DAMIANI

SCOGNAMIGLIO

MEDICI NEAPOLITANI

DAMIANI SCOGNAMIGLIO

Medici Neapolitani.

DE PLANARUM ÆQVATIONUM RESOLUTIONE.

Epiſtola

Ad Illuſtriſs., & Excellentiſs.

D. PAULUM FRANCONE SALICETI MARCHIONEM.

NEAPOLI, per Joannem Roſellium MDCCXII.

Superiorum permiſſu.

Illustriss. & Excellentiss. Domino

D. PAULO FRANCONE

DAMIANUS SCOGNAMIGLIO

S. P. D.

IN colloquijs, quæ aliquandò de rebus ad Geometriam pertinentibus habuimus, non destiti, mentis tuæ sublimitatem admirari, nàm cum dixissem, omnia matheseos problemata ad quantitatem, vel discretam, vel continuam pertinere, illicò universæ Geometriæ ideam concepisti, superaddens, decimum Elementorum librum, quem præ manibus habebas, de quantitate continua agere, septimum verò, octavum, & nonum discretam explicare; ex his deduci *videbatur, problemata cujuscumque gradus, si rationales habeant radices, simplicia esse, & propterea primum gradum non excedere, undè ingeniosissimorum mathematicorum fuit, curare, ut problemata, quæ aspectum altioris ordinis haberent, ad simplicissimum miris modis reducerent, & hujus rei nobilissimum specimen apud Diophantum habemus, cujus vestigijs inhæserunt è Neotericis Fermatius, & Freniclius, ut alios celeberrimos viros sileam: illa verò, quę ad continuam quantitatem spectant, ad propriam sedem revocarent, ut plurimùm enim ad gradus altiores assurgunt, quàm propria ipsarum natura requirat: qua in re non minùs intèr Gallos Cartesius, quàm Fermatius, & de la Hire, quàm intèr Germanos Slusius, intèrque Batavos Huddenius, & è nostratibus Christophorus, tuus etiàm amicissimus, in doctissimo* De Constructione Æquationum *opusculo, fęlicitèr operam navarunt; & quod majorem admirationem mihi peperit, fuit, te dixisse, Geometriæ Elemēta paucioribus, & generalioribus propositionibus potuisse demonstrari, propterea-que decimum aptiori ordine, atque simpliciori methodo tradi, præsertim XVIII, & XIX. quę tricis plenæ, & confusæ videntur, unde mihi ansam porrexisti, illas attentiùs considerandi,*

& tan-

& tandèm agnovi, tuas meditationes frustaneas non fuisse, assatas enim propositiones percepi Corollaria esse penultimæ primi Elementorum, quam Pythagoricam appellant. Quare de binis hiscè propositionibus ad te literas dare cogitaram, cùm Neapoli abesses, & cum tenuis scriptura videretur, mihi in animum venit, illis addere tractatulum DE PLANARUM ÆQUATIONUM RESOLUTIONE *simpliciori, universaliorique methodo explicatum, quàm hactenùs videre mihi contigit, tantò magis, quia specimen, & Index erit ad altiores Æquationes resolvendas; atque hinc manifestum fieri poterit, verum esse, omnia matheseos problemata ad quantitatem, vel discretam, vel continuam pertinere. Laborem hunc suscepi majori oblectamento, quàm possit excogitari, quia præ cæteris eorum, qui huic scientiæ in nostra Urbe se dedunt, Tu maximè excellis, in omni etiàm disciplinarum genere, solida principia quærens absque vana ostentatione, quod proprium est illorum, qui sapientię culmen affectant. In hoc argumento haud comprehendere volui tuorum natalium splendorem, & antiquitatem, majorumque excelsas conditiones, & rem Domi amplissimam, illustriumque Feudorum dominia, hæc namque non conveniunt harum scientiarum amatoribus, qui absque ostenta-*

ta-

tationis fuco sui similes sincero, & plusquàm fraterno amore complectuntur: solùm memorasse placet morum suavitatem, ergà amicos liberalitatem, facilitatem, prudentiam, gravitatemque, nec mihi nùnc vera dicenti tribuendum est adulationis, aut vanitatis vitio: Solitâ igitur sinceritate grata hæc habe, ut animũ hinc sumam majora excogitandi in perpetuum amoris mei, & obsequii ergà te argumentum; Vale.

Eminentiſsimo Signore

Damiano Scognamiglio ſupplicando eſpone à V. E. , come deſidera dare alle ſtampe un'opuſcoletto int itolato. *Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani: De Planarum Æquationum Reſolutione Epiſtola*: ſupplica V. E. concederli la licenza, ut Deus,&c.

Dom. D. Januarius Majello revideat, & referat. Neap. 21. Julii 1712.

SEPTIMIUS PALUTIUS VIC. GEN.

D. P. M. Giptius Can. Dep.

Juſſu E. T. legi opuſculum *De Planarum Æquationum reſolutione Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani*, Viri acerrimo ingenio, & ad omnia diſciplinarum genera illuſtranda inſtructiſsimo, ac ornatiſsimo, & cum nihil in eo bonis moribus, aut orthodoxæ fidei abſonum repererim, dignum publica, æternaque luce cenſeo, ad aliorum doctrinam, atque incitamentum, ſi ità E. T. videbitur. Ex ædibus Seminarij Archiepiſc. III. Cal. Auguſt. MDCCXII. E. T.

Humil. Addictiſ. & Obſequentiſ. Servus
Januarius Majellus.

Attenta ſuprad. relatione Imprimatur. Neap. 1. Aug. 1712.

SEPTIMIUS PALUTIUS VIC. GEN.

D. P. M. Giptius Can. Dep.

Ec-

Eccellentissimo Signore

DAmiano Scognamiglio supplicando espone à V.E., come desidera dare alle stampe un'opuscoletto intitolato *Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani. De Planarum Æquationum Resolutione Epistola* supplica V.E. concederli la licenza, Ut Deus, &c.

M.A.M.D.Nicolaus Cirillo videat, & in scriptis referat.

GASCON R. GUERRERO R. ARGENTO R.
Provisum per S.E. Neap. 18. Julii 1712.
Mastellonus

Spectab.Dux S.Nicolai non interfuit

Excellentiss. Domine

JUssu Exc. T. legi libellum, cui titulus *Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani.De Planarum Æquationum Resolutione*, mole sanè exiguum, sed penitioris Geometriæ gemmis elegantissimè distinctum: quumque in eo nihil occurrerit, quod Regiæ Jurisdictioni adversetur, typis committi posse reor. Neapoli 30. Julij 1712.

Exc. T.

Addictiss. Servus
Nicolaus Cyrillus.

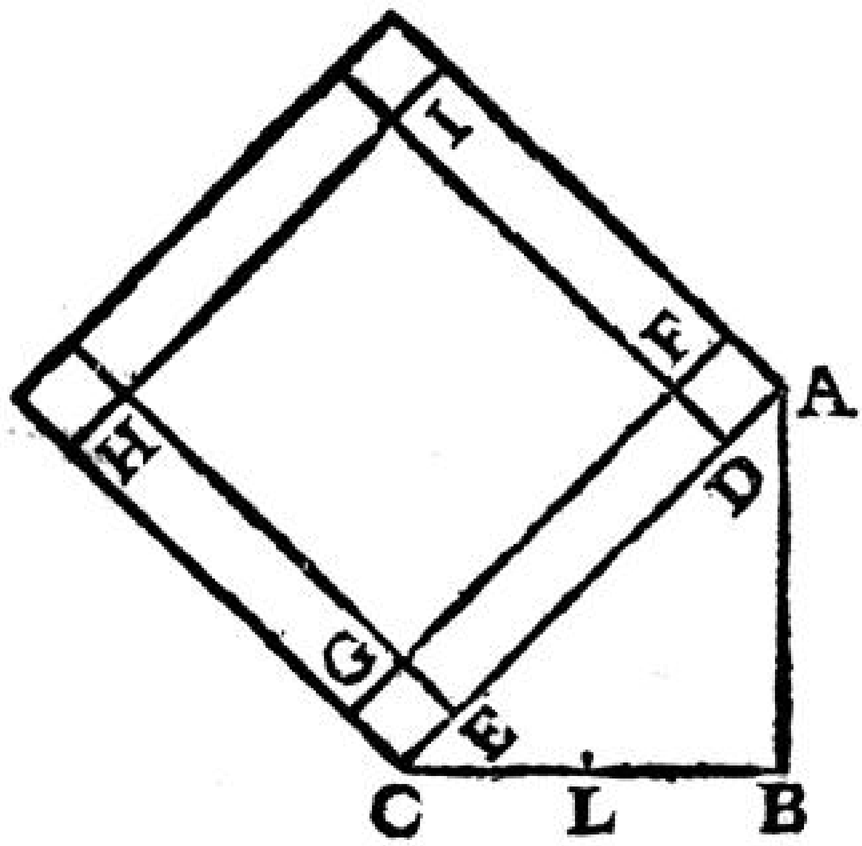
Visa relatione imprimatur, & in publicatione servetur Regia Pragm.

GASCON R. GUERRERO R. ARGENTO R.
Provisum per S. E. Neap. 8. Augusti 1712.
Mastellonus

Spectab. Dux S. Nicolai non interfuit

Pro-

SI hypothenusæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidii unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & in partes longitudine commensurabiles ea fuerit divisa, erit reliquum latus eidem longitudine commensurabile. Et si hypothenusæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidij unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & reliquum latus fuerit ei longitudine commensurabile, erit divisa in partes longitudine commensurabiles.



Sit parallelogrammum CDA, sivè CF æquale quadrato dimidii CB, scilicèt quadrato CL, sivè LB, & sint partes hypothenusæ CD, DA; Sumatur CE æqualis DA, & quia CD, DA sunt ex hypothesi intèr se longitudine commensurabiles, erit CD, CE, ac proindè DE, hoc est AB, reliquo trianguli lateri, longitudine commensurabilis.

Rursùs quia ex hypothesi BA, sivè ED est longitudine commensurabilis AC, erit similitèr longitudine commensurabilis CE, DA simùl sumptis, & quia CE, DA sunt intèr se longitudine commensurabiles, erit ED uni ipsarum longitudine commensurabilis, ac proindè CD longitudine commensurabilis DA.

Propositio XIX.

SI hypothenusæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidij unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & in partes longitudine incommensurabiles ea fuerit divisa, erit reliquum latus eidem longitudine incommensurabile. Et si hypothenusæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidij unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & reliquum latus fuerit ei longitudine incommensurabile, erit divisa in partes longitudine incommensurabiles.

Demonstratio eodem ratiocinio perficitur, ac præcedens, mutatis tantùm ijs, quæ mutari necesse est.

Veritas præcedentis propositionis in numeris patet, si ponatur hypothenusa CA 10, & latus CB 8, erit quadratum ejus dimidij 16, partes hypothenusæ CD 8, & DA 2, reliquum verò latus BA 6.

Alterius propositionis veritas elucescit, si ponatur hypothenusa CA 8, & latus CB 6, quadratum enim dimidij dicti lateris erit 9, partes verò hypothenusæ CD $4 + \sqrt{7}$, & DA $4 - \sqrt{7}$, reliquum verò latus BA $\sqrt{28}$, hypothenusæ longitudine incommensurabile.

Notandum tamèn, quod hæc propositio locum habet, si hypothenusa, & unum ex lateribus trianguli rectanguli sint rationalia, secùs verò si irrationalia, ut videre est, si ponatur hypothenusa $\sqrt{8}$, & unum ex lateribus $\sqrt{6}$, reliquum latus erit $\sqrt{2}$ longitudine commensurabile $\sqrt{8}$, licèt partes hypothenusæ, sub quibus continetur parallelogrammũ æquale quadrato dimidij alterius lateris, nimirùm quadrato dimidii $\sqrt{6}$, hoc est $\frac{6}{4}$, sint longitudine incommensurabiles secundùm Euclidem: eæ namque sunt $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, & $\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Quomodò autem inventæ fuerint, sequens problema indicabit.

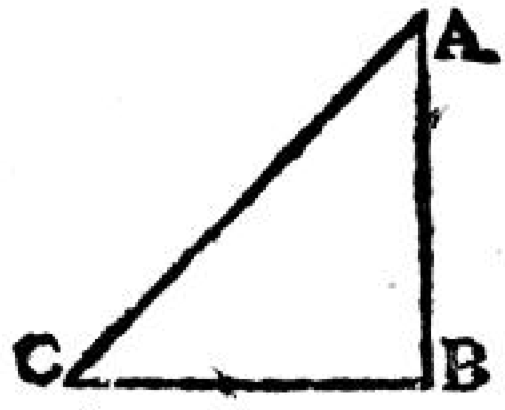
Propositum numerum in duas partes dividere, ut rectangulum sub ipsis contentum, sit æquale dato numero.

Numerus propositus sit 5, datus verò 4, erit Æquatio $5x - x^2 \infty 4$, & resoluta per regulas artis dabit $x \infty 4$, undè altera pars erit 1, quæ problemati satisfaciunt.

Advertendũ, quòd, ut possibile sit problema, numerus absolutus,

tus, ſeù comparationis homogeneum, non debet excedere quadratũ dimidij numeri radicum, quod patet ex 28 Sexti Elem.

Ut autèm habeamus triangulum rectangulum ſempèr numeris explicabile, ità procedemus.



Sit hypothenuſa AC 8, ponatur CB, unum ex lateribus x, erit reliquum latus $\sqrt{64 - x^2}$, ac proindè habebitur Æquatio $64 - x^2 \infty$ quadrato.

Fingatur latus hujus quadrati tali pacto, ut inventa Æquatio, in qua reperitur ignota duarum dimenſionum, reducatur ad ignotam unius, quod fiet, ſi ponatur latus prædictum $8 - 2x$: habebitur enim loco primæ hæc altera Æquatio $64 - x^2 \infty 64 - 32x + 4x^2$, & reſoluta invenitur $x \infty \frac{32}{5}$, ac proindè $x^2 \infty \frac{1024}{25}$, undè trianguli latera in numeris erunt 8, $\frac{32}{5}$, & $\frac{24}{5}$.

Sed ſi loco hypothenuſæ datum ſit unum ex lateribus, facilior evadit problematis reſolutio.

Sit datum latus 6, ponatur alterum x, erit Æquatio $36 + x^2$ ∞ quadrato hypothenuſæ.

Fingatur latus hujus quadrati $x + 4$, & invenietur nova Æquatio $36 + x^2 \infty 16 + 8x + x^2$, cujus radix $x \infty \frac{20}{8}$, ſcilicèt $\frac{5}{2}$, undè ejus quadratum $\frac{25}{4}$, & hypothenuſa $\infty \frac{13}{2}$, & per conſequens erunt trianguli latera 6, $\frac{5}{2}$, & $\frac{13}{2}$.

Hæc methodus eſt generaliſsima, aperitque viam ad ſolutionem infinitorum problematum, præcipuè ad illud Petri Fermatii propoſitum Anglis Geometris, ut habetur in fine ejus Epiſtolæ ad Kenelmum Digby, ſcriptæ die 20. Junij 1657. pag. 191.

Dato quovis numero non quadrato, invenire quotcumque quadratos numeros, qui in datum ducti, adſcitâ unitate, conficiant quadratum; V.G. ſit datus numerus 149, quæritur quadratus, qui in eum ductus, adſcitâ unitate, conficiat quadratum.

Ponatur quæſitus quadratus x^2, erit Æquatio $149x^2 + 1$ ∞ quadrato.

Fingatur latus quadrati prædicti $1 + 3x$, invenietur altera Æquatio $149x^2 + 1 \propto 1 + 6x + 9x^2$, & reductâ, habebitur ejus radix $x \propto \frac{6}{140}$, cujus quadratum $\frac{36}{19600}$ ductum in 149, dat numerum $\frac{5364}{19600}$, eiq; additâ unitate, habetur numerus quadratus $\frac{24964}{19600}$, cujus radix $\frac{158}{140}$, & hæc solutio est generalissima.

Quia occasione problematis suprà propositi, incidimus in formulam Æquationis planæ $ax - x^2 \propto aq$, non abs re erit tradere hic methodum resolvendi formulas omnes planarum Æquationum una, & generalissima via.

Formulæ igitur planarum Æquationum ad quatuor omnes reduci possunt

$$x^2 - ax \propto aq$$
$$x^2 + ax \propto aq$$
$$ax - x^2 \propto aq$$
$$ax + x^2 \propto -aq$$

Ut autèm priùs earum natura, & constitutio dignoscatur, nonnulla de natura Æquationum libabimus, quæ sparsim apud Vietam, Cartesium, aliosque reperiuntur.

Cùm notum sit, Æquationem esse comparationem duarum quantitatum æqualium, variè denominatarum; Notandum primò erit, quod ignota quantitas Æquationis, quæ literis alphabeti exprimi solet $x.y.z.$ &c., tot diversis valoribus, seù radicibus constare potest, quot dimensiones in ea reperiuntur, veluti Æquatio $x^2 \propto 5x - 6$ duabus radicibus constat, quia duæ in ea ignotæ quantitatis dimensiones habentur.

Hoc ex ejus naturâ, & constitutione manifestum est. Ponatur E.G. $x \propto 2$, & $x \propto 3$, multiplicetur $x - 2$ per $x - 3$, & habebitur proposita Æquatio $x^2 - 5x + 6 \propto 0$, scilicèt $x^2 \propto 5x - 6$, undè valor ejus duobus modis exprimi potest, scilicèt per 2, & per 3.

Notandum secundò, quod hæ radices si fuerint quantitates positivæ, dicentur veræ, si negativæ, falsæ; Si enim multiplicetur $x + 3$ per $x - 2$, habebitur Æquatio $x^2 + x - 6$, quæ exprimitur per 2, & -3, & in ea valor 2 est verus, -3 est falsus.

No-

Notandum tertiò, quod in qualibet Æquatione tot veræ esse possunt radices, quot in ea signorum $+$, & $-$ variationes immediatè sequentes reperiuntur, tot autèm falsæ, quot continuationes signorum, sive $+$, sivè $-$ inveniuntur; Sic in Æquatione suprà proposita $x^2 - 5x + 6 \propto 0$, duæ sunt veræ radices, quia duæ signorum variationes immediatè sequentes habentur, in alia verò Æquatione $x^2 + x - 6 \propto 0$ una est falsa ob $x^2 + x$, & reliqua vera ob $+ x - 6$.

His positis, devenientes ad primam formulam $x^2 - ax \propto aq$, sivè $x^2 - ax - aq \propto 0$, dicimus, eam constare duabus radicibus, unà scilicet vera, nempè majori, reliqua autem falsa, quæ est minor.

Hoc ità ex ejus natura, & constitutione clarum fiet.

Ponatur $x \propto 5$, scilicèt $x - 5 \propto 0$, quæ indicat veram radicem, & similitèr $x \propto - 3$, scilicèt $x + 3 \propto 0$, quæ demonstrat falsam radicem: si intèr se ducantur $x - 5 \propto 0$ & $x + 3 \propto 0$, habebitur Æquatio $x^2 - 2x - 15 \propto 0$, similis propositæ $x^2 - ax - aq \propto 0$.

Progredientes hac vià ad secundam formulam $x^2 + ax \propto aq$, sive $x^2 + ax - aq \propto 0$, dicimus, eam constare duabus radicibus, primâ falsâ, nempè majori, reliqua verâ, minori.

Tertiam verò $ax - x^2 \propto aq$, sivè $x^2 - ax + aq \propto 0$, duabus veris.

Quartã deniq; $ax + x^2 \propto - aq$, sivè $- x^2 - ax - aq \propto 0$, duabus falsis.

Regula eas omnes resolvendi unica, eademq; est, ut diximus.

Disponatur quælibet formula, ut ignota quantitas semper sit ex una, nota verò ex altera parte Æquationis, nimirùm

$$x^2 - ax \propto aq$$
$$x^2 + ax \propto aq$$
$$x^2 - ax \propto - aq$$
$$x^2 + ax \propto - aq.$$

Perficiatur postmodùm quadratum illius partis, in qua reperitur ignota quantitas, addito utrique parti Æquationis quadrato dimidij quantitatis cognitæ secundi termini,

& sic

& hic loco propositarum, habebuntur sequentes

$$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 \propto aq + \frac{1}{4}a^2$$
$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 \propto aq + \frac{1}{4}a^2$$
$$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 \propto -aq + \frac{1}{4}a^2$$
$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 \propto -aq + \frac{1}{4}a^2$$

Eruatur quadrata radix ex utraque parte Æquationis, & habebuntur primæ formulæ radices, ſcilicèt

$x - \frac{1}{2}a \propto \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$ vera;
$x - \frac{1}{2}a \propto -\sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto \frac{1}{2}a - \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$ falſa.

Secundæ formulæ radices erunt

$x + \frac{1}{2}a \propto \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto -\frac{1}{2}a + \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$ vera;
$x + \frac{1}{2}a \propto -\sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto -\frac{1}{2}a - \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$ falſa.

Tertiæ verò

$x - \frac{1}{2}a \propto \sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$ vera;
$x - \frac{1}{2}a \propto -\sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto \frac{1}{2}a - \sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$ ſimilitèr vera.

Notandum, quod ſi aq major fuerit $\frac{1}{4}a^2$, radices prædictæ erunt Imaginariæ, & impoſſibile erit problema, undè Æquatio orta fuit.

Quartæ demùm formulæ radices erunt

$x + \frac{1}{2}a \propto \sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto -\frac{1}{2}a + \sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$ falſa;
$x + \frac{1}{2}a \propto -\sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$, hoc eſt
$x \propto -\frac{1}{2}a - \sqrt{-aq + \frac{1}{4}a^2}$ ſimilitèr falſa,

& ſi

& si aq major fuerit $\frac{1}{4} a^2$, radices prędictæ erunt Imaginariæ eadem ratione, qua in præcedenti formula diximus.

Ut exposita exemplis clariora fiant, proponatur sequens problema.

Dividere datum numerum 8 in duas partes, ità ut quadratum majoris partis minus rectangulo dati numeri, ac eadem majori parte, sit æquale num. 10.

Ponatur major pars x, erit Æquatio juxtà problematis conditiones $x^2 - 8x \propto 10$, quæ per regulas suprà traditas, dabit valorem radicis x, sivè majoris partis dati numeri $\propto 4 + \sqrt{26}$, cujus quadratum $42 + 8\sqrt{26}$, ex quo si auferatur rectangulum ex dato numero, & majori parte, scilicèt $32 + 8\sqrt{26}$, supererit numerus 10, & satisfactum erit problemati.

Sed si dividamus datum numerum, ità ut quadratum majoris partis minùs rectangulo partium, sit $\propto 10$, Æquatio erit $2x^2 - 8x \propto 10$, scilicèt $x^2 - 4x \propto 5$, cujus valor est 5.

Advertendum, quod licèt Æquatio appareat secundi gradus, est tamen simplex, cum valorem habeat rationalem, & ità intelligendum est de omnibus cujuscumq; gradus Æquationibus, radicem rationalem habentibus, cum per divisionem, ad simplices semper reduci possint.

Si verò dividendus sit datus numerus 8 in duas partes, ut quadratum majoris partis unà cùm rectangulo contento ex dato numero, & eadem majori parte sit $\propto 10$, incidemus in secundam formulam Æquationis $x^2 + 8x \propto 10$, cujus radix $-4 + \sqrt{26}$ satisfaciet problemati.

Et si, ut suprà, quadratum majoris partis unà cum rectangulo partium dati numeri ponatur $\propto 10$, problema evadet simplex, & Æquatio erit $8x \propto 10$, cujus valor $\frac{5}{4}$ dabit problematis resolutionem.

Si demùm quæratur rectangulum ex dato numero, & majori parte, minus quadrato ex eadèm majori parte $\propto 10$, habebimus tertiam Æquationis formulam $8x - x^2 \propto 10$, scilicet $x^2 - 8x \propto -10$, cujus radices $4 + \sqrt{6}$, & $4 - \sqrt{6}$, quarum major satisfacit problemati; nàm si qua-

dra-

dratum ex $4 + \sqrt{6}$, scilicèt $22 + 8\sqrt{6}$ auferatur ex rectangulo $4 + \sqrt{6}$ in 8, nimirùm ex $32 + 8\sqrt{6}$, remanebit numerus 10.

Sed si loco numeri 10 ponatur 7, Æquatio erit $x^2 - 8x + 7 \infty 0$, ejusq; radices rationales, scilicèt 7, & 1, major tamen 7 dabit problematis solutionem, nàm ex rectangulo 7 in 8, hoc est ex 56, ablato quadrato ex 7, videlicèt 49, supererit 7.

Prò quarta formula idem problema similitèr proponi potest: nàm si proponatur dividere 8 in duas partes, ut quadratum majoris unà cum rectangulo ex dato numero, eademque majori parte solvant debitum ducatorum 10. Æquatio erit $x^2 + 8x \infty - 10$, cujus valor $-4 + \sqrt{6}$, nàm quadratum ejus $22 - 8\sqrt{6}$ additum rectangulo $-32 + 8\sqrt{6}$ conficit debitum ducatorum decem, scilicèt -10.

Si tamèn ponatur debitum ducatorum 7, valor x erit -1, qui problema solvit.

Verùm si debitum sit majus 16, E. G. 18, impossibile erit problema, & radices falsæ evadent imaginariæ, ut dictum est in tertia formula; Sunt enim $-4 + \sqrt{-2}$, & $-4 - \sqrt{-2}$, quæ nullo modo exprimi possunt, & hæc prò Resolutione Planarum Æquationum dicta sufficiant.

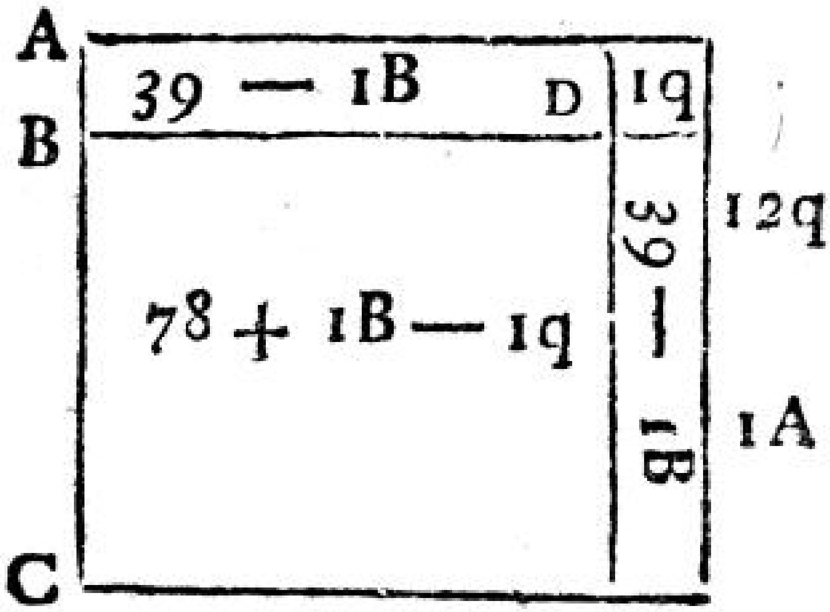
Prò coronide notandum, ad hasce formulas reduci omnia problemata plana, etiam illa, quæ à clarissimis Viris difficillima, ni velimus dicere, impossibilia existimata fuerunt, ut præcipuè est illud Clavij in suo de Algebræ Tractatu cap. 31, num. 58, cujus tenor talis est, ejusque resolutio vix comprehendi potest.

Duo socij habent duos numeros aureorum, quorum summa à summa quadratorum ex ipsis procreatorum subtracta, relinquit 78. Addita verò ad numerum ex eorum multiplicatione productum, facit 39. Quæritur qui sint isti numeri?

Hanc quæstionem per sequentem figuram explicabimus, ubi quadratum rectæ AC divisum est in duo quadrata, & duo complementa, quorum quodlibet intèr duo quadrata me-

dium

dium proportionale est, ut in lemmate propos. 54. lib. 10. Euclid. demonstravimus, & suprà quoque in numeris in lemmate Ænigmatis 26. cap. 30. ostendimus. Ponatur ergo minor numerus 1℞, nimirùm linea AB, & major 1A, nimirùm linea BC. Summa autèm ex ipsis conflata, nimirùm linea AC ponatur 1B. Eritque quadratum rectæ AB 1q.



Et quoniam summa numerorum 1B subtracta ex duobus quadratis rectarum AB, BC relinquit 78. Facient duo illa quadrata 78 + 1B: ità enim si ex illis demetur 1B, relinquentur 78. Igitur quadratum rectæ BC erit 78 + 1B — 1q. Si enim duo quadrata faciunt 78 + 1B, ut diximus, erit solum quadratum rectæ BC 78 + 1B — 1q.

Deindè quia summa numerorum AB, BC, nimirum 1B addita ad productum ex eorum multiplicatione, idest ad complementum AD, facit 39, erit complementum hoc 39 — 1B: ità namque si addatur 1B, fiet ipsum complementum 39.

Quia verò quadratum rectę AC, quæ valet 1B, constat ex duobus quadratis rectarum AB, BC, idest ex 78 + 1B, & ex duobus complementis, hoc est ex 78 — 2B, estque quadratum rectę AC ex 1B pocreatum 1Bq, erit Æquatio intèr 1Bq, & 156 — 1B, qui numerus conflatur ex 78 + 1B, idest ex duobus quadratis, & ex duobus complementis, hoc est ex 78 — 2B. Hujus autèm numeri 156 — 1B, radix nō alitèr investigabitur, quàm ex numero 156 — 1℞, ac si hic æqualis esset 1q, nimirùm hoc pacto. Semissis numeri radicum est $\frac{1}{2}$ ad cujus quadratum $\frac{1}{4}$ additis 156, hoc est $\frac{624}{4}$, fit numerus $\frac{625}{4}$, à cujus radice quadrata $\frac{25}{2}$ si dematur prædicta semissis $\frac{1}{2}$, remanebit prætium 1℞ $\frac{24}{2}$, hoc est 12, ac tantum valet recta AC, hoc est 1B, summa numerorum 1℞, & 1A.

Quoniàm igitur 1B est 12, complementum 39 — 1B, erit 27,

& quadratum majus 78 + 1*B* — 1q, *erit* 90 — 1q, *estq; complementum* 27 *medium proportionale intèr quadratum hoc majus* 90 — 1q: *& quadratum minus* 1q, *ut initio diximus: si ducatur* 90 — 1q *in* 1q, *fiet numerus* 90q — 1qq *æqualis quadrato ex* 27, *descripto nimirum numero* 729. *addito ergò* 1qq *utrobique, erit Æquatio intèr* 90q, *&* 729 + 1qq, *& ablatis* 729 *utrobiq; intèr* 90q — 729, *&* 1qq. *Hujus numeri* 90q — 729, *radicem Zensizensicam ità inveniemus. Semissis numeri Zensorum est* 45, *à cujus quadrato* 2025 *si demantur* 729, *remanet numerus* 1296 *ad cujus radicem* 36 *si addatur prædicta semissis* 45, *fit* 1q 81 *major, minor autèm erit* 9, *si nimirùm ex prædicta semisse* 45 *dematur inventa radix* 36. *Zensorum autèm* 81, *&* 9, *radices quadratæ sunt* 9, *&* 3. *numeri quæsiti. Nam eorum quadrati sunt* 81, *&* 9, *à quorum summa* 90, *si ipsorum numerorum summa* 12 *detrahatur, reliquus fit numerus* 78, *& si eadèm summa* 12 *addatur ad* 27, *numerum ex eorum multiplicatione productum, fit summa* 39.

Porrò postquàm inventum fuit 1*B*, *summam numerorum* 1℞, *&* 1*A esse* 12, *faciliùs inveniemus utrumque numerorum* 1℞, *&* 1*A*, *seorsìm per ænigma* 172 *cap.* 29. *Quoniam enim complementum, quod fit ex AB in CB inventum est* 27, *si numerus* 12 *dividatur in duas partes, ut ex una in alteram fiat numerus* 27, *qui non major est quarta parte quadrati ex numero* 12 *facti, ut in prædicto ænigmate docuimus, invenietur una pars* 3, *& altera* 9, *idèm quoque efficietur per ænigma* 38. *cap.* 30.

Vel si numerus 12 *per ænigma* 170 *cap.* 29, *vel* 35. *cap.* 30. *dividatur in duos numeros, quorum quadrati simùl facient* 90, *summam videlicèt duorum quadratorum rectarum AB, CB, quæ inventa est* 90, *reperientur iterùm duæ partes* 3, *&* 9.

SCHOLIUM

Ex hoc ænigmate facilè intelligitur, eum, qui quæstiones per Algebram solvere vult, debere optimè esse exercitatum in Geometriæ scientia, ut cap. 1. *diximus. Hoc enim ænigma ab eo, qui Geometriam ignorat, vix, aut nullo modo solvetur, ut patet.*

Quam-

Quamvis Clavius hæc dixerit, attamen in libello De Problematū Determinatione Clarissimus vir Antonius Monforte faciliorem viam ingressus est: nàm prò uno numero posuit $x + y$, prò altero $x - y$, quorū summa est $2x$, summa quadratorū ex ipsis $2x^2 + 2y^2$, productū sub ipsis $x^2 - y^2$, prima Æquatio $2x^2 + 2y^2 - 2x = 78$, sivè $x^2 + y^2 - x = 39$, altera $x^2 - y^2 + 2x = 39$, & ex mutua ipsarum comparatione fit $x = \frac{2}{3} y^2$, modò substituto in prima, loco x, ejus valore $\frac{2}{3} y^2$, fit tandèm $y^4 + \frac{3}{4} y^2 - \frac{351}{4} = 0$, & sublatis fractionibus per multiplicationem geometricæ progressionis 1.4.16, considerando illam veluti Æquationem, quadratum fiet $y^4 + 3y^2 - 1404 = 0$, hujus radix 36 divisa per 4, qui numerus multiplicavit secundùm Æquationis terminum, in quo est summa radicum, exhibet $y^2 = 9$, hoc est $y = 3$.

Nequè abs re erit hìc subjungere solutionem, quam mihi tradidit Eruditissimus Hyacinthus Christophorus. Hìc prò summa quæsitorum numerorum posuit x, prò majori numero y, undè minor fiet $x - y$; Quare secundùm problematis conditiones prima Æquatio est $x^2 - 2xy + 2y^2 - x = 78$, secunda verò $xy - y^2 + x = 39$, quæ duplicata est $2xy - 2y^2 + 2x = 78$. Hæ simùl additæ efficiunt $x^2 + x = 156$, cujus valor x est 12 summa quæsita, quæ si ponatur loco x in secunda Æquatione $xy - y^2 + x = 39$, habebitur alia Æquatio $y^2 - 12y = -27$, & valor y fiet 9; Hinc major numerus est 9, & minor 3, qui indicant problema propositum fuisse primi gradus, sivè simplex, quod patet, si inventæ Æquationes dividantur; prima per $x - 12$, vel per $x + 13$, & secunda per $y - 9$, vel per $y - 3$, ut suprà animadversum fuit.

FINIS.