxim sit minus accommodata. Usurpari itaque potest in praxi approximatior *Cassiniana*, quæ omnium expeditissima videtur. Ea autem ita se habet. Sit P locus planetæ, ex quo ductus intelligatur radius PS: deinde in circulo AXB abscindatur arcus AX, qui sit ad integram ipsius circumferentiam, ut est tempus, quo planeta descripsit arcum AP ad tempus integræ revolutionis. Et quoniam area APS est ad totam aream ellipseos ut tempus, quo planeta descripsit arcum AP ad tempus integræ revolutionis, atque in eadem ratione est ex constructis arcus AX ad integram circuli circumferentiam, erit propter rationum æqualitatem ut area APS ad integram aream ellipseos, ita arcus AX ad integram circumferentiam circuli. Est autem area APS ad integram aream ellipseos ut area circularis AQS ad integrum circulum; & similiter arcus AX est ad integram circumferentiam ut sector ACX ad integrum circulum; itaque erit ut area circularis AQS ad integrum circulum, ita sector ACX ad eundem circulum; adeoque area circularis AQS æquabit sectorem ACX.

530. Et quoniam area circularis AQS componitur ex sectorē AQC & ex triangulo QCS, profecto dempto communi sectorē AQC, supererit triangulum QCS æquale sectori QCX. Ex quo facile est colligere perpendicularem SR demissam ex foco S in radium QC æqualem esse arcui QX. Itaque quum arcus QX non est valde magnus, quia is parum differt a suo sinu recto XI, erunt rectæ XI, SR ad sensum æquales inter se. At sunt etiam parallelæ, quia perpendiculariter insistant ad radium CI; quare rectæ lineæ XS, IR erunt etiam æquales & parallelæ. Itaque ducta recta CX, erit angulus XCQ æqualis angulo CXS: at datus est angulus CXS; etenim in triangulo XCS datur angulus XCS, qui complementum est ad duos rectos anguli ACX, per quem exponitur anomalia media planetæ, danturque adhuc latera CX, CS; quare dabitur etiam ei æqualis angulus XCQ.

531. Quapropter quum arcus QX parvulus est, ita determinabitur locus planetæ verus ad tempus datum. Abscindatur in circuli circumferentia AQB arcus AX, qui sit ad integram circuli circumferentiam ut est tempus datum ad tempus integræ revolutionis planetæ, jungaturque SX, cui agatur per punctum C parallela CQ, atque ex puncto Q demittatur perpendicularis QQ; ea enim occurret ellipsi in loco quæsito P. Neque vero difficile erit constructionem istam calculo submittere. Invento enim arcu AX, qui sit ad gradus 360, ut est tempus datum ad tempus integræ revolutionis planetæ, dabitur angulus ACX, cujus complementum XCS etiam dabitur: unde in triangulo XCS ex cognita adhuc laterum XC, CS proportionē dabitur angulus CXS, sive ipsi æqualis XCQ; quo dempto ex angulo ACX, supererit angulus ACQ: hoc autem angulo invento, angulus anomalæ veræ ASP ex data axium ellipseos proportionē nullo negotio determinabitur: quemadmodum *superiori Capite* demonstratum est.

532. Quod si arcus QX major prodeat, quam ut negligi possit differentia inter ipsum & ejus sinum rectum XI, tunc investiganda prius est in numeris quam

quam proximis differentia illa : id quod fiet ratione sequenti. Posito radio CA, vel CQ partium 100000, integra circumferentia continebit earum partium 628318. Itaque faciendo ut gradus 360 ad gradus quos continet arcus QX, ita numerus 628318 ad quartum proportionalem, habebuntur partes contentæ in arcu QX, quarum partium radius continet 100000. Atqui datur in iisdem partibus sinus rectus XI arcus QX, itaque in iisdem etiam partibus dabitur differentia inter arcum QX & ejusdem sinum rectum XI.

532. Invento hoc intervallo, ducatur per punctum X recta DX parallela ipsi CQ : & quoniam arcus QX adæquat rectam SR, sinus vero rectus XI adæquat rectam DR, differentia jam inventa inter arcum QX & ejus sinum rectum designabitur per rectulam DS, quæ idcirco dabitur. Itaque faciendo ut XS (quam facile est per resolutionem trianguli rectilinei CXS invenire) ad DS, ita sinus totus ad sinum anguli DXS, invenietur angulus DXS, quo dempto ex angulo CXS cognoscetur angulus CXD, sive ei æqualis XCQ: qua ratione calculus hoc casu ita ordinabitur. In triangulo XCS ex dato angulo XCS, & ex data laterum XC, SC proportionem determinabitur tum basis XS, quum angulus CXS. Deinde in triangulo rectingulo XDS ex data hypotenusa XS & uno laterum DS, investigabitur angulus DXS; quo subtracto ex angulo jam invento CXS, supererit angulus CXD. Denique ad punctum C fiat angulus XCQ æqualis angulo CXD, atque ex puncto Q demittatur perpendicularis QQ; ea enim occurret ellipti in loco quæsito P. Et quoniam datur tum angulus ACX, quum angulus QCX, dabitur eorum differentia ACQ, ex qua exque data axium proportionem facile colligetur angulus anomalie veræ ASP.

534. Sed hic fortasse aliquis objiciat, supposuisse nos hac in methodo id ipsum, quod quærere oportebat. Etenim quum in ea necessarium sit prænoscere differentiam, quæ est inter arcum QX & ejus sinum rectum X], profecto differentia ista non aliter videtur posse cognosci, nisi supponendo jam cognitum ipsum arcum

QX, qui investigandus est. Ut huic difficultati satisfiat præmonendum est, arcum **QX** in apsidibus prorsus evanescere, in distantibus vero intermediis maximū evadere: etenim quum arcus **QX** sit perpetuo æqualis perpendicularo **SR**, quemadmodum perpendicularum istud, planeta existente in apsidibus, est nullum, ita nullus pariter erit eo in loco arcus **QX**: at vero quum planeta est in distantibus mediis **E** & *e*, eo casu perpendicularum **SR** abit in ipsam excentricitatem **CS**, atq; adeo omnium maximum est. Quod ut clarius pateat animadvertendum est locum puncti **R** interveniri in circumferentia circuli descripti circa excentricitatem **CS**, tamquam diametrum: unde quemadmodum omnium chordarum **SR** maxima est ipsa circuli diameter **SC**, ita quoque omnium perpendicularorum maximum erit excentricitas **CS**; ex quo sequitur arcum **QX** maximum esse, quum planeta est in distantibus mediis.

§35. Quod si quis veritatem istam calculo analytico experiri velit, supponere debet diametrum $AB = 2a$, atque adeo semidiametrum $CA = a$, abscissam $AO = x$, & excentricitatem $CS = b$: erit enim ordinata $OQ = \sqrt{2ax - xx}$. Et quoniam propter triangula similia **CQO**, **CSR**, ut est **QC** ad **QO**, ita se habet **CS** ad **SR**, inito

calculo invenietur $SR = \frac{b\sqrt{2ax - xx}}{a}$: hæc autem quum

omnium maxima esse debeat, oportebit ejus fluxionem $badx - bxdx$

æqualem esse aut nihilo, aut etiam infiniti $a\sqrt{2ax - xx}$

to: si primum habebitur $x = a$, nempe $AO = AC$: si secundum erit aut $x = 0$, aut $x = 2a$; nempe erit aut $AO = 0$, aut $AC = AB$. Sed his duobus casibus **SR** non quidem omnium maxima, sed omnium minima prodibit.

§36. Ex eo autem quod maximus arcus **QX** adæquet orbitæ excentricitatem **CS**, ex mensuris excentricitatum supra recensitis facile erit in uniuscujusque planetæ orbita arcum istum maximum invenire. Nempe in Tellure arcus iste numquam gradum unum superabit:

in

in Venere vix ad minuta $25\frac{1}{2}$ pertinet: In Luna duos gradus non excedet: In Jove erit graduum 2. $50\frac{1}{2}$. In Saturno graduum 3.15: In Marte graduum ferme 5: ac denique in Mercurio, qui omnium maxime excentricus est, erit graduum 12, aut paulo plus. Qua ratione, posito radio partium 100000, differentia inter arcum QX & sinum rectum XI tanta erit, ut in Tellure angulus subtrahendus DXS neque etiam quadrantem unius secundi adæquet, in Venere multo sit minor, in Luna sit trium secundorum, in Jove secundorum quatuor, in Saturno secundorum sex, in Marte secundorum 30, ac denique in Mercurio sex circiter minutorum. Atque istæ quidem anguli DXT magnitudines habent locum, quum planetæ versantur in distantis mediis, in quibus arcus QX maximus est; aliis vero in locis multo minores sunt. Quapropter angulus ille in Tellure, Venere, Luna, Jove, atque Saturno tuto negligi poterit, ac vero in Marte & Mercurio aliqua ipsius ratione habenda erit, quam iudicio ejus, qui computum instituit, determinandam relinquimus.

§ 37. Denique alia occurrit adproximandi ratio, ad quam & ipse *Keplerus* advertisse videtur. Sit P (Fig. 59.) locus planetæ in sua orbita, ad quem à focus S & F ducantur radii PS, PF: deinde sumpto arcu AX, qui sit ad integram circumferentiam quemadmodum est tempus, quo planeta descripsit arcum AP ad tempus integræ revolutionis planetæ, jungatur CX. Et quoniam area elliptica ASP est ad totam aream ellipticam in eadem ratione, erit ut area elliptica ASP ad aream ellipticam totam, ita arcus AX ad circumferentiam totam, sive etiam ita angulus ACX ad quatuor rectos: at vero, coeuntibus focus S & F, area ASP est ad aream totam ut angulus AFP ad quatuor rectos; nam in ea hypothesi ellipsis abit in circulum: itaque iisdem focus coeuntibus angulus ACX erit ad quatuor rectos ut angulus AFP ad quatuor rectos; quapropter anguli ACX, AFP eo casu æquales erunt inter se.

§ 38. Itaque quum foci F & S coincidunt cum centro ellipsos C, tunc rectæ lineæ FP, CX sunt pa-

parallelæ, & tales etiam sensibilibiter permanebunt, quum foci modico intervallo absunt ab ellipseos centro, live quum orbitæ excentricitas modica est; ut accidit in Telluris, Veneris, Jovis, atque Saturni orbitis. At vero in orbitis Martis, atque Mercurii, qui omnium sunt excentrici, rectæ illæ lineæ paululum deviabunt a parallelismo, adeo ut correctiuncula quædam in planetis istis sit adhibenda. Quæ quum ita sint, locus planetæ ita determinabitur ad tempus datum. Abscindatur arcus AX, qui sit ad circulum integrum ut est tempus datum ad tempus integræ revolutionis; deinde juncta CX agatur ei per focum F parallela FP; ea enim occurret orbitæ planetæ in puncto P, quod erit ad sensum verus locus ipsius, saltem quum agitur de Tellure, Venere Luna, Jove, atque Saturno.

CAPUT QUARTUM.

De Wardi hypotbesi elliptica, & de orbita Cassiniana.

539. **C**irca motum planetarum hypothesim nonnihil à *Kepleriana* diversam invexit in *Astronomiam Sethus Wardus*. Hic nobilissimus Astronomus posuit cum *Keplero* planetas moveri circa Solem in orbitibus ellipticis, Solemque cum eodem *Keplero* in alterutro umbilicorum collocavit. Sed æquabilem arearum circa Solem descriptionem, quam *Keplerus* è *Tychonicis* numeris primus eruerat, non satis probavit. Constituit autem ut quisque planeta ita moveretur circa Solem constitutum in umbilico uno, ut, radio ducto ad umbilicum alterum, angulos describeret temporibus proportionales. Nempe si APB (Fig. 59.) sit orbita elliptica, S umbilicus unus, in quo Sol est constitutus, F umbilicus alter, A apsis summa, B apsis ima, AB linea apsidum, & planeta quivis prius ponatur in loco P, deinde vero in loco Q, ex quibus ducti intelligantur ad alterum focum F radii PF, QF, tempus quo planeta descripsit arcum AP, erit

erit ad tempus, quo descripsit arcum AQ ex *Wardi* sententia, ut se habet angulus AFP ad angulum AFQ.

§40. Hoc *Setbi Wardi* commentum quamvis à natura alienum sit, negari tamen nequit quin maximum in astronomia usum sibi vindicet. Etenim quum nonnullorum *planetarum* orbitæ non sint admodum excentricæ, sed ad circulos fere accedant, profecto *Wardi* hypothesi, quæ æquabilem angulorum circa umbilicum alterum descriptionem requirit, ab hypothesi *Kepleriana*, quæ in Cœlo locum sibi vindicat, non multum abludet; quapropter ipsa plurimum conducet ad determinandos quam proxime motus *planetarum*, qui per repetitos calculos poterunt ad accuratiores mensuras revocari.

§41. Secundum istam *Wardi* hypothesim facile erit ad datum tempus locum planetæ in sua orbita determinare. Fiat enim ut tempus integræ revolutionis planetæ ad tempus datum, ita quatuor recti ad angulum AFP, & punctum P erit locus planetæ quæsitus. Secundum hanc autem constructionem expeditissime inveniatur angulus anomaliz veræ ASP: producta enim FP usq; ad Z, ita ut PZ sit æqualis PS, jungatur ZS. Et quoniam PZ, PS æquales sunt inter se, addita communi PF, erit FZ æqualis summæ duarum PF, PS, sive etiam æqualis ipsi AB. Itaque quum data supponatur ratio axeos AB ad focorum intervallum FS, dabitur etiam ratio, quam habet FZ ad FS; sed datur etiam angulus ZFS, ut pote complementum anomaliz mediæ datæ: quare in triangulo ZFS cognoscetur tum angulus FZS, quum angulus FSZ. Et quoniam ob æqualitatem rectarum PZ, PS angulus PZS æqualis est angulo PSZ, quemadmodum angulus ASP est differentia angulorum ASZ, PSZ, ita idem angulus ASP erit differentia angulorum ASZ, PZS; sed inventus jam est uterque angulus; ergo dabitur etiam angulus quælitus ASP.

§42. Hanc *Wardi* hypothesim inscius admisit *Ismael Bullialdus* in sua *Astronomia Philolaica*, ut ipse *Wardus* in fundamenta illius Astronomiæ inquirens luculentissime demonstravit: eandem hypothesim serio deinde

deinde arripuit *Comes Paganus*, atque *Planetarum theoriā* inde deductā gallico idiomate edidit; dissensumque ejus à Cœlo, qui in cœstantibus in Marte & Mercurio enormis est, in observationum errores audacter rejecit. Sed hodie communiter astronomi theoriā *Keplerianā* cum Cœlo ad unguem consentientem in computo usurpant.

543. Et quamvis summus astronomus *Dominicus Cassinus* novam circa planetarum motum hypothesim proposuerit, tamen neque ipse *Cassinus*, neque alii illam sequuti esse videntur; neque dubitandum quin si ipsam ad calculum traduxissent, minus accuratam fuissent deprehensuri. Recessit autem *Cassinus* à *Keplero* non modo in orbitæ forma elliptica, verū etiam in æquabili arearum circa Solem descriptione; quum tamen utrumque locum habere in Cœlo constet ex observationibus astronomorum. Nam posuit planetam *P* moveri circa Solem *S* ita tali orbita *APB*, ut non quidem summa rectarum *PS*, *PF* adæquet axem majorem *AB*, sed potius ut rectangulum ex ipsis *PF*, *PS* æquale sit rectangulo *AFB* vel *ASB*: deinde constituit ut planeta ita moveretur in hujusmodi orbita circa Solem *S* positum in foco uno, ut radio ducto ad umbilicum alterum *F* angulos describeret temporibus proportionales, adeo ut tempus, quo planeta descripsit arcum *AP* sit ad integrum tempus unius revolutionis ut angulus *AFP* ad quatuor rectos.

CAPUT QUINTUM.

De annua Telluris periodo definienda.

544. **Q**Uæ hætenus disputata sunt omnes planetas concernunt. Sequuntur nunc quæ Telluris sunt propria: initium autem capiemus ab annua ejus periodo definienda. Et quidem quum Telluris motus verus in propria sua orbita æqualis sit motui Solis adparenti, quemadmodum suo loco fufius exposui.

positum est, non alia melior succurrit ratio annuæ Tel-
luris periodi definiendæ, quam ut Solis tempus perio-
dicum definiatur. Itaque supponemus hoc *Capite* Ter-
ram immotam consistere in centro universi; Solem au-
tem moveri circa Tellurem iisdem prorsus velocitati-
bus, quibus revera Tellus agitur; quam etiam in al-
tero focorum ellipsoes Solaris constitutam esse existi-
mabimus.

545. Jam in Sole triplex periodus annua est confi-
deranda, quarum una *anomalistica*, altera *fiderea*, ter-
tia denique *tropica* adpellatur. *Periodus anomalistica*
est spatium temporis, intra quod Sol ex uno orbitæ pun-
cto digressus ad idem punctum regreditur; nempe est re-
volutio Solis ab apogeo ad apogeeum, aut à perigeo
ad perigeum, aut ab alio quovis orbitæ puncto ad idem
præcise orbitæ punctum. *Periodus fiderea est spatium*
temporis, intra quod Sol digressus ab uno sidere ad idem
sidus regreditur. Et denique *tropica periodus est redi-*
tus Solis ad eandem præcise longitudinem, sive est spa-
tium temporis elapsi ab uno æquinoctio ad idem æqui-
noctium, aut ab uno solstitio ad idem solstitium.

546. Ex recentitis autem tribus periodis brevissi-
ma est tropica, longissima anomalistica, fiderea autem
media est inter utramque. Præcessio æquinoctiorum fa-
cit, ut periodus tropica brevior sit periodo fiderea; mo-
tus vero apsidum in consequentia signorum facit, ut pe-
riodus anomalistica eadem fiderea periodo sit longior.
Finge Solem discessisse eodem tempore ab initio Arietis
& à sidere aliquo, quod versetur in principio Arietis.
Jam Sol anno fidereo vertente redibit ad sidus illud
stabile atque immotum, sed paullo ante occurret initio
Arietis, quod interea motum est in consequentia signo-
rum: unde quum reditus Solis ad idem sidus constituat
annum fidereum, ejus vero reditus ad puncta æquino-
ctialia constituat annum tropicum, sequitur istum
annum illo nonnihil esse breviorum. Finge rursus So-
lem discessisse ab apogeo & à sidere aliquo, sub quo
apogeeum interea versetur. Sol anno fidereo vertente
redi-

redibit ad idem sidus, sed non adhuc erit assequutus apogeeum, ob ipsius motum ut ut lentissimum in consequentia signorum. Itaque quum reditus Solis ad idem sidus constituat uti vidimus annum sidereum, ejus vero reditus ad apsidem constituat annum anomalisticum, sequitur istum illo nonnihil esse diuturniorem. Quamvis autem omnes anni anomalistici æquales sint inter se, non omnes tamen anni siderei, neque omnes anni tropici æquales sunt, quemadmodum *Sectione prima* fusius ostensum est.

547. Anni vero tropici quantitatem assequemur, si Solem bis observemus in eodem eclipticæ puncto, veluti in eodem puncto æquinoctiali, aut etiam in eodem puncto solstitiali. Etenim quum annus tropicus sit reditus Solis ad eandem præcise longitudinem, observando Solem bis in eadem longitudine, atque dividendo tempus interjectum per numerum revolutionum, quæ à priori revolutione ad secundam intercesserunt, habebitur tempus revolutionis unius, sive quantitas anni tropici. Et ne quis error in æquinoctii, vel solstitii tempore definiendo admissus veram anni tropici quantitatem evertat, præstat solstitia vel æquinoctia adhibere quam fieri potest maxime inter se distantia, ut error in plures partes distributus (divisione facta per magnam revolutionum interjectarum numerum) insensibilis evadat.

548. Hac methodo deprehensa est ab astronomis anni tropici quantitas dierum 365 horarum 5 & minutorum $49\frac{1}{2}$ fere. Qua ratione motus Solis diurnus medius erit minutorum 59 & secundorum 8. Et quoniam annua præcessio æquinoctiorum creditur communiter secundorum 51, ad quæ percurrenda eget Sol minutis primis 20, & secundis $42\frac{1}{2}$, addendo ista minuta 20, & $42\frac{1}{2}$ ad quantitatem anni tropici, habebitur quantitas anni siderei, quæ idcirco erit dierum 365, horarum 6, minutorum 9 & secundorum $54\frac{1}{2}$ fere. Insuper quoniam annuus apsidum motus constituitur unius minuti fere, ad quem percurrendum Sol eget minutis fere 25, adden-

addendo hæc minuta 25 ad quantitatem anni tropici, habebitur quantitas anni anomalistici dierum 365 horarum 6 & minutorum 14 fere.

§49. Sed adnotandum hic est, dubitari adhuc de apsidum motu apud nonnullos astronomos. Sunt enim qui credunt apsidēs immobiles eodem in loco perpetuo consistere; eorum autem motum ajunt esse adparentem, totumque æquinoctiorum præcessioni acceptum referunt. Horum sententia si vera est, motus apsidum adparens erit secundorum 51, quanta scilicet est annua præcessio æquinoctiorum: unde quantitas anni anomalistici mediam anni sideris quantitatem adæquabit. Solaribus periodis ita constitutis, habentur eodem tempore periodi Terrestris, quum motus Solis adparens in ecliptica oriatur ex vero Telluris motu sub eadem ecliptica.

CAPUT SEXTUM:

De excentricitate orbitæ Terrestris investiganda. Item de apsidum situ, deque tempore, quo Tellus versabatur in linea apsidum, inveniēdo.

§50. **E**X iis, quæ supra differuimus, sequitur ad datum tempus ut investigari possit locus Telluris in sua orbita tria postulari. *Primum* ut cognoscatur ratio, quam habet maxima ellipseos longitudo ad distantiam focorum, sive, quod eodem redit, ut cognoscatur orbitæ excentricitas. *Alterum* ut apsidum positio nota sit. Et *tertium* denique ut cognoscatur tempus, quo tempore Tellus aliquando versata est in apsidum linea: nam ex dato hoc tempore atque ex data anni anomalistici quantitate, facile elicietur anomalia media ad tempus datum. Ex data autem anomalia media & excentricitate nullo negotio elicietur anomalia vera ad idem tempus datum. Datis autem anomalia vera, & loco

& loco apsidum, locus Telluris in ecliptica statim cognoscetur.

§§1. Res itaque eo redit, ut ista investigare doceamus. Et quoniam pluribus modis id confieri potest, singulos exponere non gravabimur. Primus modus ita se habet. Sol moveri videtur sub ecliptica diversis semper cum velocitatibus: nam quibusdam anni temporibus ejus velocitas jugiter augetur, aliis vero jugiter minuitur. Observetur itaque Solis motus adparens in ecliptica, quum ipse incedit velocissime, hoc est quum in dato tempore maximum iter conficit versus ortum, aut etiam quum incedit tardissime, sive quum eodem dato tempore minimum iter conficit versus ortum: nam priori casu Sol versabitur in perigeo, altero vero casu versabitur in apogeo; utroque autem casu locus Solis dabit positionem apsidum quæsitam. Et quoniam quum Sol versatur in apogeo Tellus vicissim est in aphelio, quum vero Sol versatur in perigeo Tellus versatur in perihelio, ex tempore, quo Sol observatus est in apogeo aut perigeo, cognoscetur tempus, quo Terra versabatur in aphelio aut perihelio. Ad orbitæ vero speciem inveniendam, adnotandum prius est motum adparentem Solis existentis in apogeo esse ad motum adparentem Solis existentis in perigeo ut se habet quadratû distantiae perigeæ ad quadratum distantiae apogæ. Nempe si AP (*Fig. 60.*) sit arcus, quem Sol describit in tempore minimo quum est in apogeo, & BQ sit arcus, quem idem Sol describit eodem tempore minimo quum versatur in perigeo, erit motus Solis adparens AFP ad motum Solis adparentem BFQ ut BF quadratum ad AF quadratum: motus quippe adparentes in locis A, & B designantur per angulos AFP, BFQ, ut in *Opticis* demonstratur.

§§2. Ostendetur autem id sequenti ratione: quoniam tempus per arcum AP æquale est tempori per arcum BQ, erit area elliptica AFP æqualis areae ellipticæ BFQ: unde quum binæ istæ areae haberi possint tamquam duo triangula rectangula, erit ut AP ad BQ, ita BF ad FA: At vero angulus AFP ad angulum BFQ ratio-

tionem habet compositam ex arcu AP ad arcum BQ, & ex BF ad AF; itaque idem angulus AFP ad angulum BFQ rationem habebit compositam ex BF ad AF, & iterum ex BF ad AF; ex quo sequitur motum Solis adparentem in A esse ad motum Solis adparentem in B eodem tempore factum ut BF quadratum ad AF quadratum.

553. Observetur itaque maximus Solis motus adparens, quum nempe Sol versatur in perigeo, ut & minimus ipsius adparens motus, quum scilicet versatur in apogeo. Nam ratio istorum motuum dabit rationem quadrati distantiae apogee ad quadratum distantiae perigeae; subduplicata autem illa ratio dabit rationem distantiae apogee AF ad distantiam perigeam BF. Itaque componendo dabitur ratio AB ad BF; dividendo autem dabitur ratio GF ad BF; atque adeo dabitur etiam ratio AB ad GF, siue majoris axeos ellipseos ad duplam excentricitatem.

554. Sed accuratius apsidum positio determinabitur, si bina loca investigentur, in quibus Solis motus adparentes aequales sint inter se; nam quum hujusmodi loca aequae distare debeant ab apsidibus, obtinebitur locus apsidum si angulus, quem rectae lineae ductae ad bina illa loca, continentur secetur in partes aequales: utque cautius hac in re procedatur, non bina loca, sed quatuor, aut sex investigari poterunt, in quorum singulis binis motus Solis adparentes aequales sint inter se; nam si bisecando unumquemque angulum, quem rectae lineae ductae ad bina quavis loca correspondentia comprehendunt, prodeat semper idem apsidis locus, recte habebit observatio; sin minus iterum instituenda erit observatio, quousque locus apsidis accuratissime eliciatur.

555. Altera methodus per Solis semidiametros adparentes procedit. Etenim quum Terra est in aphelio, tunc Solis diameter minima adparet; quum autem Terra est in perihelio, tunc diameter Solis adparet maxima: itaque loca, in quibus diameter Solaris maxima est, vel minima erunt apsidum loca. Similiter punctum

Quum medium inter duo puncta, ubi Sol adparet ejusdem magnitudinis, locum ostendit aphelii vel perihelii. Ad ellipseos vero speciem determinandam adnotandum est diametrum Solis semper esse reciproce ut distantiam Solis à Tellure; Sol enim ad distantiam duplo majorem duplo minor adparet, ad distantiam triplo majorem triplo minor, atque ita deinceps. Itaque maxima Solis diameter erit ad minimam diametrum Solis ut distantia Telluris aphelia ad ejus distantiam periheliam. Sed datur ex observationibus ratio, quam habet maxima Solis diameter ad minimam ipsius diametrum; itaque dabitur etiam ratio, quam habet distantia Telluris aphelia AF ad distantiam periheliam BF; ex qua ratione nullo negotio elicietur ratio, quam habet longitudo orbitæ maxima AB ad duplam excentricitatem FG. Cæterum loco diametrorum adparentium Solis per angulos aut arcus mensuratarum accuratius sumentur tangentes eorundem angulorum, quæ revera sunt in distantiarum Solis ratione reciproca.

§56. Tertia methodus, quam Vir celeberrimus *Edmundus Halley* excogitavit, ita se habet. Sit S Sol, ABCD (Fig. 61.) orbita Terrestris, P planeta aliquis, puta Mars, quem cæteris præferendum esse hoc in negotio admonet vir acutissimus. Primo adnotetur tum verum tempus, quum verus locus, quo Mars opponitur Soli: tunc enim Sol & Terra erunt in una linea recta cum Marte, vel (si Mars latitudinis aliquid habuerit, quod fere semper accidit) cum puncto ubi perpendicularis à Martis centro decidit in eclipticæ planum. Sint ergo S, A, & P loca Solis Telluris & Martis in una recta linea collocata. Et quoniam Martis periodus constat diebus 687; isto tempore elapso iterum Mars conspicietur è Sole in puncto P, ubi scilicet in priore observatione Soli opponebatur. Terra vero quum non revertatur ad A, nisi post dies 730 fere, quum Mars est denuo in P, Terra non adhuc erit in A, sed in loco posteriori B, Solemque in linea SB, Martem autem in linea PB conspiciet. Itaque ex observatis locis Solis & Martis dabitur angulus PBS: sed ex datis locis Martis in P & Telluris in B datur etiam angulus PSB; quare

quare in triangulo PSB noti erunt omnes tres anguli : atque adeo posita distantia Martis à Sole partium 100000, in iisdem partibus invenietur distantia SB. Pari ratione post alteram Martis periodum, Terra existente in C, invenietur longitudo lineæ SC ejusque positio; nec dissimiliter linea SD ejusque positio invenietur, post tertiam periodum Martis completam.

557. Ex hisce tribus observationibus Solis & Martis, habentur tum positio, quum longitudine tres rectæ lineæ SB, SC, SD in foco S orbitæ Terrestris concurrentes. Itaque deventum erit ad hoc Problema geometricum: *dati tribus rectis lineis in uno ellipseos foco coeuntibus tam longitudine quam positione, invenire longitudinem transversæ diametri, ejus positionem & focorum distantiam*. Quod problema expedire jam docuerunt Geometræ; sed ne ejus constructio hic delideretur, paucis nos quoque eam exequemur.

558. Sint SB, SC, SD (Fig. 62.) tres rectæ lineæ datæ tum positio, quum longitudine concurrentes in foco ellipseos S. Jungantur DC, BC, & producantur ut sit DF ad CF, ut est DS ad CS, & CE ad BE ut CS ad BS. Jungatur FE, in quam ex puncto S cadat perpendicularis SG; hæc recta dabit positionem axis. Ducantur item BH, CI, DK parallelæ ipsi SG, seceturque SG in A, ita ut sit GA ad AS ut DK ad DS: deinde producaturs ad a, ita ut sit etiam Ga ad aS, ut est DK ad DS, fiatque Qa æqualis SA. Eruntque puncta A, & a vertices ellipseos; ejus foci erunt S & Q; axis autem major erit Aa. Quod si his verticibus, hisq; focus elliptis describatur, ea transibit per puncta data B, C, D, orbitamque quæ itam representabit.

559. Etenim quum ex constitutione sit DS ad CS ut DF ad CF, propter triangula autem DKF, CIF similia DF ad CF sit ut DK ad CI, erit propter rationum æqualitatem ut DS ad CS, ita DK ad CI; permutando autem ut DS ad DK sive etiam ut SA ad AG, sive ut aS ad aG, ita erit CS ad CI. Non dissimiliter ostendetur CS ad CI ita se habere, ut se habet BS ad BH. Itaque rectæ SD, SC, SB, SA proportionales erunt re-

Tom. II.

S

tis

Etis DK, CI, BH, AG. Atqui hæc est proprietas ellipseos
cujus focus est S & axis major Aa, uti à scriptoribus co-
nitis demonstratur: ergo ellipsis focus S & F & axe Aa
descripta transibit per puncta B, C, D.

560. Quoniam autem in Astronomia calculus con-
structione quavis utcumque concinna utilior est, eli-
ipseos forma & positio aplidum sic calculo invenietur.
In triangulis DSC, CSB ex datis lateribus DS, CS, SB
& angulis DSC, CSB invenientur tum bases DC, CB
quum anguli SDC, SCD, SCB, SBC. Et quoniam ratio
DF ad CF data est, dividendo dabitur ratio DC ad CF;
itaque quum data sit DC, data etiam erit CF; atque
adeo tota DF etiam dabitur. Non dissimiliter invenien-
tur etiam rectæ CE, BE. Quum autem angulus BCD
notus sit, quippe compositus ex duobus angulis jam co-
gnitis, cognoscetur ejus ad duos rectos complemen-
tum ECF: itaque in triangulo ECF ex datis lateribus
CE, CF & angulo comprehenso ECF, invenietur angu-
lus CEF, cujus idcirco complementum ad gradus 90,
nempe angulus ECI, notus erit. At vero notus est angulus
SCE; quare totus angulus SCI, sive ipsi, propter paralle-
las Ga, CI, æqualis CSa, cognitus erit. Quapropter quum
data sit positio rectæ CS, dabitur etiam positio rectæ Sa;
unde locus aphelii non ignorabitur. Denique in trian-
gulo rectangulo BEH datur hypothenusa BE cum angu-
lo adjacentente BEH; itaque dabitur latus oppositum BH:
sed datur etiam BS: quare data erit ratio quam habet
BS ad BH, quæ eadem est cum ea quam habet dupla ex-
centricitas QS ad axem majorem Aa.

561. Denique ex *Wardi* theoria quarta methodus
elicitur pro determinanda quum orbitæ specie, tum apli-
dum positione: & quamvis illhæc theoria non omnium
planetarum motibus accuratissime respondeat, tamen
motui Telluris tuto aptari potest; quippe ejus orbita ad-
modum excentrica non est. Requiritur autem in hac
methodo tres Solis observationes, item temporum in-
tervallum inter observationes elapsa. Sic ABPDC (Fig. 63.)
orbita Telluris, S focus, in quo Sol collocatur, F focus
alter, Aa linea aplidum, sintque B, C, D tria loca data

Tel-

Telluris in ejus orbita, ex observatis scilicet Solis totidem oppositis locis eruta. Centro F intervallo FM, quod sit æquale ellipseos axi majori, describatur circulus MHEG, cui occurrant rectæ FB, FC, FD productæ in punctis G, H, E. Ducanturque ex foco S rectæ SB, SC, SD, item SG, SH, SE.

562. Et quoniam data sunt tria loca Telluris B, C, D dabuntur anguli BSC, B^oD, & CSD; nam hos angulos metiuntur arcus eclipticæ inter loca observata intercepti. Sed dati etiam erunt anguli BFC, BFD, & CFD; quum ex *Wardi* sententia Tellus in perimetro suæ orbitæ feratur ea lege, ut angulos circa alterum focum F describat temporibus proportionales. Itaque quum detur tempus elapsum inter observationem Telluris in B & observationem Telluris in C, dabitur angulus BFC, sumendo nempe angulum istum ad quatuor rectos ut est tempus datum ad tempus unius revolutionis Telluris; & similiter sumendo angulum BFD ad quatuor rectos ut est tempus elapsum inter observationem Telluris in B & observationem Telluris in D ad tempus unius revolutionis, dabitur angulus BFD: qua ratione datus etiam erit angulus CFD. •

563. Præterea quoniam summa rectarum BF, BS adæquat axem majorem Aa, atque ex constructione recta FG etiam æqualis est axi majori Aa, erit summa rectarum BF, BS æqualis rectæ FG; ideoq; dempta communi BF, supererit BG æqualis BS. Itaque quum angulus FBS æqualis sit angulis BGS, BSG; idem angulus FBS duplus erit anguli FGS. Eadem ratione ostendetur angulum FCS duplum esse anguli FHS; angulum vero FDS duplum anguli FES. Quum autem anguli FBS, FCS differentię sint angulorum FSB, FSC ab angulis AFB, AFC, summa angulorum FBS, FCS, sive etiam summa angulorum FGS, FHS duplicata, erit differentia anguli BSC ab angulo BFC: data autem est differentia ista; itaque dabitur etiam duplum summæ angulorum FGS, FHS; atque adeo ipsi anguli FGS, FHS simul dabuntur. At vero anguli FGS, FHS æquales sunt differentię anguli G^oH ab angulo BFC: itaque quum

S 2

data

data sit tum summa angulorum FGS , FHS , quum angulus BFC , dabitur angulus GSH . Eodem ratiocinio evincetur datum etiam esse tum angulum GSE , quum angulum HSE.

564. His præmissis designetur SH per numerum quemlibet, veluti per 100000, & producaturs ES donec periferiæ occurrat in L, junganturque HL, LG, HG . Itaque quoniam in triangulo HSL datur angulus HSL, complementum nempe ad duos rectos anguli cogniti HSE, item angulus SLH, semissis anguli dati HFE, daturq; etiam latus HS, 100000 scilicet partium, dabitur SL in iisdem partibus : unde in triangulo SLG quum detur adhuc angulus LSG, complementum ad duos rectos anguli jam cogniti GSE, & angulus SLG , semissis anguli cogniti EFG, dabitur SG. Quo invento, in triangulo HSG quum detur etiam SH cum angulo intercepto HSG , dabitur basis HG cum angulo SHG. Itaque in triangulo isosceli HFG quum detur angulus HFG & basis HG, inveniatur tum angulus FHG, quum latus HF . Denique in triangulo FHS ex datis lateribus FH, HS una cum angulo FHS, qui habetur subtrahendo angulum FHG ab angulo SHG , inveniatur SF, dupla nempe orbitæ eccentricitatis , & angulus HSF ; à quo si subtrahatur angulus HSC, sive etiam ei æqualis SHC, qui cognitus est, supererit angulus CSF, qui axeos, apsidumque positionem determinat.

565. Hæc methodus eruitur ex *Wardi* theoria, in qua anguli circa focum alterum descripti temporibus proportionales adsumuntur : quod verum non est, uti pluries adnotatum est . Sed in Telluris orbita anguli ad focum superiorem descripti tam parum differunt ab iis, qui temporibus proportionales sunt, ut nullus exinde error sensibilis possit oriri in determinanda orbitæ specie & positione.

566. Invento apsidum situ, motus ipsorum apsidum nullo negotio determinabitur . Comparandus enim est locus, quem nunc occupat aphelium, cum loco, quem occupabat pluribus retro sæculis, & arcus ab aphelio interea temporis descriptus dividendus est per numerum
anno-

annorum intermediorum : prodibit enim in quotiente motus annuus aphelii . Et quidem si motus aphelii hac ratione determinatus adæquet annuam æquinoctiorum præcessionem , certum erit apsidæ quiescere , eorumque motum adparentem in consequentia signorum oriri ex motu æquali punctorum æquinoctialium in antecedentia signorum . Quod si vero motus ille excedat annuam æquinoctiorum præcessionem , eo casu apsidæ moveri necesse est in consequentia signorum : subtrahendo autem ex annuo aphelii motu annuam præcessionem æquinoctiorum , id quod superest dabit annum motum verum ipsius aphelii .

CAPUT SEPTIMUM.

De Temporis æquandi causis , & regalis.

567. **N**on hic repetam , quæ alibi à nobis fusius dicta sunt de dierum Solarium inæqualitate , ejusque inæqualitatis causis . Tantum hic admonebo , motum Solis adparentem in consequentia signorum , ut pote inæqualem , ad tempus æquale metiendum idoneum non esse . Itaque quum nullum in natura corpus occurreret , quod motu in totum perfecte æquabili ciceretur , & tamen talis motus requireretur ad dies & horas æquales connotandas , Solem alium fingere necesse fuit , qui æqualium dierum regula esset . Et quoniam inæqualitatis dierum naturalium duplex erat causa , una quod Sol modo intenderet cursum suum , modo remitteret , altera quod ecliptica ad æquatorem esset obliqua , ne Sol iste fictus alicui inæqualitati subjiceretur , statuerunt astronomi , ut non modo is moveretur eadem semper velocitate , & quotidie describeret minuta 59 & secunda 8 , verum etiam ut per æquatorem semper incederet .

568. Hinc duplicis temporis consideratio astronomis suborta est , quorum temporum alterum *adparentis verum & inæquale* , alterum *medium & æquabile* dicitur .

tur. Et quoniam temporis adparentis mensura est Sol verus; temporis autem æquabilis mensura est Sol medius, conferendus nobis est motus Solis veri per eclipticam cum motu Solis medii per æquatorem; sic enim accuratam utriusque temporis notitiam comparare nobis poterimus.

569. Quem in finem intelligamus circulum declinationis per centrum Solis veri transeuntem ipsum Solem verum perpetuo in suo gressu comitari. Is occurret æquatori in aliquo puncto, quod adscensionem rectam Solis veri determinabit. Itaque si contingat aliquando, ut Sol medius versetur in communi sectione æquatoris cum suprascripto circulo declinationis, tunc, quo tempore adpellit ad meridianum Sol verus, eodem tempore eundem meridianum attinget Sol medius; adeoque dies medius, diesque verus simul definient, tempusque medium æquale erit tempori vero. Quapropter si supponamus arcum æquatoris inter Solem medium & initium Arietis interceptum æqualem, tunc temporis esse Solis longitudini mediæ quia quovis alio tempore arcus æquatoris inter Solem medium & principium Arietis adæquat Solis longitudinem mediam, sequitur, ut tempus verum æquale sit tempori medio, necesse esse ut Solis longitudo media ejus adscensionem rectam adæquet.

570. At Sol medius ut plurimum non in suprascripta communi sectione, sed ante aut post illam collocatur. Qua ratione tempus verum ut plurimum discrepabit à tempore medio. Nempe si Sol medius sit ad orientalem plagam communis sectionis circuli æquinoctialis cum circulo declinationis per centrum Solis veri transeunte, Sol verus citius attinget meridianum, quam Sol medius; ideoque tempus verum superabit tempus medium. Quod si Sol medius sit ad partem occidentalem ejusdem sectionis, eo casu Sol verus serius attinget meridianum, quam Sol medius: itaque tempus medium superabit vicissim tempus verum. Et quoniam priori casu Solis longitudo media superat ejus adscensionem rectam; altero vero casu media Solis longitudo deficit ab ejus adscensione recta, sequitur quod ut tempus

pus verum superet tempus medium, necesse sit Solis longitudinem mediam excedere ejus adscensionem rectam; ut vero tempus medium superet tempus verum, necesse sit Solis adscensionem rectam superare vicissim ejus longitudinem mediam.

571. Itaque quum tempus adparens sive verum revocandum est ad tempus medium, investigare prius oportet num Solis media longitudo æqualis sit, major, aut minor ejus adscensione recta. Nam si media Solis longitudo ad tempus datum adæquat ejus adscensionem rectam, tempus medium idem erit cum tempore vero. Quod si vero media Solis longitudo superet Solis adscensionem rectam, tempus verum superabit tempus medium; atque adeo addendum aliquid erit tempori medio, ut habeatur tempus verum. Denique si media longitudo Solis minor sit ejus adscensione recta, tunc tempus verum deficiet à tempore medio; quapropter subtrahendum aliquid erit de tempore medio, ut obtineatur tempus verum. Cæterum utemur his regulis quoties tempus adparens, sive verum revocandum est ad medium; etenim quum tempus medium vicissim in verum convertendum est, contrariæ regulæ erunt adhibendæ.

572. Ut autem id, quod addi, aut demi debet de tempore vero investigemus ad hoc ut tempus medium obtineatur, advertendum est discrimen temporis veri à tempore medio oriri ab arcu illo æquatoris, qui inter circum declinationis per centrum Solis veri transeuntem, & Solem medium interjacet; qui quidem arcus æqualis est differentiæ longitudinis mediæ Solis, & ejus adscensionis rectæ. Itaque ad tempus æquandum inveniendæ est differentia inter Solis longitudinem mediam, & ejus adscensionem rectam: deinde differentia ista convertenda est in minuta horaria: nam tempus inde conflatum illud erit, quod interdum addere interdum vero subtrahere oportebit ex tempore vero, ad hoc ut tempus æquale, sive medium obtineatur.

573. Atque hæ sunt regulæ temporis æquandi: superest ut causas hujus æquationis attingamus. In supputandis motibus corporum cœlestium dies omnes in-

ter se æquales supponere oportet . Etenim si dies unus longior esset alio , non posset Sol quotidie minuta 59. 8 in motu medio describere , sed si die una hoc iter peragraret , in die longiore describeret iter aliquantillo majus , in die breviori iter aliquantillo minus . At vero dies naturales revera sunt inæquales : itaq; nisi hujus inæqualitatis ratio habeatur perspecta , motus cœlestes ex tabulis deprompti à phænomenis dissidebunt . Hæc causa est , quapropter astronomi de æquando tempore tantopere solliciti sint , atque jubeant tempus adparens revocari ad medium : hac enim ratione dies , qui revera inæquales sunt , ad æqualitatem rediguntur , omnisque errorum suspicio è calculis subducitur .

CAPUT ULTIMUM.

De Telluris longitudine , ejusque à Sole distantia supputanda.

574. **V**Idimus hætenus quomodo ex idoneis observationibus erui possit tum apsidum positio , quum tempus , quo Tellus versabatur aliquando in aphelio ; vidimusque etiam quemadmodum ellipseos Terrestris magnitudo speciesq. determinari queat . Inquirendum nunc , quomodo investigetur locus verus Telluris ad tempus datum , atque ipsius à Sole distantia . Et primo quidem investigari debet locus aphelii ad datum tempus ; nempe si tempus datum posterius sit tempore , ad quod aphelii locus fuit determinatus , ad longitudinem aphelii jam definitam addendus est apsidum motus interea factus ; cujus motus quantitas annua quomodo definitur , suo loco expositum est . At vero si tempus datum antecedit tempus , ad quod aphelii locus fuit definitus , ex supradiçta aphelii longitudine subtrahendus est apsidum motus interea factus ; utroque enim casu habebitur locus aphelii ad tempus datum .

575. Deinde quoniam datum supponitur tempus , quo tempore Terra aliquando aphelium tenuit , dataque

que etiam est periodus Telluris anomalistica, ex comparatione temporis dati cum tempore, quo Tellus in aphelio versabatur, eruetur ratio inter tempus periodicum Telluris & tempus elapsum à proximo aphelio. Quocirca anomalia media Telluris ad tempus datum non ignorabitur. At vero ex datis anomalia media Telluris & orbitæ excentricitate facile est invenire anomaliam veram ASP per metodos supra explicatas; itaque ad datum tempus cognitus erit angulus anomalix veræ ASP. Sed datur, uti vidimus, locus aplidis A ad tempus datum; ergo ad idem datum tempus dabitur longitudo Telluris.

576. Distantiam vero Telluris P (Fig. 56.) à Sole S ad tempus datum ita investigabimus. Quoniam datus est angulus anomalix veræ PSA, dabitur etiam angulus QSA: quum tangens anguli QSA ad tangentem anguli PSA fit in ratione data QO ad PO, sive etiam EC ad DC. Itaque in triangulo QCS, in quo dantur adhuc latera QC, CS, invenire licebit basim QS. Et quoniam sumpto SO pro radio, sive sinu toto QS evadit secans anguli QSO, & PS secans anguli PSO, faciendo ut secans anguli dati QSO ad secantem anguli dati PSO, ita data QS ad PS, invenietur distantia Telluris à Sole ad tempus datum.

577. Sed locus Telluris sic inventus nulla eget correctione, si tempus datum medium est; in ista enim hypothesis locus inventus est verus. At si tempus datum sit verum, operæ pretium prius erit tempus verum in medium convertere. Et quoniam ad conversionem istam perficiendam necesse est prænoscere tum mediam Solis longitudinem ad tempus datum, quum ipsius adscensionem rectam, utemur hac in re loco Solis modo invento, qui etsi accuratissimus non sit, tamen idoneus erit ad temporis æquationem eruendam; ea enim ad sensum eadem manet sive locus Solis sit is, quem modo invenire docuimus, sive sit verus & correctissimus. Tempore vero in medium converso, quærat iterum locus Solis; is enim, qui invenitur, erit correctus & accuratus. Etenim, uti ad calcem superioris Capituli dictum est,

tem-

tempus medium solum aptum est ad usus aëtronicos. Itaque quum ad tempus medium ex dato tempore vero eruendum locus Solis esset necessarius, ille præterpropter fuit prius inveniendus, supponendo tempus adparens datum idem esse cum tempore medio.

SECTIO QUINTA.

De reliquorum Planetarum Theoriis.

578. **T**elluris theoria superiori *Sectione* explicata, sequitur modo ut reliquorum planetarum Saturni, Jovis, Martis, Veneris atque Mercurii theorias enodare hic adgrediamur. Planetæ autem, de quorum motu hac *quinta Sectione* est nobis differendum, in eo conveniunt cum Tellure, quod *inæqualitatem* ab orbitæ excentricitate, elliptica figura, atque velocitatis continua mutatione oriundam & ipsi pariter experiantur: etenim ad instar Telluris moventur in orbitibus ellipticis, atque areas continenter describunt circa Solem in communi orbitarum foco constitutum temporibus proportionales. Verum præter istam inæqualitatem, quam *primam* adpellant astronomi, inæqualitatem alteram patiuntur, quam *secundam & opticam* dicere solent; cujus quidem inæqualitatis origo non ex ulla planetarum vicissitudine, aut perturbatione, sed ex motu Telluris circa Solem proficiscitur. Quum enim Tellus feratur continenter circa Solem, raro accidet ut planeta spectatus è Tellure adpareat in eodem loco, in quo videtur è Sole: id quod sic ostenditur.

579. Repræsentet *ATBt* (*Fig. 64.*) orbem Telluris, in cujus foco altero *S* resideat Sol, sitq; planeta aliquis in *P*. Conjungatur recta *PS*, eaque protendatur usque ad *B*, & *R*, quorum punctorum primum pertinet ad orbem Telluris, alterum autem ad fasciam Zodiaci, sub quo planetæ moveri videntur. Quibus ita constructis manifestum est, locum planetæ heliocentricum, sive visum ex Sole, eundem prorsus fore cum loco geocentrico, si-

ve

ve cum loco viso è Tellure, si Tellus sit vel in A, vel in B, scilicet si Sol ex Tellure visus vel jungatur planetæ, vel eidem sit oppositus : semper enim is conspicietur in puncto R. At vero si Tellus sit in T vel in t, eo casu locus geocentricus planetæ, qui adparebit in Q vel in q, longe diversus erit à loco heliocentrico ejusdem planetæ, ut pote qui è Sole referetur ad punctum R.

§80. Quum autem in his planetis distinguantur loca *heliocentrica* & *geocentrica*, non sat est heliocentrica loca inveniendi methodum tradidisse, sed postquam loca ista reperta sunt, necessum est ad investigationem locorum geocentricorum gradum facere. Præterea quum planetæ isti moveantur in planis ad eclipticæ planum diversimode inclinatis, ut eorum positio respectu eclipticæ innotescat, cognoscenda est quum longitudo, tum latitudo uniuscujusque planetæ. Quapropter quum in Tellure quæri tantum soleat longitudo, ejusque à Sole distantia ad tempus datum, in planetis cæteris, præter hæc, investigare item oportet latitudinem, sive eorum ab ecliptica distantiam.

CAPUT PRIMUM.

Qua ratione Planetarum tempora periodica possint determinari.

§81. **E**T primo quidem loco oportet planetarum periodos, sive tempora, quibus temporibus singuli suas circulationes absolvunt circa Solem mensuris, quam fieri potest accuratissimis, comprehendere. Id autem nullam difficultatem involveret, si nos in Sole essemus constituti : observando enim planetas singulos bis in eadem longitudine, dividendoque tempus elapsum à prima observatione ad secundam per numerum revolutionum, obtineretur tempus unius revolutionis. Nunc autem quum nos haud quidem in Sole, sed in Tellure, quæ circa Solem continuo fertur, simus constituti, res aliquam difficultatem patitur: si enim obser-

vemus

vemus ex Tellure planetam bis in eadem longitudine, tempus elapsum à prima observatione ad secundam haud quidem æquale erit tempori revolutionis periodicæ, sed vel majus erit vel minus; id quod sic ostenditur.

§82. Esto S Sol (*Fig. 64.*), circa quem revolvatur Tellus T, & planeta P, sitq; primum Tellus in T, & planeta in P. Observator in Tellure constitutus conspiciet planetam sub loco firmamenti Q. Sed regresso planeta ad P, adeoque completa integra revolutione, sit Tellus in loco t: tunc idem planeta spectabitur à Telluris superficie sub loco firmamenti q longe diverso à priori loco Q: adeoque quamquam planeta integram revolutionem compleverit, nihilominus videbitur ex Tellure vel multo ante, vel non adhuc eam explevisse.

§83. Quum itaque per longitudes geocentricas determinari nequeant tempora periodica planetarum, videndum est quomodo ex locis geocentricis, quæ immediatis observationibus definiri possunt, erui queant loca heliocentrica, quæ observari immediate non possunt. Et quidem quod attinet ad planetas superiores, ipsi, quum ad oppositionem Solis venerunt, sive conspiciantur è Sole, sine conspiciantur è Tellure, semper ad idem eclipticæ punctum referuntur; adeoque in hoc situ heliocentrica loca à geocentricis non differunt, quibus observatis ea statim evadent manifesta. Ad planetas vero inferiores quod attinet, quum ipsi Soli inferius conjungantur, inque ipso Solis disco cernuntur, tunc, si ex Sole spectari possent, ad punctum eclipticæ oppositum referrentur: itaque eo casu planetarum loca heliocentrica geocentricis ex diametro opponuntur; atque adeo illis observatis hæc evadent manifesta.

§84. Præterea quando planetæ inferiores sunt in maximis à Sole elongationibus, eo tempore angulus ad Solem, quem comprehendunt rectæ lineæ ad ipsum ductæ à Tellure & planeta, æqualis est complemento elongationis ejusdem planetæ à Sole: etenim in orbibus quasi circularibus linea orbem contingens perpendicularis est ad rectam, quæ à Sole ducitur ad punctum contactus: at vero comparari per observationem potest angulus

gulus elongationis maximæ planetæ à Sole ; quare cognoscetur etiam prædictus angulus ad Solem, qui elongationem planetæ à Tellure è Sole visam metitur: atqui datur longitudo Telluris, sive distantia ipsius ab initio Arietis: quare dabitur quoque longitudo planetæ heliocentrica, sive ejus distantia ab eodem initio Arietis è Sole visa.

§85. Quibus positis facile nunc erit qualem qualem temporum periodicorum notitiam nobis comparare. Etenim si investigandum ex.gr. sit tempus periodicum Jovis, observandus is erit semel, atque iterum in oppositione cum Sole, temporaque utriusque observationis & loca sunt exscribenda: ex binis enim his observationibus dabitur arcus Zodiaci, quem Juppiter è Sole conspectus interea temporis descripsit: itaque faciendo ut arcus hicce ad integram circumferentiam, ita tempus inter duas observationes elapsum ad quartum proportionalem, dabitur exinde quamproxime tempus planetæ periodicum. Dixi quamproxime: nam hæc methodus supponit motus planetarum fieri per circumferentias circulorum, supponitque præterea planetas incedere motu æquabili, quorum neutrum verum est. Non dissimiliter colliguntur planetarum inferiorum tempora periodica, si scilicet ipsi bis observentur vel in suis cum Sole inferioribus conjunctionibus, vel in elongationibus maximis.

§86. Quum autem per istam methodum nonnisi quam proxime planetarum tempora periodica noscere liceat, ad sequentem aliam methodum accuratissimam est confugiendum. Observetur quilibet planeta bis in eodem nodo, hoc est binæ fiant observationes planetæ, quando is ex eadem orbitæ parte nullam latitudinem habuerit; id quod tunc tantum potest contingere, quum is versatur in nodo: aliis enim temporibus semper latitudinis aliquid habere debet. Tempus inter binas observationes elapsum procul dubio æquale erit tempori periodico. Nam quum planetæ moveantur in planis diversimode ad eclipticæ planum inclinatis, Sol autem in communi orbitarum omnium foco
resi-

resideat, orbitæ omnes, ut fufius alibi demonftratum est, fecabunt eclipticæ planum in totidem lineis per Solem tranfeuntibus, quæ quidem lineæ ad eclipticam ufque produæ nodis occurrent. Planeta autem in fingulis revolutionibus nonnifi femel in nodo uno fpectari poteft: Itaque quum nodi vel quiefcant, vel tardiffime moveantur, adeoque una revolutione labente tamquam quiefcentes haberi poffint, quum planeta adpellit ad nodum, ad eandem longitudinem heliocentricam rediiffe putandum eft; atque adeo ex dato tempore inter duos continentes planetæ ad eundem nodum adpulfus, innotefcet planetæ periodus.

§87. Ut autem per methodum iftam accuratius de- tegantur tempora periodica planetarum, præftat obfer- vationes adhibere longo sæculorum intervallo inter fe diffitas: ita enim fi quis error admiſſus fuerit in obfer- vationibus, is diſiſione facta per magnum annorum numerum omnino evadet infenſibilis. Sed quum id accidit motus nodorum interea factus negligendus non eft: etenim quamquam nodi uno vel altero anno ad ſenſum ſtare videantur, tamen poſt plura ſæcula ſenſibiliter diſceſſiſſe è locis ſuis deprehenduntur: itaque ne in tem- poribus planetarum periodicis definiendis hac ex parte peccetur, habenda erit ratio motus nodorum, cujus motus quantitas quomodo inveſtigetur, ſequenti *Capite* docebitur.

§88. Inventis temporibus periodicis planetarum, eorum motus medios diurnos inveſtigare licet: fiat enim ut tempus periodicum cujuſvis planetæ ad diem uſum, ita 360 gradus ad quartum proportionalem: is enim quantitatem motus medii diurnam designabit, Nempe ſi planeta alius fictus moveri intelligatur per orbitam planetæ veri cum tali ſemper velocitate angu- lari, ut quotidie deſcribat quantitatem ſupradiſtam, is eodem prorsus tempore integram orbitam peragrabit.

CA-

CAPUT SECUNDUM.

Quomodo situs motusque nodorum investigari possint, exponitur.

§89. **N**odorum situs investigatur observando planetam bis in eodem nodo, sive observando planetam bis ex eadem orbitæ parte tunc, quum nullam prorsus habet latitudinem: eo enim tempore ipsum in nodo versari necesse est. Esto (*Fig. 65.*) *Nn* linea nodorum, *Tt* orbita Terrestris, *Pp* orbita planetæ, cujus nodorum positio investiganda proponitur, *S* focus utriusque orbitæ communis, in quo residet Sol fixus immotusque, & *P* planeta bis conspectus in linea nodorum ex eadem parte Solis, semel quum Tellus versabatur in puncto *T*, iterum quum versabatur in loco *t*. Ducantur rectæ *TS*, *TP*, *tS*, *tP*, sitque *X* punctum, in quo rectæ *tS*, *TP* se se mutuo secant.

§90. Quoniam Tellure existente in loco *T* datur ejus longitudo, sive ipsius distantia ab initio Arietis, daturque etiam longitudo Telluris progressæ ad locum *t*, ex duarum istarum longitudinum intervallo dabitur angulus *TS_t*. Præterea quoniam data sunt loca Solis *S* & planetæ *P*, dum Tellus versatur in *T*, dabitur angulus *PTS*, qui elongationem unius ab altero metitur. Itaque in triangulo *STX* dati erunt omnes anguli; atqui datur insuper latus *TS*, distantia scilicet Telluris à Sole; quare inveniri poterit tum latus *SX*, quum angulus *SXT*: notum est enim in quovis triangulo ex tribus cognitis reliqua cognosci facile posse.

§91. Rursus quoniam datur distantia *S_t* Telluris existentis in *t* à Sole *S*, daturque etiam latus *SX* modo inventum, dabitur eorum differentia *tX*: quapropter in triangulo *tXP* dabitur tum latus *tX* quum angulus *tXP*, quippe qui æqualis est angulo *SXT* jam cognito; sed datur etiam angulus *X_tP*, qui elongationem planetæ à Sole in secunda observatione metitur: quare dabitur

tur distantia $P\epsilon$ Telluris à planeta in secunda observatione.

592. Denique in triangulo ϵPS quum dentur bina latera ϵP , ϵS jam inventa una cum angulo ab ipsis comprehenso $P\epsilon S$, invenire licebit tum latus PS , quod distantiam planetæ à Sole adæquat, quum angulum ϵSP , quem rectæ ad Tellurem & planetam à Sole ductæ comprehendunt. Atqui supponitur planeta versari in nodo, quare cognoscetur distantia heliocentrica Telluris à nodo N : datur autem longitudo Telluris ϵ : nempe distantia ipsius ab initio Arietis: itaque dabitur etiam longitudo heliocentrica nodi. Et quoniam nodus alter π priori N ex diametro opponitur, locus heliocentricus alterius nodi distabit à priori jam invento per gradus 180, sive per signa sex.

593. Invento nodorum situ, ipsorum motus facile determinabitur: comparandus est enim locus unius nodi ex veterum observationibus erutus cum loco ejusdem nodi ex novissimis observationibus deducto, atque differentia longitudinum dividenda est per tempus interjectum. Et ne quis error in observationibus admissus officiat huic determinationi, præstat observationes longissimo temporis intervallo diffitas adhibere: sic enim error ille in partes innumeras distributus prorsus evanescet.

594. Postquam autem motus nodorum annuus ex observationibus ad id utilibus erutus est, comparari is debet cum annua æquinoctiorum præcessionem, quæ communiter statuitur secundorum 51: etenim si motus annuus nodorum adæquet annuam præcessionem æquinoctiorum, inditio id erit nodos quiescere, eorumque motum adparentem oriri ex punctorum æquinoctialium motu versus partem contrariam: at vero si motus nodorum superet annuam præcessionem æquinoctiorum, eo casu nodos moveri necesse est ab occasu in ortum; subtrahendo autem ex motu nodorum annuam æquinoctiorum præcessionem, id quod superest annuum motum verum ipsorum nodorum adæquabit.

595. Ex isto nodorum motu sive reali, sive adparenti

renti fit ut planetæ seriùs adpellant ad nodum, ex quo profecti sunt, quam ad eandem longitudinem, ut alibi demonstratum est : unde tempus planetæ periodicum nonnihil brevius est tempore illo, intra quod planeta digressus à nodo uno regreditur ad eundem nodum. Et quamquam discrimen istud contemni possit in uno vel altero anno, in pluribus tamen annis negligi minime potest. Itaque ut ex duplici planetæ observatione in eodem nodo habita eruatur accuratissime tempus periodicum planetæ, habenda est ratio motus nodorum; nempe ex ejus motu à prima observatione ad secundam detrahendus primo est motus nodorum eodem tempore factus, deinde vero residuum dividendum est per tempus interjectum; hac enim ratione accuratissime habebitur tempus periodicum.

CAPUT TERTIUM.

*Quomodo quantitas inclinationis Orbitalium
ad Eclipticæ planum definiri possit. Item
de Orbitalium magnitudines positionesque investigandi
ratione.*

596. **I**Nventis nodorum locis, nullo negotio investigabitur quantitas inclinationis orbitalium ad planum eclipticæ: sed quoniam observationes ad id idoneæ postulântur, expectandum erit tempus, quo tempore Terra versatur in linea nodorum orbis planetæ, de cujus inclinatione investiganda agitur. Neque sane id cognoscere difficile est: datur enim tum positio nodorum, quum theoria motus Telluris; atque adeo inveniri poterit tempus, quo tempore Tellus versari debeat in data longitudine.

597. Referat itaque $NB\pi$ (Fig. 66.) eclipticam, & $NA\pi$ viam propositi planetæ à Sole visam inter fixas, S Solem, & $NS\pi$ lineam nodorum, cujus positio quum

TOM. II.

T

data

data sit, dabitur arcus HN ab initio Arietis H ad nodum usque N in consequentia numeratus. Quando Tellus hanc nodorum lineam assequitur, quod bis quotannis contingit, observetur planetæ P locus geocentricus A , cujus longitudo (demisso ex puncto A ad eclipticæ planum perpendiculari circulo AB) erit arcus HB , latitudo autem erit angulus planus ANB rectis lineis NA , NB comprehensus. Observatione ergo datus eo tempore erit tum arcus HB , qui longitudinem planetæ refert, quum angulus ANB , qui ejusdem latitudinem designat: at datus est arcus HN : quare dabitur eorum differentia BN .

598. Ducantur nunc ex centro Solis S rectæ lineæ Sa , Sb , quarum prior parallela sit rectæ NA , altera vero parallela sit rectæ NB : eritque non modo angulus aSb æqualis angulo ANB , verum & planum aSb parallelum erit plano ANB : atqui planum istud ad eclipticam est perpendicularare: quare etiam planum aSb normale erit ad eclipticam: ductoque idcirco arcu ab , is perpendiculariter occurret eidem eclipticæ. Præterea quum rectæ NB , Sb parallelæ sint inter se, arcus eclipticæ Bb , per ea quæ initio hujus *Libri secundi* dicta sunt, exiguus erit, nulliusque magnitudinis, si universam eclipticæ amplitudinem spectemus; adeoque arcus Nb , idem erit cum arcu NB . Quare in triangulo rectangulo sphaerico Nba dabitur arcus Nb ut pote æqualis arcui NB , & arcus ba , qui metitur angulum bSa , sive ipsi æqualem BNA jam cognitum: unde cognoscetur angulus bNa , qui inclinationem orbis planetæ ad eclipticæ planum metitur.

599. Inventa semel hac inclinatione, inveniri poterunt quot libuerint loca planetæ heliocentrica datis locis geocentricis correspondentia, ejusque à Sole distantia; quibus habitis facile deinde erit orbem ipsum planetæ definire: qua quidem in re duo casus distinguendi sunt. *Primus* casus est quando planeta Soli opponitur. *Alter* casus est quando planeta in quovis alio situ constituitur: priori casu referat ATB (*Fig. 67.*) orbitam Telluris, CPD orbitam planetæ, sitque planeta in P , Tellus in T , & Sol in S , per cujus centrum transeat linea

linea nodorum NS : jungatur recta TS , quæ erit in eclipticæ plano. Et quoniam planeta P est soli oppositus, ejus locus E ad eclipticam reductus mediante circulo latitudinis transeunte per planetam invenietur aliquibi in recta ST producta usque ad firmamentum: itaque angulus PTE referet latitudinem geocentricam, angulus vero PSE referet latitudinem heliocentricam, quorum angulorum uterque dabitur: nam prior cognoscetur per observationem latitudinis geocentricæ, alter vero indagabitur per solutionem trianguli rectanguli sphaerici, in quo, præter angulum rectum, datur tum inclinatio orbis planetæ jam inventa, quum distantia planetæ à nodo, quæ etiam observatione innotescit. Quum enim data sit longitudo planetæ heliocentrica, quæ ex geocentrica jam observata habetur, deturque etiam nodi longitudo heliocentrica, ex utriusque longitudinis comparatione dabitur arcus inter planetam & nodum comprehensus: adeoque in triangulo rectangulo NBA (Fig. 66.) ex datis hypotenusa NA , & angulo ANB , inclinatione scilicet orbis planetæ ad planum eclipticæ, cognoscetur arcus AB , qui latitudinem heliocentricam refert.

600. Itaque in triangulo STP (Fig. 67.) dantur omnes anguli ad Solem S ad Tellurem T & ad planetam P : at vero datur etiam distantia TS Telluris à Sole per theoriam motus Telluris: quare invenietur distantia PS planetæ à Sole ad tempus observationis. Longitudo autem planetæ heliocentrica in propria orbita ita invenietur: ex latitudine ejus heliocentrica data, atque ex inclinatione orbitæ ipsius ad planum eclipticæ colligetur distantia planetæ à nodo in propria orbita, per solutionem scilicet trianguli rectanguli sphaerici: atqui datur distantia nodi ab initio Arietis: quare dabitur etiam distantia planetæ ab initio Arietis in propria orbita; unde locus planetæ heliocentricus innotescet. Quod si aliæ duæ ejusdem planetæ observationes fiant, quando is ad Solis oppositionem iterum, deinde vero tertium rediit, dabuntur positione & magnitudine tres rectæ lineæ, quarum extremitas communis est in Sole ellipsoos focum occupante,

pante, extremitates vero aliæ pertingunt ad eandem ellipſim: unde ut determinetur planetæ orbita & ſitus aphidum, deſcribenda eſt ellipſis, cujus focus datus eſt, perque tria data puncta tranſire debet; quod problema expedire docuimus *Sectione ſuperiori*.

601. Ponamus *ſecundo* planetam verſari extra oppoſitionem: hoc caſu difficilior eſt inveſtigatio loci heliocentrici, planetæq; à Sole diſtantie. Referat (*Fig. 68.*) PAE orbitam planetæ, TH orbitam Telluris, litque Tellus in T, planeta in P, & Sol in S, per quem tranſeat linea nodorum NAS. Jungatur recta ST, quæ erit in eclipticæ plano: deinde à centro planetæ P in eclipticæ planum cadat perpendicularis PB occurrens eidem plano in puncto B, quod locus planetæ *ad eclipticam reductus* ſolet adpellari, quemadmodum recta SB à Sole ad punctum B ducta dicitur *diſtantia curtata*. Jungantur puncta B, & T cum recta BT, quæ producta offendet ad lineam nodorum in aliquo puncto N: ſunt enim rectæ AN, BT in eodem eclipticæ plano: jungaturque etiam PN. Et quoniam recta PB perpendicularis eſt ad eclipticæ planum, triangulum PBN etiam normale erit ad planum eclipticæ: itaque educta ex puncto T ad planum eclipticæ perpendiculari recta TC, occurret ea rectæ PN in aliquo puncto C. Denique ex Tellure T in lineam nodorum demittatur perpendicularis TD, jungaturque CD.

602. His ita conſtruſtis, quoniam punctum P eſt in plano orbis planetæ, & punctum N eſt in eodem plano, recta PN invenietur in eodem plano; unde quum recta TC perpendicularis ſit ad planum eclipticæ, recta autem TD perpendicularis ſit ad lineam nodorum, angulus TDC metietur inclinationem plani orbis planetæ ad eclipticæ planum: itaque quum detur inclinatio iſta, dabitur angulus TDC. Obſervata autem latitudine geocentrica, innotefcet pariter angulus PTB. Præterea obſervata longitudine planetæ, dabitur pariter angulus STB, qui elongationem planetæ ad eclipticam reducti à Sole metitur. Denique angulus TSN, qui diſtantiam Telluris à nodo designat, etiam dabitur: datur enim

enim tum locus nodi, quum locus Telluris ad tempus observationis.

603. Itaque quoniam in triangulo STN datur latus TS, distantia scilicet Telluris à Sole ad tempus observationis, danturque angulus TSN, distantia scilicet Telluris à nodo, & angulus STN, complementum scilicet ad duos rectos anguli dati STB, qui elongationem Solis à Planeta ad eclipticam reducti metitur, dabitur latus TN. Similiter quoniam in triangulo rectangulo TSD datur latus TS una cum angulo TSD, dabitur latus TD: unde in triangulo rectangulo TDC ex datis latere TD & angulo TDC, inclinatione scilicet orbis planetæ ad eclipticam, elicietur latus TC. Quare quum in triangulo rectangulo TCN dentur latera TN, TC, dabitur angulus TNC: adeoque in triangulo NTP dabuntur omnes anguli (datus quippe est angulus latitudinis geocentricæ PTB) una cum latere TN: unde innotescet latus TP.

604. Et quoniam in triangulo rectangulo TBP datur hypothenusa TP una cum angulo latitudinis geocentricæ PTB, invenientur latera TB, BP. In triangulo autem TSB ex datis lateribus TS, TB una cum angulo STB, inveniatur distantia curtata SB. Denique in triangulo rectangulo SBP ex datis lateribus SB, BP inveniatur tum hypothenusa SP, quæ distantiam planetæ à Sole repræsentat, quum angulus latitudinis heliocentricæ PSB. Data autem inclinatione orbitæ & latitudine heliocentrica, dabitur ejus distantia à nodo in propria orbita, cui addendo longitudinē nodi, consuet longitudo heliocentrica planetæ. Quod si consimili modo comparentur duo alia planetæ loca heliocentrica, eorumque à Sole distantia, habebitur focus S ellipsæos, in quo Sol residet, & tria ejus puncta; cujus idcirco species & axes positio determinabitur.

605. Sed alia adhuc methodo inveniri potest ad tempus datum planetæ locus heliocentricus una cum ipsius à Sole distantia, dummodo planetæ tempus periodicum habeatur præcognitum. Sit BLK (Fig. 69.) orbita Telluris, S Sol, P planeta, sive potius punctum, ubi

perpendicularis à centro planetæ ad planum eclipticæ demissa occurrit eidem plano, quod punctum *locus planetæ ad eclipticam reductus* adpellatur. *Primo* autem, quum Tellus est in K, observetur tum planetæ longitudo geocentrica, quum longitudo Solis: exinde enim dabitur angulus PKS, qui elongationem planetæ ad eclipticam reducti à Sole repræsentat. Absoluta integra planetæ periodo is rursus erit in P, quo tempore Tellus existat in L: ex quo loco observentur *secundo* loca Solis atque planetæ, ut eliciatur angulus PLS, elongatio scilicet planetæ ad eclipticam reducti à Sole. Et quoniam ad tempus utriusque observationis dantur ex theoria Telluris tum loca K & L, quum Solis à Tellure distantia, in triangulo SKL ex datis lateribus SK, SL & angulo KSL inveniuntur anguli SKL, SLK una cum latere KL: atqui dati sunt anguli SKP, SLP: quare dabuntur etiam anguli PKL, PLK: unde in triangulo PLK ex datis omnibus angulis & latere KL, inveniuntur latera PK, PL. Denique in triangulo PKS ex datis lateribus PK, KS una cum angulo PKS dabitur latus PS, distantia scilicet curtata, & angulus KSP.

606. Sit nunc X locus planetæ verus in recta PX, quæ normalis est ad planum eclipticæ, à quo ad punctum K ducatur XK. Et quoniam PX est perpendicularis ad planum eclipticæ, in quo plano sunt rectæ PK, PS, erunt anguli XPK, XPS recti: quare in triangulo rectangulo KPX ex datis angulo PKX, latitudine scilicet geocentrica, & latere PK inveniatur perpendicularum PX: deinde, iuncta recta SX, in triangulo rectangulo XPS ex datis latere PX, & distantia curtata PS, inveniatur non modo angulus PSX, qui latitudinem heliocentricam repræsentat, verum etiam distantia SX planetæ à Sole: ex data autem latitudine heliocentrica, nullo negotio inveniatur ejus longitudo heliocentrica, ut jam traditum est. Quod si hac ratione comparentur tria loca centrica planetæ, tresque correspondentes ejus à Sole distantia, magnitudo speciesque ellipseos apsidumque positio habebitur describendo ellipsem, cujus focus unus est in Sole, quæque transit per tria puncta data.

CA,

CAPUT QUARTUM.

Quomodo Planetarum loca heliocentrica, eorumque à Sole distantia ad tempora data possint supputari.

607. **H**Ætenus constituta sunt elementa, ex quibus motus planetarum tum heliocentrici, quum geocentrici dependent: ostensum est enim quomodo tempora planetarum periodica, motus medii, situs apsidum & nodorum, orbitaliumque species atque amplitudines idonearum observationum adminiculo possint definiri. Sequitur nunc ut ipsos motus sive heliocentricos sive geocentricos supputare doceamus. Et quoniam geocentrici motus eliciuntur simul ex heliocentricis exque Telluris theoria, nisi prius heliocentricorum motum ratio perspecta nobis sit, frustra geocentricos definire adgrediemur. Itaque hoc *Capite* de supputandis motibus heliocentricis, sequenti autem de motuum geocentricorum computandi ratione agemus.

608. Sed prius definitiones nonnullæ præmittendæ sunt. Referat *Tt* (*Fig. 70.*) orbem Telluris, *AMN* orbem planetæ, *S* Solem in communi utriusque orbitæ foco collocatum, & *Nn* lineam nodorum per centrum Solis transeuntem. Intelligantur plana utriusque orbis produci usque ad firmamentum; signabitur ibi duplex circulus maximus, quorū unus *HOE* eclipticam Telluris repræsentabit, alter *ROV* eclipticam planetæ referet, quorum circulorum communis sectio erit eadem nodorum linea *Nn* ad firmamentum usque producta, eaque nodos *O*, & *o* signabit in Cælo. Denique sit *AP* linea apsidum planetæ, *A* apsis summa, *P* apsis ima, *B* locus apsidis summæ in firmamento, *C* locus apsidis imæ in eodem firmamento.

609. Jam si initium Arietis statuatur in *H*, & sumatur in ecliptica planetæ arcus *OR* æqualis arcui *OH*, erit punctum *R* initium Arietis in ecliptica planetæ,

atque longitudo nodi O designabitur tum per arcum FO, quum per arcum RO; longitudo autem aphelii A representabitur per arcum ROB. Quod si supponamus planetam versari in loco M, recta SM jungens centra Solis & planetæ producta signabit in orbita ejusdem planetæ punctum V, in quo ipse adparebit visus è Sole: adeoque arcus ROV dicetur *longitudo heliocentrica* planetæ in orbe suo, arcus vero BV *anomia vera* planetæ: denique arcus OV inter nodum O & planetam comprehensus *distantia planetæ à nodo*, sive *argumentum latitudinis* adpellabitur.

610. Et quoniam planeta in M est extra planum eclipticæ, si ex centro planetæ ad planum eclipticæ demissam intelligamus perpendicularem MQ, quæ occurrat eidem plano in puncto Q, dicetur hoc punctum *locus planetæ reductus* ad eclipticam; recta vero SQ *distantia planetæ curvata*, quemadmodum recta SM *distantia vera* dicetur. Quumque recta MQ perpendicularis sit ad eclipticam, triangulum SMQ erit etiam ad eclipticam normale: ideoque planum hujus trianguli ad firmamentum usque productum signabit ibi circulum maximum per locum planetæ V transeuntem, qui eclipticam cœlestem ad angulos rectos secabit in puncto E. Itaque arcus HOE erit *longitudo planetæ heliocentrica* in ecliptica Telluris, in qua revera computantur longitudines, arcus vero EV erit ejusdem planetæ *latitudo heliocentrica*.

611. Sit nunc Tellus in puncto T, à quo ad puncta M, & Q duæ intelligantur lineæ rectæ TM, TQ. Et quoniam recta MQ perpendicularis est ad planum eclipticæ, etiam triangulum TMQ normale erit ad idem planum: adeoque planum hujus trianguli ad firmamentum usque productum signabit ibi circulum ad sensum maximum GK, qui secabit eclipticam ad angulos rectos in puncto K. Itaque quum G sit locus planetæ visus à Tellure, erit K locus ejusdem planetæ *reductus ad eclipticam*: adeoque arcus HOK erit *longitudo vera geocentrica* planetæ existentis in puncto M, arcus KG erit *latitudo vera geocentrica* ejusdem planetæ.

612. His

612. His definitionibus præmissis, videamus modo quomodo inveniatur locus planetæ heliocentricus ad tempus datum, ejusq; à Sole distantia. Et *primo* quidem inveniendus est locus aphelii ad tempus datum: nempe si tempus datum posterius sit tempore, ad quod aphelii locus fuit jam determinatus, ad longitudinem aphelii jam inventam addendus est motus apsidum interea factus, cujus motus quantitas annua quomodo inveniatur, suo loco explicatum est. At vero si tempus datum præcedat tempus, ad quod aphelii locus fuit definitus, ex supradicta aphelii longitudine subtrahendus est apsidum motus interea factus: utroque enim casu habebitur locus aphelii ad tempus datum.

613. Deinde quoniam data est aphelii longitudo, dabitur tempus, quo tempore planeta novissime in aphelio versabatur: unde ex comparatione temporis dati cum tempore, in quo planeta versabatur in aphelio, eruatur ratio inter tempus unius revolutionis anomalisticæ & tempus elapsum à proximo aphelio: adeoque anomalia media planetæ ad tempus datum non ignorabitur. Atqui ex datis anomalia media & eccentricitate orbitæ facile est invenire anomaliam veram per methodos traditas *Sectione superiori*: quare ad tempus datum cognoscetur angulus anomalix veræ: unde quum detur aphelii longitudo ad tempus datum, dabitur ad idem tempus longitudo planetæ heliocentrica in ecliptica propria.

614. Distantiam vero planetæ P (*Fig. 56*) à Sole S ita investigabimus. Quoniam datur angulus anomalix veræ PSA, dabitur etiam angulus QSA: quum tangens anguli QSA ad tangentem anguli PSA sit in ratione data QO ad PO, sive etiam EC ad DC. Itaque in triangulo QCS, in quo dantur adhuc latera QC, CS invenire licebit basim QS. Et quoniam sumpta recta SO pro radio sive sinu toto, sit QS secans anguli QSO, & PS secans anguli PSO, si fiat ut secans anguli QSO ad secantem anguli PSO ita QS ad PS, invenietur distantia PS planetæ à Sole ad tempus datum.

615. Sed longitudo heliocentrica sic inventa numeratus

tur in orbita planetæ: ut vero inveniatur longitudo heliocentrica in ecliptica Telluris (in qua revera numerantur longitudines tum heliocentricæ, quum geocentricæ) investigandus erit ante omnia locus nodi O (*Fig. 70.*) ad tempus datum: nempe si tempus datum posterius sit tempore, ad quod nodi locus fuit olim determinatus, ad longitudinem nodi jam repertam addendus est motus nodorum interea factus; at vero si tempus datum antecedit tempus, ad quod nodi locus fuit determinatus, ex supradicta nodi longitudine subtrahendus est motus nodorum interea factus. Inventa nodi longitudine RO ad tempus datum, subtrahenda ipsa est ex longitudine heliocentrica planetæ ROV jam inventa; supererit enim argumentum latitudinis OV . Itaque in triangulo rectangulo OVE ex datis hypotenusa OV , & inclinatione orbis planetæ ad eclipticam, scilicet angulo VOE , invenietur tum latitudo heliocentrica VE , quum arcus OE ; cui addendo arcum OH , habebitur longitudo planetæ heliocentrica HOE in ecliptica Telluris numerata.

616. Sed est hic advertendum, quod ut locus planetæ sic inventus sit accuratissimus, necesse prius sit tempus datum, si adparens fuerit, ad medium revocare: ut enim alibi demonstratum est, tempus medium solum aptum est ad astronomicos computus: itaque antequam incantur hujusmodi calculi, oportebit tempora data, si vera fuerint, in media convertere. Id autem obtinebitur si ad ea tempora quærantur tum Solis longitudines mediæ, quum adscensiones rectæ correspondentes: earum enim intervalla conversa in scrupula horaria æquationem temporis suppeditabunt: Sed de hac re fuse actum est *Capite VII. Sectionis superioris*, ubi de temporis æquandi causis, & regulis disputatum est.

CAPUT ULTIMUM.

Quomodo Planetarum loca geocentrica ad data tempora supputari possint , ostenditur .

617. **S**upereſt ut expediamus quomodo ex locis heliocentricis jam inventis erui poſſint loca planetarum geocentrica ad tempora data . Sane ſi ad tempus datum ſupputari poſſet elongatio planetæ ad eclipticam reducti à Sole , locus geocentricus planetæ ad idem tempus minime ignoraretur . Sit enim in eodem ſchemate 70 T Tellus, S Sol, & M planeta, à quò ad eclipticæ planum demittatur perpendicularis MQ : junctis rectis TS, SQ, TQ efficietur triangulum TQS in plano eclipticæ ad Tellurem ſcilicet, ad Solem, & ad planetam ad planũ eclipticæ reductum ; in quo triangulo angulus ad Tellurem STQ, ſive ITK metitur elongationem Solis à planeta ad eclipticam reducto: quod ſi hic angulus datus ſit , eo ipſo dabitur longitudo planetæ geocentrica HOK : nam dato angulo STQ dabitur arcus eclipticæ IK , qui angulum illum metitur : itaque quum per theoriam Telluris ad datum tempus detur longitudo Telluris, & conſequenter longitudo Solis , quæ illi ex diametro opponitur , conferendo Solis longitudinem cum arcu eclipticæ jam cognito IK, cognoscetur arcus eclipticæ HOK ab initio Arietis uſque ad planetam inconſequentia numeratus . Neque hic nos morari debet, quod arcus eclipticæ IK revera ſit menſura anguli ISK, non autem anguli ITK: etenim angulus SKT, qui eſt differentia angulorum ISK, ITK inſenſibilis eſt , & contemnendus , propter enormem puncti K tum à Sole quum à Tellure diſtantiã.

618. Eo itaque res redit ut angulum ad Tellurem STQ invenire doceamus : Id autem fiet ſequenti ratione . Quoniam datur latitudo heliocentrica planetæ , in triangulo reſtangolo MSQ dabitur angulus MSQ, qui
lati-

latitudinem illam metitur: unde quum MS ad SQ sit ut radius ad cosinum anguli MSQ, dabitur ratio, quam habet MS ad SQ: atque adeo ex data distantia MS planetæ à Sole dabitur distantia curtata SQ. Atqui per theoriâ Telluris datur ad datum tempus distantia TS Telluris à Sole: itaque in triangulo QST dabuntur latera duo QS, ST: sed datur etiam summa angulorum SQT, STQ ad basim QT: etenim quum cognoscatur locus planetæ heliocentricus E, locusque Telluris heliocentricus D, ex horum locorum collatione dabitur arcus eclipticæ DE, adeoque angulus QST, quem arcus ille metitur, cujus ad duos rectos complementum dabit summam angulorum ad basim Q, & T. Quum autem in triangulo QST cognoscantur latera QS, ST una cum summa angulorum ad basim QT, facile elicietur differentia eorumdem angulorum, faciendo scilicet ut *summa laterum QS, ST ad eorum differentiam, ita tangens semisumma angulorum ad basim ad tangentem semidifferentia eorumdem angulorum.*

619. Et quoniam in planetis inferioribus angulus ad Tellurem T minor est angulo ad punctum Q, in quo scilicet perpendicularis à centro planetæ demissa eclipticam offendit, si ex semisumma angulorum ad basim subtrahatur eorumdem angulorum differentia, habebitur angulus ad Tellurem: vicissim quia in planetis superioribus angulus ad Tellurem major est angulo ad punctum Q, si ad semisummam angulorum ad basim addatur eorum semidifferentia, habebitur angulus ad Tellurem.

620. Verum enim vero quoniam in peragendo calculo loco distantiarum SQ, ST eorum logarithmi adhibentur, ad quos expositum theorema trigonometricum aptari non potest, idcirco ab astronomis excogitatum est aliud theorema, cujus beneficio ex datis duobus lateribus trianguli, sive potius ex datis logarithmis eorum laterum, & summa angulorum ad basim inveniri posset differentia eorumdem angulorum. Theorema autem præscribit ut fiant duæ sequentes analogiæ; scilicet ut *latus majus ad latus minus ita radius ad tangentem*

tem anguli, quem *mysticum* vocant: quo angulo mystico subtracto ex gradibus 45, obtinetur angulus alius, qui in secunda analogia usum præstat: fieri enim debet ut radius ad tangentem hujus anguli, ita tangens semisummae angulorum ad basim ad tangentem semidifferentiæ eorundem angulorum.

621. Cujus quidem theorematibus perfacilis est demonstratio: sit enim triangulum BAC (*Fig. 71.*), in quo data sint latera AB, AC, (AB autem sit latus minus & AC sit latus majus) una cum summa angulorum ABC, ACB ad basim BC. Ex puncto A educatur ad AC perpendicularis AD, fiatque æqualis ipsi AC, jungaturque DC, cui ex puncto C erigatur perpendicularis CF occurrens rectæ DA productæ in puncto F: denique centro A intervallo AB describatur circulus secans rectam AC productam in punctis E, & G, ad quæ ex punctis D & F ducantur rectæ DEH, FG. Et quoniam isosceles est triangulum rectangulum DAC, uterque angulorum ad basim DC erit semirectus: est autem angulus DCF rectus: itaque angulus ACF erit semirectus; atque semirectus pariter erit angulus CFA: ex quo consequitur rectas DC, CF æquales esse inter se, ut & rectas DA, AF. Itaque quum triangula DAE, GAF habeant duo latera DA, AE æqualia duobus lateribus FA, AG & angulos ad verticem A oppositos æquales inter se, habebunt reliquos angulos reliquis angulis æquales, qui quum sint alterni, erunt lineæ DEH, GF inter se parallelæ.

622. Et quoniam est recta AD æqualis rectæ AC, & AE æqualis est rectæ AB, erit ut AD ad AE, ita AC ad AB: est autem, sumpto AD pro radio sine sinu toto, AD ad AE ut radius ad tangentem anguli mystici ADE, & AC ad AB est ut latus majus ad minus: quare erit ut latus majus ad minus ita radius ad tangentem anguli mystici ADE; quo angulo subtracto ex angulo ADC graduum 45, supererit angulus EDC. Et quoniam est recta CD æqualis rectæ CF, erit ut CD ad CH ita CF ad CH: est autem (propter parallelas GF, EH) CF ad CH ita CG ad CE; quare erit quoque ut CD ad CH ita CG ad CE, sive ut summa laterum CA, AB ad differe-

reo;

rentiam eorumdem laterum CA, AB : unde quia, sumpta recta CD pro radio sive sinu toto, est CD ad CH ut radius ad tangentem anguli residui CDH , erit ut radius ad tangentem anguli residui ita summa laterum CA, AB ad differentiam eorumdem laterum. Est autem in omni triangulo ut summa laterum CA, AB ad differentiam eorumdem laterum ita tangens semisummæ angulorum ad balim ad tangentem semidifferentiæ eorumdem angulorum: quare erit quoque ut radius ad tangentem anguli residui ita tangens semisummæ angulorum ad balim ad tangentem semidifferentiæ.

623. Inventa longitudine geocentrica, indaganda est denique latitudo geocentrica. Sed prius ostendendum est sequens theorema trigonometricum: nempe quod si duo triangula rectangula MTQ, MSQ (Fig. 72.) consistant circa commune latus MQ , tangens anguli MTQ sit ad tangentem anguli MSQ reciproce ut QT ad QS sive directe ut QS ad QT . Ducta enim per punctum M recta MO parallela ipsi QS , ducatur per punctum S recta OSP parallela rectæ MQ , cui occurrat hypotenusa MT producta in puncto P . Et quoniam triangula duo MQT, MOP similia sunt, erit ut MQ ad QT , ita PO ad OM ; & permutando ut MQ , sive OS ad OP ita QT ad MO sive QS : est autem, sumpta recta MO pro radio, sive sinu toto, ut OS ad OP ita tangens anguli OMS sive MSQ ad tangentem anguli OMP , sive MTQ : quare erit quoque ut tangens anguli MSQ ad tangentem anguli MTQ ita QT ad QS .

624. Hoc lemmate premisso, facile erit ex longitudine heliocentrica jam data geocentricam eruere. Quum enim triangula duo SQM, TQM (Fig. 70.) rectangula sint, est enim recta MQ perpendicularis ad planum eclipticæ, in quo plano jacent rectæ SQ, TQ , eaque consistant circa commune latus MQ , erit tangens anguli MSQ ad tangentem anguli MTQ ita TQ ad SQ : est autem TQ ad SQ ut sinus anguli ad Solem QST , qui datus est, ad sinum anguli ad Tellurem QTS , qui etiam est datus: quare erit ex æquali ut tangens anguli MSQ , qui latitudinem heliocentricam repræsentat, ad tangentem anguli

anguli MTQ, qui latitudinem geocentricam refert, ita
 sinus angulis ad Solem QST ad sinum anguli ad Tellu-
 rem QTS. Quapropter faciendo ut sinus anguli ad
 Solem ad sinum anguli ad Tellurem, qui duo anguli
 jam supra reperti sunt, ita tangens latitudinis helio-
 centricæ ad quartum proportionalem, habebitur tan-
 gens latitudinis geocentricæ quælitæ; adeoque ipsa geo-
 centrica latitudo minime ignorabitur.

S E C T I O S E X T A.

De Motu Siderum inerrantium, eorumque annuis vicissitudinibus.

625. **N**on hic repetenda esse arbitror, quæ supra
 memorata sunt de inerrantium siderum im-
 mobilitate, quam primus *Nicolaus Copernicus* subtili-
 ter excogitavit. Est enim de ea suo loco uberrime per-
 tractatum; explicatumque est etiam qui fieri possit, ut
 inerrantia sidera videantur moveri ab occasu in ortum,
 quamquam ea fortasse immobiliter consistant in firma-
 mento: verum propositum nobis hic est pauca de ipso
 motu siderum sive adparenti sive vero ab occasu in or-
 tum subnectere, nec non de annuis illis aberrationibus
 disserere, quas in motu suo stellas fixas subire certissi-
 mis recentiorum experimentis compertum est. Hoc au-
 tem argumentum quamquam plurimi clarissimi Viri
 hac nostra ætate accuratissime persequuti sint, omnium
 tamen diligentiam longe superavit *Eusebius Manfredus*
 nostras, Vir omni literarum genere ornatissimus,
 editis duobus libellis elegantissimis, quorum alterum
 ad Eminentissimum *Joannem Antonium de Via S. R. E.*
 Cardinalem scripsit, alterum ad Illustriss. *Antonium*
Leprotum Archiatrum Pontificium, ex quibus duobus
 libellis desumpta est major pars eorum, quæ hac sectio-
 ne continentur.

CAPUT PRIMUM.

De Motu Siderum inerrantium ab occasu in ortum. Item de longitudinum; adscensionum rectarum, declinationumque mutatione.

626. **M**otus siderum inerrantium, five is sit realis, five tantum adparens, perficitur per totidem circulos eclipticæ parallelos; estque ipse adeo lentus, ut singulis annis vix 51 minuta secunda emetiri videantur, adeo ut ad gradum unum conficiendum plus quam 70 annis indigeant. In quo quidem quantum à planetis cometisque ipsa dissent, intelligere proum est. *Primo* enim planetæ, cometæque in circulorum maximorum circumferentiis progrediuntur; stellæ autem fixæ, si paucas illas excipias, quæ sub ecliptica constitutæ sunt, omnes moventur in circumferentiis circulorum non maximorum. *Secundo* cometæ planetæque moventur in orbibus, quorum plana inæqualiter inclinantur ad planum eclipticæ; stellæ vero fixæ moventur in orbibus, quorum plana parallela sunt eclipticæ plano. Et *tertio* denique planetæ cometæque temporibus inæqualibus circulationes suas absolvunt; stellæ autem fixæ, quamquam tardissime, eodem tamen tempore gyros suos conficiunt. Quæ quidem omnia confirmare aliquo modo videntur opinionem *Copernici* docentis, motum fixarum ex lentissima quadam declinatione axeos Telluris originem trahere. Si enim eæ reuera moverentur ab occasu in ortum, quis non demiraretur omnes tanta cum regularitate, quæ in Cælo insolens sane est, moveri in circulis eclipticæ parallelis, omnesque uno tempore circulationes suas absolvere?

627. Quum autem stellæ moveantur in circulis eclipticæ parallelis palam *primo* est, eas longitudinem quidem continenter mutare, latitudinem vero semper eandem

eandem retinere; ubicumque enim progressæ sint, semper eodem intervallo distabunt ab ecliptica. Manifestum est *secundo* stellam fixam in eclipticæ polo constitutam motu proprio tardissime revolvî circa se ipsam. *Tertio* manifestum est stellas illas, quæ sub ecliptica constitutæ sunt, ipsam eclipticam describere, nec umquam aliquid latitudinis adquirenturas. *Quarto* liquet velocitatem stellarum eo esse majorem, quo minus distant ab ecliptica, eo vero esse minorem, quo magis distant ab eadem ecliptica: nam quo minus stellæ distant ab ecliptica, eo majus iter in dato tempore describunt. *Denique* illud manifestum est, sidera inerrantia ad integram circulationem motu proprio ab occasu in ortum conficiendam egere annis fere 25000.

628. Motus stellarum ab occasu in ortum secundum circulos eclipticæ parallelos adpellatur *motus in longitudinem*. Est enim longitudo, uti suo loco explicatum est, distantia sideris (ad eclipticam reduci mediante circulo latitudinis per idem sidus transeunte) ab initio Arietis ab occasu ad ortum numerata: quare quum sidera ferantur continenter ab occasu versus ortum, longitudo ipsorum sensim augebitur. Extat præterea in stellis fixis duplex alius motus, qui ex motu in longitudinem originem trahit, *motus scilicet in declinationem, motusque in ascensionem rectam*. Quum enim sidera ferantur in circulis eclipticæ parallelis, ea modo ad æquatorem accedere, modo ab eo recedere debent; pleraque etiam nunc cis æquatorem, nunc ultra æquatorem debent transire; qui accessus, recessusque reciproci motus in declinationem vocatur. Ad hæc quum siderum longitudes continenter mutantur, eorum adscensiones rectas quoque mutari necesse est; adeoque ex motu in longitudinem tertius descendit motus, qui in adscensionem rectam nominari potest.

629. Est tamen hic sedulo advertendum, quod quamquam in planetis universis augeantur continenter tum longitudes, quum adscensiones rectæ, tamen siderum inerrantium quædam sint, quorum longitudes quidem continenter augentur, adscensiones

vero rectæ augentur & minuuntur per vices. Hujusmodi sidera sunt quæ latitudinem majorem gradibus $66\frac{1}{2}$ sortiuntur. Esto enim EQ (Fig. 72.) æquator, P polus ipsius, AC elliptica, B ejus polus, DFOC circellus eclipticæ parallelus descriptus à sidere, cujus latitudo aliquanto major est gradibus $66\frac{1}{2}$, adeoque intra polum Mundi P & polum eclipticæ B transiens, Ducaatur à polo æquatoris P circuli tres declinationum FOG, FFBC, & PDH, quorum primus & tertius contingant circellum in punctis O, & D, secundus autem transeat per polum eclipticæ B.

630. His ita constructis manifestum est, sideris circellum DFOC ab occasu in ortum describentis longitudinem continenter augeri, usque donec universos trecentum sexaginta gradus proprio suo motu pertransierit: si enim supponamus sidus in tali situ constitutum esse, ut circulus latitudinis transiens per ipsum ad initium Arietis pertingat, quemadmodum postea sidus motu suo paulatim recedit in ortum, ita & circulus latitudinis transiens per sidus recedit paulatim ab initio Arietis versus ortum, & quor gradibus sidus à primo situ recedit, totidem gradibus latitudinis circulus ab initio Arietis removetur. Unde postquam sidus universam circuli sui periferiam pertransiit, etiam latitudinis circulus universos trecentum sexaginta gradus eclipticæ describere debuit: ex qua sequitur sideris longitudinem continenter augeri usque ad gradus trecentum sexaginta.

631. Verum res aliter se habet, si ad adscensionis rectæ mutationem animum referamus. Quum enim sidus à puncto contactus D progreditur ad F, ejus adscensio recta augetur arcu HK; & similiter quum à puncto F progreditur ad alterum punctum contactus O, adscensio recta augetur arcu KG; adeo ut sidere à primo contactus puncto D ad oppositum O transeunte universus motus adscensionis rectæ sit arcus HG; at vero sidere à secundo contactus puncto O ad primum redeunte per viam (CD), adscensio recta minuitur eodem arcu GH, adeoque rursus obtinet prior adscensionis rectæ quantitas.

titas. Ex quo fit ut motus sideris in adscensionem rectam sit oscillationis ab H ad G, & à G ad H.

632. Neque vero difficile erit, data sideris latitudine, invenire quantitatem arcus HG, quo arcu adscensio recta augetur, minuiturque per vices. Ducto enim arcu BD circuli latitudinis, fiet triangulum rectangulum sphaericum ad polum Mundi P, ad polum eclipticæ B, & ad alterum ex duobus punctis contactus D, angulusque rectus erit PDB. Etenim quum arcus BD normalis sit ad circulum DFOC, circulus autem PDH contingat circellum in puncto D, profecto idem arcus normalis erit ad circulum declinationis PDH. In eo autem triangulo, præter angulum rectum, datur tum arcus BD, complementum scilicet latitudinis datæ, quum arcus PB, nempe distantia poli mundani à polo eclipticæ: quare invenire licebit angulum BPD ad mundi polum, cujus duplum dabit angulum OPD, sive GPH: unde quum hujus anguli mensura sit arcus eclipticæ GH, hoc est arcus ille, quo arcu adscensio sideris recta augetur minuiturque per vices, cognoscetur etiam arcus GH.

633. Et quoniam in triangulo rectangulo PBD, cujus hypothenusa PB manet semper ejusdem magnitudinis, quo major est arcus BD, eo major sit angulus BPD, adeoque eo major sit arcus adscensionis rectæ GH, sequitur in iis sideribus arcum GH esse majorem, quæ magis recedunt ab eclipticæ polo, in iis vero esse minorem, quæ minus absunt à polo eclipticæ; usque adeo ut insidere polum ipsum eclipticæ B occupante arcus GH omnino evanescat.

CAPUT SECUNDUM.

De inerrantium Siderum parallaxibus, quæ ex motu annuo Telluris dependent; deque earum proprietatibus.

634. **N**unc ut ad inerrantium siderum parallaxes deveniamus, quod erat præcipuum hujus

Sectionis argumentum, referat EHI (*Fig. 74.*) sphaeram coelestem, ACIE eclipticam, S Solem in centro sphaerae mundanae constitutum, & ORT orbem Telluris. Ex centro Solis S educatur ad planum eclipticae perpendicularis recta SP occurrens sphaerae coelesti in puncto P, quod polum eclipticae representabit, ex fidei autem F demittatur ad idem planum eclipticae perpendicularis FL, perque puncta S, & L transeat recta BSLC occurrens orbi Telluris in punctis R, & O. Denique sit A initium Arietis, & T locus Telluris, à quo exeat recte Ta parallela rectae SA, quae à Sole tendit ad initium Arietis: putabimus autem puncta ista A, & a in unum ad sensum coire in firmamento: quamquam enim nos à Copernico haec in re recedentes diametrum orbis annui paullo majorem faciamus collatam cum sphaerae mundanae diametro (Copernicus enim tam exiguam eam censuit, ut instar meri puncti haberet); nihilominus proportionem alterius ad alteram maximae inaequalitatis volumus: adeoque nihil vetat quin puncta duo A & a pro simplici puncto habeantur.

635. Jam autem sideris constituti in loco F longitudo heliocentrica est angulus LSA: punctum enim L eclipticae subest directo sideri F; latitudo autem heliocentrica est angulus FSL; nam hic angulus distantiam sideris à plano eclipticae notat. At vero longitudo geocentrica ejusdem sideris est angulus LTa; latitudo vera geocentrica est angulus LTF: adeoque differentia angulorum LSA, LTa, quae per angulum SLT representatur (est enim angulus LTa aequalis angulo LiA, qui aequat duos angulos LSi, SLi) erit *parallaxis longitudinis*: differentia vero angulorum FSL, FTL erit *parallaxis latitudinis*. Et quamquam differentia ista nullo certo angulo in schemate designetur, tamen si centro L intervallo LS describatur arcus S*b* occurrens rectae LT in puncto *b*, jungaturque *bF* (quam in schemate non duximus) erit angulus TAB ipsa parallaxis latitudinis. Quum enim triangula duo rectangula FLS, FL*b* habeant duo latera FL, LS aequalia duobus lateribus FL, L*b*, habebunt & basim basi aequalem, & reliquos angu-

angulos reliquis angulis æquales : adeoque angulus FSL æqualis erit angulo FbL : quare quum differentia angulorum FTL , FbL sit angulus Tfb , erit hic angulus parallaxis latitudinis.

636. Sed parallaxes jam descriptæ, quarum altera est in longitudinem, altera vero in latitudinem, oriuntur ex tertia alia parallaxi, quæ *absoluta* potest nuncupari. Oculo enim in Sole constituto sidus adparet in recta SF : at vero constituto oculo in Tellure idem sidus adparet in recta TF : quare angulus TFS , qui deviationem prioris lineæ à posteriori denotat, ostendit parallaxim absolutam, sive simpliciter parallaxim : ea enim neque ad eclipticam, neque ad quemvis alium circum sphaeræ mundanæ refertur, sed pendet tantum ex situ sideris F , Telluris T , & Solis S .

637. Visis præcipuis siderum parallaxibus, earum proprietates breviter sunt hic adnotandæ. Incipiemus autem à parallaxibus absolutis, quas certum est continenter ita mutari, ut tamen elapso anno ad pristinas magnitudines redeant. Quum enim parallaxis absoluta sideris F designetur per angulum TFS , quamquam Sol S , & sidus F iidem in locis perpetuo maneant, tamen quia locus Telluris T continuam mutationem subit, inde fit ut angulus TFS varias subeat magnitudinis vires, & modo incrementum modo decrementum patiatur. Quod si supponamus orbem ORT , in quo Tellus fertur circa Solem, esse circum Soli S concentricum (ex qua hypothese nihil erroris imminere hoc in negotio, subtiliter ostendit *Manfredius*) facile erit demonstrare *parallaxes absolutas siderum mutari in ratione finis anguli FTS ad Tellurem*, adeo scilicet ut quo minus angulus FTS recedit ab angulo recto, eo major sit parallaxis absoluta TFS , quo magis autem ab eo recedit, eo minor sit parallaxis illa.

638. Etenim in triangulo FST ad sidus, ad Solem, & ad Tellurem latera FS , ST manent semper ejusdem longitudinis : primum enim distantiam sideris à Sole, quæ semper eadem est, alterum vero distantiam Telluris ab eodem Sole, quæ in adsumpta hypothese

numquam mutatur, designat: quare FS ad ST rationem habebit datam: est autem FS ad ST. ut sinus anguli FTS ad sinum anguli SFT: quare etiam sinus anguli FTS ad sinum anguli SFT, sive ad ipsum angulum minimum SFT (nam quando anguli sunt minimi, ratio angulorum eadem est cum ratione sinuum eorundem angulorum) rationem habebit datam. Ex quo consequitur parallaxim absolutam SFT mutari in ratione sinus anguli ad Tellurem STF.

639. Et quoniam Tellure existente in puncto R, quo in loco sidus Soli conjungitur angulus ad Tellurem FRS omnium est minimus; Tellure vero existente in puncto opposito O, quo in loco stella Soli ex adverso opponitur, angulus ad Tellurem FOS est vicissim omnium maximus, sequitur utroque casu parallaxim absolutam RFS, aut SFO fore omnium minimam: nam utroque casu sinus anguli ad Tellurem fit minimus. Præterea quoniam parallaxis absoluta eo in loco maxima fit, ubi angulus ad Tellurem est rectus, videndum est quo in loco id contingat.

340. Et quidem si ex puncto L ducantur rectæ LQ, Lq contingentes orbitam Telluris circulatam in punctis Q & q, junganturque rectæ FQ, Fq, facilius erit ostendere utrumque angulorum FQS, FqS rectum esse: juncta enim recta SQ ea perpendicularis erit ad contingentem QL: atqui recta QL est communis sectio plani triangularis FQL cum eclipticæ plano, estque præterea planum trianguli normale ad planum eclipticæ, quare recta SQ erit perpendicularis ad planum ejusdem trianguli; adeoque angulus SQF erit rectus. Ex quibus omnibus licet intelligere vices omnes parallaxium absolutarum sideris F. Tellure enim existente in loco conjunctionis R, parallaxis absoluta est minima omnium: deinde tendente Tellure ab R ad Q, parallaxis sensim augetur usque donec in loco Q fiat omnium maxima: tum rursus minuitur usque ad locum oppositionis O; deinde iterum augetur usque ad oppositum punctum q: quo in loco rursus fit maxima: denique a loco q ad R parallaxis iterum minuitur. Et quoniam

niam puncta Q, & q quamintime distant à punctis
 mediarum longitudinum, scilicet à punctis illis, quæ
 90 gradibus distant à locis O & R, consequitur paral-
 laxes minimas in conjunctionibus, parallaxes autem
 maximas in longitudinibus mediis contingere.

641. Ex eo autem quod parallaxis absoluta sideris
 tunc maxima fiat, quando angulus ad Tellurem est re-
 ctus, facile erit ostendere omnium stellarum in eadem
 sphaera existentium æquales esse parallaxes absolutas
 maximas. Etenim in triangulis FQS rectangulis ad
 puncta Q latera FS, QS manent semper ejusdem magni-
 tudinis: ponuntur enim sidera versari in eadem sphaera,
 adeoque eandem obtinent distantiam à Sole S: quare
 angulus SFQ, qui parallaxim maximam absolutam de-
 signat, semper prodibit ejusdem magnitudinis. Qua-
 propter cognita parallaxi maxima absoluta unius side-
 ris, cognoscantur simul parallaxes maximæ cetero-
 rum in eadem sphaera tamen constitutorum: quin & co-
 gnoscetur etiam ratio, quam habet semidiameter sphae-
 ræ ad semidiametrum orbis terrestris: est enim FS ad
 SQ ut radius ad sinum parallaxeos maximæ: quemad-
 modum vice versa cognita ratione ista, nullo negotio
 cognoscetur parallaxis maxima absoluta.

642. Itaque quod attinet ad maximas parallaxes ab-
 solutas, earum magnitudo nihil prorsus dependet à side-
 rum latitudine, sed tantum ab earum à Sole distantia:
 adeoque siderum ad majorem à Sole distantiam posito-
 rum parallaxes maximæ absolutæ minores sunt; eorum
 vero, quæ minus distant à Sole, parallaxes maximæ ab-
 solutæ sunt minores: suntque priores ad posteriores re-
 ciproce ut distantia posteriorum ad distantias priorum.
 Sed si ad parallaxes minimas respiciamus, ad ea-
 rum utique magnitudinem concurrat siderum latitudo:
 nam angulus ad Tellurem, à quo angulo, ut vidimus,
 parallaxium magnitudo dependet, abit tunc in latitu-
 dinem geocentricam. Quum enim parallaxes minimæ
 accidunt quando Tellus versatur vel in conjunctione R,
 vel in oppositione O, in quarum priore angulus FRS
 designat tum angulum ad Tellurem, quum latitudinem

geocentricam, in posteriore autem angulus FOS designat tum angulum ad Tellurem, quum complementum latitudinis geocentricæ, liquet parallaxes absolutas minimas siderum in eadem sphaera existentium esse inter se ut sinus latitudinum geocentricarum, sive etiam ad sensum ut sinus latitudinum verarum: harum enim ab his insensibilis est differentia. Quod si autem bina sidera in diversis sphaeris exstant, eorum parallaxes absolutæ minimæ erunt inter se directe ut sinus latitudinum geocentricarum, aut etiam verarum, & inverse ut sphaerarum semidiâmetri.

643. Sequuntur parallaxes latitudinis, quas in ipsa conjunctione, vel oppositione in absolutas parallaxes abire, vel ex schematis inspectione patet: constituta enim Tellure in puncto R, punctum *b* coit cum puncto S, adeoque angulus T**Fb**, qui parallaxim latitudinis refert, in ea hypothese abibit in parallaxim absolutam RFS. Idem contingit si Tellus ponatur in puncto O; angulus enim T**Fb** etiam abit in angulum SFO, qui parallaxim absolutam refert.

644. Quamquam autem parallaxis absoluta numquam evanescat, sunt tamen bina loca in orbe Telluris, in quibus ipsa existente evanescit parallaxis latitudinis. Demissa enim ex sidere F (Fig. 75.) ad planum eclipticæ perpendiculari recta FL, descriptoque centro L, radio LS arcu *bH*, facile ostendetur parallaxim latitudinis in locis H, & *b* omnino evanescere. Nam ductis rectis FH, FS, F*b*, triangula FLH, FLS, FL*b* quum habeant duo latera duobus lateribus æqualia, & angulos ad L rectos, habebunt reliquos angulos reliquis angulis æquales: adeoque anguli FHL, FSL, F*b*L æquales erunt inter se, nullaue idcirco exisset parallaxis latitudinis in locis H, & *b*.

645. Et quoniam puncta H & *b* constituta sunt inter quadraturæ Q, & q & longitudines medias M, & m, multo minus erit intervallum puncti H à media longitudine M, quam quadraturæ Q ab eadem media longitudine; itaque quemadmodum quadratura ad sensum coit cum longitudine media, ita & punctum H cum eadem

eadem media longitudine ad sensum coibit. Ex quo consequitur in longitudinibus mediis M & m , in quibus parallaxes absolutæ maximæ sunt, latitudinis parallaxes prorsus evanescere. Sed facile est etiam intelligere maximas latitudinis parallaxes contingere quando Tellus versatur vel in conjunctione R , vel in oppositione O , in quibus locis ostensum est absolutas parallaxes minimas esse.

646. Unde modo facile erit vices parallaxium latitudinis annuas intelligere: in conjunctione enim R parallaxis latitudinis maxima est, atque adæquat parallaxim absolutam RFS . A conjunctione R ad mediam longitudinem H parallaxis latitudinis paulatim minuitur, ita ut in eadem media longitudine prorsus evanescat. Ab hac ad oppositionem O rursus augetur, quo in loco parallaxis evadit iterum maxima, estque denuo æqualis parallaxi absolutæ SFO . Ab oppositione ad alteram longitudinem mediam h iterum minuitur, ita ut ibi prorsus evanescat. Denique ex hoc loco ad conjunctionem R rursus parallaxis augetur.

647. Facile est etiam discrimen omne inter parallaxes absolutas, & latitudinis adnotare. *Primo* enim parallaxes absolutæ numquam evanescunt: at vero parallaxes latitudinis in quadraturis nullæ prorsus sunt. *Secundo* quando parallaxes absolutæ sunt maximæ, tunc parallaxes latitudinis evadunt nullæ: quando vero parallaxes absolutæ sunt minimæ, tunc latitudinis parallaxes evadunt maximæ. Quo in loco advertendum est parallaxes absolutas minimas, & maximas latitudinis RFS , SFO ad sensum æquales esse inter se, quamquam revera parallaxis SFO nonnihil major sit parallaxi RFS . Et *tertio* denique parallaxes maximas absolutas in omnibus sideribus æquales esse inter se, minimas esse inæquales: vicissim vero minimas latitudinis, ut pote nullas, in omnibus sideribus æquales esse inter se, maximas autem esse inæquales. Cæterum quæ dicta sunt de minimis parallaxibus absolutis, eadem locum habent in maximis latitudinis parallaxibus; has enim illis æquales esse demonstratum est.

48. Superiunt parallaxes longitudinis. Et primo quidem id se se nobis offert ostendendū, parallaxes longitudinis stellarū omnium in ecliptica existentium non differre à parallaxibus absolutis: Nam sideris constituti in loco L (Fig. 74.), scilicet in plano eclipticæ, parallaxis absoluta est angulus SLT ; parallaxis autem longitudinis est angulus SLb , qui idem prorsus est cum angulo SLT . Itaque quum maximæ parallaxes absolutæ contingant in mediis longitudinibus, minimæ autem in syzygiis, sequitur stellarum in plano eclipticæ constitutarum maximas parallaxes longitudinis contingere in longitudinibus mediis, minimas autem in syzygiis. Sed manifestum est quoque minimas hæc parallaxes nullas prorsus esse: id quod constat tum ex eo, quod angulus ad Tellurem, (cujus sinus rationem servat parallaxis absoluta) in syzygiis evanescit, tum etiam ex eo, quod ibi linea TL coincidit cum linea SL .

649. Ex eo autem quod rectæ TL , SL in syzygiis coincidunt inter se, sequitur in omnibus sideribus, etiam in iis, quæ ab ecliptica longissime distant, parallaxim longitudinis evanescere quando Tellus versatur in iisdem syzygiis. At vero quum in longitudinibus mediis maxima sit deviatio rectæ TS à recta SL , sequitur ibi locorum parallaxim longitudinis omnium maximam esse. Unde modo facile erit vices parallaxium longitudinis annuas intelligere: In conjunctione enim R parallaxis longitudinis omnino evanescit. A conjunctione R ad primam longitudinem mediam H parallaxis longitudinis paulatim augetur, ita ut ibi evadat maxima. Ab hac ad oppositionem O rursus minuitur, quo in loco parallaxis iterum evanescit. Ab oppositione ad longitudinem alteram mediam b rursus augetur, ita ut ibi iterum fiat maxima. Denique ab hac ad conjunctionem R rursus parallaxis minuitur.

650. Ex his manifestum est perpetuo mutari visam stellarum longitudinem, licet vera inrerim immutata ponatur (juvat enim parumper abstrahere ab æquinotiorum præcessionem, à qua fit ut longitudo stellarum vera jugiter augeatur): & motum hunc quidem à conjunctione

conjunctione R ad mediam longitudinem H esse directum; longitudo enim visa LTa , sive LiA & major est vera LSA & perpetuo augetur aucta parallaxi, hoc est aucta ejus differentia à vera longitudine: post longitudinem vero mediam H, usque ad oppositionem O retrogradum, quoniam parallaxis longitudinis, hoc est excessus visæ supra veram, quotidie fit minor, ac proinde longitudo decrescit: deinde ab oppositione O ad sequentem aliam longitudinem mediam b adhuc retrogradum esse motum; visa enim longitudo, quæ jam vera est minor, decrescit adhuc, quum crescat parallaxis, quæ est ejus differentia à longitudine vera. Denique à media longitudine b ad conjunctionem R iterum esse directum, quia parallaxis, hoc est defectus visæ à vera longitudine, perpetuo minuitur, ex quo visam longitudinem perpetuo augeri necesse est.

651. Cæterum stellarum æqualem latitudinem habentium & in eadem sphaera existentium æquales sunt longitudinis parallaxis in data à conjunctione, vel oppositione distantia: id quod ostendemus, si data sphaeræ semidiametro, latitudine sideris, ac Telluris ab oppositione distantia, invenire docuerimus parallaxim longitudinis: id quod fiet sequenti ratione. In triangulo re-ctangulo FSL ex datis hypotenusa FS, distantia scilicet sideris à Sole, sive etiam semidiametro sphaeræ, & angulo FSL, qui latitudinem sideris designat, dabitur latus SL, quod latus idcirco ejusdem magnitudinis prodibit in omnibus sideribus in eadem sphaera constitutis, & æqualem latitudinem habentibus. Deinde in triangulo LST ex datis latere modo invento LS, distantia Telluris à Sole TS, & angulo LST, qui distantiam Telluris ab oppositione designat, invenietur parallaxis longitudinis SLT, quæ ejusdem magnitudinis idcirco prodibit in omnibus sideribus æqualem latitudinem habentibus & in eadem sphaera constitutis.

CAPUT TERTIUM.

De adparenti semita, quam in sphaera Universi fixæ propter annuam parallaxim describunt: ubi de siderum parallaxibus ad Mundi polos, & æquinoctialem circulum relatis.

652. **E**X iis, quæ hætenus exposita sunt, nullo negotio definiri poterit adparens semita, quam in sphaera Universi fixæ ob annuam parallaxim describere debent. Sumemus autem hic postulati loco dari immensam quamdam superficiem Soli concentricam tantæ magnitudinis, ut præ illa firmamentum ipsum, hoc est quælibet sphaera Soli concentrica, per fixam quamvis descripta, instar puncti habeat: nam in hujus sphaeræ superficie curvam istam semitam contemplari placet, quæve ibi sit ejus in omnem plagam amplitudo examinabimus.

653. Esto itaque EHI (Fig. 76.) immensa hujusmodi sphaera Universum complectens, Solique S concentrica, & ibi una quædam ex fixarum sphaeris, in cujus superficie puncto quovis posita sit stella fixa *f*. Esto etiam orbis annuus *reo*, cujus planum undequaque productum sectionem efficiat in sphaera quidem fixæ circulum *eci*, in sphaera autem universi circulum *ACI*, qui propterea circuli harum sphaerarum eclipticam exhibebunt: erectoque ex Sole *s* axe eclipticæ *sP*, qui in sphaera fixæ polum eclipticæ designet *p*, in sphaera autem universi *P*, ducatur per hunc axem stellamque *f* planum *PFC* in Universi sphaera circulum latitudinis stellæ designans *PFC*, atque in ipsa hujus sphaera circulum *pfc*; sitque hujus plani communis sectio cum plano eclipticæ recta *rsoc*, quæ propterea erit linea syzygiarum stellæ *f*, atque in ea linea punctum conjunctionis

nis sit r , oppositionis autem o . Denique juncta rf , eaque quantum opus fuerit producta ad occursum supremæ sphaeræ in R , cogitemus lineam rf ita rotari, ut immoto manente puncto f extremum alterum ejus rectæ circulum percurrat rto ; quo motu recta rf superficiem conicam intra sphaeram fixæ, recta vero Rf superficiem aliam conicam priori oppositam describet.

654. Quibus constructis liquet, posterioris hujusce superficiæ communem sectionem cum superficie sphaerica EHI , curvam nempe lineam RTO semitam esse, quam fixa f in hac sphaera annuo spatio describere videbitur nobis in Tellure degentibus. Posita enim Tellure in conjunctione r sidus adparebit in R , posita vero Tellure in oppositione o sidus adparebit in O : denique existente Tellure in quovis alio loco t orbis annui locus sideris visus erit T , qui invenietur ducendo rectam rf , eamque producendo usque ad supradictam semitam RTO : quamquam interim verus stellæ locus, qui scilicet è Sole spectatur, sit punctum immobile S in circulo latitudinis PFC stellæ f constituti.

655. Inventa adparenti fixarum semita, facile erit ope ejus singulas parallaxon species hætenus explicatas in sphaeræ superficie distinguere. Esto enim Tellus in t , cui puncto respondeat in curva RTO punctum T , ducaturque st , & per S ac T describatur arcus circuli maximi ST . Hic arcus absolutam parallaxis sideris f metietur Tellure posita in t : est enim arcus ST mensura anguli SfT , eo quod punctum f in sphaera ebi acceptum à centro s sphaeræ EHI nihil differat, quum tota sphaera ebi cum sphaera EHI comparata instar puncti habeat. Itaque quum angulus SfT æqualis sit angulo ssi ei ad verticem opposito, hoc est parallaxi sideris absolutæ existente Tellure in loco t , erit arcus ST mensura parallaxis absolutæ sideris. Præterea quum verus sideris locus sit S , visus autem sit T , si ex polo eclipticæ P ducatur circulus latitudinis PT , & per T ex eodem polo describatur parallelus TK , manifestum est angulum TPK , sive arcum TK mensuram fore parallaxis

æcos longitudinis; verus enim circulus latitudinis est PSC, adparens autem PT. Denique arcus SK erit mensura parallæcos latitudinis; est enim arcus SK differentia inter arcum PT & arcum PS, quorum illud complementum latitudinis vilæ, hoc vero complementum latitudinis veræ designat.

656. Sed observandum hic est, licet punctum oppositionis O puncto o, punctum autem R conjunctionis puncto r, & denique punctum T puncto Telluris ϵ respondeat, angulum tamen OST minime angulo distantie ab oppositione ost , neque angulum RST distantie à conjunctione rst æqualem esse, excepto si Tellus ϵ in mediæ inter utramq; syzygiarum longitudinis punctum incidat: hoc enim casu anguli OST, RST recti erunt, angulisq; ost, rst pariter rectis æquales. Id quod ut ostendamus, sit rmo (Fig. 77.) orbis annuus, in cuius centro S resideat Sol, sitque rso linea syzygiarum, punctum conjunctionis r oppositionis o, fixa autem f. Centro S semidiametro orbis annui descripta intelligatur sphaera, in qua circulus rbo sit maximus diametrum habens lineam syzygiarum ro , atque ad planum eclipticæ, sive orbis annui rmo rectus, ac propterea existens in plano trianguli rfl , quod pariter ad eclipticam rectum esse cogitabimus; junctaque sf , quæ in eodem erit plano, secet hæc circulum rbo in puncto p, quo tamquam polo describatur circulus alius maximus hgi secans circulum rbo in b & i.

657. Quoniam ergo maximus circulus rbo ad maximum circulum rmo est rectus, necesse est polum circuli rbo esse tale punctum circuli rmo , quod æque à sectionibus r, & o distat, nempe punctum mediæ longitudinis m. Præterea quum circulus hgi polum habeat p, rectus is erit ad circulum rbo , qui per p transit; quare circulus hgi per circuli rbo polum transibit. Posita jam Tellure in quovis puncto orbis annui ϵ , si per puncta ϵ , & p ductus intelligatur circulus maximus egp secans circulum hgi in g, erunt anguli ad g recti: jungantur rectæ gs, is, ms : angulus igitur planus rst , sive arcus re distan-

distantia est Telluris in t à conjunctione r ; angulus vero hsg , sive arcus hg sive etiam angulus sphaericus hpg est circularum rbp , egp inclinatio.

658. Quoniam autem in triangulo sphaerico egp rectangulo ad g major est hypotenusa em latere gm , æquales autem sunt quadrantes mgh , mtr , residuus arcus tr residuo gh minime æqualis erit: distantia ergo Telluris à conjunctione tr inclinationi planorum rbp , egp minime erit æqualis. Est autem rbp planum circuli maximi ad eclipticum recti per fixam & Solem s ducti, & egp (iuncta recta es) idem est cum plano trianguli est ad Tellurem Solem, & fixam constituti, posita Tellure in t : quare angulus distantiae Telluris à conjunctione inclinationi horum planorum minime est æqualis, præterquam existente Tellure t in ipso puncto mediae longitudinis m , quo in loco uterque angularum hsm , rsm evadit rectus. Atque angulus RST (Fig. 76.) metitur inclinationem horum planorum, ut ipsum schema apertissime demonstrat; itaque is angulus minime æqualis erit angulo rst , nisi punctum t , in quo Tellus versatur, sit ipsum punctum mediae longitudinis inter utramque syzygiam r , & o .

659. Dato tamen angulo rst , vel ost (Fig. 77.), Telluris nempe à conjunctione vel oppositione distantia, semper invenire licet angulum RST , quam angulum *distantiam à conjunctione reductam* adpellabimus, quemadmodum & ejus supplementum OST *distantiam ab oppositione reductam*, & denique angulum MST (punctum M in curva illud est, quod mediae elongationis puncto in orbe Telluris correspondet) *distantiam à media elongatione reductam*. Etenim in triangulo sphaerico (Fig. 77.) rectangulo gmt quum detur arcus mt , nempe distantia à puncto longitudinis mediae, quæ complementum est distantiae jam cognitae Telluris t à conjunctione r , deturque etiam angulus gmt , sive etiam arcus rb , qui latitudinis stellae po est complementum, elicietur trigonometricè arcus gm , distantia scilicet à media longitudine reducta, cui respondet angulus (Fig. 77.) MST , ex quo & anguli RST , OST innotescunt.

660. Vicissim autem data distantia reducta à conjunctione, vel oppositione, sive angulo RST , vel OST , ex quo datur & MST distantia reducta à media elongatione, elicietur distantia vera rst à conjunctione, ejusque supplementum ost distantia vera ab oppositione: in eodem enim triangulo gmt dantur, præter angulum rectum ad g , angulus gmt complementum latitudinis stellæ, & arcus gm distantia scilicet reducta à media elongatione: ex his ergo trigonometricè elicietur arcus tm , & ex eo dabitur tr , sive angulus tsr , aut ost distantia vera à syzygia.

661. Et quoniam parallaxis absoluta cujusvis stellæ est ut sinus anguli ad Tellurem, angulus autem ad Tellurem quando parallaxis absoluta evadit maxima (id quod accidit in mediis elongationibus) est rectus, quando autem evadit minima (id quod contingit in syzygiis) est idem cum angulo latitudinis visæ, & ad sensum latitudinis veræ, erit maxima parallaxis absoluta ad minimam ut radius ad sinum latitudinis stellæ. Atqui ex regulis trigonometricis radius est ad cosinum anguli gmt , nempe ad cosinum complementi latitudinis, sive ad ipsum sinum latitudinis ut tangens arcus tm , veræ nempe distantie à puncto mediæ elongationis m , ad tangentem arcus gm , distantie scilicet ab eodem puncto reductæ; quare erit ex æquali ut maxima parallaxis absoluta ad minimam ita tangens veræ distantie à puncto elongationis mediæ ad tangentem distantie reductæ ab eodem puncto: Cujus quidem analogiæ beneficio data sideris distantia vera à media elongatione elicietur distantia reducta, aut vicissim hac data illa supputabitur.

662. Quamquam autem semita curvilinea OMR existat in superficie spherica, communisque sectio sit ejus superficie cum superficie coni scaleni cujus vertex est in sidere f , basis autem est orbis annuus rto , adeoque neque circulus revera fit, neque ulla ex vulgaris coni sectionibus; tamen si consideremus partem illam superficie sphericæ, quæ ab eadem semita occupatur, esse admodum exiguam (ob parallaxium scilicet parvi-

parvitatē) facile intelligemus, eam ad sensum haberi posse tamquam ellipsim factam à plano secante conum scalenum *firto*. Quapropter in hoc de parallaxibus argumento existimabimus semitas OMR_m , quas stellæ quotannis propter annuas parallaxes describere videntur, esse totidem ellipses, arcusque omnes circulares in iis contentos, ut potè exiguos, tamquam lineas rectas reputabimus.

663. Et quoniam ostensum est supra, parallaxes absolutas *rff*, *off* in utraque syzygiarum ad sensum æquales esse inter se, arcus OS , SR (live potius rectæ lineæ OS , SR), qui hosce angulos metiuntur, æquales ad sensum erunt; adeoque punctum S ad sensum non discrepabit à puncto F , quod diametrum ellipseos OR bifariam dividit, angulique OST , RST , distantie scilicet reductæ ab oppositione, longitudine media, & conjunctione, iidem erunt cum angulis OFT , MFT , RFT : nam punctis F & S coeuntibus rectæ FM & MS , TF & TS coincidunt inter se.

664. Quum autem angulus OSM sit rectus, angulus OFM erit pariter rectus: itaque quum ex conicis elementis diameter OR sit axis ellipseos RTO , quippe quæ communis est sectio plani ellipseos cum plano trianguli per axem OfR ad basim *rto* recti, erit MF_m axis huic conjugatus, & quidem principalis, seu major: maiorem enim esse FM quam OF , vel RF consequitur ex parallaxium legibus supra traditis: quandoquidem OF , FR parallaxes sunt absolutæ in syzygiis, ubi sunt minimæ, FM vero & Fm parallaxes sunt absolutæ in mediis longitudinibus, ubi maximæ sunt.

665. Ex his porro sequitur, omnium ellipseon RMO , NDG , quæ in sphaeræ Universi superficie à quibuslibet stellis in eadem sphaera existentibus describuntur, axes sive semiaxes majores FM , BD æquales esse: incidunt enim in puncta mediarum longitudinum M & D , suntque mensura absolutarum parallaxium in iis punctis contingentium, nempe maximarum, quæ in omnibus fixis in eadem sphaera existentibus sunt æquales. Minores autem semiaxes FR vel FO , & BN vel BO , quæ paral-

parallaxes sunt absolutæ in conjunctione vel oppositione, sive minimæ absolutarum, eam ad sensum proportionem habere ad majores, quam habet sinus latitudinis stellæ ad radium; ac propterea si stellæ, quæ ellipses describunt, in eadem sphaera fuerint, earum semiaxes minores esse ut sinus latitudinum CF, CB, atque adeo posita æquali latitudine æquales. Ex quo facile est colligere, stellarum in ecliptica positarum minorem semiaxem in unum punctum, & ellipsim in lineam rectam abire; stellæ vero in ipso eclipticæ polo existentis ellipsim in circulum facessere; & in iis stellis, quarum latitudinum sinus parum differunt à radio, à circulo ad sensum non aberrare, quales censerì possunt quæcumque latitudinem 75 gradibus majorem habent. Duarum porro ellipsium GDN, VQY, quæ à duabus stellis non in eadem sphaera existentibus, & æqualem latitudinem habentibus, describuntur, axes sive semiaxes majores BD, BQ esse reciproce ut sphaerarum diametros, minores autem ut majores; ac propterea ellipses GDN, VQY inter se similes, & si latitudo detur, specie datas.

666. His præmissis de adparenti fixarum semita, expendendæ sunt modo earum parallaxes ad Mundi polos, & ad æquatorem relatæ, sive etiam parallaxes declinationis, adscensionisq; rectæ: hæ enim immediatis observationibus haberi possunt, ut modo dicetur. Esto itaq; EHI (Fig. 78.) sphaera Universi, cujus centrum Sol S, axis eclipticæ SP, in quo polus eclipticæ P, stella in f, versusque locus in sphaera Universi punctum F, per quod transeat circulus latitudinis PF, sitque colurus solitiorum PLI, & I initium Cancrì, vel Capicorni, polus autem Mundi L: descriptaque intelligatur elliptica semita RTO, quam stella f adparenter describit annuo spatio; cujus propterea ellipseos centrum ad sensum erit punctum F, axis minor recta OR coincidens cum circulo PF, cujus extremum O polo P propius oppositionis, reliquum autem R conjunctionis puncto respondebit; recta vero Mm rectæ OR perpendicularis axis major ellipseos erit, ejusque extrema M, & m mediis longitudinibus respondebunt. Per polum autem Mundi L & cen-

centrum ellipseos F transeat circulus maximus LF secans illam inter F & L in X , ultra F vero in V ; ac propterea VX erit una quædam ex ellipseos diametris.

667. Quum autem circulus maximus $LXFV$ transeat per polum Mundi L , liquet ipsum fore aliquem ex declinationum circulis, & proprie eum, in quo sidus f spectatur è Sole S . Itaque quando Tellus versatur in ejus circuli plano (id quod bis quotannis contingere necesse est, semel quum Sol & stella conjunguntur in adscensionem rectam, iterum quando opponuntur) sidus f conspicietur vel in puncto X , vel etiam in puncto V , scilicet in puncto X , quod propius est polo Mundi L , quando stella & Sol opponuntur secundum adscensionem rectam, in puncto autem V , quod a Mundi polo longius abest, quando stella & Sol in adscensionem rectam junguntur. Ex quo sequitur, utroque casu nullam fore parallaxim in adscensionem rectam: locus quippe verus & visus sideris in eodem declinationis circulo constituuntur: quamquam iisdem casibus obtineat parallaxis declinationis, quæ, quando sidus adparet in X , repræsentatur per arcum, sive etiam per rectam FX , quando autem sidus adparet in V , repræsentatur per arcum, aut etiam per rectam FV . Et quoniam rectæ lineæ FX , FV repræsentant etiam parallaxes absolutas sideris f , quando ipsum adparet in X , vel V , manifestum est *parallaxes absolutas abire in parallaxes declinationis*, quando sidus Soli vel opponitur vel conjungitur.

668. Quod si Tellus sit extra planum supradicti circuli, sic ut stella f adpareat alibi, quam vel in X , vel in V , puta in T , tunc ducto circulo maximo LT , & arcu TB æquatori parallelo, erit quidem angulus BLT , sive etiam arcus BT *parallaxis adscensionis rectæ*, & arcus BF erit *parallaxis declinationis*: verus enim circulus declinationis, sive adscensionis rectæ est LF , visus autem est LT . Et similiter vera stellæ à polo Mundi distantia est arcus FL , visa autem LT , quarum differentia est arcus BF . Patet autem maximam fore parallaxim adscensionis rectæ eo in loco, in quo visus ad-

X 2

scen.

ascensionis rectæ circulus tetigerit ellipsim, nempe in puncto N , vel n . Patetque etiam maximam fore parallaxim declinationis eo in loco, in quo circulus æquatori parallelus ellipsim tetigerit, puta in puncto G vel D ; quemadmodum in locis Q , & q , in quibus circulus æquatori parallelus transit per centrum F ellipseos, nulla est vicissim parallaxis declinationis.

669. Et quibus omnibus facile est vices omnes parallaxium ascensionis rectæ & declinationis intelligere: in puncto enim X parallaxis ascensionis rectæ nulla est: à puncto X ad n continuo augetur, quo in loco evadit maxima: ab n ad V continuo minuitur per vices, usque donec in loco V iterum evanescat: ab V ad N rursus augetur, quo in loco fit iterum maxima: denique ab N ad G minuitur, inque loco G prorsus evanescit. Et similiter parallaxis declinationis in loco q est nulla: de q ad D augetur indefinenter, ita tamen ut declinatio visæ vera sit major, inque loco D evadat maxima; à loco D ad Q indefinenter minuitur; ita ut in Q fiat iterum nulla: à puncto Q ad G rursus augetur, ita tamen ut declinatio vera visam excedat, inque loco G fiat iterum maxima: denique à loco G ad q denuo minuitur, inque ipso puncto q prorsus evanescit. Cæterum Problemata de inveniendis locis, & temporibus maximarum minimarumque parallaxium ascensionis rectæ & declinationis brevitatis gratia hic omitto, eaque videri possunt apud laudatum *Eustachium Manfredium*, qui ea diligentissime persequitur.

670. Potius hic ostendemus, qua ratione *data distantia Telluris a conjunctione, dataque maxima absoluta parallaxi sideris positione dati, inveniri possit parallaxis declinationis, atque ascensionis rectæ*. Id autem fieri poterit ratione sequenti: quoniam sidus positione datum est, dabitur tum ejus longitudo, quàm ejus latitudo; itaque quum circulus maximus PF sit ille circulus latitudinis, in quo sidus constituitur, & PL sit colurus solstitiorum, dabitur angulus FPL , dabiturque etiam arcus FP , complementum scilicet latitudinis datæ: quare in triangulo FPL ex datis angulo FPL , arcu PE , & arcu

& arcu PL, qui maximam eclipticæ obliquitatem adæquat, facile invenietur angulus PFL, sive ei ad verticem oppositus VFR.

671. Fræterea quoniam data est Telluris à conjunctione distantia, dabitur ejusdem distantia à puncto mediæ elongationis, dabiturque eadem distantia reducta; latitudo enim sideris data est. Sit MFT hujusmodi distantia reducta: adparens ergo stellæ locus est punctum T, & parallaxis absoluta sideris eo tempore est arcus FT, quæ propterea dabitur, ex data latitudine & maxima parallaxi absoluta. Porro ex angulo VFR jam cognito, nec non ex dato RFT, qui complementum est inventi anguli MFT, dabitur, eorum additione vel subtractione angulus VFT, aut ejus supplementum LFT. In triangulo igitur sphærico TFL, in quo datur latus FT, atque angulus LFT, nec non FL complementum declinationis sideris, seu distantia vera à polo æquatoris, invenietur angulus FLT, parallaxis scilicet adscensionalis, & LT distantia visa ab eodem polo, cujus differentia à vera distantia LF erit parallaxis declinationis.

672. Sed brevius negotium istud totum transigetur, si consideremus arcum paralleli BT ad sensum non discrepare ab arcu circuli maximi transeuntis per punctum T, atque ad LF normalis, idque propter angustiam ellipseos sideræ GRDO; consideremusque etiam, propter eandem rationem, nihil vetare, quin omnes arcus circulorum maximorum intra præfatam ellipsim contenti habeantur ut totidem lineæ rectæ: inde enim fit ut in triangulo rectangulo rectilineo FBT ex datis hypotenusa FT, quæ parallaxim absolutam designat, & angulo BFT, quem modo invenire docuimus, nullo negotio habeatur tum parallaxis declinationis BF, quum parallaxis adscensionis rectæ BT. Tantum advertendum est, quod quum BT portio sit circuli maximi, parallaxis autem adscensionalis revera designetur per arcum circuli, qui æquatori est parallelus, ad effugiendum omne erroris periculum, necesse sit, scrupula contenta in arcu circuli maximi BT in scrupula paralleli

leli, quæ aliquanto plura fortasse erunt, redigere: id quod obtinebitur si fiat, ut paralleli semidiameter, siue ut sinus visæ distantiae LT stellæ à polo (hæc distantia habetur si parallaxis declinationis inventa FB addatur vel dematur, prout opus est, veræ distantiae à polo LF) ad radium, ita numerus partium circuli maximi in BT inventus ad quæsitum numerum partium paralleli, quas eadem BT continet considerata, ut arcus paralleli: Quamquam, subductis rationibus, proclive sit cognoscere, nihil fere ad sensum errari, si quis reductionem istam præterierit.

CAPUT QUARTUM.

An parallaxes siderum annuæ cum Telluris motu periodico conspirent.

673. **H**Is jactis fundamentis videndum modo est, an siderum vicissitudines annuæ tum in declinationem, quum in adscensionem rectam, quæ his præteritis annis observatæ sunt, cum annuo Telluris motu conspirent. *Joannes enim Flamstedius*, & post eum *Petrus Horrebovius* nullum prorsus dissensum se inter ea invenisse deprædicarunt, usque sunt hoc consensu, tamquam validissimo argumento, ad Telluris motum confirmandum; præcipue vero *Horreborius*, qui opus ea de re edidit sub titulo *Copernici triumphantis*: an autem is consensus revera obtineat, ita facillime explorabimus.

674. Nempe describatur ellipsis $RMOM$ (Fig. 79.) cujus semiaxis primarius MF ad secundarium RF eam rationem habeat, quam radius ad sinum latitudinis ejus stellæ, in cujus parallaxes inquirendum nobis est: ita enim ellipsis ista semitam exhibebit, quam stella, juxta *Copernici* hypothesein, annuo motu in suprema sphaera peragrarè videbitur. Hujus ellipseos superiorem medietatem, quam ab inferiori dirimit axis major MM , ad septentriones spectare cogitabimus, inferiorem ad meri-

meridiem; ac pariter dextram medietatem, quam secundarius axis OR à sinistra determinat, orientalem esse, sinistram occidentalem; nempe eodem positu, quo partes hæ singulæ adparerent spectatori Cælestem spheram exterius intuenti, atque ad Boream converso. Porro extremum R axeos minoris puncto conjunctionis, extremum vero O puncto oppositionis respondere cogitabimus, quemadmodum puncta M, & m, quæ sunt extrema axeos majoris, mediis longitudinibus respondere putabimus.

675. Deinde supputabimus angulum, quem circulus declinationis cum latitudinis circulo in stella efficit: tum, quoniam secundarius axis OR cum circulo latitudinis congruit, ellipseos diametrum ducemus VX ejus anguli quantitate ad OR inclinatum, atque ex ea parte ejusdem axeos OR, ut hoc pacto ipsa VX declinationis circulo respondeat, atque ad æquatoris polos dirigatur. Denique ad singularum observationum tempora subducta stellæ longitudine ex longitudine Solis, habebimus distantiam Telluris à conjunctione in longitudinem; ex qua facile colligetur, quæ sit distantia ejusdem Telluris à puncto propioris elongationis mediæ. Si ergo fiat ut maxima parallaxis absoluta ab minimam, sive etiam ut MF ad RF, ita tangens hujusce distantie ad quartum numerum, habebitur distantia reducta ab eodem elongationis mediæ puncto. Ex hac autem adparens stellæ locus T vel t in unaquaq; observationum invenietur, si nempe ducatur ellipseos diameter FT vel Ft angulum efficiens cum semiaxe MF, aut cum mF distantie huic reductæ æqualem, & in eo quidem ellipseos quadrante, in quo eam semidiametrum ducendam esse supputatio ipsa docebit.

676. Nunc ergo ex singulis punctis T, & t, ad singula observationum tempora definitis, in diametrum VX productam, ubi opus fuerit, perpendiculares demittantur TN, tn; ita enim diametri portio Nn ad sensum declinationum differentiam ostendet, quæ inter duas observationes obtinet. Itaque si declinationum dif-

differentia ex duabus observationibus eruta congruat cum differentia ista ope schematis definita, aut potius ei sit proportionalis, exinde colligi poterit annuas siderum in declinationem parallaxes ab annuo motu Telluris proficisci: sin discrimen aliquod intercedere comperiat, indicio id erit præfatas parallaxes aliunde, quam ab annuo motu Telluris proficisci. Captis autem complurimis hujusmodi experimentis invenit *Manfredius*, parallaxes annuas siderum cum annuo nictu Telluris minime conspirare, contra quam viri ceteroquin eruditissimi, de quibus modo mentionem habuimus, existimaverant.

677. Non dissimili methodo explorare licet, an annuæ siderum parallaxes in adscensionem rectam cum annuo motu Telluris conspirent; nec ne. Descripta enim eodem modo ellipsi stellæ *RM Om*, ductæque ejus diametro *VX*, quæ declinationis circulo congruat, agatur per centrum ellipseos *F* recta *Qq* diametro *VX* normalis. Deinde ad singularum observationum tempora quærantur ea methodo, quam modo tradidimus, adparentia stellæ loca *T*, & *t*, exque his singulis in rectam *Qq* (si sit opus productam) perpendiculara demittantur *Tl*, *ti*: ita enim portio *li* (cujus mensuram vel ex datis punctis *T* & *t*, anguloque *OFX*, ac specie ellipseos computo investigare licet, vel circino ipso statim definire) aberrationis adscensionalis plagam, & quantitatem designabit, ut ex supra demonstratis colligitur: quo pacto adparebit, conveniat ne observationibus cum hypothese an secus. Atque hic etiam, captis complurimis experimentis, comperit *Manfredius*, annuas hujusmodi parallaxes nequaquam cum annuo motu Telluris conspirare.

CA

CAPUT QUINTUM.

*De Novis aberrationum annuarum causis
à Jacobo Bradley novissime
propositis.*

678. **S**ed hic aberrationum siderearum dissensus ab annuo motu Telluris quum innotuisset etiam Jacobo Bradley astronomo Anglo, cœpit vir nobilissimus cogitare, an nova iniri posset ad eas aberrationes explicandas ratio: itaque quum ad rem istam sedulo animum adpulisset, in hanc, quam *hoc Capite* proponimus, sive causam, sive hypothesim meditando delapsus est.

679. Duobus videlicet principiis totum aberrationum negotium inniti censuit Jacobus Bradley, annuo Telluris motu, & luminis propagatione successiva, quorum alterum loco hypotheseos haberi posse innuimus principio hujus *Libri II*; alterum autem, ut rem prorsus compertam & exploratam, *Libro I* tradidimus. Bina isthæc principia si seorsim spectentur, nihil quidequam ad aberrationum phænomena facere proficitur; si autem alterum cum altero jungatur, rem totam percommode intelligi atque explicari arbitratur. Si enim & Tellus & cum ipsa spectatoris oculus moveatur, & lumen à stella ad oculum ea celeritate feratur, quæ ad celeritatem oculi rationem habeat non prorsus infinitam, necessario inde consequi docet, ut stella minime in ea recta linea, quæ ipsam cum oculo jungit, sed perpetuo extra hanc rectam adpareat. Adparituram vero ait & in eo plano, quod per stellam & per oculi sententiam ductum intelligimus, & ex ea parte rectæ lineæ oculum cum stella jungentis, versus quam partem oculi motus dirigitur. Denique aberrationis angulum, quem scilicet veri, atque adparentis loci directiones duæ in oculo comprehendunt, eam mensuram servaturum, ut quemadmodum celeritas luminis ad celeritatem

tatem oculi, ita perpetuo esse debeat sinus anguli, quem semita oculi comprehendit cum linea ad adparentem stellæ locum ducta ad sinum anguli ipsius aberrationis.

680. Veluti si oculi semita fuerit BD (Fig. 80.) atque in ea progrediatur oculus ex B versus D, stella vero quæpiam sit in S, & quo temporis momento pervenit oculus ad punctum quodvis ejus semitæ A ducatur recta AS, statuit minime stellam visum iri in directione AS, nisi si infinita fuerit præ oculi celeritate luminis celeritas, nempe si lumen in instanti à stella ad oculum feratur: nam ubi finita sit celeritatum proportio, puta ubi lumen successive propagetur, quemadmodum propagari ipse ponit, futurum ait, ut stella adpareat extra rectam AS in directione alia, veluti AR, quæ quidem & existat in plano per BDS ducto, & declinet à recta AS ex parte D (quando oculi motum ex B versus D dirigi posuimus) ea lege, ut quam rationem habeat celeritas luminis ad celeritatem oculi, eandem perpetuo servet sinus anguli RAD ad sinum aberrationis SAR: ubi notandum, quum angulus aberrationis sit quamminimus (maxima enim est celeritas luminis præ annua Telluris, sive oculi celeritate) nihil ad sensum errari posse, si in hac, quam diximus, analogia pro sino anguli RAD substituatursinus anguli ipsius SAD: quæ substitutio percommoda est, ut eo facilius aberrationum mensuras in casibus singulis definiamus. Hoc ergo nos deinceps præstabimus, angulumque SAD *inclinationis*, vocabuli gratia, nominabimus.

681. Cæterum Theorematis hujus plane novi, Physicisque inauditi veritatem sic ostendit laudatus *Bradley*. Cogitabam inquit CA (Fig. 81.) *radiusse luminis in rectam DB perpendiculariter incidentem*. Jam si oculus immotus maneat in A, adparebit illi obiectum iuxta directionem AC, sive lumen in instanti, sive in tempore propagetur; hoc tantum cum discrimine quod, si lumen diffunditur in instanti, sidus semper contueatur eo in loco, in quo actu reperitur; si vero in tempore propagatur, eo casu sidus in eo loco, in quo actu est, post tempus aliquod adpareat, post tantum scilicet tempus, quan-

quantum postulatur ut à fidere ad nos perveniat. At vero si oculus ex B versus A moveatur, lux autem ea celeritate feratur, quæ ad celeritatem oculi rationem habeas CA ad BA, tunc sane quo tempore oculus ex B à A transfertur, lumen ex C in A progreditur. Particula ergo illa luminis, cuius actione, quum oculus in A pervenerit, obiectum videbitur, ea ipsa erit in C, quo tempore oculus in B existet.

682. Jungantur puncta B & C, & ponamus lineam CB tubum aliquem esse ad lineam DB inclinatum in angulo DBC, ac tam exiguum fingamus ejus tubi diametrum, ut unicam lucis particulam admittat. Facile intelligebam futurum, ut particula lucis in C posita, cuius particula actione obiectum videndum est, quum oculus motu suo in A pervenerit, transiret per tubum BC, si hic ad rectam DB in angulo DBC perpetuo inclinaretur, neque fieri posse, ut unquam ad oculum ejusmodi tubo adplicatum perveniret, si alia qualibet tubi inclinatio foret ad BD. Item si CB non ut tubus angustus, verum ut amplioris tubi axis spectetur, nusquam tamen fieri poterit, ut particula luminis C per axem illum transeat, nisi hic axis ad rectam BD in angulo illo CBD inclinatus sit. Eodem pacto si oculus opposita directione, nempe ex D versus A eadem, atque antea celeritate moveatur, necesse erit tubum inclinari ad rectam DB in angulo CDB. Quamquam igitur vera directio obiecti normalis sit ad rectam, in qua oculus fertur, adparens tamen obiecti locus minime in hac recta, sed in ipsa tubi directione procul dubio situs erit, eritque veri atque adparentis loci major, aut minor differentia, pro eo ac alia fuerit celeritatum luminis oculique proportio.

683. Quod si fingere liceat lumen puncto temporis propagari, tametsi oculus moveretur, nullum discrimen inter verum & adparentem obiecti locum intercederet; tunc enim AC prae AB esset infinita, angulusque ACB veri scilicet adparentisque loci differentia evanesceret. Sin autem lumen in tempore propagetur (quod à plerisque hujus sæculi philosophis facile concessum iri mihi persuadeo) tunc sane ex his, quæ diximus, sequitur aliquam esse debere

debere inter verum & adparentem objecti locum differentiam, modo oculi motus versus objectum ipsum recta non tendat, vel recta ab eo non recedat: eritque semper finis differentia inter verum & adparentem locum ad finem inclinationis lineæ, per quam objectum videbitur, cum oculi semita, ut celeritas oculi ad celeritatem luminis.

684. Hæc sunt, quæ habet clarissimus Bradley, quæque quum obscuritate aliqua laborent, theorematibus veritatem subdubiam faciunt. Sed nos, ut ab omni obscuritatis labe expositum theorema vindicetur, sedulo operam dābimus. Est S sidus (Fig. 82.) O oculus, Oo via ab oculo quam minimo tempore descripta, dum Tellus in eclipticæ plano fertur circa Solem, So via eodem tempore à particula illa luminis descripta, quæ oculum ingreditur, quando ad locum o progressus est. Ducatur per sidus S recta aSs parallela rectæ Oo , deinde vero per puncta O , & o ducantur rectæ Oa , os parallele rectis oS , OS .

685. Et quoniam motus communis æqualis & rectilineus, quemadmodum Libro I. demonstratum est, nihil officit propriis motibus corporum, si particule luminis, quæ movetur secundum directionem So cum velocitate So , & oculo, qui movetur secundum directionem Oo cum velocitate Oo , tribuamus motum alium communem & rectilineum, nihil inde relativis motibus luminis & oculi detrimenti obveniet. Est motus iste oculo inditus secundum oO , sideri autem secundum Sa , ejusque quantitas sit oO , sine etiam Sa , quæ æquales sunt inter se.

686. Quia igitur oculus O movetur motu duplici, quorum alter est ab O ad o , ejusque quantitas est Oo , alter autem est vicissim ab o ad O , ejusque quantitas est eadem oO , dubitari nequit quin oculus maneat immotus in loco O . Præterea quum particula luminis à sidere S egrediens agitur eodem tempore motibus duobus, quorum directiones & quantitates sunt So , Sa , notum est eam motum iri secundum semitam obliquam So , atque perventuram ad O eodem prorsus tempore, quo per-

pervenisset ad o . Quapropter in hac hypothefi particula luminis illabetur in oculum immotum secundum directionem SO , inque ea directione sidus adparebit. Atqui motus communis sideri oculoque inditus nihil adfert detrimenti propriis motibus eorum; ergo etiam quum oculus movetur ab O ad o , lumen autem ab S ad o , particula luminis percutiet oculum secundum directionem so , quæ parallela est directioni SO , sidusque, quod revera est in S , adparebit in s .

687. Unde modo patet, quid sibi velit clarissimus *Bradley*, dum, ad theorematum veritatem ostendendam, utitur tubo fistitio OS ab oculo O ad sidus usque S producto, unaque cum oculo O translato ab OS ad os . Hic enim tubus excipiens particulam luminis elapsam à Sole secundum directionem SO largitur ei motum secundum directionem Ss : adeoque particula luminis à tubo delata revera fertur secundum directionem So : sed tamen oculus in o conspicit sidus per tubum OS delatum in os , illudque refert ad punctum s .

688. Nunc ut parallaxium varietatem secundum expositam luminis legem indagare satagamus, cogitemus orbem Telluris annum esse circulum CNO (Fig. 83.) circa Solem S , tamquam centrum, in eclipticæ plano descriptum, perque hujus circuli periferiam Telluris centrum moveri secundum seriem signorum ex C per N ad O . Esto autem SP axis eclipticæ, stella quævis in F , circulus latitudinis hujus stellæ PFB ad eclipticam perpendicularis. Ducatur recta SF , ac primum ponatur Tellus in C , ubi stella Soli juncta adparet. Jam si agatur recta Cf parallela rectæ SF , manifestum est ipsam ad sensum dirigi in stellam F , præ immensa Firmamenti amplitudine respectu semidiametri Telluris CS ; ac propterea si Tellus maneret immota in loco C , stella contueretur in ipsa recta Cf . At vero quum oculus in C minime quiescat, oportet aberrationem aliquam contingere vi theorematum *Bradleyani* modo expoliti.

689. Hujus autem aberrationis mensuram & plagam definiemus, si consideremus oculum sive Tellurem, dum est in puncto C , ita moveri, ut minimo tempore

pore describat portiunculam tangentis dCK , ejusque motus directionem tendere à d versus K , nempe ad occasum ad ortum: itaque faciendum est ut luminis celeritas à stella F propagati ad oculi celeritatem, sive etiam ad celeritatem Telluris, ita sinus anguli inclinationis fCK , qui angulus in puncto conjunctionis rectus est, ad sinum anguli aberrationis fCm ; hicque angulus statuendus est in plano per rectas dK & fC ducto ex parte K , versus quam partem oculi motus dirigitur: eritque Cm directio loci adparentis stellæ F , quum ea Soli conjungitur. Quapropter si denique agatur recta SM rectæ Cm parallela, & usque ad Firmamentum producat in M , adparens ad sensum stellæ locus erit punctum M , atque aberratio stellæ erit arcus circuli maximi per puncta F & M ductus, quem arcum angulus MSF , sive ei æqualis mCf metitur.

690. Ex hac autem constructione facile est colligere, aberrationis plagam hoc casu, quum scilicet stella Soli conjungitur, occidentalem fore: nempe locum stellæ adparentem M , si ad verum locum F referatur, in occasum vergere, angulumque MFP , quem aberrationis arcus MF cum circulo latitudinis PFB comprehendit, rectum esse, & propterea puncta M & F , verum scilicet & adparentem locum, versari in eodem præterpropter circulo eclipticæ parallelo, sive in eadem distantia à polo eclipticæ P . Ex quibus colligitur in conjunctione nullam esse latitudinis parallaxim, sed eam omnem in longitudinem abire, & quidem occasum versus; id quod cum observationibus convenire videtur.

691. Interim adnotare hic libet discrimen inter *Bredleyanam* & communem hypothesim circa aberrationes siderum, quæ Soli conjunctæ sunt. Secundum hypothesim enim communem sideris Soli conjuncti nulla est parallaxis longitudinis, parallaxis vero latitudinis omnium maxima est: at vero secundum *Bradleyanam* hypothesim vicissim parallaxis latitudinis nulla est, parallaxis vero longitudinis aliqua: & quum observationes magis faveant huic quam illi hypothesi, sequitur hanc illi esse anteferendam.

692. Ponamus nunc Tellurem translata esse ad punctum orbitæ suæ N , quod à conjunctione C quadrante distat, ut scilicet stella in quadrato Solis adspetu versetur: ducatur etiam linea Ng rectæ SF parallela, quæ in stellam F ad sensum dirigi pariter censenda est; tum per N agatur tangens QNr , quæ directionem motus oculi referet & quidem à Q versus r : denique fiat ut velocitas luminis à sidere F propagati ad annuam Telluris velocitatem, ita sinus inclinationis gNr (qui angulus in hoc Telluris positu æquatur angulo latitudinis stellæ FSB) ad sinum aberrationis gNo . Adparebit igitur stella in directione No , cui si agatur parallela SI Firmamenti sphaeræ occurrens in puncto I , erit I ad sensum locus, in quo stella videbitur à Tellure, & arcus circuli maximi FI , vel angulus FSI , angulo gNo æqualis, evagationis mensuram determinabit.

693. Patet autem planum FSI , quippe plano gNo parallelum, coincidere cum ipso plano circuli latitudinis PFB : adeoque nullam esse, in hoc positu, puta in prima à conjunctionis quadratura, stellæ evagationem in longitudinem, sed eam, quanta est, in latitudinem assumi, & quidem ad partes polo eclipticæ P oppositas, hoc est in stellis borealibus ad austrum, ad boream vero in australibus. Ad hæc sinum aberrationis FI in quadratura sinu aberrationis FM in conjunctione eadem proportionem minorem esse, qua sinus inclinationis gNr , sive ipse sinus latitudinis FSB , sinu inclinationis fCK , sive radio, minor est: atque adeo ipsos aberrationum arcus FI , FM eandem proportionem sequi, utpote perexiguos, sinibusque suis ad sensum proportionales.

694. Atque hic etiam adnotare libet discrimen inter communem & *Bradleyanam* hypothesim circa parallaxes siderum in prima à conjunctione quadratura. Secundum hypothesim enim communem parallaxis longitudinis est maxima in quadraturis, parallaxis vero latitudinis eodem loci est nulla: at vicissim in *Bradleyana* hypothesi parallaxis longitudinis nulla est in prima à conjunctione quadratura, parallaxis latitudinis aliqua: quumque observationes huic magis faveant quam

quam illi, adparet hypothesim *Bradleyanam* veritati magis consonam esse.

695. Haud secus demonstrabitur, quum Tellus ad oppositionis punctum O perrexerit, aberrationem stellæ fore arcum FR arcui FM æqualem, sed in plagam oppositam, hoc est ad ortum; quum vero ad quadraturam, quæ oppositioni succedit, aberrationem FT æqualem fore aberrationi FI prioris quadraturæ, atque illi aversam. Ex quibus denique omnibus intelligi potest annuo spatio curvam quamdam semitam MIRT à stella adparenter descriptum iri, quæ semita in quadrantes quatuor æquales MI, IR, RT, TM ab arcubus duobus TI & MR discriminatur, quorum arcuum TI ad circulum latitudinis pertinet, MR vero cum parallelo eclipticæ ad sensum coincidit; atque eam fore huiusce motus legem, ut stella ex puncto maxime occidentali M, ubi in conjunctione reperitur, digressa, quadrantem illum è duobus occiduis primum peragrarè incipiat, qui ad polum oppositi stellæ hemisphærii pertinet, nempe MI, ac deinde reliquos ordine percurrat, singulos absolvens eo temporis intervallo, quod à syzygia ad quadraturam, vel ab hac ad syzygiam proximam elabatur.

696. Ad inveniendam porro naturam curvæ lineæ MIRT (quæ tametsi in superficie sphæricæ à stella describitur, ad sensum tamen veluti figura plana spectari potest) attendendæ sunt præterea intermedix Telluris positiones, quæ scilicet neque in syzygias incidunt, neque in quadraturas, inque in his perpendenda est tum aberrationis plaga, quum quantitas ipsius. Esto igitur Tellus in puncto orbitæ Z inter C & N, & ducta semper intelligatur per punctum istud recta orbitam contingens, rectaq; alia ipsi FS parallela; plano autem per duas hæc rectas transeunti aliud ducatur parallelum per ipsam FS, nempe LSF, hocque ad Firmamenti sphæram productum intelligatur; & communis sectio plani huiusce cum plano curvæ MIRT aberrationis plagam, ut facile adparet, directione sua designabit.

697. Sed angulus quem communis hæc sectio cum arcu meridiani TI, vel paralleli eclipticæ MR comprehendit

hendit (quem angulum distantiam à puncto elongationis mediæ vel conjunctionis reductam adpellari diximus *Capite III.*) ievenietur, si fiat ut radius ad sinum latitudinis stellæ, sive ut FM ad FI, ita tangens anguli CSZ, nempe Telluris à conjunctione distantia, ad tangentem distantia reducta. Describatur ergo centro F radio FM circulus MDR, fiatque angulus MFD æqualis angulo CSZ, & demittatur ex puncto D perpendicularis Dq ad diametrum RM: tum fiat ut FM ad FI ita Dq ad Aq, sive ut tangens anguli DFq ad tangentem anguli AFq: quum enim DFq sit distantia Telluris à conjunctione, erit angulus AFq distantia ejusdem reducta ab eadem conjunctione: igitur directio FA erit ea, quæ aberrationis plagam ostendit, & querendum tantum supererit punctum ipsum hujusce rectæ FA, in quo puncto adparens stellæ locus versabitur.

698. Ad hoc autem punctum determinandum, præ-noscendus est inclinationis angulus positioni Telluris Z respondens, quem videlicet angulum recta linea orbitam tangens in Z cum recta alia ex Z ad stellam ducta, quæ quidem ad sensum rectæ FS est parallela, comprehendit: scilicet cognoscendus est angulus (*Fig. 84.*) $f'ZK$. Ducatur SL parallela tangenti ZK: & quum sint rectæ FS, SL parallelæ rectis $f'Z$, ZK; erunt plana FSL, $f'ZK$ æquidistantia, anguli vero FSL, $f'ZK$ æquales erunt. Sumatur in recta SF quodvis punctum V, à quo in eclipticæ planum cadat perpendicularis VP: ea incidet in lineam syzygiarum CO; tum à puncto P ducatur perpendicularis PG ad rectam SL, & jungatur VG.

699. Et quoniam radius SZ est perpendicularis ad tangentem ZK, erit idem radius perpendicularis ad rectam SL, quæ tangenti est parallela: atqui etiam PG est perpendicularis ad SL: quare rectæ SZ, PG erunt parallelæ, eritque angulus CSZ æqualis angulo SPG. Præterea quum recta VP sit normalis ad planum eclipticæ, erit planum VPG normale ad idem planum; adeoque quum recta SG, quæ est in plano eclipticæ, sit perpendicularis ad communem sectionem PG plani VPG cum plano eclipticæ; erit SG perpendicularis ad

Tom. II.

Y

idem

idem planum VPG, adeoque angulus VGS erit rectus.

700. Et quoniam in triangulo SPG, ut est SP ad SG, ita est radius ad sinum anguli SPG, estque hic angulus SPG æqualis angulo CSZ, erit ut radius ad sinum anguli CSZ, ita PS ad SG: unde quia, sumpta recta SV pro radio, est SP sinus complementi latitudinis stellæ VSP, & SG sinus complementi VSG, sive fZK , qui est angulus inclinationis, erit quoque, ut radius ad sinum anguli CSZ, ita sinus complementi latitudinis stellæ (quæ tria semper data sunt) ad sinum complementi inclinationis quaesitæ.

701. Hoc posito, si radius dicatur r , sinus latitudinis b , atque adeo sinus complementi latitudinis $\sqrt{rr-bb}$, ac denique sinus anguli CSZ vocetur a , erit sinus anguli inclinationis, quem prænosendum diximus $a\sqrt{rr-bb}$: unde ipse sinus rectus anguli in-

clinationis sit $\sqrt{rr-aa+\frac{aabb}{rr}}$. Huic sinui propor-

tionalis esse debet, ex *Bradleyana* lege, sinus aberrationis stellæ, sive aberratio ipsa : nam aberrationum exiguarum eadem est proportio, atque eorum sinuum : ergo si aberratio stellæ, quum Tellus est in conjunctione, dicatur r , posita nunc Tellure in Z, aberratio erit $\sqrt{rr-aa+\frac{aabb}{rr}}$; atque hæc quantitas ex puncto F in

recta FA (Fig. 82.) sumenda erit versus A, ut adparens stellæ locus habeatur.

702. Facile autem ostenditur mensuram istam aberrationis in ipso puncto A terminari, in quo perpendicularum Dq rectam FA intersecat : est enim ex constructione angulus MFD angulo CSZ æqualis, ac propterea ejus sinus, hoc est recta Dq (in circulo scilicet MDR cujus radius MF est r) erit $= a$, & $FQ = \sqrt{rr-aa}$. Pariter ex constructione est MF sive FE ad FI, ut radius ad sinum latitudinis, sive ut r ad b : propterea quum sit $MF = r$, erit $FI = b$; ac denique ut FE ad FI, ita

ita facta est Dq ad Aq : ergo $Aq = \frac{a^2}{r}$. Quum igitur quadrata duo Aq, Fq simul sumpta adæquent quadratum FA, erit hæc recta $= \sqrt{rr - aa + \frac{aa^2b}{rr}}$, quæ est

ipsa quantitas aberrationis supra inventa.

703. Aberratio ergo quæ sita tam positione, quam magnitudine est ipsa FA, & punctum A est ad lineam curvam ex *Bradleyana* aberrationum lege descriptam. Hæc autem curva non alia sane est, quam ellipsis, cujus axis transversus MR conjugatus autem TI; hujusce enim curvæ hæc ipsa notissima est proprietas, quæ puncto A ex constructione competit, ut scilicet ordinatæ qA ad ordinatas qD circuli MER axe transverso MR, tamquam diametro, descripti eandem rationem habeant, quam conjugatus axis ad transversum, nempe quam FI ad FE seu FM.

704. Quæ omnia si quis sedulo contempletur, facile intelliget quid *Bradleyana* hypothetis cum parallaxon hypothese commune habeat, quid etiam inter utraque intersit. Nimirum in utraque hypothese singulæ stellæ annuo spatio ellipsim, & quidem specie eandem, describunt, cujus ellipseos axis transversus juxta circulum eclipticæ parallelum extenditur, conjugatus circulo latitudinis congruit, centrum vero immobili stellæ centro respondet, estque axium proportio eadem, quæ radii ad sinum latitudinis stellæ: unde oportet, si stella in polo eclipticæ collocetur, ellipsim in circumulum facessere; si autem in ipso eclipticæ plano, in rectam lineam. Præterea quemadmodum in hypothese parallaxon si stellæ omnes æqualem a Sole distantiam habere ponantur, omnium ellipseon axes transversus æquales sunt, sin autem inæqualem, axium magnitudines sunt in reciproca ratione distantiarum à Sole; ita in nova hypothese si omnium lumen eadem celeritate movetur, æquales sunt axes primarii; sin aliarum alia, proportionem sequuntur celeritatum inversam. Itaque ex data à Sole distantia aberrationes, & vicissim ex aberratione

tionibus distantia in illa hypotheli deducitur ; in hæ vero ex data celeritatum ratione aberrationes , contra ex aberrationibus celeritatum ratio investigatur.

705. Sed in eo discrepant hypotheses, quod paralaxeon leges adparentem stellæ locum syzygiarum tempore in extremis axis conjugati statuunt, ita quidem ut in conjunctione extremum ejus à polo stellæ cognomine aversum occupet, atque ex eo puncto ortum versus revolutionem annuam inchoet ; *Bradleyana* autem suppositio conjunctionis tempore stellam in extremo occiduo axis transversæ collocet, ex quo puncto per quadrantem ellipseos à polo remotiorem annuum iter ingreditur. Unde oportet aberrationes ejusdem generis (in longitudinem videlicet & latitudinem) maximas in altera hypotheli inveniri, quo tempore in altera nullæ sunt, nullas vero, quum maximæ. Eadem itaque ellipsis in charta descripta, atque eadem geometrica constructio ad inveniendum in periferia ellipseos stellæ locum utrique hypotheli accommodatur ; tantum in eo dissident, quod iidem stellæ cum Sole adspectus minime ad eadem periferiæ puncta referuntur.

706. Quod attinet aberrationes secundum declinationem adlensionemque rectam, nihil addam ; satis enim intelligitur ad ejusmodi evagationes in ellipsi stellæ definiendas constructionem eandem, quam *superiori Capite* tradidi, utrique hypotheli communem esse, licet maximarum & minimarum tempora longe alia rependienda sint ; atq; hic etiam contingat, ut quo ferme tempore stella in altera hypotheseon maxime ad ortum vel occasum aberrat, in altera nihil quidquam secundum eas plagas evagetur ; idemque in declinationum erroribus contingat.

707. Quod si vicissitudines siderum annuæ ad hanc *Bradleyanam* hypothesim expendantur, mirus inter illas & hanc adparebit consensus : id quod quum constaret *Bradleyo*, confidenter asseruit se germanam aberrationum non modo legem, sed & causam affecutum esse : neque nos inficiaremur, si per Telluris motum liceret, nam de successiva luminis propagatione non ambigimus.

mus. Celeritatem autem luminis, quæ à *Romero* aliisque astronomis per eclipses Jovialium comitum quæsitæ fuerat, ex ipsis aberrationibus eruendam sibi proposuit *Bradleyus*; subductisque calculis eandem in omnibus, quas ipse observavit, stellis deprehendit, tantam scilicet, quæ ad Telluris annuam celeritatem eam rationem habet, quam radius ad sinum scrupulorum secundorum viginti; tot enim secundis aberrationes maximas (quum scilicet angulus inclinationis est rectus) in omnibus stellis definiri, observationum ab ipso habitatarum consensus confirmat.

708. Ex eo autem sequitur, omnium ellipseon à stellis descriptarum axes transversos secundorum esse proxime quadraginta, neque majorem minoremque luminis intensionem quidquam diversitatis efficere, quando eadem lucis celeritas in stellis secundæ aut tertiæ magnitudinis se prodit, atque in illis, quæ ad quintam vel sextam classem pertinent. Atque hinc intelligi potest, quantum temporis requiratur ut lumen certum spatium, ut puta lineam rectam semidiametro orbis annui æqualem, pertranseat. Ut enim sinus secundorum scrupulorum 20 ad radium, ita celeritas Telluris ad celeritatem luminis: eodem igitur tempore & lux semidiametrum cujuslibet circuli, & Tellus sinum secundorum 20 in eodem circulo ea, qua prædita est celeritate, percurrere potest. Atqui Tellus sinum, seu arcum ipsum secundorum 20 in circulo orbis annui medio motu peragrat spatio minorum temporariorum circiter octo (neque vero necesse hic est veram ejus velocitatem à media subtilius distinguere); ergo eodem tempore, minuti trajicit: id quod à *Romeri* aliorumque rationibus haud multum abludit; medium enim inter eorum determinationes locum obtinet, quum alii minuta undecim, alii septem in illo spatio peragrandi impendistauerint.

SECTIO SEPTIMA.

De Causis Physicis Motuum Cælestium.

709. **E**Xpositis motibus cælestibus, veniendum modo est ad causas eorum, quæ juris præcipue physici sunt. Per causas autem phylicas, de quibus hic est sermo, non intelligimus ultimas illas, quarum nullæ prorsus sunt causæ, sed quales in Physicis sperari possunt. Itaque quamquam nos motus omnes cælestes à gravitate ipsorum corporum, quæ per spacia cælestia moventur, derivare hic adnitamur, tamen longe abest, ut agnoscamus gravitatem pro ultima eorû motuum causa, sed tantum pro proxima: neque inficiamur ipsius gravitatis originem tantis dumis obseptam esse, ut beatus reputandus sit, qui ad ejus fontem vel digitum possit intendere.

CAPUT PRIMUM.

De Motu Corporum Cælestium Curvilineo.

710. **E**T primo quidem loco videndum est, unde accadat ut planetæ primarii cometæque cursibus suis curvilineis Solem ambient, planetæ vero secundarii circa primarios suos rotentur: nam id primum se se nobis offert expendendum. Videtur autem mihi id commodissime explicari posse, si cælestia corpora habeantur tamquam projecta; sic tamen ut planetarum primariorum cometarumque gravitas dirigatur ad Solem, planetarum vero secundariorum ad suos primarios. Quemadmodum enim corpus aliquod terrestre gravitate sua ad centrum Telluris tendens ex puncto extra Telluris superficiem, veluti ex præaltissimi montis cacumine, tali vi projici potest secundum directionem

nem horizontalem, ut orbem circa ipsam Tellurem describat, Terraque intacta, eoque redeat unde discesserat; ita & planetæ cometæque primarii, quorum vis ad Solem dirigitur, sicut & secundarii, quorum vis directa est ad suos primarios, tali vi projici potuerunt, ut curvis suis perpetuo circumirent Solem primariosque planetas respective.

711. Representet ABCD (Fig. 85.) globum Telluris, cujus centrum T, sitque G cacumen alicujus montis præaltissimi, ex quo secundum directionem horizontalem GH projiciatur corpus aliquod grave. Et quidem si corpus hocce minima aut nulla vi projiciatur, hoc est si libere demittatur, cadet illud ad A directe infra G: si vero aliqua vi projectum sit, grave occurret Telluri in loco B, qui locus abest aliquo intervallo à loco A. Quod si dupla vi impellatur, corpus impinget in Tellurem quasi ad duplam distantiam, & quasi ad triplam si cum tripla vi projiciatur, & quasi ad decuplam si cum decupla. Quapropter augeri potest eo usque vis projiciens, ut grave Terram non attingat, perveniatque tandem ad E, quod punctum ipsi A est oppositum, tum enim adscendens rursus redibit ad A, conficiens integram revolutionem circa Tellurem, qua completa aliam ordietur, deinde & tertiam, atque ita ritum planetæ secundarii Tellurem continuo circumibit, saltem si aeris resistentiam nullum ejus motui impedimentum adferre supponamus.

712. Quo autem altius est punctum G, ex quo deicitur grave, eo minori opus est vi ad projectum in planetam mutandum, & quo humilior, eo majori, quemadmodum experientia ipsa plenissime demonstrat: ut enim lapis ad datam à loco jactus distantiam perveniat, multo major vis postulatur, si locus jactus humilior sit, quam si sublimior. Tanta autem vis postulatur, ob Telluris magnitudinem: Si enim, eadem manente gravitatis actione, Terra annihilaretur, projecta omnia, quamvis minima vi impulsæ, circa Telluris centrum, à quo gravitatis actionem omnem, quæ nunc à Telluris corpore manat, producere fingimus, rotarentur.

712. Sit nunc P planeta quivis (*Fig. 86.*) sive primarius, sive secundarius, sive cometa, & S locus Solis aut planetæ primarii, ad quem vis corporis P dirigitur: & jam si ipsum vel sibi relinquatur, vel deiciatur secundum rectam PS , statim ruet versus centrum virium S , ultra quod ab ipso impetu inter decidendum adquisito deferetur, pervenietque ad p , ita ut adscensus Sp vel æqualis sit vel paullo major descensu PS ; æqualis nempe, si sibi relictum fuerit, at vero paullo major, si fuerit vi aliqua projectum; deinde vero iterum descendet versus S . ascendetque iterum ad P , vel paullo supra, tum denuo descendet, atque ita redituque penduli instar describet rectam lineam PSp transeuntem per centrum virium. At si corpus projiciatur secundum rectam PH , quæ datum angulum contineat cum recta PS , tunc ipsum neque descendet recta versus centrum virium, neque recta perget moveri secundum directionem jactus PH , sed ad instar projecti terrestris circumibit centrum virium S .

714. Quapropter ad explicandum motum planetarum primariorum & cometarum circa Solem, secundariorum vero circa suos primarios sat est supponere planetas primarios atque cometas rapi indelineriter à quadam vi, sive gravitatis, sive attractionis versus Solem, planetas vero secundarios versus suos primarios; & vero Deum principio rerum projecisse ea corpora aliqua vi (cujus quantitas inferius excutietur) secundum directiones, quæ datum angulum continerent cum rectis lineis ductis à planetarum vel cometarum centrīs ad centra virium.

715. Cæterum ut hæc habeant locum, haud quidem necesse est, virium centra manere immobilia: possunt enim quovis modo moveri, manente interea motu corporis circa ipsa: quod ut demonstretur, supponamus planetam P (*Fig. 87.*) gravitate sua tendere ad centrum S , quod moveatur motu rectilineo uniformi Ss , supponamusque etiam eundem planetam projectum esse secundum directionem PH ea velocitate, quæ sit ad velocitatem centri S , ut se habet PH ad Ss . Quo-

niam

niam motus communis rectilineus inditus secundum
 rectas lineas parallelas corporibus, utcumque motis,
 nihil officit motui relativo ipsorum corporum; si cen-
 tro S planetæque P tribuamus motum communem se-
 cundum lineas parallelas PI , sS , cujus quantitas tanta
 sit, quantus est motus centri S versus s , scilicet tribua-
 mus motum sS , omnia in eodem statu perseverabunt.
 Atqui centrum S quiescit, planeta vero P ætus duobus
 motibus rectilineis PH , PI tendere nititur secundum
 diagonalem FQ ; adeoque tendens quoque gravitate
 sua ad centrum immotum S moveri debet circa ip-
 sum, ergo planeta P etiam motu suo circumibit cen-
 trum S , quum ipsum centrum movetur motu rectili-
 neo sS , planeta vero jactus est secundum directionem
 PH . Neque dissimiliter procedet demonstratio, si centro
 S tribuatur motus rectilineus variabilis, vel etiam tri-
 buatur motus aliquis curvilineus.

CAPUT SECUNDUM.

De æquabili arearum descriptione.

716. **V**idendum proxime unde fiat, ut planetæ
 tum primarii quum secundarii cometæ-
 que radiis ad Solem vel ad primarios ductis areas de-
 scribant temporibus proportionales: quod in *Kepleria-
 na* astronomia præcipuum est. Esto itaque S (*Fig. 88.*)
 Sol, & $ABCD$ linea curva quævis (placet enim rem ge-
 neraliter ostendere; neque enim adhuc demonstratum
 est corpora cœlestia moveri in orbibus ellipticis) quam
 planeta vel cometa quivis describit circa Solem, atque
 ipsam divisam supponamus in partes minimas AB , BC ,
 CD , ita ut ductis radiis SA , SB , SC , SD , triangu-
 la sive potius sectores minimi SAB , SBC , SCD æquales
 sint inter se. Et quoniam constat planetam vel cometam,
 ita circumferri circa Solem, ut radiis ad ipsum ductis,
 areas describant temporibus proportionales; erunt tem-
 pora per exiguos arcus AB , BC , CD æqualia inter se.

Pro-

Producatur arcus AB , qui à recta linea ad sensum non differt, usque ad c , ita ut sit Bc æqualis AB , ducaturque cC : & similiter producatur BC usque ad d , ita ut sit Cd æqualis BC , ducaturque dD ; cum vero jungantur rectæ Sc , Sd .

717. Et quoniam bases AB , Bc æquales sunt inter se, triangula æque alta SAB , SBC æqualia erunt; atqui triangula SAB , SBC ex hypothese æqualia sunt: quare triangula SBC , SBC in eadem basi SB constituta æqualia erunt, eritque ideo rectula Cc parallela radio SB . Similiter quoniam bases BC , Cd æquales ponuntur, triangula æque alta SBC , SCd æqualia erunt: atqui triangula SBC , SCD ex hypothese sunt æqualia: quare triangula SCd , SCD in eadem basi SC constituta æqualia erunt; ideoque rectula Dd parallela erit radio SC .

718. Præterea quoniam planeta vel cometa describit orbitam $ABCD$ propter aliquam vim centripetam retrahentem illos indelinenter de cursu rectilineo versus partes Solis S ; si supponamus vim istam centripetam in puncto B ab agendo desistere, pergeret planeta vel cometa ire in recta ABc , describeretque æquali tempore, quo descripserat arcum AB , rectulam Bc æqualem ipsi AB , modo omne medii impedimentum de Cælo sublatum supponamus. Atqui vi centripeta agente planeta vel cometa eodem tempore reperitur in C ; quare directio vis centripetæ agentis in loco B est secundum rectam Cc , sive potius secundum rectam BS parallelam ipsi Cc , adeoque ad Solem tendit tamquam ad centrum.

719. Eadem ratione si supponamus vim centripetam, cujus actione planeta vel cometa deflectitur à cursu rectilineo BCd in arcum CD , in loco C ab agendo cessare, pergeret is ire in recta BCd , describeretque æquali tempore, quo descripserat seorsim arcus AB , BC , rectulam Cd æqualem ipsi BC , modo etiam omnem de Cælo resistentiâ remotam supponamus. Atqui vi centripeta agente reperitur in loco D : quare directio vis centripetæ agentis in loco C est secundum rectam CS parallelam ipsi dD , adeoque ad Solem quoque dirigitur: quæcumque eadem sit demonstratio de aliis locis, sequitur

tur vim, quæ cogit planetam ire per semitam ABCD ea lege, ut areas describat temporibus proportionales, ad Solem S tamquam ad centrum perpetuo dirigi.

720. Sed adnotandum est, id tunc verum esse, quando spatia cœlestia neque favent neque adversantur motibus corporum, quæ errant per ea: Nam si supponamus planetam vel cometam nonnihil retardari propter resistantiam materię cœlestis, tunc vis centripeta alibi, quam ad Solem dirigetur, & quidem in consequentia; quod si vicissim fingamus planetam vel cometam nonnihil accelerari, quæ tamen hypothesis à ratione videtur quam longissime aliena, eo casu vis centripeta diverget pariter à Sole, sed in antecedentia signorum. Nam *primo*, sublata vi centripeta in loco B, (Fig. 89.) supponamus corpus cœleste æquali tempore devenisse ad X, descripsisseq; rectam BX minorem arcu AB vel Bc, propter resistantiam medii cœlestis manifestū est vim centripetam, quæ facit ut planeta vel cometa in fine ejusdem temporis reperiatur in loco C, dirigi secundum rectam Bc parallelam rectulæ XC, adeoque divergentem à Sole in consequentia signorum. Et *secundo*, sublata vi centripeta in loco C, supponamus corpus cœleste æquali tempore devenisse ad x, descripsisseq; rectam Cx majorem arcu BC vel Cd, manifestum est vim centripetam, quæ facit ut planeta in fine ejusdem temporis reperiatur in loco D, dirigi secundum rectam Cc parallelam rectulæ xD, adeoque divergentem à Sole in antecedentia signorum.

721. Itaque æquabilis arearum descriptio, quæ obtinet in motibus corporum cœlestium circa Solem, duplici ratione explicari potest. *Primo* supponendo cum magno geometra *Isaaco Newtono* planetas & cometas gravitare in Solem, spatia autem ætherea nullum cœlestibus motibus impedimentum adferre. *Secundo* supponendo gravitatem planetarum & cometarum alibi tendere, quam ad Solem, spatia autem ætherea prodesse vel obesse cœlestibus motibus. Et quidem si spatia cœlestia obesse quis velit motibus cœlestibus, ponere is debet centrum virium in consequentia signorum; sin velle prodesse (id quod tamen omnino est à ratione alienum) statuat

Natuat oportet centrum virium in antecedentia signorum. Sed verisimilius est spatia ætherea nullum cœlestibus motibus adferre impedimentum, atque adeo planetas & cometas gravitate sua ad Solem, tamquam ad centrum tendere.

722. Quin Immo si adsumere libeat hanc hypothesim, quæ simplicissima & fortasse à veritate aliena non est; scilicet gravitatem uniuscujusque planetæ, vel cometæ vagam non esse, sed semper unum idemque centrum respicere, facile erit ostendere, centrum istud esse Solem, adeoque planetas & cometas inter progrediendum nullam à medio cœlesti pati retardationem. Esto enim S Sol (*Fig. 90*) & A planeta quivis vel cometa describens ab occasu in ortum orbem ABCD circa Solem S; sitque O centrum, ad quod dirigitur perpetuo gravitas planetæ vel cometæ. Ducatur recta OS, eaque producaturs usque ad puncta A & C: manifestum est vim planetæ vel cometæ describentis partem inferiorem ABC sui orbis divergere à Sole in antecedentia signorum; at vero vim ejusdem planetæ vel cometæ describentis reliquam partem CDA sui orbis divergere à Sole in consequentia signorum. Quapropter medium cœlestis favebit cometæ vel planetæ, dum describit inferiorem sui orbis partem, adversabitur vero, dum superiorem pererrat; quod quum absurdum sit, liquet vim planetæ vel cometæ dirigi debere in ipsum Solem, ideoque medium cœlestis nullum corporibus, quæ errant per illa spatia, impedimentum adferre.

723. Interim adnotare hic oportet, in spatiis sive mediis non resistentibus virium centrum recedere ab arearum centro in consequentia, si earum descriptio acceleretur, recedere vero in antecedentia, si retardetur. Nam in *schemate* 88, si arearum descriptio acceleretur, planeta in tempore, quo descripsit areolam SAB, describet areolam SAO aliquanto majorem; adeoque vis centripetæ actio exercebitur secundum rectam cO; sive etiam secundum rectam BQ ei parallelam, quam liquet declinare à centro arearum S in consequentia: id quod

quod eo magis verum erit, si medium obistere ponat ut motui planetæ. At si arearum descriptio retardetur, planeta in tempore, quo descripsit areolam SAB, describet areolam SAe aliquanto minorem; adeoque vis centripetæ actio exercebitur secundum rectam co, sive etiam secundum rectam Bq ei parallelam; quam liquet declinare à centro arearum S in antecedentia.

724. Vide amus modo unde accadat, ut planetæ secundarii describant pariter areas fere temporibus proportionales circa primarios suos, interea ac cum ipsis primariis Solem circumeunt; hoc est expendamus, unde accadat ut Luna (Fig. 91) circa Tellurem T areas describat temporibus quam proxime proportionales, interea ac cum ea fertur circa Solem S; nam quod de Luna dicitur, idem de Jovis Saturnique comitibus erit intelligendum. Et quidem si Tellus T quiescat, Luna autem L describat circa ipsam areas temporibus proportionales, vis Lunæ L respiciet Tellurem T, modo nullam à cœlesti medio retardationem patiat, ut supponimus: Pariter si Tellus T moveatur motu æquabili in recta TO, Lunæ autem, præter motum in orbe LBA, accedat tantundem motus rectilinei secundum rectam Lo parallelam ipsi TO, pergatq; Luna describere areas temporibus proportionales circa Tellurem T, ejus vis dirigetur quoque ad Tellurem: quum motus communis & rectilineus nihil officiat relativo corporum motui, quemadmodum *Libro primo* demonstratum est.

725. Finge igitur Lunam L describere circa Tellurem T areas temporibus proportionales in orbe LBA, & finge pariter tam Lunam quam Tellurem urgeri ad latius motu æquali rectilineo secundum rectas lineas parallelas TO, Lo: jam vis Lunæ tendet ad Tellurem T tamquam ad centrum. Quod si tam Tellus quam Luna gravitare ponantur versus Solem S secundum rectas TS, LS (quæ ob immensam Solis S distantiam respectu distantie Telluris à Luna haberi quodammodo possunt ut parallelæ, sicuti considerari quoq; possunt æquales vires acceleratrices, quibus urgentur Tellus & Luna versus Solem S), tunc Tellus, una cum Luna incipiet ire circum Solem: descri-

describendo areas temporibus proportionales, sed Luna perget describere interea temporis circa Tellurem, areas temporibus proportionales, quamproxime tamen; neque vis nova ei superaddita arearum descriptionem magnopere turbabit: nam vis isthæc tanta est, ut vidimus, quanta est quamproxime illa, qua Tellus urgetur; & præterea quamquam tendant ambæ ad Solem, haberi tamen possunt ut parallelæ.

726. Verum vis tota, qua in hac hypotheti Luna urgetur neque tendit proprie ad Tellurem, neque tendit ad Solem, sed alibi dirigitur. Neque vero datis locis Telluris & Lunæ difficile erit invenire directionem, quantitatemque vis, qua Luna tunc urgetur. Sit enim Tellus in T, Luna in L, & S Sol. Ducantur LT, LS, atque vis acceleratrix Lunæ versus Tellurem delineetur per LT: tum fiat ut LS quadratum ad LT quadratum & materia terrestris ad materiam solarem conjunctim ita LT ad LQ, quæ abscindatur ex recta LS: & designabit LQ vim acceleratricem Lunæ in Solem; sunt enim vires acceleratrices reciproce ut quadrata distantiarum & directe ut corpora trahentia: quo circa Luna in loco L urgetur viribus duabus, quarum directiones & quantitates sunt LT, LQ: adeoque, completo parallelogrammo LQRT, designabit diagonalis LR directionem quantitatemque vis, qua Luna urgetur in loco L, quæque facit ut & ipsa describat quamproxime areas circa Tellurem temporibus proportionales & subsequatur ipsam Tellurem, quæ movetur circa Solem S.

727. Vis autem isthæc composita LR aliquanto major est vel minor vi acceleratrice LT, qua Luna urgeretur versus Tellurem, si circa eam immotam areas describeret temporibus proportionales, longiusque divergit ab ipsa Luna T: quoniam enim distantia Telluris sive etiam Lunæ à Sole sit diametrorum terrestrium bis sex millium; distantia autem Lunæ à Tellure sit diametrorum terrestrium triginta cum quadrante, erit LS ad LT ut 12000 ad 30 $\frac{1}{4}$, sive etiam ut 398 ad 1 fere: adeoque LS quadratum erit ad LT quadratum ut 158404 ad 1: unde quum ex constructione sit

LT ad

LT ad LQ ut LS quadratum ad LT quadratum, & materia terrestris ad materiam solarem conjunctim, erit quoque LT ad LQ, ita 158404 ad 1 & materia terrestris ad materiam solarem; Atqui hæc posterior ratio inversa major fortasse est ratione 158404 ad 1: quare latus LQ parallelogrammi LQRT majus erit latere LT; ex quo nullo negotio colligitur diagonalem LR, aliquanto majorem esse, vel aliquanto minorem latere LT, & præterea angulum TLR esse alicujus magnitudinis, adeoque vim, qua Luna urgetur, longius à Sole divergere.

CAPUT TERTIUM.

De Motu Planetarum & Cometarum inaquabili.

728. **E**Xpendendum est tertio loco unde fiat, ut planetæ tum primarii quum secundarii cometaeque modo intendant cursum, modo vero remittant; hoc est nunc velocius ferantur, nunc segnius, atque in apside quidem summa incendant tardissime in ima velocissime, adeoque in descensu ab apside summa ad imam jugiter accelerentur, contra vero in ascensu ab ima ad summam continentur retardentur: id quod ab antiquissimis usque temporibus Astronomis innotuit, quamquam iidemmet mutationis velocitatum veram legem & causam assequuti minime sint.

729. Hujus autem mutationis velocitatum sola ac vera causa est æquabilis arearum descriptio: quum enim planetæ primarii & cometae circa Solem, secundarii vero circa suos primarios areas describant temporibus proportionales, quemadmodum jam demonstratum est; adeoque in æqualibus temporibus æquales areas verant: areæ autem eo longiores evadant, quo longius planeta vel cometa recedit à centro motus; propterea ad æqualitatem arearum servandam necesse est, ut earum arearum in eodem tempore descriptarum major sit

sit basis, quæ sunt prope apsidem imam; earum vero arearum, quæ sunt prope apsidem summam bases sint minores: Itaque quum bases istæ sint viæ à planeta æqualibus temporibus descriptæ, utique major erit velocitas planetæ prope apsidem imam quam prope summam: in ima autem erit maxima, in summa erit minima.

730. Veluti si $MmNn$ (Fig. 92.) repræsentat orbem à planeta vel cometa descriptum circa Solem, vel circa planetam primarium S , sintque MSm , NSn arcus binæ æquales æqualibus temporibus minimis ab ipso descriptæ, quarum prior propior sit apsidi imæ, posterior vero sit propior summæ; quoniam area NSn altior est area MSm , erit vicissim basis Nn brevior basi Mm . Quare quum spatia Mm , Nn æqualibus temporibus à planeta descripta sint inter se ut velocitates; profecto erit velocitas planetæ in loco M major velocitate ejusdem in loco N : majus enim est spatium Mm spatio Nn .

731. Neque vero difficile erit exquirere rationem, quam habet velocitas planetæ in loco M ad velocitatem ejus in loco N , sive etiam investigare rationem, quam habet arcus Mm ad arcum Nn eodem tempore descriptum. Ductis enim tangentibus mMX , nNZ , demissisque in eas perpendicularibus SX , SZ à centro virium S , erit quidem triangulum MSm semissis rectanguli contenti sub Mm & SX ; triangulum vero NSn erit semissis rectanguli contenti sub Nn , & SZ : quare quum triangula SMm , SNn æqualia sint inter se, erit rectangulum sub Mm & SX æquale rectangulo sub Nn & SZ : adeoque ut se habet Mm ad Nn , ita erit SZ ad SX : est autem Mm ad Nn , ut velocitas in loco M ad velocitatem in loco N ; quare erit quoque velocitas in loco M ad velocitatem in loco N , ita perpendicularis SZ ad perpendicularem SX . Ex quo sequitur velocitatem planetæ in quovis loco esse reciproce, ut perpendicularum demissum à centro virium in lineam, quæ contingit orbem planetæ in eodem illo loco.

732. Facile etiam erit exquirere rationem, quam velocitates duorum planetarum in locis datis habent inter

inter se. Sit enim A alius planeta describens orbem suum vel circa idem centrum S vel circa aliud centrum; id enim nihil prorsus refert: quo autem tempore planeta M describit arcum Mm , describat planeta A arcum Aa ; & invenienda sit ratio, quam habet velocitas planetæ M ad velocitatem planetæ A , sive, quod eodem redit, invenienda sit ratio, quam habet Mm ad Aa . Abscindatur area SAB æqualis areæ SMm ; eritque rectangulum contentum sub Mm & SX æquale rectangulo contento sub perpendiculari SR (demisso ex centro S in tangentem Aa) & AB , adeoque erit ut Mm ad AB ita SR ad SX : est autem AB ad Aa ut triangulum SAB live etiam SMm ad triangulum SAa : quare ob rationum æqualitatem habebit Mm ad Aa , sive etiam velocitas planetæ M ad velocitatem planetæ A , rationem compositam ex perpendiculari SR ad perpendicularum SX , & ex area SMm ad aream SAa : ex quo sequitur velocitates duorum quorumcumque planetarum esse ut areas simul descriptas directe & perpendiculara in tangentes a virium centrīs demissa inverse.

723. Et quoniam areolæ simul descriptæ sunt inter se directe ut areæ totæ & inverse ut tempora periodica, velocitates duorum planetarum, quæ sunt directe ut areolæ simul descriptæ & inverse ut perpendiculara, erunt pariter directe ut areæ totæ, inverse autem ut tempora periodica & perpendiculara conjunctim. Neque vero dubitandum quin areolæ simul descriptæ sint directe ut areæ totæ & inverse ut tempora periodica: quum enim area augeatur æquabiliter ad modum temporis, profecto areola à quovis planeta dato tempore descripta ducta in tempus periodicum dabit aream totam; & similiter areola ab alio quovis planeta eodem tempore dato descripta ducta in tempus periodicum dabit aream totam; unde areolæ quamminimæ dato tempore descriptæ æquales erunt areis totis ad tempora periodica adplicatis; ideoque erunt ut areæ totæ directe & tempora periodica inverse.

724. Quum autem velocitates duorum planetarum sint ut areæ totæ directe, inverse autem ut tempora

periodica & perpendiculara ; si quidem ponamus orbitas planetarum esse totidem circumferentias circulorum Soli concentricas (quod quamquam accuratissime verum non sit, est tamen verum quamproxime), erunt eadem velocitates directe ut radii circulorum & reciproce ut tempora periodica. Etenim areæ sunt ut quadrata radiorum ; perpendiculara autem abeunt in radios : unde velocitates erunt directe ut quadrata radiorum, inverse autem ut tempora periodica & radii, sive etiam directe ut radii, reciproce vero ut tempora periodica. Itaque si rursus ponamus tempora periodica esse in ratione radiorum sesquuplicata, ut revera contingit in cœlo ; erunt velocitates duorum planetarum reciproce in ratione subduplicata radiorum. Ex quo non modo sequitur segnius incedere non tantum motu angulari & vitibili sed & motu vero planetas remotiores propioribus, verum quadrata velocitatis eorum sic decrescere ut crescunt distantie. Consulendum est *Caput VI, Sectionis prima* hujus *Libri II.*

CAPUT QUARTUM.

De Orbitalum elliptica figura, deque situ Solis.

735. **E**Xpendendum est quarto unde fiat, ut planetæ primarii cometæque describant ellipticas lineas, in quarum altero foco residet Sol ; id quod ab eodem *Keplero Astronomia* egregio restauratore primum cognitum est. Sed antequam id fiat nonnulla præmittenda sunt, quæ nempe viam nobis sternent ad causam elliptici motus planetarum inveniendam. *Primo* igitur sciendum est, quod si corpus aliquod P urgeatur versus punctum S (*Fig. 93.*) à quavis vi sive constanti & perpetuo eadem sive variabili, spatium à corpore descendente P descriptum initio motus sit *ut vis & temporis quadratum conjunctim.*

736. Nam initio motus sive vis sit constans sive varia-

variabilis, semper ea haberi potest ut constans: adeo enim exiguum est incrementum vel decrementum, quod patitur in tempore quamminimo, ut nihil vetat, quin fingamus eam in eodem statu mansisse: adeoque si vis detur, erit spatium initio motus ut quadratum temporis, ut *superiori Libro* demonstratum est: quod si vicissim tempus datum sit vis vero data non sit, tunc spatium erit ut vis: quo major est enim vis, eo majus spatium in dato tempore describitur: quare si neq; tempus detur neque vis, spatium descriptum erit ut vis & temporis quadratum: adeoque vis erit ut spatium descriptum directe & temporis quadratum inverse.

737. *Secundo*, si planeta P revolvatur in linea curva A P p vi tendente ad centrum S, circa quod describat areas temporibus proportionales, tempore autem quovis exiguo describat arcum P p: ductis radiis SP, Sp, tangente PH, recta pO parallela tangenti PH, & perpendiculari PR ad radium Sp, erit vis planetæ in loco P ut lineola PO directe ut quadratum lineolæ PR inverse utque quadratum radii SP etiam inverse. Ducta enim recta PH parallela radio SP, constitueretur parallelogrammum P O p H circa diagonalem P p: itaque quum diagonalis isthæc designet spatium absolutum descriptum à planeta P, nihil vetat quin ipsum dividatur in spatia duo lateralìa PH, PO quorum alterum est secundum directionem tangentis PH, secundum quam directionem planeta elaberetur in loco P remota vi centripeta, alterum vero est secundum radium PS, secundum quem corpus descenderet recta versus centrum S si motus secundum tangentem PH desisteret. In tempore igitur, quo planeta describit arcum P p, si nulla esset vis centripeta describeret ipse rectam PH; si vero nullus esset motus secundum tangentem describeret spatium PO, impulsu scilicet vis centripetæ tendentis ad centrum S. Oñsum est autem vim initio motus esse ut spatium directe utque quadratum temporis inverse; tempus autem hic designatur per aream PSp, sive etiam per re-ctangulum ex PS in PR; nam supponimus planetam describere circa centrum S areas temporibus propor-

tionales: quare vis in loco P, qua urgetur planeta versus centrum S, erit ut spatium PO directe ut quadratum lineolæ PR inverse utque quadratum radii SP pariter inverse.

738. Nunc autem quum ex observationibus constet lineam curvam APP descriptam à quovis planeta esse ellipsim, Solem autem S, ad quem dirigitur vis planetæ, esse constitutum in foco ellipseos, ad inveniendam vim, quæ ad id postulatur, nihil aliud faciendum est, nisi ut inquiramus geometricæ quantitatem, quæ quantitas in ellipsi sit ut lineola PO directe ut quadratum lineolæ PR inverse utque quadratum radii PS etiam inverse: huic enim quantitati proportionalis erit vis centripeta planetæ; adeoque ejus lex minime ignorabitur.

739. Ducantur itaque in ellipsi APB axes conjugati Aa, Bb se se mutuo secantes in centro C, per quod agatur diameter QCq parallela tangenti PH, ad quam ex puncto P demittatur perpendicularis PM. Præterea ducatur diameter PCE, quæ erit conjugata diametro QCq, jungatur PF (F est alter focus ellipseos), ac per punctum F ducatur recta FN parallela tangenti PH, & consequenter diametro QCq. Denique extendatur PO usque ad X, occurrens diametro PCE in puncto X. His constructis, si parameter axeos Aa dicatur A, habebit rectangulum A. PO ad PR quadratum rationem compositam ex quinque sequentibus rationibus A. PO ad A. PX. ex A. PX ad EX. XP, ex EX. XP ad pX quadratum, ex quadrato rectæ pX ad pO quadratum, & ex quadrato pO ad PR quadratum. Atqui prima ratio A. PO ad A. PX: sive etiam PO ad PX æqualis est rationi PI ad PC, quum sit ex constructione diameter QICq parallela tangenti PH, adeoque parallela etiam rectæ pOX: secunda vero ratio A. PX ad EX. XP æqualis est rationi A ad EX: tertia autem ratio EX. XP ad pX quadratum æqualis est rationi, quam habet rectangulum I CP ad CQ quadratum, sive etiam CP quadratum ad CQ quadratum, idque ex natura ellipseos: rursus quarta ratio, quam habet pX quadratum ad pO quadratum est
ratio

ratio æqualitatis, quum differentia reſtarum px , po ſit minima reſpectu ipſarum reſtarum: denique ultima ratio quam habet po live pp quadratum ad PR quadratum æqualis eſt rationi, quam habet PI quadratum ad PM quadratum: nam trianguſa reſtangula PIM , pPR quum habeant angulos IPM , Rpp æquales inter ſe, (uterque enim additus angulo MPR conſtituit angulum reſtum) ſimilia erunt: quare habebit etiam reſtangulum A . PO ad PR quadratum rationem compoſitam ex PI ad PC ex A ad EX ex CP quadrato ad CQ quadratum & ex PI quadrato ad PM quadratum.

740. Conſiderandum nunc eſt reſtam PI æqualem eſſe ſemiaxi ellipſeos AC ; quum enim ſint anguli bPN , HPF , ob naturam tangentis HPb , æquales inter ſe, his autem angulis æquales ſint anguli alterni PNF , RFN ſinguli ſingulis, erit latus PN æquale lateri PF , atqui eſt etiam SI æqualis IN , nam SC æqualis eſt CF : quare ambæ ſimul SP , FP duplæ erunt reſtæ PI : ſunt autem reſtæ SP , PF æquales axi Aa : quare erit axis Aa duplus reſtæ PI ; adeoque ſemiaxis AC æqualis erit reſtæ PI : ex quo ſequitur A . PO ad PR quadratum habere rationem compoſitam ex AC ad PC ex A ad EX ex CP quadrato ad CQ quadratum & ex AC quadrato ad PM quadratum.

741. Præterea quum conſtet ex conicis, parallelogramma deſcripta circa binas quaſvis diametros conjugatas æqualia eſſe inter ſe, erit reſtangulum ex AC in BC æquale reſtangulo ex QC in PM ; adeoque ut ſe habet AC quadratum ad PM quadratum ita erit QC quadratum ad BC quadratum: quapropter quum oſtenſum ſit reſtangulum A . PO ad PR quadratum rationem habere compoſitam ex AC ad PC ex A ad EX ex CP quadrato ad CQ quadratum & ex AC quadrato ad PM quadratum, habebit pariter reſtangulum A . PO ad PR quadratum rationem compoſitam ex AC ad PC ex A ad EX ex CP quadrato ad CQ quadratum & ex QC quadrato ad BC quadratum: itaque quum duæ rationes ultimæ componant rationem ſimplicem, quam habet CP quadratum ad BC quadratum; eadem ratio compone-

tur ex tribus rationibus sequentibus ex AC. ad PC ex A ad EX & ex CP quadrato ad BC quadratum; quæ rationes componunt rationem AC. A. CP ad EX. BC. BC: quare quum sit BC quadratum æquale rectangulo $\frac{1}{2}$ AC. A, erit A. PO ad PR quadratum ut AC. A. CP ad EX. $\frac{1}{2}$ AC. A sive etiam ut 2CP ad EX: est autem EX æqualis diametro EP, sive etiam ipsi 2CP: quare erit quoque rectangulum A. PO æquale quadrato rectæ PR.

742. Et quoniam vis in loco P est ut PO directe ut quadratum rectæ PR inverse utque quadratum radii SP etiam inverse, eadem vis in ellipsi erit ut PO directe ut rectangulum ex A. PO inverse utque quadratum radii SP inverse; sive etiam erit ut parameter A inverse & quadratum radii SP etiam inverse. Atqui data est parameter A: ergo vis planetæ describentis ellipsim & tendentis ad focus S est reciproce ut radii sive altitudinis SP quadratum.

743. Ut ergo planetæ & cometæ describant circa Solem, tamquam alterum ex focus, orbis ellipticos, necesse est vim eorum dirigi ad ipsum Solem, ejusque virtutem intendi vel remitti in duplicata ratione distantiae minutæ vel auctæ; quam esse veram legem, secundum quam mutatur gravitas corporum acceleratrix in accessu vel recessu a centro, in quod gravitant, *Libro I.* traditum est. Sed advertendum est cum tali lege posse describi etiam lineam rectam parabolam circulum & hyperbolam, si tamen in hoc postremo casu vis centripeta aliquando in centrifugam convertatur: quod ut demonstretur, sequentia præmittenda sunt.

744. Nempe *primo* si foci ellipseos accedant ad centrum, ellipsim in circulum facessere. *Secundo* si foci ellipseos accedant ad vertices, ellipsim facessere in lineam rectam, scilicet in axem majorem. *Tertio* si alter ex focus ellipseos abeat in infinitum, ellipsim in parabolam abire. Et *denique* si alter ex focus ellipseos recedat ad distantiam plusquam infinitam, ellipsim in hyperbolam abire: quæ omnia in tanta hac luce Geometriæ notiora sunt, quam ut hic à me demonstrari debeant.

745. Quibus præmissis facile erit nunc ostendere,
si gra-

si gravitatis vis decreſcat in duplicata ratione diſtantiæ
 auctæ, poſſe corpus cum ea lege deſcribere non modo
 ellipſim *ABab* vi tendente ad focum *S*, ſed poſſe etiam
 deſcribere circulum parabolam hyperbolam & ipſam
 pariter lineam rectam. Pone enim *primo* tocos *F*, & *S*
 paulatim accedere ad centrum *C* (*Fig. 94.*); ellipſis pau-
 latim accedet ad formam circularem, quam accuratiſſi-
 me induet, quando foci coierunt in unum cum centro
C; adeoq; cum eadem lege deſcribetur pariter circulus,
 ſed vis dirigetur ad centrum, eritque in omnibus cir-
 cumferentiæ locis perpetuo eadem: nam quum radii
 omnes æquales ſint, vis conſtans ſit oportet.

746. Pone *ſecundo* focos paulatim accedere ad ver-
 tices *A* & *a*: & jam ellipſis paulatim evadet acutior,
 tandemque acutiſſima; hoc eſt quum foci ad vertices
 appulerunt, abibit ellipſis in axem *Aa*, qui idcirco ea-
 dem illa vi deſcribi poterit; eaque tendet ad verticem
 ſive extremitatem *a*, cum quo coivit centrum virium *S*.

747. Pone *tertio* focum *S* manere immotum, at ve-
 ro focum alterum *F* recedere paulatim à centro *C*: &
 jam ellipſis accedet paulatim ad formam parabolicam,
 quam accuratiſſime induet, quum focus *F* reſceſſit in
 infinitum à centro *C*: adeoque, vi tendente ad focum
 parabolæ *S* atque decreſcente in duplicata ratione di-
 ſtantiæ, deſcribi etiam poteſt parabola. Quo loco præte-
 riri non debet, quod ſi focus *F* maneat immobilis, focus
 autem *S*, qui eſt centrum virium, abeat in infinitum,
 ellipſis etiam abeat in parabolam. Sed quum radii *SP*,
SQ, ſecundum quos dirigitur vis gravitatis, conver-
 gant ad punctum infinite diſtans, atque adeo ſint paral-
 leli, prætereaque quum ſint æquales inter ſe, adparet
 vim in hoc caſu cum qua vi deſcribitur parabola, eſſe
 conſtantem & agere ſecundum lineas parallelas inter
 ſe; quod eſt Theorema *Galilæi* à nobis *Libro I.* demon-
 ſtratum.

748. Pone *denum* focum *S*, qui eſt centrum virium,
 manere immotum, at vero focum alterum *F* recedere
 ad diſtantiā plus quam infinitam: & jam ellipſis *ABab*
 abibit in hyperbolas binas (*Fig. 95.*) *PAP, Qaq*, quarum

utraq; describetur cum eadem lege virium ; nisi quod in posteriori *Qaq* vis centripeta vertetur in centrifugam ; ipsa enim obvertit centro virium suam convexitatem , adeoque corpus non trahitur versus centrum, sed potius repellitur à centro.

749. Quum igitur corpus , cujus vis tendens ad centrum datum crescit vel decrescit in duplicata ratione distantiae , possit una cum ellipsi describere quoque circulum parabolam hyperbolam & lineam rectam , videndum est quid præterea postuletur ad describendas singulas hasce lineas , ut scilicet cognoscatur quid illud sit , quod faciat ut planetæ & cometæ describant potius ellipses , quam cæteras lineas . Sed ab hac indagine excipienda est linea recta , & hyperbolæ pars illa , quæ convexitatem suam centro virium obvertit : illa enim non alia ratione describi potest , quam si vel planeta sibi relinquitur sit , vel etiam projectus sit recta versus centrum , aut recta versus oppositam partem : quorum neutrum obtinet in cælo : hæc vero ut describatur , necesse est vim centripetam abire in centrifugam , quod neque etiam locum habet in cælo.

CAPUT QUINTUM.

Appendix ad doctrinam superiori Capite expositam , & de velocitatibus quum relativis , tum absolutis Planetarum.

750. **Q**uoniam multa hoc Capite explicanda mihi sint , esto hoc *primum* , ut definiamus spatia , quæ spatia corpus recta cadendo versus centrum virium datis temporibus describit , modo tamen vis centripeta sit reciproce proportionalis quadrato distantiae locorum à centro . Sit itaq; *S* (*Fig. 96*) centrum virium , & *A* locus , de quo cadit corpus versus centrum *S*. Exeat de loco *A* corpus aliud secundum directionem perpendiculari-

cularem ad rectam AS, cujus vis tendat etiam ad centrum S, sitque reciproce proportionalis quadrato distantiae locorum ab illo. Hoc corpus describet, uti demonstratum est, sectionem aliquam conicam, cujus umbilicus alter congruet cum centro virium S. Sit sectio ista conica ARPB & umbilicus ejus S.

751. Et primo si sectio conica ellipsis est, super ejus axe majore AB describatur semicirculus ADB, & per corpus decidens transeat recta DPC perpendicularis ad axem, atque rectis DS, PS, erit area ASD areae ASP, atque adeo etiam tempori proportionalis, id quod *Capite III. Sectionis IV.* demonstratum est. Manente axe AB minuatur perpetuo ellipseos latitudo, & semper manebit area ASD tempori proportionalis: minuatur latitudo illa in infinitum, & orbe APB jam coincidente cum axe AB, & umbilico S cum axis termino B, descendet corpus in recta AC, & area ABD evadet tempori proportionalis. Dabitur itaque spatium AC, quod corpus de loco A perpendiculariter cadendo tempore dato describit, si modo tempori proportionalis capiatur area ABD, & à puncto D demittatur ad rectam AB perpendicularis DC.

752. Secundo si sectio conica hyperbola est, describatur cum eodem axe AB (*Fig. 97*) hyperbola rectangula BED: & quoniam areae CSP, CBfP, SBfP sunt ad areas CSD, CBED, SBED, singulae ad singulas, in data ratione altitudinum CP, CD; area autem SBfP proportionalis est tempori, quo corpus P movetur per arcum hyperbolicum Pfb: erit etiam area SBED eidem tempori proportionalis. Minuatur latus rectum hyperbolae RPB in infinitum, manente latere transverso AB; & coibit arcus PB cum recta CB, & umbilicus S cum vertice B, recta vero SD cum recta BD: Proinde area BDEB proportionalis erit tempori, quo corpus C recto descensu describit lineam rectam CB.

753. Denique si sectio conica parabola est, describatur eodem vertice principali B alia parabola BED, quae semper maneat data, interea dum parabola prior, in cujus perimetro corpus P movetur, diminuitur & tandem

dem in nihilum redacto ejus latere recto, conveniat cum linea CB: fiet segmentum parabolicum BDEB proportionale tempori, quo corpus illud P vel G descendet ad centrum S vel B.

754. *Secundum* esto ut inquiramus, quam rationem servant areæ simul descriptæ à duobus corporibus, quæ moventur in sectionibus conicis. Sinto itaq; binæ sectiones conicæ ABM, *abm* (Fig. 98) quæ describantur a corporibus A & *a* viribus tendentibus ad umbilicum communem F; sintque AFB, *aFb* areolæ eodem tempore descriptæ, & quidem juxta vertices A & *a*. Ducantur tangentæ AC, *ac*, ad quas ex punctis B & *b* demittantur perpendiculara BC, *bc*. Et quoniam corpora simul profecta à verticibus A & *a*, simul etiam devenisse ponuntur ad loca B & *b*, erunt vires centripetæ in locis A & *a* ut lineolæ BC, *bc* eodem tempore descriptæ: atqui vis centripeta corporis A est reciproce ut FA quadratum; & vis centripeta corporis alterius *a* est reciproce ut *Fa* quadratum: quare erit BC ad *bc* reciproce ut FA quadratum ad *Fa* quadratum.

755. Præterea quoniam in quavis sectione conica, sive ea sit parabola sive sit hyperbola sive sit ellipsis sive etiam circulus, prope verticem quadratum ordinatæ BP vel *bp* æquale est rectangulo ex abscissa AP vel *ap*, & parametro P vel *p*, sive etiam quadratum rectæ AC vel *ac* æquale est rectangulo ex BC vel *bc* & parametro P vel *p*; habebit BC ad *bc* rationem compositam ex quadrato rectæ AC ad quadratum rectæ *ac* directe & ex parametro P ad parametrum *p* reciproce: atqui BC ad *bc* est etiam reciproce ut AF quadratum ad *aF* quadratum: quare AF quadratum ad *aF* quadratum habebit vicissim rationem compositam ex parametro P ad parametrum *p* directe & reciproce ex quadrato rectæ AC ad quadratum rectæ *ac*: addatur communis ratio quadrati AC ad quadratum *ac*, & fiet parameter P ad parametrum *p* in ratione composita ex AF quadrato ad *aF* quadratum & ex AC quadrato ad *ac* quadratum: atqui area FAC, vel FAB æqualis est semissi ejus, quod producitur multiplicando FA per AC; & similiter area *Fac* vel *Fab* æqua-

æqualis est semiffi ejus, quod producitur multiplicando
Fa per ac: quare parameter *P* ad parametrum *p* ratio-
 nem habebit duplicatam areolæ *FAB*, ad areolam eodem
 tempore descriptam *Fab*.

756. Sunt itaque areolæ eodem tempore descriptæ
 prope vertices sectionum conicarum in subduplicata
 ratione parametrorum, quæ ad axes sive ad diametros
 præcipuas referuntur: Atqui areolæ descriptæ eodem
 tempore in aliis locis æquales sunt areolis descriptis
 prope vertices: sunt enim areæ proportionales tempo-
 ribus: & igitur *areola ubivis descripta eodem tempore*
a duobus corporibus, quæ moventur in duabus sectioni-
bis conicis, erunt in subduplicata ratione parametro-
rum.

757. Ex eo autem quod areæ simul descriptæ à pla-
 netis, quæ moventur in sectionibus conicis, viribus ad
 umbilicum tendentibus, sint in subduplicata ratione
 parametrorum, facile erit ostendere *velocitates eorum-*
dem planetarum in quibusvis locis esse inter se in subdu-
plicata ratione parametrorum directe & simplici ratio-
ne perpendicularorum, quæ a virium centris in orbibus
tangentes decidunt, inverse. Sunt enim velocitates, ut
 superius demonstratum est, ut areæ simul descriptæ di-
 recte & perpendiculara inverse; atqui areæ simul descri-
 ptæ sunt in subduplicata ratione parametrorum: quare
 eædem velocitates erunt in ratione subduplicata para-
 metrorum directe & ratione perpendicularorum inverse.

758. Hinc autem plura deducuntur. *Primo enim*
latera recta principalia erunt in ratione composita ex
duplicata ratione perpendicularorum & duplicata ratio-
ne velocitatum: Quum enim velocitates sint in subdu-
 plicata ratione parametrorum directe & simplici per-
 pendiculorum inverse, addendo rationem perpendicu-
 lorum utrinque, fiet subduplicata ratio parametrorum
 æqualis rationi compositæ ex ratione simplici velocita-
 tum & ratione simplici perpendicularorum: atque adeo
 ipsæ parametri erunt inter se ut quadrata velocitatum
 directe & quadrata perpendicularorum etiam directe.

759. *Secundo velocitates corporum in maximis &*
mini-

minimis ab umbilico communi distantis, hoc est in apsidibus, erunt in ratione composita ex ratione distantiarum inverse & subduplicata ratione laterum rectorum principalium directe. Nam in apsidibus perpendiculara confunduntur cum distantis. Ideoque *velocitas in quavis sectione conica in maxima vel minima ab umbilico distantia est ad velocitatem in circulo in eadem a centro distantia in subduplicata ratione lateris recti principalis ad duplam illam distantiam*: nam in hac hypotheli distantia est communis, adeoque negligi tuto potest; parameter autem circuli est duplum ejus distantia.

760. *Tertio corporum in circulis gyantium velocitates erunt reciproce in subduplicata ratione distantiarum*: sunt enim velocitates in ratione composita ex subduplicata ratione laterum rectorum directe & simplici ratione perpendicularorum inverse; atqui latera recta in circulis dupla sunt distantiarum sive radorum, perpendiculara vero confunduntur cum distantis: quare eadem velocitates erunt inter se in ratione composita ex subduplicata ratione distantiarum directe & simplici earundem distantiarum inverse; adeoque erunt in ratione subduplicata distantiarum inverse.

761. *Quarto corporum in ellipsis gyantium velocitates in mediocribus distantis ab umbilico communi erunt in subduplicata ratione distantiarum*, adeoque erunt eadem, quæ corporum gyantium in circulis ad easdem distantias. Nam perpendiculara in iis locis adæquant semiaxes minores; hi autem, quoniam sunt ut mediæ proportionales inter latera recta principalia & semiaxes majores, sive etiam distantias mediocres, sunt in ratione composita ex subduplicata ratione laterum rectorum & subduplicata ratione distantiarum: Itaque quum velocitates sint in ratione composita ex subduplicata ratione laterum rectorum directe & simplici perpendicularorum, sive semiaxium minorum inverse; eadem velocitates erunt inter se in ratione composita ex subduplicata ratione laterum rectorum directe, ex eadem ratione inverse, & ex ratione subduplicata distantiarum inverse; ex quo sequitur *velocitates in iis locis*

locis esse in ratione subduplicata distantiarum inverse;

762. Quinto in eadem confectione, vel etiam in sectionibus conicis diversis, quarum latera recta sunt equalia velocitates erunt reciproce ut perpendiculara ab umbilico in tangentes demissa: adeoque in apsidibus, in quibus perpendiculara abeunt in ipsas distantias, velocitates erunt reciproce ut distantia.

763. Sexto in parabola velocitas est reciproce in subduplicata ratione distantia corporis ab umbilico figura: in ellipsi magis variatur: in hyperbola minus, quam in hac ratione. Eito enim S (Fig. 99) focus parabolæ AP, PM tangens ad punctum P, SN perpendicularis ad tangentem, & SP distantia: demittatur ex puncto P ad axem AO perpendicularis PO, & jungatur NA. Itaque quoniam triangulum PSM est isosceles, basis PM bisecabitur à perpendiculari NS: atqui etiam MO bisecta est in A; quare rectæ NA, PO erunt parallelæ; atque adeo sicuti PO perpendicularis est ad axem AO, ita NA erit ad eundem axem perpendicularis. Est autem triangulum SNM rectangulum in N; quare triangulum NAS simile erit triangulo SNM, adeoque & triangulo SNP; eritque ut SP ad SN ita SN ad SA. Quocirca quadratum ex recta SN æquale erit rectangulo contento sub rectis SA, SP. Est autem data recta SA: quare SN quadratum erit ut SP, & SN erit in subduplicata ratione distantia SP. Unde quum velocitas in loco P sit reciproce ut perpendicularum SN, erit eadem velocitas reciproce in subduplicata ratione distantia SP. Et quoniam in hyperbola & ellipsi non obtinet hujusmodi ratio, sed in hac magis variatur in illa minus; sequitur in his duabus figuris velocitatem corporis non esse reciproce in subduplicata ratione distantia ab umbilico, sed in ellipsi magis, in hyperbola vero minus variari.

764. Septimo in parabola velocitas corporis ad quamvis ab umbilico distantiam est ad velocitatem corporis revolventis in circulo ad eandem a centro distantiam in subduplicata ratione numeri binarii ad unitatem, five ut $\sqrt{2}$ ad 1: in ellipsi minor est: in hyperbola major,

major, quam in hac ratione. Nam velocitas in vertice parabolæ est ad velocitatem in circulo in eadem a centro distantia in subduplicata ratione lateris recti principalis ad duplam illam distantiam, ut supra demonstratum est, sive etiam ut $\sqrt{4}$ ad $\sqrt{2}$, aut ut $\sqrt{2}$ ad 1: Atqui hæc proportio servatur ubique, ut modo ostensum est; quare velocitas corporis in parabola est ad velocitatem corporis revolvantis in circulo ad eandem à centro distantiam ut $\sqrt{2}$ ad 1: at in ellipsi minor esse debet, in hyperbola autem major, quam in hac ratione. Hinc etiam in parabola velocitas ubique æqualis est velocitati corporis revolvantis in circulo ad dimidiam distantiam, in ellipsi minor est, in hyperbola aliquanto major.

765. *Octavo velocitas gyrantis in sectione quavis conica erit ad velocitatem gyrantis in circulo in distantia dimidii lateris recti principalis sectionis ut distantia illa ad perpendicularum ab umbilico in tangentem sectionis demissum:* nam parameter sectionis adæquat parametrum circuli; adeoque parametrorum ratio, quæ rationem velocitatum ingreditur, negligi potest: superest ergo simplex ratio perpendicularorum inversa, in qua ratione erunt velocitates.

766. Quum autem velocitas in quavis sectione conica sit ad velocitatem corporis gyrantis in circulo in distantia dimidii lateris recti principalis illius sectionis ut distantia illa ad perpendicularum demissum in tangentem sectionis; sitque præterea velocitas in hoc circulo ad velocitatem in circulo in distantia corporis ab umbilico sectionis reciproce in subduplicata ratione distantiarum, erit ex æquo velocitas corporis in sectione conica ad quamvis distantiam ad velocitatem corporis in circulo ad eandem distantiam in ratione composita ex semisse lateris recti ad perpendicularum in orbis tangentem demissum directe & ex subduplicata ratione semissis parametri ad distantiam communem inverse; sive etiam rationes istas componendo, ut *media proportionalis inter semissem parametri & distantiam*
com-

communem ad perpendiculara rem in orbis tangentem ab umbilico demissam.

767. *Tertium esto hoc ut videamus, quanta sit velocitas corporis A (Fig. 96) cadentis versus centrum virium B in quovis loco C, sive etiam quam rationem habeat velocitas ejus in quovis loco C ad velocitatem corporis centro B intervallo BC circulum describentis. Bifecetur AB, axis scilicet major ellipseos APB, in puncto O, & agatur recta PT, quæ tangat ellipsum in P, occurrat autem eidem axi in T, sitque SY ad hanc tangentem & BQ ad axem AB perpendicularis. Constat ex ostensis, quod corporis in ellipsi APB circa centrum S moventis velocitas in quovis loco P sit ad velocitatem corporis intervallo SP circa idem centrum circulum describentis in subduplicata ratione rectanguli $\frac{1}{2}P.SP$ ad SY quadratum (P designat latus rectum principale ellipseos). Est autem ex conicis rectangulum ACB*

$$2AO \cdot CP^2$$

ad CP quadratum ut $2AO$ ad P ; adeoque

$$\frac{ACB}{CP^2 \cdot AO \cdot SP}$$

ergo velocitates illæ sunt ad invicem in subduplicata

$$ratione \frac{ACB}{CP^2 \cdot AO \cdot SP}$$

ad SY².

$$\frac{ACB}{AO \cdot CP^2}$$

768. Et quoniam ex conicis est OC ad OA ut OA ad OT, erit componendo ut OC ad OA ita CB ad TB; convertendo autem erit ut AC ad AO ita TC ad TB, sive etiam propter triangula similia TCP, TBQ ut CP ad BQ: quapropter rectangulum ex AC & BQ æquale

$$AC^2 \cdot BQ^2$$

erit rectangulo ex AO ex CP: adeoque

$$\frac{AO \cdot CP^2}{AC^2 \cdot BQ^2 \cdot SP}$$

AO. CP², sunt autem velocitates supradictæ in subdu-

$$plicata ratione \frac{ACB}{CP^2 \cdot AO \cdot SP}$$

ad SY². quare eædem ve-

$$\frac{ACB}{AC \cdot BQ^2 \cdot SP}$$

locitates erunt in subduplicata ratione

$$\frac{AO \cdot CB}{SY^2}$$

SY². minuatur jam in infinitum ellipseos latitudo, sic

ut

ut punctum P coeat cum puncto C, punctumque S cum puncto B, & linea SP cum linea BC, linea vero SY cum linea BQ; & manebit semper eadem proportio velocitatū; sive, neglectis æqualitatis rationibus SP ad BC & BQ ad SY², erit *velocitas corporis recta descenditis versus centrum virium B ad velocitatem corporis centro B intervallo BC circum descriptis in subduplicata ratione AC ad AO sive $\frac{1}{2}$ AB.*

769. Inde autem sequitur corpus ad datam à centro distantiam in circulo quovis revolvens motu suo fursum versus adscendere posse ad duplam distantiam à centro. Fac enim corpus de loco A pervenisse ad locum O: & jam velocitas ab eo acquisita in descensu per AO erit ad velocitatem centro B intervallo BC circum descriptis in subduplicata ratione ipsius AO ad AO, adeoque in ratione æqualitatis: Itaque tanta velocitas acquiritur corpori decidenti ab altitudine AO, quanta postulat ad describendum circumlocum centro B æquali intervallo BO descriptum: adeoque corpus resolvens in circulo quovis centro B intervallo BO descripto, si cum ea velocitate, cum qua revolvitur, adscendere incipiat, perveniet ad locum A, hoc est ad duplam ejus à centro distantiam.

770. Unde modo facile erit definire, quando corpora projecta describere debeant parabolam quando hyperbolam quando elliptim quando autem circumlocum, in hypothese, quod eorum vis decreseat in duplicata ratione distantiae auctae. Quod ut hic aperiamus, duo casus considerandi sunt. *Primus* casus est, quando directio projectionis continet angulum rectum cum radio, hoc est cum linea à centro virium ad corporis centrum ducta. *Alter* casus est, quando directio projectionis continet cum eodem radio angulum quemvis acutum vel obtusum. *Primo* casu describi possunt cum omnibus sectionibus conicis etiam circumlocus: at vero *secundo* casu circumlocus describi non potest: nam in circumculo tangentes omnes, quarum una directionem jactus designare debet, continent angulum rectum cum radio.

771. Ut à primo casu incipiamus, esto S (Fig. 100.) virium centrum, P locus de quo projicitur planeta, & PH directio projectionis continens angulum rectum cum radio PS: esto præterea PA altitudo, à qua decidere debet idem planeta, ut comparet sibi velocitatem, cum qua projicitur secundum directionem PH. Et jam si altitudo PA æqualis sit radio PS, planeta projectus describet circumferentiam circuli, cujus centrum est punctum S, quod est centrum virium. Sin altitudo PA major sit radio PS, ita tamen ut velocitas acquisita in descensu per altitudinem PA sit ad velocitatem priorem, quæ scilicet faciebat ut planeta describeret circum-
 lum centro S radio SP descriptum ut $\sqrt{2}$ ad 1, planeta projectus describet parabolam cujus focus est in centro virium S vertex est P & parameter 4PS. Si vero altitudo PA sit aliquanto major, sic ut velocitas acquisita in descensu per AP sit ad velocitatem in circulo centro S radio SP descripto in majori ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1, planeta projectus describet hyperbolam, cujus focus interior est punctum S (Fig. 101) quod est centrum virium, P autem est vertex. Denique si altitudo PA sit paullo minor, sic ut velocitas acquisita in descensu per illam sit ad velocitatem in circulo in paullo minori ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1, planeta describet ellipsim, cujus focus alter est centrum virium S & P est vertex unus.

772. Sed in hoc novissimo casu duo contingere possunt, quæ efficient ut focus S (Fig. 102. 103) modo sit inferior modo vero sit superior, hoc est modo sit ille, qui magis abest ab apside P, modo vero sit ille, qui ei est propinquior: nam si velocitas cum qua projicitur corpus ad velocitatem corporis centro S intervállo SP circum-
 lum describentis ita sit in minori ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1, ut prior velocitas aliquanto major existat posteriore, punctum P erit apsis ima & punctum S focus superior: Sin velocitas cum qua projicitur sit ad velocitatem corporis centro S intervallo SP circum-
 lum describentis ita in minori ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1, ut prior velocitas minor existat posteriore, punctum P erit apsis summa & S focus inferior; distantia autem hujus foci ab apside eo

Tom. II.

A a

major

major erit, quo minor fuerit velocitas; usque adeo ut velocitate in infinitum diminuta ellipsis in rectam lineam abeat.

772. Quocirca si planeta exeat de loco P cum velocitate minima, illud recta descendet versus centrum S. Sin exeat cum aliqua velocitate, describet ellipsum, eritq; P apsis summa. Sin velocitas tanta fuerit, quanta adquiri possit cadendo ab altitudine PA, quæ sit æqualis radio PS, describet circulum. Sin sit paullo major, describet iterum ellipsum, sed punctum P erit apsis ima. Sin ad tantam quantitatem perveniat, ut sit ad velocitatem corporis describentis circulum centro S radio SP ut $\sqrt{2}$ ad 1, describet parabolam. Denique si exeat cum velocitate adhuc majori describet hyperbolam.

774. Hæc omnia locum quoque habent, quando directio projectionis PH non continet angulum rectum cum radio SP, sed vel obtusum vel acutum; nisi quod hoc casu circulus numquam describi potest, neque punctum P refert apsidem sectionis descriptæ, sed locum alium ab apside diversum. Quum autem planetæ in cælo describant lineas ellipticas, sequitur velocitatem projectionis eorum fuisse vel aliquanto majorem, vel aliquanto minorem ea, quæ requiritur ad describendos circulos ad easdem distantias, ita tamen ut prior ad posteriorem fuerit in minori ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1.

CAPUT SEXTUM.

*Quomodo ex causis physicis supra adductis
deducatur proportio Kepleriana inter
quadrata temporum & cubos
distantiarum.*

775. SÆpe sæpius dictum à nobis est, planetas primarios atque cometas circa Solem, secundarios vero circa suos primarios ita revolvi, ut quadrata temporum

porum periodicorum eam servant inter se rationem, quam habent cubi mediarum à Sole vel à primariis distantiarum; quam legem *Keplerus* sanioris Astronomiæ inventor & pater primus experiundo repererat. Videntum nunc hic est, an lex ista conveniat cum causis physicis supra adductis; si enim non discrepat ab iis, bene fortasse habet positio earum causarum; sin pugnant inter se, procul dubio supradictæ causæ erunt falsæ.

776. In hoc autem examine instituendo illa duo consideranda sedulo sunt, quæ & *Keplerus* ipse cognoverat. *Primum*: planetas ita moveri, ut radio ad centrum motus ducto areas verrant sive describant temporibus proportionales. *Alterum*: motum planetarum fieri in lineis ellipticis, eorumque vim centripetam ad focum unum dirigi: ex quibus profuit & *tertium*; scilicet areolas simul descriptas à duobus planetis esse in subduplicata ratione laterum rectorum, quæ ad axes majores referuntur. Ex eo enim quod areæ sint temporibus proportionales sequitur, areolam minimo quovis tempore dato descriptam ductam in tempus periodicum æqualem esse ellipseos areæ toti: adeoque tempora periodica duorum quorumvis planetarum esse inter se, ut areas totas directe & areolas simul descriptas inverse: Atqui areolæ simul descriptæ subduplicatam servant rationem parametrorum: quare tempora periodica rationem habebunt pariter compositam ex ratione arearum directe & ratione subduplicata parametrorum inverse.

777. Jam area unius ellipseos est ad aream alterius ut rectangulum sub axibus illius ad rectangulum sub axibus istius: adeoque prior area est ad secundam conjunctim ut axis major prioris ad axem majorem posterioris & axis minor ad minorem. Itaque tempora periodica duorum quorumvis planetarum erunt in ratione composita ex ratione axium majorum directe ex ratione axium minorum directe & ratione subduplicata laterum rectorum inverse: Quadrata vero temporum periodicorum erunt ut quadrata axium majorum directe ut quadrata minorum directe utque latera re-

ita inverse. Atqui quadrata axium minorum sunt conjunctim ut axes majores & parametri; est enim quadratum axeos minoris æquale rectangulo contento sub axe majore ejusque parametro: quare quadrata temporum periodicorum erunt quoque ut quadrata axium majorum directe ut axes iidem majores directe ut parametri directe utque eadem parametri inverse. Atqui ex compositione harum rationum prodit ratio triplicata axium majorum; ea scilicet ratio, quam habent cubi eorundem axium: itaque quadrata temporum periodicorum erunt ut cubi axium majorum; sunt autem mediocres distantie semisses axium transversorum sive majorum: ergo temporum periodicorum quadrata erunt etiam ut cubi mediarum a centro virium distantiarum.

CAPUT SEPTIMUM.

Cur Orbes Cometarum sint acutissimi & quasi Parabolici, Orbes vero Planetarum sint quasi Circulares.

778. **Q**Uamquam hodie constet inter omnes Astronomos tum planetas quum cometas moveri in orbibus ellipticis circa Solem, qui est fons atque origo gravitatis eorum, adest tamen magnum discrimen inter utrosque, quod orbes elliptici cometarum sint acutissimi, hoc est secundum axem majorem longissimi, secundum axem vero minorem brevissimi, orbes autem elliptici planetarum sint quasi circulares: cujus diversitatis causa ex principiis supra explicatis est hic demonstranda.

779. Nimirum quum ad descriptionem circuli postuletur, ut velocitas projectionis in quavis altitudine tanta sit, quanta postuletur ut corpus ad duplam altitudinem possit ascendere, ad descriptionem autem ellipseos requiratur, ut velocitas projectionis in quavis altitudine sit ad velocitatem in circulo in eadem altitudine

dine in minori ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1, ad descriptionem vero parabolæ opus sit, ut velocitas projectionis in quavis altitudine sit ad velocitatem in circulo in eadem altitudine accuratissime ut $\sqrt{2}$ ad 1, sequitur planetas projectos fuisse à Deo cum velocitate vel non multo majori vel non multo minori ea, quæ postulatur ut corpus ad duplam altitudinem possit ascendere: hac enim ratione ellipses planetarum à forma circulari parum recedere potuerunt: cometas vero projectos fuisse cum velocitate non multo minori ea, quæ sit ad velocitatem, cum qua corpus posset ascendere ad duplam altitudinem ut $\sqrt{2}$ ad 1: ea enim ratione ellipses cometarum ad parabolicam formam quamproxime accedere debuerunt; adeoque secundum axem majorem longissimæ secundum axem vero minorem brevissimæ fuerunt: Nam quò ellipsis longior est & angustior, eo magis ad parabolicam formam accedit, ut à Geometris demonstratur & à nobis supra adnotatum est.

780. Quum autem orbes cometarum sint quasi parabolici, saltem prope apsidem imam, quo in loco observatorum industriam non eludent, optima sane ratione factum est, ut in eorum motibus supputandis adhiberetur loco ellipses parabola, ut pote quæ ex genere est curvarum quadrabilium: ita enim loca cometarum in orbibus parabolicis geometricè obtinentur, quum tamen planetarum loca in orbibus ellipticis vel mechanice vel nonnisi per adproximationem liceat definire, quemadmodum supra demonstratum est. Ne autem nihil nos intactum relinquamus explicabimus hic, quomodo ad tempus datum inveniri possit locus cometæ in orbe parabolico.

781. Esto AP (Fig. 104) parabola sive potius orbis ellipticus non multum ab orbe parabolico distans, A vertex ipsius & S focus, ad quem dirigitur vis cometæ. Educatur ex puncto S ad axem AS perpendicularis SX, & cognoscatur, observationum ope, tempus quo tempore cometa de apside A profectus pervenit ad punctum X. Deinde fiat ut tempus per arcum AX ad tempus datum (quod ab eo tempore, in quo cometa versabatur

batur in apside ima, debet computari) ita area ASX, quæ pariter data est, ad aream tempori dato correspondentem, quam adpellabimus 4AS. M. Hæc area abscindenda est in orbe parabolico AP ad cometæ locum ad tempus datum definiendum. Bifecetur AS in puncto G, erigaturque ex eo perpendicularum $GH = 3M$; deinde centro H intervallo HS describatur circulus occurrens parabolæ in loco P, ad quem ducatur radius SP; dico aream ASP æqualem esse areæ abscindendæ 4AS. M; adeoque P esse locum cometæ ad tempus datum. Nam ut est area ASX ad aream ASP ita tempus per AX ad tempus per AP: itaque si area ASP æqualis sit areæ 4AS. M, erit ut area ASP ad aream 4AS. M ita tempus per AX ad tempus per AP; adeoque tempus per AP erit tempus datum post excessum cometæ ab apside ima A.

782. Ostendemus autem aream ASP aequalem esse areæ 4AS. M ratione sequenti. Demittatur ad axem parabolæ perpendicularis PO, & jungatur PH. Et quoniam tres rectæ HA, HS, HP æquales sunt inter se, erit quadratum rectæ PH æquale quadratis rectarum AG, GH. Est autem idem PH quadratum (demissa recta HN perpendiculari ad PO) æquale quadratis rectarum HN, NP: quare erunt quadrata rectarum AG, GH æqualia quadratis rectarum HN, NP. Jam vero recta HN æqualis est differentiæ rectarum AO, AG, & PN æqualis est differentiæ rectarum PO, HG; adeoque $HN^2 = AO^2 + AG^2 - 2AO \cdot AG$, & $PN^2 = PO^2 + HG^2 - 2PO \cdot HG$. itaque erit $AG^2 + GH^2 = AO^2 + AG^2 + PO^2 + HG^2 - 2AO \cdot AG - 2PO \cdot HG$: ex qua æquatione colligitur $2PO \cdot HG = AO^2 + PO^2 - 2AO \cdot AG = AO^2 + \frac{1}{4}PO^2$.

Pro AO^2 scribatur $\frac{4AS^2}{4AS}$, & adplicatis terminis omnibus ad $3PO$ ductisque in $2AS$ fiet $\frac{4}{3}CH \cdot AS = \frac{1}{6}$

$$AO \cdot PO + \frac{1}{2} AS \cdot PO = \frac{AO + 3AS}{6} \cdot PO = \frac{4AO - 3SO}{6}$$

$PO = APO - SPQ = APS$. Atqui GH erat $3M$, & inde

de $\frac{4}{1}$ GH. AS est 4AS. M: ergo area abscissa APS æqualis est abscendendæ 4AS. M. $\frac{1}{2}$ AS. SX

783. Quoniam autem area ASX est $= \frac{4AS \cdot AS}{3}$ estq;
 $SX = 2AS$, erit eadem area ASX $= \frac{4AS \cdot AS}{3}$. itaque quum

fit area ASP $= 4AS \cdot M$, erit area ASX ad aream ASP ut
 $\frac{4AS \cdot AS}{3}$ ad 4AS. M, five etiam ut AS ad $\frac{3}{4}M$, aut AS

ad GH: nam ex constructione est GH $= \frac{3}{4}M$. Atqui area
 ASX est ad aream ASP ut tempus per AX ad tempus
 per AP; quare erit quoque tempus per AX ad tempus
 per AP ita AS ad GH.

784. Præterea quum area parabolica ASP augeatur
 æquabiliter ad motum temporis in progressu cometæ,
 etiam quantitas 4AS. M augebitur æquabiliter, five, ob
 datam 4AS, sola longitudo M augebitur æquabiliter:
 atqui triplum longitudinis M adæquat semper lineam
 GH; quare linea GH in progressu cometæ æquabiliter
 augeatur necesse est: adeoque velocitas puncti H obti-
 nebitur, si spatium ab eo descriptum GH dividatur per
 tempus ASP: nam punctum H, quum cometa erat in
 vertice A, reperiebatur in G, idemq; in tempore ASP
 descripsit viam GH; est autem GH $= \frac{3}{4}M$, & area
 ASP $= 4AS \cdot M$: quare velocitas puncti M erit $=$

$\frac{\frac{3}{4}M}{4AS \cdot M} = \frac{3}{4AS}$. Atqui velocitas cometæ in vertice
 A est spatium Aa divisum per tempus SA $= \frac{1}{2}SA \cdot Aa$;

five etiam est $\frac{2}{SA}$: quare velocitas puncti H erit ad velo-
 citatem cometæ in vertice A ut $\frac{3}{4AS}$ ad $\frac{2}{SA}$, five etiam ut

$\frac{3}{4}$ ad 8; adeoque in ea ratione est recta GH ad lineam
 rectam quam cometa tempore motus sui ab A ad P ea
 cum velocitate, quam habuit in vertice A describere
 posset.

A a 4

785. Cæ-

785. Caterum angulus anomaliz veræ ASP, facile exquiretur per solutionem trianguli rectilinei ASP, dummodo prius invenire doceamus latera AP, PS; nam latus tertium AS cognitum est. Demittatur idcirco perpendicularis PO, ponaturque $AO = x$ & $AS = a$: erit

$$PO = 2\sqrt{ax}, \text{ area autem } AOP \text{ erit} = \frac{4a\sqrt{ax}}{3}, \text{ triangulum}$$

$$\text{vero } SOP \text{ erit} = x\sqrt{ax} - a\sqrt{ax}; \text{ adeoque area parabolica ASP erit} = \frac{4a\sqrt{ax}}{3} - x\sqrt{ax} + a\sqrt{ax} = \frac{x\sqrt{ax} + 3a\sqrt{ax}}{3};$$

$$\text{atqui est area ASP} = 4AS \cdot M = 4aM; \text{ quare erit}$$

$$\frac{x\sqrt{ax} + 3a\sqrt{ax}}{3} = 4aM; \text{ live etiam } ax^3 + 6a^2x^2 + 9a^3x =$$

$144a^3M^2$; ex quo eruitur $x^3 + 6ax^2 + 9a^2x = 144a^2M^2$; ex cuius æquationis resolutione habetur longitudo $AC = x$, atque exinde ordinata OP, ut pote quæ media proportionalis est inter $4AS$ & AO . Datæ autem AO, OP dabitur hypothenusa AP: præterea data SO, quæ est differentia rectam OA, AS, dataque adhuc recta OP, dabitur hypothenusa SP: denique in triangulo ASP ex datis omnibus lateribus colligetur angulus anomaliz veræ ASP.

CAPUT ULTIMUM.

*Unde fieri potuerit ut Planeta & Cometa
moverentur in planis diversis. Totius
doctrinæ superius expositæ
Anacephalæsis.*

786. **V** Ideamus deniq; quæ sit causa inclinationis planorum, in quibus moventur planetae & cometae: sed nihil facilius explicari potest per suprà posita principia. Nimirum si planeta vel cometa P. (Fig.

(Fig. 105) tendat vi sua ad Solem S & projiciatur secundum directionem PH, palam est illum persequitur in semita quadam curvilinea PM, cujus planum transiet per centrum virium S quum etiam per directionem jactus PH: quemadmodum ex iis quæ supra demonstrata sunt consequitur. Itaque planum, in quo jacet orbita cujusvis planetæ vel cometæ habebitur si ex loco projectionis P ducatur ad centrum Solis S recta PS; planum enim duarum rectarum PS, PH erit planum quæsitum: adeoque plana orbitalium, in quibus feruntur planetæ omnes cometæque, transeant necesse est omnia per Solem S.

787. Jam si lineæ projectionum PH omnes in uno plano essent constitutæ, procul dubio plana omnia congruerent inter se, moverenturque planetæ & cometæ in uno eodemque plano: nunc autem quum moveantur in planis diversis, necesse est lineas illas in planis quoque diversis esse constitutas: adeoque ad explicandum planorum inclinationem eo deveniendum est ut dicamus, planetas & cometas projectos fuisse secundum lineas in diversis planis constitutas.

788. Summa autem totius doctrinæ hætenus traditæ ad explicandos cœlestes motus hæc est. *Primo* planetæ primarii & cometæ gravitant versus Solem, secundarii autem tum versus suos primarios quum versus Solem: adeoque si sibi ipsis relictæ essent, secundarii ruerent versus suos primarios, utrique autem deciderent versus Solem; ut faciunt gravia prope Telluris superficiem, quæ sibi relictæ Terram petunt. *Secundo* ad hunc lapsum impediendum, projecti à Deo fuerunt planetæ cometæque initio rerum secundum lineas rectas non transeuntes per virium centra; hoc est planetæ primarii & cometæ projecti fuerunt secundum lineas rectas non transeuntes per Solem; secundarii autem secundum rectas non transeuntes per suos primarios respective: inde enim fieri necessario debuit ut planetæ & cometæ progredierentur in lineis curvis, quarum plana transirent per virium centra, radiisque ad ipsa centra ductis areas describerent temporibus vel accuratissime vel ad sensum proportionales. *Tertio* summus rerum conditor hanc

hanc constituit gravitatis legem, ut ejus virtus intendatur vel remitteretur in duplicata ratione distantiae minutæ vel auctæ: ea enim lege constituta necesse fuit ut planetæ cometæque moverentur in sectione aliqua conica, parabola nempe vel ellipsi vel circulo vel hyperbola. *Quarto* idem rerum conditor projecit planetas cum tanta velocitate, quanta postulabatur ut possent quasi ad duplā altitudinem conscendere, projecit vero cometas cum ea velocitate, quæ esset ad velocitatem in circulo in eadem altitudine quasi ut $\sqrt{2}$ ad 1: sic enim planetæ describere debuerunt ellipses non multum excentricas, hoc est non multum a circulis abhorrentes, cometæ autem describere debuerunt ellipses acutissimas, hoc est ad formam parabolicam quam maxime accedentes; & quidem cum hac lege ut quadrata temporum eam haberent rationem inter se quam habent cubi mediarum à Sole distantiarum. *Denique* projecit planetas cometasque secundum lineas rectas non in uno plano jacentes, sed in planis longe diversis: sic enim necessum fuit ut tum planetæ quum cometæ moverentur in planis diversis diversimode ad se inclinatis.

SECTIO OCTAVA.

De motibus Lunaribus, eorumque causis physicis.

289. **S**ed jam ad astruissimam illam Astronomiæ partem deveniamus, quæ scilicet motus lunares considerat: adnotatum enim est supra motum Lunæ circa Tellurem, atque adeo cæterorum secundariorum circa primarios suos, duplicem esse, componique ex motu eorum proprio circa primarios & ex motu primariorum circa Solem. Inde autem tantæ lunaribus motibus obveniunt inæqualitates, ut illas distinguere & cognoscere non modo vetustissimi Astronomi, sed ne recentiores quidem ante *Isaacum Newtonum* non potue-

potuerint. Primus *Newtonus* opus tantum adgressus est & quidem *a priori*, ut ajunt. Connixus est enim ex mutua Solis Telluris & Lunæ attractione inæqualitates omnes lunarium motum derivare: cujus vestigiis nos in hac *Sectione* insistentes, non modo inæqualitates omnes eorundem motuum, sed & causas eorum phylicas demonstrabimus.

CAPUT PRIMUM.

Quæ ex actione Solis in Lunam vicissitudines arearum descriptionem comitentur: ubi de ejus actionis mensuris.

790. **E**T primo quidem si ab actione Solis animum paulisper avertamus, Luna sic moveretur circa Tellurem cæterique satellites circa suos primarios, ut primarii moventur circa Solem; hoc est radio ad Telluris centrum ducto areas describeret temporibus proportionales. Ostensum est enim *Sectione superiori*, corpora quæ viribus suis tendunt ad centrum datum perque spatia libera moventur, areas circa centrum illud describere temporibus proportionales. At vero quum Sol agat non minus in Terram, quam in ejus afficclam Lunam utrasque ad se trahendo, exinde fit ut Luna radio ad centrum Telluris ducto minime describat areas temporibus proportionales: id quod paucis hic demonstrare adnitemur.

791. Representet *S* Solem (*Fig. 106*), *T* Tellurem *ETE* partem aliquam orbitæ terrestris, & *CGDB* orbem Lunæ circa Tellurem, in quo orbe sit Luna in puncto *L*: sit autem *ST* media Telluris à Sole distantia, orbis vero terrestris *ETE* sit circulus Soli *S* concentricus, descriptusque hac media distantia *ST*, tamquam radio: veriore enim figuram hujus orbis hic morari non est necesse. Et quoniam Sol *S* agit tum in Lunam *L* quum in Tellurem *T* & quidem ea lege, ut ad majorem distantiam minus agat ad minorem magis, idque

que in duplicata ratione distantiae, inde sequitur Lunæ attractionem à Sole oriundam majorem esse attractionem Telluris, quando ea describit partem orbitæ CGD, quæ Soli obversa est; at vero attractionem Lunæ esse minorem attractione Telluris, quando reliquam sui orbis partem DBC, quæ à Sole est averfa, percurrit: nam in illa Luna propinquior est Soli quam Tellus, in hac vero est remotior. Quocirca si mediocrem Telluris erga Solem attractionem repræsentemus per ipsam mediam distantiam ST vel SK, & faciamus SK ad SA ut se habet SL quadratum ad SK quadratum, exponet SA attractionem Lunæ erga Solem. Quum enim attractiones Lunæ & Telluris versus Solem sint inter se reciproce in duplicata ratione distantiarum, profecto attractio Telluris T erit ad attractionem Lunæ L ut quadratum distantiae SL ad quadratum distantiae ST vel SK, sive etiam ut SK ad SA: est enim ex constructione SK ad SA ut quadratum SL ad quadratum SK: atqui ex eadem constructione SK repræsentat attractionem Telluris versus Solem; ergo SA attractionem Lunæ versus Solem referet. Patet autem in quadraturis C & D rectas SA, SK, quæ attractiones Lunæ & Telluris designant, æquales esse inter se: tunc enim Luna & Tellus æque distant à Sole: in oppositione B rectam SA aliquanto minorem esse recta SK, in conjunctione vero G rectam SA eadem recta SK aliquanto esse majorem: nam in oppositione minus attrahitur Luna quem Tellus, quia scilicet magis distat à Sole; in conjunctione contrarium accidit.

792. Ducatur nunc recta TL, cui per punctum A agatur parallela AM occurrens rectæ ST productæ in puncto M: quo facto attractio Lunæ SA dissolvetur in attractiones binas, quarum directiones & quantitates designantur per rectas SM, MA: adeoque Luna, quæ non solum à Sole verum & à Tellure attrahitur, in quovis loco L urgebitur attractione triplici, quarum prior & præcipua est illa, quæ à Tellure oritur, tenditque ab L versus T, aliæ duæ oriuntur à Sole, sed una tendit ab A versus M, sive etiam ab L versus T, adeoque eandem cum priori habet directionem, altera au-

tem

tem tendit ab M versus S, sive etiam à T versus S, adeoque eandem habet directionem cum attractione Telluris, quæ etiam dirigitur à T versus S: ubi advertendum est partem attractionis solaris AM, quæ scilicet parallela est attractioni LT Lunæ versus Tellurem, in syzygiis B & G prorsus evanescere, in quadraturis autem C & D in ipsam distantiam Lunæ à Tellure CT vel DT abire.

793. Quum autem Tellus & Luna attrahantur versus Solem secundum eandem directionem, sintque attractionum quantitates rectæ ST, SM, profecto res eodem modo se habebit, si ponamus Tellurem à Sole omnino non attrahi, Lunam autem attrahi vel repelli à Sole tantum, quantum postulat attractionum differentia MT; attrahi scilicet, si ejus attractio superat attractionem Telluris, repelli vero, si ejus attractio minor est attractione Telluris. Attractio enim communis ST utrique Telluri scilicet & Lunæ versus partem oppositam indita nihil prorsus officit attractionibus earum relativis: hæc autem facit ut attractio Telluris ad Solem prorsus tollatur, attractio vero Lunæ vel diminuatur vel mutetur in repulsionem MT. Et quidem vis MT agens in Lunam erit attractionis, quando ea describit partem orbis inferiorem CGD, tendetque versus Solem; erit vero repulsionis, tendetque ad partem à Sole aversam, quando vicissim describit partem orbis superiorem CBD. Estque hic advertendum vim istam attractionis vel repulsionis MT in quadraturis C & D omnino evanescere, at vero in syzygiis B & G maximam evadere.

794. Quapropter comparatis actionibus Solis Telluris & Lunæ ad invicem, liquet Lunam urgeri attractione triplici, quarum prima tendit ad Tellurem T, estque proportionalis quadrato distantiae LT sed reciproce; secunda tendit etiam ad Tellurem T, estque directe ut recta AM; tertia vero est secundum rectam LF parallelam rectæ MS; estque directe ut recta MT. Et quidem si tertia vis nulla esset, vis ex duabus prioribus composita tenderet quidem ad Tellurem T, quamquam non esset quadrato distantiae reciproce proportion-

portionalis: adeoque Luna, quamquam ei accederet vis nova AM, non eo minus describeret areas temporibus proportionales. At accedente tertia vi LF, vis ex hisce tribus composita non amplius tendit ad Tellurem T, sed dum Luna à quadratura C transit ad conjunctionem G tendit in consequentia: dum à conjunctione G progreditur ad alteram quadraturam D tendit vicissim in antecedentia: dum ab hac ad oppositionem transit tendit rursus in consequentia; denique dum ab oppositione redit ad primam quadraturam, denuo tendit in antecedentia. Itaque per ea quæ *Capite II. Sessionis superioris* demonstrata sunt, arearum descriptio accelerabitur in transitu Lunæ a prima quadratura ad conjunctionem; ab hac ad secundam quadraturam retardabitur; ab hac ad oppositionem iterum accelerabitur; ab oppositione vero ad primam quadraturam denuo retardabitur. Et quoniam omnis arearum perturbatio oritur ex vi LF sive MT, quæ in quadraturis evanescit, in syzygiis vero est maxima, facile intelligitur nullam fieri arearum perturbationem in quadraturis, aut prope illas; hoc est Lunam in quadraturis aut prope eas areas describere temporibus proportionales: at vero arearum descriptionem mirum in modum turbari in syzygiis, vel prope eas; hoc est in syzygiis Lunam areas describere multo majores, quam temporum ratio postulet.

795. Ex hac autem arearum lunarium acceleratione & retardatione sequitur, Lunam in singulis revolutionibus suis varia velocitatum incrementa atque decrementa subire: nam in oppositione B progreditur velocissime, ejusque velocitas ab oppositione B ad quadraturam C sensim decrescit, ita ut in quadratura tardissime incedat. Tum à quadratura C ad conjunctionem G velocitas Lunæ iterum augetur, usque adeo ut in ipsa conjunctione Luna denuo moveatur velocissime. Deinde à conjunctione G ad alteram quadraturam D iterum minuitur velocitas Lunæ, adeoque in ipsa quadratura incedit tardissime. Denique à quadratura ad oppositionem Lunæ velocitas iterum incre-

scit

scit ; ex quo fit ut in oppositione rursus moveatur velocissime.

796. Ut autem ad vim Solis redeamus, ex qua ararum perturbatio profuit, demonstratū est ex ea duplicem Lunæ attractionem suboriri, quarum altera est ut AM, altera vero est MS, quando Tellus urgetur attractione TS ; adeoque, dempta attractione communi TS, attractio altera est ut MT. Jam attractiones istæ binæ mediocres sunt in mediocri Telluris à Sole distantia, ad quam distantiam demonstrationē composuimus. Sed quoniam Tellus modo recedit ad maiorem à Sole distantiam, modo vero ad minorem distantiam Soli adpropinquat, non dubitandum est, quin supradictæ vires decrescant vel crescant, prout crescit vel decrescit Telluris, atque adeo ipsius Lunæ à Sole distantia: in recessu enim minuitur vis Telluris & Lunæ versus Solem, in accessu autem augetur : itaque quum à vi ista illæ dependant, profecto necesse est illas ad eundem modum augeri vel minui.

797. Facile autem ostendetur vires AM, MT sic mutari, ut mutatur cubus Telluris à Sole distantia TS sed reciproce ; hoc est vires AM, MT esse in triplicata ratione inversa distantiarum Telluris à Sole. Pone enim distantiam ST, vel SK = x & KL = a , erit SL = $x - a$: & quoniam SL quadratum est ad SK quadratum ut vis Telluris versus Solem in distantia x ad vim Lunæ versus eundem Solem in distantia $x - a$; liquidem vis Telluris versus Solem in distantia x ponatur = A erit vis Lunæ versus eundem Solem in distantia $x - a$ =

$$Ax^2$$

—, cui quantitati idcirco æqualis erit recta

$$x^2 - 2ax + aa$$

SA ; nam SA vim Lunæ in loco L designat.

798. Jam vis Lunæ SA dividitur in vires AM, MS ; quumque sit SL ad LT ita SA ad AM, erit

$$Ax^2$$

$x - a$ ad LT, quam pono = b , ita — ad

$$x^2 - 2ax + aa$$

$$Abx^2$$

$A b x^2$

_____ , quæ idcirco erit vis AM .

$$x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$$

Et quoniam distantia SK = x multo major est recta KL = a , adeoque hæc negligi potest si cum illa confe-

 $A b x^2$
 $A b x^2$
 $A b$

satur; vis AM = _____ fiet = _____ :

$$x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$$

 x^2
 x

atqui vis Telluris versus Solem , quam in distantia x

 x
 b

posuimus = A est ut _____ : quare vis AM fiet = _____ ; atque

 xx
 x^2

adeo eadem vis erit ut radius LT directe & cubus distantiae ST reciproce; sive etiam tantum ut cubus distantiae ST reciproce : nam radius LT haberi potest ut constans & immutatus.

799. Similiter quoniam SL ad ST est ut SA ad

 $A x^3$

SM , erit vis SM = _____ : ex

$$x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$$

qua subtrahendo vim ST = A superest vis MT =

$$Ax^3 - Ax^3 + 3Aax^2 - 3Aa^2x + Aa^3 \quad 3Aax^2$$

_____ = _____ : nam

$$x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$$

 x^2

$Ax^3 - Ax^3 = 0$; longitudo autem a evanescit respecu

 $3Aax^2$

longitudinis x . Est itaque vis MT ut _____ sive etiam

 $3Aa$
 x^2
 x

ut _____ : atqui vis Telluris A in distantia X est ut _____ ;

 x
 $3a$
 x^2

quare eadem vis erit ut _____ sive ut $3a$ directe & cubus

 x^2

distantiae Telluris à Sole inverse : atqui haberi potest quantitas $3a$ ut constans & invariata : quare vis MT erit in triplicata ratione distantiae Telluris à Sole reciproce.

800. Facile quoque erit ostendere vim MT in syzygits (quo in loco vis AM evanescit) esse quasi duplo majore.

maorem vi AM in quadraturis (quo in loco vicissim evanescit prior vis MT). Posita enim $SG = x$ & $GT = a$ erit $ST = x + a$: Itaque faciendo ST ad SM ut SG qua-

dratum ad ST quadratum, erit $SM = \frac{x^2 + 2ax^2 + 3a^2x + a^3}{x^2 + 2ax^2 + 3a^2x + a^3}$;

ex qua si subtrahatur $ST = x + a$, supererit $MT = \frac{x^3 + 2ax^2 + 3a^2x + a^3 - x^3 - ax^2}{2ax^2 + 3a^2x + a^3}$

$= 2a$: nam quantitas a evanescit præ quantitate x . Atqui in quadraturis AM abit in CT, quæ est etiam $= a$, aut ea non longe major est vel minor: quare vis MT in syzygiis quasi duplo major erit vi AM in quadraturis.

801. In his autem constituendis supposuimus orbem Lunæ esse circulum Telluri concentricum: quod quamquam verum non sit, tamen quia non longe recedit à vero, tamquam hypothesim vero proximam adsumere licuit. Illud tantum est hic sedulo advertendum, quod quum revera Luna feratur in orbe elliptico circa Tellurem, siquidem ejus apsidæ sint in syzygiis cum Sole, tunc vis MT in syzygiis Lunæ cum Sole vel erit omnium maxima vel omnium minima, vis autem AM in quadraturis Lunæ cum Sole erit mediocris quantitatis. Quod si vero apsidæ Lunæ sint in quadratura cum Sole, eo casu vis MT in syzygiis erit mediocris quantitatis; vis vero AM in quadraturis erit vel omnium maxima vel omnium minima.

CAPUT SECUNDUM.

Quæ ex actione Solis in Lunam visitudines tum Orbi elliptico ipsius, quæ ejus excentricitati contingant.

802. **J** Am vero quum Luna prope syzygias feratur velocius prope quadraturas tardius, profecto necesse est ut illa minus deflectat à recto tra-

Tom. II.

B b

mitte,

mite. quem vi sola intita describeret (neglecto scilicet attractionis respectu) in syzygiis quam in quadraturis: adeoque Lunæ orbita cæteris paribus curvior erit in quadraturis minus curva in syzygiis. Id quum satis constet ex hoc argumento, tamen placet eandem rem sic aliter ostendere. In quadraturis vis præcipua Lunæ versus Tellurem, quæ est ut quadratum distantiae CT vel DT (Fig. 106) reciproce, augetur ex vi extrinseca AM, quæ vis ab actione Solis originem ducit, quæque etiam dirigitur à C versus T vel à D versus T: itaque in quadraturis Luna magis urgetur versus Tellurem accedente Solis actione quam si hujusmodi actio non subesset. Contra in syzygiis vis præcipua Lunæ versus Tellurem, quæ est quoque ut quadratum distantiae TB vel TG reciproce, minuitur ex vi extrinseca MT, quæ vis ab actione Solis profuit, quæque vicissim tendit à T versus B vel G: itaque in syzygiis Luna minus urgetur versus Tellurem accedente actione Solis quam si hujusmodi actio non subesset. Quum ergo Luna magis attrahatur versus Tellurem in quadraturis minus in syzygiis, sequitur Lunæ orbitam curviorẽ fore illic quam isthic.

803. Sed id intelligendum est cæteris paribus: nempe si orbita Lunæ circa Tellurem, exclusa actione Solis, esset circulus illi concentricus, adeoque omni ex parte ejusdem curvaturæ, profecto accedente Solis actione lunaris orbita talem adipisceretur formam ut curvior esset in quadraturis minus curva in syzygiis: adeoque ejus curvatura augetur sensim à syzygiis ad quadraturas. Quod si vero orbita Lunæ, exclusa actione Solis, sit ellipsis focum habens in Tellure (quod magis placet) tunc accedente actione Solis ex partes ellipseos, quæ reperiuntur in syzygiis, evadent aliquanto minus curvæ, ex vero, quæ prope quadraturas sunt positæ, aliquanto curviores fient.

804. Ex eod in illo incremento attractionis lunaris in quadraturis & decremento in syzygiis fit etiam ut lunaris orbita contrahatur & dilatetur per vices, contrahatur nempe quando Luna vehementius attrahitur

tur versus Tellurem, dilatetur vero quando languidius. Id autem ut luculentius adpareat, memoria est hic repetendum vim, qua Tellus T trahit Lunam L, quæve agente Luna retinetur in orbe suo BCGD, augeri quando Luna est in quadraturis C vel D per additionem vis extraneæ à Sole S oriundæ, quæ vis est ut AM; at vero dum eadem versatur in syzygiis, minui per subtractionem vis, quæ est ut MT; itaque quia vis MT in syzygiis ostensa est quasi duplo major vi AM in quadraturis, per vires hæc extraneas à Sole oriundas Telluris vis attrahens magis diminuitur quam augeatur, adeoque simpliciter pro diminuta est habenda.

805. Et quoniam vis attrahens Telluris T illa est, quæ retinet Lunam in orbe suo, si hæc paulatim languesceret, Luna L minus semper minusque attracta recederet longius semper a Tellure; quemadmodum si viceversa jugiter augeretur, Luna perpetuo etiam ad Tellurem accederet. Itaque quum neutrum contingat, sequitur vim Telluris per vices augeri minuique. Et sane quum vires illæ duæ MT, AM crescant vel descrescant in triplicata ratione inversa distantiae Telluris à Sole; Tellus autem, ex eo quod fertur in orbe elliptico circa Solem in ejus foco constitutum, modo ad Solem accedat modo vero ab eo recedat; supra dictæ vires MT, AM augebuntur & diminuentur per vices in ratione illa triplicata; augebuntur nempe, quum Tellus ab aphelio ad perihelium descendit, minuentur vero, quum vicissim Tellus à perihelio ad aphelium ascendit. Itaque quum à viribus illis profluat decrementum vis, quæ attrahit Lunam versus Tellurem, profecto decrementum illud augebitur dum Tellus ab aphelio descendit ad perihelium, minuetur vero dum ab hoc ad illud ascendit. Adeoque Tellure descendente ab apside summa ad imam Lunaris orbita dilatabitur; ea vero ascendente vicissim ab apside ima ad summam eadem orbita contrahetur: & quidem in apside summa erit angustissima, in ima vero erit latissima.

806. Huic consequens est ut tempus periodicum Lunæ circa Tellurem augeatur & minuatur etiam

B b 2

per

per vices; augeatur nempe dilatata orbita, minuatur vero contracta eadem orbita. Neque vero difficile erit definire secundum quam proportionem augeatur vel minuatur tempus periodicum Lunæ circa Tellurem: Quum enim *Capite ult. Sectionis II. Libri I.* ostensum sit vires centripetas duorum corporum, quæ in circumferentiis circulorum feruntur, esse inter se directe ut diametros sive etiam radios circulorum & inverse ut quadrata temporum periodicorum, Luna vero nunc moveatur in orbe angustiori nunc vero in orbe latiori, profecto erit vis Lunæ centripeta in aliquo orbe ut ejus radius directe & quadratum temporis periodici inverse; adeoque quadratum temporis periodici Lunæ circa Tellurem sic mutabitur, ut mutatur radius orbis directe & vis Lunæ centripeta inverse; quæ quidem vis partim manat à corpore Telluris partim vero à corpore Solis, ut supra ostensum est.

807. Jam si radius orbis lunaris maneat idem, quadratum temporis periodici erit inverse ut vis Lunæ centripeta, sive etiam tempus periodicum Lunæ circa Tellurem mutabitur in subduplicata ratione inversa vis ejus centripetæ, quam vim constat augeri vel minui ab actione Solis. Viceversa eadem manente attractionis sive vis centripetæ lege in Luna L, ut scilicet sit in duplicata ratione inversa distantiae (quamquam enim vis propria Lunæ versus Tellurem, quæ est ut quadratum distantiae reciproce, aucta vel minuta vi extrinseca manente à Sole constituat vim, quæ non est accuratissime ut quadratum distantiae reciproce, tamen quia incrementum vel decrementum vis solaris parvum est respectu vis præcipuæ, vis illa composita Lunæ fere erit ut quadratum distantiae reciproce); quadratum temporis periodici Lunæ circa Tellurem mutabitur in ratione triplicata radii: nam quum duo corpora (vel etiam idem corpus) ad diversas distantias revolvuntur circa centrum aliquod, ad quod tendunt vi sua, quæ est ut quadratum distantiae reciproce, quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi distantiarum, ut supra ostensum est: quare mutata utcumque tum vi centripeta Lunæ
quum

quum radio orbis mutabitur tempus ejus periodicum in ratione composita ex subduplicata ratione vis centripetæ lunaris inverſe & ſeſquuplicata ratione radii orbis directæ.

808. Unde modo liquet tempus periodicum Lunæ circa Tellurem maximum eſſe, quando Tellus eſt in perihelio, quo tempore orbis lunaris eſt latiffimus, minimum in aphelio, quo tempore orbis lunaris eſt anguſtiſſimus: in adcenſu autem Telluris à perihelio ad aphelium tempus periodicum contrahi; vice verſa augeri, quando Tellus ab aphelio deſcendit ad perihelium. Nam ſi radius orbis Lunæ circa Tellurem dicatur x , & vis ejuſdem Lunæ dicatur n , tempus periodicum

Lunæ erit $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}}$. Itaque quia in perihelio radius x eſt maximus & vis n eſt minima, adeoque quantitas $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}}$

evadit in illo loco maxima, tempus periodicum Lunæ circa Tellurem in perihelio erit maximum. Viceverſa quoniam radius x in aphelio eſt minimus & vis n eſt

maxima, quantitas $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}}$ erit minima, adeoque tempus periodicum Lunæ circa Tellurem erit pariter minimum.

809. Præterea ſi nulla foret Solis actio in Lunæ motibus perturbandis, eadem perpetuo ellipſis circa Terram à Luna deſcriberetur: nunc autem ſit ut hæc perpetuo mutetur ſpecie: orbitæ enim excentricitas in dies mutatur. Quod ut oſtendatur prænotandum eſt, quod ſi Luna urgeatur primum verſus Tellurem vi, quæ ſit reciproce ut quadratum diſtantiæ, eaque vi deſcribat ellipſim datam, deinde vero in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam urgeatur vi, quæ augeatur majoris quam poſtulat duplicata ratio diſtantiæ, eam deſcripturam eſſe orbem alium orbe elliptico antea deſcripto interiorem, præterquam in apſide ſumma, quæ utrique orbi eſt communis; & in apſide ima propius ac-

cessuram ad centrum quam prius: ex quo sequitur orbem posteriorem magis fore excentricum quam priorem. Quum enim distantia apogea in utroque orbe sit eadem, distantia vero perigea aliquanto minor sit in orbe posteriori aliquanto autem major in priori, profecto differentia binarum distantiarum, apogæ scilicet & perigæ, major erit in orbe posteriori quam in priori: atqui excentricitas orbis adæquat semper semissim illius differentiæ; quare major erit excentricitas Lunæ in orbe posteriori, quando scilicet vis augetur magis quam postulat duplicata ratio distantiae, quam in orbe priori, quando scilicet vis est ut quadratum distantiae reciproce. Si porro vis Lunæ in adscensu ipsius ab apside ima ad summam decresceret iisdem gradibus, quibus creverat in descensu, rediret Luna ad distantiam priorem: sin decrescat magis quam postulat duplicata distantiarum ratio, Luna jam minus attracta adscenderet ad distantiam maiorem, orbemque describeret cujus excentricitas adhuc erit major.

810. Viceversa si Luna urgeatur primum vi, quæ sit reciproca ut quadratum distantiae ipsius à Tellure, eaque vi describat ellipsin datam, deinde vero in descensu ab apside summa ad imam urgeatur vi, quæ augetur minus quam postulat duplicata ratio distantiae, Luna describet orbem orbe elliptico antea descripto exteriorem, præterquam in apside summa, unde digressa est, quæ utrique orbi est communis: in apside autem ima longius recedet à centro quam prius: ex quo sequitur huiusmodi orbem fore minus excentricum quam orbem priorem, & excentricitatem hanc adhuc minui, si in adscensu Lunæ ab apside ima ad summam ejus vis decrescat minus quam postulat duplicata distantiarum ratio.

811. Præterea si ad vim Lunæ centriterripetam, quæ est ut quadratum distantiae reciproce, addatur vis quæ sit ut ipsa distantia, componetur vis quæ crescat vel decrescat minus quam postulat quadratum distantiae. Sic enim T Tellus, AL/BC (Fig. 107) orbis ellipticus Lunæ circa Tellurem, L locus unus Lunæ, & / locus alter,

Pona-

Ponatur $TL=a$ & $Tl=b$: Itaque neglecta Solis ætione vis Lunæ in L erit ad vim ejusdem Lunæ in l ut quadratum distantiae Tl ad quadratum distantiae TL , live etiam ut b^2 ad a^2 . Addantur ad has, singule ad singulas vires quæ sint ut ipsæ distantiae a & b : & fiet summa virium in L ad summam virium in l ut $bb+a$ ad $aa+b$. Dico igitur priorem ad posteriorem majorem rationem habere quam habet quadratum distantiae Tl ad quadratum distantiae TL , live quam habet bb ad aa . Id autem evidens est: nam productum ex duabus extremis $a^2b^2+a^3$ majus est producto ex duabus mediis $a^2b^2+b^3$, ex eo quod distantia TL major est distantia Tl . Itaque quum vis composita in L majorem rationem habeat ad vim compositam in l quam habet quadratum distantiae Tl ad quadratum distantiae TL sequitur vim Lunæ à loco L ad locum l minus crevisse, quam postulat distantiarum ratio. Contra invertendo vis Lunæ in loco l minorem rationem habebit ad vim Lunæ in loco L quam habet quadratum distantiae TL ad quadratum distantiae Tl : itaque vis Lunæ a loco l ad locum L minus decrevit quam postulat ratio distantiarum.

812. Viceversa si à vi Lunæ centriterrigena, quæ est ut quadratum distantiae reciproce, auferatur vis quæ sit ut ipsa distantia, relinquetur vis quæ crescit vel decrescet magis quam postulat distantiarum ratio. Retenta enim eadem denominatione, erit vis Lunæ composita in loco L ad vim Lunæ compositam in loco l ut $bb-a$ ad $aa-b$: & quoniam $bb-a$ ad $aa-b$ minorem rationem habet quam bb ad aa , (productum enim $aabl-a^2$ ab extremis minus est producto ex mediis $aabb-b^2$, quoniam est a major quam b), habebit quoque vis composita in loco L ad vim consimilem in loco l minorem rationem quam quadratum distantiae Tl ad quadratum distantiae TL ; invertendo autem vis in loco l ad vim consimilem in loco L habebit majorem rationem quam quadratum distantiae TL ad quadratum distantiae Tl ; ex quo sequitur in transitu Lunæ ab L ad l vim magis crevisse, quam postulat distantiarum ratio, in transitu

B b 4

vero

vero ab *I* ad *L* magis decrevisse, quam exigit eadem distantiarum ratio.

813. His prænotatis sit Luna in quadratura *C*, quo in loco vis *MT* (*Fig. 106.*) evanescit, vis autem altera *AM* est ut ipsa distantia *CT* directe. Itaq; in quadratura Luna urgebitur versus Tellurem à vi duplici, quarum prior est ut quadratum distantiae *CT* reciproce, altera autem est ut eadem distantia *CT* directe, quarumque idcirco summa crescit vel decrescit minus quam postulat distantiarum ratio. Quapropter si Luna per integram revolutionem ab hac vi versus centrum impelleretur, ea procul dubio orbem describeret minus excentricum, quam si abesset vis extrinseca *AM*, solaque vi, qua trahitur a Tellure, quæque est ut distantiae quadratum reciproce, urgeretur. Id autem quamquam non contingat, statim enim superata quadratura cum vi *AM* conjungitur vis altera *MT*, tamen saltem in revolutionis parte illa, ubi ad hac vi impellitur, describet partem orbis minus excentrici, quam si abesset vis extranea *AM*.

814. Sit deinde Luna in syzygiarum altera *B*, quo in loco vis *AM* evanescit, vis autem altera *MT* quum duplo major fere sit vi *AM* in quadraturis, est etiam ut distantia *BT* directe. Itaque in oppositione *B* à vi Lunæ versus Tellurem, quæ est ut quadratum distantiae reciproce, subtrahenda erit vis alia, quæ est ut ipsa distantia, ut scilicet habeatur vis vera, qua Luna trahitur versus Tellurem: quæ quidem vis, per ea quæ modo demonstrata sunt, magis crescit vel decrescet quam postulat distantiarum ratio. Quapropter si Luna per integram revolutionem ab hac vi versus centrum impelleretur, ea procul dubio orbem describeret magis excentricum, quam si abesset vis extrinseca *MT*, solaque vi, qua trahitur à Tellure, quæque est ut quadratum distantiae reciproce, urgeretur. Id autem quamquam non contingat, statim enim superata oppositione vis *MT* commiscetur cum vi *AM*, tamen saltem in revolutionis parte illa, ubi ab hac vi impellitur, describet
par:

partem orbis magis excentrici, quam si vis MT prorsus abesset.

815. Quoniam autem decrementum excentricitatis pendet à vi AM, quæ maxima est in quadraturis nulla in syzygiis, in transitu autem Lunæ ab illis ad has perpetim minuitur; incrementum autem ejusdem excentricitatis pendet à vi MT, quæ maxima est in syzygiis nulla in quadraturis, in transitu autem Lunæ ab illis ad has continuo minuitur; sequitur excentricitatem orbis lunaris esse minimam in quadraturis, maximam in syzygiis, augeri autem in transitu Lunæ ab illis ad has, minui vero in transitu ejusdem ab his ad illas. Præterea quoniam vis AM aliquanto major esse solet quum Lunæ apsidæ sunt constitutæ in quadraturis cū Sole, quam quum sunt extra illas positæ; & similiter vis MT aliquanto major esse solet quando Lunæ apsidæ sunt in syzygiis cum Sole, quam quum extra illas sunt constitutæ, sequitur excentricitatem orbis esse minimam quando Luna est in quadraturis apsidæ autem lunares sunt in iisdem quadraturis; esse vero maximam, quando Luna est in syzygiis & apsidæ sunt pariter in syzygiis.

816. Excentricitatis ergo variatio pendet à duabus causis, scilicet ab adspæctū Lunæ cum Sole & ab apsidum lunarium cum eodem Sole adspæctū. Nam excentricitas eo minor est quo magis Luna propior est quadraturis, eo major quo est propior syzygiis. Præterea eadem excentricitas eo minor est quo lunares apsidæ sunt propiores quadraturis, eo vero major est quo eadem apsidæ sunt propiores syzygiis. Itaque si apsidæ tendant à syzygiis ad quadraturas Luna vero etiam tendat à syzygiis ad quadraturas, excentricitas orbis duplici ex capite minuetur: viceversa si apsidæ tendant ex quadraturis ad syzygias Luna autem etiam tendat à quadraturis ad syzygias, excentricitas orbis augebitur ex duplici capite. At si apsidæ tendant à syzygiis ad quadraturas Luna vero ab his progrediatur ad illas, excentricitas orbis ex una parte minuetur ex altera augebitur; idemque accidet si apsidæ vicissim progrediantur

394 PHILOSOPHIÆ NATURALIS
tur à quadraturis ad syzygias Luna autem viceversa ab
his tendat ad illas.

CAPUT TERTIUM.

De Apfidum Lunarium progressu & regressu.

817. **A** B attractione Solis in Lunam fit etiam ut ejus
aplices fluctuent in Cælo, hoc est modo
tendant in consequentia cum ipsa Luna modo vero in
antecedentia, in plagam scilicet adversam illi secun-
dum quam Luna movetur: scilicet si Sol ad se Lunam
non traheret, ea ellipsim immotam describeret circa
Tellurem: nunc vero ex illius attractione fit ut lunaris
orbita ab ellipti longissime recedat, nec nisi per astro-
nomorum solertiam ad hanc reducatur. Ejus enim or-
bita est revera curva, quæ oritur ex motu Lunæ in orbe
elliptico in consequentia signorum, & ex motu oscilla-
torio hujus ipsius orbis circa umbilicum sive Terræ
centrum. Unde si ellipsim pro Lunæ orbitæ retinere
placeat, oportebit effingere ejus axem majorem rotari
circa focum, in quo Tellus est constituta, & modo ten-
dere in consequentia modo vero in antecedentia signo-
rum.

818. Ut autem causam hujus motus oscillatorii phy-
sicam aperiamus res aliquanto altius repetenda est. Esto
itaque APB (Fig. 108) orbis ille ellipticus, in quo Luna
fertur circa Tellurem T, ponamusque axem AB sive li-
neam apogei & perigei rotari circa focum T, & modo
tendere in consequentia signorum, scilicet ab A ad P,
modo vero in antecedentia signorum de P ad A, dico Lu-
nam urgeri majori vi quam aplices progrediuntur & qui-
dem semper, minori quam aplices regrediuntur quam-
quam non semper. Ad quod ostendendum præmittendū
est, quod Luna ut moveri possit in orbe elliptico dato
APB necesse non modo sit ut ejus vis tendat ad focum
T sitq; reciproce ut quadratum distantie sive altitudinis
TP,

TP, sed opus sit pariter ut iusta velocitate afficiatur in
 quovis loco P secundum tangentem PH: si enim ponamus
 Lunam in minimo tempore dato transisse de loco
 P ad p , per quod ductam intelligamus rectam PH paral-
 lelam radio TP, quemadmodum vis centripeta Lunæ
 tanta est, quanta profecto postulatur ad perficiendum
 iter Hp in dato illo tempore, ita velocitas Lunæ secun-
 dum tangentem PH tanta esse debet, ut in eodem illo
 tempore emetiri possit spatium PH. Itaque si veloci-
 tas esset aliquanto major, vis etiam aliquanto major po-
 stularetur ad hoc ut Luna in fine ejus temporis perfec-
 recit iter Hp, atque adeo reperiretur in eodem illo pun-
 cto p : sin aliquanto minor, vis etiam aliquanto minor
 postularetur. Quapropter, aucta vel minuta velocitate
 Lunæ describens elliptum APB, augeri vel minui de-
 bet vis centripeta ipsius Lunæ ad hoc ut idem orbis el-
 lipticus describatur.

819. Jam vero quum orbis APB movetur in con-
 sequentia signorum, augetur velocitas secundum tan-
 gentem PH, minuitur vero quando vicissim movetur
 in antecedentia signorum; quare necesse est Lunam
 majori vi urgeri dum apsides progrediuntur, minori
 vero dum regrediuntur. Neque vero difficile erit osten-
 dere velocitatem Lunæ secundum tangentem PH au-
 geri in apsidum progressu, minui vero in earum re-
 gressu. Esto enim PTQ motus apsidum angularis fa-
 ctus interea temporis ac Luna de loco P transit ad pro-
 ximum locum p . Itaque quia arcus exiguus circularis
 PQ haberi potest ut linea recta tangens integrum cir-
 culum in loco P, designabit idem arcus PQ tum dire-
 ctionem quum quantitatem motus, quam Luna sibi
 comparavit propter apsidum motum circularem. Atqui
 motus PQ resolvitur in binos motus PX, XQ, quorum
 prior PX est secundum directionem tangentis PH, al-
 ter autem tendit ad Tellurem T; itaque motui Lunæ
 PH secundum tangentem superaddetur propter apsi-
 dum motum vel de eo subducetur motus PX secundum
 eandem tangentem: superaddetur nempe in apsidum
 progressu, subducetur vero vero in earum regressu:
 adeo

adeoque velocitas Lunæ augebitur priori casu, minuetur vero in posteriori casu.

820. Et quidem si motus apsidum angularis PTQ major sit motu Lunæ angulari PTp interea temporis facto, velocitas adqulita PX major erit velocitate sibi insita PH : erit vero æqualis vel minor, pro ut motus apsidum angularis PTQ æqualis sit vel minor motu Lunæ angulari PTp . Itaq; quum apsidæ regrediuntur fieri potest, ut velocitas Lunæ PH vel minuatur vel penitus tollatur vel etiam evadat negativa, adeoque tendat versus partem oppositam. Si enim apsidum regressus PTQ minor sit motu Lunæ angulari PTp , erit PX minor velocitate PH ; adeoque dempta velocitate PX de velocitate PH , tendet Luna à P versus H cum velocitatum differentia. Si vero apsidum regressus PTQ sit accuratissime æqualis motui angulari Lunæ PTp , erit PX æqualis velocitati PH : adeoque dempta velocitate PX ab æquali velocitate PH , Luna quiescet in loco P , omnique prorsus motu destituetur: denique si apsidum regressus PTQ major sit motu Lunæ angulari PTp , erit PX major quam PH ; adeoque dempta velocitate majori PX de minori PH , feretur Luna à loco P versus partem oppositam b cum velocitatum differentia; quæ quidem velocitatum differentia minor erit velocitate pristina PH , si apsidum regressus sit minor quam duplum motus Lunæ angularis PTp : erit vero æqualis vel major eadem velocitate pristina, prout regressus apsidum æqualis sit vel major quam duplum motus Lunæ angularis PTp .

821. Inde autem sequitur Lunam non semper urgeri minori vi quum apsidæ regrediuntur, sed posse etiam urgeri majori vi, quam urgeretur si ellipsim immotam describeret. Si enim regressus apsidum PTQ minor sit motu Lunæ angulari PTp , Luna minus urgetur in ellipsi mobili quam in ellipsi immota; scilicet quia velocitas PH minuitur à velocitate PX in contrariam partem tendente: eo minus autem urgetur Luna, quo magis velocitas angularis apsidum accesserit ad velocitatem angularem Lunæ; usque adeo

ut

ut quum illa huic æqualis facta sit, Lunæ vis centripeta, qua scilicet afficiebatur in orbe immoto, omnino destruat atque evanescat. Quod si regressus apsidum angularis PTQ fuerit paullo maior motu Lunæ angulari PTp , iterum Luna urgetur aliqua vi versus Tellurem T , quæ tamen minor eousque erit vi, qua urgeretur in ellipsi immota, donec regressus apsidum duplus factus sit motus Lunæ angularis PTp : nam in hoc casu velocitas negativa sive tendens versus partem oppositam, qua Luna urgetur secundum tangentem Ph , evadit æqualis velocitati PH . Denique si regressus apsidum angularis PTQ fuerit plusquam duplus motus Lunæ angularis PTp , tunc Luna majori vi urgetur in ellipsi mobili, quam in ellipsi immota: scilicet quia hoc posteriori casu velocitas negativa, qua urgetur Luna, major est velocitate PH .

822. Quapropter si apsidæ Lunæ ferantur motu angulari fieri poterit, ut Luna urgeatur majori æquali minori & etiam nulla vi versus Tellurem. Si enim apsidæ progrediantur vel etiam regrediantur cum velocitate majore quam est dupla ejus qua Luna angulariter movetur circa Tellurem, ea majori vi urgetur versus Tellurem, quam urgeretur si ellipsim immotam describeret. At vero si apsidæ regrediantur vel cum velocitate minore vel cum velocitate paullo majore ea qua Luna angulariter movetur, ipsa vicissim minori vi urgetur versus Tellurem, quam urgeretur si in ellipsi immota pergeret moveri. Quod si apsidæ regrediantur cum velocitate, quæ accuratissima sit dupla velocitatis Lunæ angularis, Luna tantum urgetur versus Tellurem, quantum urgeretur in ellipsi immota; neque mirum; nam hoc casu orbis a Luna descriptus per compositionem binorum motuum est eadem ellipsis APB . Denique si regressus apsidum tantus sit quantus est progressus angularis Lunæ, ipsa nulla prorsus vi urgetur versus Tellurem: & sane hoc casu Luna quiescit absolute in loco P . Itaque vicissim si vis Lunæ versus Tellurem augeatur, ejus apsidæ vel progrediantur vel regrediantur necesse est cum velocitate majori quam

quam est dupla ejus, qua Luna angulariter progreditur. Quod si vicissim Lunæ vis minuat, ejus apsidēs regrediantur necesse est cum velocitate, quæ minor sit dupla ejus velocitatis, qua Luna angulariter progreditur. Quapropter ad explicandum apsidum progressum vel regressum sat est ostendere vim Lunæ versus Tellurem modo augeri modo vero minui: id quod antequam faciamus, expendendum est quam legem servet incrementum vel decrementum vis Lunarī in apsidum progressu vel regressu. Adsumemus autem hic hypotheseos loco motum apsidum semper habere rationem datam ad motum angularem Lunæ.

823. Sint itaque Pp , Rr (Fig. 109) arcus duo minimi eodem tempore à Luna descripti, sive, quod eodem redit, sint arcus PTp , RTr æquales inter se; sintque PQ , Rq motus angulares apsidum iis temporibus confecti: erit igitur angulus PTQ ad angulum PTp , ita angulus RTq ad angulum RTr : atqui angulus PTQ est ad angulum PTp ut sector PTQ ad sectorem æque altum PTp : & similiter angulus RTq est ad angulum RTr ut sector RTq ad sectorem æque altum RTr : quare sector PTQ erit ad sectorem PTp ut se habet sector RTq ad sectorem RTr . Est autem sector PTp æqualis sectori RTr : itaque etiam sector PTQ æqualis erit sectori RTq : atque adeo ut se habet PQ ad Rq ita erit vicissim radius TR ad radium TP .

824. Et quoniam arcus circulares PQ , Rq eodem tempore describuntur, erit vis centripeta Lunæ describentis arcum PQ ad vim centripetam ejusdem Lunæ describentis eodem tempore arcum Rq ut quadratum arcus PQ ad quadratum arcus Rq directe & inverse ut radius RT ad radium PT : atqui quadratum arcus PQ est ad quadratum arcus Rq ut vicissim est quadratum radii TR ad quadratum radii TP : quare vis centripeta Lunæ describentis arcum PQ erit ad vim centripetam ejusdem Lunæ describentis eodem tempore arcum Rq reciproce ut cubus altitudinis TR ad cubum altitudinis TP . Itaque quum incrementum vel decrementum vis Lunarī oriatur ex motu apsidum circulari, sive
etiam

etiam ex descriptione arcuum PQ, Rq, sequitur idem incrementum vel decrementum in quovis loco esse ut cubum altitudinis inverse.

825. Ut autem ad id, quod est præcipuum veniamus, facile ex principiis hætenus positis licet inferre aptides progredi debere quando Luna est in syzygiis cum Sole, regredi vero debere quando Luna est in quadraturis cum eodem Sole; scilicet quia, ut *Capite superiori* demonstratum est, Luna in syzygiis urgetur vi quæ crescit vel decrescit magis quam postulat quadratum distantiae minutæ vel austræ: in quadraturis autem urgetur vi quæ crescit vel decrescit minus quam postulat quadratum distantiae minutæ vel austræ. Neque vero credendum est apsidem tantum regredi in quadraturis quantum progrediuntur in syzygiis: quum enim vis MT (*Fig. 106.*) in syzygiis, à qua vi oritur apsidum progressus, quasi duplo major sit vi AM in quadraturis, à qua oritur earundem regressus, profecto necesse est apsidum progressum quasi duplo majorem esse earundem regressum in singulis revolutionibus Lunæ; itaque iidem apsidem in singulis revolutionibus Lunæ revera movebuntur ab occasu in ortum; earumque motus tantus erit, quantus est excessus quo progressus superat regressum.

826. Sed notandum est progressum regressumque apsidum non in omnibus Lunæ revolutionibus esse ejusdem quantitatis, sed utrumque augeri vel minui pro vario apsidum situ respectu Solis: quando enim apsidem sunt in conjunctione vel oppositione cum Sole, quia vis MT à qua pendet earum progressus aliquanto major esse solet, vis vero AM à qua pendet earundem regressus solet esse aliquanto minor, progressus apsidum erit aliquanto velocior, regressus vero aliquanto tardior. Vicissim vero quando apsidem sunt in quadraturis cum Sole quia vis prior MT est aliquanto minor, vis autem altera AM est aliquanto major, progressus apsidum erit minus velox, regressus autem velocior.

827. Progressus itaque regressusque apsidum pendet ex duabus causis, scilicet ex adspectu Lunæ cum Sole

& ex

& ex apsidum lunarium cum eodem Sole adpectu: nam progressus eo major est, quo magis Luna propior est syzygiis, regressus vero eo major, quo magis Luna propior est quadraturis. Præterea idem progressus eo major est, quo apsidæ sunt propiores syzygiis; regressus autem eo major, quo magis apsidæ sunt propiores quadraturis. Itaque si Luna fuerit in syzygiis apsidæ autem etiam in syzygiis, progressus erit velocissimus: erit vero tardissimus, si Luna fuerit quidem in syzygiis apsidæ autem fuerint in quadraturis. Viceversa si Luna fuerit in quadraturis & apsidæ etiam in quadraturis, regressus earum erit velocissimus; quod si Luna fuerit in quadraturis apsidæ autem fuerint in syzygiis, regressus erit tardissimus.

CAPUT QUARTUM.

*De Nodorum Lunarium motu retrogrado;
deque perpetua Lunaræ Orbis ad Eclipticæ planum inclinationis
mutatione.*

828. **S**upereft ut de motu nodorum lunarium retrogrado sermonem hic instituamus. Sed prius memoria repetendum est errores omnes lunares à duabus viribus oriri quarum directiones & quantitates sunt rectæ AM, MT (*Fig. 110.*) quarumque prior AM jacet in plano orbis lunaris CGDB (quem orbem ad eclipticæ planum aliquatenus inclinari supra demonstratum est); quippe est AM parallela radio LT, qui radius est in illo plano; altera autem MT est in plano orbis terrestris; nam recta MT Tellurem attingit, & ulterius producta in Solem S incurrit.

829. Ex his duabus viribus prior AM haud quam potis est deturbare Lunam à plano suo CGDB; ea enim trahit Lunam versus Tellurem T, quæ est in eodem plano: adeoque inclinationem orbis lunaris ad eclipticæ

eclipticæ planum neque augebit neque minuet. At vis altera MT, quia raro invenitur in plano CGDB orbis lunaris, motum Lunæ in latitudinem turbabit, efficietque ut inclinatio illius orbis ad planum eclipticæ modo augeatur, modo vero minuatur.

830. Jam vis MT semper est in plano eclipticæ: itaque ut possit etiam consistere in plano CGDB orbis lunaris, necesse est ipsam coire cum communi sectione utriusque plani, utpote quæ in utroque plano invenitur. Id autem tunc continget, quando lunares nodi fuerint in syzygiis cum Sole S. Igitur nodis in syzygiis existentibus, nullus orietur error motus in latitudinem neque a vi AM, quæ semper est in plano Orbis lunaris, neque a vi MT, quæ in hac hypothese jacet quoque in eodem plano. Unde nodorum linea, & consequenter nodi ipsi in hoc casu omnino quiescent.

831. At pone nodos Orbis esse in quadrato ad spectu C, vel D cum Sole S. Eo casu vis MT Lunæ motum in latitudinem mirum in modum turbabit: quippe in eo positu recta MT, sive ei parallela LF, secundum quam exercetur vis Lunam urgens, omnium maxime ad planum Orbis lunaris CBIDG inclinatur; tantum scilicet, quantum planum ipsum lunaris Orbis inclinatur ad planum eclipticæ. In hac hypothese ponamus medietatem CBD orbis lunaris atotum super eclipticæ planum, medietatem alteram deprimit infra idem planum, ponamusque etiam in plano eclipticæ descriptum esse orbem CbDg lunari orbi CBIDG æqualem & similem. Et jam Luna superato nodo C, jugiter trahetur a plano suo versus planum eclipticæ a vi MT, sive LF; adeoque non modo inclinatio plani orbis sui ad planum eclipticæ sensim minuatur, sed etiam Luna citius offendet ad planum eclipticæ, illudque non in puncto D, in quo nodus hærebit, sed in puncto occidentaliori penetrare debet. Ex quo sequitur nodum D motu retrogrado perrexisse in antecedentia signorum, hoc est ab occasu versus ortum.

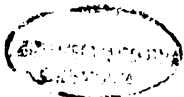
832. Similiter Luna dum a nodo D transit ad nodum alterum C, trahitur continuo a plano orbis sui

versus eclipticæ planum: adeoque, propter eandem causam, minuetur ejus inclinatio ad planum eclipticæ, & nodus C movebitur ab occalu in ortum, scilicet quia Luna eclipticæ planum penetrat citra punctum C. Patet autem motum tum inclinationis, tum nodi eo majorem esse, quo Luna fuerit vicinior loco B vel G, hoc est quo Luna fuerit vicinior syzygiis: quippe in transitu Lunæ a nodis C, & D ad syzygias B, & G vis LF continuum incrementum sulcipit.

833. Itaque nodorum motus duplici ex causa intenditur, vel remittitur; nempe ex diverso eorum adpectu cum Sole, & ex vario adpectu Lunæ cum eodem Sole. Primo enim nodi velocissime regrediuntur, quum sunt in quadrato adpectu cum Sole: adeoque progredientibus nodis a quadraturis ad syzygias, eorum velocitas gradatim ita remittitur, ut in syzygiis cum Sole omnino quiescant. Et secundo idein motus longe velocior est, quum Luna est in syzygiis cum Sole, quam quum in quadraturis: adeoque tendente Luna a syzygiis ad quadraturas, nodorum motus remittitur: contra vero intenditur, progrediente vicissim Luna a quadraturis ad syzygias.

834. Similiter inclinationis eclipticæ lunaris ad eclipticam Solis mutatio duplici ex causa proficiscitur. Prima est varius adpectus nodorum Lunæ cum Sole. Nam quum nodi sunt in syzygiis cum Sole, inclinatio est omnium maxima; quum vero nodi sunt in quadraturis, inclinatio evadit omnium minima; adeoque progredientibus nodis a syzygiis ad quadraturas, inclinationis angulus gradatim minuitur; contra vero augetur in transitu nodorum a quadraturis ad syzygias. Altera causa est varius adpectus Lunæ cum Sole. Nam quando Luna est in syzygiis cum Sole, angulus inclinationis est cæteris paribus omnium minimus, quam vero est in quadraturis est omnium maximus: adeoque progrediente Luna a syzygiis ad quadraturas inclinationis angulus gradatim augetur: contra vero minuitur redeunte Luna a quadraturis ad syzygias.

F I N I S.



INDEX

SECTIONUM, ET CAPITUM;

Quæ in hoc Secundo Libro continentur.

SECTIO PRIMA

De Mundi, Cælique Constitutione, Substantia, atque Structura.

- CAP. I. **D**E Corporum Cælestium præcipuis differentiis, numero, magnitudine, & figura. pag. 10.
- CAP. II. De Cali, deque Corporum, quæ in Calo sunt, Constitutione, & Substantia. 20.
- CAP. III. De ordine, atque distantiiis Corporum Cælestium: ubi de Sytemate Ptolemaico, Coperniceo, & Tyconico. 39.
- CAP. IV. De motu Corporum Cælestium periodica; deque loco Firmamenti, in quo videntur moveri. 50.
- CAP. V. In quo tempora periodica Planetarum tam primariarum, quam secundariorum cum ipsorum distantiiis conferuntur. 59.
- CAP. VI. De figura, & proprietatibus Orbitalium, in quibus moventur Corpora Cælestia, deque vera motus ipsorum lege. 62.
- CAP. VII. De Orbitalium, in quibus Corpora Cælestia moventur, planis ad Firmamentum usque productis; deque eorum inclinatione. 75.
- CAP. VIII. De motu Apfidum, atque Nodorum, atque eorum positione: deque inde ortis periodis. 79.
- CAP. IX. De Planetarum aspectibus. 84.
- CAP. X. De Planetarum Phasibus, sive luminum incrementis, & decrementis. 90.
- CAP.

- CAP. XI. De Eclipsibus Planetarum quum primario-
rum, tum secundariorum. 98.
CAP. XII. De Planetarum motibus, quatenus e Tel-
lure spectantur; ubi de eorum stationibus, directioni-
bus, & retrogradationibus. 108.
CAP. ULT. De Planetarum maculis, eorumque circa
axes suos revolutionibus. 120.

SECTIO SECUNDA.

De Motu Siderum diurno; deque Sphærica doctrina.

- CAP. I. **D**E Polis Cælestibus, deque Mundi Axe.
Tum de Æquatore, Parallelis, & De-
clinationum circulis. pag. 126.
CAP. II. De Horizonte, ejusque Polis: deque Circulis
inde manantibus. 120.
CAP. III. De triplici Sphæra posita, recto, obliquo, &
parallelo. 125.
CAP. IV. De Cælestium Circularum in superficiem Ter-
restrem translatione. 140.
CAP. V. De duplici Siderum altitudine: & de Poli al-
titudine assequenda. 144.
CAP. VI. De investigandis Siderum declinationibus.
Item de arcubus diurnis, atque nocturnis; deque am-
plitudinibus ortivis occiduisque definiendis. 147.
CAP. VII. De parallaxi Siderum: ubi de visarum, at-
que verarum altitudinum discrimine. 150.
CAP. VIII. De Siderum refractione: ubi rursus de vi-
sarum, verarumque altitudinum discrimine. 155.
CAP. IX. De motu Solis, & Planetarum composito; ubi
de reliquis Sphæra circulis. 159.
CAP. X. In quo doctrina sphærica Elementa tradun-
tur. 172.
CAP. XI. De Crepusculi causis, atque ejus duratio-
ne. 187.
CAP. XII. De variis Revolutionum diurnarum periodis,
præsertim vero de die Sidereo, atque Solari. 195.
CAP.

- CAP.XIII. De motu Solis in longitudinem cum ejus
motu in adscensionem rectam comparato. 200.
CAP.XIV. Quomodo locorum Terrestrium positiones per
observationes astronomicas definiri possint. 202.
CAP.ULT. De motu Siderum diurno in Systemate mo-
ta Telluris: deque aliis phænomenis, quæ inde pro-
ficiscuntur. 206.

SECTIO TERTIA

De Calendario Romano.

- CAP. I. **R**omani Calendarii origo, & progressus
exponuntur. pag. 219.
CAP. II. De Cyclo Solari, ejusque usu. 222.
CAP. III. De Tempore Paschatis celebrandi inveniendū
ubi de Cyclo Lunari, seu de numero annorum. 228.
CAP. IV. De Indictione Romana: ubi de Periodo Julia-
na, & Victoriana. 235.
CAP.ULT. De Epochis, atque Aeris celebrioribus. 239.

SECTIO QUARTA

Communia quædam de motu Planetarum, nec non Theoriam motus Solis complectens.

- CAP. I. **D**E motu Planetarum vero, mediisque
deque Centri Equatione. pag. 243.
CAP. II. De Anomaliarum verarum, mediarumque
inventione. 248.
CAP. III. Problematis Kepleriani solutiones concinnio-
res adferuntur, & demonstrantur. 256.
CAP. IV. De Wardi hypothesis elliptica, & de Orbita
Cassiniana. 264.
CAP. V. De annua Telluris periodo definienda. 266.
CAP. VI. De excentricitate Orbita Terrestris inve-
stiganda. Item de Apfidum situ, deque tempore, quo
Tellus versabatur in linea Apfidum inveniendū. 269.
CAP.

- 406 I N D E X:
 CAP. VII. De Temporis æquandi Causſis , & regulis . 277.
 CAP. ULT. De Telluris longitudine , ejuſque a Sole diſtantiã ſupputanda . 280.

S E C T I O Q U I N T A.

De Reliquorum Planetarum Theoriis .

- CAP. I. **Q**ua ratione Planetarum tempora periodica poſſint determinari . pag. 282.
 CAP. II. Quomodo ſiens , moſusque nodorum inveſtigari poſſint , exponitur . 287.
 CAP. III. Quomodo quantitas inclinationis Orbitalium ad eclipticæ planum deſignari poſſit . Item de orbitalium magnitudines poſitioneſque inveſtigandi ratione . 289.
 CAP. IV. Quomodo Planetarum loca heliocentrica , eorumque a Sole diſtantiã ad tempora data poſſint ſupputari . 295.
 CAP. V. Quomodo Planetarum loca geocentrica ad data tempora ſupputari poſſint , oſtenditur . 299.

S E C T I O S E X T A.

De Motu Siderum inerrantium .

- CAP. I. **D**E Motu Siderum inerrantium ab occaſu in ortum . Item de longitudinum , adſcenſionum rectarum , declinationumque mutatione . pag. 304.
 CAP. II. De inerrantium Siderum Parallaxibus , quæ ex annuo motu dependent ; deque earum proprietatibus . 307.
 CAP. III. De adparenti Semita , quam in Sphæra Univerſi fixa propter annuam parallaxim deſcribunt : ubi de Siderum parallaxibus ad Mundi Polos , & Equinoſtialiẽ circulum relatis . 316.
 CAP. IV. An parallaxes Siderum annua cum Telluris motu periodico conſpirent . 326.
 CAP. V. De novis aberrationum annuarum cauſis a Jacobo Bradley noviffime propoſitis . 329.
 S E -

S E C T I O S E P T I M A

De Causis Physicis Motuum Caelestium.

- CAP. I. **D**E motu Corporum Caelestium curvilinearibus. pag. 342.
- CAP. II. De aequali arearum descriptione. 345.
- CAP. III. De motu Planetarum, & Cometae inaequali. 351.
- CAP. IV. De Orbitarum elliptica figura, deque sita Solis. 354.
- CAP. V. Adpendix ad doctrinam superiori Capite expositam, & de velocitatibus tam relativis, quam absolutis Planetarum. 360.
- CAP. VI. Quomodo ex causis physicis supra adductis deducatur proportio Kepleriana inter quadrata temporum, & cubos distantiarum. 370.
- CAP. VII. Cur Orbes Cometae sint acutissimi, & quasi Parabolici; Orbes vero Planetarum sint quasi circulares. 372.
- CAP. ULT. Unde fieri potuerit, ut Planeta, & Cometa moverentur in planis diversis. Totius doctrina superius exposita Anacephalosis. 376.

S E C T I O O C T A V A

De Motibus Lunaribus, eorumque Causis Physicis.

- CAP. I. **Q**uae ex actione Solis in Lunam vicissitudines arearum descriptionem comitentur; ubi de ejus actionis mensuris. pag. 379.
- CAP. II. Quae ex actione Solis in Lunam vicissitudines tam orbi ecliptico ipsius, quam ejus eccentricitati contingant. 385.
- CAP. III. De Apfidum lunarium progressu, & regressu. 394.
- CAP. ULT. De Nodorum lunarium motu retrogrado; deque perpetua Lunarum Orbis ad eclipsica planum inclinationis mutatione. 400.

Finis Libri Secundi.

Errata graviora Tom. II.

Sic corrige.

Pagi. 64. versu 6. lege sic. Rectam ASB dispescere orbem APBC in partes duas APB, ACB omnino æquales & similes; adeo ut pars APB superimposita parti ACB congruat cum ea. Ex quo sequitur Planetas, & Cometas in locis æque remotis a recta linea ASB æquales a Sole distantias sortiri: nam positis æqualibus angulis ASP, ASC, vel BSP, BSC, ob æqualitatem & similitudinem partium APB, ACB facile intelligitur rectas SP, SC æquales esse inter se.

Pagi. 64. versu 26. lege sic: Rectas SP, SC ductas a Sole S ad quævis puncta P, & C.

Pagi. 90. versu 11, Sed hæc rectarum PT, PS æqualitas in solo Mercurio, qui proximus est Soli, locum habere non potest, in Venere vero & tribus superioribus planetis interdum obtinet; adeoque respectu hprum ad aspectus geocentricus heliocentricum adæquare potest; in Mercurio vero est id omnino impossibile.

Pagi. 93. versu 2. lege: existente vero in E.

Pagi. 102. versu 11. lege SOP.

Pagi. 103. versu 2. lege: paullo brevior.

Pagi. 105. versu 8. lege: inter suos primarios & Tellurem.

Pagi. 122. versu 13. lege suos pro duos.

Pagi. 123. versu 31. lege Quumque pro Quum.

Pagi. 174. versu 8. lege AEC.

Pagi. 203. versu 10. lege 91812395. *Versu 14. ejusd. pagi. lege:* quando Sol versatur in gradu ferme decimo sexto Geminarum.

Pagi. 248. versu 3. lege: Sed ita tamen ut ambæ simul junctæ conficiant gradus 360; ut e.g. in anomalis graduum 29 & 340, 40 & 320 &c.



S.A. 30510

