OSSERVAZIONI
SU D' UNA LETTERA
DEL
SIG. ANTONIO MONFORTE
SCRITTA
AL SIG. D. PAOLO MATTIA DORIA

OSSERVAZIONI
SU D'UNA LETTERA
DEL
SIG. ANTONIO MONFORTE,
SCRITTA
AL SIG. D. PAOLO-MATTIA DORIA;
Che leggesi nella nuova impressione del Libro del *Nuovo Metodo Geometrico per ritrovare fra due linee rette date infinite medie continue proporzionali*,

Pubblicato in quest' Anno M. DCC. XV.

DEDICATE
ALL' ECCELLENTISS. SIG. CONTE
VVIRRICO
DI DAUN
Vicerè, e Capitan Generale nel Regno di Napoli, ec.

ECCELLENTISSIMO
SIGNORE.

ESSENDOSI *dal Sig. D. Paolo-Mattia Doria, Cavaliere d'alto ingegno, e d'ogni sublime scienza e letteratura adornato, in quest'anno dato di nuovo alla luce delle stampe il suo libro del* Nuovo Metodo Geometrico, *con una Lettera ad Antonio Monforte diretta, per mezzo della quale, con altri suoi ritrovamenti, gl'indirizza alcune Opposizioni, non già per voler degli Autori, ma per suo preciso impegno fattegli, insieme con un altra Lettera del detto Monforte in risposta della prima: quantunque a me non mai per natural costume sia caduto nel pensiere di opponermi a chi che sia, non che al detto Sig. D. Paolo-Mattia, cui tanto per le sue doti e letteratura, venero ed ho in pregio; nulla però di manco, essendo stati gli Oppositori dal detto Monforte malamente interpetrati e dipinti con la mentovata sua Lettera presso de' meno intendenti della Scienza di cui si tratta, e per le fortissime richieste, che del* *continuo da' Curiosi, e dagli Amatori di cotal Facultà tuttò-giorno mi vengon fatte, mi son veduto in obbligo positivo di pubblicar altresì con le stampe la presente Scrittura, che per adempiere all' obbligo ed all' onore della mia pubblica professione, semplicemente avea formata. Ma perche il Libro del Sig. D. Paolo-Mattia a V. E. fu intitolato unito alla mentovata Lettera del Monforte: convenevole e necessaria cosa da me si è riputato il dedicare a V. E. medesima le presenti Osservazioni in risposta della sola Lettera del Monforte; acciocchè l'E. V. voglia benignamente degnarsi, non solo di condonare il mio inevitabile ardire, ma eziandio di proteggere le giuste ragioni che mi han costretto ad opponermi con ogni convenevol moderatezza alle proposizioni del Monforte; Credendo fermamente di tradire le chiarissime veritadi d' una Scienza cotanto certa e dimostrativa, e di arrecare non lieve pregiudicio alla stima ed al decoro della Cattedra primaria delle nobili e sublimi Matematiche Discipline, cui da tanti anni, comeche immeritevole, ho l'onor di servire ne' Regj Studj di questa mia scienziata ed onorevolissima Patria, se avessi trascurate queste ragionevoli Risposte, che si sottopongono al dritto Discernimento ed all' avvedutissimo Senno dell' E. V. a cui protestando la mia più umile divozione mi confermo sempremai.*

Di Napoli a' 11. di Novembre del 1715.

Dell' Ecc. V.

Divotiss. ed umiliss. Serv.

Agostino Ariani.

EGLI dichiara il Sig. Antonio Monforte nel principio della sua Lettera scritta a' 5. Settembre di quest'anno 1715, che leggesi stampata nella nuova edizione del libro del *Nuovo Metodo Geometrico* ec., che avendo con ammirazione e profitto lette e ben considerate le dottissime e sottilissime invenzioni del Sig. D. Paolo-Mattia Doria: aver Questi felicemente ritrovato e dimostrato il suo *Nuovo Metodo Geometrico per l'invenzione delle infinite medie continue proporzionali fra due linee date*, divisato nel suo Libro dato alla luce delle stampe in questo e nell'anno passato; ed avendo ciò indistintamente asserito, deve la sua proposizione intendersi generalmente, come generalmente l'Autore intende la sua invenzione, che chiaramente propone, e divisa in tutto il suo libro, e particolarmente nelle *Proposizioni V.*, e *XIII.* della nuova edizione.

Le parole della Lettera nel *I. Articolo* contenute, sono le seguenti; *Con ammirazione e profitto ho lette e considerate le dottissime e sottilissime vostre invenzioni mio stimatissimo Sig. D. Paolo, ed ho in quelle ammirato quanto felicemente avete ritrovato e dimostrato quello, che tanti grandi uomini, i quali nelle dotte antichità fiorirono han cercato senza poterlo ritrovare.* Questa cotanto chiara general proposizione d'approvagione del *Nuovo Metodo* ec., a se stesso contradicendo, apertamente distrugge affatto il Monforte nell'*Articolo III.* della stessa sua Lettera: come appresso chiaramente dimostreremo.

Nel medesimo *Articolo* della Lettera si dichiara convinto, e persuaso dalla dimostrazione addotta dall'ingegnosissimo Autore del libro: con la quale Questi pretende aver dimostrato, che le applicate all'Asse della Parabola siano in proporzione arimmetica con le seguenti parole; *E stimo che si ricorderà benissimo, che quando mi disse, che le applicate nella parabola, erano in proporzione aritmetica: Io risposi, che ci avean molta difficoltà, portandoli per pruova, che se ciò fosse, sarebbe l'istessa cosa parabola, e triangolo: ma poi, avendo V.S. dimostrato, come nella parabola, che intende, descritta per mezzo di due rette, l'una divisa in parti uguali, che poi secondo la diversa sua lunghezza diviene applicata alli punti dell'altra, designati da' numeri impari, la quale diviene asse della parabola: convinto dalla sua dimostrazione restai persuaso, sicome è succeduto di tutte le altre.* Per mezzo della qual dichiarazione, credendo il Monforte con cautela compiacere all'Autore, manifestamente, a se stesso contradicendo, inciampa in un grave errore; Imperciocchè, quantunque nella parabola si possino considerare infinite applicate all'asse in continua proporzione arimmetica: (come sono quelle che dipendono da' numeri quadrati dell'asse, secondo viene accennato dal Monforte nell'addotto *Articolo* della sua Lettera: e si può spiegare; Intendendosi dal vertice della parabola tirata all'asse una perpendicolare, che sia divisa in infinite parti iguali, quantunque minime, per le quali, mediante infinite paralelle al medesimo asse tirate da' punti della detta divisione, si determinano le infinite applicate allo stesso asse: che saranno nell'arimmetica continua proporzione) nulla però di manco da ciò non siegue, che tutte le infinite applicabili al medesimo asse formino un arimmetica progressione; Perciocchè le applicate secondo la divisata arimmetica divisione della perpendicolare, per la natura della parabola, sempre determineranno le porzioni ascisse dell'asse nella ragione de' numeri quadrati 1, 4, 9, 16, ec., della serie arimmetica de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, ec.; Onde sempre divideranno l'asse della parabola in parti diffuguali denominate da' numeri impari 3, 5, 7, ec., secondo l'unità della prima parte divisa dell'asse; e per conseguenza stando esse applicate arimmetiche sempre fra loro in diffuguali distanze, da' predetti numeri 3, 5, 7, ec. denominate, (per qualunque nuova divisione infinitamente si possi intendere dell'anzidetta perpendicolare) sempremai chiaramente si possono concepire, fra mezzo le mentovate applicate arimmetiche altre nuove ap-

plicate

plicate igualmente dalle prime, e fra di loro diſtanti, che dividano l'aſſe in infinite parti uguali, ciaſcheduna corriſpondente all'unità della prima diviſione dell'aſſe; cioè fra la prima e la ſeconda applicata arimmetica, ſe n'intenderanno tre: fra la ſeconda e la terza, cinque: fra la terza e la quarta, ſette: e così indiffinitamente ſecondo l'ordine de' numeri impari ſeguenti; le quali non mai con l'infinite prime applicate arimmetiche formeranno arimmetica progreſſione. Conciosſiacoſachè per poterſi dire, che le applicate all'aſſe della parabola ſiano in proporzione arimmetica, biſogna provare, che dividendoſi l'aſſe in infinite parti uguali, ancorche minime, onde naſchi una infinita arimmetica progreſsione, tutte le infinite corriſpondenti applicate ſiano in progreſsione arimmetica (come avviene nel triangolo); locchè è impoſsibile; perche le dette applicate generalmente eſſendo le radici quadrate de' reſpettivi rettangoli formati dalle corriſpondenti porzioni aſciſſe dell'aſſe per lo parametro; ed eſſendo queſti rettangoli come le aſciſſe (conſiderate come loro baſi), che ſi ſuppongono in una continua arimmetica proporzione, non mai eſſe applicate (radici di eſsi rettangoli, arimmeticamente continui proporzionali) poſſono formare arimmetica progreſsione; come generalmente ſi dimoſtra nella ſeguente ſerie arimmetica, $1a$, $2a$, $3a$, $4a$; $5a$, $6a$, $7a$ ec., (che può chiaramente rappreſentare detti rettangoli) le cui radici quadrate, $r a$, $r 2a$, $r 3a$, $2 r a$, $r 5a$, $r 6a$, $r 7a$ ec., non ſono in arimmetica progreſsione; Imperciocche ſe conſideraremo ad arbitrio tre di queſte radici ordinatemente, come, a cagion d'eſempio, le trè prime $r a$, $r 2a$, $r 3a$, che ſupponendoſi arimmeticamente proporzionali, ſarebbe la ſomma delle eſtreme uguale al doppio della intermezza: cioè $r a + r 3a = 2 r 2a$ overo: $r a + r 3a = r 8a$; e per conſeguenza i loro quadrati: cioè, $4a + 2 r 3aa = 8a$; overo $r 12aa = 4a$; e perciò $12aa = 16aa$: locche è impoſſibile. O pure per una piu ſemplice dimoſtrazione, ſi puo vedere nelle tre radici tra di loro equidiſtanti, $r a$, $2 r a$, $r 7a$, della ſteſſa ſerie radicale, le quali, in vigor della prima ipoteſi, dovendo altresì eſſer arimmetiche proporzionali, s'avrebbe l'equazione impoſſibile, $4 r a = r a + r 7a$: e perciò $3 r a = r 7a$; cioè $r 9a = r 7a$. Non ſono dunque le radici quadrate d'una ſerie arimmetica, in continua arimmetica proporzione: cio che per noi ſi è propoſto di moſtrare. Per la qual coſa in queſto *Articolo* l'Autore del-

della Lettera, a vista d'una ragione, che dimostra soli casi particolari: cioè esser arimmeticamente continue proporzionali quelle sole applicate ne' termini de' numeri quadrati dell'asse della parabola, essendosi dichiarato convinto e persuaso d'una falsa Proposizione dall'Autor del libro generalmente conceputa e pronunziata: come si riferisce in questo *Articolo*, ed altresì generalmente dal Monforte intesa, quando rispose, che ci avea molta difficoltà, inciampa in un manifestissimo errore, così in Logica, come in Geometria: non dovendo per modo veruno indistintamente dichiararsi convinto e persuaso dalla ragione particolare, che dall'Autore in contrario se gli propose: ma dovea replicare, che per quella restava convinto e persuaso della proposizione, intesa però e limitata per dette particolari linee applicate, quantunque infinite possino essere: come evidentemente si vedea dalla dimostrazione, che dall'Autore del Metodo in contrario se gli adduceva: E non concedere indistintamente, per mezzo d'una pruova particolare, come vera, una proposizione generale, a cui poco prima a ragione apertamente si era opposto, e che da noi poco fa generalmente esser falsa si è dimostrata.

Oltra che non senza fondamento potrebbe dirsi, che egli, allor che s'oppose all'Autor della proposizione, non istava ben fondato nelle dimostrazioni per le quali gli contradisse; perche se fosse stato forte su la verità di ciò che si contendea, non si sarebbe con tanta debolezza ritrattato a fronte d'una ragione adattata a casi particolari, (come si è dimostrato) confessandosi cotanto agevolmente convinto e persuaso.

Non vale adunque il replicarsi peravventura a favor del Monforte: che potendosi concepire l'unità dell'asse ovver pure l'unità dell'infinite parti iguali della predetta perpendicolare all'asse sempre vie più picciola indeterminatamente, ne naschi che tutte le applicate all'asse della parabola si possino intendere arimmeticamente proporzionale, in vigor delle seguenti parole che si leggono nel *IV. Articolo* della Lettera, cioè; *Ed ancorche nelle parabole generalmente ogni linea la quale è mezza proporzionale tra lo parametro e l'ascissa dell'asse sia applicata; in questa però della quale V.S. si serve, vengono considerate quelle applicate sole, che cadono in quei luoghi dell'asse, che sono designati da' numeri impari, li quali ancora sono infiniti, a causa che l'unità con la*

qua-

quale si disegna il parametro puole anche concepirsi divisa in parti indivisibili, come lo stesso parametro in quella espresso; Poiche la predetta linea perpendicolare, o sia la mentovata unità, supponendosi come si voglia divisa, e per conseguenza le iguali porzioni dell'asse come si vogliano minime, non mai tutte le applicate della parabola saranno in arimmetica proporzione, ma quelle sole, che dipenderanno da' numeri quadrati delle particelle minime (o siano indivisibili, come al Monforte piace di nominare) dell'asse, che fra di loro sempre sono poste in disuguali distanze denominate da' numeri impari: benche quelle infinite possino essere, e le particelle dell'asse sempre vie piu minime per una continua divisione, che si può intendere della sopradetta linea perpendicolare per lo vertice della parabola o dell'unità del paramento determinato.

E passando ad esaminare per lo loro principal riflesso le poco fa notate parole della mentovata Lettera, e spezialmente ove si legge; *In questa però della quale V. S. si serve vengono considerate quelle applicate sole che cadono in que' luoghi dell'asse, che sono designati da' numeri impari* ec. Io senza fallo mi persuado, che quando il Monforte ciò scrisse, volle intendere delle applicate a i punti dell'asse, i quali vengono a terminare le porzioni ascisse dinominate da' numeri quadrati: cioè le sole applicate nel termine della prima unità, della quarta, della nona, della decimasesta ec., che sono fra di loro distanti per una porzione d'asse denominata da' numeri impari 3., 5., 7., 9. ec., come poco appresso lo dichiara piu apertamente nel *V. Articolo*, in cui dice; *Per pruova di cio prendasi l'applicata convenievte alla sua ipotesi*; Ma se mai cotal credenza egli avesse, oltremodo s'ingannerebbe; Poiche l'Autore del libro, supponendo il suo Metodo generale per l'invenzione di tutte le medie, fra due quali si vogliano linee rette date: (come lo divisa in tutto il suo libro ed espressamente nelle *Proposizione V.* e *XIII.* della nuova edizione) Domandandosi, per esempio, le due medie, delle quali in virtù del metodo, una sarà l'applicata all'asse della parabola, e l'altra la corrispondente ascissa, n'avverrebbe, che nel caso che le due medie siano irrazionali (come accade, quando le date non sono fra di loro come numero cubo a numero cubo) non potersi le due medie irrazionali per lo detto metodo ritrovare; come ne meno si troverebbono le due medie razionali fra

due

due numeri dati, che siano come numero cubo a numero cubo, che non abbiano per esponenti della loro ragione l'unità ed un intero numero cubico; ma ritrovarsi solamente, o per me' dire, supponersi per lo metodo come trovate le sole due medie razionali fra due date, che abbiano la ragione dell'unità ad un intero numero cubico: cioè le sole razionali fra due linee che abbiano la ragione di 1, a' 8.: di 1, a' 27: di 1, a' 64, ec., che sono le applicate e l'ascisse dipendenti da' punti dell'asse 4, 9, 16, ec. che dall'Autore, quantunque infinite si supponghino, vengono stabilite per ipotesi nella construzione del problema per l'invenzione dell'altre infinite linee cubiche, quadrate, e radicali fra quelle poste; come a cagion d'esemplo sono quelle che l'Autore esprime nella sudetta *Proposizione V.*, fra la *BC*, e la *DE*: e fra la *DE*, e la *NQ*. Si renderebbe dunque secondo questa limitazione del Monforte non solo oltremodo particolare il Nuovo metodo, ma affatto inutile; perche in vigore di questa dichiarazione, si trovarebbono quelle sole medie che gia nella construzione del problema si son supposte, ed antecedentemente conosciute e ritrovate per altra strada. Quindi è che l'invenzione dell'Autore dovendosi intendere generalmente per tutte le linee date: come si vede espresso nella citata *Proposizione V.*, e nell'uso di questa nella *Proposizione XIII.* si scorge apertamente che il Monforte con le dette parole, con accorta destrezza lusingando, ha voluto distruggere in tutto quel Metodo, e quella invenzione, che poco prima su'l principio della Lettera espressamente, lodando ed ammirando, come dimostrata avea approvata: riducendola vanamente a trovar particolari medie razionali fra quelle sole linee che avranno la ragione dell'unità ad un intero numero cubico: dell'unità ad un intero numero biquadrato: ec. Come per esempio, nelle due medie, sono la radice ed il quadrato razionali fra 1, e 8.: fra 1, e 27.: fra 1, e 64: ec.: che dall'Autore non si ritrovano, ma si suppongono nella construzione della sua *Proposizione V.* per fondamento dell'invenzione dell'infinite altre razionali ed irrazionali. Onde il Monforte con la divisata esclusione o sia limitazione condanna interamente e distrugge affatto l'invenzione del Nuovo metodo, del quale Lui in vigore della sua prima proposizione, riferita nel primo Articolo della sua Lettera, dovrebbe aver l'impegno di difendere con aperte e sode dimostrazioni.

Non

Non si potrà dunque da taluno in difesa del Monforte replicare, che questi non sia cotanto disapprovatore del Nuovo metodo, che non resti il medesimo in piedi per *quelle applicate sole che cadono in que' luoghi dell'asse che sono designati da numeri impari, i quali ancora sono infiniti*; Perciocchè, rispondendo, si priegherebbe il domandarsi al Monforte: Se per mezzo di queste applicate sole, benche infinite possino essere, resti in piedi il Nuovo metodo dell'Autore, e per conseguenza utile, e di qualche vantaggio per l'invenzione delle medie, non dico fra due qualisivogliano rette date (che Lui già esclude dal Metodo, e per conseguenza dalla *Proposizione XIII.*) ma fra le dette particolari applicate ne' luoghi dell'asse, che sono designati da' numeri impari) che Lui acchiude nel Metodo, e nella citata *Proposizione*) E se a tal domanda, rispondendo, dirà, mainò: verrà a contradire a se stesso, ed a ciò che nel principio della Lettera avea indistintamente approvato per vero e per dimostrato: come generalmente dall'Autore si vede proposto nelle mentovate *Proposizioni V.* e *XIII.*, e se allo 'ncontro dirà, maisì: verrà chiaramente a manifestarsi per poco pratico, per non dir altro, de' modi di conoscere e ben distinguere le verità ed i matematici raziocinj: confondendo l'ipotesi con le conseguenze, e le construzzioni, che si suppongono per la soluzion del problema, con la verità principale che si propone di ritrovare. Ma essendo egli senza dubbio costretto a rispondere per questa seconda parte affirmativa, restringendo l'invenzione a casi cotanto particolari ed inutili, come di sopra largamente si è divisato (perche altrimenti avrebbe l'invenzion dell'Autore generalmente disapprovata, e non già limitata) mostra senza fallo di non conoscere, e di confondere la construzione per l'invenzion di ciò che si cerca nel problema, con la cosa principale che per mezzo di quella si va trovanno; errore che da' Scolastici, Petizion di principio vien nominato.

E riflettendo di nuovo, e spezialmente a quelle parole del *IV. Articolo* della Lettera, di già addotte, con le quali asserisce, che i luoghi dell'asse designati da' numeri impari siano ancora infiniti: *A causa che l'unità con la quale si disegna il parametro puol anche concepirsi divisa in parti indivisibili, come l'istesso parametro in quella espresso*; Alle quali parole, intendendosi replicato tutto ciò che di sopra con altra occasione contro delle arimmetiche proporzionali applicate alla parabola, si è risposto e ponderato, si soggiunge, domandandosi al Monforte: se supponendosi l'unità, o sia il parametro, ridotta all'ultime parti indivisibili (che Lui nomina), possa mai aver uso nella construzione, e nella soluzion de' problemi, per mezzo de' quali dall'Autore si pretende di trovar medie proporzionali fra due qualisivogliano rette determinate: come di ragion si richiede, e dall'Autore medesimo si dichiara nelle sue proposizioni.

Inferisce finalmente nello stesso *Articolo IV.* dicendo; *Ond'è che l'opposizioni fatte sopra altre ipotesi non sono applicabili alla sua, come si vede manifestamente, che servendosi gli Oppositori d'una applicata, che cade nel punto dell'asse segnato del numero 2., il quale non è degl'impari, ne risulta per applicata* $\sqrt{2}$, *e poi seguendo il supposto degli medesimi Oppositori, ne nasce, che li triangoli, li quali si figurano che siano simili, abbiano i lati omologi,* 1, 3, $\sqrt{8}$ — 1, 7, *ovvero* 3, 1, 7, $\sqrt{8}$ — 1, *locche è chiaramente contro gli Elementi della Geometria, come ogni uno può conoscere dalla dimostrazione della* X. *Proposizione del* X. *di Euclide, e tutto ciò nasce dall'aversi scelta tra l'infinite quella che non conviene alla sua ipotesi per la risoluzione de' problemi che si ha proposti.* Nel qual luogo piu che in ogni altro traluce oltremodo un accortissima destrezza, per non dire malvaggità, dell'Autore della Lettera; Poiche con le notate sue parole, credendo far dimostranza di deludere le opposizioni fatte da' primi Oppositori, che nel libro si leggono, per avventura una doppia finissima arte egli usa, con la quale follemente lusingandosi di far credere al vulgo, ed a' meno intendenti, essersi in grave errore dagli Oppositori inciampato, crede il buon Uomo far dimostramento di attribuire a i medesimi un assurdo contro agli Elementi di Euclide; ed in effetto con istudiato artificio, o per me' dire, con poco, anzi niente accorta malizia, viene a proponerlo contro al Nuovo metodo dell'Autore, di cui Lui vorrebbe esser riputato difensore, ma non approvatore, over pure esser creduto mallevadore, ma in effetto per modo veruno non esserci; Imperciocchè l'assurdo, che Lui inferisce contro alla falsa proporzione 1, 3, : :, $\sqrt{8}$, —, 1, 7, (dagli Oppositori, come assurda supposta e riconosciuta: come quella che dipendea da' triangoli, che non possono esser retti

li-

linei, come dall'Autore in virtù della construzione della sua *V. Proposizione* conceder si debbono) lo propone per altro fondamento: cioè contro alla *Proposizione X.* del *X.* di Euclide, o sia per via diversa da quella per la quale si notava dagli Oppositori, che l'inferivano contro alla *Proposizione XVI.* del *VI.* E ciò fa per due maliziosissimi fini. Primo per non comparire contro al suo intento scoverto disapprovatore dell'invenzione del Nuovo metodo, contro del quale veracemente il riferito assurdo (ed altri simiglievoli che inferir si potrebbono) l'Autor della Lettera artificiosamente viene a scagliare: come si scorge apertamente dagl'intendenti. Secondo per dare ad intendere alla turba de' meno intesi di questa Scienza, che lo sbaglio contro di Euclide sia peravventura preso dagli Oppositori, che per mezzo de' triangoli, ch'essi figurano di lati omologi (come Lui dice) incorrano in assurdi; Credendo il mal consigliato dipingergli presso del Vulgo cotanto deboli, che possino errare su le prime fondamenta di cotal Scienza. Ma costoro, quantunque in cotesta occasione si sien mostrati modesti; (perciocchè cotali il loro dovere e la bisogna gli costrigneva) fan sapere al Monforte, che son più forti di ciò ch'ei crede, almeno perche han saputo conoscere il suo debole, così nella presente occasione, come nelle preterite, nelle qnali vanamente si è lusingato, che abbian peravventura creduto per nuovi que' ingegnosissimi ritrovamenti, e le magnifiche invenzioni d'egli da molto tempo prima da' loro veraci Autori divulgati Micrometri, e di già molti anni avanti pretese scoperte delle parallassi delle Stelle fisse, e modi da misurar la terra e i corpi celesti, ed altre dottrine da Lui riferite peravventura come cose nuove; e che abbian ricevuto per utile e vantagevole alla pratica la sua rinomata Trigonomatria *Geometricè exhibita absque usu tabularum*: che non contiene più di ciò che si raccoglie dall'antica dottrina Geometrica-teorica de i Dati di Euclide, largamente poi divisata dal Gran Francesco Vieta nel *cap.* 19. del *lib.* 8. delle Varie Risposte Matematiche, e da altri Autori: che discendendosi poi alla pratica di determinar per numeri le ragioni degli angoli per la misura de' triangoli (ciò che comunemente vuol dire Trigonometria) per isfuggir l'uso delle tavole, che supponendo il raggio del cerchio diviso in 10000000. parti iguali, oltremodo si avvicinano alla verità delle mentovate ragioni, che quasi sempre sono incommensurabili, si riduce all'antico uso di misurare per mezzo del vulgatissimo quadrato geometrico, nel quale il lato, o sia il raggio del cerchio, che si può intendere, si suppone diviso in 1000. parti iguali: che presso gl'intendenti, vuol dire, servirsi di tavole assai più imperfettissime: come si vede nell'Opuscolo dato alle stampe, non già dall'Autore, ma dal dottissimo Sig. Luca Tozzi nell'anno 1704.

Siegue nel *V. Articolo* con queste parole; *Per pruova di ciò prendasi l'applicata conveniente alla sua ipotesi, e sia per esempio quella che si fa nel punto dell'asse indicata dal secondo impare 3, la quale è 2, il suo quadrato è 4: onde il cubo sarà 8, in tutto come V. S. dimostra, e sempre si trovano vere le sue proposizioni, quandoche prendano l'applicata a i luoghi convenienti.* Con le quali, dubbitando peravventura l'Autor della Lettera, che i suoi giudicj di sopra con idee cotanto fra di loro contrarie, e con istudiate parole pronunziati, non avessero a cagionargli alcun pregiudicio coll'esser riputato scoperto approvator generale del Nuovo metodo; credendo di coprirsi con cautela, si discuopre in questo *Articolo* a tutti manifesto disapprovatore del Metodo generale, ed approvatore evidente in particolare; onde si conferma poco intendente discernitore della construzione, che si suppone per l'invenzione del Metodo, dall'invenzione principale che si propone; dichiarando apertamente in questo *Articolo* sempre vere le proposizioni del Nuovo Metodo; e perciò ritrovarsi non già supponersi la radice 2, il quadrato 4, ed il cubo 8, che lui adduce a cagion d'esemplo: e così dell'altre applicate a' luoghi convenienti dell'asse: come di sopra in risposta del *IV. Articolo* largamente si è divisato.

E lasciando il *VI. Articolo*, nel quale con vane ragioni non lascia d'infingersi affettati e fallacissimi argomenti, per mezzo de' quali pretende di far credere, che l'Autor medesimo abbia voluto intendere il suo Metodo per le sole ordinate a' numeri impari dell'asse, escludendo tutte le altre applicate a' numeri pari (per servirmi della sua frase): cosa che non mai esso Autore si ha potuto immaginare, o giammai ha potuto aver in animo di dover dire, fo passaggio all'altro *Articolo* della Lettera.

Nell'*Articolo VII.* si legge così; *È similmente ingegnosa e dotta la ri-*

risposta, *che V. S. ha fatta all'altra opposizione con la quale si pretendea provare*, *che li cubi non potessero terminare nelle rette stabilite per loro limiti*, *e perciò a loro arbitrio alzavano alcune linee*, *che facessero angoli acuti con le applicate alla parabola*, *prodotte sino alle linee*, *termini de' cubi*; *perche quando queste linee*, *formano gl'angoli che gli avversarj a loro arbitrio vogliono*, *potrà un'altro dire*, *che in vece d'angoli acuti li vuole retti*, *e quando questa linea poi avesse da essere il termine de' cubi*, *ne seguirebbe*, *che cubi di radici diverse*, *dovessero essere tra loro uguali*, *lo che è impossibile*. *Dunque bisogna*, *che quelle rette non si piglino a caso*, *ma debbano passare per li punti stabiliti per i termini de' cubi*. O quante belle riflessioni potrebbon farsi contro alla graziosa difesa che il Monforte in questo *Articolo* si è studiato di fare, non sò se contro agli Oppositori, ovver pure contro a se stesso. Basterà per ora il replicarsi che se un'altro alla supposizione arbitraria, o sia geometrica construzione degli Oppositori (con la quale mediante l'angolo acuto, che geometricamente s'intende descritto, discuoprono la fallacia dell'argomento della *Proposizione V.* dell'Autore) rispondendo non volesse le notate linee che facciano angoli acuti con le applicate allungate ec., ma che con queste formino angoli retti: si direbbe esser Costui un innocente, per non dire indotto dell'arte di argomentare in Geometria: e che perciò erri in Logica, ed in Matematica: e che non sappia ancora che le construzioni in Geometria (purche non siano impossibili) per le quali si cerchi di dimostrare una verità, o una falsità nascosta, sieno, a guisa de' mezzi termini, riserbate al solo arbitrio di chi argomenta, indirizzate al solo fine, che si cerca; e che in cotal forma opponendosi, sia lo stesso, che opporsi a tutti i Matematici, fino allo stesso Euclide nella maggior parte de' suoi Teoremi, ne i quali per dimostrare le verità, che in quelli propone, si avvale di particolari ed arbitrarie construzioni; Come a cagion d'esempio, tralasciando infinite altre, nella *Proposizione* 32. del 1. *libro* degli *Elementi*, nella quale Euclide, volendo dimostrare che in ogni triangolo, gli angoli insieme siano iguali a due angoli retti, taluno gl'impedisse, o gli turbasse la construzione, che antipone per far chiara la sua dimostrazione (nella quale a suo arbitrio, vuole, che si tiri da uno degli angoli del triangolo una paralella al lato oppofto) dicendogli, non volerla altrimenti paralella, ma obbliqua al lato predetto ec. Si dimanda al degnissimo Autor della Lettera, che cosa a costui giammai risponderebbe? Certamente, che chi risponde in cotal forma sia poco pratico in Geometria, e che non intenda il modo, e le fondamenta di argomentare non solo in Matematica, ma in tutte le Discipline, nelle quali si tratti di scoprire un errore,o una verità nascosta di che che sia. Errò dunque il Monforte in Logica, e spezialmente nelle fondamenta di ragionare in Geometria,quando,simiglievoli opposizioni inventando, scrisse cotesto *Articolo* della sua Lettera;e ciò non si dice autorevolmente nelle brigate ove non sia professore che ascolti: come tal volta il Monforte censurando si fe sentire:ma costantemente si scrive a gli intendenti; Or questo sì che potrebbe dirsi errore contro degli Elementi della Geometria,e non già il decantato assurdo, peravventura figurato preso dagli Oppositori contro la *Proposizione X.* del *X.*

L'*Articolo VIII.* seguente, che comincia; *Per quel ch'altri dicono* ec., contenendo ragionevoli risposte ad Opposizioni d'Altri, non mai da' primi Oppositori intese, non che approvate, si passa al seguente *Articolo*.

Nell'*Articolo IX.* si legge; *Con gl'istessi principj ha dottissimamente sciolte tutte le altre opposizioni, che nascono dall'aver quelli fatte le applicate a loro modo, e non secondo la descrizione fatta ad imitazione di Galileo, ma da V.S. ridotta a Geometrica,considerando l'asse della parabola diviso secondo l'ordine de' numeri impari dell'unità, e la paralella all'applicate divise in parti uguali, lasciando da parte ogni considerazione de' corpi, e de' loro moti*. Il Monforte, avendo di già negli *Articoli* antecedenti con la detta sua limitazione distrutta affatto tutta l'invenzione del Nuovo Metodo, come di sopra si è dimostrato, dichiara su'l principio di questo *Articolo*, sciolte tutte le altre Opposizioni; e ciò secondo il divisato suo parere, da noi non si niega; Poiche in vigore della sua limitazione, non restando in piedi per niuna parte il Metodo, manca per conseguenza agli Oppositori, ed alla contesa, il soggetto di cui si tratta.

Siegue poi nel medesimo *Articolo*, dichiarando, la parabola del Galileo dall'Autore del Metodo essersi ridotta a Geometrica; Suppone dunque, la prima esser Meccanica, e la seconda Geometrica,

metrica, avvegnachè descritta ad imitazion della prima; e la ragione, che ne adduce si è: che quella del Galileo dipenda *dalla considerazione de' moti de' corpi*, e quella del Nuovo Metodo dalla *considerazione dell'asse della parabola diviso secondo l'ordine de' numeri impari dell'unità, e della parallela all'applicate divise in parti uguali*: come in questo *Articolo* si legge: benchè l'Autore nella I. Proposizione del suo libro la consideri eziandio descritta dalla considerazione de' moti de' corpi. Nel qual luogo, rispondendo, si nota, che le mentovate parabole, essenzialmente convenghino nell'invenzione della lor descrizione, e per conseguenza nella lor perfezione; Perciocchè per l'uno e per l'altro modo igualmente si vengono a ritrovare infiniti punti, che appartengono alla parabola geometrica apolloniana: come dal Galileo medesimo si dimostra nella Proposizione prima del Dialogo quarto delle Nuove Scienze; onde l'abbaglio del giudicio dipende dal supponere l'Autor della Lettera, che la prima, intendendosi descritta dalla considerazione de' moti de' corpi, sii meccanica, e la seconda per via d'intersecazione di linee rette, divenghi geometrica; quando per via dell'una e dell'altra descrizione, che semplicemente si considera, e s'intende con chiarezza, si conseguisce ugualmente lo stesso effetto dell'invenzione degl'infiniti punti appartenenti alla parabola geometrica, mediante la considerazione, nell'uno e nell'altro modo, usata dell'intersecazione delle tante volte mentovate linee prependicolari ed applicate tirate ec., che dal Galileo s'intendono geometricamente designate per determinare le direzioni e le quantità de' moti, de' tempi, de' spazj ec., per le sue ammirabili speculazioni intorno al moto: come si può riconoscere nel luogo sopracitato, ed altrove. Senzachè ogni linea geometrica, nella sua invenzione, si deve intendere come designata, o prodotta da moti de' punti geometrici, che ne' corpi si possono ad arbitrio considerare.

Si da finalmente termine alle Osservazioni su questa Lettera: facendo una sola riflessione sopra tutti gli *Articoli*, che rimangono; cioè, che lo Scrittore di essi, mostrando che tutti i cubi dell'ordinate alla divisata parabola cubica, il cui parametro sia preso per unità, siano in arimmetica proporzione, ha voluto

luto peravventura con artificiosa industria dar'un saggio a'Professori, che Lui, conoscendo i veri luoghi del proposto Problema delle medie continue proporzionali fra due linee date, con la sua Lettera non abbia potuto generalmente approvare il Nuovo Metodo: come per utile e per vero l'avea approvato ne' divisati casi particolari: ne' quali Egli ha certamente errato, come parimente in più d'un'altro luogo è caduto in errori, secondo ciò che di sopra con evidenza largamente si è dimostrato.

In Napoli 11. di Novembre 1715.

F I N E.