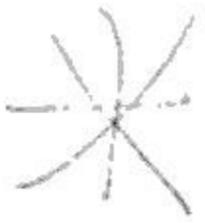


ISTITUTO DI
UNIVER. DI ROMA
Fondazione
G. Gentile
2155
FILOSOFIA
BIBLIOTECA



Gr. V 4666

RM 5800 2155

خودن

DIALOGHI

DI

PAOLO-MATTIA D'ORIA

Ne' quali, rispondendosi ad un' Articolo de' Signori
 Autori degli Atti di Lipsia, s'insegna l'arte di es-
 aminare una Dimostrazione Geometrica,
 e di dedurre dalla Geometria Sinteti-
 ca la conoscenza del Vero, e del
 Falso; ed in conseguenza di
 ciò si esamina l'Algebra,
 ed i nuovi Metodi
 de' Moderni.

te,
te,
te,
te,

**AMSTERDAM, MDCCXVIII.***Mese di Maggio,*

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100

100



Redevo in vero, che per molto che un Problema Geometrico fosse capace di ritrovare le menti de' matematici prevenute del contrario, non mai li veri matematici potessero senza taccia d' errore dichiararlo vero, o falso, senza seriamente esaminarne il valore: mà mi sono di sì fatto sentimento disingannato, quando dopo aver la seconda volta pubblicato in Anversa nell' anno 1715. il mio Nuovo Metodo, per trovare, frà due linee rette date infinite medie continue proporzionali, hò visto, che poco men, che tutt' i matematici atterriti dal solo vedere escluse da questo Problema le curve, e sostituite à quelle le linee rette, non han dato più verun luogo, nella lor mente, alla Dimostrazione Geometrica, mà senza nè pure esaminarlo, come un vano attentato, come un mostruoso capriccio, l' hanno a i dotti, ed al volgo dipinto.

Mà magior meraviglia hammi recato il vedere una sì Dotta, e Celebre Società, quanto è quella di Lipsia, urtare nel medesimo scoglio, nel quale hanno rotto molti particolari per modo, che senz' esaminare nè la mia Ipotesi, nè le mie dimostrazioni, negli di loro Atti del 1717. hanno della mia Invenzione con termini men che civili, dato a i meno intesi in Matematica una idea poco à me van-

†

ta-

tagiosa, ed in tutto dal vero lontana: quel che reca non solo maraviglia, mà stupore, l'hanno con sì fatti improprij colori al Mondo dipinta nel tempo stesso, nel quale essi medesimi si protestano di non averla esaminata.

In vero l'autorità di una tanto Celebre Società, quanto è quella de' Signori Autori degli Atti di Lipsia, averebbe potuto dissuamarmi, e far sì, che io mi ritraessi dal sostener la mia Opera, per timore di non espor mi alla taccia de' meno dotti, appo i quali la ragione non puol mai prevalere all' autorità, ma quella immutabile legge di natura, la quale con decreto inviolabile ordina, che a lungo andare almeno, sempre il vero trionfi delle passioni, e dell'ignoranza è quella, la quale mi ha fatto superare qualunque sentimento di timore, che l'immagine de' biasmi, e de' dispreggi de i meno intesi mi potevano ispirare; oltre a ciò bammi apprestato non lieve soccorso la considerazione, cioè, che le altre Accademie, ed Università d'Europa non mancano d'uomini dotti, e di passioni liberi, i quali vedendo, che io assalito da buon numero d'oppositiori, e da una intiera Società insultato, non solo non mi ritraggo dal sostenere il mio Metodo, ma che a tutti rispondo, non vorranno certamente credere in me tanta deformità di mente, che vaglia a non farmi conoscere un errore additatomi in Geometria, e
per—

perciò prenderanno ad esaminarlo seriamente, e con Metodo Sintetico, ed esaminandolo sono certo, che lo troveranno vero, ed insufficienti le obiezioni, e che conosceranno essere di mostruose contraddizioni ripiena la Relazione de' Signori Autori degli Atti.

Queste sì fatte mostruose contraddizioni dunque nel ragionare, le quali si osservano nel giudizio di una intiera Società, sono altresì quelle, le quali mi hanno indotto à meditare un poco sopra la cagione, per la quale à nostri giorni è così divenuto infermo il Raziocinio Geometrico, che ormai si vede quasi ridotta al Scetticismo la Geometria; e sì meditando, mi è paruto, poter stabilire per certo, che il modo negligente, e trascurato, col quale si studia la Geometria Sintetica, e l'immoderato uso, che si fa dell' Algebra, e la soverchia facilità colla quale si ammettono per geometrici alcuni nuovi metodi da moderni inventati, siano stati quelli, che hanno arrecato al Mondo il gran danno di fare, che la Geometria non frutti più l'arte di distinguere con sicurezza il vero dal falso; però mi sono affaticato in questa Mia Opera di fare da Metafisico, come una specie di commento sopra le proposizioni di Euclide, e sopra il Metodo, che nell'ordine di quelle Euclide tiene; ed in conseguenza di ciò, spero haver dimostrato, che dalla so-

la Geometria Sintetica con buon ordine, e con vero Metodo studiata si può questo gran' vantaggio, di distinguere con sicurezza il vero dal falso, dedurre; ed in conseguenza di ciò facendomi in tutto dalla parte degli antichi mi sono studiato di far conoscere, per quanto da mè si può, con evidenti ragioni, che la sola Geometria Sintetica è la vera disciplina della mente umana, siccome volevano gli Antichi; e che non solo l'Algebra è in qualche cosa mancante, mà che l'uso di essa è al buon raziocinio della mente umana pernicioso; e che alcuni metodi da moderni inventati sono falsi; e che la descrizione delle linee curve non è geometrica.

E perchè frà le altre cose, delle quali mi accusano i Signori Autori degli Atti di Lipsia, una è d'aver parlato nella Prefazione al mio Nuovo Metodo Cothurno Linguae, com'essi dicono, hò risoluto di scrivere Lingua Socchi, quantunque mi sembri, che la Geometria sia materia da Coturno, e non da Socco; e perciò le da me dette considerazioni sopra la Geometria scrivo in forma di Dialogo.

Nel Primo de' quali con brevissimo discorso dimostro le moltissime contraddizioni, nelle quali sono inciampati i Signori Autori degli Atti di Lipsia, il mio Nuovo Metodo narrando.

Nel

Nel Secondo mi affatico di far conoscere al mio Giovane Interlocutore, che la Geometria Sintetica è la sola, e vera disciplina della mente umana; esaminino i difetti, che sono nell' Algebra, ed in alcuni nuovi metodi de' moderni; ed oltre à ciò fò conoscere, che l'uso dell' una, e degli altri l'umano raziocinio guastano, e corrompono; e per ciò fare introduco il mio Giovane Interlocutore à riflettere per lo mezzo di continue reminiscenze sopra di quello, che la sua mente ha fatto, quando ha studiato la Geometria, e faccio, che da se stesso formi l' Idea del vero, e del falso: egli è ben' vero però, ch' è da sapersi, che per queste reminiscenze, che io faccio praticare al mio Giovane Interlocutore, non intendo quelle che intende Platone, cioè quelle, che secondo lui l'anima ha avuto per tutta l' Eternità, mà intendo quelle, che l'anima da Iddio creata hà acquistate, dopò ch' è entrata nel corpo.

Nel Terzo Dialogo faccio dal mio Giovane Interlocutore stabilire le leggi, colle quali sole si può opponere nell' esame di una proposizione geometrica, e con quelle sì fatte leggi faccio, che esaminino il mio Nuovo Metodo, che à lui di bel nuovo dimostro in Epilogo, e senz' avvalermi del Metodo degl' Indivisibili, per compiacere al genio de' Signori Autori degli Atti, i quali lo hanno dichiarato infantiam

Geometriæ, come si vede nella loro Relazione, che io medesimo hò fatto imprimere, acciò non manchi a chiunque vorrà leggere questa mia Opera. Poscia narro in breve le obbiezioni, che questo mio Nuovo Metodo ha ricevute, e le narro a cagione, che i Signori Autori degli Atti hanno fatto di quelle menzione nella di loro Relazione, lasciando indeciso un punto tanto importante in Geometria, quanto è quello di vedere, se opponendo i miei Contrarj abbiano seguito, o no la mia Ipotesi. Indi faccio, che il mio Giovane Interlocutore faccia esso stesso delle nuove opposizioni al mio Metodo, alle quali sodisfacendo io l'introduco a riflettere sopra la cagione de' suoi errori. Finalmente le prescrivo un Metodo di studiare le scienze valevole, à mio credere, à formar l'uomo ugualmente dotto, che costumato, e a farlo divenire ugualmente utile a se stesso, che alla Repubblica, e per esercitarla in quel Metodo, che per studiare la Geometria hò a lui prescritto, li propongo un Problema Geometrico da risolvere.

Questa è l'idea in generale della mia Opera, della quale non posso sperare verun'approvazione, sendo troppo l'interesse, che una gran parte de' matematici banno di sostenere il credito dell'Algebra, de' nuovi metodi, e delle curve; cose tutte, sopra delle quali han fabbricato la mole della loro gloria. Potrà

trò bensì dagli Indifferenti sperare qualche giustizia, ed à tal fine mi sono affaticato in questi Dialoghi di somministrare l' arte di conoscere con sicurezza il vero, ed il falso, e di esaminare una proposizione geometrica, a quelli, i quali solamente abbiano ben studiato gli Elementi di Euclide, per renderli in questa guisa sufficienti à fare l' officio di Giudici frà mè, ed i loro maestri; la qual cosa potrà agevolmente riuscirci con quelli, i quali non vogliono, iurare in verbo Magistri, come si suol dire, ciò ch'è un gravissimo peccato in una scienza, come la Geometria, nella quale i discepoli di dotto, ed onorato maestro, devono essere ugualmente dotti, che quello in quelle cose medesime, le quali da esso apprendono.

Se avverrà dunque, che le verità, le quali io alla di lor mente appresento, vogliano con animo indifferente esaminare, maggiore sarà il loro utile, che il mio, ed in caso, che il contrario avvenga, dirò quello, che disse il Celebre, e non mai à bastanza lodato fù Sig. D. Giovan Vincenzo Gravina nelli Iambi à me diretti, i quali si leggono nella fronte delle di lui dottissime Tragedie stampate in Nap. l'anno 1717.

Sed, si saluti præferent amentiam,

Delirij frustra, ut lubet, suis.

Nos certè eorum non egemus laudibus,

Qui.

Qui judicarunt antequam cognoscerent.
Ineruditis, namque, qui non displicet,
Placere doctis ille ne speraverit.

E potrò a buona ragione dire, che poco curo di dispiacere agli Ineruditi, perchè se il mio Metodo non piacerà alla moltitudine, egli hà piaciuto al Celebre fù Sig. Monforte, il quale lo ha attestato in una sua lettera, la quale si legge impressa col mio Nuovo Metodo; quale Approvazione deve bastare a quelli, che giudicano dall' autorità, per rendersi certi della verità delle mie proposizioni, perchè la fama, che hà di Matematico in Europa, le Dottissime di lui Opere, che vanno per le mani de' letterati, e quelle, che postume di lui si stampano, fanno bastantemente conoscere, ch' egli non poteva errare in Geometria, tanto più quando esaminava le altrui proposizioni, nell' esame delle quali non poteva avere altra passione, che quella dell' amore del vero; ed oltre a ciò sono certo, che non dispiacerà a tutti quelli, li quali la forza della Dimostrazione Geometrica non hanno obliato.

Così vestendo io nell' animo questi sì fatti sentimenti, non mi recarà maraviglia qualunque rivoluzione, che produrrà nella Repubblica Letteria questa mia Opera, la quale come che offenda à dirittura l' amor proprio di molti, può altresì
à po-

à pochi piacere; con tutto ciò qualunque cosa, che contro quello, che io dico dell' Algebra, de' nuovi metodi, e delle curve, vogliano dire, mai diranno cosa, che vaglia, se non dimostreranno falso il mio Nuovo Metodo, perchè se questo è vero, come certamente lo è, le curve sono inutili, e non sono geometriche. L' Algebra, ed i nuovi metodi sono inefficaci, perchè per mezzo di quelli, non si è ritrovato questo gran Problema, nè mai si poteva per mezzo di quelli ritrovare; onde questa è una pruova sensibile di quanto nel secondo Dialogo dimostro con vere ragioni contro l' Algebra, e contro i nuovi metodi, e contro le curve.

All' incontro se dimostreranno per falso il mio Nuovo Metodo, io non prenderò briga per difendere le mie proposizioni, nè m' impegnarò à sostenere il falso in Geometria per avvalorare quel Scetticismo, che i falsi geometri vorrebbero introdurre in questa pura scienza. Se poi i miei contrarj, attaccandosi, come si suol dire, alli specchi, vorranno notarmi qualche errore ne' termini, o qualche errore nelle formole di parlare, o qualche difetto di replicazione di cose, o qualche errore nell' arte del Dialogo, li fo sapere, che questi Dialoghi li hò dettati in fretta, e come ragionassi, e spesse volte alla presenza di molti miei amici, i quali sogliono spesso venire a favorirmi in mia casa; per la qual
casa

*cosa di sì fatti errori son degno di scusa, e se vor-
ranno poi con indifferenza d'animo attendere alla
sostanza delle cose, spero, che non troveranno di che
riprendermi, la qual cosa vederanno se attentamen-
te, e con animo indifferente li leggeranno, &c.*



DIA

DIALOGO PRIMO.

INTERLOCUTORI

Doria, e Filotimo.

Fil. **N**Oi siamo a mal partito Signor Doria. Quel Metodo, che m'avete asserito per vero, è stato preso con disprezzo da una Celebre Società d'Europa.

Dor. E come! E da quale?

Fil. Dalli Signori Autori degli atti degli Eruditi di Lipsia, vi par poco?

Dor. Mi par molto. Perche cotesta Società è stata sempre reputata prodiga di lode, e mai avara; anzi di questo difetto, è stata sovente volte tacciata. Or mentre muta il suo solito costume per mia cagione, qualche grande argomento la muove. Ma ditemi? Formano eglino maturo giudizio della mia opera? Additano in quella alcun errore?

Fil. Non saprei dirlo; perche non assegnano error; ma narrano la vostra opera con termini di positivo disprezzo: ed è così confusa la narrazione, che non si può intendere, se fanno da semplici Relatori, o da Giudici. Il certo si è, che vi bisogna usare un poco di morale, ed armarvi di pazienza.

Dor. Potete credere, che queste cose non mi giungono nuove; perche, nella Prefazione al mio Nuovo Metodo, ho riferiti li pensieri di Monsieur Pascal, il quale dice, ragionando dell'aversità, che soffrono gl'Inventori di nuove cose, che quelli sono costretti ad accostumare il lor animo sino a vedersi trattati da Visionarij. *Tela prævisa minus feriunt.*

Fil. Non volevo dirvelo. Ma giacchè vi vedo d'animo ben disposto a sofferire, vi dico, che poco men, che da Visionario vi trattano: perche sempre delle vostre cose ragionando, usano il seguente termine cioè, *ut illi persuajum est*, quasi dir volessero, che voi solo siete persuaso, e non a ragione, delle vostre cose, ciò che, con termini discreti vuol dire Visionario.

A

Dor.

Dor. Tutto ciò però gratis, e senz'assegnar ragione di quel, che dicono. Non è così?

Fil. Parlano, come vi ho detto, confusamente, di modo che, non si sa, se fanno l'ufficio di Relatori, o di Giudici. Se mirate il disprezzo, col quale parlano della vostra opera, sembra, che la facciano da Giudici, perche è certissimo, che una Società non può dichiarar sciocca una invenzione, senza prima averla esattamente considerata: ma se considerate poi l'entrare, e le uscite, che fanno nel modo di ragionare, sembra, che la facciano da semplici Relatori. Ma poscia vi è un luogo, nel quale pare, che vi facciano una breve opposizione: imperochè parlando della obbiezione prima de' vostri contrari, soggiungono. *Cui addi poterat.* Alla fine io non l'intendo.

Dor. Oh, questo, che mi accennate dell'obbiezione, muove tanto più la mia curiosità, quanto meno curo li disprezzi senza fondamento fattimi. Di grazia lasciate, che io vegga il libro.

Fil. Io non volevo darvelo; ma giacchè così volete, eccolo, e leggiamolo insieme, che per alleviarvi la fatica, ho già notati i luoghi, ne i quali vi tacciano.

Dor. Leggiamo dunque sul principio questi sì fatti luoghi.

Fil. Li Signori Autori degli atti degli Eruditi narrano prima la vostra prefazione, e quella narrando, dicono, che avete condannato li Nuovi Metodi delle straniere Nazioni, *deinde postquam Methodum indivisibilem satis laudavit, Italos reprehendit, quod Cavalerio invidiant sua, & in aliarum Nationum Methodos tam perditè ferantur,* e terminata la narrazione della vostra prefazione, prosiegua con queste parole ingiuriose, à mio credere, al vostro costume: *Quæ, & hic, & in sequentibus de Adversariis presentis inventi, deque conatibus Autoris dicuntur ea, & in illos duriora, & de se ipso magnificè magis dicta videri possint, quam Scriptorem Mathematicum decet, sed dandum aliquid rati corburno lingua, rei potius aggrediamur Caput.*

Dor. Oh, la prima scena fa comprendere chiaramente l'intrico, & il scioglimento di tutta la Favola: ciò ch'è un gran difetto della Comedia.

Fil. E come?

Dor. Non vedete, che si sono adirati meco, perche pensano, che

3
che abbia io , nella mia Prefazione condannato i Metodi degli Oltramontani, lo che chiaro si scorge in quelle parole: *Deinde postquam Methodum Indivisibilium satis laudavit , Italos reprehendit*; E più ancora in quell'altre, cioè *dandū aliquid rati cothurno lingue*. Non vedete, che in queste parole parlano a guisa di offesi, li quali vogliono benignamēte perdonare all'Offensore.
Fil. Per Dio, è verissimo . Ed avete ottimamente avvisato, che la prima scena mostra lo scioglimento della Comedia; perche finiscono la relazione del vostro Metodo , appunto appunto mordendovi per quello, che avete detto di Cavalerio. Che sia così. Nel terminare la narrazione della Vostra Invenzione, citano prima quello, che hā detto del Metodo di Cavalerio negli atti del 1686. poscia conchiudono, *Multumq; ex Methodis aliarum Nationum subsidii esse petendum , nisi quis velit à via aberrare*. Parole, che mostrano chiaramente aver essi contro di voi concepito sdegno a cagione , che avete anteposto agli altri Metodi il Metodo di Cavalerio .

Dor. Dunque l' Ira li ha mossi ? Non voglio di più; l'Ira è sufficiente ad oscurar l'intelletto ; *Impedit ira animum ne possit cernere verum*.

Fil. Ma credete voi, che l'Ira possa tanto nell'animo umano, che sia valevole a far sì , che una intiera Società ponga di banda la considerazione della propria stima, per aderire allo sdegno?

Dor. La Mente umana è , come vi ho detto più volte , a guisa del Sole , la luce del quale ogni picciolo vapore l'oscura . Il fumo delle passioni è assai denso ; ed oltre a ciò in un Problema quanto è la Duplicazione del Cubo , nel quale tutti sono prevenuti , che non possa ritrovarsi , e quasi tutti sono offesi da un poco d'Invidia , si stima fatica perduta il studiarlo ; si ammette di leggieri ogni obbezione ; si legge solamente l'idea in generale dell' opera , nè si bada alla forza delle dimostrazioni, perche si tengono certamente per false ; e quando ancora si conoscessero vere , se ne cela artificiosamente la conoscenza , acciò si fatti Metodi non siano studiati da giovani , i quali poi potessero rimproverare a loro Maestri la poco accortezza da loro usata , nell' aver trassandato principj così facili , come sono quelli , dalli quali io ho dedotta la mia novella Invenzione .

Fil. Ma voi indovinate ogni cosa , senz' aver letto la loro relazione;perche appunto appunto delle vostre proposizioni non narrano altro, che la costruzione; e delle obbiezioni de' vostri Contrarj, all'incontro , narrano ogni cosa in disteso, ciò che fa chiaramente conoscere , che veduta la supposizione , non si sono degnati di leggere le dimostrazioni .

Dor. Voi scorgete dunque sempre più le pruove della passione, che li ha mossi . Ma volete vedere fin dove giunge la passione di colui , che questa Società ha destinato ad esaminare il mio Metodo ? Egli non ha saputo nè pur leggere la prefazione ; perche se l'avesse ben letta , avrebbe veduto , che io non lodo solamente il Metodo di Cavalerio , ma Galileo , e Cavalerio , dal primo de' quali riconosco l'origine della mia invenzione : e poscia avrebbe veduto , che io non ho , nemeno per sogno , dispregiato i Metodi de' Signori Oltramontani . Che sia così : Leggete il paragrafo 21. alla mia prefazione, il quale incomincia , *più che l'Algebra poi* , e vedrete, che nomo ingegnosissimi i Metodi degli Oltramontani . E benchè dica; *Che dalla rigorosa dimostrazione si allontanano, della semplice approssimazione contentandosi* , di ciò non credo , che possano dolersi ; perche niuno de' savj , e dotti Oltramontani , che io sappia, ha preteso, che li Metodi , come sono quello degl' Infiniti Piccioli . Quello delle Differenziali, ed Integrali, siano rigorosamente geometrici , come Euclide ? Ignoro forse io i divini lumi di sapienza , che in tutte le scienze hanno sparso li Francesi , gl' Inglese , gli Olandesi , gli Alemani , e tutte le altre Nazioni ? Sarei troppo sciocco , se l'ignorassi , ma non perciò merito di essere di temerità imputato , se stimo la Geometria degli Antichi , e reputo ingegnosa sì , ma dannosa l'Algebra , e più di quella li nuovi Metodi . Ditemi un poco . Quanti sono in Francia . Quanti in Inghilterra ancora oggi di , che si fanno dalla parte degli Antichi, il nuovo modo di studiare la Geometria rifiutando ? Di che si sono eglino offesi ? Forse, perche io ho detto, che non veggo andare di buon animo gl' Italiani alla scuola degli Oltramontani ? E ciò perche a me sembra, che non ne abbiano bisogno . Questa è una passione tanto naturale a tutte le Nazioni , che in tutti li secoli, una Nazione l'ha comparsa nell' altra : *voler*

Il voler tenere per forza alla scuola una Nazione , come l'Italiana, è quello , che non solo *Scriptorem Mathematicum non decet , sed tyrannicum sentit* . Ma passiamo di grazia agli altri capi , dove dite , che mi offendono ; perche , per quanto si attiene all'acere modo di rispondere da me usato verso li miei Oppositori , eglino non fanno quello , che nella Città di Napoli fra me , e quelli è accaduto , e perciò non prendo briga di dar conto a loro del modo, col quale ho scritto : lo farò forse in altra occasione, per giustificarmi in quello, che a me più preme , ch'è il costume .

Fil. Ottimamente avvivate . Proseguiamo dunque l'esame della loro critica . Essi dopo narrata la prefazione , narrano la vostra ipotesi , senza far nemeno parola , come vi ho detto, delle vostre dimostrazioni , e poscia , danno questo nobile , giudizio della vostra opera . *Et hic quidem si quorumdam talis est novitas , ut tam parum valeant ad vetera evertenda , ut tuto operoso ipsorum examine supersedere quis possit , hoc ex eorum fortasse numero est dicendum* ; E bene, che dite a questo ? Oh , quanto goderanno li nostri nemici di Geometria non intendenti , quali regolano i loro giudicj dall' altrui autorità .

Dor. Questo sì fatto giudizio è così falso in se medesimo , che si manifesta anche agli occhi de' non intendenti di Geometria , e move a riso gl'intendenti .

Fil. Perdonatemi : Li non intendenti di Geometria danno fede alle relazioni de' Professori ; e quando sentono una Società , come Lipsia, parlar di questo modo , giudicano contro di voi .

Dor. Giudicano contro di me quelli , che non hanno nè meno il naturale discorso : e volete , che velo faccia vedere con una dimostrazione niente men forte , che le Geometriche ?

Fil. Di grazia .

Dor. Credo , che ben sappiate , che il destino delle cose nuove è , che sul principio non siano intese , ne da veruno ricevute . Di ciò ne fanno fede i molti travagli , che han sofferto Copernico , Galileo Galilei , e tanti altri , che troppo lungo farebbe narrargli . Ora se avviene , che una invenzione nuova , e tanto importante , quanto è la Duplicazione del Cubo , sia approvata da un Matematico celebre , e da tutti reputato per tale,

tale , certamente deve crederfi , che questa Invenzione sia vera; Imperciòche non vi ha dubbio, che nelle nuove invenzioni, merita più fede uno , che approva , che mille , che impugnano; perche quello, il quale approva, purchè sia sufficiente, non è d'Invidia, non d'Ira, non di Prevenzione di mente , nè di altra passione sospetto : In vece che , gli Oppositori sono sempre sospetti d'Insufficienza ad intendere , d'Ira , d'Invidia, e d'altre sì fatte ree passioni . Ora il mio Metodo lo ha approvato il fu Sig. Monforte, Uomo della sufficienza del quale non poteva dubitarsi; perche oltre la fama di Matematico, che aveva per tutta l' Europa , lo stesso Celebre Signor Leibnitz l'hà lodato in molte sue lettere, quanto egli meritava; ciocchè si vedrà di breve in una Opera postuma , che di lui si dà alla luce . Ora ditemi un poco ? Questo argomento non è bastante a persuadere a quelli, che non sono intesi della Geometria, che la mia Invenzione sia vera? Certamente per saper questo non si richiede altra cosa , se non che sapere , che li dotti, e li virtuosi sono stati sempre nel Mondo minori in numero , che gl'ignoranti, e li maliziosi. Ma se li non intendenti di Geometria non vogliono credere, che la mia Invenzione sia vera, questo argomento vale almeno a provare, che non sia affatto sciocca, come la dipingono li Signori Autori . Ed acciò vediate, che li Signori Autori medesimi non mi stimano capace di dare alla luce una positiva sciocchezza, osservate, ch'essi stessi negli atti del 1716. riferendo la mia Vita Civile, nella quale non hanno creduto , che io impugnassi i Metodi de' Signori Oltramontani dicono : *Debemus, & eidem ingeniosissimo Autori, qui Neapoli ingenii, & Mathematicum scientia clarus agit librum, alium vernaculum, riflessioni intorno alla meccanica de' corpi insensibili: e del mio Metodo ragionando dicono, nec ita pridem ab amico accepimus nobile Problemata, de invenendis duabus, & infinitis mediis proportionalibus inter duas datas, soluisse.* Ora da questo certamente ne risulta un forte argomento contro di essi; Imperocchè se mi credevano nel 1716. Uomo, che *in Mathematicis disciplinis clarus agit*, come poi nel 1717. mi credono Uomo incapace d'intendere un errore in Geometria, quando mi viene additato : La qual cosa è tanto facile, come intendere , che due e tre non fanno sette . Questa è una gran
con-

contradizione, nella quale inciampano li Signori Autori.

Fil. E' verissimo: lo credo, che questa sia una Università incauta, e parziale. Volete vederne un'altra pruova? Osservate, che con fina arte rapportano quattro sole parole della lettera del Signor Monforte, nella quale egli approva la vostra opera; *Alia est*, dicono essi, *sub finem operis addita Epistola, Antonii Monforte ad Autorem, que in probanda, & extollenda inventione Doriana, occupatur.* E poscia della seconda obbiezione del Sig. Ariani ragionando, dicono: *Secunda obiectio eorumdem ad incommodum ducit*; senza niente accennare la risposta, che voi ci fate, e quella, che ci fa il Signor Monforte, nelle quali, siccome voi mi avete detto, fate ambidue conoscere, che non si è bene opposto al vostro Metodo.

Dor. Dunque vedete, che l'Ira, e la Parzialità de' Signori Autori è manifesta.

Fil. Ma sapete, che diranno al vostro argomento?

Dor. Che cosa?

Fil. Diranno, che il Monforte vi ha lusingato, come ha detto l'Ariani nella sua lettera intitolata: *Osservazioni su di una lettera del Sig. Antonio Monforte scritta al Sig. D. Paolo Mattia Doria.*

Dor. A questo ha risposto sufficientemente il Bonelli. E poscia voi ben vedete, che li Signori Giornalisti di Venezia, i quali han fatto della mia Opera al tomo 18., ed al tomo 24. una vantaggiosa relazione, nel tomo poi, che siegue, scandalizzati di quella sì fatta lettera dell'Ariani, dicono: *il Signor Monforte l'approva*; e li stessi Signori Autori di Lipsia, quantunque sdegnati contro di me, sapendo quanta forza debba fare a tutti gli uomini di giusto senno la lettera del Signor Monforte, la passano sotto silenzio bensì, ma non osano asserire ch'egli mi abbia lusingato; perche ben fanno, che questa proposizione è ingiuriosa a tutto il ceto degli uomini di lettere; non essendosi mai veduto nel Mondo un Letterato, che a solo fine di compiacere ad un'altro, approvi affirmativamente, con sua vergogna, una cosa, che conosce falsa in Geometria. Questo lo fanno i semplici Relatori, ma non gli Autori in Matematica, come il Signor Monforte, il quale ha dato troppo saggi di curar la sua fama.

Fil. Certamente. Ma a quel che io veggio, trattandosi di Giornalisti,

nalisti, avete per voi i Signori Giornalisti di Venezia, quegli hanno li Autori di Lipsia, potete contentarvi; perche li Signori Giornalisti di Venezia non sono da meno di chi, che sia, se però non s'avverasse frà gl'Italiani il detto di Tacito, che *Maior ex longinquo reverentia*.

Dor. Non hanno nemeno per loro gli Autori di Lipsia; e per farvi chiaramente conoscere ciò, vediamo, se hanno detto qualche cosa di positivo contro le mie dimostrazioni; perche delle assertive non si deve da Geometri tener conto.

Fil. Voi burlate. Per primo il giudizio, che ne fanno, dopo narrata l'idea della vostra Invenzione, cioè; *Et hìc quidem si quorumdã, &c.* pare una decisiva disapprovazione del vostro Metodo.

Dor. E' verissimo; ma in quella asseriscono senza provare, e le satire non sono mai state reputate dimostrazioni, Filotimo.

Fil. E per secondo; quando narrano le obbezzioni de' vostri Contrarj sembra, che parlino positivamente a favore de' vostri Contrarj, ed ecco le loro parole: *Summa demonstrationis hæc est CF, QL, BB sunt cubi per constructionem; si ergò intermediarum ordinatarum cubi respectivi non ad BL & LF terminentur intrà vel extrà cadent quod sanè certissimum est, quel certissimum est è affirmativo.*

Fig. 1.
alla re-
lazione
di Lip-
sia,

Dor. Volete, che vel dica: mi sembra, che abbiano voluto burlare; perche quello appunto, che hò dimostrato io, altro non è, se non che li cubi delle ordinate terminano alle due linee *BL & LF*. Li miei Oppositori dicono poi, che se non terminano alle due linee *BL & LF* termineranno dentro, o fuori delle medesime: E li Signori Autori dicono, *quod sanè certissimum est;* per Dio, hanno discoperta una gran verità, dicono, che se non è dritta, è torta, ma bisogna un poco dimostrare, che non sia dritta, come ho dimostrato io, che lo è, ed allora si potrà dire, ch'è torta.

Fil. Voi scherzate; ma andiamo un poco al sodo, perche quì non concludono ancora.

Dor. E ditemi dove concludono; perche se li Signori Autori dimostrassero essere qualche errore nelle mie dimostrazioni, io mi dolerei bensì con essi della poca cortesia, che hanno meco usata, la mia opera narrando; ma li ringrazierei dell'avvertimento, e mi ritrattarei, perche alla perfine io amo più che il
no me

avrebbero

nome di Sapiente quello di sincero; ed oltre a ciò non potrei sperare di trarre veruna gloria dal sostenere un errore; nè per l'altre opere da me fatte, ho dato io saggio di così poca mente, che non vaglia ad intendere un errore in Geometria additomi; quando, come ho già detto, questo è così facile, come intendere, che due, e tre non fan sette: per le quali cose, ogn' uno può persuadersi, che farò valevole ad intendere il mio errore, se me l'additaranno, e lo confesserò ingenuamente; perche non farebbe mia vergogna non aver io duplicato il Cubo. Giuseppe Seagliero non si recò a vergogna il ritrattarsi, dopo aver pubblicato una Quadratura di Cerchio; onde ad esempio di quel gran uomo, potrei ritrattarmi ancor io; veggiamo dunque dove additano il mio errore.

Scaliger

Fil. Additare l'errore! Non l'additano certamente; ma sembra, che approvino le obbezioni de' vostri contrarj; mentre poco dopo terminata la narrazione della prima opposizione de' vostri contrarj aggiungono questo cioè: *Cui addi poterat differentias productarum ordinarum extra, vel intra BL, & LF, Cubos terminantium posse decrescere, neque illa incommoda sequi, nisi supponatur differentiarum equalitas, quod idem est, ac supponere id, quod probari oportebat.* Queste sono le loro parole: Ora a dirvi il vero, quando in Geometria uno non solo, non oppugna la dimostrazione di un' altro, ma vi aggiunge, sembra, che intrinsecamente l'approvi, essi non impugnano l'opposizione de' vostri contrarj, ma vi aggiungono; dunque l'approvano.

*Fig. 1.
de' Sig.
Autori.*

Dor. Questo, che aggiungono li Signori Autori degl'atti, non è contro di me: e perche voi non ignorate la Geometria, ve lo farò comprendere in poche parole. Li Signori Autori dicono, che li miei oppositori potevano aggiungere, che l'ordinate o siano le applicate prodotte, potevano sempre essere una minore dell'altra, e notate, che dicono; quando però non si supponghino le differenze de' Cubi essere uguali; la qual cosa sarebbe dare per dimostrato quello, che si suppone. Ora considerate, Filotimo, che con questo non dicono essi, che le differenze de' cubi non possono essere uguali, ma che ciò si deve dimostrare; dunque non mi accusano d' avere supposto una cosa, che sia falsa; ma bensì d'aver supposto una cosa, che si doveva

B dimo-

dimostrare. E volete vedere, che di ciò mi accusano a torto; leggete la decima proposizione al mio Nuovo Metodo, e vedrete, che in quella io dimostro, che i cubi sono in proporzione Aritmetica; dunque se avessero letto la mia opera, avrebbero veduto, che questo io l'hò già dimostrato: e quando hò dimostrato, che tutti li cubi intercetti fra 1. e 8. terminano in una linea retta, la quale è un pezzo d'Ipotenufa, e che perciò sono in proporzione aritmetica, ho dimostrato, che le differenze fra i cubi, quando questi si soppongono infiniti, sono uguali; nè credevo, che io fossi obbligato a dire, che i cubi si eccedono con uguale eccesso; perche questo non s'insegna ad altri, se non a coloro, i quali non fanno, che le quantità, che sono in proporzione aritmetica, s'eccedono l'una all'altra con uguali differenze; dunque con quel *Cui addi poterat*; non approvano li Signori Autori positivamente le obbiezioni de' miei Contrarj; ma mi domandano solamente la dimostrazione d'una cosa, che non si sono avveduti, che io l'avea già dimostrato. Allora si potrebbe dire, avere essi approvato le opposizioni de' miei contrarj, quando, dopo aver narrate le opposizioni di quelli, avessero detto quel *Quod sanè certissimum est*; che hanno aggiunto alla supposizione di quelli.

Fil. Ora dite ciò, che vi pare; perche a me sembra, che chi aggiunge all'altrui opposizione, senza niente additare contro quella, approvi quanto in quella si contiene.

Dor. Dunque, voi volete, che gli Autori degl'Atti abbiano in tutti i modi approvate le obbiezioni de' miei contrarj. *relazione* Portetemi la dimostrazione di quelli, e lasciate, che io legga un poco se sono uniformi ne i loro discorsi; perche sin adesso certamente non lo sono stati.

Fil. Eccola; leggetela di grazia, tutta; acciò dal complesso di tutte le cose, vediate meglio; e leggete appresso ancora, dove rapportano le obbiezioni del Signor Intieri. *Idem agit, &c.* e vedrete che vi tacciano ancora.

Dor. Tacete di grazia; lasciatemi leggere.

Fil. Vedete dico, che vi tacciano d'aver risposto con dimostrazioni troppo lunghe. *Novas, satisfique longas demonstrationes, &c.*

Dor.

Dor. Or sù, lodato il Cielo, Filotimo: ecco che li Signori Autori non disapprovano il mio Metodo, ed in conseguenza di ciò non approvano le opposizioni de' miei contrarj.

Fil. E come?

Dor. Eccolo. Osservate di grazia, che dopo narrate tutte le obbiezioni de' miei contrarj, dicono: *Quibus omnibus idem ferè obtigit responsi. Nam præter distinctionem inter id, quod rectis convenit quæ talibus, & quæ cubis, & novis, satisque longas demonstrationes, loci cuborum rethilinei ad 1, & III obiectiones allatas, sola excusatio restat, opponentes considerare Parabolam in alia geneseos hypothesi, quam qua utitur Author. Qui ipso affirmat pro generationum diversitate contrarias Parabolas esse posse proprietates, seu potius, quod iuxta unam generationem certissimum est id in incommoda ducere, si iuxta aliam exigatur, quod quantum conveniat cum uniformi non extensorum tantum, sed & rei cuiusvis natura, alii iudicaverint;* Con queste parole, Filotimo, dicono, che contra tutte le obbiezioni a me fatte, mi rimane solamente per scusa il poter dire, che li miei oppositori non hanno seguita la mia ipotesi: *Sola excusatio restat.* E di ciò se ne rimettono al giudizio degli altri. *Alii iudicaverint.* Non è così?

Fil. Certamente.

Dor. E sapete quanto importano queste parole? Importano tanto, quanto dire; che mentre li miei oppositori non hanno ragionato sù la mia ipotesi, hanno parlato al vento, e non a me. Con questo distruggono tutto ciò, che hanno in tutta l'antecedente narrazione artificiosamente asserito per far sì, che i sciocchi formassero nel leggerla, mala Idea della mia opera, volete vedere, che è così? Voi ben sapete, che in Geometria la verità è una, e che la dimostrazione geometrica non lascia dubbio, e perciò non lascia scusa: dalle quali cose n'avviene, che se l'oppositore non si è bene opposto, rimane senza raccia la proposizione dell' Autore: e se li Signori Autori rimettono al giudizio degli altri il vedere, se li miei oppositori hanno seguito, o no la mia ipotesi, certamente non hanno giudicato, e tutte quelle prime assertive sono tumultuarie, e senza giudizio fatte. Sapete che cosa vuol dire in Matematica, non seguire l'Ipotesi dell' Autore? Questo è

giusto come se, ad un Pilota, il quale afferisse di aver trovato un nuovo cammino per andare al Giappone, passando per il Settentrione; un altro scioccamente li rispondesse, questo non può accadere; perche quãdo io vado al Giappone costeggio l'Africa, e passo per il Capo di Buona speranza: certamente il Pilota primo, ed Inventore li direbbe sdegnato, dovete considerare il nuovo cammino da me ritrovato, e non dirmi, ch'è impossibile, perche non è lo stesso, che quello, che voi fate. Ora vedete bene, gentilissimo Filotimo, che del valore delle ragioni del Pilota oppositore sono le opposizioni de' miei contrarj; e li Signori Autori dicono; *Sola excusatio restat*. Questa picciola scusa è il fondamento di tutta la mia Invenzione; perche la mia Invenzione da altro non dipende, che dalla nuova forma di costruire; e l'equivoco, che prendono li miei contrarj non dipende da altro, che dal non avere essi intesa, ne seguita la mia Ipotesi, vedete dunque, che io sono Il Pilota, che ho ritrovato il nuovo, ed incognito cammino; e li miei oppositori sono quelli, che mi vogliono strascinare per forza per la via antica senza esaminare l'utile della nuova da me ritrovata. Per Dio, Filotimo, li Signori Autori a questa scusa, doveano dire. *Magna excusatio restat, non sola*: e se essi credono picciola scusa, il non seguire, opponendo, l'altrui Ipotesi, hanno poca idea della dimostrazione geometrica. Per Dio, se questo è, si è ridotta la Geometria al Scetticismo: ed oh quanto goderebbe Sesto Empirico se fosse fra viventi, vedendo ne i modi deformi, colli quali viene trattata la Geometria, diroccati i fondamenti del vero, ed avvalorato da i Matematici, delle più celebri Università, il suo male inteso Scetticismo. Vedete dunque, che li Signori Autori di Lipsia dispregiano tumultuariamente il mio Metodo, ma non decidono intorno a quello veruna cosa: anzi di più osservate qui appresso, che si dichiarano espressamente di non averlo ben studiato; perche dopo narrata di nuovo la Idea della mia Invenzione di un modo, che sembra, che dopo averla dispregiata, vogliano pure sodisfare a quelli, nella mente de' quali tanto potesse la curiosità, che malgrado quello, che ne hanno essi detto, volessero pur studiarla. *Quibus de cetero volupe fuerit ideam formare totius inventionis*; Si protestano di non averla

averla accuratamente studiata; lo che chiaro si scorge da quello, che aggiungono: *Qui horum omnium accuratius examen inflituent, quod nobis iam permissum non est.* Ed ecco, sì come vi hò detto, che chiaramente si dichiarano di non aver esaminato il mio Metodo. Ma di grazia, vi pare, che si possa dar giudizio in materie geometriche, senza prima accuratamente esaminarle? Nò nò; li Signori Autori hanno solamente fatto del mio Metodo una relazione tumultuaria, dettata dallo sdegno, o suggerita dalla parzialità; ma non hanno fatto giudizio, gentilissimo Filotimo.

Fil. Ma Dio buono, se non hanno fatto giudizio; perche proferire incautamente quelle parole, che sembrano a prima vista decisive? *Et hic quidem si quorundam talis est novitas, ut tam parum valeant ad vetera evertenda, &c.* Questi sì fatti giudicj in cose tanto nuove, quanto sono le vostre, farli senza un profondo, e maturo esame, certamente; *Scriptorem Mathematicum non decet.*

Dor. Questo è il modo, col quale oggi viene trattata la Geometria, Filotimo mio: ora fingete di grazia, un uomo di giusto senno, il quale volesse formar giudizio del mio nuovo Metodo dalla relazion de' Signori Autori; qual giudizio porrebbe far egli dopo aver letta la di loro relazione? Certamente giudicherebbe, che detto Metodo vien vilipeso dalli Signori Autori degli atti con una sentenza *gratis facta*, ma che fin ora rimane illeso da qualsivoglia taccia d'errore; imperciocche, essi non decidono intorno all'importante punto, cioè; se li miei oppositori abbiano seguito, o nò la mia Ipotesi, ciò che rende vane tutte le opposizioni da quelli fatte, ne mostrano alcun errore nelle mie proposizioni; dunque quello. *Et hic quidem si quorundam talis est novitas, &c.* con quel che siegue; è una temeraria assertiva; ma le mie proposizioni rimangono sempre illese da taccia d'errore. Vi par egli, che chi ragiona in questa guisa possa dirsi Geometra? Ma volete vedere, che in tutti li luoghi della loro relazione asseriscono sempre, senza mai impegnarsi a tacciar me d'errore: osservate la narrazione, che fanno della lettera da me indirizzata al Signor Marchese di Salcito mio grande Amico, e vedrete, che in quella dicono, *Quo verò ab Autore seorsim edita est Epistola*

stola scripta &c. Or dovete sapere, che in quella lettera io dimostro, che il rettilineo della V. proposizione al mio Nuovo Metodo, ha le stesse proprietà della parabola cubica del secondo genere; e li Signori Autori se la passano artificialmente dicédo: *Cum enim Clar. Auctori persuasum sit potentias ordinatarū terminari ad rectas, aliter existimare non poterat;* Or da queste parole si deduce, che se sono stati cotanto arditì, che hanno dichiarato il mio Metodo indegno di esser letto, e considerato; potevano ben usare la carità col dirmi liberamente, se a ragione, o a torto sono io persuaso, che le potenze dell'ordinate terminano alle rette. Ma qual meraviglia è mai ò Filotimo, che li Signori Autori non abbiano studiato il mio Metodo, quando nè meno hanno inteso quello, che la semplice narrazione riguarda! volete vedere, ch'è così? Li Signori Autori annoverano tra miei oppositori dichiarati, il dottissimo Signor Giacinto di Cristoforo, quando io non l'hò riferito al mio Metodo, che per mio oppositore incerto, e per altrui relazione. Dicono essi di quello ragionando: *Hyacinthi enim de Christopharo impugnationes idèd omiffas ait, quod cum reliquis coinciderent;* ed io a carte 91. del mio Metodo, dichiaro espressamente di non aver potuto avere da quello medesimo le sue obbezioni. Per Dio che in questo fatto, Filotimo mio, sembra, che li Signori Autori di Lipsia siano d'intelligenza colli miei contrarj; e che qualch'uno de' miei contrarj abbia usato con essi Signori Autori di Lipsia l'istessa malizia, che usò con li Signori Giornalisti d'Italia. Perche dovete sapere, come per lo mezzo d'una falza relazione, che fece quel tale pervenire alli Signori Giornalisti d'Italia, fece sì, che nel tomo 25. de' loro Giornali riferissero, che il Signor Giacinto avea pubblicato una lunga Scrittura contro il mio Metodo; ma il Signor Giacinto ciò saputo mi scrisse un biglietto, nel quale mi attestava di non aver mai sì fatta Scrittura pubblicata; e li Signori Giornalisti di Venezia poi, avendo avuto notizia dell'equivoco, che avevano preso, sinceramente nel tomo 26. de' loro Giornali si ritrattarono, dolendosi, da quei sinceri uomini, che sono, della trama, che dal falso relatore l'era stata fatta; ora che vi sembra Filotimo.

Fil. Mi sembra, che alcuno de' vostri oppositori, vada come
 si suol

si vuol volgarmente dire, facendo popolo contro di voi, e forse questo ha risvegliato i Signori.

Dor. Nò nò Filotomo mio; io son certo, che li miei oppositori tutte queste sì fatte maliziose, e tumultuarie relazioni di Lipsia nell'intimo del lor cuore non approvano. Ma lasciamo di più far menzione di sì fatta relazione, e considerate, gentilissimo mio Filotimo, quanto nociva sia la malizia a' maliziosi medesimi. Li Signori Autori hanno creduto, con sì fatti dispreggi, di sepelire il mio Nuovo Metodo: ed io all'incontro credo, che mercè alle infinite contradizioni, nelle quali sono inciampati nel riferirlo, e gl'infiniti errori, che hanno fatto ogn' uomo di giusta mente debba dedurre conseguenze a pro della verità del mio Metodo; perche alla perfine, credere voi Filotimo, che verun uomo di giusto senno, ancorche di Geometria non inteso, possa dar fede ad una relazione, nella quale sul bel principio li Signori Autori condannano con termini assoluti la mia Invenzione; poscia si ritrattano, e dicono, che a me rimane scusa di poter dire, che li miei oppositori hanno ragionato d' un'altra cosa tutta dalla mia diversa, perche non hanno seguita la mia Ipotesi: e poscia conchiudono, ch'essi non l'hanno esattamente studiato. Per Dio basta sapere, che in Geometria la verità è una, per conoscere sì mostruose contradizioni; basta vedere l'astio, che questa Università ha mostrato verso di me per conoscere, che se avessero potuto approvare le obbezzioni de' miei contrarj non avrebbero detto. *Excusatio restat*: Ma avrebbero, con termini decisivi, pronunciata la sentenza, dicendo. *Obiectiones esse veras, & ideò falsas Auctoris propositiones*. Ma sapete, o Filotimo, quale è il frutto, che da sì mostruoso modo di ragionare di una intiera società noi dobbiamo trarre?

Fil. Quale?

Dor. Quello di salvare la nostra mente dal quasi comune naufragio; e come che vero sia, che la Matematica sia la sola vera disciplina della mente umana, e la sola valevole ad ordinare il nostro discorso, voglio nel seguente ragionamento, che fra noi terremo, insegnarvi a dedurre dalla Matematica il grand'utile di conoscere cò sicurezza il vero dal falzo, e distinguere altresì quelli oggetti, ne i quali la nostra Mente pos-

sa

sa questo vero ritrovate da quelli, ne i quali è costretta a contentarsi del solo probabile, e voglio in questa guisa rendervi sufficiente ad intendere questo mio Nuovo Metodo, che la mente di tanti Professori in Geometria ave adombrato.

Fil. Io credevo di esser capace d'intenderlo, mentre ho, come li altri, la Geometria studiata.

Dor. Nò Filorimo. Vedrete con esperienza, che se l'avete studiata, come la studiano la più gran parte, non siete abile a distinguere il vero dal falso.

Fil. Voi riempite il mio animo di curiosità; perche fate, che io stesso diffidi di quello, che fin ora ho studiata.

Dor. Se nel seguente ragionamento starete attento a miei discorsi, lo vedrete.



DIA:

DIALOGO II.

Nel quale l'Autore dimostra a Filotimo, quanto utile, e naturale sia il Metodo sintetico: & i danni, che l'Algebra speciosa, e l'uso del Calcolo analitico producono; e come siano falsi, e dannosi tutt'i nuovi metodi, fuora che quello di Buonaventura Cavalerio.

Dor. **E**Cco, Filotimo mio, che noi siamo or mai giunti al cimento, nel quale voi dovete mostrarmi qual sia l'idea, che avete formato nello studio della Geometria, e se avete da quella dedotto una idea generale del vero, e del falso.

Fil. Io ho ben intese le proposizioni, che mi sono state spiegate, perche sono rimasto convinto dalla dimostrazione di quelle sì fatte proposizioni; dunque ho avuta la sufficienza d'intendere: l'idea poi del vero in genere, a me sembra, che sia l'istessa, che l'idea della dimostrazione.

Dor. Oh, voi fiete molto lungi dal fine, al quale dovete aspirare; questa parola intendere è generale, e perciò, poco men che tutti s'ingannano; credendo d'aver già penetrato nel fondo delle cose, quando sono rimasti alla sola superficie di quelle. Il vero intendere è quello, quando voi intendete una cosa, in guisa, che ne formate di quella una idea così chiara, come voi stesso foste di quella tal cosa Inventore; nè questo si fa col solo sentir spiegare dal Maestro le proposizioni d'Euclide, perche sendo naturale all'uomo il desiderio di ricorrere sempre al più facile, il difficile abborrendo; quindi è, che la mente quelle sì fatte spiegazioni ama più d'albergarle nella memoria, che di farle sue proprie per lo mezzo di una seria, profonda, e penosa riflessione, ed in questa guisa si forma del vero in generale una idea solamente confusa.

C

Fil.

ho veduto *Fil.* Io non posso vedere più lungi de' limiti della mia vista; & ho creduto sin'ora, che quello, che vedo nella Geometria, sia tutto quello, che si può in quella vedere; il modo, col quale me l'hanno insegnata, è quello, che da ogn' uno si pratica; se vi rimangono altre cose, oltre i confini del mio vedere riposte, di grazia fate, che io le vegga, e se voi avete qualch'altro metodo d'insegnar la Geometria, appellatelo.

Dor. Io non hò metodo particolare, ma hò un modo di far sì, che voi stesso facciate un metodo di studiare, a voi medesimo, o per meglio dire, che non vi dilunghiate da quello, che la Geometria stessa vi domanda, e questo è in voi medesimo, e basta solamente, che vi risolviatelo a coltivarlo.

Fil. Voi mi riempite l'animo di curiosità: additatemmi di grazia questa strada, perche io vi assicuro, che non vi farà fatica, che vaglia ad arrestarmi, sì che io non la siegua sino al fine.

Dor. Noi non abbiamo, *Filotimo*, altro a fare per giungere al nostro fine, che profittare di una conoscenza, che ci dà Platone, la quale è; che da altro non nasce il nostro sapere, che dalle reminiscenze; in conseguenza di ciò voi dovete esercitare queste sì fatte reminiscenze, richiamando alla vostra mente quello, che ella medesima ha fatto, quando ha studiato la Geometria, e sopra quelle riflettere; perche da queste sì fatte reminiscenze, voi dedurrete non solo, qual sia l'idea, che dovete formare della Geometria, ma formate una idea chiara, e distinta del vero in genere, e conoscerete chiaramente quali siano i giusti limiti del vero, e del falso.

Fil. Sarebbe curiosa cosa a sentirsi, che avendo io studiato gli Elementi d'Euclide, il Metodo degli Indivisibili, Apollonio, ed Archimede ancora, non potessi vantare il nome di Geometra.

Dor. Avete niente studiato il Calcolo analitico; e gl'Infiniti piccioli, li Differenziali; e gl'Integrali?

Fil. Ancora un poco, ma non mi sono molto in quella collamente profondato.

Dor. Se non avete fatte sopra la Geometria quelle meditazioni, che vi hò poc'anzi solamente accennate, farete Geometra d'Erudizione, *Filotimo*, ma non già vero Geometra, e mi

e mi contentarei, che in vece di aver studiato tutte queste cose, che avete detto, aveste studiato gli elementi solamente, ma nel modo, col quale intendo io, che si debbano studiare: li calcoli poi mi rallegro, che non li abbiate molto coltivati, perche sareste divenuto, come la maggior parte degli altri, un semplice pratico Calculatore senza discorso.

Fil. Ah, voi tornate ad inciampare nella indignazione di tutti i Matematici, appunto come vi è avvenuto a cagione di quella vostra maledetta prefazione, al nuovo Metodo, la quale ha mosso a sdegno, come sapete, li Signori Autori degli Atti degli Eruditi di Lipsia.

Dor. Io hò ricavato Filotimo, dallo studio della Geometria, e da quello della Filosofia quell'amore verso il vero, il quale è possente a farmi obbliare ogni basso, e vile riguardo; e perciò sendo io, a buona ragione, convinto, che l'Algebra sia a quell'umano raziocinio, che dalla Geometria si deve ricavare, perniciosissima; e che i nuovi Metodi da moderni inventati, come sono quello de' differenziali, ed integrali, e quello dell'infiniti piccioli, ed altri, siano non solo perniciosi, ma falsi. Indegna cosa d'uomo sincero reputo essere, il celare al Mondo, per timore, la conoscenza del danno, che arrecano sì fatti perniciosi metodi.

Fil. Dura impresa intraprendete Signor Doris. L'Algebra è da tutti appellata divina, come quella, che discopre alla nostra mente, per una via facilissima, e a tutti uguale, nobilissime verità. I nuovi Metodi poi, che avete accennati, sono da tutti seguiti, come quelli, i quali portano ancora più oltre, che l'Algebra, la potenza della Geometria.

Dor. Il facile alletta tutti: ma con tutto ciò la Sapienza è una Madre, che non si discopre a chi con ordinata sì, ma insieme penosa fatica non la ricerca. *Virtutem posuere Dii sudore parandam*, disse Esiodo, e la virtù dalla difficile sapienza dipende; non possiamo noi mutar le leggi della natura, Filotimo, ond'è meglio consiglio seguirle, che tentar di mutarle; ed invero ha la natura così involuppata ne' senzi la nostra anima, che senza un lungo, e ben ordinato raziocinio ella non può sprigionarsi da quell'errore, che la immensa diversità delle sensibili cose a lei cagiona; e quindi è, che

non di calcoli, ma di quell'ordinato, e naturale raziocinio sintetico, che Iddio ha posto nella nostra mente, ella abbia bisogno per formare a se stessa quella ragione, per mezzo della quale ella è valevole a resistere all'errore, nel quale di leggieri inciampa ad ogni momento.

Fil. Ma gli Algebristi pretendono di coltivar la ragione an ch'essi; pretendono, che il raziocinio analitico sia legittimo al par del sintetico, e pretendono, che il calcolo analitico agevoli bensì le dimostrazioni, e la soluzione de' Problemi, ma che non guasti la ragione.

Dor. Non è questo il tempo, Filotimo, nel quale io possa con evidenti ragioni mostrarvi, che il raziocinio analitico non è all'ordine di quel discorso, che la natura ha posto in noi come il sintetico, conforme, e che il calcolo analitico, come quello, che accostuma la mente alla pratica, impedisce a quella il formare l'abito a ben ragionare; perchè, per ciò dimostrarvi, è necessario, che prima io vi faccia conoscere, quanto sia all'ordine della natura conforme il raziocinio sintetico, acciò poi paragonando l'uno coll'altro, possiate ben intendere, quanto dal natural'ordine di ragionare, l'analitico si dilunghi, e quanto pernicioso sia il calcolo degli Algebristi, da Settatori de' moderni Metodi, usato.

Fil. Ma, se il pratico calcolo dagli Algebristi usato nasce, in conseguenza, di un legittimo raziocinio, donde avviene egli, che il pratico calcolo usandosi, non possa formarsi la mente a ben ragionare?

Dor. Mi avvalerò per ora, della similitudine di una cosa da tutti praticata, per farvi sensibilmente intendere, come il calcolo analitico distorni la mente dal raziocinio. Ditemi un poco, Filotimo, voi usate il Cocchio per camminare?

Fil. Certamente.

Dor. Ma ditemi, vi conoscete voi valevole a fare, al par di ogni altro uomo, il quale non abbia mai usato il Cocchio, il cammino di una intiera giornata?

Fil. Certo, che no?

Dor. E questo donde avvien'egli? Certamente non da altro, se non che, non avendo voi mai fatto abito a camminare per una intiera

tiera

tiera giornata colle vostre gambe, avete perduta quella forza, e quella virtù, che la natura ha data a voi ugualmente, che ad ogni rustico. Così avviene a' calcolatori analitici, perdono essi, abbandonandosi al pratico calcolo, quella virtù di raziocinare, che la natura loro have apprestato nel Metodo sintetico; ma vi hò detto, Filotimo, che non è questo il tempo di mostrarvi, dall' intime cagioni, la verità di questo, che ora vi hò fatto vedere solamente in imagine.

Fil. Bellissima è la similitudine, però mi riservo a contemplar meglio, nelle intime cagioni, il vero di quello, che in essa avete preteso mostrare. In tanto additatemmi qual sia questo gran utile, che, dalla Geometria sintetica, si ricava.

Dor. Il primo, e principal utile, che a noi appresta la Geometria è quello, di far fare alla mente umana una idea generale del vero, e del falso, per modo che, a qualunque particolare ella si rivolga, veda la verità, che in quel particolare si contiene, o la verità del quale manca.

Fil. E come si pervien egli a questo utilissimo fine?

Dor. Astraendo il vostro discorso dall' oggetto medesimo della Geometria, ch' è la quantità, e contemplando in astratto il geometrico raziocinio, che sù della quantità avete fatto. Questo, Filotimo, è, come a prima vi hò detto, l'arte di risvegliare, per lo mezzo delle reminiscenze, le nostre idee, e combinandole, avvalorare il discorso; in fine bisogna meditare sopra la cagione, per la quale siete rimasto delle dimostrazioni geometriche convinto.

Fil. Confesso il vero, che la Geometria studiando, mi son sentito bensì convincere dalle dimostrazioni, ma questa meditazione, che voi dite intorno alla cagione, per la quale sono rimasto convinto, non l' hò mai fatta.

Dor. E questa è la cagione, per la quale voi non avete fatto idea del vero in genere, e perciò non siete valevole a conoscere la verità, o l' errore in qualunque cosa, che alla vostra mente si appresenti; in prova di ciò voi conoscerete solamente la verità in quelle cose, che hanno per oggetto quelle materie, alle quali la vostra mente è accostumata a pensare, ma non sì tosto vi si appresentarà una nuova materia, che rimarrete confuso, e perderete l'uso di tutto quel

raziocinio, che avete sopra particolari materie fatto a forza d'abito di raziocinare sopra quelle, Filotimo. Chi non medita sopra il discorso, non acquista la idea del vero in genere, ma acquista solamente un semplice abito di raziocinio, il quale quando si dilunga da quelle materie, alle quali è abituato, si perde; e questa è la cagione, per la quale questi sì fatti Geometri abituati, e non mentali, che così voglio nominarli, quando vogliono esaminare le altrui nuove Invenzioni, naufragano, per così dire, in un picciolissimo lago, e prendono di quelli abagli, che quando poi conoscono la verità, si vergognano de' grossolani errori, che hanno preso.

Fil. Mi sembra, che voi, da buon Metafisico, facciate l'anotomia alla mente de' Matematici. Ma, di gratia, ditemi un poco, qual' è questa idea generale, che voi del vero, e del falso avete fatto?

Dor. Io sopra il raziocinio geometrico meditando, hò conosciuto, che l'essenza del vero in generale consiste nell' unità, per modo che, vero è solo quello, ch'è uno, e tutto ciò, che da diversi principj dipende, non può mai essere vero in se, ma solamente vero in quanto a i nostri sensi, & in quanto a i modi del nostro pensare. Alla perfine Filotimo, in quella guisa che Iddio, il qual è il solo, & unico vero, è uno; così la nostra mente a sua imagine, e similitudine da lui creata, non può ritrovare il vero in altro, che nell'uno.

Fil. Ma ditemi un poco, se questo è, la Geometria non è vera; perche l'oggetto della Geometria è la quantità; la quantità si compone d' infinite forme diverse; dunque la Geometria manca d' oggetto, e la mente non può nelle infinite diverse forme ritrovar l'unità; dunque non si può ritrovare il vero nella Geometria.

Dor. La quantità in genere è vera, Filotimo, ed esistente, come da Dio creata. L' immenso numero delle forme poi, che la componono, è quello appunto, ch'è la cagione degli errori della nostra mente; perche generando nella mente una quasi infinita diversità d' idee, nelle quali tutte si comprende la imagine di cose sensibili; queste un torbido confuso, e violento moto nella corporea machina cagionando, la mente turbano, e confondono per modo che, strascinata da sensi nell'
errore

errore si fommerge . Ma Iddio , il quale mai abandona l'uomo del suo soccorso , ha concesso alla mente umana la facoltà di potersi abstraere da queste forme , e per lo mezzo dell' astrazione , contemplarle in generale ; quest' astrazione è quella , che appresta all'uomo la facoltà di ridurre le proprie idee all' unità ; imperciocchè quando la mente umana , in se stessa ritirandosi , si astrae da i particolari , le proprietà delle cose sensibili ella rimirando in generale , le rimira come una . Questa sì fatta proprietà poi della mente umana è cagionata , Filotimo , dall' alta origine , dalla quale ella discende , ch' è Iddio ; imperciocchè quando l' anima cade nella materia , sentendosi battuta dalle infinite scosse de' sensi , ella conserva sempre in se medesima un desiderio di ritornare , colla contemplazione , al suo primo fonte , il quale è Iddio , e nel quale l' unità di tutte le perfezioni si comprende .

Fil. Son forse queste le idee innate di Platone ?

Dor. Appunto , Filotimo ; perchè le idee innate non sono altra cosa , che le idee del vero , e come che il vero sia solo Iddio , la prima idea innata della mente è quella , che abbiamo d' Iddio ; poscia quelle , che dall' idea delle sue perfezioni , in noi , come da limpidiſſimo fonte discendono , e tutte le altre , che sono nella mente umana , sono idee acquistate , come formate dalla mente a cagione del corpo , nel quale risiede ; onde le idee innate sono le idee di Dio , e di quelle cose , che immediatamente dalle perfezioni d' Iddio dipendono ; come sono appunto l' idea del giusto , e dell' onesto , le quali sono in noi , a cagione che , in noi è la copia di tutto quello , che in Dio è per essenza ; ond' è che , sendo lui la verità , e la giustizia per essenza , in noi è l' idea della verità , e della giustizia , per mezzo della quale possiamo di venir giusti , ed onesti .

Fil. Ottimamente voi ragionate . Ma ditemi un poco ; la sola astrazione dunque è quella , che ci conduce a fare idea di questa verità in genere , che voi dite ?

Dor. Come che questa unità non è sensibile , senza l' astrazione dalle cose sensibili , non potete pervenire alla perfetta conoscenza della verità , e con essa delle altre verità , che da quella dipendono .

Fil. Ma io sento bensì , che in me è naturale il desiderio , di
astraermi

astraermi dalle cose; perche sperimento in me medesimo, che la mia mente più, e più volte ama di alienarsi dalle sensibili cose, e ritirarsi in se stessa, ma non veggo con quai mezzi ella pervenga a questa unità, che voi mi dite.

Dor. Quando a voi sembra, Filotimo, di astraere la vostra mente dalle sensibili cose, non seguendo voi l'ordine, che la natura ha posto in noi per ragionare sopra le materie astratte, voi altro non fate, che astraervi da un oggetto sensibile, e passar ad un altro pur sensibile oggetto, perche l'ordine da Unità.

Fil. E qual'è mai quest'ordine, che la natura ha posto in me, il qual sia valevole a far sì, che io perfettamente ragioni sopra le cose astratte?

Dor. La Geometria, la quale v' insegna d' astraere dalla quantità, e ragionare con perfettissimo ordine.

Fil. E con quai mezzi?

Dor. Per il mezzo del Sillogismo, il qual'è un discorso posto nella nostra mente dalla natura, e nel quale si contiene la perfetta unità. Che sia così, nel Sillogismo, la maggiore entra nella minore, e la minore, che contiene la maggiore non è che una; la maggiore, e la minore entrano nella conseguenza; e formano il discorso, ch'è uno; da ciò vedete Filotimo, che l'ordine è quello, il quale riduce all'unità l'umano discorso, che per se sarebbe vario, ed errante: Così, nel sillogismo, che Iddio ha posto nella mente umana, consiste questa unità, della quale la mente umana è capace; questo sì fatto sillogismo poi, la Geometria insegna farlo nelle cose astratte, ed a combinare fra di loro i sillogismi, in modo che, porti i suoi discorsi sopra l'astratto fin'all'infinito, come in appresso vedrete. Or, che Iddio abbia posto questo sillogismo nella mente umana, è evidente; perche veggiamo i fanciulli fare questi sì fatti sillogismi sopra le cose sensibili, i quali poi generano quella umana prudenza, colla quale la vita umana si regge; è diversa però dalla Sapienza, la quale è valevole a formare non il semplice Cittadino, ma il Legislatore, appunto come, se voi leggerete la mia Vita Civile, vederete, che l'ho detto nel primo, e secondo ragionamento. Considerate di più, Filotimo, che in questo raziocinio, da Iddio alla mente umana concesso, si scorge la differenza, che

* una solamete
l'ordine è quello
che conduce alla
conoscenza dell'
unità.

che vi è fra Iddio, e l'uomo; imperciocchè Iddio, ch'è la verità istessa, tutto il vero è a lui sempre presente, nè ha bisogno di pervenire alla conoscenza del vero per mezzo di fillogismi, che formano il raziocinio; in vece che, l'uomo, per lo mezzo di sì fatto soccorso, è valevole a salire alla conoscenza del vero: ond'è, che l'umano discorso altro non sia, che un rimedio dato da Dio all'uomo a cagione della nostra inferma natura, il quale umano discorso, tutto nel raziocinio geometrico si comprende.

Fil. Voi vi siete immerso nella Metafisica, e perciò vi siete dilungato ormai troppo dal nostro proposito. Io vorrei sapere, come per lo mezzo di questi fillogismi, o sia del Raziocinio, si formi l'idea generale del vero, quale, siccome avete detto, nell'unità consiste.

Dor. Voi mi havete richiesto l'idea del vero, che ho fatto io in conseguenza della Geometria, e quella, che io vi hò detta, è appunto l'idea, che del vero in generale ho fatta in conseguenza della Geometria, che hò studiata.

Fil. Dunque voi avete dedotta la Metafisica dalla Geometria?

Dor. Certamente.

Fil. E come?

Dor. La Geometria è la Metafisica della quantità; perchè da quella s'astragono da i corpi cose, che non sono, come sono li punti, le linee, e le superficie; e poscia le dimostrazioni da altro non si formano, che da un aggregato de' fillogismi, tutti veri a parte a parte, e l'uno dall'altro dipendenti, per modo tale che, nella conclusione di una dimostrazione, vi si comprende perfettamente quell'unità, nella quale il vero consiste; e quindi è, che l'idea della Geometria, è tanto innata in noi, quanto in noi è innata la idea del vero. Così Filotimo, non vi è buon Metafisico senza Geometria, nè buon Geometra se non è buon Metafisico; perchè la Geometria è scala per la quale si ascende alla Metafisica, come quella, che scorge con ordine naturale la mente à volar nell'astratto: ma la Metafisica è quella, la quale fa, che la mente miri, come dall'alto, la scala, per la quale è salita; questa fa sì, che di ogni particolare facciamo la giusta idea, ne miriamo le parti, e che le idee, che delle cose abbiamo formato, come nostre, le con-

templiamo. Il solo Metafisico è quello, Filotimo mio, che ha l'idea del vero in genere, e che può formare scienza da ogni particolare, al quale, colla sua mente, si rivolge.

Fil. Voi mi svelate cose, che fin'ora sono state alla mia mente nascoste, e vedo, come da un'alto monte, quel cammino, che non conoscevo, nel mentre, lo calcavo; ma, di grazia, esaminiamo un poco la Geometria in particolare, e nelle sue parti, ed additatemmi la via, per la quale siete salito a queste universali conoscenze?

Dor. Fate uso di quelle reminiscenze, che abbiamo detto, e lo vedrete.

Fil. Voi mi avete già additata la strada, ed io son pronto a seguirla.

Dor. Consideriamo prima l'ordine, che tiene Euclide per insegnarci la proprietà particolare della quantità. Per primo, Euclide prende per oggetto della sua scienza il corpo, come prima idea, che alla mente umana si appresenta, subito ch'entra nel Teatro di questo Mondo sensibile; e perche egli vuole bel bello guidarla a ragionar nell'astratto, ed in conseguenza di ciò, a fare idea della quantità in genere, egli astraie dal corpo punti, linee, e superficie, ed in questa guisa accostuma la mente nelle definizioni, ad astraersi, quasi senza avvedersene, dalla materia. Per secondo, vedendo Euclide, che la mente non può, tutto in un colpo, distaccarsi da' sensi, e che per contemplare ella le quantità, quantunque in astratto, ha di mestieri dell'opera de' sensi; egli le permette di poter segnare le sue meditazioni con figure, che sono in parte sensibili, e forma i postulati, ma in quelli egli elegge le più semplici cose, che possono descriversi, come sono, la linea retta, ed il cerchio; ed in vero queste sono solamente quelle, nelle quali si ritrovarebbe perfettamente quello, che la mente intende, se l'infermità de' nostri sensi, non ci vietasse di poter mai perfettamente eseguire in pratica le cose, in quella guisa, che la mente le intende. E qui è da notarsi, Filotimo, che Euclide, a gran ragione, non ammette per linee geometriche quelle, che sono più composte; e ciò perche, quelle, che non si descrivono da punto a punto, o con cerchio, ed intervallo, non sendo semplicissime, la mente intende, che in quelle si
fatte

fatte linee, come non semplici, non si contiene perfezione; onde non possono dare in pratica altro per loro natura, che una semplice approssimazione al vero; in vece che la linea retta, ed il cerchio, sendo semplicissime, niente manca dalla lor parte per darci in pratica quello, che colla mente intendiamo, e se non possiamo ciò in pratica perfettamente eseguire, questo non da altro, che dall'imperfezione de' nostri sensi, e non da quello delle linee, che Euclide ci permette, vien cagionato. Così dunque dall'aver Euclide permesso le più semplici operazioni, che possono farsi, si vede, che il primo oggetto d'Euclide è stato di coltivar il puro raziocinio, e sfuggir dal meccanico, senza però dilungarsi dall'ordine della natura. Per terzo, voi avete veduto, Filotimo, per quello, che abbiamo ragionato poc' anzi, che l'essenza dell'umano raziocinio è il Sillogismo, nel quale si contiene l'unità; ed Euclide appresenta alla mente umana gli assiomi, li quali altra cosa non sono, che verità notissime, o siano sillogismi primi. Che sia così, quando la mente dice il tutto è maggiore della parte, altro non fa, che considerare la parte, & il tutto, e dice: Quello, che contiene è maggiore del contenuto; il tutto contiene in se la parte; dunque il tutto è maggiore della parte; in questa guisa la mente fa sopra la quantità quello stesso, che, come vi hò detto poc' anzi, naturalmente fanno i bambini sopra quelle cose, le quali hanno i sensi per oggetto. Per quarto, passa poi la mente a combinare questi sì fatti raziocinj, per formare le proposizioni, le quali di maggior numero di sillogismi, l'uno dall'altro dipendenti, si compongono; ed in questa guisa, passando sempre dalle cose note, alle ignote, s'erge sopra l'oggetto della quantità, l'umana mente, sin a penetrare nelle più astratte meditazioni; per esempio, l'accorto Geometra rammentandosi, che le linee, che partono dal centro, e terminano alla circonferenza di un Cerchio, sono uguali fra loro, dice in se stesso: se mi vien data una linea retta, io prendendo quella per semidiametro d'un cerchio, posso avere una linea uguale a quella; poscia descrivendo dall'altro punto estremo della medesima linea, un cerchio posso avere un'altra linea uguale alla data; dunque averò due linee uguali alla data, e se averò due linee uguali alla data,

D 2

tut-

comprende

tutte trè farannò uguali frà di loro, ed io averò il triangolo equilatero; ed ecco che combinando i fillogismi ritrova Euclide le proprietà particolari delle quantità; combinando in questa guisa fin all' infinito i fillogismi, ritrova infinite proprietà della quantità. Inoltre per insegnare a noi le proprietà, che hà ritrovate, ricorre all'ordine, e forma le dimostrazioni. Quest'ordine è quello, il quale ha la forza di ridurre all'unità quelle cose, che per se stesse farebbero diverse, quantunque l'una dall'altra dipendono: per esempio, egli forma per primo la proposizione, nella quale espone quello, che per lo mezzo del suo industrioso discorso ha ritrovato; per secondo nell' esposizione lo chiarisce; per terzo nella costruzione c' insegna fare quello, ch'egli ha fatto per ritrovare la proposizione; quarto richiamando alla sua reminiscenza i fillogismi, colli quali hà ritrovato la proposizione, & i quali l'uno dall'altro dipendono, li narra a noi con quell'istesso ordine, col quale ha gli uni dagli altri dedotti, e formando una catena d'illazioni, l'una dall'altra dipendenti, forma la dimostrazione. Finalmente deduce dalla dimostrazione, la conclusione, nella quale ugualmente, che nel Sillogismo semplice, la perfetta unità si contiene: imperciocchè nella costruzione non si può fare alcuna cosa, che non serva a quello, che si è proposto, e nella dimostrazione si contiene quello, che nella costruzione si è fatto; ed oltre a ciò, vi si contengono i fillogismi, per mezzo de' quali si è ritrovato quello, che si è supposto, onde i diversi fillogismi, perche l'uno dall'altro dipendono, fanno l'ufficio di un solo fillogismo; e quindi è, che nella conclusione la perfetta unità si contiene. Euclide poscia, ritrovata una proprietà la pone per base, sopra della quale egli possa erigere la sua fabbrica, ed altre verità ritrovare, ed in questa guisa deducendo sempre nuove verità dalle verità, che discopre, forma quell' ammirabile catena di proposizioni, per mezzo della quale egli solleva la mente umana fino alle più astratte conoscenze, che han la quantità per oggetto. Alla perfine Euclide fa a guisa di un prudente, ed accorto Aumentatore del proprio avere, il quale una semplice, e parca facoltà accresce prima con la propria industria; poscia ponendo sempre a profitto quel che guadagna, e traendo sem-
pre

pre, con buon ordine da guadagno, nuovo guadagno, all'acquisto d'immense ricchezze perviene. Questo è l'ordine, che Euclide tiene nella ricerca, e nella spiegazione delle sue particolari proposizioni. Vi sembra egli, Filotimo, che questo sia industrioso; ed oltre a ciò, conforme all'ordine di ragionare, che la natura ha posto in noi?

Fil. In vero industrioso, ed in tutto conforme all'ordine, che la natura ci addita, mi sembra il modo di ragionare, che Euclide ci mostra; ma ditemi un poco, non farebbe egli meglio astrarre a dirittura la mente umana dal sensibile, ed abituarla, sul bel principio, a considerare la quantità in astratto, come han fatto molti moderni?

Dor. No, Filotimo mio, perche ciò s'opponne a dirittura alle leggi, della natura, guasta la propria mente, e non consegue il suo fine. Chi volesse a dirittura ergerfi dalla materia, che c'imprigiona, senza passar per quei gradi, che la natura ci addita, farebbe appunto come uno, il quale avendo il piede strettamente cinto da una catena, tentasse con violenza di scioglierlo, egli potrebbe strappar il piede, ma non liberarlo da quella, senza guastarlo; così l'anima non può, se non a poco a poco, e per gradi, alzarfi sopra le idee, che forma, a cagione della materia, che da tutte le parti la circonda, e la percuote; ma volete vedere, quanto l'ordine di Euclide sia naturale, osservate, che, anco ne i sensi, gli uomini formano a loro medesimi una Geometria torta, e guasta; ma torta, e guasta a sola cagione, che noi non possiamo, come vi hò detto, ritrovare il vero in altro, che nell'unità, e perciò non possiamo ritrovarlo ne' sensi, e nelle passioni, che sono quasi infinite nel numero, e cagionano in noi moto.

Fil. Di grazia, esaminiamo un poco questa Geometria naturale, che l'uomo tenta di formare a se stesso ne' sensi?

Dor. Quando l'anima entra nella materia, ella disegna con un nome particolare le idee, che forma delle cose sensibili; ed ecco, che fa a se stessa le definizioni, le quali non sono in altro diverse da quelle di Euclide, se non che, quelle sono astratte, queste materiali, e sensibili, quelle determinate, queste infinite in numero; formate poscia le sopradette sensibili definizioni, l'anima allettata dal piacere, o dal dolore, che
fente

sente nelle apparenze de' sensi, forma a se stessa certi falsi affiomi, dettati dall' amore del piacere, come per esempio, quel, che piace, è buono, la tal cosa piace, dunque la tal cosa è buona; e con conclusione a questa opposta, conclude altresì, che si ha da fuggire ciò, che non piace. Questi affiomi formati sopra l'amore del proprio piacere sono la fonte, dalla quale scaturiscono le nostre passioni, le quali precipitando poi nell' eccello, ed andando all' infinito, nell' infelicità la sommergono; e questi sono quelli, che come i primi tengono altresì il primo luogo nel nostro animo, come ben avvisa Virgilio, quando dice;

Trahit sua quemque voluptas

Egli non è già però, che l'anima ammonita dal danno, che sperimenta in molte di quelle cose, che a lei piacere aveano recato, non formi certi altri affiomi opposti a quelli, che il senzo l' aveva dettato, come per esempio, qualche nuoco è male, la tal cosa, benchè piaccia; nuoco, dunque bisogna fuggir la tal cosa, ancorchè piaccia, e questi sono quelli affiomi naturali, risvegliati in noi dalla riflessione, che la mente fa sopra l' utile, ed il danno, che il piacere in lei cagiona; e questi sono altresì quelli affiomi naturali, risvegliati in noi dalla riflessione, che la mente fa sopra l' utile, ed il danno, che il piacere in lei cagiona; e questi sono altresì quelli, i quali sogliono arricchir l'animo di quel naturale giudizio, che sarebbe valevole a reggerlo, coll' ajuto delle buone leggi, nel corso della sua vita, se l'amore, che prima l'anima contrae verso il proprio diletto, non facesse sì, ch' ella obbliasse di legieri questi utili affiomi, da' quali, come abbiain detto, il naturale giudizio dipende. Forma pur l'anima ne' sensi, come nella Geometria i suoi raziocinj composti, i quali equivagliano a i Teoremi, e questi sono quelli, i quali son cagione, che le umane passioni fin' all' infinito si accreschino; imperciocchè, tessendo l'anima i suoi discorsi sopra l' oggetto delle passioni, nel quale, come abbiain detto, non essendovi l' unità, non vi è altresì il vero, è forza, che vada sempre errata; per esempio l'anima, formata che ha le sue massime, cioè i suoi affiomi in conseguenza delle proprie passioni, medita sopra i mezzi, che al conseguimento di quel che brama, conducono, e medita fin' all' infinito

nito, sempre affaticandosi di dedurre nuove conseguenze da quelle massime, che la propria passione le suggerisce, come vere, & aggiungendo ancora voglie a voglie, fini a fini, fin' all'infinito ella fa quello, nel Regno de' sensi, ma con discorso tumultuante, e precipitato, che un perfetto Geometra fa, nel Regno della ragione, con ordinato raziocinio, e ciò avviene, come abbiain detto; perche non ritrovandosi nelle sensibili cose l'unità, non vi è altresì il vero, ed oltre a ciò, perche cagionando in noi violento moto le idee, che per lo mezzo de' sensi formiamo, la mente è strascinata ad ammettere, senza maturo esame, quei giudicj, che fa intorno alle sensibili cose; e quindi è, che ella passa sempre torbida, ed inquieta da desio in desio, da errore in errore. Nella Geometria all'incontro, nella quale, quantunque si contempia la quantità, si contempla però sempre un vero unico, la mente camina sempre da vero in vero, ed in conseguenza di quello, si fa da quell'oggetto sensibile alla meditazione delle cose infinite, ed eterne, passaggio. Ed alla perfine si forma l'idea di quel vero unico, dal quale la giustizia, e tutt'i veri, che sono in noi particolari discendono, e siccome da quella natural Geometria, che vi ho descritta, se gli obblii all' uomo troppo naturali non si opponeffero all'umana ragione, potrebbe formarsi un'onesto Cittadino; da questa Geometria si forma un sapiente Filosofo, un perfetto Legislatore, perche alla perfine in quella guisa, che alla mia Vita Civile ho detto, altro che la vera Filosofia, la quale è quella, che insegna a conoscere, e seguire il vero unico, non è atta a produrre i moderatori de' nostri costumi, & i senatori. E che sia così, mai vedrete, Filotimo mio, i veri Geometri, i quali hanno accostumata la loro mente a conoscere il vero, ch'è uno, albergare nel loro animo la material dottrina d'Epicuro, nè il vano errore de' Scettici, ma bensì la scienza di Platone, e quella de' Stoici; le quali sono state madri delle leggi, e delle Repubbliche: vedete voi dunque Filotimo, quanto la Geometria sintetica sia conforme a quel raziocinio, che la natura ha posto in noi, e vedete ancora, che quando la mente umana camina libera, e sciolta, per quel cammino, che i sensi gli suggeriscono, ella cammina per la strada, che la Geometria li addita, e non va errata, se non

a ca-

a cagione che, sono falsi i principj, sopra i quali tesse i suoi discorsi; ed oltre a ciò, perche non vi è verità ne i fini, che a se propone, e perche è solamente guidato dal senso il metodo, col quale ella ragiona; in vece che, nella Geometria, i principj sono veri, e nell'oggetto de' suoi discorsi, vi è quella unità, nella quale il vero consiste, ed il metodo di ragionare è sempre giusto, ed ordinato, come quello, che sempre da antecedenti, che sono veri dipende; ond'è che, a gran ragione, gli antichi chiamarono questa scienza *Matbesis*, che vale a dire disciplina: vi mostra ancora quanto sia conforme quel discorso, che la natura ha posto in noi, l'ordine, ch'Euclide tiene nella catena delle sue proposizioni.

Fil. Di grazia, narratemi questo sì fatto ordine, perche io son già così invaghito delle riflessioni, che sopra la Geometria avere fatto, che io non voglio più interrompere i vostri discorsi.

Dor. Vi mostrerò dunque, dopo avervi mostrato l'ordine, che tiene nelle proposizioni particolari Euclide, quello, che tiene nella serie delle sue proposizioni. Comincia egli la serie delle sue proposizioni da un Problema, nel quale vi fa conoscere l'uso degli assiomi, o siano di quelle verità prime, e semplici, le quali, come note, non si possono dimostrare; ed in quella v'insegna altresì la differenza, che vi è fra la Meccanica costruzione, e la Geometrica; perche, se per esempio, un saggio Maestro, dopo avervi fatto leggere la proposizione, vi dicesse, fate questo Problema, voi vedendolo facile, meccanicamente fareste un triangolo di tre lati fra loro uguali, ma se il Maestro poi vi rispondesse, io non credo, che questi tali lati siano uguali; voi non potreste altra ragione assegnarli, se non che la misura, che vale a dire, il meccanico senso. Fingete poi, ch'egli vi spiegasse la dimostrazione, in questa guisa non vi farebbe egli conoscere la differenza, che vi è fra l'intendere, ed il sentire, fra la ragione, ed il senso, fra la dimostrazione Geometrica, e la Meccanica.

Fil. Oh Signor Doria mio, voi avete fatto un ben lungo commento alla prima proposizione, e pure questa è quella, per la quale i Moderni racciano Euclide. Dicono essi, ch'è contrario al buon ordine, cominciar da un Problema, ma che
bi-

bisogna cominciar dal Teorema, nel quale la mente vede più in astratto la verità proposta.

Dor. Questo è il primo errore de' Moderni Critici d'Euclide; imperciòchè dovendosi l'anima astraere da sensi, come vi hò detto, per gradi proporzionati, ed alla natura conformi; Euclide non poteva cominciare da altra proposizione più alta al suo fine, che da questa, nella quale il senso v' ispira di farla per pratica; e poi vedete, che di quello stesso, che avete fatto per pratica, non ne potete assegnar la ragione, se non ricorrete a quelle verità prime, e semplici, che sono nella mente, e non nel solo senso riposte. Oh, Filotimo mio, sapete perche la più gran parte de' moderni amano tanto di solamente considerare in astratto le cose; perche vogliono, che crediamo, per utili, le cose da essi pensate, le quali in vero non hanno alcun'uso, perche nelle loro dimostrazioni non vi è l'unità, nè si possono intendere per vere in pratica, perche la loro costruzione non è semplice, questo però lo vederete in appresso.

Fil. Proseguite dunque a narrare l'ordine, che tiene Euclide nella serie delle sue proposizioni.

Dor. Osservate, Filotimo, che nelle prime otto proposizioni, Euclide vi propone due modi di argumétare, che vuole usare in Geometria, cioè il positivo, ed il negativo; ed il negativo lo propone di due maniere; una è, quando l'assurdo nasce a cagione, che quella proprietà, che si propone, ripugna ad una cosa al senso manifesta, come nella quarta, e l'altra, quando l'assurdo nasce dalla repugnanza, che s' incontrarebbe con una cosa dimostrata, se ciò, che si propone fosse, in altro modo, diverso da quello, che si propone: e qui vedete, com' egli vi fa conoscere, che il discorso astratto serve solamente per sviluppare le cose, che sono composte, ma che le cose chiare, e note al senso, non si possono per lo mezzo di quelle verità, che l'una dall'altra dipendono, dimostrare, quantunque non si possano a buona ragione impugnare. Che sia così; Euclide negli Assiomi vi propone verità prime, ma astratte, le quali sono sillogismi primi, e semplici, e perciò non hanno bisogno di dimostrazione. Nella quarta proposizione poi, vi propone una verità nota al senso, ma non vera per se, perche non semplice, e prima, come

E

gli

gli assiomi e perciò non può darla, come gli assiomi per vera, nè come le proposizioni astratte, e composte, dimostrarla; e quindi è, che la dimostra colla sovrapposizione de' triangoli, ch'è una specie di dimostrazione sensibile, e razionale tutt'ad un tempo. All'incontro nella settima, mostra l'assurdo, che ne avverrebbe, se la cosa fosse in altro modo da quella, che propone; ma l'assurdo lo fa nascere, ragionando con quella catena di verità, l'una dall'altra dipendenti, nella quale consiste l'essenza della dimostrazione, e non prova, come nella quarta, che repugna al senso chiaro, e manifesto, mà prova, che repugna alla ragione; ed ecco, ch'egli vi fa conoscere nelle prime otto proposizioni i legittimi modi di argometare, e quelli di distinguere le cose, che si discoprono per lo mezzo della dimostrazione, la quale dipende dal retto discorso, e quelli, che dimostrano assurdo, solamente, perche ripugnano a cose, che sono al senso manifeste, per modo che, per così dire, con sensibile dimostrazione si provano. Vedete poi, come egli v'è sollevando dal sensibile la vostra mente per gradi, che sono sempre in tutto all'ordine della natura conformi; imperciocchè fino alla proposizione trentaduesima, voi non ne trovate alcuna, la quale in qualche parte non sia al senso manifesta, per modo che, voi direste esser in quella superflua la dimostrazione, e pur egli la dimostra, a fine di accostumare, sopra il facile, la vostra mente a dimostrare, ed a non ammettere cosa, che non sia dimostrata: poscia nella trentaduesima, vi propone una cosa in tutto al senso ignota, e che senza la dimostrazione mai potreste intendere. Ed ecco che, Euclide vi ha accostumato tratto tratto a dimostrare quelle verità, che hanno molto del sensibile, per render atta la vostra mente, e capace d'intendere quelle proposizioni, che sono dal senso in tutto astratte, ed ha preparato con ordine ammirabile la vostra anima a volar nell'astratto, la quale prima era solamente accostumata, come avete veduto, a non mirar altro, che le sensibili cose.

Fil. Dunque la trentaduesima è la prima proposizione, la qual'è perfettamente astratta? Io non avevo mai fatta tal riflessione sopra Euclide.

Dor. Certamente, Filotimo; perche quelle proposizioni, le quali a prima riguardano i triangoli, e le linee parallele, sono in qual-

qualche parte al senso note; considerate, di grazia, però l'ordine, con il quale egli vi ha condotto a farvi intendere una cosa in tutto al senso ignota, ed astratta.

Fil. Qual'è egli?

Dor. Quello di sempre dedurre dalle cose note le ignote, formando sempre sillogismi, l'uno dall'altro dipendenti, per modo che, la mente giunge a far idea di cose in tutto al senso oscure, come sono la celebre Pitagorica, la XII. e la XIII. del Secondo la XXXVI. del Terzo libro, la proporzione in genere applicabile a tutte le quantità, le quali egli spiega nel Quinto; inoltre a ciò, la proporzione applicata alle superficie nel Sesto. Alla perfine per l'ingegnossissimo artificio di dedurre le cose note dalle ignote per lo mezzo de' sillogismi, vi conduce nel X. a fare idee di quelle quantità, che solamente dalla mente s'intendono, senza che mai possiamo in alcun modo esprimerle, come sono le quantità irrazionali. Qui vedete, Filotimo, che la Geometria sintetica è quella sola, che ha la potenza di fare, che la mente per lo mezzo della dimostrazione, faccia idea chiara, e distinta di quelle cose, delle quali aveva solamente idea oscura, e confusa, e tutto ciò con ordine sempre a quello della natura conforme; perchè ella alla conoscenza di queste astrattissime verità vi solleva, alzandovi dalle idee sensibili, senza sforzo, e per gradi proporzionati alla mente umana, la quale, come abbiamo detto, nel comparire alla luce del Mondo, è tutta involta nella materia. Ecco, Filotimo, come Euclide appresta a suoi discepoli, per lo mezzo della propria industria, e del naturale raziocinio, un ricco patrimonio di conoscenze.

Fil. Gli effetti, che avete narrati sono veramente quelli, che la Geometria sintetica nella nostra mente produce, e vedo, che coll'uso della Geometria sintetica ben studiata, si forma, tutt'ad un tempo, una mente metafisica, e pratica; ma a dirvi il vero, io bramo un poco sapere, come sia tanto ammirabile, quanto voi dite, l'ordine, che tiene Euclide nella serie, o sia nella catena delle sue proposizioni; imperciocchè intorno all'ordine, poco men che tutt'i moderni lo tacciano. Dicono essi, ch'egli confonde, l'una coll'altra, le materie, delle quali tratta, e non le tratta per ordine; per esempio, il cerchio è una

figura più semplice, che le trilatera, e quadrilatera, ed egli tratta prima le proprietà delle trilatera, e delle quadrilatera: gli angoli sono ancora più semplici, che i triangoli, e che il Cerchio, ed egli non li tratta distintamente; da tutte queste cose nè deducono, che non fa egli passaggio dalle cose più semplici alle più composte, come il buon ordine addi manda.

Dor. Voi potete da voi medesimo intendere, quanto sia vana questa taccia, che ad Euclide si dà: imperciocchè egli non poteva, siccome vi hò poc' anzi detto, se non che cominciando da triangoli far sì, che la mente umana conoscesse à primo i modi, con i quali hà ad argumentare in Geometria, e l'essenza della dimostrazione, e la differenza, che vi è frà il meccanico, e la dimostrazione geometrica; oltre à ciò osservate, Filotimo, come più volte vi ho detto, quanto sia uniforme l'ordine, che tiene Euclide, a quello, che la natura hà in noi inferito. Dovete sapere Filotimo, che quando l'anima si considera come al corpo congiunta, si conosce, che quelle considerazioni, che a primo sono a lei più facili, sono quelle, che meno sono distaccate dal senso, o per meglio dire quelle, che sono al comun senso più note, e meno astratte. Ora considerate, Filotimo, le proposizioni del primo Libro fino alla trentaduesima, le quali riguardano i triangoli, e le linee parallele, e troverete che, siccome vi hò detto, sono quasi tutte proprietà al senso manifeste; considerate poi il terzo, e troverete bensì le proprietà, le quali per lo mezzo di facilissimo raziocinio si dimostrano, mà non già tanto al senso manifeste, quanto le figure trilatera, e le quadrilatera, e ciò à cagione, che il perfetto cerchio sendo una figura, che sente dell'unità, ed in qualche parte dell'infinito, non può mai essere alla mente così sensibile, come lo sono le figure trilatera, e quadrilatera, le quali, come composte, partecipano più della natura corporea, e sensibile; così dunque Euclide, il quale volendo disciplinare la mente umana, la quale la considera come nel corpo posta, credeva a gran ragione, che i gradi di conoscenze, per li quali la doveva far passare, fossero quelli, che la conducono tratto tratto, e bel bello dal più sensibile al più astratto per distaccarla ordinatamente, e senza violenza dai sensi; e perciò doveva cominciare dalle figure trilatera, come

hà

ha cominciato. Ma volete vedere di più, quanto sia vero, che Euclide ha creduto, che l'ordine, che si deve tenere per distaccar l'anima dalle sensibili cose, sia quello di farla sempre passare dal più sensibile, come più facile, e più naturale alla mente umana, al più astratto, come più difficile, e più ripugnante alla medesima, essendo al corpo congiunta; osservate le materie, quali prende a trattare in tutta la serie delle proposizioni, che egli ha ordinate, e vedrete quanto egli segue perfettamente l'ordine di sentire, e di ragionare, che la natura ha posto in noi.

Fil. Sendo vero questo principio d'Euclide, che riguarda le proprietà dell'anima, la vostra proposizione è certissima; ed in vero a me sembra, che il più facile all'uomo sia il più sensibile: ma seguite, di grazia le vostre degnissime considerazioni.

Dor. Quando l'anima apre gli occhi in questo teatro del Mondo sensibile, la prima idea, che forma, a cagione del corpo nel quale risiede, è l'idea del corpo di tre misure, e la prima proprietà, che considera nelli corpi di tre misure, è la differenza, di più e di meno, ch'è fra i corpi, e l'uguaglianza, ch'è fra quelli; ed Euclide seguendo l'ordine della natura, fa considerare alla mente solamente l'uguaglianza, ch'è fra le superficie, e la differenza di più, e di meno, ch'è fra quelle; ond'è che la guida, a meditar nell'astratto con quello stesso ordine, col quale ella inclina a ragionar nel sensibile. Poscia osservate, che la mente da se medesima, considerando il corpo, si sforza d'alzarsi dalle idee materiali per considerare alquanto più in astratto le quantità, e che perciò comincia a considerare nelli corpi una certa relazione, che hanno fra di loro: per esempio dice. Vi è tanta differenza di grandezza, fra quel tal corpo, e quell'altro, quanta ve n'è fra il tale, ed il tale: e lo stesso argomento fa nelle cose morali, ed in tutti gli altri suoi discorsi, la qual cosa mostra, che l'idea della **propor-**
zione è in noi. Così Euclide nel quinto libro, valendosi dell'oggetto delle semplici linee, alza la mente a considerare in astratto le proprietà generali della proporzione: in quello insegna alla mente conoscere la proporzione, ch'è fra tre, o quattro quantità insieme paragonate. Indi insegna a far paragone fra le proporzioni medesime, prendendo una intiera

pro-

proporzione, come sola, e quella con altre intiere proporzioni paragonandola, dalla qual cosa nasce, che la mente umana porti le idee, che hà della proporzione, che è fra le quantità, fin' all'infinito, come si vede nella proposizione XI. del Quinto. E così formata la vostra mente di un modo, che già è valevole à fare una idea in generale della proporzione, ed à moltiplicare le proporzioni fin' all'infinito, applica di nuovo nel VI. la proporzione alle superficie, lasciando a noi libero il campo di applicare le proporzioni a tutte le altre specie, di quantità, come sono, per esempio, il Moto, il Suono, e tutte le altre, che la quantità hāno per oggetto. E poi continuando voi à paragonare l'ordine, che la natura ispira alla mente umana con quello, che siegue Euclide, vedrete, Filotimo, che dopo, che la mente ha formato sopra le cose sensibili le sue idee, ella naturalmente inclina a indicare con segni, i quali siano valevoli à farli distinguere le proprietà particolari, e le parti minute di quelle cose, delle quali ha fatto idea per lo mezzo dell'astrazione. Ed Euclide applicando nel VII. VIII. e IX. libro à i numeri le stesse proporzioni, che ha applicato nel Sesto alle superficie, insegna a fare in numeri ~~quelle stesse~~ cose, che have insegnato fare con linee: e con ciò appresta alla mente il comodo di potere più in particolare, e più distintamente additare con segni, più che le linee sensibili, perche più praticolari, le idee delle quantità, che ha formato, perche, se per esempio, ragionando di linee rette, la mente dice, la linea A è alla linea B, come la linea C alla linea D; poscia, mercè il soccorso de' numeri, dice, la linea A, ch'è 2, è alla linea B ch'è 4, come C 8, ad D 16, e qui la mente vede co' i numeri più distinta mente, e più in particolare la quantità di quelle sì fatte linee A, B, C, D, che non le vede solamente con linee segnandole; ed oltre a ciò, i numeri fan sì, che la mente vedendo quelle cose, che non può mai designare con numeri, come per esempio, le radici irrazionali, conosca, ch'ella può far idea di molte proprietà, che non può mai sensibilmente esprimere; dalla qual cosa ne deduce la differenza, che vi è fra le conoscenze pure, e le sensibili, e quel ch'è più, nelle proprietà de' numeri ben considerati si ritrova l'esempio sensibile di quelle cose più astratte, che la

Me-

* molte di qtte

Metafisica c'insegna, perche nell'unita, la quale nel medesimo tempo ha le proprietà di tutt'i diversi corpi fino all'infinito moltiplicati, senza mai lasciar d'esser unita, si vede un esempio imperfetto dell' immensità, e dell' immutabilità di Dio, il qual'è in tutte le cose, senza mai lasciar d'esser Uno, e molte, e molte altre proprietà de' numeri, che lungo fora, tutte annoverarle, le quali ci danno un esempio sensibile delle proprietà delle cose infinite, ed eterne, le quali cose han fatto forse dire al nostro Galileo, che ne i numeri vi è qualche cosa di Divino. Nel X. Libro poi alza Euclide la vostra mente a considerazioni tanto astratte, che sono l'ultimo affinamento, che nell'oggetto della quantità può fare la mente umana, ed in quello vi fa altresì conoscere coll' esempio delle quantità commensurabili, ed incommensurabili, i limiti di quelle proprietà, che potete sensibilmente esprimere, e di quelle, che non potete mai esprimere, quantunque chiaramente, e distintamente le intendiate. Poscia concludendo, che la Diagonale non ha proporzione esprimibile in numero collato del quadrato, perche il lato colla Diagonale sono solamente commensurabili in potenza, non in radice, vi dà una prova di quello che delle incommensurabili vi ha insegnato. Alla perfine dopo averalzata la vostra mente fino all'ultimo affinamento dell'astrazione, sempre facendovi ritornare al concreto, ed al sensibile, ed applicando a i corpi, nelli seguenti libri, le proprietà generali della proporzione, v' insegna formare i corpi solidi, e vi addita per quanto può, le proporzioni, che sono fra quelli: ed in questa guisa dopo terminata la serie delle sue ammirabili proposizioni, ritorna la mente a quei corpi di tre misure, dai quali l'ha sollevata per lo mezzo delle astrazioni, nelle definizioni del primo libro, e vi fa vedere le proporzioni, che hanno fra essi con idee tutte diverse da quelle, colle quali prima le miravate. Così dunque, Filolimo mio, Euclide seguendo l'ordine di ragionare, che la natura ha in noi inserito, porta l'umana mente à raziocinare nell'astratto fino ad un segno, nel quale è l'ultimo affinamento, al quale può giungere per lo mezzo del buon ordine; e poscia sempre c'insegna a ritornare al sensibile, e cogliere in questa guisa il frutto delle nostre astrazioni. Ecco dunque, che

me.

meditando voi da metafisico sopra quello, che ha fatto la vostra mente, quando avete la Geometria studiata, voi avete formato una mente metafisica, ugualmente atta a meditare sopra l'astratto, ed a ritornare al conereto, ed al sensibile.

Fil. Ammirabile, e da perfetto conoscitore della mente umana è in vero l'ordine, che tiene Euclide, nella serie delle sue proposizioni; ma con tutto ciò i moderni di molti difetti lo accusano: e per primo dicono, ch'egli non ha ben definita nel Quinto libro la proporzione; imperciocchè gli Equimultiplici, de' quali si vale, non ben adeguano l'idea, che della proporzione dobbiamo fare, ond'è che, la proporzione non è ben definita, ed in vero mi sembra, che gli Esponenti usati da' moderni esprimano meglio la natura della proporzione, che gli Equimultiplici, vi dirò poscia le altre obbiezioni, che fanno ad Euclide.

Dor. Sembra, a prima veduta, questa una opposizione plausibile, ma se bene si considera la mente di Euclide, si vede, ch'egli, a gran ragione, non ha usato nel Quinto gli Esponenti.

Fil. E perchè?

Dor. Non vi hò io detto, Filotimo, che nel Quinto libro Euclide vuole accostumare la mente a rimirare in universale, ed in astratto, le proprietà della proporzione, e che poscia nel Settimo, Ottavo, e Nono libro appresta alla mente il soccorso di poter rimirare per mezzo de' numeri più in particolare, ed in concreto le proporzioni, che sono fra le quantità; Dunque se Euclide s'avvaleva degli Esponenti, come vogliono i moderni, guastava l'utilissimo ordine, che si era prefisso, e non insegnava alla mente di rimirare prima che in concreto, in astratto la proporzione. Così era forza ad Euclide, considerare le parti di quelle linee, nelle quali considera la proporzione, ed in conseguenza delle parti, considerare ancora li moltiplici, come fa nelle definizioni del Quinto libro, ed ancor che paga, che questa si fatta definizione degli Equimultiplici, non ben'adequi la mente, però è assai più profittevole in questo luogo, che quello degli Esponenti, à cagione, che accostuma la mente à rimirare in astratto la proporzione; tanto più, che dopo ch'Euclide vi ha dato il soccorso de' numeri nel Settimo, Ottavo, e Nono libro, à voi è lecito di applicare li

nu.

numeri a tutte le proporzioni del Quinto, e vederle in concreto: ed ecco che già con non lieve profitto della mente le avete vedute in universale, & in astratto.

Fil. Ma voi avete detto poc' anzi, che Euclide ha reputato più facile quello, ch'è più sensibile; dunque doveva spiegare nel Quinto le proprietà, per lo mezzo de' numeri, e poscia spiegarle, per lo mezzo delle linee.

Dor. Questo non poteva fare Euclide, perche nel Sesto vi sono moltissime proposizioni, le quali non possono spiegarsi in numeri; ed oltre a ciò, egli non poteva spiegare le proposizioni appartenenti a' numeri, le quali spiega nel Settimo, Ottavo, e Nono, se prima non applicava la proporzione generale alle superficie, come ha fatto nel Sesto: imperciocchè fra le operazioni numeriche, toltane la moltiplicazione, la divisione, il sommare, il sottrarre, e l'estrazione delle radici, che si ricavano dal Secôdo libro, le altre si ricavano dal Sesto d'Euclide, come, per esempio, la regola, che chiamano Avrea è la stessa, che la decimasesta del Sesto. Così dunque non poteva Euclide considerare nel particolare de' numeri la proporzione generale, se prima non la considerava nelle linee, e nelle superficie, come ha fatto nel Sesto. Finalmente doveva anteporre la quantità continua alla discreta.

Fil. Voi rispondete ottimamente a tutte le obbiezioni, che i moderni fanno ad Euclide, ma non so se potrete rispondere a quella, che ora vi propongo.

Dor. Dite di grazia, perche io sono Avvocato di uno gran Clientolo.

Fil. Dicono i moderni, che nella Geometria sintetica d'Euclide vi è tanto poco ordine nelle proposizioni, che quando volete risolvere una questione proposta, siete costretto d'andare tentone ricercando quello, che vi bisogna, in un numero immenso di proposizioni, le quali tutte, hanno per oggetto, materie diverse: per la qual cosa, le risoluzioni de' Problemi, che si fanno per la via sintetica, oltre l'essere faticosissime, si fanno a caso: In fine dicono, che il Geometra, nella sintetica, opera come quel tale, il quale dentro una biblioteca scomposta, e disordinata, ritrova a caso quel libro, che li bisogna; perche la mente non ha nella sintetica una via generale, e sicura,

F

per

* quadrato

per la quale possa indirizzare i suoi passi, e ritrovare, con sicurezza, il luogo della quistione: che risponderete a questo, Signor Doria?

Dor. Se avete fatto idea della proprietà della mente umana, quale io vi ho insegnato fare, sopra Euclide meditando, agevolmente conoscerete, che non è, come i moderni dicono, impropria la Geometria sintetica per la risoluzione de' Problemi, e che quello, che ad Euclide attribuiscono a difetto, è all'ingrandimento della mente umana utilissimo, e con ottimo consiglio fatto, eccone la prova.

Fil. Ma se, come voi dite, è in tutto perfetto l'ordine, che tiene Euclide: tanti tomi fatti per facilitare Euclide, e per spiegare le proprietà della quantità in varj modi, e tanti Euclidi riformati, tutti sono inutili, e vani.

Dor. Tutti questi Euclidi riformati, sapete, che cosa sono, Filotimo; sono Euclidi deformati; sono tutti vani attentati, che contro la Geometria degli antichi hanno fatto i moderni; sono appunto appunto, come la guerra imaginaria, che Tito Livio fa fare a' suoi Romani ad Alessandro già estinto, ma Alessandro è sempre Alessandro.

Fil. Ma i Romani fecero poi un gran Imperio.

Dor. Sì, ma perchè? perchè i Romani seppero imitare le virtù de' Greci, non impugnarle, e perciò seppero ancora superarli; ma questi moderni, i quali han pensato oscurar la sapienza degli antichi, hanno fabricato sopra i loro Metodi un Imperio vano, e vizioso, come vedrete.

Fil. Noi ci siamo troppo dilungati dal nostro argomento, spiegatemi di grazia, come la Geometria sintetica d'Euclide sia, come avete detto, più profittevole per la soluzione de' Problemi, che una via generale, perchè questo è un gran paradosso.

Dor. Quello, che hò promesso provarvi, Filotimo, è, che l'ordine, che Euclide tiene nella serie delle sue proposizioni, trattando materie, quali sembrano a prima vista, diverse, non toglie, che il Metodo sintetico non sia, alla mente umana, più, che qualunque altro, profittevole; ed oltre a ciò, non impedisce, che la mente possa, con più profitto, che per le vie pratiche, e generali, risolvere le geometriche questioni.

Fil.

Fil. Insegnatemi questo di grazia.

Dor. La mente umana inclina, come ho vi già detto, per proprio natural' istinto, a sempre ritornare, con suoi pensieri, all' unità, e perciò non è mai paga nelle molte, e diverse idee, ma le molte, e diverse idee aspira sempre in una sola a comprendere. Questo si sperimenta ancora, quando la mente si rivolge alle cose sensibili, per esempio, se voi forastiere, entrate in una Città, andate a primo considerando le cose, a parte, a parte, e concepite, di ogn'una di quelle, una particolar, e diversa idea; poscia tutte quelle idee particolari insieme unendo, formate una sola idea generale, di tutta quella Città, ed in conseguenza di quella idea generale, formate un giudizio di tutta quella Città, nel quale giudizio si comprende tutto ciò, che nel giudicj, a cagione delle idee particolari, prima fatti, si conteneva: Ora seguendo sempre Euclide l'ordine della natura, vi appresta egli nella serie, colla quale ha disposto le sue proposizioni, il modo di poter fare il simile, e formare queste idee, le quali à buona ragione possiamo nomare complesse; perche in ogn'una di quelle, molte idee particolari si comprendono: Queste si fatte idee complesse sono quelle, le quali producono in noi la facultà di far sistemi sopra le cose tutte, e ridurle à scienza.

Fil. Datemi di questo l'esempio in Euclide.

Dor. Eccolo, nelle prime otto proposizioni del Primo libro, nelle quali, come avete veduto, egli have appresentato alla vostra mente la differenza del meccanico, e del geometrico; ed inoltre a ciò, li modi d'argomentare, che vuole usare: ed in queste otto proposizioni vi appresta anuora il modo di fare una idea complessa della natura in genere, de' triangoli, e di stabilire una legge generale per tutti i raziocinj geometrici.

Fil. Di grazia spiegatemi ciò, perchè io non sono stato valevole a pensar tanto.

Dor. Se fate riflessione su le prime otto proposizioni, voi trovate questa proprietà generale, la quale comprende tutte le proprietà de' triangoli, ed è; che sempre, che nel triangolo voi avete tre qualunque cose note, avete noto il rimanente, cioè, le altre tre cose, che si comprendono nel triangolo; ed ecco una idea complessa, la quale vi vale per l'esame di tutte

le questioni ; e questa legge è una legge generale , ed inviolabile del umano raziocinio , perchè in tutt' i discorsi , che fa l' umano intelletto , voi scorgerete , che sempre ha bisogno di tre cose note , per conoscere le tre altre , o di due , per concludere la conseguenza , quale è la terza . E questa è forse la cagione , Filotimo , per la quale , gli antichi Filosofi , tanto mistero fecero sopra questo numero , ternario ; ed in vero noi veggiamo , che questo sì fatto numero Pitagora l'appellò , il numero dell' anima , e ciò a mio credere , a sola cagione , ch' egli considerò , che l' essenza dell' umano discorso è il sillogismo , il quale di tre parti , che sono maggiore , minore , e conseguenza , si compone .

Fil. Vedo già nella Geometria una utilissima cosa , che io hò trascurato di fare , e che l' hò naturalmente fatta intorno alle cose sensibili . Di grazia , mostratemi le altre idee complesse , che potevo io fare .

Dor. Le nostre conoscenze sono figlie delle reminiscenze , dice Platone , come vi hò detto , ed in conseguenza di ciò , i nostri errori sono figli dell' obbligo , e quindi è , che voi , come molti altri , obbliate di considerare , nelle cose , tutto ciò , che in quelle si può pensare , e vi rimanete alla sola superficie di quelle .

Fil. Egli è troppo vero quello , che voi dite , di grazia , mostratemi le altre idee complesse , che io hò trascurato di fare sopra Euclide .

Dor. Fattavi fare già , l'idea complessa de' triangoli Euclide , vi mostra subito un' utile , che da quelli potete dedurre , ed è quello , di poter dividere un' angolo , ed alzare perpendicolari , e tirare perpendicolari da un punto alle linee soggette ; poscia proseguendo , in tutto il Primo , e Secondo libro , vi porge materia di formare un' altra idea complessa , riguardante l' oggetto di tutta la quantità , considerata nell' uguaglianza delle figure trilatera , e quadrilatera ; questa sì fatta idea complessa è la seguente , cioè . Che per lo mezzo della trasmutazione , voi potete fare parallelogrammi uguali a qualunque data figura trilatera , o quadrilatera , o disuguali ad essa , per qualunque data differenza , e v' insegna altresì , tutt' ad un tempo , a conoscere quello , che per lo mezzo di questi due soli libri non

po-

potete fare ne' piani ; ed ecco una idea complessa, nella quale si comprendono i limiti della potenza ne i primi due libri di Euclide . Nel Terzo, e nel Quarto poi concludete una idea complessa , riguardante i limiti di quello , che per lo mezzo de' quattro primi libri si può fare solamente , e considerate Euclide l'uguaglianza frà le figure . Ne i quattro primi libri dunque concludete, che noi, non solo, possiamo fare parallelogrammi uguali, o con qualsivoglia differenza a qualunque data figura trilatera, o quadrilatera, ma che, di più possiamo inscrivere fuora del cerchio , e descrivere dentro il cerchio, tutte le figure di molti lati, come sono il triangolo, il quadrato, il pentagono , e l'exagono , ed il quindecagono , ma non quelle figure , che s'interpongono frà l'exagono , ed il quindecagono . Poscia , insegnato che vi ha Euclide le proprietà generali della proporzione nel Quinto ; vi appresta l'aggio di formare nel Sesto libro tre idee complesse, nelle quali tutta la Geometria piana si comprende , e sono . Nelle prime otto proposizioni del Sesto , vi fa conoscere Euclide , che ne' triangoli, avete in proporzione quello stesso, che nelle prime otto proposizioni del primo libro avete in uguaglianza : dond' è , che sempre , che avete tre cose note , ritrovate le altre tre in proporzione , come nel Primo avete trovato le altre tre in uguaglianza . Da questi triangoli poi, in proporzione considerati , egli v' insegna , nelle seguenti proposizioni , a prendere terze , e quarte proporzionali , ed una media proporzionale frà due linee rette date ; dal che n'avviene , che voi possiate fare , per lo mezzo della proporzione , coll' invenzione di una sola media , o di una terza proporzionale tutto quello , che Euclide vi ha insegnato fare, intorno alle quantità, nelli antecedenti libri; imperciocchè, sendo generalmente i quadrati , i parallelogrammi , ed i triangoli fatti sù la prima, e la seconda , come la prima alla terza linea proporzionale , prendendo medie , e terze proporzionali , voi fate le sopradette figure in qualsivoglia data proporzione , e le riducete all' uguaglianza di qualunque data figura . La terza idea complessa si è , che per lo mezzo delle linee reciproche , potrete ancora fare , prendendo medie , e terze proporzionali, parallelogrammi uguali frà loro.

Alla

Alla perfine nel corso di tutti i sei primi libri, la mente umana forma tante diverse idee, quante sono le proprietà, che in ogni proposizione Euclide c'insegna, mà poscia, à cagion dell'unità, la quale Euclide siegue nel suo ammirabile ordine, la mente forma sempre idee complesse, & le particolari, che ha contemplato sin'a tanto, che nel Sesto libro, per lo mezzo solamente dell' arte di prendere una media, o una terza proporzionale, fa nella quantità tutto quello, che nell' antecedenti sei libri ha insegnato a fare. Li tre seguenti libri poi de' numeri, e l'Undecimo, e Duodecimo de' solidi, sembrano esser corollarij ~~de' sei primi~~; perchè il Settimo, Ottavo, e Nono, altra cosa non sono, che la proporzione applicata a' numeri, e l'arte di fare co i numeri quello stesso, che nel Sesto si fa nelle linee, e nelle figure. E l'Undecimo, & il Duodecimo non sono altro, che fare nel corpo quello, che nel Sesto si fa nelle superficie; con questa differenza però, che non si può fare ne' corpi quello stesso, che si fa nelle superficie, a sola cagione, che per fare superficie in qualsivoglia proporzione, basta una media, ed all'incontro per fare corpi, in qualsivoglia proporzione, se ne richieggono due, ch'è quello, che hò perfettamente ritrovato io, e che ha eccitato non lieve tumulto nella schiera de' Matematici. Nel Decimo poi si considerano le proprietà della proporzione applicata alle quantità commensurabili, ed incommensurabili; e quantunque in quello solamente contempi un' oggetto molto più astratto, che non sono i piani, & i solidi, le leggi generali però, della proporzione, sono le istesse. Ecco dunque, Filotimo, come si fanno le idee complesse, le quali riducono ad una sola idea le molte idee particolari, che delle proprietà a parte a parte avete fatto: queste vi fanno vedere in compreso la potenza, & i limiti della Geometria, e queste vi rendono facile l'uso di quella; perchè vedendo poi in compreso, & in una sola occhiata, tutta la sua distesa, & i suoi limiti nell' occasione di una questione proposta vi volgete, con ammirabile facilità, a quelli particolari, che vi abbisognano, per risolvere la questione. Ma quello, che più importa, o Filotimo, è, che accostumata, in guisa, la mente a fare nell' oggetto della quantità le giuste idee, prima delli particolari, e poscia, per lo mezzo delle

* sopra

+ degli altri

delle idee complesse, a rimirare in uno, e con uno solo sguardo tutta la distesa di una scienza, voi potete fare lo medesimo, sopra ogni scienza, e sopra ogni argomento morale, e da sensi dipendente, sopra il quale vi ponete a meditare: questo appunto, posso dirvi ingenuamente, essere avvenuto a me, il quale la Vita Civile, e la Meccanica ho fatto, senz'aver letto molti libri, ma solamente per lo mezzo, di formare la giusta idea dell' assenza di queste scienze; onde poi mi è stato facilissimo, dopo definita la natura delle sopradette scienze, spiegare tutt' i particolari, che sono conseguenze dell' idea generale della scienza, dalla quale idea generale la giusta definizione di quella si deduce. E qui vedete, Filotimo, quanto la nostra anima cerchi sempre di ridurre ogni cosa all' unità, in tutte le operazioni, che fa nel corpo, nel quale risiede, e quanto utile cosa sia, alla mente umana, saper ben usare l'unità.

Fil. Utilissima cosa in vero intendo esser la conoscenza, e l'uso dell' unità; quello però, che avete detto, giustifica Euclide in ciò, che riguarda l' arte delle sue proposizioni, ed anco in parte in ciò, che si attiene alla risoluzione de' Problemi: imperciocchè, riducendosi ad una, o a poche le tante, e diverse proprietà, ch' Euclide c' insegna, quelle, che servono all' uso della soluzione de' Problemi, rimangono poche, onde sempre sono alla mente presenti; mà la difficoltà di poter ritrovare il luogo per poter costruire un Problema proposto, non si toglie affatto colle idee complesse, che delle proprietà d' Euclide voi fate; imperciocchè, dovendosi in Geometria costruire, per ritrovare le ignote, queste, sempre tentone, e senza ordinato metodo, sete costretto di cercarle; ond' è, che più per fortuna, che per scienza, avvenga, che si ritrovino.

Dor. E verissimo, Filotimo, che vi è d' uopo, nel metodo sintetico, dell' industria per ricercare le ignote, mà è vero altresì, che Euclide vi apre un vastissimo campo per ritrovarle, che sia così. Osservate, che in Geometria, se voi sapete ben dividere, in una questione proposta, i dati, da quel che vi manca; voi ritrovate sempre, che quel, che vi manca, sono cose, che ritrovando uno, o più angoli, o ritrovando un lato, vi verrà noto tutto quello, che sarà valevole ad ischiararvi

tu.to

tutto il Problema . Euclide vi dà nelle proprietà de' triangoli , ed in quelle de' cerchi, tanta copia di proprietà , che descrivendo voi una linea , o un cerchio , com'egli vi permette ne' postolati ; voi ritroverete sempre , ne' triangoli , angoli , e lati , e nel cerchio angoli , in modo , che a voi diverrà facile il ritrovare le ignote nella questione . L'industria poi, ch'è necessaria per ritrovare le sopradette ignote , è alla mente umana utilissima; imperciocchè frà le altre qualità , che deve avere la nostra mente , è quella di esser industriosa ; dalla qual cosa n'avviene , che non si può questa sì fatta industria acquistare , senza cōtinuato esercizio; e se Euclide vi avesse dato un modo pratico , et a tutti comune, di ritrovare le ignote, avrebbe privato la nostra mente, del gran privilegio, di divenire, non solo chiara , dritta , ampia , mà industriosa , ciò , ch'è , come hò detto , una proprietà essenziale alla mente umana . Rammentatevi , Filotimo , la similitudine del cocchio , e vedrete ch'è solo nostro quello , che a forza del nostro discorso ritroviamo : ogni pratico calcolatore aritmetico ritrova le ignote , che le abbisognano per l'arte , che da Euclide si deduce , mà quei suoi ritrovati sono figli dell'arte , non della sua propria scienza , e perciò Euclide vuole bensì , che la pratica non si disgiunga dalla scienza , mà vuol ancora , che la pratica dipenda dalla scienza , non dalla via generale, e pratica, a tutti comune , la quale poi fa , che gli uomini di mente poco men, che stupida, siano uguali in quelle sì fatte arti, alli più ingegnosi , e sapienti , come si è nel giuoco de' scacchi , e nella pratica del calcolo analitico , più volte osservato .

+ pajano

Fil. Oh , che dite Signor Doria , gl' Analitici si contentano di risolvere i problemi per lo mezzo del calcolo , sendo quello , a lor dire , una via generale , più agevole , e più facile della Geometria sintetica .

Dor. Non più per adesso di questo , perchè, fatto , che avete l'idea del metodo sintetico , vedrete la fallacia di questo argomento , proseguite in tanto a narrare quello , che dicono i moderni .

Fil. La necessità , che vi è dell' industria, e della pratica, per risolvere un problema , è appunto il gravissimo difetto , del quale i moderni Metamatici accusano il metodo sintetico ; per-

perche dicono essi, che la parte nobile, e sublime della Geometria è quella, che riguarda il discorso; ond'è, che in Geometria basta intendere l'idea in generale del raziocinio, basta intendere la proprietà delle cose; nel rimanente poi dicono, che niente importa, che il Geometra non sappia sciogliere un Problema, e che non possa costruire una proprietà, che intende; ed in vero a me sembra, che la idea, che vostra mercè, hò fatto della Geometria, mi basta per essere un perfetto Geometra, e che il discendere poi di nuovo a i particolari, per lo mezzo della soluzione de' problemi, sia tanto superfluo, quanto penoso.

Dor. Bisognarebbe, Filotimo, che voi aveste la natura di Dio, e non di Uomo per potervi dispensare dalla necessità della pratica, per poter formare la vostra mente sopra la sola intelligenza astratta delle cose.

Fil. Oh, questo mi giunge nuovo.

Dor. E pure è verissimo.

Fil. E come?

Dor. Iddio solo è quello, nel quale il conoscere, e l'operare sono una cosa stessa, e non distinta, ma l'uomo, all'incontro, non giunge a poter eseguire quello, che intende, se non forma gli abiti in conseguenza delle conoscenze, che have acquistate. Per esempio, un Cristiano non farà mai buon Cristiano col solo intendere i precetti del Decalogo, se non forma gli abiti in conseguenza di quelli. Questo è il famoso. *Video bona, proboque, deteriora sequor.* Filotimo, gli uomini operano più in conseguenza degli abiti, che delle conoscenze, e quando operano in conseguenza degli abiti naturali, sono simili a i bruti; all'incontro, quando formano gli abiti in conseguenza delle conoscenze del vero, divengono a Dio simili, e divengono onesti cittadini, quando formano gli abiti in conseguenza di virtuose massime a loro insegnate da' virtuosi magistrati.

Fil. Ma voi bel bello siete entrato nella Morale, e questo che ha che fare colla Geometria?

Dor. Moltissimo, perche, sicome hò detto, il discorso Geometrico è applicabile a tutt'i particolari; ma voi, Filotimo, credevate, merce l'idea, che avete fatto della Geometria, di aver

G

acqui-

acquistato la facoltà di distinguere, con sicurezza il vero dal falso, e pure non avete altro acquistato, che la facoltà di emendarvi ne' vostri errori, ma non quella di non errare, nè questa la potete mai conseguire, se non, molte volte errando, ed emendandovi; nè questo, per altro mezzo, si fa, che per quello di un lungo, e ben ordinato esercizio. Così Filotimo, bisogna ben intendere, ed operare in conseguenza di quello, che s'intende; la qual cosa non, si fa senza unire alla Teorica la Pratica; Pratica però, che dalla vera scienza dipenda, e questa è la verità, e tutte le altre cose, che si dicono, sono mere ciancie inventate per liberarsi dal travaglio, che la vera scienza addimanda.

Fil. Piano, piano, Signor Doria, che i Moderni non escludono in tutto, l'esercizio dell'uso della Geometria, ma vogliono, che questo si faccia per la via analitica, cioè per l'Algebra, come una via più generale, più ordinata, e più commoda. E dicono di più, che l'Algebra è l'arte d'inventare le scienze, e che l'invenzione della Geometria sintetica non si può dedurre.

Dor. Oh, Filotimo, volete voi sempre indirizzare il discorso a quest'Algebra, e con ciò noi entriamo in un vasto oceano. Questa è quell'Algebra, che appunto appunto, a mio credere, ha deformato la Geometria; Questa non è l'arte d'inventare le scienze, siccome dicono i moderni, ma è l'arte di trovare molte inutili proprietà; dico inutili, perchè mai si riducono a veri particolari, ed alla pratica; ed oltre a ciò, quei sì fatti particolari nascono dal calcolo, non dal discorso, ma sapete qual è la vera arte d'inventare le scienze?

Fil. Quale?

Dor. Quella, che io vi ho insegnato, cioè, di fare, per lo mezzo delle reminiscenze, un serio esame sovra quello, che ha fatto la vostra mente, quando ha ritrovato le verità, e da questo sì fatto esame formare l'idea del modo, col quale devonfi ritrovare le altre verità: poscia esaminando una scienza, formar quella idea complessa di tutta la scienza, quale idea vi fa vedere in una sola occhiata la natura, ed i limiti di quella; in questa guisa è a voi agevole di ben definirla, ed indi a quei particolari discendendo, che sono conseguenze, over corollarj

rollarj dell'idea universale di quella tale scienza , voi tutti la vedete nella lor vera natura . Alla perfine , Filotimo, l'unione della Geometria sintetica, e della Metafisica , e la vera arte d'inventare le scienze, e se voi disgiungete una dall'altra, ambedue muoiono .

Fil. Adunque, se io formo in Geometria quella buona pratica, che voi dite, io diverrò Inventore, perche l'idea della scienza, la hò già, vostra mercè, formata.

Dor. Oh , per essere Inventore , si richiede ancora un'altra cosa .

Fil. E qual'è, di grazia ?

Dor. Si richiede l'Estro , del quale i matematici non hanno men bisogno, che ne abbiano i poeti; perche la mente degl'inventori non solo deve esser chiara, e forte, ma viva , e penetrante, per modo, che alzandosi sopra se stessa , penetri nelle più intime proprietà delle cose, e quelle rivolgendo in mille guise, infinite altre proprietà ne deduca. In fine negl'inventori, la piena conoscenza della scienza , sopra la quale medita, l'uso, e la pratica nell'operare , sono istromenti a loro necessarj : ma un fuoco della mente, il quale la sollevi sopra se stessa , in modo tale che , a guisa di raggio penetri nelle più intime parti delle scienze, e vegga in quelle , proprietà al comun senso ignote, è quel pregio , il quale è necessario agl'inventore ; e quindi è , che questa si fatta gente destinata all'invenzione e prima chiamata dalla natura a questa tal opera , e poscia si rende abile collo studio, e coll'esercizio. Quelli poi, che all'invenzione non sono dalla natura chiamati, hanno ancora il lor grado frà matematici , imperciocche formano la schiera de'critici; schiera utile ancora agl'inventori, perche vagliono ad emendarli di quelli errori , ne' quali sovente inciampano, a cagione de' voli disordinati, verso i quali l'Estro troppo infocato li rapisce ; d'ond' è poi , che invaghiti delle proprie invenzioni , trascurando la facoltà di emendarli , o di quella mancando, nell'errore rimangono . Questi si fatti critici sono utili a' matematici, nè per possedere questo grado di Critico, altro si richiede, che quella facoltà, di distinguere con sicurezza, ne i particolari almeno, il vero dal falso, la quale si acquista , accostumando la mente a meditare sopra la natura,

tura, e l'essenza dell'unità del discorso, che nella dimostrazione si contiene: questi sì fatti critici divengono poi perniciosi, ed importuni, quando, mancanti della sufficienza di distinguere il vero dal falso, mossi dall'invidia, come sovente avviene, vogliono prendere per le ali gl'inventori, ed arrestarli ne' loro voli; dalla qual cosa poi n'avviene, che l'ignoranza, non potendosi mai col buon costume accordare, da' critici infelici fanno alla Malizia, ed all'Impostura passaggio. Questi sono, Filotimo, i velenosi fonti, da' quali sono scaturite, tante avversità, e miserie, che hanno tutti gl'inventori afflitto, e tormentato.

Fil. Voi avete mirabilmente distinto, ne i loro ordini, le menti de' geometri; ed in vero non può negarsi, che la maledetta Malizia non sia il suffragio, al quale ricorrono i deboli, e gl'ignoranti. Ma ritorniamo al nostro proposito, ditemi, perche i metodi, che praticano i moderni, sono dannosi alla umana mente?

Dor. Io voglio sopra questo punto sodisfarvi, ma per ciò fare è necessario, che io ponghi ancora un poco avanti a' vostri occhi, a guisa di specchio di riflessione, i pregi del Metodo Sintetico, et acciò possiate, il Metodo Sintetico con quelli de' moderni paragonando, vedere i difetti, et i manifesti errori, che sono in quelli, voglio spiegarvi brevemente le proprietà, che deve avere la mente umana, indi farvi vedere, che tutte si acquistano coll'uso ben fatto del Metodo Sintetico: poscia narrandovi l'idea dell'Analitica, vi farò vedere, ch'ella non è valevole ad arrecare alla mente quei pregi, che la possono rendere perfetta, e passando alla idea de' nuovi metodi, vi farò conoscere, che non solo sono perniciosi, come l'Algebra alla mente umana, ma che sono falsi, e vani.

Fil. Voi mi riempite la mente di sapienza, e l'animo di curiosità tutt'ad un tempo, di grazia, svelatemi le qualità, che deve avere la mente umana, perchè io diverrò, in sì fatta guisa, Matematico, e Metafisico tutt'ad un tempo, mentre intenderò l'essenza, e la proprietà della mente umana.

Dor. La mente umana è necessario, che sia, per Primo lucida, per

ve-

vedere con chiarezza le cose, che prende a contemplare. Per secondo esatta, acciò possa vedere minutamente tutte le parti, delle quali si compongono le materie, che vuole esaminare. Per terzo ordinata, per poter ben distinguere nelle sue parti le cose, sopra delle quali medita, e per potere perfettamente ordinare i discorsi. Per quarto forte, acciò in una lunga catena d'illazioni possa, quando è giunta all'ultima, aver tutte le antecedenti presenti in modo, che possa conoscere quella unità, nella quale il raziocinio consiste, e concludere il discorso. Per quinto, che sia ampia, e molte cose comprendente, acciò possa ridurre le molte idee, che ha formato in una, e formando quelle idee complesse, che vi hò additate, vedere in una sola occhiata, tutta la distesa, & i limiti di una scienza, ed altresì di un'affare, quando avvenga, che alle pratiche cose si rivolga. Per sesto che sia industriosa, per sapersi procurare nelle difficili questioni quelle conoscenze, che a lei mancano, e che à lei devono servire per base de' suoi discorsi. E per ultimo, deve esser' viva, e penetrante, acciò possa, profondandosi nelle intime proprietà, delle cose, che esamina, vedere in quelle, quasi per raggio di luce, quelle cose, che sono nascoste alle menti deboli, e tarde. Ed alla perfine quella sarà una mente dalla natura privilegiata, che oltre le da me narrate qualità, avrà quel fortunato Estro, che l'invenzione produce. Ora con queste si fatte qualità, che, come doti della mente umana, vi hò descritte, voi vedete, Filotimo, esser necessario, che la natura unisca molte cose fra loro contrarie, ed opposte per formare una mente perfetta: imperciocchè sendo necessario, che la fantasia, e la memoria servano alla mente per ministri nell'ufficio de' suoi discorsi, è necessario altresì, che quelle siano forti; perchè, per esempio, quando voi esaminate un Teorema Geometrico, il quale di una lunga catena d'illazioni si compone, la memoria serve a far sì, che la mente rammenti le antecedenti illazioni, quando è giunta all'ultima, e la Fantasia vale a far sì, che la mente abbia sempre presente in una lunga catena d'illazioni, anco le immagini delle proprietà, che astrattamente contempla, e la forza del discorso è necessaria per far sì, che la chiarezza della mente non si lasci confondere dalle

ima-

imagini per modo, che non possa tessere i suoi fillogismi, e conchiudere un discorso, che da una lunga serie d'illazioni dipende. Ond'è, che sia necessario, che la mente sia viva nell'immaginare, esatta nel raccordarsi, ed ordinata nel ragionare; ed alla perfine, è d'uopo, che sia esatta, minuta, ordinata, e forte tutta ad un tempo. La qualità poi di vivace, e penetrante, si oppone più, che verun'altra, all'esattezza, et a quella di contemplar minutamente le cose. Imperciocchè il fuoco, che produce la vivacità, incita la mente a volare, & a trasandare il minuto; ond'è, che di leggieri inciampano negli errori queste sì fatte menti, i quali errori poi emendano, raffreddato, che sia il calore dell'Éstro, quando avvenga, che per lo mezzo del lungo studio abbiano acquistata quella sufficienza a distinguere il vero dal falso, che vi hò descritto, e che hò fatto a voi acquistare. Le menti tarde, all'incontro, sono tanto più atte alla contemplazione delle minute cose, quanto sono in tutto impotenti all'invenzione, ed alla creazione, e queste son quelle, che come vi hò detto, vanno, come incapaci, d'ingolfarsi nel mare vasto, ed aperto, radendo il lido, e contemplando ogni particolare; ond'è, che s'avviene, che abbiano la sufficienza, di distinguere il vero dal falso acquistata, vagliono nella critica, e se questa sì fatta sufficienza non hanno, non meritano il nome di matematici, nè che noi, di quelli facciamo parola. Queste sono le proprietà, che deve avere la mente umana, e queste son quelle, che vi farò vedere Filotimo, e che l'esercizio sopra la Geometrica sintetica fatto, è quello, ch'è valevole ad esercitare, ed a perfezionar queste proprietà nella umana mente, quando avvenga, che Iddio abbia queste sì fatte qualità, a qualche privilegiato uomo, somministrate.

Fil. Voi mi fate tutto rientrar nel mio niente Signor Doria, e conosco quanto la mia mente sia lungi da quelle perfezioni, che voi domandate, mà mi consolo poi, altresì, considerando, che niuna, o molte poche saranno le menti, che tutte quelle grandi perfezioni, che voi in quelle richiedete, posseggano. Quella, che voi domandate è una perfetta armonia, che da' contrarij si forma, ed è poco men che impossibile.

Dor.

Dor. E qual credete voi, Filotimo, che sia la cagione, che i veri sapienti siano stati sempre pochi nel Mondo? Certamente non altra, che le molte qualità, che si richieggono per formare una mente perfetta. I Greci, i Latini, e tutt'i più vasti Imperj, se ben considerate, molti pochi uomini posson vantare, i quali si siano all'ultima perfezione avvicinati, e pure quelli soli formano la gloria, e lo splendore di quelli Imperj.

Fil. In vero avete ragione, mà pure le menti mediocri, se non hanno i pregi della perfezione, sono più fortunate, che le grandi, perchè si fan forti col numero, al quale l'ignorante volgo aderisce: mà non ci dilunghiamo dal nostro proposito, ed insegnatemi, come l'uso della Geometrica sintetica possa somministrare alla mente umana la perfezione di quelle qualità, che avete narrate?

Dor. Ve lo dimostrerò con evidenza, purchè vogliate rammentarvi quello, che abbiamo detto, fa la mente umana, quando sopra l'oggetto della Geometria ragiona.

Fil. Mi rammento perfettamente tutti i vostri ragionamenti, dite di grazia?

Dor. La dimostrazione sintetica fa per primo, acquistare alla mente umana la chiarezza, e l'esattezza, ed il buon ordine, nel ragionare; perchè, se ben vi rammentate quello, che io vi hò detto, vedrete, altro non essere una dimostrazione geometrica, che l'arte di schiarire una idea, la quale prima era oscura, e confusa. I mezzi poi, per i quali à questo utilissimo fine si perviene, sono l'esattezza nel dividere le parti del Teorema, in modo, che si possino ordinare le illazioni, sì che l'una dall'altra dipendino, e formino quell'unità di discorso, nel quale il vero consiste. Ed ecco, come la dimostrazione geometrica somministra alla mente umana la chiarezza, l'esattezza, e l'ordine del ragionare. La Geometria sintetica somministra ancora l'industria; imperciocchè nella soluzione di un Problema proposto, la mente ha necessità di ricercare industriosamente le cose a lei ignote, e formare la costruzione. In tutte queste sì fatte cose si esercita ancora la forza della mente, a cagion che ella ha, come vi hò detto, bisogno della forza, per andar dritta nel corso di una lunga serie di
fil-

fillogismi, tutte l'una dall'altra, dedotte. Sapete, come è la mente quando ragiona intorno le materie geometriche, ella è a guisa di un uomo, il quale camina sopra una sottilissima corda, per la qual cosa fare, ha di mestieri di esser ben forte di vita, ed ordinato nel suo cammino per non vacillare, e cadere a terra, perchè, alla perfine, in Geometria non si cade per metà, ma o si cammina diritto, o si precipita in tutto. Si ampia poi, e si dilata la capacità della mente, nell'esercizio della Geometria Sintetica, quando si fanno quelle idee complesse, che io vi hò insegnato fare, per mezzo delle quali voi vedete, in una sola idea, tutta la distesa, & i limiti della Geometria; ond'è poi, che voi fate a guisa di un perfetto Ingegniero di Guerra, il quale avvicinandosi alla Piazza, prima contempla ad una ad una le parti, che la compongono; poscia salito sopra l'alto di un Monte la mira tutta in compreso, e ritornato poi al piano, vede tutti quelli particolari con diversa idea da quella, colla quale prima li aveva mirati, e ciò perchè dopo averli veduti in compreso, conosce la relazione, che hanno frà di loro, e l'ordine, e l'arte, e l'industria, colla quale sono stati dall'Artefice formato. Quella qualità poi, della vivacità della mente, la quale, come vi hò detto, l'Estro produce, si esercita ancora nella Geometria Sintetica, quando avviene, che uno l'abbia sortita dalla natura; perchè porgendo la quantità un vasto campo di materie, sopra le quali possa la mente pensare, la mente può, considerando l'essenza, et i limiti di qualunque scienza, veder quello, di che essa manca, e perfezionarlo, e penetrare in quelle intime, ed ascose proprietà delle cose, dalle quali poi ella possa nuove invenzioni dedurre: ed oltre a ciò, nella Geometria Sintetica la mente si fa chiara, ed esatta, in quella si amplia la capacità della mente, e si diviene ancora Inventore, quando avviene, che alcuno sia a tal opera dalla natura destinato. Alla perfine Filotimo, la Geometria sintetica è a guisa di una viva sorgente d'acqua, dalla quale ogn'uno può prenderne quella quantità, che è proporzionata alle forze del suo stomaco, e perfezionare coll'uso di quella quelle qualità di mente, dell'acquisto delle quali la natura l'ha formato capace. Conoscerete ben voi stesso queste verità, Filotimo mio, se dopo, che avete

preso

preso da me l'idea generale della Geometria, e con essa quella del vero, e del falso, voi ritornarete a studiar gli Elementi, perche conoscerete, che la seconda volta farete di quelli un'idea così piena, come voi ne foste inventore, ma bisogna dar bando all'Algebra, e ai nuovi metodi.

Fil. Voi volete distruggere le cose più ricevute, l'Algebra, i nuovi metodi impugnando.

Dor. Facciamo, da buoni metafisici, l'idea dell'Algebra prima, poscia de' nuovi metodi, in quella guisa, che abbiamo fatto della Geometria sintetica, e vi farò chiaramente conoscere, che la prima è perniciosa, e mancante; i secondi sono perniciosi, e falsi.

Fil. Ditemi di grazia dunque, qual'è l'idea, che dell'Algebra dobbiamo fare?

Dor. Io distinguo nella mia mente l'idea del discorso analitico, dal calcolo analitico, e riputo il primo men naturale, che il discorso sintetico, ed il secondo pernicioso.

Fil. Veniamo ora alle pruove, spiegatemi l'idea, che dobbiamo avere del raziocinio analitico?

Dor. Gli Analitici, in vece di procedere ne' loro discorsi dalle cose note alle ignote, come fanno li sintetici, soppongono la cosa, come fosse fatta, cioè a dire, come se il Problema fosse già sciolto. In virtù di questa ipotesi poi considerano le proprietà, che averebbe il Problema, se fosse sciolto; ed in questa guisa, deducendo sempre da una condizione, che ritrovano, che dovrebbe avere l'altra, ch'è conseguenza di quella, concludono, che quelle sono le proprietà, che deve avere, acciò siano adempite tutte le condizioni domandate nel Problema, ed in questa guisa fanno la costruzione, in conseguenza delle proprietà del Problema, che hanno trovato, in virtù della falsa ipotesi, che hanno posto. Alla perfine il Metodo Analitico è il Metodo inverso del Sintetico; imperciocchè nel Sintetico la mente passando dalle cose note alle ignote, forma prima la Costruzione, poi la Dimostrazione, indi la Conclusione. Nell'analitico si pone prima l'ipotesi, sopponendosi già fatto il Problema, e dalla sopposizione si ricava l'equazione, e dall'equazione il loco del problema, e la costruzione. Questa è, Filotimo, la generale idea del raziocinio Analitico.

H

Fil.

Fil. Mà a dirvi il vero, questo Metodo mi sembra ingegnossimo, e meno intricato del sintetico, perche nel sintetico voi avete d'andare brancolando di quà, e di là per ritrovare le ignote, in vece che, in questo Metodo Analitico, con un Metodo di raziocinare solo, ed a tutti comune, voi ritrovate il luogo del Problema. Oltre a ciò, questo Metodo analitico nè meno si oppone al sintetico; imperciocchè in quello si soppone, che si sappia la Geometria sintetica; mentre, quando avete supposto fatto il Problema, avete da sapere le proprietà, che deve avere, le quali non potete conoscere, senza sapere la Geometria sintetica, perche quelle proprietà, che si cercano, sono l'istesse, che Euclide ci ha insegnato.

Dor. Verissimo, Filotimo mio, ed io non niego, che il raziocinio analitico ingegnossimo non sia, ma dico, ch'egli non è così utile, come il sintetico alla mente umana, a cagione, che non è tanto conforme al naturale raziocinio, quanto lo è il sintetico; perche alla fine i bambini non cominciano i raziocinj dal sopporre la cosa fatta, ma procedono sempre dalle cose note alle ignote, come in questo nostro ragionamento vi hò detto, così seguendo il Raziocinio Analitico, non si esercita, Filotimo, il naturale discorso, ma si esercita un raziocinio vero, solamente a cagione, che sono vere le proprietà geometriche, che si soppongono.

Fil. L'idea, che mi avete data del metodo analitico è giustissima. Ditemi ora un poco, come dal raziocinio analitico, ne deducono il calcolo, e perche cotesto calcolo è cotanto pernicioso, come voi dite?

Dor. Gli Analitici sopponendo, come vi hò già detto, la cosa fatta, hanno ritrovata l'arte ingegnossima di denominare colle lettere le quantità, che la Geometria denomina con linee, superficie, e corpi. Questa sì fatta arte fa sì, che le quantità di diversa specie si denominino con un segno a tutti comune, che sono le lettere, in questa guisa, vengono ad astrarre dalla quantità, l'umana mente, affai più che Euclide non l'astrae; imperciocchè la disegnano con segni più generali, ed apprestano meno aiuto all'imaginazione, che le linee, le superficie, ed i corpi. Quest'arte di additare con un medesimo genere di segni le quantità di diverse specie, fa sì che gli Analitici

litici possano fare, sopra le lettere tutte quelle operazioni, che l'Aritmetica c'insegna fare nei numeri, e ridurre all'uguaglianza, le quantità diverse perche, in questa guisa, tanto le lettere, come li numeri hanno la facoltà di designare tutte le diverse specie e di quantità. Per esempio, come voi sapete nell'Aritmetica si segna col numero 4, il quadrato di 2, e col numero 8, il cubo di 2; ed in questa guisa il quadrato, & il cubo, quantunque di diversa specie, sono segnati con i numeri. Dell'istesso modo nell'Algebra speciosa, il quadrato di A si segna A^2 , il cubo, A^3 ; in somma coll'istesso genere di lettere, come nell'Aritmetica si segnano li stessi numeri, con questa differenza però, frà l'Algebra speciosa, e l'Aritmetica, che l'Algebra speciosa distingue le diverse potenze, agiongendo alle lettere il segno, che addita la potenza, cioè 2 quadrato, 3. cubo &c. In vece, che nell'Aritmetica 4, è quadrato di 2, 8 cubo &c; mà con tutto ciò le lettere nell'Algebra segnano indifferentemente tutte le diverse potenze delle quantità; ond'è, che le lettere si possono a calcolo, come i numeri ridurre, ciò che si noma l'Algoritmo, ed ecco, ò Filotimo, la Geometria ridotta a calcolo, come l'Aritmetica, come voi medesimo non ignorate, avendo, per qualche m'avete detto, qualche cosa studiato dell'Algebra.

Fil. Ma spiegatemi ora un poco come l'esprimere con generali segni le quantità, e lo ridurre a calcolo per mezzo di essi la Geometria, sia cagione, che i problemi geometrici si risolvano per calcolo in quella guisa, che nella Geometria Sintetica, si risolvono per raziocinio dedotto dalle cose note all'ignote.

Dor. Voi sapete che, quando agl'analitici si appresenta la soluzione di un problema, fanno essi le sequenti quattro operazioni cioè; Denominazione, Equazione, Riduzione, e Costruzione; e poscia la Sintesi, o sia la dimostrazione: sapete altresì, che nella Denominazione altro non fanno, che denominare le cose note nel problema con lettere distinte, come sono A; B; C; D; &c.; e le ignote con lettere diverse, come sono Y; Z; X, &c. Poscia voi pure sapete, che fatta la Denominazione, soppongono per ipo-

tesì il problema come fosse fatto, e facèdo le quattro operazioni aritmetiche sopra le lettere, che han segnate nella Denominazione, per lo mezzo de i segni, che esprimono il più, ed il meno cioè $+$; $-$; riducono all'ugualità, le quantità disuguali, e formano l'equazione, la quale altra cosa nò è, che dare una doppia espressione a quello, che si ricerca, cioè fare che l'ignoto divéga uguale ad una quantità nota. Ma perche il membro dell'equazione, nel quale si contiene la quantità nota, v'è sempre mischiato di alcuna lettera ignota, si fa la Reduzione; per mezzo della quale la quantità ignota viene in tutto uguale ad una quantità nota: così il calcolo, che avete appreso vi conduce, Filitimo, come in cocchio, a conoscere il grado del problema, perche se è piano, la quantità nota non passa il grado di A' ; se è solido, o soprafolido ascende al grado di A' , che vuol dir cubo; di A^2 , che vuol dir biquadrato, e fino all'infinito; indi secondo il grado, al quale è asceso il problema si costruisce per il solo Cerchio, e linea retta se è piano; per Cerchio, e parabola Apolloniana se è cubo; e per l'intersezione di altre curve più composte da moderni pensate, se ascende a più alti gradi. Potrei dirvi, Filitimo, come i problemi, i quali ascendono a solido, e soprafolido, alcune volte rimangono solidi, alcune volte si abbassano al piano per lo mezzo dell'estrazione delle radici, e per lo mezzo d'alzare le potestà di due quantità di grado diverse, finchè vengano di grado uguale. Potrei ancor dirvi, come l'igegnosissimo Renato Des-Cartes, oltre l'aver trovato il modo di esprimere in linea le radici dell'equazioni, per lo mezzo della costruzione, ha ridotto a quattro sole formole le formole dell'equazioni piane, ed allo stesso numero le cubiche le biquadrate, e tutte l'altre, le quali erano un numero immenso. Potrei dirvi, come colle sole medie proporzionali, e colla trisezione dell'angolo costruiscono tutti i problemi, ma tutto questo sarebbe inutile, perche io non voglio insegnarvi l'Algebra, ma solamente quello, in che essa è mancante, ed i danni, che arreca alla mente umana.

Fil. Ditemi prima in che quella è mancante, perche, a dirvi il vero, a me sempre è paruta l'Algebra una via ugualmente commoda, che sicura.

Der.

Dor. Per primo gli algebristi hanno tanto bisogno di industria per fare la Denominazione, quanto i sintetici ne han di bisogno per ritrovare quelle proprietà, che ad essi servono per la soluzione del problema; perche se avviene che un Algebrista non faccia prima bene idea del problema, e non sia buono sintetico, per modo, che abbia fatto quella idea complessa de i limiti della Geometria, che vi ho insegnato fare, esprimerà con lettere soverchie, e non proprie le note, e le ignote; onde poi nel progresso del Algoritmo andará tentoni cercando per un calcolo fortuito le note, che l'abbisognano. In fine vi vole quella espressione fortunata nel denominare, che dicono gli stessi algebristi.

Fil. E questa è la cagione, per la quale veggiamo alcuni algebristi far certi calcoli lunghi, e superflui. Ditemi ora gli altri difetti dell' Algebra.

Dor. Il grandissimo difetto del Algebra consiste nelle costruzioni, perche sicome vi ho poc' anzi accennato, gli algebristi costruiscono l'equazione cubica coll' intersezione di Cerchio, e Parabola, la quale sega il Cerchio in tre pñti, come ha fatto Pappo Alessandrino, però volendo portare all' infinito il loro metodo di costruire. In un problema nel quale si richiedono cinque medie, imaginano una curva, la quale sega il Cerchio in sei punti, e così sempre sino all' infinito imaginano curve, che segano il Cerchio in punti uguali in numero a i gradi del problema, ed uno di più, ma questa via è in tutto mancante, perche quantunque sia vero, che questa curva, che s'imagina averebbe le proprietà ricercate per il problema, se si potesse descrivere, ciò niente vale, perche come vi ho detto, il Geometra nella dimostrazione deve a sè proporre per ogetto il vero unico, e nella costruzione la piu semplice operazione, come è la linea retta, ed il Cerchio; onde è, che quando l' Algebra costruisce i Problemi sopra solidi, ella è sensibilmente mancante, Filotimo: errore produce errore, e perche le curve non sono al gusto d' Euclide, non si descrivono da punto a punto; quando si vogliono moltiplicare all' infinito, sempre più nel costruirsi dal vero si dilungano, ciò che non avviene della linea retta, e del Cerchio

chio le quali mantengono sempre sino all'infinito allongate, e tra loro moltiplicate la medesima semplicità.

Fil. Ah. Questa è la cagione, per la quale, lusingando il proprio genio, gli algebristi assentano per massima, che niente importa, che una curva non si possa costruire, ma che basta intenderne le proprietà; onde per essi l'istessa cosa è una curva composta, che una linea retta.

Dor. Apunto Filotimo, e quindi è che gli algebristi non fanno piu veruna differenza fra il più semplice, ed il meno semplice, fra quello che è utile in pratica, e quello che niente serve; per modo che tolgono in tutto alla matematica il pregio di ridurre all'atto le specolazioni; e quindi veggiamo che gli algebristi han trasandato l'uso di fare la sintesi, e nella soluzione di un problema vi soddisfanno con un *satis tibi materia suppeditabit*: ma acciò meglio vediate quanto è mancante l'Algebra nella costruzione de problemi solidi, e sopra solidi a cagione, che gli algebristi moltiplicano le curve all'infinito, osservate che non avviene lo stesso nelli problemi numerici, ne i quali l'Algebra è utile, ed è utile nelli numerici, perche in quelli, non vi è di costruzione bisogno; onde trovato per lo mezzo delle lettere il valore di una quantità uguale a i numeri ignoti che si cercano, si ritrova sciolto quel problema, il quale non si sarebbe risoluto per la sintesi, come si osserva ne i problemi di Diofanto.

Fil. Dunque voi Signor Doria impugnate queste curve, delle quali si servono nelle costruzioni gli algebristi, perche non si possono descrivere geometricamente, ma la parte nobile della matematica è sempre stata riputata la specolativa, perciò quando la mente contempla le proprietà costanti di una curva, ella esercita in quella, quel raziocinio, che è il nobile, e solo vero frutto, che dobbiamo trarre dalla Geometria, e niente importa che si possa descrivere quella tal curva, dalla quale conosciamo le proprietà: poi a dirvi il vero, chi descrive una linea retta perfettamente?

Dor. Dunque i problemi, che Euclide ci insegna, sono superflui, bastavano i teoremi, o vero insegnandoci Euclide i problemi, poco importava che ce li insegnasse descrivere in modo
così

così semplice, che in pratica altro non mancaffè, se non quello, che dipende dall' infermità de' nostri sensi, come avviene della linea retta, e del cerchio: in fine l' utile che la Geometria arreca alle arti non è da porsi in conto. Oh' Filotimo, si fatti sentimenti, come son questi, di pretendere che sia in tutto vana la costruzione, sono troppo strani, noi siamo giustamente caduti nell' eccesso opposto a quello nel quale cadono i scolastici, perchè quelli rappresentano la Geometria, come scienza meccanica, e perciò l'hanno dalla Filosofia disgiunti, e li moderni la rappresentano, com' una scienza puramente astratta, Filotimo, le specolazioni sono la parte nobile della mente umana, ma sono altresì inutili tutte le specolazioni, le quali ad utile uso non si riducono. Volete più? La Metafisica istessa, l'oggetto della quale dimanda le più pure specolazioni, che possa mai fare la mente umana, niente valerebbe, se da quella non si deduceffero la Morale, la Legge, e la Politica, le quali sono come corollarj di quella.

Fil. Voi mi stringete con assai forti ragioni, ma finalmente vi dirò in difesa degli algebristi, che essi si servono di queste curve non per altro, che per necessità, perchè i problemi di gradi superiori non si possono costruire con la linea retta, e col Cerchio.

Dor. In questo li compatirei, ma non posso tollerare che ammettano per geometriche le costruzioni composte, e vietate da Euclide, ciò che nè meno fece Archimede, nè Pappo, perchè se Archimede, e Pappo si servirono delle curve nel problema delle due medie, non perciò dissero che la di loro costruzione era perfettamente geometrica, nè moltiplicarono il difetto delle curve sino al infinito, considerando curve infinite, le quali mai si possono descrivere, come han fatto i moderni.

Fil. Ma come avevano a fare per superare gli antichi, a' quali vogliono in ogni modo far la guerra?

Dor. Doveano dar corpo all' ombra, come han fatto, e far riputare per cose altissime quelle, che gl' antichi han forse rifiutate per difettose, ed inutili.

Fil. Oh Sig. Doria mio lo aver trovato tante curve superiori colle quali

quali si costruiscono i problemi solidi, ed i sopra-solidi sino all'infinito, o che almeno mostrano come si dovrebbero costruire se si potesse, volete che si conti per nulla?

Dor. E se io vi farò vedere che si costruiscono con la semplice linea retta, allora che direte.

Fil. Attendo con impazienza di veder questo che dite, ma concludiamo ora in breve quello, che sopra l'Algebra avete detto: Voi trovate l'Algebra in due cose mancante, cioè nella denominazione, nella quale non vi è una via generale, e nella costruzione de i problemi solidi, e sopra-solidi, la quale al vostro dire, non è geometrica, e niente vale per la pratica.

Dor. Se voi avete Filotimo fatto bene idea del vero, e del falso, e del modo come l'idea del vero, e del falso dalla Geometria sintetica si deduca, voi non provarete molta difficoltà ad intendere i danni, che l'uso dell'Algebra speciosa arreca alla mente umana; imperciocchè non la troverete essere come la Geometria sintetica, la vera disciplina dell'umana mente, ma la troverete essere un'invenzione, fatta per comodo di quelli, che non hanno molta forza per sostenere la fatica di un lungo, ma utile raziocinio. Alla perfine, Filotimo, troverete esser l'Algebra il seme dal quale si producono molti falsi dotti, e più di quella, conoscerete esser perniciosi alcuni nuovi metodi da' moderni inventati.

Fil. Alla perfine voi vi opponete al facile, Signor Doria, e con ciò vi fate incontro all'amor proprio di tutti, perchè gli uomini amano di accordar l'utile col facile.

Dor. Sì ma bisognerebbe, che anche la sapienza fosse a guisa d'una Dama, la quale si arrendesse facilmente a chi con poco travaglio la ricerca, ma per sua natura, la sapienza è difficile, Filotimo, perchè la mente umana è troppo sepolta nella materia; ond'è che vi sia (come ho vi detto) di molta forza di raziocinio bisogno per sollevarle da quello.

Fil. Or via non ci dilonghiamo un'altra volta, in un discorso Metafisico, e narratemi i danni, che l'Algebra arreca alla mente umana.

Dor. Avete veduto, Filotimo, che il raziocinio analitico non è con-

è conforme a quel discorso, che la natura ha nella mente umana inserito; avete veduto, che quando si vogliono ridurre alla pratica le proprietà, che per lo mezzo del calcolo si ritrovano, ella manca nelle costruzioni: e posso ancora dirvi, a buona ragione, che le curve Apolloniane, le quali chiamano geometriche, sono false ancor esse, perchè non si descrivono da punto, a punto.

Fil. Oh Signor Doria, che dite? Di grazia lasciamo questa materia, e narratemi più in particolare i danni, che alla mente umana arreca l'uso dell'Algebra.

Dor. Acciò meglio conosciate i danni, che arreca l'uso dell'Algebra, vi farò ora vedere, che tutte le qualità della mente umana, le quali, come vi ho detto, la Geometria sintetica perfeziona: coll'uso dell'Algebra non si esercitano; e che sia così. Per primo, coll'uso dell'Algebra speciosa, la mente non coltiva il natural raziocinio, ch'è quello di procedere dalle cose note alle ignote. Per secondo non si fa industriosa, perchè si ritrova col pratico calcolo quello, che dovrebbe ritrovarsi per lo mezzo del raziocinio. Per terzo non si dilata la capacità della mente, perchè le idee complesse, ch'ella deve fare, si fanno per lo mezzo delle operazioni aritmetiche; ond'è, che la mente non le può mai contemplare come proprie, non riconoscendole come figlie del suo discorso, ma del calcolo. Per quarto la mente non divien forte, perchè non ha di mestiere di avere, nella contemplazione di una dimostrazione, sempre presente una lunga catena d'illazioni, e d'immagini, come nella Geometria sintetica. Per quinto non diviene esatta, e minuta; perchè non contempla a parte, a parte, le illazioni, e nel costruire non usa il rigore geometrico. Per sesto non si esercita la mente all'invenzione, perchè si riceve, per invenzione propria, quella, che il calcolo pratico, somministra, e non quella, che la mente ha ritrovato per lo mezzo del suo discorso. E per ultimo non si accostuma la mente a conoscere il vero in genere, a distinguere il vero dal falso ne' particolari, ed a formare sistema sopra le cose tutte, perchè la mente non contempla, ne' calcoli, quella unità, che, nelle dimostrazioni sintetiche, si manifesta a chi sa meditare

sopra quelle. Alla perfine l'Algebra non è, come la Geometria Sintetica, la vera disciplina della mente. Oltre a tutto questo da me detto, intorno a i danni, i quali arreca alla mente il calcolo analitico, che nell'Algebra speciosa si pratica, è da considerarsi, che l'Algebra speciosa, non discendendo nelle costruzioni esattamente a i particolari, come vi ho poc' anzi detto, non somministra l'invenzione d'alcun problema utile alla Geometria.

Fil. Ma gli algebristi suppongono sempre, che prima, si sia studiata la Geometria sintetica?

Dor. Sì, per erudizione, e quanto serve all'uso dell'Algebra; ma quella meditazione, che da buon Metafisico, sopra la Geometria Sintetica, io hò fatto fare à voi: e quell'esercizio di sciogliere problemi, ed inventare, che vi ho dimostrato esser necessario per divenir vero Geometra, lo reputano superfluo, e lo fanno ne calcoli analitici per maggior facilità.

Fil. Ma, per ricercare il facile, a me sembra, che abbiano ragione!

Dor. Non si deve cercare il facile quando è dannoso, come io vi ho dimostrato: in prova di ciò vi riferirò, Filotimo, una cosa, che narra Platone nel Fedro; la qual'è in tutto, a proposito a questo discorso, che ora facciamo. Platone nel Fedro narra, che Theuth Inventore delle lettere andò a trovare Thamo Rè di Tebbe, acciò le approvasse la sua invenzione, per comunicarla agli Egizzj, dicendo, che questa averebbe resa più dotta quella nazione: ma Thamo rispose a lui, che gl'inventori, come appassionati delle proprie invenzioni, non sono mai giusti giudici dell'utile, o del danno, che arrecano agli uomini le loro invenzioni. Voi siete Inventore delle lettere, dis'egli, e l'amore, che voi avete alla vostra invenzione vi trasporta ad attribuire alla vostra invenzione, un effetto, tutto diverso da quello, che produrrà; perchè l'uso delle lettere, renderà gli uomini più negligenti ad imparare, a cagione, che andandosi a quei segni esteriori, e sensibili, non si affaticaranno più d'imprimere nella loro mente le cose: così voi avete trovato un rimedio, che dispensa gli uomini dall'obbligo di tenere scolpite nella memoria le cose, ed in questa guisa voi, aiutando la reminiscenza con questi segni sensibili,

bili, rendere pigra, e debole la memoria, e somministrare a i vostri discepoli un modo per comparir dotti, senz'esserlo in effetto.

Fil. Ma ditemi un poco? Come voleva questo Thamo, che gli uomini tramandassero a posterì le memorie de' fatti, senza l'uso dell'Alfabeto, e come senza quello averessimo noi avuto notizia delle arti, e delle scienze, che hanno saputo i nostri maggiori? Certamente il sentimento di Thamo a mè sembra stravagante!

Dor. Questa vostra richiesta potrebbe far sì, che noi entrassimo in un'altro ragionamento, e perciò ci dilungassimo dal nostro proposito: con tutto ciò voglio darvi di questo un'picciol saggio, col quale vi mostrerò ancora più evidentemente, coll'esempio del sentimento di Thamo, quanto sia l'Algebra, alla mente umana, perniciosa.

Fil. Di grazia, svelatemi questo mistero?

Dor. Gli uomini di quei primi secoli credevano, come in vero è, che la memoria de' fatti, si conservava più, tramandandola dalla memoria de' padri a quella de' figli, che conservandola ne i scritti, i quali con l'invasione de' popoli conquistatori, e colle distruzioni delle città, che per altre cagioni avvengono, a lungo andare si perdono. Erano poi i padri diligentissimi nel narrare a i figli i fatti de' loro antecessori, e ciò perchè, non avendo l'uso delle lettere, non avevano il comodo di ricorrere a i scritti, quante volte si erano i fatti dimenticati, perciò privi di quella sì fatta commodità, conservavano non negli archivj, come noi, ma nella loro memoria esattamente le relazioni de' fatti passati. Per quello poi, che s'attiene alle arti, il padre esattamente le insegnava a i figli; questo sì fatto modo praticano ancor oggi, con molta utilità, li Cinefi, ed in vero è certissimo, che le arti non si possono da i scritti apprendere in quella guisa, che s'imparano dalla viva voce, e dalla pratica dell'Artefice; e la cagione di questo è, che i modi di pensare, cioè le forme delle menti degli uomini, sono tanto diverse, quanto sono diverse le forme di tutt'i volti; da ciò n'avviene, che gli uomini intendano le cose, più secondo la forma della loro mente, che secondo la forma della mente di chi le scrive.

In fine gli uomini non s'intendono l'uno l'altro; se non si ritrovano dalla natura formati di menti, li quali abbiano nelli modi, e nelle profondità di pensare una certa similitudine; ed oltre a ciò, se non hanno fatto l'istesso abito di pensare sopra le medesime materie, e ciò perche la mète più facilmete acquista gli abiti di pèfare sopra le materie particolari, che quella facoltà di distinguere il vero in genere, che la fa indifferentemete, e con sicurezza conoscere ogni vero, che a lei si appresenta, qualunque sia lamateria, che quel tal vero abbia per oggetto. Questo l'hò sperimentato io, nel mio Nuovo Metodo, perche non sì tosto i moderni matematici hã veduto i cubi terminare alla retta, che non han saputo distornarsi dall'abito di mente, che avevano fatto a considerarle nelle curve, e non han saputo intendere le mie dimostrazioni. Ora da questa si fatta disposizione di mente, ed analogia di forme di pensare, ch'è necessaria, acciò gli uomini intendano le cose da altri scritte, ne avviene, che tutti gli uomini la medesima cosa scritta, diversamente intendano; e quindi è, che veggiamo qualunque cosa, per molto, che chiaramente sia scritta, non andar mai esente da una mostruosa diversità d'interpertazioni, che gli uomini a quella danno, tutte frà loro diverse, secondo, che son diverse le forme delle menti di quelli, che le studiano: e quindi nascono tanti comenti, tante critiche sopra le sentenze, sopra i fatti, e sopra le arti degli antichi, quanti sono quelli, che nel Mondo osserviamo, e che hã riempito, con mostruoso numero di volumi, le biblioteche. In ciò, che riguarda poi le scienze, seguivano quegli antichi uomini una maggiore semplicità, che noi, ed erano come i primi romani, la scienza de' quali tutta nelle leggi delle dodeci tavole avevano epilogato, per modo che, ogn' uno poteva nella sua memoria scolpirle, e ritenerle, sicome facevano; in questa guisa, con assai maggior semplicità, che noi, vivevano, e con tutto ciò, non trascuravano la memoria de' fatti de' loro maggiori, non mancavano delle arti necessarie alla vita, non ignoravano le leggi, che al buon costume conducono, esercitavano i buoni, e forti abiti, dalle leggi prescritti, i quali sono quelli, che formano l'onesto, e virtuoso Cittadino, e non erano turbati dalle noiose dispute, dalle vane interpertazioni

ni delle leggi, e dalle contese frà essi; amavano quelle leggi, che solo conoscevano, e nelle quali stava riposta l'essenza della loro libertà, e scarchi di privata ambizione, e fra di loro in stretta unione congiunti, solamente a respingere la rapacità, e la violenza de' vicini, il valore, & il coraggio impiegavano. Questa era la felice vita di quei virtuosi uomini, la quale, come vedete Filotimo, era prodotta dalla semplicità delle leggi, e dall'amore, verso quelle, che la prudenza de' padri instilla va nel cuore de' figli.

Fil. Veramente grandi sono gli effetti, che questo sentimento di Thamo produceva nella Repubblica: ma se noi eleggiamo questo Thamo per Giudice, egli non solo distruggerà l'Algebra, ma la vostra Geometria Sintetica, la Metafisica, ed ogni altra scienza ancora; perchè, s'egli non voleva l'Alfabeto, nè meno vorrà le figure geometriche, e senza le figure geometriche, non sò come si può apprendere la Geometria, perchè imaginare tutto quello immenso numero di figure, e mandare a memoria tutta quella lunga catena di proposizioni, mi sembra un'opera superiore alle forze della mente umana.

Dor. Egli non averebbe proibito, come voi dite, la Geometria sintetica, ma averebbe proibito l'Algebra; perchè, se ben vi rammentate, Thamo credette l'invenzione delle lettere pernicioso a sola cagione, che col comodo, che quella apprestava, gli uomini non avrebbero più fatto uso della memoria; ma io vi ho mostrato, che nello studio della Geometria sintetica, nell'istesso tempo, che si ordina, e si affina il raziocinio, si esercita, e si fortifica la memoria, e l'imaginazione: averebbe all'incontro proibito l'Algebra, nell'uso della quale gli uomini segnano sopra la carta quelle illazioni, e quei discorsi, che nella Geometria sintetica sono costretti di sempre tenere presenti alla loro memoria, per poter intendere la conclusione. E che sia così, osservate Filotimo, che il gran preggio, che all'Algebra i moderni attribuiscono, è quello stesso, che Thamo credeva, che fosse il gran danno, che le lettere arrecavano alla mente umana; imperciocchè la chiamano *le Soulagement de la memoire*, e sono giunti a tale, che la memoria rappresentano, come una inutile potenza a noi dalla natura somministrata.

Fil.

Fil. Mà questo Thamo mentre reputava pernicioso l'Alfabeto, uopo è, che credesse ancora inutili, e perniciose alla Repubblica le scienze: imperciocchè egli è impossibile, che senza l'uso delle lettere, si possano le scienze apprendere, ed in vero come può la mente umana, senza segnare i suoi discorsi, supplire a quella lunga catena di meditazioni l'una dall'altra dipendenti, che la Geometria, e la Metafisica addimandano?

Dor. Thamo credeva forse perniciose le lettere alle repubbliche del suo tempo, perche di pochissimo numero d'uomini si componevano, per modo che, il Principe più al Padre di Famiglia, che al Monarca si assomigliava. Per queste sì fatte repubbliche non era d'uopo di un gran Legislatore Filosofo; perche le poche, e semplici leggi, gionte a buoni abiti, erano a reggerli sufficienti, ma quando poi la Repubblica ampia, e distende i suoi confini per molto spazio di dominio, quella naturale prudenza, ch'era sufficiente a governarla, in angusti confini ristretta, è forza, che in Filosofia si cangi, e che il Senato di saggi metafisici, e pratici, tutt' ad un tempo, si componga; imperciocchè fra gli uomini in molto numero uniti, le passioni si moltiplicano, si dilatano, e si accrescono all'infinito; onde facendosi la Repubblica più composta, è necessario in molti, e diversi ordini dividerla, e poscia quegli ordini tenere fra loro uniti per lo mezzo delle leggi scritte, dipendenti da quella morale, che da semplici, e naturali principj non si ricava, ma dalla Metafisica si deduce. Alla perfine v'è bisogno di Senato, o di Principe, che sia Filosofo, e Legislatore in quella guisa, che nella vita civile ho divisato. Così dunque è da crederfi, che Thamo averebbe permesso alle grandi repubbliche, non solo, l'Alfabeto, ma le scienze tutte; egli non è però già, che siccome la vera scienza è necessaria alle grandi repubbliche, la falsa non sia ugualmente alle grandi, che alle picciole pernicioso; imperciocchè introducendo, come vi ho detto poc'anzi, le lettere mal'intese, quelle mostruose dispute, quelle quasi infinite critiche, e diversità d'interppezioni, e di pareri intorno alle cose, che si leggono, la schiera de' letterati diviene, appunto come farebbe un Esercito mal disciplinato, nel quale ogni Soldato volesse da se stesso fare i suoi particolari movimenti, e con ciò rompere

perere

pere quella unita, e quella concordia, che è l'anima, ugual-
 mente degli Eserciti, che della civile società. Che ciò sia ve-
 ro, Filotimo mio, sappiate, che uno de' segni più vevoli ad
 indicar la caduta degli imperj, e delle repubbliche è l'abbon-
 dante numero de' letterati, e de' libri, perche la perfezione
 non potendo mai stare nel gran numero, è forza, che della
 gran multitudine di letterati la maggior parte sian falsi, ed il
 gran numero de' libri, che quelli producono, inutili, o perni-
 ciosi; dalla qual cosa poi ne avviene, che quando le repubbli-
 che sono gionte a questo sì fatto abuso, nascano quelle con-
 tradizioni, e diversità di pareri, che poc' anzi vi ho detto,
 ed in conseguenza di ciò, le menti de' popoli dividendosi frà
 di loro, e confondendosi, divengano varie, ed incostanti
 nelle loro massime, perdano l'unita de' sentimenti nella Reli-
 gione, e nelle leggi, e l'armonia della Repubblica confonden-
 dosi, finalmente la Repubblica perisca. Così dunque io pen-
 so, che Thamo gran Filosofo averebbe proibito al suo piccio-
 lo Principato le lettere, come a quello non necessarie, e co-
 me quelle, che lo potevano corrompere, e le averebbe, non
 solo permesse, ma ordinate a i grandi stati; e credo altresì,
 che per evitare la corruzione delle lettere, egli le avrebbe col-
 locate in difficilissima parte, in quella guisa, che la natura
 ha voluto, che le vere lettere non mai da noi, senza grandis-
 sima difficoltà, si apprendessero, e forse, forse, non avreb-
 be lasciato, a tutti gli uomini, la libertà di studiarle, ma co-
 me era costume degli Egizj, le averebbe fatte insegnare nel
 Tempio, e solamente a quelli, che prima erano stati iniziati
 allo studio. Ma se ciò non avesse fatto, non averebbe certa-
 mente permesso, come noi permettiamo oggi, li metodi
 pratici, ed a tutti comuni, di studiare, ne i tanti ristretti di sto-
 rie, e di scienze, che noi permettiamo oggi, per apprestare al-
 le menti deboli il comodo di comparire agli occhi del
 volgo, quelle, che non sono, e guastare in questa guisa l'or-
 dine della Repubblica.

Fil. Per quel, che io posso intendere, voi vorreste, collocando
 la sapienza in difficilissima parte, far sì, che la Repubblica,
 pochi sapienti avesse, ed oltre a ciò voi certamente credete,
 che senza lo studio della Geometria, e con modo difficilissimo
 fatto,

fatto, non vi possa essere vero sapiente, ma questo a me non sembra in tutto vero, perchè vi sono tanti legisti non geometri, e Cicerone era grand'Oratore, e nel Foro Romano persuadeva ciò, che imprendeva a provare, e pure non era Geometra. Così, quando voi permettete le lettere, non potete evitare nella Repubblica quella folla de' sapienti, che avete detto essere, alla Repubblica, rovinosa.

Dor. Nò Filotimo, io procuro di sfuggire sempre da i sentimenti eccessivi, e perciò distinguo il Legislatore dal Legista, il Dotto nelle cose particolari, dal Dotto nelle scienze universali; ma non vorrei, che l'uno usurpasse l'ufficio dell'altro, mentre da diverso fonte discendono. Rammentatevi, Filotimo, che io vi ho distinte in due ordini, le menti degli uomini, cioè quelle, che hanno una forte, e giusta idea del vero in genere, e che fanno ritrovarlo in ogni particolare, che ad esse si appresenta per modo, che niente lor giunge nuovo; e quelle menti, che sono vevoli a ragionare sopra le cose particolari, le quali come mancanti dell'idea del vero in genere, nelle materie a lor nuove si perdono, e si confondono. Per esempio, io credo, che quando gli uomini formano un lungo abito a raziocinare sopra le cose particolari, possono divenire sopra quelle, buoni geometri almeno per quanto la materia, che trattano, lo permette, e la cagione di ciò è, perchè, come vi ho dimostrato, la natura have inserito in noi, insieme col Sillogismo, la Geometria, e perciò quando la mente si accostuma sopra una cosa particolare, a ben' usare del Sillogismo, diviene, in quella particolare cosa, Geometra; quindi nascono buoni legisti pratici, e dotti in quella particolare scienza, i quali non sono alla Repubblica, come i falsi filosofi, perniciosi, perchè quando non vogliono usurparsi il titolo di Legislatore, il quale dalla buona Metafisica giunta alla pratica del Mondo, dipende, possono divenire buoni nelle arti particolari, e buoni critici ancora in Geometria. Cicerone potrebbe dirsi, che divenne Geometra, eleggendo per suo studio particolare la Filosofia, ma egli è vero altresì, che si osserva, che Cicerone, nella sua Filosofia, è un poco vario, ed inconstante, e non abbraccia veruno particolare sistema, la qual cosa fa conoscere, che la Filosofia è quel-

è quella sola, che come volevano Aristotele, e Platone, non può andare dalla Geometria disgiunta. Per quello che s'attiene al Metafisico, o sia Legislatore, io penso, che per lo mezzo dell'Estro, a molti uomini naturale, la mente possa, à guisa di raggio di luce, penetrare nell'astratto, e vedere in quello le più reposite verità metafisiche; ma credo altresì, che la sola Geometria sintetica sia quella, che insegna la mente a camminare ordinatamente nelle astratte meditazioni, ed a fare una giusta idea del vero, e del falso in genere, per modo poi, che quando la mente rimira nelli universali li particolari: forma di tutti li particolari la vera, e giusta idea; alla perfine la Geometria è la vera disciplina della mente, perchè ella guida egualmente alla conoscenza delle verità astratte, che a quella delle arti particolari. Così quando gli uomini si contentassero di stare ristretti in quei limiti, che la natura ave alla loro abilità prescritti, ne volessero usurparsi quello officio, che loro non appartiene, il numero de' professori, nelle cose particolari, non sarebbe alla Repubblica pernicioso, e nello stesso tempo la Geometria sintetica, studiata da buon Metafisico, in quel modo, che io ho fatto considerare a voi, ci darebbe quei Legislatori, che sono alla Repubblica necessarij, e queste sono quelle cose, le quali certamente il pratico Calcolo Analitico non è valevole a produrre. Ora che dite Filotimo?

Fil. Dico, che mi avete fatto fare una piena idea de' limiti della Sapienza, e degli utili, e de' danni, che arreca; e che mi avete così convinto de' danni, che l'Algebra produce alla mente umana, che io mi riputerei Geometra pratico, e volgare, se la seguissi. Mostratemi ora, di grazia, colla stessa evidenza, colla quale mi avete mostrato le fallacie dell'Algebra, la falsità de' nuovi metodi da' moderni introdotti?

Dor. Di questi non accade nè men ragionare; imperciocchè, se vi hò dimostrato, che l'Algebra, la quale nelle sue dimostrazioni, procede per la via della dimostrazione geometrica, è pernicioso, perchè ne' suoi raziocinj procede con metodo vero sì, ma non tanto naturale, come il Sintetico; e perchè usa il pratico calcolo, il quale aliena la mente dal raziocinio; come

volete, che siano utili li metodi, ne i quali non solò si usa il pratico calcolo, ma non si richiede la rigorosa dimostrazione geometrica? Credo che sappiate, che in questi metodi li moderni si cõtentano di approssimarsi al vero, per la differēza di una quantità minore di ogni data quantità. Ora se il rigore della dimostrazione geometrica vuole, che si giunga all'uguale: se vi hò fatto conoscere, che l'essenza della dimostrazione geometrica consiste nell'unità, la quale è quella sola, nella quale la nostra mente ritrova il vero, questo poco basta, acciò quelli sì fatti metodi non siano geometrici; ed in vero, se ciò fosse, si potrebbe tenere per quadrato il Cerchio; perche il poligono, che suppone Archimede, io posso immaginarlo d'infiniti lati, per modo che, la differēza, che vi è frà il curvo, ed il retto, non sia solamente da 7. a 22. in circa, come l'hà ritrovata Archimede, ma di una quantità minore di ogni data quantità, la quale, se non potrò esprimerla per numeri, la potrò intendere colla mente, e perciò avrò nella mia mente quadrato il Cerchio, di modo però, che li rigorosi geometri antichi non l'ammetterebbero. Li geometri sono stoici, e non danno differenza di grado nell'errore, la cosa ò è vera, ò è falsa, e perciò in Geometria, tanto è falsa una cosa, che si avvicina al vero per la differenza di un grano di arena, quanto quella, che se ne discosta per lo spazio di mille passi. Questo che io vi hò detto, basta per dimostrarvi, che i metodi de' differenziali, ed integrali, e quello degl' infiniti piccioli, ne i quali li geometri si contentano dell'approssimazione, sono falsi; e basta per farvi conoscere, quanto sia la corruzione, che i moderni geometri hanno, nella purità geometrica, introdotta.

Fil. E' verissimo; ma vorrei sapere da voi, quel Metodo degl'Indivisibili, che li Signori Autori di Lipsia dicono, che *non nisi infantia fuit Geometria*, per qual cagione lo credete perfettamente Geometrico? E qual utile maggiore, che quelli da' moderni inventati, arreca alla Geometria?

Dor. Il Metodo degl'Indivisibili considera la linea divisa in punti infiniti, come ancora si ricava da Euclide, e dalli infiniti punti suppone tirate infinite linee, come sapete; questo amplia di molto la Geometria, perche vi dà aggio di trovare
mol-

moltissime proprietà, considerando le figure geometriche ripiene d'infinite linee parallele; poscia in quel Metodo non si usa calcolo, il quale, come vi hò dimostrato, è pernicioso, e nell'ordine di dimostrare si usa, come in Euclide, il naturale raziocinio. E che sia così, voi vedete, che per quel Metodo si dimostra lo stesso, che dimostra Euclide, nè si quadra il Cerchio; in quel Metodo procedendo nell'infinito si riducono all'ugualità tutte le differenze, che si ritrovano nelli particolari, nè si contenta della semplice approssimazione. Finalmente nel Metodo degl'Indivisibili, quello, che si suppone, è permesso da Euclide, nelle dimostrazioni si procede per sillogismi, nelli quali vi è la perfetta unità, e perciò egli è in tutto geometrico, e dimostrato, come Euclide: potrei dirvi, ma non voglio avvalermi d'autorità, mentre milita per me la ragione a' priori, che questo Metodo quanto è disprezzato da' Signori Autori di Lipsia, altrettanto è stato approvato da Riccardo Albio Inglese, Ismaiel Bullialdo, uomo tanto celebre in Matematica, quanto ogn'uno sà, Francesco Scoten, Isac Barau, Evangelista Torricello; ed alla perfine ricevuto per comune consenso da tutt' i Matematici.

Fil. Ma se voi per questo Metodo avete duplicato il Cubo, avete fatto una cosa uguale alla Quadratura del Cerchio?

Dor. Io non l'hò duplicato per questo Metodo, ma per l'uso de' numeri, applicati alle linee, per lo mezzo dell'unione della proporzione aritmetica colla geometrica, ch'è quello, che vi hò detto, havere insegnato Euclide; e da questo metodo, io non ho improntato altro, che la facoltà di supporre la linea divisa in punti infiniti, ed in infinite linee parallele, che partono da quelle; cose tutte, le quali senza il Metodo degl'Indivisibili, non le vieta Euclide, e quel ch'è più, *nihil petij a Methodis aliarum Nationum*, come vogliono i Signori Eruditi di Lipsia, che sia necessario, per ritrovare qualche cosa, *et tamen, à via non aberravi*.

Fil. Ma ditemi di grazia, se voi mi avete insegnato, che anche le verità, che Euclide c'insegna, quando si vogliono porre in pratica, a cagione del difetto de' nostri sensi, non possiamo da quelle conseguir più, che una buona approssimazione; perche volete condannare i metodi differenziali, ed integrali, e gli in-

finiti piccoli ; quando quelli vi danno in pratica un' approssimazione minore d'ogni data quantità , e sono lo stesso , che Euclide v'insegna ?

Dor. Perche Euclide insegna prima il vero unico, donde noi poi conosciamo , che in pratica non si può, mai perfettamente, eseguir quello, che s'intende, in vece che, i nuovi metodi, de' quali ragioniamo, non giungono al vero nè men col discorso, e perciò non si possono nomare geometrici.

Fil. Dunque saranno buoni in pratica.

Dor. Per le cose fisiche , lo concedo , nelle quali dobbiamo contentarci dell'approssimazione ; ed in vero , il Signor Cassini si è di quelli utilmente servito nelle cose astronomiche .

Fil. A che vale questa verità astratta , quando non si può ridurre esattamente in pratica ? La conoscenza di quella reca alla mente una grandissima fatica , senza verun frutto . A me sembra , che in qualche parte abbiano ragione i moderni .

Dor. La Geometria vale a darci la conoscenza del vero unico, ed in astratto , e serve a formare il Metafisico , ed in conseguenza di ciò a far sì , che la mente umana faccia idea della Giustizia, ch'è una, ed a far formare ancor di tutti i particolari, la giusta idea ; alla perfine serve a formare il vero uomo . Voglio come , vi hò detto , che l'uomo ami di ridurre in pratica quello, che intende , e che non disprezzi, come i moderni Algebristi, nelle matematiche , le costruzioni, e li problemi, ma non voglio , che, come i seguaci de nuovi metodi, passi all' altro eccesso , e disprezzi la ragione , e la dimostrazione , che sono una cosa stessa . Filotimo credete à mè ; errore genera errore , e l'inganno va all'infinito , e perciò i moderni geometri , prima coll'uso dell'Algebra , abbandonandosi al pratico calcolo , hanno perduto l'idea del vero unico, e del vero in genere; poscia perdendosi ne i nuovi metodi, hanno ricevute per geometriche le approssimazioni, ed hanno ridotto prima la Matematica alla Chimera , e poscia hanno fatto di quella una Fisica , & una Meccanica ; e quindi è poi , che lo stesso disordinato metodo seguendo, nello studio della Filosofia , delle leggi, e delle morali, hanno gli uomini, in queste importantissime facoltà, tanta mostruosità di diverse sentenze seguite , che si può quasi dire quel volgare adagio , *res homines quot sententia* .

Fil.

Fil. Mà, Signor Doria, voi mi avete fatto, con buone ragioni conoscere per fallacissimi, l'Algebra, ed i moderni metodi; ma ascoltate di grazia, come li moderni parlano magnificamente de i loro metodi, e quanto l'inalzano sopra la Geometria degli antichi. Osservate di grazia, che sembra, che degli antichi parlino con una certa compassione, ammirando di quelli l'ingegno, ma commiserandoli, che habbiano in così scarfi confini camminato, onde non han potuto iscoprire quelle cose, che han scoverte i moderni. Tacciano gli antichi, perche non hanno saputo ajutare la mente umana con il gran soccorso dell'Algebra, ed adducono per ragione, che lo spirito dell'uomo è così limitato, e ristretto, ch'egli è quasi impossibile, che possa già mai durare alla penosa fatica, che lo scioglimento di una quistione, per la via sintetica, addomanda, e che perciò l'invenzione dell'Algebra, e li nuovi metodi hanno liberata la mente umana da sì tormentoso travaglio: inalzano poi magnificamente li nuovi metodi, e chiamano la Geometria degli Antichi, la Geometria ordinaria, e lodano gli Antichi solamente, perche privi di tanti lumi, quanti son quelli, che per mezzo dell'Algebra, e de' nuovi metodi hanno ricevuto i moderni, pure hanno fatto qualche cosa in Geometria.

Dor. Questa è, come vi ho detto, ò Filotimo, la guerra imaginaria, che Tito Livio fa fare a' greci da i suoi romani.

Fil. Bene, voglio acconsentirvi, che l'uso della Geometria sintetica sia più valevole, che l'Algebra, ed i nuovi metodi a formare la mente umana, perche con ragioni intime, e metafisiche me l'avete dimostrato. Voglio acconsentirvi, che se si vuol seguire il rigore d'Euclide, i nuovi metodi non siano geometrici, mà non intendo, come vogliate, ch'essendosi per lo mezzo dell'Algebra, e de' metodi facilitato di molto la Matematica, i moderni non abbiano ancora ritrovato delle cose, che furon'ascolte agli antichi.

Dor. Niuna cosa, che soministri alcun profitto alla vera Geometria, hà ritrovato; perche non han ritrovato, che curve, le quali, come vi hò detto, si contétano immaginarle descritte, senza che le possano, nè meno per approssimazione, descrivere, & han trovato altre curve superiori, come sono la Parabola cubica, la
biqua-

Biquadrata, ed altre, le quali non si possono descrivere *Circino,*
& Regula.

Fil. Oh tacete, tacete di grazia, Signor Doria, non più!

Dor. Che vi è avvenuto Filotimo, avessi io detto alcuna eresia?

Fil. Voi volete escludere ancora, per quel che veggo, dal numero delle linee geometriche, le curve d'Apollonio; mà in questo modo, voi non vi opponete più a i moderni, vi opponete ad Archimede, vi opponete a Pappo Alessandrino, i quali le hanno ricevute per linee geometriche.

Dor. Non Filotimo, gli antichi eran più discreti, e modesti, che non sono i moderni. Archimede, e Pappo si sono serviti delle curve nell'invenzione delle due medie continue proporzionali, ma non per ciò le han ricevute per geometriche, in modo, che non abbiano sempre desiderato di ritrovare il Problema delle due medie per la via piana; per esempio, Archimede quadra il Cerchio per un'approssimazione, nella quale la proporzione, ch'è fra il diametro, e la periferia del cerchio, è per la differenza di 7. a 22. in circa, ma Archimede non ha preteso di aver quadrato il Cerchio geometricamente. Così si servirono delle curve per necessità, ma sempre stimarono più la linea retta, che le curve, come quella, ch'è affai più semplice, e per mezzo della quale non manca altro, per eseguire perfettamente quello, che la mente intende, se non quando fossimo formati dalla natura di sensi più perfetti di quello, che siamo: i moderni soli son quelli, Filotimo mio, i quali stabiliscono massime universali dedotte dalle loro passioni, e formano leggi da i loro errori. Certamente Archimede non disse, come i moderni, che basta intendere le proprietà di una linea curva, e che poco importa, che non si possa mai costruire, nè meno per approssimazione. Archimede non disse, che lo stesso era calcular la ragione, e raziocinar con la penna, che ragionar colla propria mente, e che la memoria è una potenza inutile, la quale non è necessario coltivare, ma che tutto lo studio dell'uomo, deve essere nel procurare di liberarsi dalla necessità di quella, con l'invenzione de metodi generali, e de' calcoli pratici. Archimede non disse, che nelle proposizioni di Euclide non vi era ordine, nè metodo; non disse, che i poveri antichi avean fatto molto, avendo

se-

79

seguito metodi ; che sono impossibili dalla mente umana a praticarsi , ne tentarono di diminuire i pregi della mente umana, per inalzare le loro invenzioni .

Fil. Per quel che io veggo, voi attribuite alla mente umana assai maggiore capacità di quella, che ad essa non concedono i moderni .

Dor. Quando io confidero l'invenzioni geometriche degli antichi, quando io veggo i divini lumi d'un Platone, e d'altri Filosofi , parmi , che la mente umana si sia data a divedere in quelli per molto ampia, e capace; e veggo, che in Matematica particolarmente han fatto, senza Algebra, e senza i nuovi metodi quello , che i moderni non han fatto col soccorso di quelli : onde son costretto a dire , che all' ora , la Geometria Sintetica non trapassava la capacità della mente umana ed acciò i moderni possano dire a buona ragione, che noi oggi non possiamo seguire la Geometria Sintetica , hanno da provare, che da i Greci sino a noi, la natura umana si sia cotanto indebolita, che nõ abbia più forza per seguire il raziocinio sintetico, assai più utile, che l'Algebra. Se però questo è, il Mondo è vecchio , *Filotimo mio* , e noi siamo presso alla fine del Mondo. Credete à me, *Filotimo*, che i moderni assai meglio direbbero , se in vece di dire , che lo spirito dell' uomo è in così angusti confini ristretto , dicessero , che lo spirito dell' uomo è così pigro , che non sà tollerare quella fatica, che i difficili, ma veri, & utili metodi richieggono, e perciò si appigliano a i falsi , e perniciosi . *Filotimo* , un de' grandi errori del presente secolo è quello, di riponere troppo facilmente fra le cose desiderate, ed impossibili le cose possibili, ed utili, nè questo avviene solamente in Matematica nõ, avviene anco in quelle massime , che riguardano il governo civile , e la Giustizia, perche tutti corrono al facile , e reputano ideali tutti quelli veri studj, che somministrano il modo di formare le virtuose repubbliche.

Fil. Questo è certissimo; ma in tanto voi scherzate Sig. Doria, dicendo, che siamo presso alla fine del Mondo? Se però voi impugnete non solo l'Algebra, ed i nuovi metodi, ma le curve ancora, voi vederete tutt' i matematici scagliarvisi contro di modo, che non avete forza, come resistergli.

Dor.

Dor. Io farò vedere, nel mio Nuovo Metodo impresso l'anno 1715. in Anversa, il Problema delle due, ed infinite medie continue proporzionali, sciolto geometricamente per la via Sintetica, e vedranno, che usando l'Algebra non lo potevano mai sciogliere. Se poi vorranno essere così poco sinceri i Signori matematici, che vorranno preferire le curve alla linea retta, faranno quello, che non avrebbe fatto Archimede, nè Pappo, i quali, vedendo questo problema sciolto senza bisogno delle curve, avrebbero certamente rifiutato le curve, come inutili; e se i moderni matematici vorranno confessare la verità delle mie dimostrazioni, diranno, che Euclide aveva ragione, di non ammettere per costruzione geometrica altra, che quella, che si fa *Circino, & Regula*, mentre si vede, che questo gran Problema, colla costruzione *simplici regula* fatta, si poteva sciogliere. Alla perfine in virtù del mio Nuovo Metodo, le curve divengono inutili in Geometria, perchè è assioma certissimo, che. *Quæ possunt fieri per breviora, non debent fieri per longiora.*

Fil. Ora vedo perchè parlate cotanto altamente, e cotanto francamente contro i moderni; perchè sopponete di avere una gran pruova nelle mani, colla quale li possiate convincere di errore, anche col fatto: ma, Signor Doria mio, vi dico il vero...

Dor. Potrei farvelo leggere nel Nuovo Metodo da me impresso l'anno 1715.; ma perchè voglio, che voi mi mostriate colle opere il frutto, che avete cavato dall'idea, che io vi hò dato della Geometria, stimo a proposito d'insegnarvi quelle istesse dimostrazioni, che nel mio Nuovo Metodo si contengono, nello stesso modo ragionando, come abbiamo ragionato dell'idea generale della Geometria, dell'Algebra, e de' nuovi metodi; e voglio, che rigorosamente vi opponiate a tutte le mie proposizioni, e son certo, che vi convincerò della verità del mio Metodo con tanta facilità, che dopo di averlo inteso arrossirete per quegli errori, che avrete preso a cagione della prevenzione di mente.

Fil. Di grazia mostratemi la verità del Vostro Metodo, che io ne sono affatto impaziente?

Dor. Riserbatevi, nel seguente ragionamento, a vedere le pruove di quanto vi hò in questo asserito.

DIA-

DIALOGO III.

Nel quale si determinano le leggi, colle quali sole si può opponere in Geometria; e si riferisce in Epilogo il Nuovo Metodo.

Dor. **N**Oi siamo, o Filotimo, giunti ormai à quel segno, nel quale voi stesso potete conoscere il vero, o il falso, che in una dimostrazione geometrica si contiene; imperciocchè nell'antecedente ragionamento, che abbiamo fra noi tenuto, facendovi io meditare sopra quello, che ha fatto la vostra mente, quando avete studiato le proposizioni geometriche a parte, a parte, vi ho fatto fare la giusta idea del vero, e del falso in genere, e del vero, e del falso, e del probabile in ogni particolare, che alla vostra mente si appresenta. Ora volendo noi stabilire quelle leggi, colle quali sole è permesso ad un vero Geometra esaminare le altrui proposizioni, siete tenuto da voi stesso a fare queste sì fatte leggi: fatele dunque Filotimo.

Fil. Voi mi avete detto, che quantunque io abbia fatto l'idea del modo di dimostrare, cioè a dire del vero, e del falso, ed ancora l'idea complessa de' limiti, e dell'essenza della Geometria, non perciò sono Geometra, a sola cagione, che a me manca ancora quella pratica, che nella risoluzione de' problemi, e coll'uso del dimostrare si acquistata, e colla quale sola la mente umana si accostuma a non errare; dunque non sono ancora valevole a fare le leggi, che m'imponete di fare?

Dor. Voi parlate Filotimo, come non avete fatto la vera idea della Geometria, perchè non distinguete quello, che, dal fare l'intima idea delle cose si deduce, da quello, che senza la pratica, non può mai farsi.

Fil. E come?

L

Dor.

Dor. Da quello, che vi hò io insegnato, dovereste aver inteso, o Filotimo, che altra cosa è la facoltà d'intendere, altra quella d'efeguire. Lo intédere viene dall'intima, e dalla giusta idea, che per lo mezzo della ben ordinata meditazione, la mente umana fa delle cose, alle quali si volge. L'operare all'incontro, viene dall'abito, che sopra quello, che si conosce, si forma: per la qual cosa se voi avete fatto la vera idea del vero, e del falso, potete formare a voi stesso le leggi del vero, e del falso, ed in conseguenza di quelle, distinguere la vera dimostrazione dalla falsa, quantunque non siate ancora da voi stesso capace di fare una dimostrazione, senza più, e più volte in errore inciampare; così dunque in virtù dell'intima idea, che avete fatto della Geometria, avete acquittato la facoltà di emendarvi, come nell'antecedente ragionamento vi hò detto. Quest'è quell'utile, che la mente umana ricava dal meditare da Metafisico, sopra la Geometria: siete dunque abile a distinguere il vero dal falso, mà non già ancora avete la facoltà di giustamente resere da voi medesimo una ben'ordinata dimostrazione. Questo appunto, è quel mirabile effetto, che la Metafisica nella mente umana produce, cioè di far sì, ch'ella intenda l'essenza di tutte quelle cose, sopra le quali prende a meditare, senza che poscia il Metafisico possa, senza il soccorso della pratica, efeguir quelle cose, che conosce. Un vero Metafisico, Filotimo, può agevolmente conoscere gli altrui errori, e la perfezione delle cose, senza ch'esso possa far quelle. Alla perfine la Metafisica è valevole à ben'ordinare la pratica, e la pratica hà la forza di far sì, che l'uomo efeguisca quelle conoscenze, che l'intima cognizione delle cose, colla Metafisica acquistata, ci somministra.

Fil. Persuaso dalle vostre ragioni vi concedo, che posso intendere la verità, e l'errore, che in una dimostrazione si contiene, mà non le dimostrazioni, che riguardano una nuova invenzione, com'è la vostra; che sia così. Li Signori Autori di Lipsia dicono, che le vostre dimostrazioni sono nuove; *Nam præter distinctionem inter id, quod rectis convenit, qua talibus, & qua cubis, & novas, satisque longas demonstrationes loci cuborum rectilinei ad I. & III. obiectiones allatas;* così dunque io intenderò quelle dimostrazioni, alle quali

quali la mia mente era accostumata, mà queste vostre nuove dimostrazioni, sopra le quali non hò ancora formato abito di mente, non farò sufficiente ad intendere.

Dor. Dicono male i Signori Autori degl'atti di Lipsia; perchè se bene vi ricordate quello, che vi hò insegnato nell'antecedente ragionamento, conoscerete, che dimostrazioni nuove non ve ne sono per quelli, i quali han no fatto l'idea del vero in genere; che sia così. Il vero è uno, la dimostrazione è un discorso ordinato, nel quale si contiene l'unità; dunque questo discorso è generale, ed unico, ed adattabile a tutte le materie; dunque non vi sono dimostrazioni nuove per quelli, i quali hanno fatto la giusta idea del vero, e del falso in genere. Così dunque li Signori Autori degli atti potevano dire costruzione nuova, non dimostrazioni nuove; perchè ordinare una nuova costruzione, purchè sia legitima, è lecito ad ogn' uno, mà una nuova dimostrazione non la possono fare altri, che quelli, li quali nell'antecedente ragionamento vi hò detto, che ragionano per abito di mente fatto sopra le cose particolari, e non in conseguenza dell'idea, che hanno del vero, e del falso in genere, onde poi nelle cose a loro nuove si sperdono; così se voi avete questa idea del vero, e del falso in genere, siete obligato a formar quelle leggi, colle quali sole, si può opporre in Geometria.

Fil. In vero li Signori Autori degli atti in questa parola, *Novas demonstrationes* hanno fatto vedere, che chi v'è troppo appressato a i calcoli, ed a i nuovi metodi, acquista una buona pratica di calcolare, mà perde la conoscenza del vero, e del falso, appunto come voi avete detto. Or via, io mi accingo a far queste leggi, che voi m'imponete, mà prestatemi in queste il vostro soccorso?

Dor. Son pronto ad acconsentire alla vostra richiesta. Cominciate dunque a ritrovare il principio, dal quale avete da dedurre queste sì fatte leggi?

Fil. Voi mi avete insegnato, che la dimostrazione altra cosa non è, che l'arte d'insegnare, o sia spiegare quello, che la mente, per lo mezzo dell'industria, e dell'ordinato discorso, ha ritrovato; e mi avete insegnato altresì, che quello, che fa, che la dimostrazione sia certa, ed indubitata, e l'unità del discorso,

fo, che in quello si contiene, e che questa unità consiste nell'ordine, col quale si dispongono le parti di una proposizione, e nel modo, come tutte l'una dall'altra dipendono; così dunque, se io dividerò una proposizione nelle sue parti, e considererò le condizioni, che deve avere ogn' una delle parti, com'è sola considerata, e poscia il rapporto, che devono avere fra di loro, formarò agevolmente le leggi del dimostrare, ed in conseguenza di quelle, formarò ancora le altre, colle quali sole si può opporre in Geometria.

Dor. Voi avete ottimamente fatto l'idea del vero, e del falso in generale. Ora dunque avete da discendere al particolare, e spiegarmi l'essenza della dimostrazione geometrica; ma prima di ciò fare, dovete additarmi i modi, colli quali si argomenta in Geometria.

Fil. In Geometria quelli, che si dimostrano, o sono Teoremi, o Problemi. Ne i Teoremi l'Inventore spiega, e dimostra una proprietà, che ha ritrovato; e s'è Problema, insegna fare una cosa, che ha inventato, che vale a dire, ridurre in pratica una proprietà ritrovata. Tanto i Teoremi, quanto i Problemi poi possono esser generali, o particolari, che vale a dire, quando quella proprietà è vera in tutti li casi, o pure vera solo in alcuni casi particolari, e questa distinzione delli problemi generali da i particolari, è tenuto fare chi dimostra. Dell'istesso modo, col quale si dimostra, per la via negativa, una cosa essere nel modo che si è proposta, si dimostra una tal cosa non poter essere, o non potersi fare, perchè repugna ad una verità nota, come nella settima del Primo d'Euclide, o perchè repugna ad una verità dimostrata. In somma per la via positiva, e per la negativa si dimostrano quelle proprietà geometriche, che possono essere, e quelle, che non possono essere, e tutto ciò, che si può fare, è quello, che non si può fare, sempre seguendo l'unità del discorso nelle dimostrazioni, e nelle conclusioni.

Dor. Voi distinguate ottimamente Filotimo, ma ditemi li modi d'argomentare, che servono per rendere perfetta una dimostrazione?

Fil. I modi d'argomentare sono due; il Positivo, ed il Negativo. Il Positivo è quando dalle illazioni antecedenti nasce per necessità.

cessaria conseguenza, che la cosa sia nel modo, che si è proposta. Il Negativo è quando, posto per ipotesi, che la cosa non fosse nel modo, che si è proposta, ne nasce per conseguenza, che non fosse vera qualche proprietà nuova, o dimostrata.

Dor. Ma ditemi Filotimo: questi due modi di dimostrare sono ugualmente legittimi?

Fil. Sono certamente ugualmente legittimi.

Dor. E per qual ragione?

Fil. Perchè in ambedue questi modi si conclude ugualmente, che la cosa non può esser in altro modo, se non in quello, che si è proposto, sendo lo stesso il dire, che una cosa è certa, per conseguenza delle illazioni antecedenti, quanto dire, che una cosa è certa, perchè, se non fosse nel modo, che si propone un'altra cosa certa, non sarebbe vera. In fine tanto nel primo modo di argomentare, come nel secondo, vi si contiene perfettamente l'unità, mentre in ogn'uno si dimostra, che la cosa non può essere in altro modo, che in quello, col quale si è proposto: dunque tanto il modo Positivo, quanto il Negativo, sono ambedue legittimi, appunto come ha creduto Euclide, ed Archimede.

Dor. Ora vedete Filotimo, che non si giunge a questa sì fatta conclusione se non dimostrando; e perciò dividetemi una proposizione nelle sue parti, e narratemi di ogni una le condizioni, che deve avere. Le parti, nelle quali alcuno ha trovato una verità, e nelle quali deve disporre la sua proposizione, acciò in quella vi sia quell'unità, che si richiede, sono le seguenti, cioè Proposizione, Esposizione, Costruzione, Dimostrazione, e Conclusione. Ditemi ora le parti, delle quali ogn'una di queste si compone.

Fil. La Proposizione si compone de' dati, e di quello, che si vuol dimostrare. Nella Supposizione si spiega più in particolare, e si schiarisce quello, che si è proposto nella Proposizione. Nella Costruzione s'ordina quello, che si deve fare. Nella Dimostrazione si prova in conseguenza di quello, che si è fatto nella costruzione, ed in conseguenza di altre proprietà o note, o dimostrate, quello, che si è proposto nella Proposizione. E nella Conclusione si conclude quello, che nasce
per

per conseguenza della dimostrazione?

Dor. Ottimamente. Ditemi ora le condizioni, che ogn'una delle sudette parti della dimostrazione deve avere, acciò la Conclusione sia certa.

Fil. Nella Proposizione, i dati non devono essere repugnanti a qualche cosa, la quale sia stata dimostrata falsa. Nell'Esposizione, si deve chiaramente spiegare quello, che si è detto nella proposizione. Nella Costruzione non si può ordinare alcuna cosa, la quale non sia dimostrata potersi fare, o che non sia de' Postulati d'Euclide. Nella Dimostrazione le illazioni si devono dedurre da quello, che si è ordinato nella costruzione. Ogni illazione deve nascere da verità dimostrate, e consecutivamente ogni illazione si deve dedurre dalla verità antecedente ritrovata, acciò ogni illazione sia un legittimo Sillogismo, e la Dimostrazione un'aggregato di sillogismi l'uno dall'altro dipendenti, ciò che forma l'essenza dell'unità; ed in conseguenza, di quella del vero. E nella Conclusione, poi si deve concludere quello, che nasce in conseguenza della dimostrazione, e quello, che nasce in conseguenza della dimostrazione, deve essere lo stesso, che quello, che nella proposizione si è proposto di provare, s'è Teorema; o di fare, s'è Problema. In questa guisa in una proposizione geometrica vi si contiene l'unità, perchè nella conclusione si racchiude tutto quello, che si è fatto nella costruzione, e tutto quello, che si è provato nelle dimostrazioni; ed in conseguenza di ciò si ritorna al principio, ch'è la Proposizione.

Dor. Voi mi date, Filotimo, sempre maggiori argomenti della perfetta idea, che avete fatto del vero, e del falso. Ora, siccome è il vostro costume, datemi un esempio in pratica del modo, col quale si deve esaminare una proposizione geometrica, nelle sue parti dividendola, e perciò elegete una proposizione d'Euclide, e dividetela nelle sue parti, e poscia fate sopra di quella l'esame, secondo le leggi, che avete prescritto.

Fil. Oh, Signor Doria mio, questo sente un poco del pedante-sco, abbiamo detto le regole in generale, questi particolari minuti sono superflui. Chi non intende una dimostrazione d'Euclide?

Dor.

Dor. Nò, Filotimo, nò sono superflui, anzi sono necessarj; perchè le leggi della dimostrazione sintetica sono così trasandate, che or mai sono dimenticate poco men che da tutti, e quando le cose sono gionte all'ultimo abuso, è necessario restituirle a i suoi primi principj, siccome il tempo domanda queste si fatte cose. Elegete una proposizione d'Euclide, e dividetela nelle sue parti.

Fil. Poichè così volete, dividerò nelle sue parti la trentesima seconda d'Euclide, poi la esaminarò.

Dor. Nò, elegiamone una, nella quale Euclide dimostra per l'argomento negativo; perchè questo è il modo, del quale io mi avaglio nella mia Duplicazione del Cubo.

Fil. Prendiamo quella, che volete.

Dor. Prendiamo la prima del Terzo, la quale ancor che facilissima niente importa, perchè l'istesso argomento è nelle difficili, che nelle facili proposizioni, e l'essere una proposizione più difficile dell'altra, da altro non dipende, se non dall'esser composta da maggior numero d'illazioni, e da più lunga, o più breve operazione.

Fil. E' certissimo, elegiamo dunque la prima del Terzo.

Dor. Leggiamola: ma per alleviarvi la fatica, prendiamo li primi Sei libri d'Euclide tradotti in Italiano dalli Signori Matematici di Bologna, perchè in quelli si leggono le proposizioni già divise ogn'una nelle sue parti, appunto come voi avete detto.

Fil. Eccola, e leggiamola.

P R O B L E M A P R I M O .

P R O P O S I Z I O N E P R I M A .

Dato un circolo, trovare il centro.

Dato il circolo D A E B.

Bisogna trovare il suo centro F.

OPE.

OPERAZIONE

- post. 4.) Si pigli nel circolo la corda AB
 pr. 10. 1.) Si divida AB in due uguali $AC. CB$
 pr. 11. 1.) Si alzi, e prolunghi la corda DCE perpendicolare
 ad AB .
 c. post. 2.) Si divida DE in due uguali $DT. TE$.
 pr. 10. 1.) Dico, che T è centro del circolo $DAEB$.

I N S T A N Z A

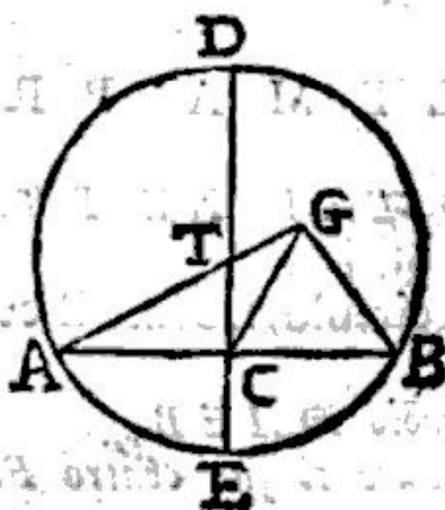
Non è centro del circolo $DAEB$; ma G

P R E P A R A Z I O N E

- post. 1.) Si conducano le rette GA, GC, GB .

R I S P O S T A

- d. 15. 1.) Ne' triangoli GAC, GBC , il lato GC . è comune,
 & i lati CA, CB , sono uguali.
 pr. 8. 1.) Le basi GA, GB saranno uguali.
 d. 10. 1.) Gli angoli GCA, GCB saranno eguali.
 & ass. 12.) L'angolo GCA sarà retto, ed uguale all'angolo
 DCA contro l' ass. 9.
 ass. 16.) Dunque T è centro del circolo $DAEB$.



Dor. Ora fateci l'esame?

Fil. Nella proposizione il dato, ch'è un circolo è legittimo, dunque devo passare all'operazione, o sia costruzione. Nella costruzione si ordinano quattro operazioni. Le due prime sono legittime, perchè si prende una corda, ch'è una linea retta, e si divide una linea in due parti uguali. La terza è legittima, perchè si prolunga una linea retta. E la quarta è legittima, per l'istessa ragione. Niega poi per l'ipotesi, prima che T sia centro del Cerchio, e tira tre altre linee rette, ciò che si può fare. Avendo dunque già veduto, che li dati nella proposizione sono legittimi, e che la costruzione è legittima, devo passare a far l'esame di ogn'una delle illazioni a parte, a parte, delle quali si compone la risposta, o sia dimostrazione.

Dor. Fate la.

Fil. La dimostrazione si compone di quattro illazioni. La prima illazione, che per falsa ipotesi, li triangoli ASC, & BSC sono uguali, è certissimo. La seconda cioè, la conseguenza, che le due AG, CB sono uguali, è certissimo, perchè la prima è certa, e la seconda dipende dall'antecedente. La terza illazione cioè, che gli angoli GCA, & GCB sono uguali, è certissimo, perchè dipende dalla supposizione antecedente. La quarta illazione, cioè che l'angolo GCA il qual'è retto per la conseguenza della falsa ipotesi, sia uguale a DCA, ch'è retto, è verissimo, perchè dipende dalla falsa ipotesi data. Dunque che T sia centro del Cerchio, è la conseguenza, perchè data l'ipotesi falsa, le illazioni sono tutte conseguenze necessarie di quelle, perchè l'una dall'altra dipendono, e perciò è verissimo l'assurdo, che nasce da quelle; onde nella proposizione vi è la perfetta unità per negazione, perciò il centro del Cerchio non può esser altro, che il punto T.

Dor. Così si esaminano le proposizioni geometriche, e se così esaminarete la mia Duplicazione del Cubo, la troverete tanto vera, quanto vera avete trovata questa proposizione. Fate ora le leggi, colle quali si può opporre ad una proposizione geometrica.

Fil. Voi volete scherzar meco, Signor Doria, per vedere, se io inciampo in errore, non è così?

Dor. E perchè?

M

Fil.

Fil. Perché in Geometria la verità essendo una, è manifesto, che l'Oppositore deve camminare su quella stessa linea dell'unità; e perciò non può opporre in altro modo, se non che facendo quello, che io ho fatto, quando ho esaminato questa proposizione; e se ritrova nella proposizione qualche dato non vero, o nella costruzione ordinato qualche cosa, che non possa farsi *Circino, & Regula*, o nella dimostrazione qualche illazione non vera, o che non dipenda dalle antecedenti illazioni, additarla con un segno, perché allora la proposizione sarà falsa; ma se non ritrova alcun' errore di quelli, che ho detto poter essere nelle parti della proposizione, è obbligato ad ammetterla: e questo è il solo modo, questa è la sola legge, colla quale si può opporre in Geometria, volete altro?

Dor. Voi avete così ben intesa l'idea del vero in genere, che avete restituito a quella primiera unità di vero la Geometria, dalla quale l'uso de' calcoli, e de' nuovi metodi l'hanno deviata. Ma ditemi un poco? Le curve, che chiamano geometriche, come sono la Parabola, e l'Iperbole, e l'Ellisse, non si descrivono *Circino, & Regula*; dunque secondo voi, sono linee meccaniche?

Fil. Oh, queste sono geometriche.

Dor. E perché?

Fil. Perché hanno proprietà costanti, le quali s'intendono colla mente; ed oltre a ciò, le have usate Archimede, e Pappo Alessandrino, e perciò bisogna venerarle.

Dor. Ma non vi ho io detto, che Archimede, e Pappo Alessandrino le hanno usate per necessità, per modo tale, che se avessero potuto fare colla linea retta quello stesso, che hanno fatto colla Parabola, ed il Cerchio, o colla intersezione di due parabole, avrebbero volentieri rinunciato alle curve, per ubbidire ad Euclide.

Fil. Nò, Signor Doria, potrebbe anche avvenire, che quelle tre curve, le quali hanno proprietà costanti, le avesse ammesse ancor Euclide.

Dor. Oh, questo nò, Filotimo mio! Euclide era perfetto Metafisico, e perciò conosceva, come vi ho detto, che la mente umana può far perfetta idea del vero unico; e che poi a ca-
gione

glione del imperfezione de' sensi, non può intieramente eseguir quello, che conosce, e perciò volle, che la mente umana, nel dimostrare, seguisse l'unità di discorso, e nel costruire seguisse quelle linee più semplici, alle quali altro non manca, se non che li nostri sensi siano in tutto perfetti, acciò si possa adeguare in pratica il vero, che la mente conosce; così quelle tre curve, come non semplici, non le avrebbe ammesse Euclide.

Fil. Ma Euclide non ammette per geometrico il Cerchio, ch'è una curva? Dunque generalmente non rifiuta le curve, ma la Parabola, l'Iperbola, e l'Ellisse supposte descritte hanno proprietà costanti, come il Cerchio; dunque, perchè non l'avrebbe ammesse Euclide? E poi queste curve nascono dal Cerchio, perchè come curve hanno qualche relazione col Cerchio.

Dor. Euclide non le avrebbe ammesse, come vi hò detto, perchè non si descrivono semplicemente, cioè *Circino, & Regula*. Ma quello, che dite cioè, che queste sì fatte curve hanno qualche relazione col Cerchio, è falsissimo, *Filotimo mio*; e sappiate, che l'origine del Cerchio have qualche relazione colla linea retta; ma, all'incontro, niuna, colla Parabola, coll'Iperbole, e coll'Ellisse.

Fil. Di grazia, spiegatemi questo paradosso?

Dor. Eccolo spiegato, *Filotimo mio*, e con evidenza. La linea retta altro non è, che un flusso di punti, i quali hanno per termine due pñti determinati. Il Cerchio si descrive per lo mezzo di una retta, la quale si rivolge in se stessa, ch'è il Semidiametro; così la Periferia del Cerchio, generata dalla linea retta, che si rivolge in se stessa, è in tutto diversa dalla linea retta, mà in quanto alla Costruzione, non differisce la linea retta dal Cerchio, che nel modo; perchè il tirare una linea da punto a punto è la generazione della linea retta, e questa col rivolgersi in se stessa, genera la Periferia del Cerchio; così tanto nella generazione della linea retta, come, nella generazione del Cerchio, la costruzione si fa da punto a punto. L'Iperbole, l'Ellisse, e la Parabola, all'incontro, sono linee, che si descrivono per li termini delle applicate, le quali hanno, alle parti dell'asse, la proporzione ritrovata; e

perchè non hanno ritrovato ne' termini di quelle applicate un punto determinato per descrivere la linea retta, quella linea, la quale passa per i punti estremi di tutte le applicate, la chiamano il Perimetro della curva: ma non è per ciò, che possa dirsi, che la Parabola, o l'Iperbole, o l'Ellisse, le quali non si descrivono da punto à punto, abbiano qualche proporzione col Cerchio, il quale si descrive per lo mezzo di una linea retta, come vi hò detto, la quale si descrive da punto a punto. Così Filotimo mio, queste curve sono il difetto della linea retta, e del Cerchio, e perciò Euclide non le averebbe ammesse, ma questo lo vederete con maggior evidenza, quando io vi farò vedere, nella mia Duplicazione del Cubo, che solamente, per aver io ritrovato i termini di due applicate, per li quali posso descrivere la linea retta, hò formato un Rettilineo, il quale hà le proprietà della Parabola piana, ciò che fa chiaramente conoscere, che le curve da altro non nascono, che dal difetto del retto, e che non son altro, che un'arte inventata, per supplire al mancamento del retto, che nel loro Perimetro non conosciamo.

Fil. Di grazia spiegatemi questo vostro Metodo, questa vostra Duplicazione del Cubo; perchè io sono così impatiente di vedere ridotte in pratica queste vostre speculazioni, che non posso contenere la mia curiosità.

Dor. Voglio sodisfarvi: ma voglio prima esaminarvi ancor un poco sopra il modo, che si deve tenere, quando si oppone ad una proposizione geometrica.

Fil. Siete ormai divenuto Critico importuno, Signor Doria mio. Io penso d'avervi ormai dato buoni saggi della mia sufficienza, per distinguere il vero dal falso.

Dor. E' verissimo; ma l'immagine del passato periglio, mi rende timido. Io hò veduto una intiera società, declinar ragionando in Geometria, da quella linea del vero, che voi stesso mi avete insegnato poc' anzi, e perciò voglio farvi ancora alcune richieste.

Fil. Fatele, poichè così vi piace.

Dor. Se uno, vedendo la mia proposizione, nella quale afferisco, che li cubi delle applicate alla piana, terminano ad una linea retta, dicesse, questo non può essere, perchè io hò dimostrazione,

strazione, che terminano ad una curva, e volesse escludere, con questo argoménto, la mia proposizione, ragionerebbe egli bene? Sarebbe egli obligato à far quell'esame alla mia proposizione, che voi pac'anzi avete fatto alla prima del Terzo d'Euclide?

Fil. Discorrerebbe tortamente, anzi non discorrerebbe, perchè, egli non potrebbe sapere qual sia la vostra Ipotesi, per mezzo della quale voi conducete li cubi alla retta, per ciò sarebbe obligato à far l'esame nel modo da me prescritto.

Dor. E se li Signori Autori della società di Lipsia, li quali pretendono d'aver dimostrato, che il Cerchio non si può quadrare, e che il Cubo non si può duplicare, dicessero, la proposizione è certamente falsa, perciò non merita nè meno d'esser letta. *Et hic quidem &c.* ragionerebbero bene?

Fil. Ragionerebbero bene, perchè due cose contrarie non possono tutte due esser vere; perciò se li Signori Autori di Lipsia han dimostrato, che il Cubo non si può duplicare, voi Signor Doria non lo potete aver duplicato.

Dor. Mà acciò possano dire à buona ragione di aver dimostrato, che il Cubo non si può duplicare, quale dimostrazione bisogna egli, che apportino?

Fil. Bisogna, che abbiano dimostrato, che se il Cubo fosse duplicato per la via piana, ripugnarebbe a qualche proposizione d'Euclide, o a qualche prima verità, o a qualche proposizione legitimamente dimostrata, o costruita nel modo, che vuole Euclide.

Dor. Mà se avessero dimostrato, che descrivendosi qualsivogliano curve, li cubi non possono mai terminare alla retta, non bastarebbe per dimostrazione?

Fil. Non bastarebbe certamente,

Dor. E perchè?

Fil. Perchè tanto nel modo di dimostrare positivo, come nel negativo, sempre si hà da concludere una cosa, nella quale si comprenda l'unità: così il dimostrare, che per lo mezzo delle curve, li cubi non possono terminare alla retta, è una dimostrazione, che comprende molti casi particolari; mà li particolari sono infiniti, e per ciò non si può mai dire di aver esaminato tutti li casi possibili, che dipendono da tutte le possibili costruzioni, che la mente umana può pensare: così dunque in questa sì fatta dimostrazione non vi sarebbe unità, e la-

e farebbe falsa, perchè concluderebbe solamente, che per le curve non si può duplicare il Cubo.

Dor. Oh vedo bene, Filotimo, che voi avete perfettamente fatto l'idea del vero, e del falso, e volete vedere, ch'è, come voi dite? Li Signori moderni matematici, in tutto acquietati sopra le curve, l'hanno credute le colonne d'Ercole, per modo, che han fatto una distinzione frà li problemi solidi, e li piani, in guisa, che ancora Renato *Des-Cartes* dice esser peccato in Geometria, paragonare li problemi solidi, colli piani; ed all'incontro Platone nel Libro intitolato *Epinomis*, dice esservi una certa arte di ridurre le quantità di natura solide a piani, o lineari, e che questo farebbe più tosto divino, che umano. Le parole del Greco sono queste. *Numeri, licet in tres usque dimentiones adaueli, natura solide fiant similes, & qui planorum, aut linearum sedes tuentur, tùm his, tùm inter se dissimiles, tamen alia quadam arte rursus similes fieri possunt, quod quidem non humanum, sed divinum miraculum videbitur intelligenti.* Ora vederete, quando vi spiegarò il mio Metodo, che quel *tamen alia quadam arte rursus similes fieri posse*, altro forse non è, che assumere in Geometria l'unità in linea, ed in numero, e certe applicate, che servono di limiti, pure assumere in numero, ed in linea; colla quale cosa si dimostra, che i cubi terminano alla retta, e la costruzione delle curve non è geometrica. Così dunque, Filotimo mio, li Signori matematici moderni non potevano, come vi hò detto, determinare le curve, per l'ultimo termine de' pensieri della mente, ma bisognava prima leggere Platone.

Fil. Oh, se gli Signori Autori degli atti di Lipsia sentissero questo, che voi dite, tanto maggiormente li sentirei dire, *de se ipso magnificè magis dicta videri possint, quàm scriptorem mathematicum decet.*

Dor. Io so, Filotimo mio, che lo scoprimento di questo Problema è stato più un effetto della fortuna, che del mio debole intendimento; con tutto ciò però, io non ne devo nascondere i pregi, per lusingare l'altrui invidia.

Fil. Di grazia non mi tenete più a bada, e spiegatemi le vostre proposizioni, perchè io le voglio certamente ritrovar false.

Dor. Oh Filotimo! Voi non siete ancora sufficiente ad intendere il mio Metodo: : :

Fil.

Fil. E perchè?

Dor. Per quello appunto, che vi hò detto nel primo ragionamento, che abbiamo insieme tenuto, cioè, che le passioni vagliano ad oscurare la mente.

Fil. È come volete voi, che una dimostrazione geometrica, la mente possa mai ignorarla, a cagione della passione?

Dor. La mente umana tesse li suoi raziocinj, secondo le prime direzioni di penzare, che prende, e perciò se la prima direzione, che essa prende in un raziocinio, le viene suggerita dalla volontà, va cercando quelle ragioni, che la lusingano, ed esclude da se quelle, che la strascinano per forza, a quella conclusione, che abborrisce; e quindi nascono quelli errori de' falsi dotti, che sempre paiono giustificati da apparenti ragioni: perciò Filotimo mio, in Geometria bisogna fare tutt' il contrario di quello, che si deve fare nella Fede. Nella Fede bisogna *captivare intellectum in obsequium fidei*, e nella Geometria bisogna *captivare voluntatem in obsequium intellectus*, e confessar la verità.

Fil. Mà questa debolezza della mente umana, a riguardo delle passioni, rende l'umanità troppo misera, se le fa perdere sino la forza di conoscere le verità geometriche.

Dor. La forza non si perde, Filotimo, se non che, per nostra colpa. La rea volontà è quella, che avvalora le passioni, e somministra forza all'ignoranza; e volete vedere, ch'è così. Quando noi esaminiamo una cosa, la verità si appresenta alla nostra mente, ma involta in una nube, di dentro la quale ella manda alcuni raggi, ma noi, che ci sentiamo da quelli sì fatti raggi pungere un poco gli occhi, volgiamo da quella la faccia, ed apriamo gli occhi all'errore; e ciò fatto, la mente, la quale per sua natura vuol ragionare, indirizza li suoi discorsi a fine di giustificare i suoi errori, e non a quello di discoprire la verità. Così Filotimo mio, se voi vi ponete ad esaminare una proposizione geometrica col fine di ritrovarla falsa, dirizzate i vostri passi per la via torta, ed abbracciate la prima apparente ragione, che ve la mostra per falsa; ma io poi, con argomento tanto chiaro, quanto è quello, che due, e tre non fanno sette, vi mostrerò il vostro errore.

Fil. Ed io lo confesserò.

Dor.

Dor. Nò , Filotimo , non lo confesserete ; perche colla volontà rea , rimarrete convinto sì , ma non averete la libertà d'animo, di confessare al volgo, che avete errato, perche quello non vi può convincere d'errore . Questo lo fareste, se foste Gabilco, se foste Keplero, se foste Buonaventura Cavalerio, se foste , come tanti , e tanti uomini, i quali dalla Geometria , non solo avevano ricavata la facoltà di conoscere il vero, ma quella d'amarlo . Filotimo, bisogna sopra la Geometria, e sopra la Filosofia, formare nò solo l'intelletto giusto, ma la volontà retta, e divenire sincero , ed onorato, accostumando se stesso, a forza di lunghi abiti, e di più, e più reiterati atti, a vincere quella ripugnanza , che la natura corrotta in noi ispira , a confessare quel vero , che non lusinga i nostri sensi .

Fil. Farete voi lo stesso, Signor Doria, se vi convinco d'errore?

Dor. Certaméte, e lo avrei già fatto, se avessi veduto qualche ragione, la quale mi avesse d'errore convinto: perche alla perfine, l'immagine di dover passare, nella méte de' posterì, per Uomo tanto ignorante, che nò abbia inteso in Geometria un'errore, che mi sia stato insegnato , o per poco sincero , che non abbia avuto cuore di confessarlo, mi spaventa, e mi atterrisce.

Fil. Eccomi già di mente sufficiente ad intendere , e d'animo in tutto indifferente per confessare la verità , che m'insegnarete . Spiegate mi dunque di grazia, il Vostro Metodo ?

Dor. Voi avete ora tutte quelle qualità , che io addimando in un Giudice delle mie proposizioni, e quelle in vero , che hanno molti altri a me ben noti , se un poco di timore di tanta folla d'oppositori non li arretrasse dal palesare il vero .

Fil. Mà questi meritano pur la taccia d'uomini non liberi , e di animo servile.

Dor. Ora ascoltate le mie dimostrazioni , ma esaminatele con quello stesso ordine , col quale avete esaminato la prima del Terzo d'Euclide , cioè con quelle leggi , che voi stesso avete prescritte.

Fil. Non dubitate di ciò : e spiegate di grazia.

E P I L O G O

DEL NUOVO METODO.

Dor. **N**Oi siamo giunti al gran cimento, Filotimo, perchè io devo spiegarvi quel mio Nuovo Metodo, il quale, se mai avvenisse, che non lo ritrovasse voi vero, a buona ragione vi uniformareste alla sentenza de' Signori Autori degli atti di Lipsia; e credereste vane tutte quelle proposizioni del Metodo di ragionare, che nell'antecedente ragionamento vi hò narrate, e riputareste falso il Metodo degl'Indivisibili, il quale, insieme col mio Nuovo Metodo, li Signori Autori hanno disprezzato; scrivendo, che *Non nisi infantia fuit Geometria.*

Fil. Certo si è, che la verità del Vostro Metodo è un gran sostegno di tutti li vostri avvertimenti del Metodo di ragionare. In quanto poi al Metodo degl'Indivisibili, qual meraviglia è, che li Signori Autori degl'atti lo nieghino, quando voi negate le curve d'Apollonio!

Dor. Nò, Filotimo, non possono a buona ragione rifiutare il Metodo degl'Indivisibili, nè difendere, per rigorosamente geometriche le curve d'Apollonio, perchè Buonaventura Cavalerio non suppone cosa nel suo Metodo, a dirittura contraria a quello, che ordina Euclide; in vece che Apollonio deduce dalle sezioni del Cono le sue curve, le quali non si possono *Circino, & Regula* descrivere in piano; onde a buona ragione non si possono nomare linee geometriche, mà di questo rimarrete or ora persuaso, Filotimo, mentre col spiegarvi il mio Nuovo Metodo vi farò conoscere, che le curve d'Apollonio, oltre il non essere geometriche, sono superflue, perchè l'Invenzione delle due, ed infinite medie si può avere, osservando tutto il rigore geometrico da Euclide prescritto; onde essendo vero l'Assioma in Geometria, cioè che *quæ possunt fieri per breviora, non debent fieri per longiora.* Se io vi mostro,

N che

che la Duplicazione del Cubo si può fare per Euclide, è certamente errore in Geometria, andarla cercando nelle curve; e questo è certissimo. Orsù, Filotimo, io voglio dimostrarvi il mio Nuovo Metodo, solamente per Euclide, senza avvalermi del Metodo degl'Indivisibili, volete altro?

Fil. Se fate questo, torrete di mezzo ogni disputa.

Dor. Cominciamo dalla prima proposizione del mio Nuovo Metodo, e lo vederete.

Fil. Questa prima proposizione, per quanto hò udito dire, non vi è stata impugnata da alcuno, perch'è di Galileo, perciò possiamo spiegarla brevemente, senza fare sopra di essa l'esame.

Dor. Nò, Filotimo, a questa dovete far l'esame, perche questa è il cardine di tutta la mia Invenzione, ed il modo poi, come io la dimostro, e ciò, che da quella ne deduco, la rendono molto diversa da quella di Galileo; perciò state attento a questa proposizione, perche se voi non troverete errore in questa, io vi sforzerò ad ammettere tutte le altre, che sieguono, perche l'ipotesi, e le dimostrazioni del mio Nuovo Metodo sono sempre le medesime in ogni potenza.

Fil. Ditemi un poco la cagione, perche se vi ammetto questa, non potrò negarvi le altre?

Dor. Perche questa è quella, dove insegno fare un rettilineo, il quale ha le proprietà di una curva, cioè della Parabola piana; ond'è poi, che mi è facile fare lo stesso della cubica, e delle altre, come vederete.

Fil. Vi sarà facile far lo stesso! Qui stà il punto.

Dor. Sapete, Filotimo, che dice *Monsieur des Fontanelles* graziosamente, nel suo trattato della *Pluralité des Mondes*; dice, che i geometri sono, come gli amanti, che se la lor Donna gli concede una picciola cosa, non può poscia negarli tutto il rimanente, che bramano.

Fil. Mà i vostri oppositori vi han concessa la Prima Proposizione, e negata poi la Quinta, per quello, che ho inteso dire.

Dor. E perciò han fatto meco a guisa di donne poco accorte, le quali sogliono essere troppo cortesi sul principio, e troppo severe nel fine, quando non è più ad esse, per ragione, permesso il rigore.

Fil.

Fil. Averanno avuto quanta riverenza all'autorità di Galileo ,
altretanta confidenza con voi.

Dor. E questo appunto è l'errore ; perche in Geometria non vi
vuole nè riverenza , nè invidia , nè prevenzione di mente,
mà l'animo deve star tutto sottoposto alla ragione.

Fil. Or sù lasciamo di più scherzare , e veniamo alle prove.

Dor. Ora vi spiegarò il Problema primo, e voi l'esaminerete col-
le stesse leggi , colle quali avete esaminato la prima del
Terzo d'Euclide : mà prima pongo il seguente avverti-
mento .

A V V E R T I M E N T O .

N Oi nomaremo , Filotimo , le medie proporzionali , ora
col nome di radici , ora col nome di medie . E le terze
proporzionali , ora col nome di terze proporzionali , ora
con quello de'quadrati . Le quarte proporzionali con quello
de' cubi , e così sempre in tutte le potenze , e sin' all' infini-
to . Ascoltate ora la proposizione prima .

Fil. Attentissimo vi ascolto .

P R O P O S I Z I O N E I .

P R O B L E M A I .

D Ata la linea retta AF dividerla in modo , che tutte le per-
pendicolari tirate dalli punti di essa, terminino alle linee
rette, e siano medie proporzionali frà le porzioni di AF , do-
ve cadono le perpendicolari , ed una parte di AF , che si
prenderà per unità .

*Tavo.
la pr.
Fig. 1.*

E S P O S I Z I O N E .

S la data la linea retta AF , bisogna dividerla di modo , che
ogni perpendicolare, che si alza da qualsivoglia punto d'es-
sa, come per esempio HI , termini in una linea retta , come
per esempio , alla linea retta CE ; e TV termini ad un'altra
linea retta , come per esempio EG , e che insieme la perpen-
dicolare HI sia media proporzionale fra AH , ed una por-
zione

N 2

zione

zione di AF , come AB , la quale serve per unità; e dell'istesso modo, che TV sia media fra AT , e la medesima unità AB . Il Problema da me proposto è lo stesso, che fare un rettilineo, il quale abbia la proprietà della Parabola piana. Esaminate dunque la proposizione in quella maniera, colla quale avere esaminato la Prima del Terzo d'Euclide, e vedete se fra i dati vi è alcuna cosa, che non si possa dare.

Fil. Voi non supponete altro di dato, che una linea retta. Sono dunque obligato ad esaminare il Problema proposto, e perciò passate alla Costruzione.

Dor. Attendete dunque.

C O S T R U Z I O N E.

Dividasi la linea retta AF in nove parti uguali, una delle quali sia, per esempio, AB , e prendasi AB per unità. Poscia prendasi la AD uguale a 4. unità AB ; e dal punto D alzisi la DE doppia dell'unità AB , e perpendicolare ad AF ; e dal punto F alzisi la FG tripla dell'unità AB , e perpendicolare ad AF ; indi dal punto B tirisi la BC uguale all'unità AB , e perpendicolare ad AB ; poi dal punto A al punto C tirisi la linea retta AC ; dal punto C al punto E tirisi la linea retta CE ; dal punto E al punto G tirisi la linea retta EG . Poscia da qualunque punto della BD prendasi qualunque linea parallela ad DE , o vero BC , la quale termini alla linea retta CE , e sia per esempio la linea HI ; e prolunghisi la EC sino che s'incòtri con la DA prolungata, come per esempio nel punto K .

Dico, che la parallela HI , la quale termina alla linea retta CE , è media proporzionale fra AB , ed AH ; e che da qualunque punto della BD , dal quale si tiri una parallela sino alla linea retta CE , come per esempio S 10; S 10 sarà media fra AB , ed AS , e lo stesso di qualunque altra. Fate ora Filotimo l'esame alla costruzione, prima di passare alla dimostrazione?

Fil. Voi ordinate nella costruzione sette cose, tutte permesse da Euclide, cioè. Dividere una linea in nove parti uguali. Tirare perpendicolari uguali, doppie, e triple di una linea

nea data . Tirare linee parallele . Tirare linee rette da punto , a punto : e prolungare una linea retta , bisognarebbe , che io negassi Euclide , se volessi negar questo ; dunque passate alla dimostrazione .

D I M O S T R A Z I O N E .

P Er la costruzione AB è unità ; AD è uguale a 4. unità AB ; BC uguale ad AB è unità ; e DE è uguale a due unità AB ; dunque AD 4 è quadrato di DE 2 ; ed AB unità è quadrato di BC unità ; dunque nei limiti di AB unità , e di AD 4 vi faranno le lunghezze de i quadrati di tutte le parallele intercette fra BC unità , e DE 2 perche ogni quadrato intercetto fra AB unità , ed AD 4 ha radice maggiore di BC unità , e minore di DE 2 . Del istesso modo AF 9 è quadrato di FG 3 , e ne i limiti di AD 4 , ed AF 9 vi sono le lunghezze de' quadrati delle radici intercette fra DE 2 , ed FG 3 . Dico ora , che qualunq; parallela , che si tiri da qualunque punto della BD , e termini alla linea retta CE , e media proporzionale fra AB unità , e la porzione di AD al punto estremo della quale cade la parallela , come per esempio HI media fra l'unità AB , ed AH , e che perciò la linea retta CE è il luogo delle radici intercette fra BC e DE .

Se si vuole per l'Avversario , che HI non sia media fra AB , ed AH , lo farà una linea maggiore di HI , la quale cade fuori della CE , come per esempio HO , o una minore di HI , la quale cade dentro della CE , come per esempio HR ; perche se dal punto E s'intenda alzata una perpendicolare ad DE , e allongata la HI , fino alla detta perpendicolare , la radice di AH non può esser maggiore dell'HI allungata fino alla detta perpendicolare , nè uguale ad essa , perche HI allungata fino alla perpendicolare è uguale a DE 2 , nè può esser minore di BC , nè uguale a BC . Cada dunq; la radice di AH prima fuori , e sia HO , e calisi la OQ perpendicolare ad HO , la quale termini nel punto Q della linea retta CE , e tirisi la parallela PQ . Dico che HO non è radice di AH , e lo dimostro . PQ come lato opposto di parallelogrammo è uguale ad HO ; dunque se HO è media fra AB ed AH come vuole l'Avversario , PQ è ancora media fra AB , ed AH ; Ma se PQ è media fra AB ed AH , cioè s'è radice di AH , AP sendo maggiore di AH , averà per radice linea maggiore di PQ ; perche il quadrato maggiore è prodotto da radice maggiore , che il quadrato minore , e perciò AP sendo maggiore di AH averà per radice una parallela maggiore di PQ ; Dunque la radice di AP caderà in un punto sotto il punto P più vicino al punto D , che il punto P , come per esempio nel

*Favole
prima
Fig. 1.*

nel punto M , e perciò la radice di AP farà MN , o vero HL o P 15 uguale ad MN ; e per la stessa ragione se MN è radice di AP ; la radice di AM farà per esempio ag ; e la radice di Aa farà la linea pq , la quale soppongo immediata a DE 2, ed in conseguenza di ciò la radice di AD 4 quadrato per costruzione di DE 2, non farà DE 2, ma una parallela intercetta fra DE 2, ed FG 3, come per esempio la linea segnata 18, e 20 intercetta fra DE 2 ed FG 3, e perciò maggiore di DE 2 ciò che, e contro quello, che abbiamo dimostrato cioè, che le radici de' quadrati intercetti fra AB unità, ed AD 4 sono ne i limiti di BC unità, e DE 2. Soppongasi per secondo la radice di AH essere HR minore di HI , e dentro la linea retta CE , se è così alzisi la perpendicolare R 10 fino alla linea retta CE , e tirisi la parallela S 10: dico che AR non è radice di AH , e lo dimostro se HR è media fra AB , ed AH ; S 10 farà media fra AB , ed AH ; ma se S 10 è radice di AH , la radice di AS farà una linea piu vicina al punto B , che la parallela S 10, e così successivamente fin tanto che l'unità BC averà per quadrato una linea minore dell'unità AB , e perciò la radice di AB unità farà una linea minore della BC , ciò che è contro l'ipotesi, mentre AB unità è quadrato di BC unità per costruzione: non possono dunque le radici terminar fuori o dentro la linea CE , e se si sopponesse, che la radice di AH partisse da un punto sotto il punto H , come per esempio dal punto P ; farà PQ radice di AH ; ma se PQ è radice di AH avverrà lo stesso; e se si vuole, che la radice parta dal punto S , sopra il punto H , ne avverrà come abbiamo dimostrato poc'anzi, che BC unità non farà radice di AB unità adunque niuna radice de' quadrati intercetti fra AB , ed AD può partire da altro punto, che da quello, col quale s'interfeca col punto estremo della porzione di AD , come per esempio H , ne può terminare fuori ne dentro della retta CE adunque le radici terminano alla linea retta CE . Si dimostra ancora lo stesso in altro modo, cioè.

Se HO è per l'Avversario radice di AH le due parallele uguali cioè HO , e PQ faranno radici di AH . P 15 ed MN , faranno radici di AP , e così successivamente, fino a tanto, che la parallela, che parte dal punto p immediato sopra al punto D , e che è minore di DE , ma maggiore delle intercette fra BC , e DE , farà radice di AD 4; e perciò le due radici disuguali pq , e DE averanno lo stesso quadrato AD 4 ciò che è assurdo; dunque solo HI è radice di AH , e lo stesso si dimostra di tutte le altre parallele intercette fra BC , e DE , che si vogliono tirare da qualunque punto della

la

la BD. Lo stesso si dimostra delle parallele intercette fra DE₂, ed FG₃ come per esempio TV radice di AT, ch'è ciò si doveva dimostrare.

CONSIDERAZIONE.

Dell'istesso modo se si prolungherà l'asse AF₉ fino che venga uguale a 16 unità AB; tutte le porzioni della linea AF₉ prolungata, saranno quadrati, le radici de' quali partiranno da punti estremi di esse intercette, e termineranno alla linea retta, la quale congiunge, per i punti estremi, l'applicata FG₃, e l'applicata 4. . E lo stesso avverrà, se si prolunghi la AF secondo l'ordine de' numeri quadrati, come 25, e 36 e c. ponendo alli punti estremi de' numeri quadrati le radici, di numero intero, le quali sono in proporzione Aritmatica, come sono 4, 5, e 6, e fino all'infinito.

Ecco, Filotimo, che io hò fatto il rettilineo, il quale hà le proprietà della Parabola piana, voi siete stato costretto ad ammettere la Proposizione, e la Costruzione; fate ora l'esame alla Dimostrazione, ed alla Conclusione.

Fil. Nella prima illazione voi provate, che AD₄ è quadrato di DE₂, e che AB unità è quadrato di BC unità, e lo stesso di AF₉, ed FG₃; questo dipende dalla Costruzione, ed è certissimo. Nella seconda voi provate, che qualunque parallela, che si prende delle intercette fra BC₁, e DE₂, hà il suo quadrato, nè i limiti di AB, ed AD₄; questo è vero in se, e dipende dall' illazione antecedente, dunque è verissimo. Discendete poi al particolare, e provate, che il quadrato di AH non può terminar fuori della retta CE, come in O, perche se ciò fosse, AP averebbe per radice una parallela, come MN, sendo P 15. uguale ad MN. dal che concludete l'assurdo cioè, che proseguendo successivamente a fare lo stesso, due quadrati diversi averebbero una stessa radice, e questo è verissimo; o vero che AD₄ non averebbe per radice DE₂, mà la parallela 18, e 20. Questi assurdi sono verissimi, e nascono dalla legittima ipotesi, che avete posto, e dalla ragione incontrastabile, cioè, che quadrato maggiore vien prodotto da

ra-

radice maggiore, che quadrato minore. Dell'istesso modo provate, che HR minore di HI , non può esser radice di AH ; perche AB unità, non farebbe quadrato di BC unità. In questa dimostrazione ogni illazione è vera in se stessa, ed ogni illazione dipende dalli antecedenti, dunque vi è il perfetto Sillogismo, dunque vi è l'unità di discorso, dunque non posso negare la conclusione, cioè che tutte le porzioni intercette fra AB , ed AD sono quadrati, e che tutte le parallele, che partono da punti estremi di esse porzioni, come HI , e terminano alla linea retta CE , sono radici delle porzioni della linea AD .

Dor. Voi ammettete dunque la proposizione? Se così è, noi nomineremo questo rettilineo col nome di rettilineo parabolico piano, e perciò nomineremo AB unità, o sia parametro; il punto A vertice; AF asse; AH , ovvero AP porzione dell'asse, o pure ascissa; le parallele, come HI , e tutte le altre A , applicate, e le linee rette AC , CE , ed EG le nomineremo il perimetro del rettilineo parabolico piano, e questo rettilineo farà diverso dalla parabola Apolloniana in ciò, che quella ha per perimetro una curva, la quale nasce dal difetto della costruzione, ed il nostro rettilineo have per perimetro linee rette, le quali sono porzioni, o pezzi d'ipotenusa.

Fil. Io vedo fatto questo rettilineo, il quale have le proprietà della parabola Apolloniana, io l'intendo, come avete veduto, ma duro ancora fatica a crederlo.

Dor. Fate dunque delle difficoltà: ma sappiate, che saranno torte, perche da cosa dimostrata non può nascere vera difficoltà.

Fil. Perciò non voglio fare difficoltà alcuna, ma voglio ordinatamente ascoltare la spiegazione di tutto il Nuovo Metodo, e poscia vi farò quelle difficoltà, che mi saranno possibili.

Dor. Spiegamo dunque la Proposizione seconda.

Fil. Di grazia.

PRO:

PROPOSIZIONE II.

Sia AS divisa, per esēpio, in nove parti uguali, una delle quali sia, per esēpio, AB; e sopra di essa AS sia descritto il rettilineo parabolico piano AEH, nel modo insegnato nell'antecedente proposizione, nel quale CE è uguale ad AG, o vero a due unità AB; ed SH uguale a 3, ed BY uguale ad AR, o vero all'unità AB. Se dal vertice A si descriva il triangolo ASI rettangolo in S, ed isoscele; e dalli punti P, e C si tirino le due linee PN, e CF, parallele ad SI: SI, PN, e CF faranno terze proporzionali dell'unità, e delle applicate, le quali chiamaremo quadrati, avvalendoci de' termini dell'Aritmetica nella Geometria.

Tavola
seconda
Fig. 2.

SUPPOSIZIONE, ED ESPOSIZIONE.

Suppongasi il rettilineo parabolico piano AEH, descritto sopra l'asse AS, diviso in nove parti, una delle quali sia per esēpio AB, come abbiamo detto; e suppongasi dentro di esso, descritta l'applicata BY uguale ad AR, o vero ad AB unità; e suppongasi CE uguale ad AG, ovvero a 2 unità AB; ed SH uguale ad AT, o sia a 3 unità AB; e suppongansi tirate le tre linee rette AY, YE, ed EH, nel modo insegnato, nell'antecedente proposizione. Poi dal vertice descrivasi il triangolo AIS rettangolo in S, ed isoscele, e tirinsi le parallele PN, CF, ec. Dico, che SI, e PN sono quadrati di SH, e PO; o vero terze proporzionali di AB unità, e delle applicate SH, e PO.

DIMOSTRAZIONE.

Per l'antecedente proposizione, nella quale abbiamo dimostrato, che il nostro rettilineo have le proprietà della parabola piana, SH, e PO sono applicate corrispondenti all'unità AB; dunque per la proprietà della parabola, sarà come SA, ad AB, così il quadrato di SH, a BY unità, e perciò quadrato; e come PA, ad AB, così il quadrato di PO all'istessa BY. Ma per la seconda del Sesto, e ancora, come

Q

SA

SA, ad AB, così SI ad BY, e come PA, ad AB, così PN, a BY. Ma YB è uguale ad AB unità; dunque il quadrato di PO, ed il quadrato di SH averanno all'unità AB, o sia BY, l'istessa proporzione, che SI, e PN all'istessa unità BY; dunque li quadrati delle applicate SH, e PO faranno uguali alle linee SI, e PN. Ma IS è il quadrato di HS per costruzione, perche si è fatto uguale a 9. unità AB; dunque ancora PN farà il quadrato di PO, e perciò IS, e PN faranno li quadrati delle applicate SH, e PO, ch'è ciò si dovea dimostrare. Lo stesso si dimostra di qualunque altra delle applicate prolungate fino all'ipotenusa AI, come per esempio CF, XZ, e c.

C O R O L L A R I O

LI triangoli ASI, APN, ACF, e tutti gli altri, che s'intendono dentro il triangolo ASI, sono triangoli isosceli, perche sono simili al triangolo ASI.

P R O P O S I Z I O N E III.

P R O B L E M A II.

FRà due linee rette date, ritrovare una media proporzionale.

C O S T R U Z I O N E.

*Tavola
terza,
Fig. 3.*

Siano le due linee rette date X, e Z. Prendasi AX uguale alla minore data X, per unità, o sia parametro, e questa prolughisi fino in B di modo, che AB esse, sia maggiore, della maggiore data Z, cioè sia una lunghezza, la quale abbia la lunghezza d'un numero quadrato, maggiore della linea Z, come, per esépio, AB uguale à 25. unità AX: e poi, come nell'antecedente proposizione, descrivasi il rettilineo parabolico piano AYFINV, e facciasi il triangolo isoscele ABC; e dalla base BC tagliasi la B 10 uguale alla maggiore data Z, ed alzisi la perpendicolare 10. f, fino all'ipotenusa AC, e tirisi la d f, parallela à BC. L'applicata d e, farà la media ricercata; perche, per l'antecedente proposi-

posizione, $d e$. è media frà l'unità AX , uguale alla data X , & $d f$ uguale alla maggiore data Z e quadrato di $d e$.

CONSIDERAZIONE:

VEdete dunque, Filotimo, che noi abbiamo ritrovato una media, nella qual cosa, appunto come dicono li Signori Autori degli atti, *nihil novi*: mà se si confidera, che l'abbiamo dedotta da un rettilineo, il quale hà la proprietà, che si assegna ad una curva; *multum novi*; e se colla stessa arte, colla quale abbiamo ritrovato una media, ne ritroveremo due, quattro, cinque, e fino all'infinito, come vederete nelle seguenti proposizioni, tanto maggiormente *multum novi*.

Fil. Con impazienza attendo di vedere questo, che prometterete, la qual cosa hà fatto tanto strepito fra matematici.

PROPOSIZIONE IV.

PROBLEMA III.

Il qual'è lo stesso della Proposizione Quinta al mio Nuovo Metodo.

Dor. **D**ato il rettilineo parabolico piano $ABCDEHI$ nel modo, come nella proposizione prima: ritrovare il luogo, dove terminano i cubi delle applicate allungate intercette fra BC 1, ed DE 2; ed il luogo, dove terminano i cubi delle applicate allungate intercette fra DE 2, ed HI 3

Tavola
quarta
Fig. 4.

ESPOSIZIONE:

Intendasi fatto, per la Prima Proposizione di questo, il rettilineo parabolico piano $ABCDEHI$, nel quale AB , o vero BC sia unità; AD sia uguale a 4. unità AB ; DE uguale a 2. unità; AH uguale a 9. unità AB ; HI uguale a 3. unità. Si deve trovare il luogo, al quale, supponendosi allungate

O 2

l'ap.

l'applicate intereette, fra BC_1 , e DE_2 , terminano i cubi d'esse applicate: ed il luogo, al quale terminano i cubi dell'applicate intercette fra DE_2 , ed HI_3 . Fate, Filotimo, l'esame alla proposizione, ed alla esposizione.

Fil. Non posso negare il dato, perche ne i dati della proposizione non vi è altro, che il vostro rettilineo parabolico piano, quale sono stato costretto ammetterlo nella Prima Proposizione, perciò passate alla costruzione.

C O S T R U Z I O N E.

Der. **P**ER la Seconda Proposizione di questo, allunghisi la DE fino in F di modo, che DF sia uguale a 4. unità AB , e prolunghisi la HI fino in L di modo, che HL sia uguale a 9. unità AB , e tirisi l'ipotenusa AL . Poscia prolunghisi la DF 4. fino in G di modo, che DG sia uguale a 8. unità AB , e prolunghisi la HL fino in M di modo, che HM sia uguale a 27. unità AB . Indi dal punto C , termine dell'unità BC , tirisi al punto G , termine di DG 8., la linea retta CG ; e dal punto G al punto M , termine di HM 27, tirisi la linea retta GM . Poscia prolunghisi la CG fino, che s'incontri coll'asse AH , come per esempio, nel punto 12. Dico, che il cubo di qualunque applicata intercetta fra BC_1 , ed DE_2 , farà la linea, che nasce dall'istessa applicata allungata fino alla linea retta CG , come per esempio, il cubo di NO , farà NQ , il quale termina alla retta CG ; e dell'istesso modo, i cubi delle applicate intercette fra DE_2 , ed HI_3 . sono le linee, che nascono dalle stesse applicate allungate fino alla linea retta GM , come per esempio, la linea segnata 26., e 25. cubo della applicata 26, e 43, e che perciò le linee rette CG , e GM sono i luoghi de' cubi. Fate, Filotimo, l'esame a questa costruzione.

Fil. In questa Costruzione vi è tutto quello, che avete fatto nella Prima, e Seconda Proposizione, ne vi è altro di più, se non, che la DE_2 allungata fino al punto G , termine di DG 8.; e l' HI allungata fin al punto M , termine di HM 27.; e le due linee rette CG , e GM tirate da punto a punto; ed oltre a ciò, la CG allungata fin'al punto 12; onde, non posso

un-

impugnare alcuna cosa, senza impugnare Euclide; perche non fate cosa, che in Euclide, o ne i suoi Postulati non si contenga. Fate dunque la dimostrazione.

D I M O S T R A Z I O N E.

Do. BC è uguale all'unità AB, e perciò è cubo per costruzione. La linea retta DG. è stata fatta, per costruzione, uguale ad 8. unità AB; dunque DG è cubo dell'applicata DE 2. Ma tutte le applicate intercette fra BC 1, ed DE 2., sono, ogn'una maggiore di BC 1, e minore di DE 2.; dunque il cubo di qualunque applicata, che si prende fra le intercette fra BC 1, ed DE 2. è maggiore di BC 1, e minore di DG 8. Ma se ogni cubo è maggiore di BC 1, e minore di DG 8; dentro i limiti di BC., ed DG. vi farà la lunghezza del cubo di qualunque applicata, la quale s'intenda partire da qualsivoglia punto della BD. Dimostrerò ora, che se si produce qualunque applicata dell'intercette fra BC 1, e DE 2., il Cubo di essa, non può terminare in altro luogo, che alla linea retta CG, e che perciò la retta CG è il loco de' cubi. Prendasi la NO prolungata fin al punto Q della linea retta CG. Se dall'Avversario si niega, che NQ sia il cubo dell'applicata NO; il cubo dell'applicata NO farà una linea maggiore di NQ, e perciò terminerà fuori della linea retta CG; o vero farà una linea minore di NQ, e perciò terminerà dentro la linea retta CG.; s'è così; Alzisi dal punto G, la G35. perpendicolare ad DG; prolunghisi la NQ fin'al punto 35. della perpendicolare G35. Se il cubo termina fuori, o dentro della CG, terminerà in una delle lunghezze intercette fra NP, ed N35; perchè N 35. è uguale a DG 8; e noi abbiamo dimostrato, che i cubi delle applicate intercette fra BC., e DG., sono ne i limiti di BC 1, e DG 8..

Suppongasi dunque per primo, il cubo dell'applicata NO terminare fuori della GC, ed essere, per esempio. NR. Se si suppone così: dal punto R si cali la perpendicolare RX fino, che s'incontri colla linea retta CG; e dal punto X si tiri la TX, parallela ad NR. Si dimostra, che NR non può.

può esser cubo di NO: e che ciò sia vero. Se NR è cubo di NO. TX uguale ad NR, farà ancora cubo di NO. Ma se TX è cubo di NO, l'applicata TV maggiore di NO, averà per cubo, una linea maggiore di TX; perchè applicata maggiore, produce cubo maggiore, che la minore. Dunque il cubo di TV farà una linea, la quale partirà da un punto più vicino a D, che il punto N, e farà per esempio S 15, o vero N 11. sopra la linea N 35.; perchè se si alza la perpendicolare 15. ed 11. S 15 è uguale ad N 11. Ma se S 15 è cubo dell'applicata TV, il cubo dell'applicata S 6. farà una linea, la quale partirà da un punto più vicino al punto D, che il punto S, e così successivamente fin'tanto, che DG 8. farà cubo di un'applicata, la quale parte da un punto, sopra il punto D; ed il cubo di DE 2. farà una linea, la quale parte da un punto. sotto il punto D, come per esempio, la linea 19. e 21. Adunque il cubo di DE 2 farà ne i limiti di 8, e 27; ed DG 8 non farà cubo di DE 2; ma noi abbiamo dimostrato, che i cubi dell'applicate intercette fra BC 1, e DE 2, sono ne' limiti di 1, ed 8; ed abbiamo fatto DG cubo, per costruzione, di DE 2; dunque NR non è cubo dell'applicata NO; mentre se NR fosse cubo, ne verrebbero i sopradetti assurdi; Lo stesso si dimostra, se si vuole, che il cubo di NO sia N 11., N 17, o qualunque altra lunghezza fuori della linea CG; non può dunque il cubo di NO terminare fuori della linea retta CG.

Dimostrarò ora, che non può terminare dentro della linea retta CG. Sia dunque per l'Avversario il cubo di NO la linea NY, minore di NQ, e perciò dentro la linea retta CG. Se si suppone così; alzisi la perpendicolare YZ fino che s'incontri colla linea retta CG, e tirisi la parallela Z3. S'è così 3Z uguale ad NY, farà ancor cubo di NO. Ma s'è così il cubo dell'applicata segnata 3, e 7. farà una linea minore di 3Z, perciò farà, per esempio, la linea segnata 21., e 40.. Il cubo dell'applicata 21., e 23. farà una linea, che partirà da un punto, sopra il punto 21., fin'a tanto, che il cubo di BC unità, farà una linea minore di AB, ciò ch'è contro l'ipotesi; perchè BC si è fatta uguale, per costruzione, ad AB unità; ed abbiamo dimostrato, che i cubi delle applicate intercette fra BC, e DG

e DG sono ne i limiti d'1, ed 8; onde il cubo di BC non può essere minore dell'unità. Non può dunque il cubo dell'applicata NO terminare dentro della linea retta CG. Ma se non può terminare nè dentro, nè fuori della linea retta CG, solamente la lunghezza NQ farà cubo dell'applicata NO. Ma le intercette fra BC, ed NQ sono tutte minori di NQ; e le intercette fra NQ, e DG son tutte maggiori di NQ, perchè terminano alla linea retta CG, porzione dell'ipotenusa 12.G. Dunque il cubo dell'applicata NO parte, dal punto N, e termina al punto Q, della linea retta CG, del triangolo 12 DG, e perciò niú altra lunghezza fuori che NQ, può essere cubo dell'applicata NO. E dell'istesso modo si dimostra, che TX è cubo dell'applicata TV, e lo stesso del cubo d'ogn'altra applicata intercetta fra BC, ed DE; onde tutti i cubi terminano alla linea retta CG. Dell'istesso modo si dimostra, che i cubi delle applicate intercette fra DE 2., ed HI 3. terminano alla linea retta GM, facendosi lo stesso, che si è fatto delle intercette fra BC, e DE, come per esempio, che il cubo dell'applicata 26., e 43., non può esser altro, che la linea 26., e 25., ch'è ciò si dovea dimostrare.

CONSIDERAZIONE.

Dell'istesso modo, che si è fatto nella Prima Proposizione, se si allunga l'asse fino a 16. 25., e 36. unità AB; i cubi delle applicate intercette fra 3., e 4. termineranno alla linea retta, la quale congiunge, per i punti estremi, i cubi uguali a 27, e 64; i cubi delle applicate intercette fra 4, e 5, termineranno alla linea retta, che congiunge, per i punti estremi, i cubi uguali a 64., e 125. unità AB, fatti per costruzione; e lo stesso fin' all'infinito, prolungandosi sempre l'asse del rettilineo parabolico piano, e formando i cubi delle applicate di numero intiero, che servono di limiti alle intercette. Questa che hò fatta, è la Dimostrazione. Filarimo, tanto impugnata, cioè de cubi, i quali terminano alla linea retta. Fateci voi ora l'esame.

Fil. Io non ho che esame farci, perchè questa Dimostrazione è l'istessa, che avete fatta alla prima proposizione, nella quale trovate il luogo delle radici, con questa sola differenza, che

che le radici, le trovate ne i limiti di 1. e 2., e terminanti alla linea, che congiunge per gli estremi, le radici 1, e 2; i quadrati li trovate ne i limiti di 1., e 4.; i cubi li trovate ne i limiti di 1., ed 8., e terminanti alla linea retta, che congiunge per li estremi i cubi 1, ed 8. onde le radici terminano alla porzione d'ipotenusa, i quadrati terminano tutti ad una medesima ipotenufa; ed i cubi terminano tutti, come le radici a diversi pezzi d'ipotenusa. Nel rimanente poi l'unità è sempre una, e le dimostrazioni sono sempre le stesse, per modo tale, che si può dire, che tutte queste dimostrazioni non son, che una. Alla perfine in questa proposizione vi è, come nella I., nella II., e nella III., quella perfetta unità, che forma l'essenza delle verità geometriche, e del vero in genere, ed è così dimostrata, come la Prima del Terzo d'Euclide; onde avete avuto ragione di pretendere da' vostri avversari, che, dopoi che vi avevano conceduta la Prima, non vi dovevano negare questa, o sia la quinta al vostro Nuovo Metodo. Di grazia proseguite le altre Proposizioni, e mostratemi l'uso di questa; perche poscia voglio fare, sopra tutto il vostro Metodo, alcune considerazioni, e procurare, per quanto mi farà possibile, opponere alcuna cosa, per vedere nell'idea del tutto, se forse, ne i particolari, io avessi lasciato di considerare qualche sottilissimo paralogismo.

Dor. Quando averete ammesse le Proposizioni per vere, a parte, a parte, non potrete più opporvi a quello, che risulta da quelle, e solamente vi farà lecito di esaminare, se qualche Proposizione di quelle, non facesse al proposito di quello, che s'intende provare.

Fil. Ora seguite a spiegare il novo Metodo, per poi farci le considerazioni.

PRO-

PROPOSIZIONE V.

119

PROBLEMA IV.

F Ra due linee rette date, ritrovare due medie continue proporzionali.

Tavola
quinta
Figura
5.

COSTRUZIONE.

Dor. **S** iano le due linee rette date QR , ed ST , bisogna fra quelle, ritrovare due medie continue proporzionali. Prèdasi AB uguale alla minore data QR , e pögasi per unità, o sia parametro, e descrivasi il rettilineo parabolico piano AHD , il di cui asse AC , sia uguale a nove unità AB , o vero QR , e facciasi CI uguale, ad AC ; poi tirisi l'Ipotenusa AI , e compiscasi tutta la figura $ACFLB$, nel modo insegnato nelle antecedenti proposizioni, nella quale figura, le due linee BL , ed LF sono il luogo, dove terminano tutti li cubi delle applicate intercette fra BB_1 , e GH_2 ; fra GH_2 , ed CD_3 . Poscia sopra la CF prendasi la CV , uguale alla linea maggiore data ST , e dal punto V , alzisi la perpendicolare VE , fino al punto E , della linea LF , e dal punto E , tirisi la EM parallela a CF , ed uguale a CV . Dico, che le linee MN , ed MP , sono le due medie ricercate fra QR , ed ST .

DIMOSTRAZIONE.

L 'Unità AB è uguale alla minore data QR , per costruzione, ME è cubo, e le due MN , ed MP sono medie fra AB , ed ME , per quello che abbiamo dimostrato nella Proposizione Quarta. Ma ME è uguale ad ST , dunque le due medie MN , ed MP , sono medie fra QR , ed ST . Ma se la maggiore data sarà la linea segnata a , minore di GL_8 , all'ora si préderà sopra la GL , la linea GX , uguale alla linea data a , e s'alzerà, come prima, la perpendicolare XY fino alla BL ; e dal punto Y si tiri la linea ZY parallela, ed uguale a GX , o vero alla linea segnata a : le due medie fra QR , e la linea segnata a , saranno ZK , e ZO , ch'è ciò si doveva fare.

P

CON-

SE la linea maggiore data ST farà uguale a CF , allora è manifesto, che le medie sono le due CD , e CI . Ma se la maggiore data farà maggiore di CF , allora si deve prolungare l'asse del rettilineo parabolico piano, sino a tanto, che il cubo dell'applicata ultima divenga maggiore della linea maggiore data, come per esempio; se la maggiore data è maggiore di CF 27, si prolungherà l'asse del rettilineo parabolico, sino a 16. unità, di modo, che la sua applicata ultima, sia quattro unità AB , ed il suo cubo 64, e si farà la figura; e lo stesso si farà sino a tanto che il cubo dell'applicata ultima, divenga maggiore della linea maggiore data, e così sino all'infinito, ponendo sempre la minore data, per unità, o sia parametro, e prendendo, sopra il cubo dell'applicata ultima, la maggiore data.

P R O P O S I Z I O N E V I .

FRa due linee rette date, ritrovare tre medie continue proporzionali.

*Tavola
quinta
Fig. 6,*

C O S T R U Z I O N E .

SIano le due linee rette date X , e Z , bisogna fra quelle ritrovare tre medie continue proporzionali.

Pongasi, come nell'antecedente Proposizione, AB , uguale alla minore data X , per unità, o sia parametro, e facciasi l'asse AD , per esempio, uguale a quattro unità AB , la cui radice è DE applicata ultima, uguale a due unità AB . Poi suppongasi, nel modo insegnato nell'antecedente proposizione, fatto il rettilineo parabolico cubico $ABCDEFGC$, nel quale AB sia unità; DE , due unità; AD , o vero DF uguale a quattro unità; DG ad otto unità AB , è la retta CG , il luogo de' cubi delle applicate. Poesia prolunghisi la DG sino al punto H , di modo, che DH sia uguale a sedici unità AB , cioè al biquadrato di 2.; e dal punto C al punto H , tirisi la linea retta CH . Poesia prendasi sopra la DH la porzione DY uguale alla maggiore data Z , ed alzisi la perpendicolare YV , sino alla

alla linea retta CH , e dal punto V tirisi la parallela QV ; Dico, che QK , QR , QS faranno le tre medie ricercate, la qual cosa si dimostra, come si è dimostrato de' cubi, nell' antecedente proposizione, perche la linea retta CH è il loco de' biquadrati, come la linea retta CG è il loco de' cubi: che sia così. Se si prende, per esempio l'applicata segnata $L 10$, il suo biquadrato sarà LP ; e se non si vuole, che sia LP , ma $L 4$ fuori della CH , calata la perpendicolare segnata $4, e 2$, e tirata la parallela segnata $12, e 2$, la linea $12, e 2$ sarà biquadrato dell'applicata $L 10$, e così successivamente sin' a tanto, che $DH 16$, non sarà biquadrato di $VE 2$; e dell'istesso modo si dimostra, se si vuole, che il biquadrato dell'applicata $L 10$, sia $L 7$ dentro della CH . Così dunque avendo dimostrato, che la CH è il luogo de' biquadrati, QV è uguale alla maggiore data Z , e perciò QK , QR , e QS sono le tre medie fra l'unità AB , uguale alla data X , e QV uguale ad Z . Dell'istesso modo, che nell'antecedente proposizione, se la maggiore data sarà maggiore di DH , si prolungerà il rettilineo parabolico sin' a 9 . unità AB , e si farà il biquadrato dell'applicata ultima tre il quale sarà 81 unità AB ; e si congiungeranno i biquadrati, tirando la linea retta da C termine dell'unità, al punto estremo del biquadrato di tre, uguale ad 81 unità AB , e così sin' all'infinito, di modo, che il rettilineo $ABCDHC$ si puol chiamare rettilineo parabolico biquadrato.

+H
* di DH. 16.

CONSIDERAZIONE PRIMA:

S I vede chiaramente, che questo Metodo va all'infinito; perche, se si vogliono quattro medie, si farà il cubocubo dell'applicata ultima, e si tirerà la linea retta, la quale congionge per i punti estremi l'unità, ed il cubocubo fatto per costruzione, se si vorranno cinque, o sei medie, e sino all'infinito, si farà lo stesso, sempre congiongendo per i punti estremi; l'unità, i cubicubi, ed i quadraticubi, dell'applicate ultime, fatti per costruzione, e sino all'infinito.

CONSIDERAZIONE SECONDA.

IN questo nostro Metodo, il quale va all'infinito, come si vede, è da notarsi, che non vi è veruna differenza fra il terzo grado, il quarto, il quinto, e tutti gli altri, siccome si esperimenta nel metodo praticato dagli analitici, nel quale si vede, che tre medie sono l'istesso, che una, e perciò è piano, e due medie costituiscono il problema solido; per la quale cosa, altri sono piani, altri sono solidi: qui all'incontro, qualunque le terze proporzionali siano di differente natura delle quarte, le quarte di differente natura delle quinte, e lo stesso di tutte le potestà, terminando però tutte al luogo della linea retta, si prendono coll'istessa arte, e coll'istessa facilità, colla quale si prende una media, se ne prendono due, tre, quattro medie, e fino all'infinito, per modo, che in questo nostro Metodo non vi è necessità di distinguere i problemi, che rimangono a' solidi, da quelli, che si riducono a piano, perche andando tutti al luogo della linea retta, due medie sono due, tre sono tre, quattro sono quattro, e sin'all'infinito.

P R O P O S I Z I O N E VII.

P R O B L E M A V.

Data la linea retta X , sopra della quale sia fatto un cubo, fare un cubo doppio di quello.

C O S T R U Z I O N E.

*Tavola
sesta Fi-
gura 7.* **F** Acciasi la linea Y doppia della linea X , poi prendasi AB uguale alla data X , e pongasi per unità, e prolunghisi fino in D , di modo, che AD sia uguale a quattro unità AB , e prendasi per asse del rettilineo parabolico piano ACE ; poscia facciasi il quadrato DF uguale a quattro unità AB , e tirisi l'ipotenusa AF , e facciasi il cubo dell'applicata ultima DE , e fra DG uguale ad 8 unità AB , per la Proposizione IV: indi dal punto G termine del cubo DG , tirisi la CG loco de' cubi; e sopra la DG prendasi una linea uguale alla linea Y , questa sarà DE dop-

doppia di AB , o vero X ; e dal punto E alzisi una perpendicolare ad DG fino al punto dove s'incontra colla CG , e sia EM , e dal punto M tirisi la MH , parallela a DG . Dico, che il cubo fatto sopra l'applicata HI è doppio del cubo fatto sopra l'unità AB .

D I M O S T R A Z I O N E .

PEr quello, che abbiamo dimostrato nella quarta Proposizione, tutte le parallele, le quali terminano alla CG , sono cubi delle applicate, adunque HM doppia di AB , uguale ad Y , è cubo dell'applicata HI . Ma se HM è cubo dell'applicata HI , sarà ancora quarta proporzionale dell'unità, e dell'applicata, e del quadrato, cioè sarà come AB , ad HI , così HI , ad HL , e come HI , ad HL , così HL , ad HM . Ed abbiamo per Euclide, che il cubo fatto sopra la prima, è al cubo fatto sopra la seconda, come la prima alla quarta; dunque il cubo fatto sopra l'unità AB , sarà al cubo fatto sopra l'applicata HI , come AB , ad HM , e perciò il cubo fatto sopra HI , sarà al cubo fatto sopra AB , come HM ad AB . Ma HM si è fatta doppia di AB , dunque ancora il cubo fatto sopra HI sarà doppio del cubo fatto sopra AB , ch'è ciò, si dovea dimostrare.

C O N S I D E R A Z I O N E .

SE si vuole un cubo, il quale sia triplo, quadruplo dell' cubo fatto sopra AB , si farà sempre dell' istesso modo, cioè se si vuole il cubo triplo, si farà la linea Z tripla di X , e si ponerà come prima, la minore data X per unità, e si prenderà la parallela NQ uguale a Z : il cubo fatto sopra NO sarà triplo del cubo fatto sopra AB , e se si vuole il cubo quadruplo, si prenderà la RV uguale alla linea K quadrupla di AB : e così in ogni proporzione fin'à tanto, che se si vuole il cubo ottuplo, del cubo fatto sopra AB , questo sarà il cubo fatto sopra l'applicata DE 2, perchè come AB . 1, à DG 8, così il cubo fatto sopra AB . 1, al cubo fatto sopra DE 2. Se poi si vogliono i cubi, i quali siano al cubo fatto

to.

to sopra AB, in altre proporzioni sopra l'ottupla; si prolungherà l'asse AD, e tutta la figura, siccome si è insegnato nella IV., nella V, e nella VI Proposizione, e si porrà sempre la radice del cubo dato per unità, o sia il lato del quadrato, e si farà la linea nonupla, decupla, ec. dell'unità, prendendo sempre l'uguale a quella nella figura, come si è fatto nell'antecedente Proposizione. Dell'istesso modo si può intendere, considerandosi i biquadrati, i cubicubi, e fino all'infinito; perche per intendersi un biquadrato doppio di un'altro, basta prendere le tre medie, come nella Proposizione antecedente, facendo la linea doppia di AB, e trasportandola nella figura biquadrata; allora la linea doppia di AB, sarà quinta proporzionale dell'unità, e dell'applicata, del quadrato, e del cubo, e perciò sarà come la ~~prima alla quinta~~, così il biquadrato della seconda al biquadrato, il quale s'intende fatto sopra l'unità, e lo stesso de' cubicubi, quadrati cubi, e fino all'infinito.

* quinta alla prima *

Fine dell' Epilogo.



CON-

CONSIDERAZIONI

Sopra l'antecedente Epilogo del Nuovo Metodo.

Fil. **E**Cco Filotimo, che già avete voi inteso tutte le Proposizioni del mio Nuovo Metodo, ed avendo posto in opra le leggi, che voi stesso avete prescritte, per esaminare le proposizioni geometriche, non avete trovato in veruna delle mie proposizioni alcuno errore; perciò seguendo le leggi di quella unità di vero, che nelle verità geometriche si contiene, voi non potete più impugnare il mio Nuovo Metodo, mostratemi però di aver fatto, del mio Nuovo Metodo quella idea complessa, che nel Secondo Ragionamento vi hò insegnato fare sopra Euclide, e sopra le scienze tutte; ed acciò possiate ben fare la idea complessa del mio Nuovo Metodo, ricordatevi, Filotimo, che tutto il vero consiste nell'unità, e sappiate, che tutte quelle scienze, le quali a noi sembrano avere infiniti particolari, chi ben sà esaminarle, da un principio unico dipendono, in quella guisa, che i diversi rami delle altissime piante tragono la loro origine da quella picciola gemma, la qual'è radice, e per così dire, anima di tutta la pianta. Ora spiegatemi l'idea complessa, che del mio Nuovo Metodo avete fatto.

Fil. L'anima di questa vostra Invenzione consiste nell'aver voi espresso in linea, ed in numeri, l'unità, per mezzo della quale poi v'è stato facile ritrovare due applicate, e due quadrati espressi in linea, ed in numero, ed ancora facile vi è stato ritrovare la linea, nella quale terminano le radici intercette fra 1, e 2. Questa prima Proposizione è la radice di tutte le altre, le quali sieguono, anzi è la stessa, che tutte le altre, perchè in quella guisa, che avete ritrovato, nella linea retta, le radici intercette fra 1, e 2, avvalendovi sempre dell'istessa unità espressa in linea, ed in numero, ritrovate, nella retta, i quadrati intercetti fra 1, e 4; e trovate similmente, nella retta, i cubi intercetti fra 1, ed 8; li biquadrati in-

ter-

tercenti fra 1, e 16, e così fino all'infinito; onde alla fine si può dire, che le vostre Sette Proposizioni non sono che una, ed in questa guisa voi spiegate, Signor Doria, i problemi solidi colle linee rette semplici.

Dor. Ottimamente avete fatto l'idea della mia Invenzione, ed è appunto quella, che fece il dottissimo Signor Domenico Vitolo, Dignissimo Lettore di Medicina ne i Regj Studj di Napoli, dal quale hò io appreso i primi rudimenti di Geometria, e di Filosofia: quando lesse egl' il mio Novo Metodo, non prevenuto da invidia, o d' altra passione, ne gonfio, per le scienze d'Algebra, de' nuovi metodi, e di problemi solidi, o di gradi superiori, mi disse candidamente, si come suole. *Io non so perche questi Signori ritrovino tante difficoltà alla Vostra nuova Invenzione; à me sembra, che tutte le vostre proposizioni sian sempre una, e sempre le stesse.* Così Filorimo mio, voi ben vedete, che quelli, che dobbiamo temere, sono quelli, i quali han fabricato la loro gloria sopra nuovi, e falsi metodi, e che, se possiamo sperare qualche sincera confessione del vero, in questa nostra Invenzione, egl'è solaméte da quelli, i quali si tengono fermi sopra l'antica sintetica Geometria, o vero da quelli, i quali possedendo l'Algebra, ed i nuovi metodi, han prima fortificato così la loro méte sopra la Geometria sintetica, che l'Algebra, ed i nuovi metodi non han potuto loro corrompere il raziocinio; e qualche più importa, hanno imparato, dalla Geometria, ad amar tanto il vero, che hanno acquistata quella sincerità d'animo, e quella costanza per confessarla, la quale è qualità necessaria a chi professa le scienze; ma ritorniamo al nostro proposito, ottima dunque è l'idea complessa, che del mio Metodo avete fatto, in una sola cosa però avete errato.

Fil. Ed in quale?

Dor. Là dove, avete detto, che io spiego i Problemi solidi colle linee rette semplici.

Fil. E come, non li spiegate per li Sei libri d'Euclide? Li Sei d'Euclide si chiamano i piani, dunque . . .

Dor. Li Sei d'Euclide si chiamano piani, perchè in quelli non si spiegano i solidi di tre dimensioni, come nell'Undecimo, e Duodecimo libro; e più, che per questo, si chiamano piani, an-

ancora, perche in quelli non s'insegna costruire corpi solidi, ma solamente linee, e superficie, e le proporzioni fra linea, e linea, superficie, e superficie. Nel rimanente nel Quinto Libro, nel quale v'insegna Euclide la proprietà della proporzione in genere, la quale v'è all'infinito, v'insegna nella progressione delle linee a conoscere le quarte, e le quinte proporzionali, e fino all'infinito, le quali esprimono le potenze de' solidi, e de' sopra-solidi; e poscia nel Sesto v'insegna prendere in linea le quarte proporzionali, le quali esprimono la potenza di un cubo, come si vede nella XII. del Sesto. Così considerate, Filotimo, che la differenza, che vi è fra le linee rette semplici, e le terze, e quarte proporzionali, &c. consiste in ciò, che le linee rette semplici non esprimono alcuna potenza, ma solamente si considerano per la diversa inclinazione, che hanno fra loro, per i diversi spazj, che racchiudono, e per la diversa potenza, che generano in se medesime, o con altre moltiplicate; in vece che, considerate le linee in continua progressione geometrica, esprimono la potenza de' piani, de' solidi, e de' sopra-solidi, e questa è la cagione, per la quale Euclide nel Primo, e nel Secondo, Terzo, e Quarto Libro, considera solamente angoli, e figure trilatera, e quadrilatera, le quali chiudono diversi spazj, secondo è diversa la posizione, che hanno fra loro le linee semplici; ed oltre a ciò considera la potenza delle istesse linee semplici, le quali nascono dalle medesime linee semplici in se stesse, o con altre moltiplicate, onde si formano i quadrati, e li parallelogrammi, ma non la potenza, che le linee esprimono, quando si considerano moltiplicate in continua progressione geometrica, ch'è quando acquistano la forza di esprimere la potenza de' solidi, e de' sopra-solidi, così quando io ho trovato le linee rette, nelle quali terminano i solidi, ed i sopra-solidi, non ho spiegato i problemi solidi, e sopra-solidi con linee rette semplici, come voi dite, ma ho ritrovato l'arte di far terminare alla retta i solidi, ed i sopra-solidi, che sono i cubi, ed i biquadrati, e tutte le altre potenze, le quali si esprimono con linee rette in continua geometrica proporzione fra loro.

Q

Fil.

Fil. Quello, che voi avete fatto è una cosa mirabile, e tanto più adesso, che non vi siete ne mea servito del Metodo degli Indivisibili, ma lo avete spiegato puramente per Euclide.

Dor. Questo fa conoscere, Filotimo mio, che il Metodo degli Indivisibili è puro geometrico, come Euclide; perchè quando io mi servo del Metodo degli Indivisibili, dico. Intendasi la CD , o vero la CE , divisa in punti infiniti, e poi dimostro, che veruno cubo, che parte da i punti della CD può terminare fuori, o dentro della CE , e perciò termina alla CE . All'incontro, quando io dimostro per Euclide, senza intender divisa la linea CD in punti infiniti, dimostro, che da qualunque punto della CD , che si voglia tirare il cubo dell'applicata, questo non può terminare, che nella linea retta CD . Questa proposizione è generale, e comprende qualunque linea, che parte da qualunque punto della CD , e perciò è l'istesso, che se io avessi inteso divisa la CD in punti infiniti. Questo nasce, Filotimo, perchè non vi è alcuna cosa ne i particolari, che nell'infinito non sia compresa, e perciò il Metodo di Cavalerio, qualunque supponga li infiniti, nasce da Euclide, ed è lo stesso ch'Euclide. Non così avviene degli altri metodi da moderni inventati, i quali nascono bensì dal Metodo di Cavalerio, ma sono figli spurij di quel legittimo Padre, che i Signori Autori degli Atti chiamano Bambino, e sono spurij perchè, avendo i moderni voluto ridurre a calcolo gl'indivisibili, pigliando le integrali, e le differenziali, hanno avuto d'ammettere per legittima una differenza, la quale quantunque insensibile, nell'infinito però non svanisce, in quella guisa, che nel Metodo di Cavalerio svaniscono nell'infinito tutte le differenze, che si ritrovano ne i particolari, ed alla fine si riducono all'ugualità; ond'è, che quel Bambino sia geometrico, ed i figli spurij di esso siano stimati Giganti da' moderni, perchè dal comune errore alimentati. Leggete, Filotimo, a carte 83 fin'a 87. del mio Nuovo Metodo, e vederete, che io spiego, rispondendo ad una opposizione, questa proprietà del Metodo degli Indivisibili, e che per calcolo numerico faccio vedere, che le differenze, che si trovano in numero ne i cubi intercetti fra 8. e 27. nell'infinito svani-

Tavola
quarta
Fig. 8.

svaniscono, e si riducono all'ugualità; onde provo, come vi ho detto, che il mio Metodo è vero anco per il Metodo degl'Indivisibili, ciò che non avrei potuto fare, se mi fossi servito de' nuovi metodi da moderni inventati, ne i quali i moderni si contentano di dilongarsi da quella unità, che costituisce il vero, per una quantità minore di ogni imaginata quantità, la qual cosa è lo stesso, come vi ho detto nel Secondo Ragionamento, che non esser vero.

Fil. Non più de' nuovi metodi, e ritorniamo al Vostro, e narratemi un poco le obiezioni che avete riceute, perche bisogna che siano di molto peso, mentre i Signori Autori degli atti ragionano di quelle in guisa, che sēbra, che i vostri oppositori vi abbiano fatto un grā favore, volgendosi ad esaminare il vostro Metodo: I vostri oppositori nō possono certamente aver pigliato errore, perche se avessero errato non sò in che consisterebbe il gran favore, che vi hanno fatto. Ditemi di grazia quali siano state quelle sì forti opposizioni, o per meglio dire avvertimenti, de' quali i vostri oppositori vi han avvertito.

Dor. Le potete leggere nel mio Nuovo Metodo stampato in Anversa l'anno 1715, cominciando da carte 71 fino alle 91.

Fil. Di grazia degnatevi di narrarmele in ristretto, siccome avete fatto del Nuovo Metodo.

Dor. Acciò io possa spiegarvi in breve gli equivoci, che tutt' i miei Signori oppositori han preso, a me opponendosi, basta, che vi rammentiate i seguenti assiomi di Metodo, che voi stesso avete prescritti in virtù dell'idea generale del vero, e del falso, che avete fatto, cioè di quella unità, che nel discorso geometrico si contiene.

Fil. Di grazia rammentatemeli?

Dor. Il primo è, che chi oppone in Geometria, è obligato a seguire l'Ipotesi dell'Autore, purchè sia legitima, e se non è legitima impugnarla, e ciò perche dalle infinite diverse ipotesi, infinite diverse proprietà si possono dedurre. Il Secondo è, che ad una proposizione, la quale si pretende dimostrata, non si puo opponere, allegando l'assurdo, che da quella nascerebbe, se fosse vera; perche in geometria il vero sendo uno, co-

Q₂

mc

me vi hò insegnato , non possono due proposizioni direttamente contrarie esser tutte due vere; e quindi è, che l' oppositore deve additare l'errore , che nella proposizione dell' Autore si contiene , quando quello pretende averla dimostrata; alla per fine, sicome voi avete detto, una proposizione indifferente si può dimostrare ugualmente per la via positiva, che per la negativa, ma non si può dedurre assurdo da una proposizione dimostrata, o che si suppone dimostrata: da questi due assiomi di metodo han traviato, Filotimo, tutti i miei oppositori, e perciò hanno preso abbaglio in ogni loro opposizione.

Fil. Ditemi di grazia in particolare , come han preso sì fatto equivoco?

Dor. Quattro furono le opposizioni, che ricevè, à primo, questo Mio Metodo. Nella prima , la quale a cartè 71, e 72. si legge . L' Oppositore pretende ritrovare errore nella mia dimostrazione , ma non siegue la mia Ipotesi , perche egli pretende, che non sia necessario, che i cubi delle applicate al rettilineo parabolico piano , terminino alle due linee rette CE, ed EI, ma che possino terminare alla linea retta IL, come , per esemplo, sono le parallele QR, ed MN, e che possino terminare ad ogni altra linea obliqua ad FI , che si tira dal punto I. e ciò perchè partono dalli stessi punti della DF, e sono sempre una maggiore dell' altra, senza che mai siano uguali ad FI 27 appunto come sono quelle, che terminano alla EI: questo è direttamente contro la mia ipotesi, perchè egli confonde i cubi colle linee rette, mentre, per la mia ipotesi, io voglio dimostrare , che li cubi terminano alla linea retta EI, ed egli impugna dicendo , che le linee rette semplici possono terminare a qualunque linea retta obliqua ad FI, e crescere sempre in lunghezza, senza che veruna sia mai uguale ad FI; dalla qual cosa ne avviene, che le linee, le quali terminano alla IL sono linee rette semplici , e non cubi, e perciò non siegue la mia ipotesi .

Fil. Li dimostraste poi voi avere esso commesso alcun errore , come necessariamente avviene quando non si siegue l' ipotesi dell' Autore ?

Dor. Le dimostrarai per Euclide , che MN, non poteva esser cubo , perche se lo fosse, una linea maggiore di DE 8, farebbe
ugua-

Tavola
quarta
Fig. 8.

uguale à DE , e glie lo dimostrarai nel seguente modo.

Supponete fatto il rettilineo parabolico cubico $ACFIEC$, poi
 diffi. Non negano i miei Signori oppositori, che DE 8 sia
 cubo di DO 2 per costruzione, ed FI 27 cubo di FG 3.
 Non negano parimente, che nella mia Seconda Proposizione
 abbia io dimostrato, che tutte le parallele, le quali terminano
 all'ipotenusa AH , del triangolo AFH , siano quadrati delle
 applicate; adunque fra DP quadrato di DO 2, ed FH
 quadrato di FG per costruzione, prendasi una media pro-
 porzionale, in proporzione geometrica, e sia per esempio
 MY ; sarà come DP , ad MY , così MY , ad FH . E per-
 chè le radici sono fra di loro in subduplicata ragione de'
 quadrati, sarà come DO , ad MZ , così MZ ad FG ; adun-
 que per Euclide sarà ancora come il cubo di DO , qual'è
 DE , al cubo di MZ , così il cubo di MZ , ad FI cubo di
 FG . Prolunghino i miei Signori oppositori la MY fino al
 punto 18 della perpendicolare I 10, e non potranno certa-
 mente negare, che nell'alunghezza della M 18 non vi sia la
 lunghezza del cubo MZ , luogo da mè ricercato: dunque
 determino essi in qual punto della Y 18 vogliano, che ter-
 mini il cubo di MZ , e sia per esempio nel punto N ,
 fuori della EI . Congiunghino la IN , e la prolunghino fi-
 no al punto L , dove si congiunge coll'asse FA prodotto:
 allora se MN è cubo di MZ , sarà come DE , ad MN , co-
 sì MN ad FI ; ma s'è così, facciasi come IL ad LN , così
 LN ad un'altra, e sia per esempio LR , e tirisi la parallela
 QR ; sarà per Euclide come QR ad MN , così MN ad EI , ma
 era come DE ad MN , cubo per gli oppositori, così MN
 ad FI ; dunque DE , e QR avendo l'istessa proporzione
 ad MN , ed FI , faranno uguali fra di loro, il che repugna, e
 lo stesso avverà in qualunque punto della M 18, nel quale
 si voglia che termini il cubo di MZ , fuor che nella EI , nella
 quale prolungandosi IE fin' al punto 3 dell'asse, i tre cubi
 faranno nello stesso triangolo 3. FI , e non in triangoli di-
 versi, e termineranno all'ipotenusa. Non sò, che altro
 possono dire à questo i miei troppo scrupolosi Signori oppo-
 sitori, se non, che potrebbe avvenire, che la terza propor-
 zionale di LI , e di LN fosse LT , dalla qual cosa ne av-
 verà.

verrebbe, che la parallela T_{12} fosse uguale a DE_8 , e perciò fosse come FI ad MN , così MN a $12T$, o vero DE ; onde i cubi fossero nella stessa proporzione fra di loro, cioè come DE , ad MN , così MN , ad FI : prolunghino la SE fino al punto 3 dell'asse, e farò vedere ad essi, che se questo fosse l'angolo LIF sarebbe uguale all'angolo $3IF$, cioè il maggiore al minore, ed eccone la dimostrazione.

D I M O S T R A Z I O N E .

IL Triangolo $L_{12}T$ è simile al triangolo LFI , dunque sarà come L_{12} a $12T$, così LF , ad FI , e similmente il Triangolo $3DE$ è simile al triangolo $3FI$: dunque sarà come $3D$, a DE , così $3F$ ad FI ; ma la parallela $12T$ è uguale a DE_8 , ed FI_{27} è comune; dunque sarà come L_{12} , e $3D$, ad DE , o vero $12T$, così LF , e $3F$, ad FI . Dunque L_{12} , e $3D$, averanno l'istessa proporzione a DE , e perciò faranno uguali fra loro; e similmente LF , e $3F$ averanno l'istessa proporzione ad FI , e perciò faranno uguali fra loro, il tutto alla parte il che ripugna. Ed oltre a ciò, se LF è uguale a $3F$, e l'angolo F è commune, ed il lato FI pur'è comune; il triangolo LFI sarà uguale al triangolo $3FI$, e l'angolo LIF uguale all'angolo $3IF$, tutti assurdi: adunque se la terza proporzionale è LT , la $12T$, ch'è la sola, la quale può esser uguale a DE , nel triangolo LIF , pure produce assurdo. Adunque in qualunque punto della IL , che cada la terza proporzionale della linea IL , e della linea IN , sempre la parallela, che parte dall'asse, e termina alla LI , se si vuole prendere per cubo, sarà uguale a DE_8 ; o vero se la terza proporzionale è LT , ciò che fa la parallela $12T$ uguale a DE_8 , la linea LF diviene uguale a $3F$, e l'angolo LIF diviene uguale all'angolo $3IF$. E' dunque manifesto, che ancorche infinite linee rette possano terminare all'ipotenusa LI , del triangolo rettangolo ILF , ed ogn'una essere maggiore dell'altra, senza che mai veruna delle parallele sia uguale ad FI , non perciò le sudette parallele, le quali cadono in linea diversa da quella, la quale congiunge, per gli estremi, i cubi da me fatti per costruzione, cioè DE , ed FI possono essere cubi delle applica-
te

te intercette frà DO, ed FG. Dell'istesso modo si dimostra, nò poter il cubo di MZ terminare dentro della EI, come per esempio, nel punto 4. perchè DE verrebbe uguale a Q^{ter} ^{5.} terza proporzionale supposta di FI, ed M 4, o l'angolo 3 IF uguale all'angolo 19 IF. Non puole dunque il cubo di MZ terminare in veruno altro punto della linea M 18 fuori, che nel punto S, punto della linea EI; ma nella linea M 18 vi è la lunghezza del cubo di MZ, dunque solamente MS è il cubo di MZ, e lo stesso avverrà, prendendosi sempre medie, come frà DE, ed MS; fra MS, ed EI, e lo stesso, avverrà facendosi il medesimo trà CC unità, e DE, e lo stesso se supponendosi prodotta la parabola all' infinito, si prenderà la media frà il cubo FI 27, ed il cubo 64, e così sempre fin' all' infinito. Questa è quella dimostrazione, della quale han detto i Signori Autori degli atti. *Nam præter distinctionem inter id, quod rectis convenit, qua talibus, & qua cubis, & novas, satifque longas demonstrationes. loci cuborum rectilinei ad 1. & III. obiectiones allatas, sola excusatio restat.*

Fil. Le dimostrazioni lunghe annoiano gli uomini accostumati a i calcoli, e diffusati dal raziocinio, ma conducono salva la nave in porto; narratemi ora la seconda obiezione.

Dor. Lo stesso oppositore nella seconda opposizione vuol considerare le radici de i cubi intercetti frà 1, ed 8, e degli intercetti frà 8, e 27, e ritrovare per calcolo analitico, che i cubi intercetti non terminano alla linea retta da me assignata, e qui prende errore contra la mia Ipotesi, perchè, per la mia Ipotesi, le radici intercette frà quelle di numero intiero, e li cubi intercetti frà quelli di numero intiero non si possono in niun modo esprimere in numeri; e perciò facendo il suo calcolo analitico prende un manifesto abbaglio.

Fil. Spiegate mi di grazia prima, perchè, secondo la vostra Ipotesi, le radici, ed i cubi intercetti non si possono prendere in numeri; poscia mi direte l'abbaglio, che ha preso il vostro oppositore.

Dor. Non si possono le radici, o i cubi intercetti, esprimere in numero, perchè le applicate intercette frà l'unità BC, e DE.

e DE 2 della figura prima sono irrazionali ; per la qual cosa non le potete esprimere in numero, ed in linea, come esprime te BC 1, DE 2, ed FG 3; che sia così. Nella mia costruzione io vi faccio prendere la linea AD quadrupla di AB unità, e perciò posso ordinare, che si descriva la DE doppia di AB unità, e formo una progressione di linee razionali in linea, ed in numero, cioè come AB 1, a DE 2, così DE 2 ad AD 4; ma, se in vece di prendere AD 4, avessi preso AP uguale a 2 unità AB, voi non avereste potuto determinare la lunghezza della radice PQ in quella guisa, che avete determinato la radice di AD 4. perchè la radice di AB 2 è irrazionale, così le radici intercette fra BC 1. e DE 2 non si possono esprimere in numeri. Dello stesso modo non si possono esprimere in numeri i cubi seguendo la progressione geometrica, perchè se prendete la figura 9. alla Tavola 7: potete dire come AB 1, ad OP radice 2, così OP. radice 2. ad AO 2, e come OP radice 2, ad AO 2, così AO, ad OR cubo, ma siccome non avete in numero radice 2. così non potete aver in numero il cubo R: egli è ben vero però, che l'oppositore esprime in numero la radice di 2. ma la chiama radice 2; con tutto ciò però nel volere in appresso supporre li cubi, inciampa in un altro errore d'analogia, come potrete vedere.

Fil. Ma se alcuno dicesse, che mentre le applicate di parabola non si possono spiegare in numero, non sono applicate, voi che direste?

Dor. Se alcuno ciò dicesse, direi, come dico a voi, che non sà i primi principj della Geometria, perchè chi sà i primi principj della Geometria, sà, che vi sono delle proprietà, le quali si possono dimostrare in linea, e non in numero, e che di questa fatta sono le mie applicate intercette fra 1, e 2, ed i miei quadrati intercetti fra 1, e 4, ed i miei cubi intercetti fra 1, e 8, i quali ho dimostrato che terminano al luogo della linea retta.

Fil. Avete ragione, ed io hò detto un sproposito; narratemi ora l'errore, nel quale inciampò il vostro oppositore in conseguenza dell' errore, che aveva preso nell' Ipotesi?

Dor. Dal punto C egli tira la CN parallela a BH, questa taglia la OR al punto V. Poscia considera due triangoli, che chiama simili, cioè CVR, e CXG. In questi XG è uguale a 7
unità

XC è uguale à 3. unità AB, perch' è uguale a BD; AO è uguale a 2., e OP è $\sqrt{2}$; ed OR cubo è $\sqrt{8}$, e perciò VR è $\sqrt{8} - 1$. Poscia forma i seguenti triangoli, li quali chiama simili, l'analogia de'lati de'quali è la seguente; secondo lui come XC a CV, così XG a $\sqrt{8} - 1$, cioè a dire, come 3 a 1, così 7 a $\sqrt{8} - 1$. Fa poi egli il calcolo analitico moltiplicando i mezzi per gli estremi, e ritrova, che il cubo OR farebbe $\sqrt{72} - 3$, e conclude, che $\sqrt{72} - 3$ non può mai essere il cubo di OP $\sqrt{2}$.

Fil. E qual errore trovate voi in quest'analogia Signor Doria?

Dor. Quello di comparare le quantità eterogenee frà di loro, cioè le quantità irrazionali colle razionali.

Fil. E quali sono queste quantità eterogenee?

Dor. Egli forma quest'analogia de' triangoli simili, come avete veduto cioè, come XC 3 a CV 1. così XG 7 a VR, che egli chiama $\sqrt{8} - 1$ nella quale analogia, 3 è commensurabile con 1, ma 7 non è commensurabile con $\sqrt{8} - 1$ la quale cosa è contro la X. del X. d'Euclide.

Fil. Avete ragione, mà voi non comparate i solidi con i piani, mentre fate terminare indifferentemente alla linea retta le radici, li quadrati, e i cubi.

Dor. Nò Filotimo, io comparo le radici colle radici, i quadrati con i quadrati, e i cubi con i cubi, perchè tutte queste diverse potenze terminano a linee diverse, come per esempio. Le radici terminano alle linee rette CE, ed EI, i quadrati ad AL, e i cubi alle linee rette, o siano pezzi d'ipotenuse CG, e GM.

Fil. Ma se il vostro Oppositore in vece di chiamare VR $\sqrt{8} - 1$ avesse fatto in numeri l'analogia, ed avesse detto, come 3 a 1, così 7 alla quarta, ch'è VR, averebbe trovato VR essere $2\frac{1}{2}$, alla quale aggiunta OV unità, tutta OR farebbe $3\frac{1}{2}$; ed ecco, che si possono prendere i cubi in numero.

Dor. In questa Ipotesi de' miei contrarij vi è il terzo errore, perchè questo modo di supporre i cubi del mio rettilineo, spezzando in parte i cubi, e le radici, è un modo nuovo, e non usitato in Geometria; che sia così. Dal cubo OR ne

R

prende

Tavola
settima
Fig. 9.

prende egli prima una porzione, la quale è VR, poi vi aggiunge un'altra porzione, ch'è OV: ma questa non è l'ipotesi delle continue proporzionali, le quali sono in continua proporzione colla prima, colla seconda, e colla terza, e perciò non si possono considerare divise in parti, come si considera una linea, quando si vuole prendere una misura; con tutto ciò però, se volete, che il cubo OR, sia $3 \text{ e } \frac{1}{4}$, a me niente importa; perchè sempre ch'è più di BC 1, e meno di DG 8, termina alla linea retta CG, come io ho dimostrato, *perciò nihil ad me.*

Fil. Conosco già, che gli equivoci antecedenti nascono, come voi avete detto, dal non aver seguito la Vostra Ipotesi, e dal volere dedurre assurdo da proposizione dimostrata. Narratemi ora la terza?

Dor. Nella terza obiezione l'oppositore fa in numeri astrattamente il quadrato, ed il cubo di $2 \frac{1}{2}$, e ritrova il quadrato essere $6 \frac{1}{4}$, ed il cubo, $15 \frac{5}{8}$. Poscia, per timore di cader nel meccanico, egli si affatica di dimostrare, che in qualunque punto della DH, cioè fra 4, e 9., che cada il quadrato $6 \frac{1}{4}$, come per esempio, in Z, mai il cubo di $2 \frac{1}{2}$, il quale è $15 \frac{5}{8}$ in numero, può terminare alla linea retta GM luogo de' cubi, come io ho dimostrato. Per ciò dimostrare, egli prende ad arbitrio sopra l'AH il quadrato $6 \frac{1}{4}$, e dice sia per esempio AZ; poscia dal punto Z, termine del quadrato $6 \frac{1}{4}$ egli allunga la radice ZY, la quale è $2 \frac{1}{2}$ sin'al punto K; e dal punto G, termine di DG 8, tira la perpendicolare G 12. Poscia supposta AZ uguale a $6 \frac{1}{4}$, DZ, o vero G 7 è uguale a $2 \frac{1}{4}$, mentre AD è uguale a 4; oltre à ciò G 12, ch'è uguale a DH, è uguale à 5; e 12 M, residuo di HM 27, uguale à 19; perciò forma li due triangoli simili, cioè, come G 12, a G 7; così 12 M, a 7 K, cioè come 5 a 2 così 19 a un'altra, e trova, che la linea 7 K è $8 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$, quando deve essere $7 \frac{5}{8}$; mentre il cubo in numero è $15 \frac{5}{8}$: perciò conclude egli il cubo ZK essere in numero $16 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$ maggiore di $15 \frac{5}{8}$ per $\frac{3}{8} \frac{7}{8}$. Dunque dice egli, il cubo termina dentro la GM, come per esempio nel punto 4.

Fil. A questo, che rispondete voi Signor Doria?

Dor. Rispondo, che generalmente non si può cavar'assurdo da

da

da proposizione, che si suppone dimostrata, perchè questo è contro le regole di Metodo, come sapete.

Fil. Ma qual'è l'errore particolare, che prende, in conseguenza di questo errore di Metodo, il qual è certissimo?

Dor. Il primo abbaglio è, che non si possono, per la Mia Ipotesi, calcolare in numero i cubi intercetti fra 8, e 27, e perciò non siegue la Mia Ipotesi, il che è errore. Il secondo abbaglio è, che non poteva egli dire generalmente; prendasi, ad arbitrio sopra la AH il quadrato $6\frac{3}{4}$, perchè da questo ne nasce l'assurdo, cioè, che tutte le parallele intercette fra DG 8, e HM 27, farebbero uguali, per esempio, dissi io. Se l'Oppositore prende AZ per $6\frac{1}{4}$, e vuole, che il cubo sia Z 4, dentro della GM seguendo io la sua ipotesi, prendo la linea A 8, e tiro la parallela 8, e 18: e dico A 8 è $6\frac{3}{4}$, D 8, o vero G 15 farà $2\frac{1}{4}$, e perciò io farò, prendendo A 8 per $6\frac{3}{4}$, lo stesso discorso, ch'egli ha fatto prendendo AZ per $6\frac{1}{4}$, mentre lui vuole, che il quadrato di $6\frac{1}{4}$ si prenda generalmente in qualunque punto della DH; onde la perpendicolare G 15, farà $2\frac{3}{4}$; G 12 farà uguale a 5 unità, e 12 M, a 19. unità, e farà, come 12 G, a G 15, così 12 M alla parallela 15, e 18, e perciò la parallela segnata con i numeri 15, e 18 farà $16\frac{1}{2}$; e prendendosi come vuole l'oppositore in qualunque punto della DH il quadrato $6\frac{1}{4}$; ZK, e la parallela 8, e 18 faranno uguali, ma 8, e 18 è maggiore di ZK per la lunghezza segnata 16, e 18; dunque l'Oppositore non può prendere in qualunque punto della AH il quadrato $6\frac{1}{4}$.

E se egli, all'incontro, dice, che la linea AZ è giustamente $6\frac{3}{4}$, quadrato di $2\frac{1}{2}$, all'ora inciampa nel meccanico; perchè dal punto 4. io alzo la perpendicolare 4, e 21 fino alla GM, e dico, che prendendola col compasso ho ritrovato, che la linea segnata A 3 è giustamente $6\frac{1}{4}$, onde la radice segnata 2 e 17 è $2\frac{1}{2}$, ed il cubo 3, e 21 uguale a Z 4, e perciò è $15\frac{3}{8}$, giusto come l'oppositore ha ritrovato dover essere in numeri.

Fil. Questa opposizione, comè l'antecedenti tutte, è contro l'Ipotesi per qualche veggio?

Dor. Ma volete vedere, Filotimo, che anche per numeri si ritrova, che i cubi intercetti fra 8, e 27 terminano alla linea retta HM?

R 2

Fil.

Fil. Di grazia:

Dor. Sopponete i cubi di tutte le radici intercette fra DE 2, e HI 3 fatte, come ha fatto l'oppositore prima in numero, e poscia in linea, mà prese al luogo dove cadono, troverete, che le differenze fra i cubi considerati in numero, e considerati in linea, mancano sempre quanto più i cubi si avvicinano ad HM 27, e poscia svaniscono in tutto, e si riducono all'ugualità; per esempio. Dopo aver preso AZ per $6\frac{1}{4}$, e ZY per $2\frac{1}{2}$ l'oppositore ha trovato in numeri il cubo essere $15\frac{1}{8}$, e la linea ZK essere $16\frac{1}{2}\frac{1}{6}$, e perciò la differenza fra il cubo in numero, ed il cubo in linea essere $\frac{3}{4}\frac{7}{6}$. Dell'istesso modo sopponete l'applicata segnata 8, e 10 eae, e $2\frac{7}{9}$ maggiore di $\sqrt{2\frac{1}{2}}$, e fate il cubo in numeri di detta radice che troverete essere $\frac{8}{9}\frac{1}{2}\frac{6}{9}$. Poscia considerado i triangoli G 15 18, ed G 12 M, troverete il cubo in linea segnato 8, e 18 essere $2\frac{9}{4}\frac{4}{9}$, dal quale dedotto il cubo in numero si ritrova fra il cubo in linea, ed il cubo in numero una differenza così insensibile, che non può più sghisarsi, ed alla perfine nel cubo di HI 3 il cubo in linea, ed il cubo in numeri sono uguali, e perciò quando le differenze mancano sempre, ed alla fine si riducono all'ugualità, anche per il Metodo degl'Indivisibili, resta dimostrata la mia proposizione.

Fil. In vero mi sembra, che ogni opposizione serva per confermare le vostre proposizioni: mà terminarono qui l'opposizioni?

Dor. Oh Filotimo mio, doppo uscito dalle antecedenti obiezioni, le quali si riducono alla considerazione de' triangoli, urtai in quelli matematici, i quali fanno pompa di possedere le matematiche superiori, e mi viddi involuppato in un laberinto di curve; questi, accostumati a credere, che i cubi terminino alla parabola cubica del secondo genere, avevano poste le colonne d'Ercole alle curve.

Fil. Mà ditemi, di grazia, come vi liberaste da questo laberinto formato di curve?

Dor. Coll' affioma primo di Metodo, che voi mi avete insegnato.

Fil. In che guisa?

Dor.

Dor. Dicendo, che la diversa ipotesi, che la diversa costruzione produce diverse proprietà; per la qual cosa, ponendo io una ipotesi diversa da quella, che pongono quelli, i quali trovano i cubi alla curva, io li potevo trovare alla retta.

Fil. S'acquietarono con questo?

Dor. Nò certamente, seguivano più che mai à rimproverare la mia ostinazione, e mi pubblicavano per l'Italia, e ne' paesi oltramontani, e particolarmente in Lipsia, per incorreggibile, e violento nel rispondere, e per disprezzatore de' metodi delle altre nazioni.

Fil. Alla perfine, che faceste Signor Doria?

Dor. *Vexatio dat intellectum*, affina l'ingegno, e ritrovai, che il mio rettilineo della V. Proposizione al mio Nuovo Metodo, e che nella IV. di questo hò chiamato parabolico cubico, aveva le proprietà della parabola cubica del secondo genere; onde di questo ne' scrissi una lettera al Dottissimo, e Gentilissimo Signor Marchese di Salcito mio grandissimo amico, la quale voi stesso potete leggere.

Fil. Nò di grazia, datemene ora un picciol saggio?

Dor. Immaginate fatto il rettilineo della mia quarta proposizione cioè ABCFGEC, nel quale AB, e BC sono unita, AD 4, AF 9, e perciò DE 8, ed FG 27; onde, come vi ho dimostrato in detta Proposizione IV. tutti i cubi delle applicate al rettilineo parabolico piano, terminano alle due linee rette CE, ed EG.

Tavola
sesta
Fig. X.

Fil. Questo l' hò ben inteso, nè serve altra dimostrazione per ora.

Dor. Ma qui dovete sapere, Filotimo, che fin che io nomai questa parola *rettilineo*, veruna dimostrazione mi valse, ed il bello si è, che alla parabola piana, in virtù della riverenza, che avevano à Galileo, non si opposero, o non s'avvidero, che io facevo fare ad un rettilineo l'ufficio della curva: alli cubi poi, ne' quali facevo l'istesso di quello, che havevo fatto alla piana, si scatenarono tutti.

Fil.

Fil. Questo è ammetter l' autorità in Geometria, e questo nasce dal non fare idea del vero in genere; onde è poi, come voi avete saggiamente detto, che questi uomini di mente particolare, i quali non hanno idea del vero in genere nelle cose nuove si perdono. Ma spiegatemi, come provaste, che il vostro rettilineo ha le proprietà di questa sì fatta parabola cubica, la quale chiamano del secondo genere?

Dor. La parabola cubica ha questa proprietà cioè, che il cubo dell'applicata è uguale al solido che si produce dal prodotto dell'intercetta nell'unità. Questa proprietà è la stessa, che la seguente, cioè. Se sono quattro continue proporzionali, il cubo della terza è uguale al parallelepipedo fatto dal prodotto della quarta, con l'altezza della prima. Queste sono le formole della parabola cubica del secondo genere, la quale essi descrivono per una curva, perchè non hanno ritrovati i punti per formare il perimetro di linee rette. Ora vi farò vedere, Filotimo, che dato il mio rettilineo parabolico piano ABDFGEC, le linee rette AC, CE, EG, sono il perimetro della parabola cubica del secondo genere, e che perciò il mio rettilineo ha le proprietà di detta parabola cubica.

Fil. Di grazia dimostratemi questo?

Dor. Sopponete costruito il rettilineo, come nella costruzione alla IV. proposizione. Poscia allungare l'unità AK fin al punto I di modo, che v'èga uguale ad FG 27. Alzate dal punto G la perpendicolare GI, e dal punto E, termine di DE 8, alzate la perpendicolare EH. Dico che le tre CK, EH, e GI sono applicate di parabola cubica del secondo genere.

D I M O S T R A Z I O N E.

Tavola
sesta
Fig. X.

HE è uguale ad AD 4, AH, come lato opposto di parallelogrammo, è uguale a DE 8, KC è uguale ad AB, o vero AK unità, e DT è uguale a 2. unità AB. Dunque sono quattro continue proporzionali, cioè AK 1, DT 2, HE 4, ed

ed HA 8. Ma il cubo di HE 4, è 64, ed il parallelepipedo fatto dal prodotto di HA 8, con l'altezza di AK 1, è ancora 64; dunque il cubo della terza HE è uguale al parallelepipedo fatto dal prodotto della quarta HA, con l'altezza della prima AK; dunque HE è applicata di parabola cubica del secondo genere. Dell'istesso modo AK 1, FX 3, GI 9, IA 27 sono quattro continue proporzionali; ma il cubo della terza GI, è 729, ed il prodotto di AI 27, è 729; dunque il cubo della terza GI è uguale al parallelepipedo del prodotto della quarta coll'altezza della prima AK, dunque GI è applicata di parabola cubica del secondo genere, e CK è unità; dunque CK, EH, e GI sono applicate di parabola cubica del secondo genere. Rimane ora à dimostrare, che delle intercette fra CK, ed HE avviene lo stesso. Tirate Filorimo da qualunque punto della linea AI, come per esempio dal punto M, una perpendicolare fino alla linea retta CE, o vero fino ad EG, e sia ML; dal punto P, tirate la parallela PL. Dico, che ML è applicata di parabola cubica del secondo genere.

* *α α κ α ρ α α*
punto della 255.

D I M O S T R A Z I O N E.

AK è unità, PQ è radice del quadrato AP, per la nostra proposizione prima; ML uguale ad AP quadrato dell'applicata PQ; per la nostra proposizione seconda; AM uguale à PL è cubo dell'applicata PQ, per la nostra proposizione IV. dunque sono quattro continue proporzionali, cioè AB, PQ, LM, ed AM; dunque il cubo della terza ML è uguale al parallelepipedo fatto dal prodotto della quarta MA, coll'altezza della prima AK, o vero AB; dunque ML è applicata di parabola cubica del secondo genere, e lo stesso si dimostra di ON, e di tutte le altre, le quali terminano alle due linee rette CE, ed EG; dunque le tre linee rette AC, CE, ed EG sono il perimetro della parabola cubica del secondo genere.

Fil. Non vi è cosa più vera di questa; ma di grazia fingete di non aver dimostrato nella quarta, che i cubi terminano alla retta CE, e dimostratemelo per la formola di questa
 pa-

parabola cubica del secondo genere?

Dor. Ora ve lo dimostro, bêche sia superfluo: per la costruzione, AH è uguale ad 8. unità AB; AK e unità; dunque trà i limiti di AK, e di AH vi sono le lùghezze di tutt'i cubi delle applicate intercette frà BC 1, e DT 2. Fingete ora per l'avversario, che AM uguale a PL nõ sia cubo dell'applicata PQ, il cubo dell'applicata PQ farà per esempio, A 17. maggiore di AM, o vero la parallela 3,15; ma se A 17 è cubo dell'applicata PQ, il cubo dell'applicata segnata colli numeri 3, ed 11. farà una linea maggiore di A 17, e farà per esépio, AO, perchè applicata maggiore produce cubo maggiore, che la minore, e lo stesso avverrà successivamente fin'a tanto, che il cubo di DT 2 non farà AH 8, o vero DE 8, ma AR per esempio, o vero ZS maggiore di AH, e di DE. : dell'istesso modo si dimostra, che se il cubo di PQ è minore di AM, il cubo di DT farà una linea minore di AH, come per esempio A 2, ch' è ciò si dovea dimostrare. Si dimostra ancora per l'antecedente proposizione, che anche per le proprietà di queste curve superiori, il mio Nuovo Metodo vâ all' infinito, perchè sicome nella parabola cubica, il cubo dell'applicata è uguale al solido, che si produce dal quadrato delle intercette nell' unità, nella parabola biquadrata il biquadrato dell'applicata è uguale al solido, che si produce dal prodotto dell' intercetta nell' unità come per esépio. Se prendete, nella figura VI, HN, ch'è 4. a cagione ch'è uguale a AD, ch'è 4, e fate il biquadrato di HN, questo è uguale a 256; ed il prodotto di AN, ch'è 16, perchè uguale a DH, e 256, dunque il mio rettilineo ha la proprietà della parabola biquadrata: dell'istesso modo il cubo cubo dell'applicata è uguale al prodotto dell' intercetta nell' unità, e lo stesso fin'all' infinito.

Tavola
quinta
Fig. 6.

Fil. Ma ditemi un poco, le dimostrazioni che avete usato al vostro Metodo sono le stesse, che avete narrate a me?

Dor. Certamente Filotimo, nella Quinta proposizione al mio Nuovo Metodo, dico, che se i cubi terminassero fuora, o dentro della retta da me prescritta, un cubo intercetto farebbe maggiore di 27. Nella XII. dimostro lo stesso per la via de' limiti, ed à carte 82 dove rispondo all' Anonimo, faccio in tutto la stessa dimostrazione, quale hò fatto à voi
alla

alla IV. alla lettera da me diretta al Marchese di Salcito ho fatto questa stessa, che ora avete sentito; alla perfine dimostro in cento modi, che per la mia Ipotesi, e per la mia costruzione, il luogo de' cubi è alla linea retta.

Fil. In vero sembra, che voi abbiate a tutti risposto, appunto come han detto nella loro relazione i Signori Giornalisti d'Italia, mà mentre tanti si son' opposti alle vostre proposizioni, e veggo, che niuno ardisce d' affermarle per vere, sendo ogn' uno spaventato dalla grandezza del Problema da tutti ricercato, e da niun ritrovato non sò mal grado la dimostrazione, che io veggo chiara risolvermi ad ammetter per vere le vostre proposizioni, e perciò voglio tentar ancor io, e vedere, se mi riuscisse di trovare alcun' errore nelle vostre proposizioni.

Dor. Pensateci pure a vostro talento, ma nell'opponere state fermo sopra quelle regole di Metodo, che voi stesso avete prescritte, vedete?

Fil. Se non starò fermo su quelle farò errore, ma poco importa, perchè, come voi mi avete insegnato, *errando discitur*.

Dor. Or via pensate, Filotimo, qualche nuova cosa, perchè se vi riuscisse trovare l'errore, mi liberareste da un grand'impaccio?

Fil. E da quale impaccio?

Dor. Dall'obbligo di sostenere una cosa, alla quale solo mi costringe l'amore della verità, e l'obbligo naturale, che tutti abbiamo di non lasciar soffocare dall'invidia un proprio partito, quando è, come il mio, in tutto utile, legittimo, ed onesto. Pensate qualche cosa, Filotimo, perchè in questa guisa voi avrete l'onore d'aver ritrovato l'errore in questa mia Invenzione, ed io averei campo di far conoscere, rendendovi grazie dell'avvertimento, che son'uomo, il quale si arrende alla dimostrazione, non s'impegna che nelle verità conosciute, e reputa sua gloria il ritrattarsi, quando è convinto del vero, e che non si adira, se non quando vede trattata la Geometria per via di Cabale, e sostenuti gli errori con malizia per ingannare l'innocente Volgo.

Fil. Piano Signor Doria, che appunto penso oppondere qui alcune cose, colle quali spero servirvi.

S

Dor.

Dor. Sì, narrate queste nuove opposizioni, Filotimo mio?

Fil. Nella prima proposizione voi dite, che se la parallela HO, la quale termina fuori della CE, fosse radice di AH; PQ uguale ad HO farebbe ancora radice di AH, e perciò dimostrare, ordinate, che si tiri la perpendicolare OQ. Ora io dico Signor Doria, che questo è dare per vero quello, che si deve dimostrare, perchè ordinando voi la perpendicolare OQ, date per vero, che le radici debbano terminare alla retta CE; ma io dico, opponendo, che non ne nasce, che PQ farà radice di AH, come voi dite nella dimostrazione, perchè se io dico, che le radici terminano fuori della CE, la radice di AP farà P 15, e così successivamente, per modo, che tutte le radici de' quadrati caderanno ad una linea retta, obliqua a DE, la quale non passerà per il punto C, o vero a diverse altre linee rette oblique, ma non alla CE, qual necessità vi è di calar questa perpendicolare? Dell'istesso modo alla vostra figura quarta, dico, che il cubo dell'applicata NO può essere NR, il cubo di TV una linea uguale ad N 11, la quale parta dal punto T, e termini come le radici ad una retta obliqua a DG 8. . Così a me sembra Signor Doria, che ordinando voi, che si tiri la perpendicolare fin' alla linea retta, che voi assegnate per limite delle radici, e de' cubi, sopponete dimostrato quello, che si deve dimostrare; e qui i Signori Autori degli Atti diranno, come han detto, alla loro Relazione; *Quod idem est ac supponere, quod probari oportebat.*

Dor. Quest' opposizione non mi disimpegno niente Filotimo?

Fil. Mostratemi dunque il mio errore?

Dor. Eccolo, io prima d'ordinare nella prima proposizione, che si tiri la perpendicolare OQ fino alla linea retta CE, dimostro, che i quadrati delle parallele intercette fra BC 1, e DE 2, sono ne i limiti di AB 1, e di AD 4; perchè le applicate sono tutte maggiori di BC 1, e minori di DE 2: poscia ordinando, che si tiri la perpendicolare OQ in virtù di detta perpendicolare, dimostro, che le radici de' quadrati intercetti fra AB 1, e AD 4 non farebbero ne' limiti di AB 1, e DE 2. Dunque quando io faccio tirare la perpendicolare OQ, e dico, che se HO fosse radice di AH, PQ farebbe ancora radice di AH,

posso

Tavola
prima
Fig. 1.

Tavola
quarta
Fig. 4.

Tavola
prima
Fig. 1.

posso dirlo, perchè ho già dimostrato, che la prima HO ha d' avere il suo quadrato ne i limiti di AB 1, e di AD 4; onde ne nasce per conseguenza, che PQ uguale ad HO, abbia il suo quadrato ne i limiti di AB 1, e di AD 4; per la qual cosa conchiudo con ragione, che se l'Avversario vuole, che HO sia radice di AH, PQ uguale ad HO sarà ancora radice di AH fin a tanto, che ne nasce l'assurdo, che DE non sia radice di AD, o che le radici de' quadrati intercetti frà AB, e AD non siano ne limiti di 1, e 2. Così Filotimo mio voi avete errato, perchè io non soppongo per dimostrato, che le radici debbano terminare alla retta CE; ma che debbano terminare alla retta CE viene per conseguenza di quello, che hò dimostrato, cioè che li quadrati delle radici intercette frà 1, e 2, sono ne' limiti di 1, e 4, della qual cosa non vi è niente, che sia più vero, perchè la mia dimostrazione è un puro sillogismo, cioè. Le radici de' quadrati intercetti frà AB 1, e AD 4 sono ne' limiti di BC 1, e di DE 2; ma niuna radice de' quadrati intercetti frà 1, e 4. può terminare dentro, e fuori della CE; dunque ogni radice termina alla CE. La maggiore l'ho provata, dimostrando, che ogni radice è maggiore di BC, e minore di DE, e che perciò sono ne i limiti di BC 1, e DE 2. La minore l'ho provata, dimostrando, che da qualunque applicata come HI, la quale termini fuori, o dentro della retta CE, ne nasce l'assurdo cioè, che le radici de' quadrati intercetti frà 1, e 4, non sono ne' limiti di 1, e 2, e che DE 2 non è radice di AD 4. dunque la conseguenza è legittima. Dunque nella mia dimostrazione vi è tutta quell'unità, che costituisce una dimostrazione geometrica, appunto come nella prima del Terzo, ed in ogni altra proposizione d'Euclide si legge. Lo stesso sillogismo vi ho fatto alla mia IV. proposizione, come voi stesso avete conosciuto. Oltre a ciò nella proposizione, che vi ho spiegato poc'anzi, nella quale vi ho dimostrato, che il mio rettilineo ABCFXYGEC ha le proprietà della parabola cubica del secondo genere, vi ho fatto vedere, che tutt'i cubi delle applicate intercette frà BC 1, e DT 2 sono ne' limiti di AK 1, e di AH 8; e che perciò terminano alla retta CE, e che se terminassero fuori, o dentro della CE, i li-

S 2 miti

Tavola
sesta
Fig. 10.

limiti de' cubi delle applicate farebbero la linea segnata A_3 o maggiore di AH_8 , o vero la linea segnata A_2 minore di AH : Nella prima, seconda, e terza risposta, che ho date a miei contrarj, vi ho fatto vedere lo stesso, e ve le ho fatto vedere per Euclide alla risposta prima. Ma voi Filotimo siete giustamente caduto senz'avvedervene all'opposizione prima de' miei contrarj, perche avete detto che le radici, ed i cubi possono terminare ad altre linee rette oblique fuori, o dentro di quelle, che congiungono per i punti estremi le radici, ed i cubi, le quali io assegno per limiti delle radici, e de' cubi; ma a questo non vi sovviene egli Filotimo, che io ho risposto per Euclide, che non possono terminare fuori, o dentro delle mie linee CE , ed EL , perche se MN , la quale termina alla IL fosse cubo di MZ , DE , e QR farebbero uguali. Così Filotimo, io vi ho ormai dimostrato, in cento modi, che le radici, i quadrati, ed i cubi terminano alle linee rette, le quali congiungono per i punti estremi le applicate, i quadrati, ed i cubi da me assegnati per limiti.

Tavola
quarta
Fig. 8.

Fil. Conosco veramente, che trattandosi di linee rette, le radici, i quadrati, ed i cubi non possono terminare che a quelle, che voi dite: ma giache è permesso d'opponere, voglio ancor io, come gli altri ricorrere alle curve, ma con modo dagli altri a'fai diverso, e voglio farvi conoscere Signor Doria, che vi possono essere delle linee, le quali escano fuori del vostro rettilineo, e pure non siano maggiori dell'ultima applicata 2, o vero 3, e che perciò terminano alla parabola Apolloniana. Voglio a tal fine servirmi del Metodo degli Indivisibili, del quale voi non vi siete servito, per aderire, al genio de' Signori Autori degli Atti di Lipsia, ed ecco la mia opposizione. Supponete formato il vostro rettilineo $ABBQR$, nel quale AB , o vero BB sia unità, e l'asse AQ sia 4, e QR 2, voi dite, che niuna linea delle intercette fra BB unità, e QR 2, può essere maggiore di QR , nè minore di BB , e che perciò nello spazio $BBQR$ sono tutte le radici delle ascisse comprese fra AB , ed AQ . Ed in vero per il Metodo degli Indivisibili tutte le intercette sono in proporzione aritmetica, e perciò fra BB , e QR vi sono tutte le radici de' quadrati intercetti fra 1, e 4; ma que-
sto

Tavola
ottava
Fig. XI.

sto farebbe vero, quando le linee non potessero avere fra loro altra proporzione, che l'aritmetica, mà le linee possono avere fra di loro infinite altre proporzioni, colle quali si superino l'una all'altra, e perciò siano maggiori di BB , e minori di QR , e perciò escano dalla vostra linea retta BR , almeno per una quantità indivisibile. Ciò posto io soppongo la linea segnata 7, e 9 uscire fuori della vostra retta BR , e pure esser minore di QR , e lo stesso di tutte le altre, DG , ZK , &c. le quali soppongo terminare in N, M , e l'altra in P , in H , in B , &c. per la qual cosa tirando dal vertice A una linea per i punti $A, B, E, H, P, M, N, T, X, \rho, R$ questa farà una curva, e le linee, le quali terminano ad essa faranno le medie fra l'unità, e l'ascisse.

Dor. Voi siete uscito, Filotimo, dalle regole di Metodo, le quali voi avete prescritte? Non avete voi stesso detto, che chi oppone ad una proposizione geometrica, bisogna, che stia fermo sopra l'Ipotesi dell'Autore?

Fil. Certamente.

Dor. Dunque se nella mia dimostrazione alla proposizione prima vi hò dimostrato, che qualunque linea, la quale termina fuori, o dentro della linea retta BR non può esser radice dell'ascissa dell'asse, colla quale s'interseca, certamente questa dimostrazione è generale, e se è vera, esclude tutt' i casi particolari; perche o le linee, che escano fuori della BR , terminano a curve, o a rette, o a linee di nuova invenzione, non possono mai esser radici, quando io hò dimostrato con dimostrazione generale, che se non terminano alla retta BR , non possono essere radici. Così dunque, Filotimo mio, se la mia dimostrazione è generale, comprende le quantità picciole, le grandi, le minime, le massime, le divisibili, le indivisibili; quelle, che sono in proporzione aritmetica, e quelle, che non lo sono; quelle, che sono in proporzione geometrica, e quelle, che non lo sono e perciò, quando voi mi venite avanti con proporzioni nuove, ed incognite, mostrate di non intendere l'essenza delle dimostrazioni generali, e di non distinguere le generali dalle particolari; perche se io avessi dimostrato, che le linee in una particolare proporzione terminano alla BR , e sono radici, la proposizione sarebbe stata particolare, ed all'ora voi avereste posu-

ro dire à buona ragione, che le linee possono avere un'altra proporzione, colla quale possono terminare alla curva, mà quando vi hò dimostrato, che niuna quantità, la quale termini fuori, o dentro della retta BR può esser radice, non potete impugnare la mia proposizione, senza mostrare di non intendere il Metodo di raziocinare in geometria.

Tavola
ottava
Fig. XI.

Fil. Mà di grazia dimostratemi un poco il particolar errore, nel quale sono inciampato in conseguenza dell'errore di Metodo, nel quale son caduto, e lo confesso?

* Indivisibile

Dor. Supponete descritta la vostra curva ABR per i punti A, B, H, b, M, N, T, ed alla fine 7, e 9, la quale suppongo distante per un punto dalla QR. E supponete la prima di queste quantità, le quali volete, che terminino alla curva, essere una quantità indivisibile, cioè minore d'ogni data immaginabile quantità; questa indivisibile quantità non farà certamente meno di un punto, perchè non v'è quantità minore di un punto, il quale non è quantità, dunque immaginate, che la parallela, la quale parte dal punto I, e termina nel punto b, della vostra curva, ed esce fuori della BR per una quantità indivisibile, o sia per un punto. Io posso, *Filotimo*, tirar da un punto una linea retta, non è così?

Fil. Certamente.

Dor. Tirate dunque dal punto b, una perpendicolare, questa s'incontrerà colla linea BR; s'incontri per esempio nel punto 21, e tirate la parallela 20, e 21. Dunque se la vostra I b, che termina alla curva, è radice di AI, la mia segnata 20, e 21, che termina alla retta è ancora radice di AI. Mà se 20, e 21 è radice di AI, la radice di A 20 sarà per esempio ZK, la radice di AZ sarà DG, e la radice di AD sarà un'altra più vicina al punto Q sin'a tanto, che QR non sarà radice di AQ; ed i quadrati delle applicate intercette fra BB 1, e QR 2, non saranno ne i limiti di 1, e 2; onde avendo io dimostrato, che le medie fra l'unità, e le ascisse terminano alla retta BR non possono terminare alla curva. Ed ecco, *Filotimo*, che mentre voi siete fuggito alla curva, siete stato costretto ritornare di nuovo in virtù della mia Ipotesi alla mia dimostrazione: alla perfine, *Filotimo*, in Geometria la verità è una.

Fil. Dunque le applicate, le quali terminano alla parabola apolloniana, non sono radici delle ascisse? *Dor.*

Dor. Certamente che no'.

Fil. Dunque la dimostrazione d'Apollonio non è legittima?

Dor. Vi ho detto altre volte, che non è legittima.

Fil. E perchè?

Dor. Perchè la parabola apolloniana nasce dalla sezione del Cono, e quando si vuol descrivere in piano, si descrive per tre punti, il che è contro li Postulati di Euclide: ma ecco sensibilmente, Filotimo, l'errore, che nella descrizione di queste curve si contiene, voi descrivete la curva *ABMNR* per tre punti, perchè non avendo frà le applicate intercette frà *BB* e *QR* altra applicata in numero, che il parametro, o sia l'unità, siete costretto a tirar la linea per tre punti, la quale è una curva, ma quando io vi ritrovo l'applicata *QR*, ch'è 2, potete tirare per i punti *A*, e *B* la linea retta *AB*; e per i punti *BR* la linea retta *BR*, e dimostrare, come ho fatto io, che le linee rette *AB*, ed *BR* sono il vero perimetro del rettilineo parabolico: ora questo fa conoscere Filotimo, che Euclide aveva ragione di non voler ammettere altre linee, fuor che quelle, che si descrivono da punto a punto. Filotimo l'aver io ritrovato quei limiti in linea, ed in numero, cioè 1, e 4, 1, e 2, 4, e 9, 2, e 3, e così sempre nell'ordine de numeri pari, ed impari, hò fatto conoscere, che le curve intanto si descrivono, in quanto che, non si hanno quei punti, i quali sono termini delle linee rette, cioè i termini delle applicate 1, e 2, le quali io ho ritrovato coll'arte di designare con numeri le applicate, ed i quadrati, che servono di limiti, onde poi il perimetro delle parabole, di qualunque specie, che prima si descriveva con una curva, vi ho fatto vedere, che si compone di linee rette.

Fil. Voi mi fate caminar diritto, ragionando sù quella corda retta dell'unità, che avete detto; ma sapete, che voglio dirvi?

Dor. Che volete dirmi?

Fil. Vò dirvi, che voi stesso non avete a prima inteso, che il perimetro della parabola, che nomaremo Galilaica si compone di linee rette; anzi di più vi dirò, che non l'ha intesa Galileo istesso, che sia così. Galileo insegna descriver la sua parabola per numeri pari, ed impari, ma poi non dice,

se

*Tavola
ottava
Fig. 11.*

P R O P O S I Z I O N E .

La quale è la medesima , che la Sesta al mio
Nuovo Metodo .

SE sono due rettilinei parabolici, li quali abbiano lo stesso asse, ma diversa unità , o sia parametro , tutte le applicate alle suddette parabole saranno proporzionali fra di loro .

C O S T R U Z I O N E , E D E S P O S I Z I O N E .

Sia AD asse comune delli rettilinei parabolici diviso , per esempio, in nove parti, ogn'una di esse uguali ad AB, e prendasi BN uguale ad AB, per parametro del rettilineo APR, e BM prendasi per parametro del rettilineo AOQ, e soppongasi doppio di NB. Poscia dal punto C, termine della linea AC uguale a 4. unità AB , tirisi la CP doppia di BN unità , e la CO doppia di BM , e dal punto D, termine della linea AD, tirisi la DR tripla di NB, e la DQ tripla di BM; e dal punto A al punto M, tirisi la linea retta AM; dal punto M al punto O tirisi la linea MO : dal punto O al punto Q la retta OQ : e similmente per i punti A , N , P , R , tirinsi le linee rette AN, NP, PR . Dico che le applicate al rettilineo parabolico AMOQ sono proporzionali alle applicate al rettilineo parabolico AN PR , cioè come BM a DQ , così BN ad DR, e così di tutte le altre, le quali cadono allo stesso punto dell'asse comune AB .

Tavola
nona
Fig. 12.

D I M O S T R A Z I O N E .

BM unità del rettilineo AMOQ è doppia di NB unità del rettilineo ANPR; CO applicata è doppia di BM unità , e PC applicata è doppia di NB unità ; dunque sarà come BM ad NB, così CO ad PC. E dello stesso modo DQ è tripla di BM, come RD è tripla di NB; dunque sarà come BM a DQ, così NB ad RD ; e perciò, come CO a DQ, così PC ad RD, e lo stesso di tutte le altre.

T

PRUO.

BM è 2 unità NB ; dunque CO è 4. NB , e PC è 2 unità NB : dunque sarà come NB 1 , a PC 2. così BM uguale à 2 unità NB à CO uguale à 4 unità NB ; e come PC 2 à RD 3 , così CO 4 à DQ 6 unità NB cioè , come 2 à 3 , così 4 à 6 unità NB.

C O N S I D E R A Z I O N E .

SI vede dunque , che l'asse AD 9 è quadrato in numero delle applicate al rettilineo parabolico AMOQ ; perchè CO è 2 , come doppia di BM 1 , e perciò AC 4. è quadrato in numero di CO 2 ; mà la linea CA , come linea , non è quadrupla in lunghezza di CO , ma è quaprupla di CO in numero . All' incontro AC 4 è quadrato in linea , e in numero di CP 2 , perchè AB è uguale a BN unità ; onde è , che la proporzione , che hanno BM a BN , alle parti dell'asse comune AD è proporzione numero , mà le applicate di ambedue li rettilinei sono proporzionali fra loro , perchè hanno la stessa proporzione numero alle parti dello stesso asse . Dell' istesso modo si dimostra , che le intercette fra BM , e CO , ed fra CO , e DQ sono medie numero fra AB , e le ascisse intercette fra AB , ed AC , e fra AB , ed AD , come per esempio la linea segnata 20 , e 21. è media numero fra BM , ed A 20 , perchè niuna delle intercette fra BM 1 , e CO 2 può essere minore di BM , nè maggiore di CO , come abbiamo dimostrato alla Proposizione Prima al mio Nuovo Metodo ; per la qual cosa tutte le ascisse sono quadrati numero delle applicate al rettilineo AMOQ ; in vece che le ascisse sono quadrati in linea , ed in numero delle applicate al rettilineo ANQR : come per esempio , AZ quadrato dell'applicata Z 10 ; mà dovete avvertire però , che le intercette fra BM , e CO , sono irrazionali ; e perciò la loro proporzione colle ascisse non è esprimibile , numero . Vederete ora lo stesso ne i quadrati.

P R O P O S I Z I O N E .

SE la perpendicolare , che cade dall' angolo del triangolo alla base , si prende per asse comune di due diversi rettilinei pa-

parabolici piani, li parametri delli quali terminino a i lati di detto triangolo, le parallele tirate dall' asse a i lati del triangolo saranno proporzionali fra loro.

C O S T R U Z I O N E.

Sia il triangolo rettangolo AXV, dentro del quale dal punto A sia tirata la linea AD perpendicolare ad XV, e la quale sia asse delli due rettilinei parabolici APR, ed AOQ descritti nel modo, come nella proposizione antecedente; e li parametri, o siano unità di essi, siano NB, ed BM terminanti a i lati AX, ed AV. Dico che tutte le parallele ad XV, le quali terminano alli due lati AX, ed AV. saranno proporzionali fra loro, cioè sarà come CT a CK, così DX a DV, e così di tutte le altre.

D I M O S T R A Z I O N E.

Per la nostra Seconda Proposizione CT⁴ è quadrato di CP², e CK⁴ è quadrato di CO². DX⁹, è quadrato di DR³, e DV⁹ è quadrato di DQ³. Ma per l'antecedente Proposizione, come è CP a CO, così DR a DQ; dunque sarà ancora il quadrato CT al quadrato CK, come DX ad DV, e lo stesso degl'intercetti.

Tavola
nona
Fig. 12.

C O N S I D E R A Z I O N E.

Dunque DV, e tutte le parallele, che cadono alla MV, faranno i quadrati in linea delle applicate intercette fra BM, e DQ, e le ascisse di AD faranno i quadrati in numero delle applicate intercette fra BM, e DQ; perche si come AD è uguale a 9. unità NB, DV all'incontro è uguale a 9. unità BM; e perciò quadrato in linea, ed in numero di DO. Che dite ora Filotimo?

Fil. Più dimostrazioni veggo, più confuso rimango.

Dov. E perche Filotimo mio?

Fil. Perche io veggo che, in virtù di una nuova costruzione, voi fate terminare alla retta quelle applicate, e quei cubi, che tutti li geometri hanno fatto terminare alla curva. Ho visto adesso, che in virtù d'un'altra costruzione, voi fate

diventare le ascisse dell'asse, quadrati in numero, e non in linea delle applicate; e con tutto ciò fate terminare ad un pezzo d'ipotenusa li quadrati in linee delle applicate, e perciò questo mi confonde in qualche parte la mente: ed a tal fine vorrei farvi una breve difficoltà, la quale riguarda questa gran libertà di diversamente costruire, dalla quale a me sembra, che ne nasca un assurdo.

Dor. Dite pure a vostro talento.

Fil. Voi dite che la diversa costruzione produce diverse proprietà; dalla qual cosa ne avviene, che costruendosi secondo la vostra Ipotesi, quelle stesse applicate, e quelli stessi cubi, che per l'ipotesi generale, come dicono i Signori Autori degli Atti, terminano alla curva, per la vostra terminano alla retta; ma se ciò è, noi mai potremo esser certi della verità d'una proposizione, perchè sempre potrà un altro pensare altra ipotesi, colla quale venga diversa la proprietà, che con la prima ipotesi si è dimostrata; per esempio. Euclide dimostra, che tre angoli di un triangolo sono uguali a due retti, un altro con altra ipotesi dimostrerà, che tre angoli d'un triangolo non sono uguali a due retti.

Dor. Oh Filorimo, siete giusto venuto, dove io vi volevo. Con questa difficoltà, che voi avete fatto, vi proverò meglio, che per innanzi non vi ho provato, che la costruzione delle curve non è geometrica, e che Euclide averebbe avuta ragione di non ammetterle.

Fil. E come?

Dor. Euclide ha dimostrato, che tre angoli di un triangolo sono uguali a due retti, d'altro non avvalendosi, che della linea retta, e del cerchio, le quali sono la più semplice costruzione, che possa farsi; perchè siccome il punto, che non ha parti è il principio della quantità, così la linea retta, che si descrive fra i termini di due punti, è la più semplice quantità dopo il punto: ora da ciò ne avviene, che veruna altra costruzione, che si possa pensare, non possa mai offendere le dimostrazioni d'Euclide, perchè, se la nuova costruzione non è di linea retta, o cerchio, che sono la più semplice costruzione, la quale possa farsi, sarà sempre più composta di quella d'Euclide, e se è più composta di quella d'

Eu-

Euclide, non è legittima; e se la costruzione è di linee rette, o cerchio, sempre farà vero quello, che Euclide dimostra. Così, Filotimo, mentre io ho fatto conoscere con dimostrazione, che le applicate, e i cubi terminano alla retta, questo pruova con dimostrazione, che la costruzione d'Apollonio è inferma, e mancante, perche costruendosi il problema con costruzione più semplice, che con quella d'Apollonio come ho fatto io, si ritrova che le applicate, e i cubi non terminano alla curva, ma alla linea retta.

Fil. Ma Signor Doria mio, le curve d'Apollonio si chiamano curve geometriche, come vi ho detto?

Dor. Si chiamano curve geometriche, perche si è badato solamente alle proprietà costanti, che hanno, e non alla costruzione non legittima, colla quale si descrivono, e più che per questo, si chiamano geometriche, per l'amore, che hanno i moderni di far la guerra agli antichi; che sia così. Io non veggo che alcuno degli antichi abbia mai tanta licenza concessa all'amor proprio, che avvalendosi delle curve, abbia detto, che la descrizione delle curve sia geometrica. In fine Filotimo i moderni credendo, come vi ho già detto altre volte, che non si potessero far terminare alla retta le linee, che servono a quei problemi, che essi chiamano solidi, hanno come impossibile sì fatta impresa abbandonata, e si sono tutti applicati ad ampliare la dottrina delle curve, e quindi curve immaginate, che segano un cerchio in sei punti; parabole cubiche del primo genere; parabole cubiche del secondo genere; parabole biquadrate, e fino all'infinito; queste l'hanno tutte per lo mezzo dell'Algebra ritrovate, e perciò le curve, e l'Algebra sono state le armi, cò le quali hanno fatto la guerra agli antichi, ed Euclide non ha più ad altro servito che a dare una semplice notizia de i primi fondamenti della Matematica; onde è, che quella d'Euclide è stata chiamata da' moderni col nome di Geometria ordinaria; di Geometria volgare di Geometria antica; e pure in quel dispregiato Euclide; vi era tutto quello, che i moderni andavano per vie fallaci cercando, e che gli antichi hanno sempre desiderato. Ora che dite Filotimo?

Fil. Adunque voi riputate non geometrica ogni costruzione, che

che non si fa per linea retta, e cerchio; se è questo, cade tutto il fondamento della gran mole, che in matematica hanno alzato i moderni, perche se voi togliete di mezzo le curve, non han più modo ne' problemi solidi, e sopra solidi di trovar le radici dell'equazioni; ma questo è troppo Sig. Doria.

Dor. Ma ditemi un poco Filotimo? Voi avete esaminato le mie proposizioni a parte, a parte. Voi avete fatto l'idea complessa di tutto il mio Metodo. Voi avete veduto le opposizioni, che mi sono state fatte. Voi ne avete fatto delle proprie. Dovete ora fare il giudizio decisivo, come conviene ad un Geometra.

Fil. La dimostrazione, che hò veduto nelle vostre proposizioni, non estingue in tutto quell' interno timore, che io hò di avere errato, perche le vostre proposizioni, Signor Doria, sono troppo nuove.

Dor. Dunque la vostra mente non è nel raziocinare sicura, e costante; perche se fosse sicura, e costante, approvarebbe, o mostrerebbe l'errore, nè più rimarrebbe nel dubbio?

Fil. A dirvi il vero non sò risolvermi a confessare, che quello, che tutti i matematici han fatto terminare alle curve, voi l'abbiate trovato alle rette; mà voi mi venite con dimostrazioni tutte uguali a quelle d'Euclide, e se io voglio ritrovare un'assurdo alla vostra proposizione, voi mi accusate d'error di Metodo; se io voglio allegare un caso particolare, voi mi dite, che la vostra dimostrazione è generale, ed in fatti voi avete risposto a tutt'i vostri oppositori: onde se io voglio credere alla mia mente, bisogna, che confessi vero il vostro Metodo, dall'altra parte a tanto non sò risolvermi, perciò vorrei dissimpegnarmi col silenzio, Sig. Doria mio.

Dor. Oh Filotimo! Questo non è da uomo libero, e sincero, bisogna cedere alla dimostrazione in qualunque caso, o darla vinta a Sesto Empirico, e confessare, che la mente umana non è capace d'intendere alcuna verità; e qual fede potessi mai dare dopò questo, a tante cose, che nella Filosofia nella Morale, nella Critica, nella Legge li moderni afferiscono per verità certe, ed indubitate, le diventiamo scettici in Geometria? Il volgo rinfacciarà a suoi maestri la loro ignoranza in tutte le cose, che asseriranno, e questa vostra pro-

po-



posizione da molti matematici seguita fa troppo onta, e vergogna al nostro Secolo. Fate ora il giudizio Filotimo?

Fil. Ma Signor Doria, quando anche io confessassi per vero il vostro Metodo, la maggior parte de' moderni, diranno, che essi non ne possono dedurre veruna cosa, e perciò non l'amaranno, nè lo confesseranno, che importa a voi, che lo confessi solo io, e con ciò mi esponga all'odio di moltissimi matematici.

Dor. Nò, dell'utile, che arreca non si può dubitare, perchè oltre il trovarsi la proporzione fra tutt'i corpi, ciò che si desiderava in Euclide, giova egli infinitamente alle arti, sendo applicabile alla Meccanica, e alle cose tutte; oltre a ciò si potrebbero forse trovare le linee rette, delle quali si compone il perimetro dell'Iperbole, e dell'Elisse, e ancora una infinità di rettilinei, che abbiano le proprietà d'infinita altre curve in quella guisa, che Galileo ha trovato la parabola sopponendo due, o più mobili, i quali corrono in momenti di tempo uguali, uno per spazj uguali, l'altro per spazj, che sono nel ordine de' numeri impari. Può un altro sopponendo moti infiniti in diverse altre proporzioni fra loro, far nascere rettilinei, le parti de' quali abbiano fra loro infinite diverse proporzioni espresse in linea, ed in numero; ed in questa guisa ritrovare ancora numero grandissimo d'invenzioni, le quali siano alla Statica, e a tutte le Scienze Fisico-Matematiche utilissime. Filotimo ricordatevi, che io vi ho detto, che le linee fanno vedere le verità in astratto, ed i numeri fanno vedere in particolare, ed in concreto più, che le linee, le proprietà geometriche, le quali si sono vedute in astratto. Così le linee giunte a i numeri, o siano espresse in linea, ed in numero, mostrano più distintamente le proprietà delle cose, come avete veduto nel mio Metodo, e questo vantaggio non lo danno le lettere dagli algebristi usate, perchè quelle allungano, più che le linee, la mente dalla quantità, e perciò la dilungano dalla conoscenza de' particolari: e quindi è, che vi conducono a linee, che non si costruiscono esattamente, come sono le curve. Infine, Filotimo, questo Metodo di considerare, per lo
mez-

mezzo del moto supposto, linee, che si esprimono con numeri, è feracissimo. Ma lasciando da parte i novi rettilinei, li quali si possono ritrovare, vediamo un poco, Filotimo, l'utile, che il mio Metodo arreca nel seguente Problema, che io voglio proporvi, e voglio che vi affaticate a risolverlo; in questo vederete l'utile, che arreca la mia Duplicazione del Cubo.

Fil. Non ho ancora fatto quest' esercizio; con tutto ciò proponetelo.

P R O B L E M A

$$\frac{A}{B}$$

Dor. **D**ate le linee rette A, e B, fare un cubo, il quale sia al biquadrato di A, come B ad A.

Fil. Oh Signor Doria volete burlami? Questo non si può fare, tutti diranno esser peccato in Geometria far paragone fra le quantità eterogenee; i solidi, ed i sopra-solidi sono di diversa specie.

Dor. Voi peccate nel Metodo di raziocinare, ciò dicendo.

Fil. Perché?

Dor. Perché vi ho detto, che acciò si possa dire, che un Problema è impossibile, bisogna dimostrare, che se fosse sciolto, ripugnarebbe ad un'altra verità dimostrata: e ciò, perchè due proposizioni direttamente contrarie, non possono tutte due esser vere; ma sempre che non è così, voi non potete porre limiti alle infinite ipotesi, che può pensare la mente umana sopra una cosa: così se io avessi detto la seguente proposizione, cioè: fare un triangolo, che abbia un angolo uguale a due retti, avreste ragione, perchè ripugnarebbe alla Trentadue del Primo, se fosse fatto, ma non potete dichiarare insolubile il mio Problema, perchè non sapete, se io ho ritrovato qualche arte di esprimere i solidi, ed i sopra-solidi col segni, che s'è dello stesso genere esprimono le diverse potenze, come sono li numeri, e le linee terze, o quarte proporzionali; esaminare dunque se il problema è solubile, o no Filotimo.

Fil. Io lo tenterò.

Dor. Ma in tanto voi avete già visto nella Duplicazione del Cubo,

bo, che il mio Metodo è utilissimo; datemene dunque il vostro giudizio?

Fil. Eh quãto il vostro Metodo è più utile, tanto più sarà da molti matematici, i quali si sono illustrati nell'Algebra, e ne' nuovi Metodi da loro inventati, abborrito, e a lor discepoli, come vano dipinto. Li Signori Autori degli Atti vi hanno fatto chiaramente conoscere, quanto siano impegnati a difendere li nuovi Metodi; e perciò, che mai giova a voi di esporre me non ancora accreditato nelle lettere all'odio interno de' matematici, i quali mi dipingano al volgo per sciocco?

Dor. Io hò troppo, Filotimo, lungamente dissimulato la vostra viltà, ed i vostri errori; perche voi dopò aver inteso il mio Nuovo Metodo, e dopo averlo confessato per vero, siete di nuovo in errore caduto. Poscia da me di nuovo convinto della verità del mio Metodo, vi siete mostrato renitente a confessarlo: e con ciò mi avete fatto prima conoscere, che siete di mente sufficiente sì, ma incostante. Indi che le lettere non hanno prodotto in voi libertà d'animo, nè virtuoso costume. Filotimo, un matematico dissimulatore del vero, non è degno del titolo di matematico, nè può mai sperare di divenire vero Filosofo; imperciocchè se interrogato del suo sentimento intorno ad una proposizione geometrica nega di farlo, si mostra Scettico in Geometria, ch'è quanto dire ignorante, e se lo appalesa diverso da quello, che lo intende, merita la taccia di calunniatore.

Fil. Voi mi fate arrossire Signor Doria?

Dor. Io ne godo, anzi questo solo rossore è quello, che mi fa sperare da voi l'emenda de' vostri falli, e spero che se vorrete, potrete divenire, qual si conviene a scienziato uomo, dotto, e ben costumato tutto ad un tempo; e tanto più da voi lo spero, perche avendo voi sortito dalla natura un'ingegno, nel quale la vivacità non impedisce la serietà della mente, avete avuto da' vostri maggiori una nobile, e virtuosa educazione, senza la quale, Filotimo, le lettere difficilmente produrrebbero in voi altro, che malizia, perche le virtuose conoscenze a gran pena resistono a viziosi abiti dalla prima infanzia formati.

V

Fil.

Fil. Veramente confesso la debolezza del mio animo, e conosco esser reo di tutto quello, che mi avete rimproverato, ma non sò come io, dopò avere sì chiaramente, e sì vivamente inteso il vostro Metodo, come lo hò inteso, sia caduto poi in quelli sì fatti errori, a voi opponendomi.

Dor. Sapete perchè avete errato, Filotimo, in Geometria, anco dopò conosciuta la verità?

Fil. Perchè?

Dor. Per quello, che vi hò detto nel secondo ragionamento, che abbiamo trà noi tenuto.

Fil. Di grazia degnatevi di un' altra volta rammentarmi la cagione di questo mio errore?

Dor. Filotimo mio, acciò la mente sia disciplinata a conoscere il vero, nõ basta, che abbia acquistata la sufficienza d' intendere una dimostrazione, ma bisogna, che la mente acquisti un tale abito a contemplare il vero, che più non possa nè per passione, nè per ignoranza obliarlo. Questa è quella costanza, che è vevole a far sì, che la conoscenza del vero, prevalga sempre agli oblii, che l'ignoranza cagionano, ed a quei moti dell' animo, e delle passioni, i quali vagliono, ad oscurare la mente; perchè, come vi hò detto, nel secondo ragionamento, la mente umana è di tal fatta, che affai più volentieri indirizza i suoi discorsi, all' oggetto di ritrovare ragioni vevoli a lusingar la passione, di quello che con animo indifferente si volga alla ricerca del vero: e quindi è, che la pura luce dell' intelletto ne viene oscurata. Filotimo, negli uomini quasi che sempre la volòtà strascina l' intelletto; onde poi abbracciano come veri quei falsi discorsi, i quali formano, per giustificare le loro passioni, ed i loro errori.

Fil. Ma come può mai accader questo in Geometrica, dove le verità son così chiare, come che 2, e 3 fan 5? Sia pur quanto si voglia grande la passione, che io non potrò mai negare, che 2 e 3 facciano 5. Signor Doria?

Dor. E' verissimo, che se fiete sufficiente ad intendere una dimostrazione geometrica, non potrete lasciar d' intendere il vostro errore, e tanto più quando da alcuno vi viene avvertito; ma chi debolmente intende, di legieri il vero si dimentica, e difficilmente intende chi è da passione agitato; perciò se voi

vi

vi ponete, come vi siete posto poc' anzi, ad esaminare una proposizione geometrica, con forte volontà di ritrovarla falsa, la vostra Mente tutta intenta alla passione, che la occupa, si distornarà dalla cōtemplazione del vero: e perciò obliarà quella medesima verità, che hà poco prima chiaramente conosciuta; e se avverrà che, mal grado la vostra passione, la verità sia alla vostra mente presente per modo, che non la possiate ignorare, cercarete a bello studio d'obliarla.

Fil. Ma quando poi vi penso, come si suol dire, a sangue freddo, o che mi viene avvertito, non posso lasciare di confessare la verità.

Dor. Quando la mente è inconstante, perchè è mal disciplinata, nella morale, e perchè non ha fatto quel tal'abito ch'è necessario a contemplare la verità, il quale si richiede per rendere l'amore del vero più forte nell'animo, che ogni altra passione, ad ogni picciol moto della volontà, vi dimenticate, come vi hò detto, le verità dimostrate, che avete poco prima conosciute. Filotimo, gli uomini più facilmente si dimenticano, che non si ricordano, e quando si ricordano, divengono dotti, e quando si dimenticano, divengono ignoranti, appunto come dice Platone: ond'è che per resistere a questa infelice proprietà dell'umano intelletto, bisogna fare un lùgo abito a ramentarsi il vero, per modo, che le passioni più non possano far sì che la mente oblii se stessa, e la verità, ma prima di tutto bisogna acquistar per lo mezzo delle reminiscenze, e del discorso la facoltà d'intendere, e poscia per mezzo dell'abito acquistar quella di sempre, e costantemente intendere; e quel ch'è più acquistar quel costume di sempre confessare con ingenuità il vero, che s'intende, perchè se questo non acquistate, mal grado ancora tutte le vostre conoscenze, si sveglierà in voi quella renitenza a confessare il vero, che in voi si è risvegliata poc' anzi, e vi contenterete più tosto di passare per ignorante nella mente de' dotti, che di confessare al volgo di aver errato: anzi, oh meraviglia Filotimo, la più vera scienza, ch'è la Geometria, è quella, che appresta più largo campo alla malizia di esercitare le maligne sue arti, perchè sendo quella a guisa di un linguaggio particolare, ed inteso da pochi, i pochi possono agevolmente intenderla fra

essi, e far passare nella mente del volgo l'ignorante per dotto, e il dotto per ignorante.

Fil. Non più di grazia Signor Doria? Perche la mia mente abborrisce il racconto di sì fatte arti, e datemi un poco qualche insegnamento valevole a farmi acquistare quella costanza di mente nel conoscere il vero, che avete detto; perchè per quelle sì fatte maliziose arti, le quali avete narrate, vi è il tempo, il quale have avuto dalla natura la facoltà inviolabile di togliere dal volto di tutti la maschera.

Dor. Nel secondo ragionamento, che abbiamo frà noi tenuto, io vi hò già accennato qualche cosa di questo, che mi richiedete; con tutto ciò vò suggerirvi in breve alcuni precetti valevoli a somministrarvi quella chiarezza, e quella costanza di mente nel ragionare, che, a buona ragione, chiedete.

Fil. Di grazia.

Dor. Dovete rammentarvi per primo, che le nostre conoscenze nascono, come vi hò detto, dalle reminiscenze, e i nostri errori dagli oblii, e che queste sì fatte reminiscenze si acquistano coll'abito di ragionare, e si perfezionano colla riflessione; perciò seguendo l'ordine di ragionare, che la natura ha posto nella nostra mente, noi dobbiamo cominciare prima a formare abito di mente a ragionare: poscia chiamando alla vostra reminiscenza quello, che la mente hà fatto ragionando, confermare con la riflessione l'abito di mente a raziocinare, che have acquistato: ed in questa guisa far sì, che rientrando la mente in se stessa divèga tratto, tratto Giudice di se medesima, e superiore a quelle materie medesime, che contempla; in conseguenza di questo voi dovete, Filotimo, leggere a primo, come già avete letto, gli Elementi di Euclide, per abituare in questa guisa la vostra mente a ragionare per dimostrazione dedotta, *de notis ad ignota*. Poscia per risvegliare le reminiscenze, voi dovete attentamente leggere quel commento, o siano quelle riflessioni, che io vi hò fatto fare sopra Euclide, e quelle leggi d'argomentare in Geometria, che vi hò fatto fare da voi medesimo; e poscia studiare, di sì fatte conoscenze monito, la seconda volta Euclide, perchè la seconda volta voi leggerete Euclide, non più come discepolo, ma come voi stesso foste l'inventore di quelle proposizioni

zioni medesime, che avete da lui imparato. Poscia per accostumarvi a non errare in Geometria, dovete prendere una scienza, come per esempio, i Sferici di Theodosio, o altra, e leggendo solamente la proposizione, affaticarvi di farci voi stesso la dimostrazione: indi vedere nell'Autore se avete errato, e se ritrovate di aver errato, meditar sopra la cagione dell'errore, nel quale siete inciampato, ed altre volte dovete affaticarvi d'indovinare qual debba essere nell'Autore la proposizione che siegue all'antecedente, per accostumarvi a dedurre proprietà, da proprietà, ed inventare, sempre però meditando sopra il vero in generale, e sopra gli errori, che prendete per emendarvi. Dovete ancora esercitarvi nella soluzione de' problemi, e prima di pubblicarli, considerarli a mente chiara, per formar abito di emendarvi da voi medesimo, e sempre meditare sopra la cagione degli errori, che avete preso, sempre pronto a ricever l'emenda da ogn'uno, che di alcun'errore vi avvertisse. Finalmente, Eilotimo, bisogna nel disciplinare nella scienza la mente umana, fare come chi insegna ad un fanciullo a natare, cioè farlo natare da se, ne mai sollevarlo se non quando è caduto, e poscia farlo riflettere sopra la cagione, per la quale è al fondo precipitato; in questa guisa accostumandosi la mente ad emendare, a se stessa li proprj errori, concluderete agevolmente quali siano le regole, che sono vevoli a condurre la mente per il diritto sentiero del raziocinio, e formate a voi stesso un Metodo di ragionare. Per acquistar poi quell'importantissimo abito a non lasciarvi corromper la mente dalle passioni, dovete fare un serio esame al vostro animo, e vedere, se'l soverchio desio d'inventare per pōpa d'ingegno, o se l'invidia, o altra passione è stata del vostro errore cagione, e dovete prima arrossirne dentro di voi medesimo, e poscia dovete, per formar abito alla confessione del vero, confessare ingenuamente a tutti, gli errori che avete preso, ed in questa guisa castigando il vostro animo, accostumarlo a nō più ribellarsi alla ragione. Dovete poi esser esatto, e paziente nell'esame delle cose, le quali avete ritrovate per emendare gli errori, che il fuoco dell'Estro produce, e non amare il difficile inutile, ma abborrire il facile pernicioso, e perciò fuggire come vi

18013

ho.

hò detto dall'Algebra, e da nuovi metodi da alcuni moderni inventati, i quali accostumando bel bello la mente al semplice pratico, non la disciplinano nell'arte di ben ragionare, e la corrompono: e dovete altresì fugire dall'eccesso nel quale cadono alcuni moderni, cioè di credere utili quelle specolazioni, che niun utile producono, a cagione che in pratica non si riducono?

Disciplinata in questa guisa la vostra mente, la vostra mente farà atta ugualmente a ragionar nell'astratto, ed a discender al sensibile, e pratico; e perciò potrete con mente atta, e sufficiente far passaggio dalla Geometria all'importantissimo studio della Filosofia, quella cominciando dalla Metafisica, corollarj della quale sono la Morale, la Legge, e la Politica. Nello studio della Metafisica, dovete come avete fatto in Geometria, con ordine geometrico studiarla; ma utile cosa sempre farà che beviate a i fonti, e che perciò la studiate in Platone, e che in ordine geometrico riduciate da voi stesso quello, che in Platone avete letto, e meditato; la qual cosa vi farà agevole, à cagione dell'abito, che averete fatto a ragionare sopra qualunque cosa, con ordinato geometrico raziocinio. In fine qualunque scienza, che prendete a studiare; qualunque particolare, che esaminate, dovete nella vostra mente a suoi principj ridurlo per modo, che da voi stesso possiate tutte le conseguenze dedurne, ciò che si acquista possedendo in guisa l'ordine di ragionare, che la mente possa in ogni scienza ritrovare li suoi principj, ed ordinare le conseguenze di quelli, con questo metodo, obliando a poco a poco quelle istesse cose, che nell'Autore avete lette, farete tanto la scienza di voi propria, che la possederete in guisa tale, come l'aveste inventata voi stesso, e come se mai nell'Autore di quella, l'aveste studiata; in questa guisa studiando voi acquistareete un abito di ridurre a i suoi principj qualunque materia, che la vostra mente prenda a contemplare; in ogni cosa argomentarete dalle cause, e giudicarete giustamente degli effetti, che le cause devono produrre, e studiando con questo Metodo la dottrina degli antichi, vederete Filotimo, come dall'alto, di dove discendono tutt'i rivi di moderna sapienza, che noi ora con stupore miriamo.

Fat-

Fatta in questa guisa la vostra mente Geometrica, e Metafisica, dovete dedurre il pratico dalla Teorica, il sensibile dall' astratto; e perciò dovete, dopò studiata la Metafisica, studiare i costumi, e le passioni degli uomini; perchè non conviene ad un uomo, del vostro stato divenire un Filosofo insensato, ma dovete praticare il Mondo, e praticando meditar sopra le cagioni degli errori degli uomini; studiar viaggiando gli ordini civili, e militari, le leggi, e le politiche delle diverse nazioni, siccome saggiamente usavano gli antichi Greci, e Romani: e sopra tutto procurare d' emendare in voi prima quegli errori, che voi considerando, ritrovate negli altri: non dovete pretendere di soffogare in tutto le passioni, perchè le passioni sono lo stesso, che l' uomo, ma dovete per lo mezzo della Filosofia, dare alle vostre passioni forma onesta, e nobile; e perciò dovete amare, con passione, il giusto, e l' onesto, e la gloria del vostro nome, non meno appresso i viventi, che appresso i posteri; ed in conseguenza di così fatte massime, dovete esser onorato, e zelante Cittadino della vostra Patria, ubbidiente alle leggi di quella, amico leale, sincero, ed onesto con tutti, e sempre giusto: in questa guisa Filotimo, sarete prima disciplinato in Geometria, poscia in Filosofia addottrinato, e dalla pratica del Mondo perfezionato per modo, che diverrete Filosofo utile a voi medesimo, ed alla Repubblica. Utile cosa farà ancora, che non ignoriate lo Studio della Fisica, dell' Astronomia; perchè nello studio di quelle cōtemplando l'ammirabile struttura, e l'ordine, e l'armonia incomprendibile dell' Universo si forma per mezzo dell' imagine una sensibile idea della Onnipotenza, e delle perfezioni di quel Dio, del quale avete fatto un' idea pura intellettuale, ed astratta in metafisica. Dovete poi studiare la Geografia, l'arte Nautica, e l'arte della Guerra, sendo quelle conoscenze, che contribuiscono a formare l'uomo colto, e civile. Necessaria cosa è poi, che vi siano degli uomini, i quali applichino alle esperienze fisiche, e alle arti, che dalle sopradette conoscenze si deducono, ma a mio credere, non dovete esser voi di quelli, avèdovi la natura a più nobile, e più elevata sorte destinato.

Fil. Voi mi avete fatto conoscere con questi savissimi precetti il modo, col quale si deve formare un nobile, e virtuoso Cit:

tadino, e come la vera scienza dalla Geometria discenda.

Dor. Non senza ragione dicevano Platone, ed Aristotile, *nemo A geometra intret in gymnasio meo*; ma per Geometra non intendevano l'Algebrista, o il Calcolatore, ma il Raziocinante, cioè a dire la mente ben disciplinata in Geometria, che vale a dire quella mente, la quale si è abituata a ragionare sopra le cose tutte con ordinato raziocinio geometrico, ed a dedurre i particolari tutti da i loro veri principj.

Fil. Avete ragione, ma il vostro Metodo è austero, e difficile, e da seguirsi da pochi.

Dor. Lagnatevi colla natura, la quale ha inceppato di modo la mente ne i sensi, che non ha bisogno di minor disciplina di quella, che io vi ho prescritta per raziocinare perfettamente, e per acquistare quella libertà d'animo, nella quale sola l'essenza del uomo consiste. Alla per fine Filotimo, se volete studiare per esser dotto, avete da vincere quella difficoltà, che la natura ha posto incontro a chi vuol conseguir la sapienza, e la virtù: se poi volete studiare per parer dotto senza esserlo, quasi tutto il presēte Mōdo de' letterati ad altro non studia, che ad inventar modi agevoli, e facili per acquistare la scienza, e perciò, ricorrete a i moderni; imperciò che se volete seguire i miei consigli, calcarete la via dagli Antichi additata, e vi affaticarete di ritrovare solamente quelle cose, che gli Antichi si sono dichiarati di desiderare, come appunto è la Duplicazione del Cubo da me ritrovata, e se nō potrete supplire a quello, che essi han desiderato vi contenterete d'intendere la loro sapienza, e d'imitare le loro umane virtù, senza corrompere la purità delle scienze per lo vano desio di comparir' al Mondo Inventore.

Fil. Nò, io voglio esser vero dotto, vero virtuoso, e vero libero Signor Doria.

Dor. Già che volete, Filotimo, esser vero dotto, e vero libero, operate da uomo onesto, e libero, e fingendo d'esser quello, il quale i chiarissimi Autori degli Atti han' destinato per fare la Relazione al mio Nuovo Metodo, ditemi, se direste quelle parole, cioè. *Et hic quidem si quorumdam talis est novitas, ut tam parum valeat ad vetera evertenda, ut tuto operoso ipsorum examine supersedere quis possit hoc ex eorum fortasse numero est dicendum.*

Fil.

Fil. Poichè mi avete fatto conoscere, che merita la taccia di poco libero un Geometra. il quale interrogato del suo sentimento intorno ad una proposizione geometrica, ricusa d'appalesarlo, vi dirò francamente, che il vostro Metodo è vero, ed utilissimo, e che perciò se fossi stato io quel tale Professore in Matematica, a cui è toccato in Lipsia di fare la Relazione della Vostra Opera, considerando, che voi non avete fatto cosa contro gl'antichi, ma solamente supplito a quello, che Euclide, e tutti i Greci, i quali solo son quelli, che con ragione possiamo nomare antichi, han desiderato; in vece di dare della Vostra Opera quello sconcio giudizio, che ne hanno dato, avrei detto. *Et hic quidem si quorundam talis est novitas, ut tantum valeat ad vetera amplianda, & nova, & vana evertenda, ut tuto operoso ipsorum examine nemo supersedere possit, hoc certe ex eorum numero est dicendum.*

Dor. E credete voi, Filotimo, che visti che averanno questi nostri ragionamenti, i Signori Autori degli atti non diranno lo stesso?

Fil. No, anzi credo, che s'impegnaranno a sostenerlo per falso.

Dor. E volete, che moltiplichino errore sopra errore?

Fil. Certamente.

Dor. E perchè?

Fil. Perchè a nostri giorni difficil cosa è trovar professori, i quali si ritrattino, quando si sono una volta opposti.

Dor. No, Filotimo? Io all'incontro credo diversamente da quello, che voi pensate, perchè forse i Signori Autori degli Atti, nel formare la Relazione di questo mio Metodo, sonostati alla fede di qualche mio celato, ed invido oppositore, e questo non è molto in una materia, che genera tanta prevenzione di mente, quanta è la Duplicazione del Cubo: dovevano bensì più onestamente, e più civilmente del mio Metodo ragionare, siccome è stato sempre loro costume, ma poichè così è stato, averanno a cuore l'onore di una Società tanto celebre, e tanto venerata, quanto è la loro, e perciò esamineranno seriamente il mio Metodo, e trovandolo vero, come lo troveranno, certamente lo confesseranno tale, ma se avvenisse, che mossi da passione

162
fione, faceffero quello, che voi avete pronoficato, abbaiarebbero (come fi fuol dire alla luna) perche dopo d'averlo iodimoftrato in modo, che non folo ogni principiante lo può intendere, ma può divenire in virtù de' miei precetti fofficiente ad intenderlo, fe anche nō lo foſſe, io nō ſon tenuto più a riſpondere ſacrificandomi alle paſſioni, ed agli altrui errori, coſi Filotimo non riſponderò più ad alcuno, che a me ſi opponerà. E per cominciar a porre in pratica queſto mio giuſto proponimento, ceſſiamo ſin' da hora di più ragionare di queſto mio Nuovo Metodo. Profittate voi intanto de' miei avvertimenti per render la voſtra mente capace a diſtinguere in ogni materia con ſicurezza il Vero dal Falſo, e quel, che più importa, ad onefamente, e liberamente operare. Affaticatevi a riſolvere il Problema propoſto, e vivete felice.

IL FINE.



S'no

S'avverte al Lettore, come in questo Libro si sono notati solamente quelli errori, i quali possono confondere, o mutare il senso delle cose, che in esso si trattano, lasciando per la fretta di notare i meno sensibili, ed anco di rivederlo intieramente.

Pag.	lin.	Errori	Correzioni.
8	36	hanno	averebbero
9	10	Scagliero	Scaligero
10	28	dimostrazione	relazione
17	5	produce	producono
18	2	vedo	hò veduto
24	9	l'ordine dà unità	ma solamente l'ordine è quello che conduce alla conoscenza dell'unità
26	37	Cerchio	Centro
27	20	contiene	comprende
28	9	dipendono	dipende
35	14	solamente	per lo più
36	25	bensi le proprietà	bensi proprietà
37	32	della perfezione	della proporzione
38	21	quelle stesse cose	molte di quelle cose
41	15	delle radici che si ricavano	delle radici quadrate, che si ricavano
42	19	fare a suoi	fare da suoi
46	5	idee complesse e le	vano dagli altri libri d'Euclide, idee complesse sopra le
	11	corollarii de sei primi	corollarii degli altri
48	24	fiano	paiano
53	13	sola occhiata netta	sola occhiata, tutta
54	9	la mente a volere	la mente a volare
55	17	abbiamo detto fa la mente	abbiamo detto che fa la mente
61	35	Euclide non	Euclide, e non
68	2	meati li quali	menti le quali
75	9	si contenta	ne si contenta
79	ult.	avete	averete
81	30	s'è acquistata	s'acquista
82	16	meditare la metafisica	meditare da metafisico
98	30	<i>plural te du monde</i>	<i>plu: aite des mondes</i>
115	22	da C termine dell'unità	da H termine di DH 16:
118	14	come la prima alla quinta	come la quinta alla prima
127	3	uguale a QG	uguale a Q5.
128	19	il cubo R	il cubo OR
135	16	o vero fino	o vero un'altra da un punto della HI fino
142	17	non è quantità	non è quantità divisibile

NUOVO METODO GEOMETRICO

Per trovare fra due linee rette date infinite
medie continue proporzionali, &c.

i. e.

NOVA METHODUS GEOMETRICA

*Pro inveniendis mediis continuo proportionalibus
indefinitis, inter duas rectas datas; Autore*

PAULO MATTHIA DORIA.

Antverpiæ, apud Christophorum Plantinum, 1715, 4.
Plag. 13. cum fig.

Qui inde ab aliquo tempore inter Italiæ Geometras quosdam turbas excitavit liber, jam secundum editus, & sero tamen ad nos pervenit. Primum enim Augustæ apud Danielelem Hopper prodiit A 1714. alio & ordine propositionum, & stilo. Quæ enim succinctè ibi tradita erunt, ea in hac editione, quam non Antverpiæ quidem, sed in ipsa Italia prodisse persuasi sumus, uberius explicantur, mutata etiam interdum propositionum forma & numero corollariorum. Reliqua diversitas omnis sub finem præfationis satis prolixè ab Autore exponitur. Initium enim illius præfationis fontes errorum aperit, quos persuasum ipsi est, & omnes committere, qui novis se inventis opponunt, & nuper illos Mathematicos commisisse, qui varia novæ huic solutioni problematis mediarum objecerunt. Indicat autem præcipue sequentes, impetus phantasiæ, animum præventum, & tumultum commotarum passionum. Remedium hisce assignat studium Geometriæ. Vitio tamen methodorum evenire, ut tam pauci fructum e Geometria, qua remedio, capiant. Nihil enim primo tam usitatum esse, quam a solvendis problematibus abhorreere, quo fit, ut inveniendi,

ACTA ERUDITORUM

niendi, & inventa aliorum examinandi facultatem paucissimi consequantur. Secundo complures Analyſi ſic abuti, ut Syntheticam meditationem prorsus fugientes, in calculi facilem & expeditam praxin ſeſe præcipites dent, & malint in examinandis aliorum inventis calculo agere, quam iis, quæ ſingulorum præconcepta præſtat meditatio. Tertio novas methodos magno numero adoptari non modo idem, quod Algebra, vitii habentes, ſed & alienas a rigore demonstrationum & ſola approximatione contentas. Deinde poſtquam methodum indiviſibilium ſatis laudavit, Italos reprehendit, quod Cavalerio invideant ſua, & in *aliarum nationum* methodos tam perditæ ferantur. Quæ & hic & in ſequentibus de adverſariis præſentis inventi, deque conatibus Autoris dicuntur, ea & in illos duriora, & de ſe ipſo magnifice magis dicta videri poſſint, quam ſcriptorem Mathematicum decet: ſed dandum aliquid rati cothurno linguæ rei potius aggredimur caput.

Tab.v.
Fig.1.

Inventi ſumma hæc eſt. Descripta concipiatur Parabola ABD, Parametro AB, ſitque $BQ = 3AB$, adeoque e Parabolæ natura $QH = 2$, ſi loco AB ſcribatur unitas; porro fit $QC = 5AB$, adeoque $AC = 9$, & ergo $CD = 3$. Fiat $QL = 8$, qui cubus eſt QH, & $CF = 27$, qui cubus eſt rectæ CD, & hoc modo producta parabola verſus D, quâtum lubet, capiantur cubi ordinatarum intermediarum omnium in ipſis productis, & connectatur terminatio rectilinea BLF &c. quo factò, cubos omnium ad lineas BL, LF &c. terminari Autori perſuaſum eſt, huncque habet pro gennino cuborum loco
v. Prop. 5. 12.

Eodem modo conſtruendo loca quadrato. quadratorum, & reliquarum potentiarum, facile ſibi iter paratum

MENSIS MAJI A. MDCCXVII.

raturum putat, ad constructionem problematis generalis, quam pro unica media sic expedit. Si inter X & Z quærat media unica, describatur Parabola parametro $X = AB$, axeque producto versus C , donec AC excedat Z , construatur ACI triangulum æquicrurum, unde erit & $BB = AB$, & $MP = MA$, &c. atque adeo ad BI terminabuntur quadrata respondentium ordinatarum BB , MN ; CD &c. in ipsarum productionibus sumpta; uti explicatur propositione 2. Fiat $CI = Z$ ductisque iof & df cum AC & CD respective parallelis, erit *de* media quæsitæ, quæ est materia propos. 3. Atque hoc idem plane est, ac sumere $Ad = Z$, erigereque *de*, neque adeo quicquam novi. At nimis nova sunt, quæ nunc sequuntur. Inter X & Z desiderantur mediæ duæ, id est, habetur Z pro cubo, X pro unitate. Producat parabola ABD cum BI, BL, EI &c. locis potentiarum, donec cubus CF , cuiusdam ex assumtis ordinatæ CD , evaserit maior quam Z . Fiat $CV = Z$, ductisque ut ante VE & EM . erunt MN & MP , ut radix & quadratum, id est, lineæ quæsitæ, quod quidem e figuræ inspectione satis manifestum est, modo BL, EF &c. fuerit genuinus cuborum locus; si Z fuerit minor quam GL , faciendum $GX = Z$, reliquis ut ante manentibus.

Porro requiruntur mediæ tres, id est, sit Z quadrato quadratum, & X unitas, queruntur radix, quadratum & cubus. Factis iisdem, quibus ante, sit CVH locus quadrato quadratorum fiatque $DY = Z$, & ductisque YV & QV ad AD & DE parallelis, erunt quæsitæ QK, QR, QS , modo CVH verus quadratorum CQ cuborum fuerit locus. Et hoc modo progrediendo in infinitum, constructio eadem infinitas medias suppeditabit, modo loca potentiarum genuina in rectilineis Auctoris habeantur.

Tab.v.
Fig.2.

ACTA ERUDITORUM

Et hic quidem, si quorundam talis est novitas, ut tam parum valeant ad vetera evertenda, ut tuto operoso ipsorum examine superfedere quis possit: hoc ex eorum fortasse numero est dicendum. Examen susceperunt tamen Augustinus Arrianus, publicus in Regio Neapoleos studio Lector, & Nicolaus Galizia, Professor Matheseos Neapolitanus; porro Anonymus quidam, & pariter sine nomine Bartholomæus Intieri, proditus vero ab Autore p. 88. quorum omnium obiectiones cum responsionibus Autoris operi subiunguntur. Hyacinthi enim de Christophoro impugnationes ideo omittas ait, quod cum reliquis coinciderent. Omnes autem in oppugnando cuborum loco versantur. Et Augustinus quidem Arrianus, Nicolausque Galizia prima obiectione negant præcipuum momentum indirectæ demonstrationis allatæ pro loco cuborum ad propos. 5. Summa demonstrationis hæc est: $CF, QL, BB.$ sunt cubi per constructionem; si ergo intermediarum ordinatarum cubi respectivi non ad BL & LF terminantur, intra vel extra cadent; quod sane certissimum est. At si extra cadere dicantur, qui inter QL & CF v. c. intersunt quum major sequens continuo sit præcedente, ob ordinatas versus CD majores; ea, quæ proxime præcedit CF , ipsam CF excedet: & eodem modo, si intus cadere dicantur regrediendo a CF ad PL , sequi putat Autor, eam, quæ proxima est ipsi QL , hac utique esse minorem. Opponentes utrumque negant instando, quæ ad KL & TF terminantur ordinatarum productiones, & extra BL, LF , cadere, & eas quæ ipsius QL, CF , proximæ sunt, non facere majores ipsis QL, CF , respectivè, nec secundo casu ultimas earum, quæ ad LS & FO terminantur, & intra angulos CFO, QLS , cadunt,

mi.

Tab.v.
Fig.1.

MENSIS MAJI A. MDCCXVII.

minores esse ipsis CF, QL &c. Cui addi poterat, differentias productarum ordinarum extra vel intra BE & LF cubis terminantium, posse decrescere, neque illa incommoda sequi, nisi supponatur differentiarum æqualitas, quod idem est, ac supponere id quod probari oportebat. Secunda objectio eorundem ad incommodum ducit. Idem agit tertia Anonymi, quanquam ratione aliquantum diversa. Bartolomæus Intieri calculo generali ostendit, locum cuborum non rectam esse, sed parabolam cubicam. Quibus omnibus idem fere obtigit responsi. Nam præter distinctionem inter id, quod rectis convenit qua talibus & qua cubis, & novas satisque longas demonstrationes loci cuborum rectilinei ad I & III objectiones allatas sola excusatio restat, opposcentes considerare Parabolam in alia geneseos hypothesi, quam qua utitur Autor. Qui ipso affirmat, pro generationum diversitate contrarias Parabolæ esse posse proprietates, seu potius, quod iuxta unam generationem certissimum est id in incommoda ducere, si juxta aliam exigatur: quod quantum conveniat cum uniformi non extensorum tantum, sed & rei cujusvis natura alii judicaverint.

Quibus de cetero volupe fuerit ideam formare totius inventionis, & generationem Parabolæ perspicere, ad quam ubique provocat Autor: ii consilium ejus omne percipient e sequentibus, quibus innotuit nobis, per schedam ex Italia una cum libro transmissum. Deprehendit scilicet, parabolæ genesin, qualem exhibuit Galilæus, Apollonianæ multum præstare, in qua quippe unitas seu parameter non tantum per lineam sed & per numerum exponitur, perinde ac ordinatæ integris 2, 3, 4, &c. designatæ, quæ ad determinata axis puncta du-

cun-

cuntur, & a vertice distantias habent sequentibus 1, 4, 9, 16 &c. exprimendas. Quibus quidem commodis omnino carere Autori videtur Apolloniana constructio, quæ quippe ad numeros non attendit. Existimavit igitur Autor, uti duæ mediæ quantitates in numeris ideo habentur, quod habeatur expressa numero unitas, sic ope descriptæ hac methodo parabolæ, in qua & unitas & ordinatæ linea & numero explicantur, haberi posse medias duas & infinitas. Tandem inter commoda istius generis haud ultimum esse invenit, quod linea numeri loco possit adhiberi, & quod ordinatæ interceptæ infinitæ haberi possint ope methodi indivisibilium, inter illas, quæ numero exponuntur. Arte rem peragit sequente. Principio in prima propositione genesis istam parabolæ docet, & interceptas inter illas ordinatas, quæ numero exprimuntur, numero explicari eadem servata parametro non posse, in prima consideratione subjuncta propositioni ostendit, quanquam mutata parametro per facile exponantur. Deinde unitate & ordinatis, quæ numero exponuntur, tanquam limitibus utitur intermediarum, eave re quadrata in numeris obtinet 1, 4, 9 &c. ad hypotenusam trianguli æquicruri terminata, & limites constituentia quadratorum interceptorum & irrationalium, uti e prop. secunda patet, mediamque unam his positis invenit, ut supra commemoratum est, propositione tertia. Porro ordinatis numero sic expressis utitur ad parabolam planam inveniendam, quæ respectu ordinatæ datæ, non autem cujusvis officium cubicæ faciat, ut adeo nova parabola opus sit ad habendum cubum ordinatæ cujusvis, ut patet e prop. quarta, & ad construendos cubos 1, 8, 27, &c. qui

limi.

MENSIS MAJI A. MDCCXVII.

limites sunt interceptorum, horumq; integrum locum determinandum, quod suo modo exequitur Autor prop. quinta. Ex iisdem tandem cubis ad hypotenusam æquicruri terminatis & limitum instar assumtis infinitos ad eandem cubos terminari ostendere suscipit, quo positive demonstrat prop. 12, quod in quinta negative tentaverat. Ut adeo in univèrsam quatuor in locis propositionis primariæ demonstrationem tentaverit Autor. prop. 5. 12 & cor. 2. hujus: item in responsionibus ad objectiones p. 72, 73, 74, 75.

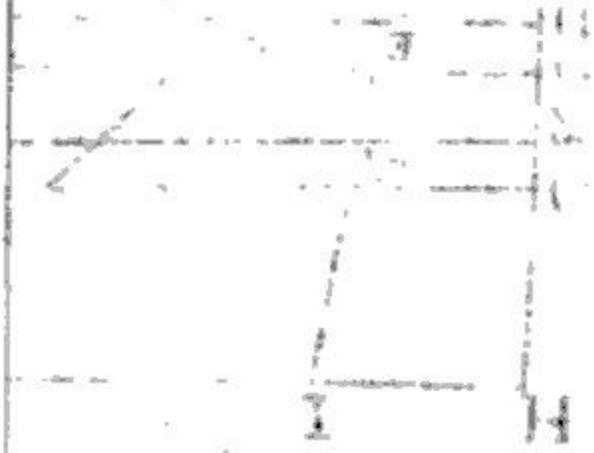
Ceterum quæ propositionibus subjungitur epistola ad Antonium Monforte meditata quædam continet circa differentias potentiarum superiorum, at numerice, id est, particulariter expedita. Alia est sub finem operis addita epistola Antonii Monforte ad Autorem, quæ in probanda & extollenda inventione Doriana occupatur. Quæ vero ab Autore seorsim edita est epistola, scripta 11 Aprilis 1716 ad Paulum Franconem Marchionem de Salcito, id agit, ut consecutaria quædam explicet, quæ e *Nova Methodo* deducuntur, circa parabolas generum superiorum. Cum enim Cl. Autori persuasum sit, potentias ordinatarum terminari ad rectas, aliter existimare nō poterat, quam Parabolas altiores, quas omnes hæctenus Geometræ procurvis habuere, curvas non esse, sed particulas aut frustra hypotenusarū diversorum triangulorum rectangulorum. Uti igitur in consideratione ad prop. undecimam novæ methodi, parabolam vulgarem curvam ait esse, exinde finito rectarum numero compositam, quas rectas pro hypotenusis habet indefinitorum numero truncorum triangulariū: sic prima propositione & iis quibus absolvitur epistola omnibus, altiores omnes eo modo ex hy-

po.

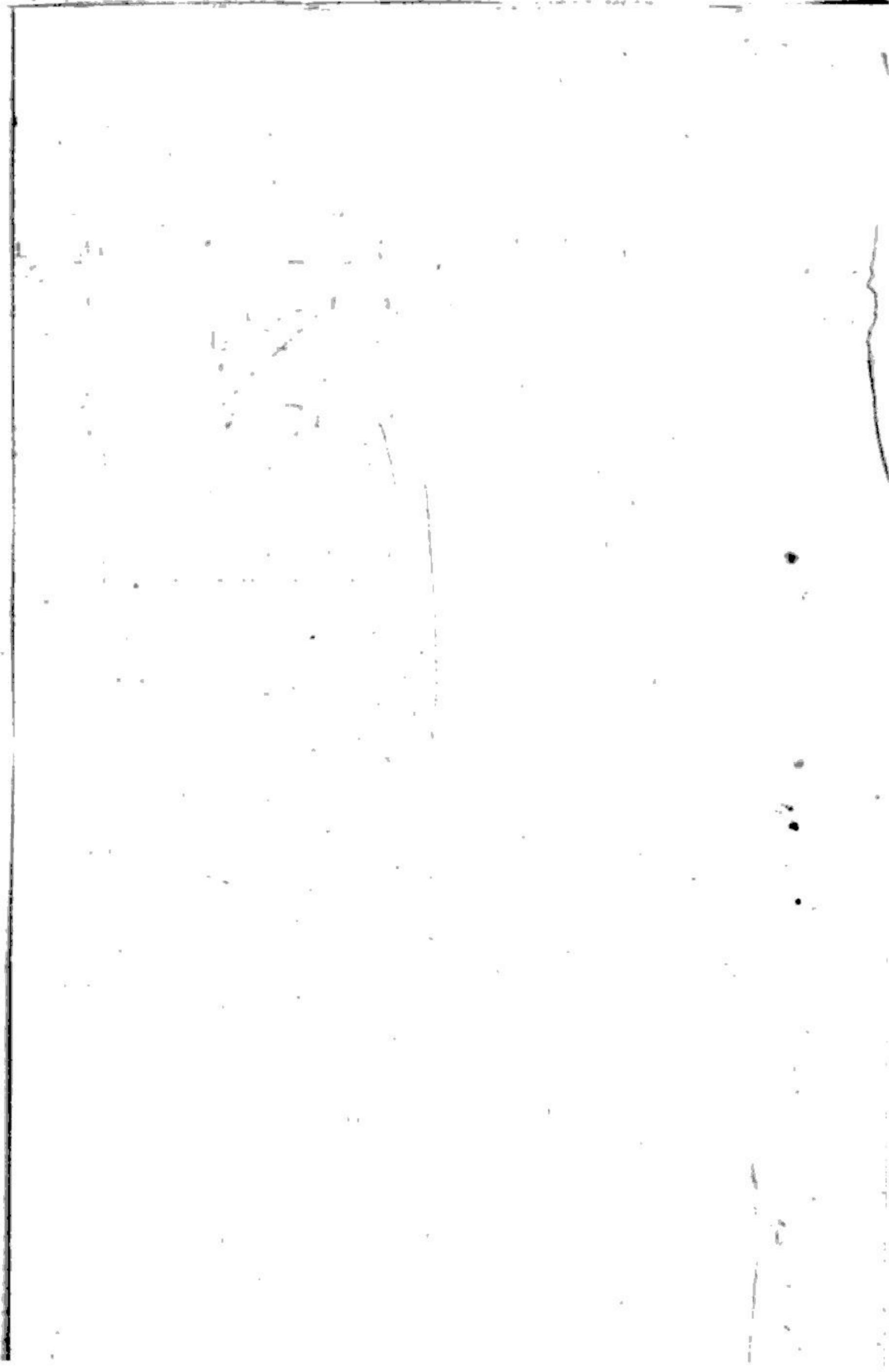
ACTA ERUDITORUM

potentius componi, satagit ostendere, quo in construendis rectilineis supra explicatis fuerat usus. Qui horum omnium accuratius examen instituent, quod nobis jam permissum non est, ii, si aliunde non innotuit ipsis deprehendent veritatem eorum quæ A. 1686 p. 298. horum Actorum leguntur, *Sed Geometria Indivisibilium, Cavallerii Scientiæ renascentis non nisi infantia fuit; multumque ex methodis aliarum nationum subsidii esse Petendum, nisi quis velit a via aberrare.*

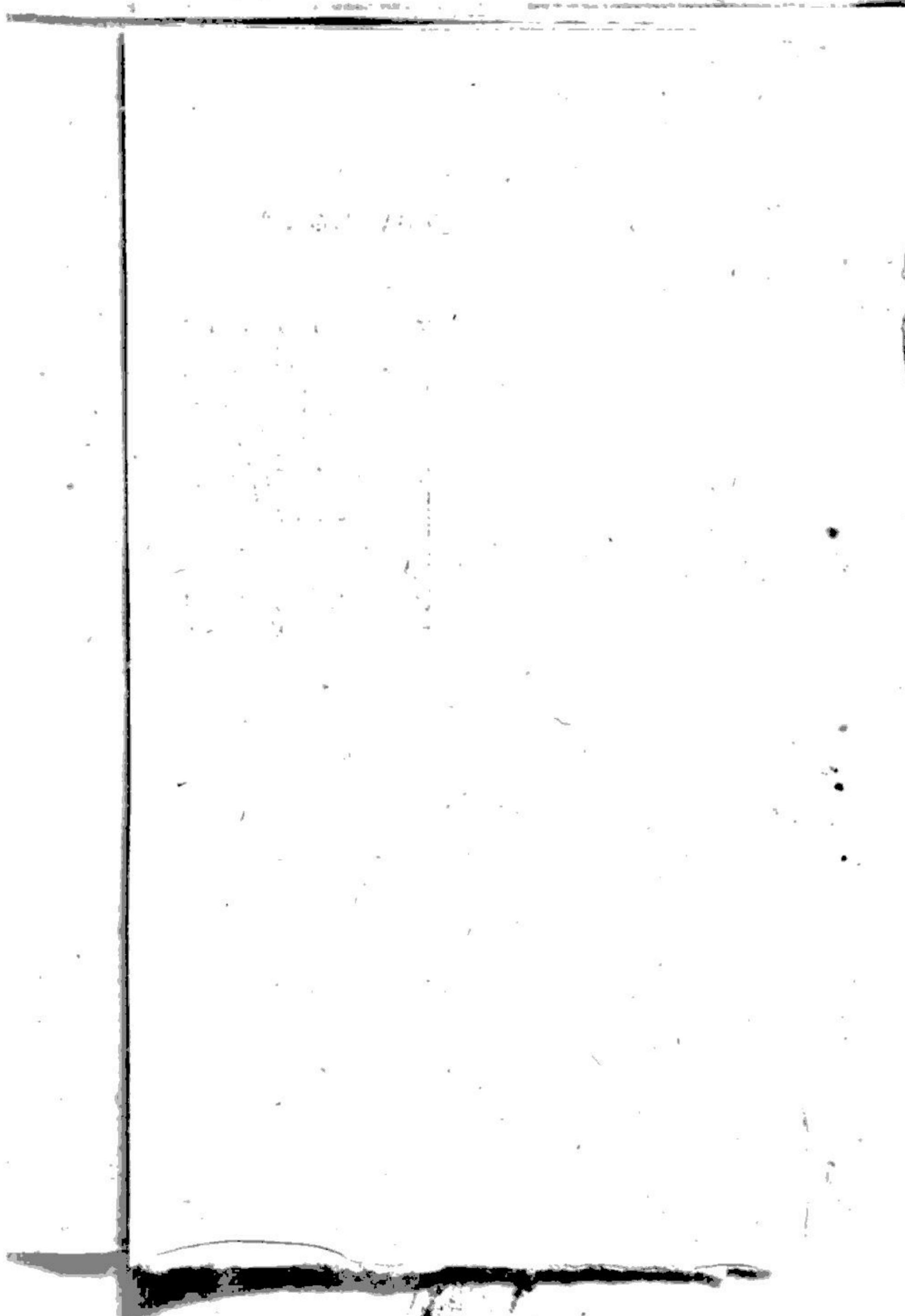




r



1875



MENTI
ORIA
1887

