S. Spirito N.° 282.

DIALOGHI GEOMETRICI

Che ſpiegano con facilità, e brevità li primi ſei Libri di Euclide:

COMPOSTI

DAL P. F. VINCENZO ALFANI NAPOLITANO DELL' ORDINE DI S. AGOSTINO,

E dati alle Stampe dal Signor

D. FILIPPO MARULLI

Eddomadario nell' Arciveſcoval Chieſa di Sorrento, e Commiſſario Apoſtolico nella medeſima Dioceſi:

DEDICATI

AL MOLTO REVERENDO PADRE

F. FULGENZIO BELLELLI

Maeſtro, e Dottore in Sac. Teologia, e Procurator Generale di tutto l' Ordine Erem. di S. AGOSTINO &c.

IN PADOVA, MDCCXXV.
Per Gio: Battiſta Conzatti.
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

Ex Conv.tus S. Aug.ni Nicini; ad usum novo
F. Thomae Garcaioni, ejusdem Conv.tus alumni.

MOLTO REVERENDO PADRE

VNa delle principali maſſime, che rende ſtabile l' umana ſocietà, ella è, che non ſi tolga ad alcuno il ſuo. Legge è queſta così inalterabile, che, ſecondo che inſegna il gran Dottor della Chieſa AGOSTINO Santo, impreſſa da Dio nel cuor dell' uomo, non può ſcancellarla, nè meno la ſteſſa iniquità, e ne rende ragione, perchè: *Quis fur æquo animo furem patitur?* Conf. l. 2. c. 4.

Questi Dialoghi Geometrici, composti dal Padre Fra Vincenzo Alfani, son parto d'un figlio dell'Illustrissima Religione Agostiniana; a voi dunque M.R.P. si devono, a voi che, sostenendo gloriosamente il posto di Procurator Generale della stessa Religione, con sommo impegno ne custodite le grandezze, e ne procurate li vantaggi. Furono composti è vero per insegnare a fanciulli usciti appena dalle regole grammaticali; ma ammirandosi in essi una chiarezza singolare, colla quale si spiegano proposizioni assai difficili, non possono essere che di giovamento a que' principianti, che vogliono applicare alle buone lettere. Io che in quest' opera non ò altra parte, che di aver persuaso l'autore a permetterne la stampa, quando che n'era del tutto alieno, non ò saputo trascegliere soggetto megliore, il di cui nome su'l frontispizio accrescesse decoro al libro, quanto che un' uomo di mente, e di saper tale, che alle glorie dell' inclita sua Religione, può vantarsi di aggiungere anco le sue.

Sono è certo M.R.P. infinite, ed immense le glorie dell' Illustrissima vostra Religione, quando non per altro, per aver Padre, e Fondatore quel Grande AGOSTINO, di cui non è lingua, che possa appieno esprimere le magnificenze, se li suoi dogmi, come an servito ad atterrar l'Eresia, così servono di norma alla Chiesa per dispensare al Mondo tutto le regole del ben credere; Ma voi M.R.P. a queste infinite glorie, ed immense grandezze avete anco accoppiato le vostre; se per opprimere del tutto alcune erronee opinioni de' Pelagia-

ni,

ni, Bajani, e Gianseniani intorno allo stato della creatura ragionevole avanti la colpa, sotto gli auspicj dell' Illustrissimo D. Giacomo Caracciolo di fel. mem. all'ora Nunzio Apostolico a Svizzeri, appresso del quale esercitavate l' impiego di Teologo, fate comparire col vostro libro di nuovo nel Mondo i fulmini di quel gran Dottore della Chiesa contro l' Eresia; spiegando così bene la mente di AGOSTINO nel confutar i di loro errori, che se bene quelle vostre fatiche furono le primizie del vostro ingegno, possono meritamente dirsi l'ultima meta delle vostre glorie.

A voi dunque si devono questi pochi Dialoghi; ove sono compendiati li primi sei Libri di Euclide, che se ben pajono cosa di poco momento, perchè di simili materie è ripieno il mondo letterario, spiegandoci però con somma facilità quelle Geometriche demostrazioni, che sogliono talvolta, per la loro difficultà, distogliere li giovani da tal studio, che è la strada dritta alla cognizione delle vere scienze, non sono da disprezzarsi: e tanto meno, quanto che lo stesso gran Dottore della Chiesa AGOSTINO, servendosi delle figure Geometriche, per ispiegare, come sia quanta l' anima, così ne palesa gli Encomj: *Exercet animum hoc genus disciplinarum ad subtiliora cernenda, ne luce illorum repercussus in easdem tenebras, quas fugere cupiebat, libenter refugiat.* *De quant. anima c. 15.* Quindi mi persuado certamente, che la vostra gran mente non ne farà tanto poco conto, che non voglia degnarli d' un benevolo sguardo, ed insieme compatire le mie debolezze, che non avendo altro

me-

merito appresso la P. V. M. R., se non la gran osservanza, che vi professa l'autore, di cui mi glorio esser discepolo, mi abbia con questa occasione presa la confidenza di rassegnare al vostro gran merito la mia servitù, che se bene inutile, spero che, perche volontaria, sarà gradita dalla vostra gran gentilezza, e baciandovi ossequiosamente le mani, mi soscrivo per sempre.

Della P. V. M. R.

Sorrento 9. Giugno 1725.

Devotiss. ed affettuosiss. servo umiliss.
Filippo Marulli.

AL LETTORE.

LI presenti Dialoghi ti esibiscono compendiati li primi sei Libri di Euclide: mancano poche proposizioni, e sono o di quelle, che appartengono alla prattica, della quale vi è trattato a parte, o di quelle, che sono di poco, anzi nessun uso. Il quarto Libro dell'inscrizione, e circonscrizione delle figure l'ai nel fine del IX. Dialogho in poche proposizioni, ed il quinto Libro è epilogato nel VII. Dialogo. Sono nel margine notate le proposizioni di Euclide con due numeri, il primo denota la proposizione, il secondo il Libro, cioè 2. 3, *vuol dire seconda del terzo. Nel fine ai l'Indice delle proposizioni di Euclide co' luoghi ove si spiegano. L'Autore ebbe in mente facilitare a' giovani l'ingresso, ed a questa, ed a tutte le altre scienze; onde quando gradirai la presente Opera, averai fra breve tutto il corso Matematico, come anco la Filosofia, secondo il sistema corpuscolare, con lo stesso metodo. Vivi sano.*

NOI

NOI RIFORMATORI
Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approbazione del P. F. Ambrogio Lisotti Inquisitore di Padova nel Libro intitolato: *Dialoghi Geometrici che spiegano con facilità li primi sei libri di Euclide, composti dal P. F. Vincenzo Alfanio Napolitano dell'Ordine di S. Agostino &c.* non vi esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica; e parimente per Attestato del Secretario Nostro: niente contro Principi, e buoni costumi, concedemo Licenza a Gio: Battista Conzatti Stampatore in Padova, che possi esser Stampato, osservando gli Ordini in materia di Stampe, & presentando le solite Copie alle Pubbliche Librarie di Venezia, e di Padova.

Data 5. Luglio 1725.

(
(ANDREA SORANZO Proc. Rif.
(PIETRO GRIMANI K. Proc. Rif.

Agostino Gadaldini Secret.

DIA-

DIALOGHI GEOMETRICI

Della quantità, e sue parti.

DIALOGO PRIMO.

V. Con somma mia consolazione sento il tuo desiderio di applicare l' animo allo studio della vera Filosofia, non quella, che fin'ora usata nelle Scuole, dopo lungo tempo di fatiche altro non insegna, che 'l modo di contendere senza frutto veruno; ma quella, che con metodo assai ordinato, e facile, insegnando il vero modo di contemplare l'essere delle cose, che sono nel Mondo, introduce l'uomo alla cognizione degli arcani più reconditi della natura. Dubbito però, che tu non possi giungere al desiato fine, perchè tutto quanto è nell' università del Creato, che è il soggetto della Filosofia, tutto dal sommo Architetto è stato fabricato con disposizione tale, che non è cosa, che non abbia numero, peso, e misura, donde il tutto (se ben si riflette) essenzialmente si compone: Quindi è che, perchè tu pervenghi alla cognizione della Filosofia, è d' uopo, che abbi prima una piena cognizione di ciò ch'è numero, peso, e misura; E perchè solo le matematiche discipline sono quelle, che una tal cognizione possono recarci; però è del tutto necessario, che da queste tu apprendi quel lume, che può servir di scorta a tuoi desideri.

C. Non ò mai applicato l'animo allo studio della Matematica, perchè il mio giudizio sempre è stato, ch'ella non fosse necessaria all'acquisto delle scienze; oltre che l'ò stimata assai difficile, e non ò avuto mai chi mi avesse insinuato con ingenuità quello, che voi con candidezza d'animo mi rappresentate. Essendo dunque io affatto nudo di questa scienza, vi prego me ne diate qualche cognizione, e primieramente desidero sapere, che cosa sia questa MATEMATICA.

V. La MATEMATICA è una scienza molto facile, quando che vi si attende con applicazione, perchè pone le sue verità sotto l'occhio, e la può apprendere ogni semplice fanciullo. *Ella è un metodo, per mezzo del quale s'acquista la cognizione della quantità delle cose.*

C. Che s'intende per questa quantità delle cose?

V. Sai tu, che cosa sia misura?

C. Per misura intendo il paragone, che si fà della lunghezza conosciuta di una cosa colla lunghezza ignota di un'altra. Paragono la lunghezza del mio palmo colla lunghezza di questa tavola, e perche quattro volte replicato termina la lunghezza della medema: conosco, e dico, che la tavola è lunga quattro palmi.

V. Si può questa tavola misurare altramente che per lunghezza?

C. Si può misurare per larghezza, e per grossezza ancora.

V. Questa lunghezza, larghezza, e grossezza delle cose è la TRINA DIMENZIONE de' Filosofi, e non altro che questa è la QUANTITA'. Avendo però tu misurato que-

sta

sta tavola, che sia quattro palmi è separato forse un palmo della tavola dall'altro?

C. No: le parti della tavola sono congiunte in modo, che non possono separarsi, se non a forza.

V. Essendo dunque le parti unite, e congiunte, questa è la QUANTITA' detta CONTINUA da Filosofi, della quale specialmente tratta quella parte della Matematica, che si chiama GEOMETRIA. Inoltre nel misurar questa tavola ai tu numerato quanti palmi ella è?

C. O' numerato quattro palmi, perchè il mio palmo, disteso quattro volte su la tavola, comprende la lunghezza di essa.

V. Non solo dunque ai misurato la tavola, ma ai numerato li palmi, che contiene essa tavola.

C. Sì certamente.

V. Questi numeri sono nella tavola, o nella tua mente?

C. Sono nella mia mente, che per mezzo di questi numeri comprende la lunghezza determinata della tavola.

V. Questi numeri, che si possono applicare a tutte le cose, questi sono quelli, che esprimono la QUANTITA' DISCRETA, così chiamata, perchè à le parti separate, essendo una unità separata dall'altra. Di questa quantità tratta quella parte di Matematica, che chiamasi ARITMETICA.

C. O' appreso adesso, che cosa sia la QUANTITA', e sò parimente, che la MATEMATICA è un metodo, che insegna le varie considerazioni della quantità, che perchè può essere continua, e discreta, ella dividesi in Geometria, che tratta della quantità continua, ed Aritmetica, che tratta della quantità discreta.

V. Ora dunque trattaremo della Geometria, rimettendo ad altro tempo il diſcorſo dell'Aritmetica; tanto più che colla ſola cognizione delle quattro regole principali dell' Aritmetica prattica Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire, che ſi poſſono facilmente apprendere, potreſti, terminati queſti noſtri brevi diſcorſi della Geometria, potreſti liberamente, e con certezza di profitto applicarti allo ſtudio della Filoſofia.

Per dar principio dunque a noſtri diſcorſi, dimmi: ſai tu, che coſa è PUNTO?

C. O' ſempre inteſo dire, che il PUNTO è quello, che è indiviſibile.

V. Così è; Intendi tu però, che coſa ſia queſto punto, che è indiviſibile?

C. A dire il vero, la mia mente non sà come concepirlo.

V. Non me ne maraviglio, perche di quelle coſe, che non poſſono ſpiegarſi, ſe non che per ſola negazione, non è chi poſſa formarne l'Idea.

Sai che coſa è CORPO?

C. Stimo, che ſia Corpo tutto quello, che ſi ſoggetta a ſenſi: tutto quello cioè, che tocco, vedo, o ſento con ciaſcuno de' ſenſi.

V. Penſi, che quelle coſe, che vedi, e tocchi ſi poſſano miſurare?

C. Certo che sì.

V. In quante maniere ſi poſſono miſurare?

C. Per lunghezza, larghezza, e groſſezza.

V. Quello dunque, che nelle tre maniere, già dette da te, ſi può miſurare, come queſta tavola, tutto è CORPO.

C. Non può dirſi il contrario, avendo tutte quelle miſure, che competono al ſolo Corpo.

V. Quan-

V. Quando però misuri questa tavola, che cosa primieramente misuri?

C. Misuro la lunghezza.

V. Puoi misurare altro?

C. Posso misurare la larghezza ancora.

V. La lunghezza dunque, e larghezza di qualunque cosa si misura, chiamasi da' Filosofi SUPERFICIE. Puoi inoltre misurar altra cosa nel corpo?

C. Posso misurar la grossezza.

V. E quando misuri la grossezza, misuri cosa differente dalla superficie?

C. A dirla in verità, considero, che nel corpo altro non possa misurarsi, che superficie, perchè anco la grossezza à lunghezza, e larghezza; onde da per tutto altro non vedo, che superficie.

V. E se avessi da dividere questa tavola in mille, e quasi infinite parti, che cosa divideresti?

C. Dividerei il corpo.

V. E la superficie?

C. La superficie ancora.

V. Ed oltre la superficie, che altro?

C. Niente altro.

V. Nelle parti divise, cioè in quel luogo, dove erano congiunte le parti, che si trova?

C. Superficie.

V. E sempre che si divide?

C. Sempre superficie si trova.

V. Bisogna confessare dunque, che il corpo è composto d'infinite superficie: essendo divisibile in infinito.

C. Così stimo?

V. T'inganni però, perchè questa superficie, sebene è indivisibile dal corpo, non compone il corpo;

poi-

poichè non tutto quello, che può conſiderarſi nel corpo, coſtituiſce il corpo.

C. Che ſarà dunque queſta ſuperficie, che trovandoſi nel corpo, indiviſa da eſſo, non lo compone?

V. Non altro, che un concetto della noſtra mente, che conſidera quell' ultima eſtremità del corpo, che non può dividerſi per groſſezza, perche dividendoſi per groſſezza ſi dividerebbe il corpo, e non la ſuperficie: Onde poſſo replicarti ciò che a Diodato intorno alla linea inſegnava il S. Dottor della Chieſa Ago- *De quant. animæ cap. 6.* ſtino: *Incorporeum eſt enim, quod te nunc intelligere cupio, nam ſola longitudo non niſi intelligi animo poteſt, in corpore inveniri non poteſt.* Io ſteſſo deve intenderſi della ſuperficie.

~~*C.* La ſuperficie dunque~~ ſarà quell' ultima eſtrema lunghezza, e larghezza, ove termina il corpo, la quale non può dividerſi per groſſezza, nè è ſeparabile dal corpo.

V. Così è; poichè la Matematica conſiderando del corpo quell' apparenza, o eſtenzione lunga, e larga indiviſibile per groſſezza, quella chiama ſuperficie.

Or conſiderando tu di queſta tavola ſolamente la ſuperficie, ſe la dividi per lungo, quali ſaranno li termini, cioè l' ultime eſtremità, dove terminano le parti diviſe?

C. Sarà lunghezza ~~dall' una banda~~, e dall' altra delle parti diviſe.

V. Stimi, che ſia diviſibile per larghezza queſta longhezza?

C. Stimarei di sì.

V. Sarà dunque ſuperficie, ſe ſarà diviſibile per larghezza; onde non ſarà l' eſtremo termine della ſuper-

ſuperficie: *Nam ſi poteſt*, dirà Agoſtino, *ineſt etiam latitudo*. *Ibid.*

C. Adeſſo intendo, e conoſco il mio errore; poichè queſta lunghezza, conſiderata ſolo come termine eſtremo della ſuperficie, è indiviſibile per larghezza.

V. Queſta longhezza dunque, che è l'eſtremo termine della ſuperficie, indiviſibile per larghezza, queſta è la LINEA, che conſidera la Matematica.

C. Già intendo: la ſuperficie è indiviſibile per groſſezza, il termine eſtremo della ſuperficie è indiviſibile per larghezza; queſto termine eſtremo dunque della ſuperficie è indiviſibile per larghezza, e groſſezza, e queſto è la linea.

V. Si trova queſta linea fuora della ſuperficie?

C. Non credo ſi poſſa trovare, perche volendoſi ſeparare dalla ſuperficie, ſi ſepara un pezzo della ſuperficie, e non il termine eſtremo indiviſibile per larghezza.

V. Queſto termine eſtremo ſi trova in ogni parte della ſuperficie?

C. In ogni parte, che divido, ſi trova certamente queſto termine.

V. Se dunque la linea non ſi trova fuor della ſuperficie, ed in ogni parte, che queſta ſi divide ſi trova il termine, ch'è linea, biſogna confeſſare, che la ſuperficie è compoſta di linee.

C. Non poſſo credere, che la ſuperficie ſia compoſta di linee; poichè eſſendo vero, che il corpo non è compoſto di ſuperficie, ſarà anco vero, che la ſuperficie non ſia compoſta di linee, per le già dette ragioni.

V. Così è, perche queſta linea non è altro, che

un

un concetto della nostra mente, che chiama linea quell'ultima estremità della superficie, che non è superficie, perche non è divisibile per larghezza; onde scrive lo stesso S. Agostino: *Istam longitudinem si quasi*
Ibid. *secare cogitatione per longum velis, vides profecto non posse; nam si potest inest etiam latitudo.*

C. Sicchè nè meno col pensiero può dividersi per lungo questa linea.

V. Nè meno, perche se la mente sola è quella, che dà l'essere a questa linea, col considerare nel corpo una longhezza, del tutto spogliata di larghezza, e grossezza; onde disse Agostino: *hanc longitudinem meram,*
Ibid. *& simplicem lineam vocemus:* quando se li attribuisce larghezza, o grossezza, si priva affatto dell'essere di linea.

C. Appunto: come la superficie, alla quale se si attribuisse grossezza, si privarebbe affatto dell'essere di superficie.

V. Ma se tu dividessi questa linea traversalmente, quali sarebbono li termini della divisione?

C. Sarebbono quelle ultime particelle, dove terminano le parti divise.

V. Queste particelle si possono forse dividere?

C. Non sò che rispondere: Perchè già concepisco, che se sono parti si possono dividere, e potendosi dividere saranno linee, e non termini estremi della linea.

V. Bisogna dunque dire, che non si possono dividere li termini della linea.

C. Così è: ed ora intendo, che cosa sia PUNTO: non altro, che il termine ultimo della linea, indivisibile per grossezza, e larghezza, perchè è nella linea, indivisibile per longhezza, perchè non è linea; ragionevolmente dunque il PUNTO si dice: *Quello, che non à parti.*

V. Que-

V. Questo punto si trova suora della linea?

C. No certamente.

V. Perchè?

C. Perchè intanto è punto indivisibile per ogni verso, in quanto è termine della linea, suori della linea non si trova questo termine indivisibile; nè meno dunque il punto.

O' già capito tutto quello, che si è detto finora del punto; non resto però appieno sodisfatto.

V. Perchè? qual'è la tua difficoltà?

C. La mia mente non concepisce bene l'essere di questo punto: se egli è indivisibile, come sta fondato su'l corpo, che è divisibile?

V. Tu vorresti, che questo punto fosse un pezzo di pietra per poterne fabbricar l'idea nella tua mente: Egli, come insegna lo stesso Gran Dot. della Chiesa Agostino Santo: *Non nisi intelligi animo potest*: e se bene depende dal corpo, perchè non essendovi corpo, non vi sarebbe nè superficie, nè linea, nè punto, pure: *in corpore*, dice egli, *inveniri non potest*; perche il punto non essendo altro, che il principio, o fine della lunghezza: *Volo*, prosiegue lo stesso, *sine ulla longitudine intelligas*, e ne rende ragione: *Si longitudinem intelligis, nequaquam profectò intelligis, unde ipsa incipit longitudo*; onde per meglio spiegarsi, il medemo Santo Dottore chiama SEGNO quel punto ove comincia, o finisce la linea: *Si autem principium lineæ est, aut etiam finis, vel cum omnino aliquid notat, quod sine partibus intelligendum sit*: *Signum dicitur*: e poi definisce il segno: *est ergo Signum nota sine partibus*. Sicche il punto non è altro, che un concetto della nostra mente, che determina il principio, o fine della linea.

Ibid.

Ibid.

Vana dunque deve ſtimarſi la queſtione: ſe la linea ſia compoſta di punti, o di parti? Perchè ella è compoſta dalla noſtra mente di ſole parti diviſibili per lungo, e non di punti indiviſibili per ogni verſo; benche in quante parti è diviſibile la linea, tanti doppi punti vi conſidera la mente, eſſendovi tante ultime eſtremità delle parti; Di queſto però ſe ne diſcorrerà nella Filoſofia. A te baſta ſapere quel che finora ſi è detto, che è quanto appartiene alla Matematica. In tanto domane a buon ora, che trattaremo del Cerchio, e ſue parti.

DEL

DEL CERCHIO, E SUE PARTI, E DEGLI ANGOLI.

DIAL. II.

V. DOvendosi discorrere del Cerchio, sopra del quale sarà principalmente tutto il presente discorso, è di bene, che tu ne formi la figura. Prendi dunque quel compasso aprilo a tuo piacere, e fermando *immobile* una punta di esso sù di quella carta in qualsivoglia punto, che chiamarai E, coll'altra girando intorno segna la linea, che termini nel punto A, dove principiò, e questa linea notala colle lettere intorno ACBD. N. 1. FIG. I.

C. Ecco fatto quel che avete ordinato.

V. Prendi ora quella riga, adattala sopra il punto E, e qualsivoglia punto A della descritta circonferenza. Da questo punto A colla penna tira una linea, che passando per detto punto E, termini dall'altra parte nel punto B.

C. Anche questo è fatto.

V. Or dimmi, qual'è la più breve distanza trà li due punti A, B; quella, che segna la linea AB, o quella che segna la linea ACB? N. 2.

C. Chi non vede, che è la linea AB?

V. Questa linea dunque chiamala RETTA, e la linea ACB chiamala CURVA, ed osserva, che la retta, che

congiunge due punti del Cerchio, cioè la retta AB,
2. 3. che congiunge li due punti A, B, cade dentro del cerchio, altrimente non sarebbe la più breve distanza tra due punti.

C. Sicchè la linea retta è la più breve distanza tra due punti, e la linea curva quella, che à maggior distanza.

V. Così è, e quanto è maggiore la distanza, tanto è più curva la linea.

C. Anno forse nome particolare le già descritte linee?

N. 3. V. Certo: lo spazio compreso dalla linea curva ABCD chiamalo CERCHIO.

C. Ed il punto E, dove stava immobile una punta del compasso?

V. Chiamalo CENTRO.

C. E la linea curva ACBD descritta dall'altra punta del compasso?

V. Chiamala PERIMETRO, o PERIFERIA, o CIRCONFERENZA, ch'è lo stesso.

C. E quella linea retta, che da una parte della Circonferenza, cioè dal punto A, passando per il centro E, termina dall'altra parte nel punto B?

V. Questa, come tutte le altre innumerabili, che si possono tirare dall'una parte all'altra della circonferenza, e passano per il centro, chiamale DIAMETRI.

N. 4. C. Quelle, che tirate dal centro terminano alla circonferenza?

V. Chiamale RAGGI, o SEMIDIAMETRI. Ma stimi forse, che questi raggi, che dal centro E si tirano alla circonferenza ACBD, siano uguali tra loro?

C. Certo che sì: Perche sempre è la stessa la distan-

za

za dal punto E a qualsivoglia punto della circonferenza, essendosi questa formata dalla stessa apertura del compasso.

V. Or se tu dividessi tutta la Circonferenza ACBD in 360. parti uguali, quanto sarebbe la sua metà?

C. Sarebbe 180. parti.

V. E se volessi dividere tutto il cerchio per metà, come faresti?

C. Tirarei la retta AB, che tagliasse le 180. parti già segnate, dividendole dalle altre 180, ed averei diviso per metà il cerchio.

V. Passarebbe per il centro questa retta; che sparte per metà il cerchio?

C. Infallibilmente, perche essendo tutte le parti della circonferenza ugualmente distanti dal centro, acciò il semicerchio ACB sia uguale al semicerchio ADB, è necessario, che la distanza EC sia uguale alla distanza ED; onde se la retta AB non passasse per il centro E, caderebbe o sotto, o sopra: perciò non sarebbe CE uguale ad ED, e per conseguenza nè la circonferenza, nè il cerchio sarebbono divisi in parti uguali. N. 5.

V. Da quel che ai detto puoi chiaramente dedurre, che due rette uguali, tirate da un punto dentro del cerchio alla circonferenza, non dimostrano, che quel punto sia centro del cerchio. 9. 3.

C. Questo è certo: è d'uopo, che almeno siano trè rette uguali EA, EC, EB, queste dimostrano l'ugual distanza di tutte le parti della circonferenza, e perciò il centro del cerchio. N. 6.

V. Nella retta dunque, che sparte per metà il cerchio, sarà il centro? 1. 3.

C. Chi

C. Chi può dubbitarne? nella metà di questa retta sarà il centro.

V. Se avessi da dividere la circonferenza tutta in quattro parti uguali, quanto sarebbe la quarta parte?

C. Sarebbe parti 90.

V. E se avessi da spartire il cerchio in quattro parti uguali, come faresti?

C. Diviso per metà il cerchio dal diametro AB, dal punto A verso C contarei 90. parti, ed altre 90. da A verso D, e dalli punti C, D, dove terminano le 90. parti, tirarei la retta CD, queste due rette AB, CD dividono la circonferenza, ed il cerchio in quattro parti uguali, intersecandosi nel centro E.

V. Queste 360. parti, nelle quali ai divisa tutta la circonferenza del cerchio, chiamale GRADI, e sappi, che ogni grado si divide da' Professori in 60. parti, che chiamano MINUTI: ogni Minuto dividono in 60. parti, che chiamano SECONDI: Ogni secondo in 60. parti, che chiamano TERZI, e così in infinito.

C. Queste divisioni si possono fare in ogni cerchio?

N. 7. *V.* Certo che sì, perchè sono a nostro arbitrio.

C. Divisa però la circonferenza, tanto del cerchio piccolo ACBD, quanto del grande FNMS, in 360. parti, le parti del piccolo non saranno uguali a quelle del grande.

V. Nò per certo; la metà però della circonferenza del piccolo conterrà 180. gradi, quanti ne conterrà il grande; onde questi semicerchi si chiamano SIMILI, perche contengono ugual numero di gradi, e quel che si dice del Semicerchio, s'intende anco della quarta parte, e di ogn' altra porzione di circonferenza, o cerchio; onde una metà, o quarto, o terzo &c. d'

un

un cerchio grande è ſimile, benche non uguale, ad una tal parte d'un cerchio piccolo.

C. Non ben intendo queſta ſomiglianza.

V. Queſta ſomiglianza conſiſte ſolo nell'ugual numero de gradi; onde per adeſſo ti baſta ſapere, che quando due porzioni di cerchi inuguali contengono ugual numero di gradi, queſte porzioni ſono ſimili, N. 8.
benche inuguali: le proprietà però di queſta ſomiglianza le ſaprai a ſuo luogo.

C. Che ſono queſte PORZIONI di circonferenza, o cerchio?

V. Quando tu nel cerchio ACBD tiri la retta AC, o altra ſimile, che non paſſa per il centro; queſta retta in quante parti ſparte la circonferenza, ed il cerchio?

C. In due parti diſuguali AICA, ADBCA.

V. Queſta retta, che ſparte il cerchio, e la circonferenza in parti diſuguali, chiamala CORDA, o SOTTESA.

La circonferenza AIC chiamala ARCO di queſta corda.

C. E lo ſpazio AICA compreſo dalla corda AC, e dall'arco AIC?

V. Chiamalo SEGMENTO, e queſto ſegmento è una delle porzioni del cerchio: e ſappi, che ſin come l'arco ADBC è il reſtante dell'arco AIC, qual reſtante chiamerai COMPLEMENTO, così lo ſpazio ACBDA è complemento dello ſpazio AICA. N. 9.

C. Vi ſono altre porzioni del cerchio?

V. Se dal centro E tiri due ſemidiametri EC, EG a terminare nella circonferenza CG, lo ſpazio CEG chiamalo SETTORE. Se queſto Settore foſſe la quarta parte del cerchio, come CEB, chiamalo QUADRAN-

DRANTE. Queste sono le porzioni del cerchio; onde quando gli archi di due segmenti, o due complementi, o due settori contengono ugual numero di gradi, si dicono simili trà loro.

C. Questa somiglianza delle porzioni de cerchi avviene in cerchi uguali, o disuguali?

V. Avviene in tutti li cerchi, o grandi, o piccoli che siano; con che però delli cerchi uguali, quando gli archi contengono ugual numero di gradi, le porzioni sono simili, ed uguali: delli cerchi inuguali le porzioni sono simili, ed inuguali.

C. O' ben inteso quanto avete detto fin'ora.

V. Mi sapresti dire, che cosa sia ANGOLO?

N. 10. *C.* Stimo, che l'ANGOLO sia quella punta, che formano ~~due linee, quando~~ l'una inchinata verso l'altra, si toccano in un punto: come è la punta, che formano le due rette A E, C E, che inchinate verso il punto E, nello stesso punto si toccano.

V. Bene: Se le linee, che compongono l'angolo saranno rette, l'angolo chiamalo RETTILINEO: Se curve CURVILINEO: Se una curva, l'altra retta MISTILINEO.

Ma dimmi la retta CE, che dal punto C cade sopra la retta AB diametro del cerchio ACBD, quanti angoli fà colla detta retta AB?

C. Ne fa due, uno da una parte, un'altro dall'altra, cioè C E A, C E B.

V. Sono forse uguali questi due angoli?

C. Mi pare, che siano uguali, ma non ne so la ragione.

V. Dubbiti dunque, che siano uguali? Il cerchio

N. 11. ACBD, non l'ai tu diviso per metà col diametro AB?

C. Co-

C. Così è.

V. Qual ragione ti persuade, che sia così?

C. Perchè divisa tutta la circonferenza in 360. parti uguali, tirato il diametro AB dal principio al fine delle 180. restano divise per metà le 360. parti, e per metà il cerchio.

V. Tirato l'altro diametro CD, in quante parti ai diviso il cerchio?

C. In quattro parti uguali.

V. Come lo sai?

C. Costando ciascuna delle quattro parti della circonferenza di 90. gradi, divisa la circonferenza colli due diametri AB, CD, resta anco diviso il cerchio in quattro parti uguali.

V. La circonferenza AC è uguale alla circonferenza CB?

C. Adesso intendo. Perchè la circonferenza AC è uguale alla circonferenza CB, e tutta la parte AEC a tutta la parte CEB, per esser diviso il cerchio in N. 12.
quattro parti uguali, sarà l'angolo AEC uguale all' angolo CEB.

V. Quando dunque una retta, che passa per il centro, dividendo la circonferenza d'un semicerchio per metà, farà nel centro sopra del Diametro due angoli uguali dall'una parte, e dall'altra, come sono gli angoli AEC, CEB, questi angoli chiamali RETTI: e sappi, che sempre che la circonferenza sarà di 90. gradi, le rette, che la tagliano, congiungendosi nel centro, fanno l'angolo retto: e quando l'angolo sarà retto starà sempre sotto la circonferenza di 90. gradi: la retta poi CE, che fà li due angoli AEC, CEB uguali nel punto E, chiamala PERPENDICOLARE alla retta AEB.

C. Questa perpendicolare al punto E tirata dal punto C, può tirarsi da altro punto della circonferenza ACB?

V. No: dal solo punto C, perche tirandosi da altro punto, cioè dal punto G, la circonferenza AG sarebbe maggiore della circonferenza GB, e per conseguenza l'angolo AEG maggiore dell'angolo GEB; e per-
N. 13. ciò la retta GE non sarebbe perpendicolare.

C. Una sola perpendicolare dunque può tirarsi sopra un punto d'una retta. E vi è modo di tirare questa perpendicolare, senza servirsi del cerchio?

V. No. O s'abbia da tirare una perpendicolare sopra un punto della retta, o da un punto, che non sia in essa, a qualsivoglia punto di essa, o che s'abbia da dividere un'angolo, o una retta, o curva in parti uguali, sempre il cerchio serve di guida.

C. Come si fanno queste operazioni, e divisioni?

V. Per inalzare la perpendicolare CE sul punto E
11. 1. della retta AB, si prendono parti uguali EA, EB: si pone una punta del compasso in A, coll'altra con qualsivoglia distanza si fa una porzione di cerchio M, colla stessa distanza dal punto B si fa un'altra porzione di cerchio, che intersechi la prima nello stesso M, la retta, tirata dal punto M al punto E, sarà perpendi-
N. 14. colare alla retta AB.

C. E se si avesse da tirare dal punto C la perpendi-
12. 1. colare sopra la retta AB?

V. Dal punto C si taglia la retta AB in due qualsivogliano punti A, B, e poi dal punto A si trova, come si è detto, il punto M di sopra la retta data, ed il punto S di sotto la medema coll'intersecazioni fatte dalli punti B, ed A: la retta MS, tirata dalli punti M, ed S, sarà perpendicolare ad AB.

C. In

C. In questo modo si può spartire anco una retta ugualmente. 10. 1.

V. Non solo la retta; ma anco la curva, ed ogni angolo in parti uguali, come si vede, che dalla perpendicolare CE resta divisa in parti uguali la retta AB, la curva ACB, ed anco l'angolo ACB. 30. 3. 9. 1.

La ragione di questa prattica è, che essendo uguale, per la costruzione, la retta EA alla retta EB, come anco la distanza del punto M dal punto A, e dal punto B, perchè fatte colla stessa apertura di compasso, la retta ME non piega nè verso A, nè verso B, onde la circonferenza AC sarà uguale alla circonferenza CB, e perciò anco gli angoli in E uguali, come anco gli angoli in C, li quali, se non fossero uguali, non sarebbono uguali le circonferenze tagliate.

C. Quel che si è detto della perpendicolare, e degli angoli uguali fatti nel punto E sopra la retta AB verso C, si deve intendere anco dalla parte di sotto verso D. N. 15.

V. Questo è certo.

C. Sicchè la retta DE fa due altri angoli retti nel punto E, e la retta DE è perpendicolare alla retta AB; In un punto dunque di una retta si possono formare quattro angoli retti, come si divide in quattro parti uguali tutta la circonferenza del cerchio.

V. Ma se la retta CE terminasse in altro punto della circonferenza, cioè in G, che angoli farebbe?

C. Farebbe gli angoli AEG, GEB.

V. Sarebbono uguali questi due angoli?

C. Uno sarebbe maggiore dell'altro, perchè essendo uguali li due angoli AEC, CEB, da questo si toglie una porzione GEC, e si aggiunge all'angolo AEC; onde si fa l'angolo AEG maggiore di 90. gradi, e l'angolo GEB minore. N. 16.

 V. L'

V. L'angolo maggiore di 90. gradi chiamalo OTTUSO, ed il minore ACUTO, e ſiccome chiami RETTO quello di 90. gradi, così quello, che è maggiore, o minore di 90. gradi, chiamalo OBLIQUO.

C. Avemo dunque tre ſorti di angoli, il retto di 90. gradi, l'ottuſo maggiore, e l'acuto minore di 90. gradi.

V. Eſſendo poi vero, che ſul punto E una ſol retta ſi
18. 1. può tirare dalla circonferenza ACB, che faccia ango-
19. 1. li retti (*n.* 13.), chiaramente ſi deduce, che la circonferenza è miſura dell'angolo, e l'angolo della circonferenza, perchè un poco che ſi diſcoſti la retta EC dal punto C, piegando o verſo A, o verſo B, ſi varia la circonferenza; onde l'angolo maggiore?

C. Sempre ſtarà ſotto circonferenza maggiore.

V. E quelli angoli, che inſiſtono ſopra uguali circonferenze?

26. 3. *C.* Sono uguali.

N. 17. *V.* E quelli angoli, che ſono uguali?

C. Inſiſtono ſopra uguali circonferenze.

27. 3. *V.* E perchè ſono uguali le circonferenze AC,
29. 3. CB ſarà uguale la diſtanza delli due punti A, B dal punto C, e per conſeguenza le rette AC, CB, che tagliano le dette circonferenze uguali?

C. Sono uguali.

V. E per conſeguenza anco uguali rette tagliano u-
28. 3. guali circonferenze, così nello ſteſſo circolo, come in circoli uguali.

Quindi ſiegue ancora, che gli angoli al VERTICE ſono uguali.

C. Quali ſono queſti angoli al vertice?

V. Angoli al vertice ſono quelli, che ſi formano da
15. 1. due rette, che s'interſecano in un punto: come ſono

gli

gli angoli AEC, DEB, che si formano dalle due rette AB, CD, che s'interſecano nel punto E: queſti due angoli uno ſopra dell'altro ſi chiamano ANGOLI al VERTICE, e ſono uguali tra di loro.

C. Non v'à dubbio. Perche eſſendo queſti angoli formati dalle due rette AB, CD, che s'interſecano nel punto E, in queſto punto, quaſi centro immobile, fermata la retta CD, e girandoſi ſopra di eſſo, quanto ſi allontana il punto C dal punto A, tanto ſi allontana il punto D dal punto B; onde ſempre ſono uguali le circonferenze AC, DB, e per conſeguenza gli angoli al vertice. N. 18.

V. Aſſai bene. Potrebbe dirſi ancora, che eſſendo uguale il ſemicerchio ACB al ſemicerchio CBD, tolto dall' uno e l'altro ſemicerchio la parte comune CB, reſta la parte AC uguale alla parte DB; onde uguali gli angoli.

Or dimmi ſopra un punto di qualſivoglia retta AB, cioè nel punto E, da una parte ſolo, quanti angoli ſi poſſono formare?

C. Se con la retta CE abbiamo fatto due angoli AEC, CEB, tirandoſi più rette ſi poſſono fare più angoli.

V. Tirandoſi innumerabili rette, ſi poſſono fare angoli innumerabili.

C. Così è.

V. Tutti queſti angoli innumerabili ſono forſe maggiori delli due retti AEC, CEB? N. 19.

C. Nè maggiori, nè minori, ma uguali, perchè tutti ſono parti, che coſtituiſcono l'intieri due retti AEC, CEB; ſe tutti ſtanno ſotto l'intiera circonferenza del ſemicerchio ACB. 13. 1.

V. Sicchè in un ſol punto di una retta due ſoli angoli retti ſi poſſono fare, o pure più angoli obliqui uguali tutti a due retti.

C. Lo

C. Lo ſteſſo dovrà dirſi degli angoli dalla parte di ſotto la retta.

V. Così è. E da queſto è manifeſto, che ſe gli angoli, che ſi formano ſono più, o meno di due retti, non poſſono eſſere ſopra una retta, ed al contrario, ſe non ſono ſopra una retta ſono più o meno di due retti.

C. Deſidero intender meglio quel che avete detto.

V. Li due angoli GEA, AED ſono forſe uguali a due retti?

C. Nò: ſono più di due retti.

V. Queſti angoli ſono forſe formati ſopra una retta DEG?

C. Nè meno, perchè DE, EG ſono due rette, che
N. 20. inchinate ſi toccano nel punto E. Adeſſo intendo, quan-
14.1. do gli angoli, che ſi formano, gionti aſſieme, ſono più,
o meno di due retti, non poſſono eſſere ſopra una retta: come li due angoli AEC, CEG, che ſono ſopra le due rette AE, EG, che ſi toccano nel punto E: la ragione è chiara, perche due ſoli angoli retti ſi poſſono formare ſopra una ſola retta (*n.* 13.)

V. In un punto dunque di una retta poſſono formarſi ſolo quattro retti, o più angoli uguali a quattro retti.

C. Avviene queſto anco fora del Cerchio?

V. Può avvenire fora del cerchio; tirate però innumerabili rette a far angoli in un punto, da queſto punto con qualſivoglia diſtanza ſi può formare un cerchio, che comprenderà tutti gli angoli fatti in eſſo punto, onde è chiaro, che tutti ſaranno uguali a quattro retti.

C. La mia mente reſta aſſai ſodisfatta di quanto avete detto fin' ora.

V. Orsù domani diſcorreremo de' TRIANGOLI.

DEL-

DELLI TRIANGOLI.

DIAL. III.

V. CRedo abbi con facilità capito tutto quello, che fin' ora si è discorso, e che ne abbi memoria. N. 1.

C. Confesso il vero, che stimo falso quanto fin' ora ò inteso dire, cioè che la Matematica sia una scienza molto difficile, perchè ò capito con facilità quanto avete detto.

V. Pare difficile a quelli, che ne sono affatto nudi, e questi sono quelli, che la pubblicano per difficile, sciocamente facendo giudizio di quel che loro non sanno. E' vero, che in alcuni trattati vi è qualche difficoltà, ma questo avviene specialmente, perchè gli antichi, avendola per arcano, ne anno scritto con qualche oscurità; li moderni però s' ingegnano comunicarla con chiarezza. L' esperienza ti farà confessar la sua facilità, quandochè la tua mente applichi da senno ad un tal studio. Determinatosi in questo giorno il discorso de' Triangoli, N. 2.

Dimmi: se tu avendo tirate le due rette CE, EA, FIG. I. dal punto A al punto C tirarai la retta AC: le trè rette così congionte insieme, che racchiudono lo spazio AEC, quanti angoli formano?

C. Ne formano tre, cioè AEC, ECA, CAE.

V. Questo spazio compreso da queste tre linee, che à li tre angoli da te già detti, chiamalo TRIANGOLO.

C. Sic-

C. Sicchè tre linee rette, che l'una ſi tocca coll'altra nell'eſtremità formano il triangolo.

V. Sì; Devi ſapere però, che due qualſivogliano delle tre rette, che formano il triangolo, devono eſſer maggiori dell'altra.

C. Di queſto non ò dubbio veruno; ma deſidero ſapere perchè mi dite queſta coſa?

V. Mentre così riſpondi, tu ne ſaprai la ragione; perchè
N. 3. due lati d'un triangolo devono eſſere maggiori dell'altro.

C. Penſo ſaperla. Se le due rette EO, OC del
20. 1. triangolo EOC non foſſero maggiori di EC, ſarebbono o uguali, o minori: ſe foſſero uguali, congiunte inſieme, e piegate in qualſivoglia modo da E verſo C, non giungerebbono mai a toccare il punto C, ſe non per dritto adattate ſopra EC, e tanto meno vi giungerebbono ſe foſſero minori, onde non potrebbero formare il triangolo.

V. Ammiro la tua perſpicacità. Ma ſapreſti dirmi di che ſorta ſono gli angoli del triangolo AEC?

C. L'angolo AEC già sò ch'è retto, gli altri due ſtimo, che ſiano acuti, perchè ciaſcuno minore del retto.

V. Come conoſci, che gli altri due angoli ſiano acuti, e perciò ciaſcuno minore del retto?

C. Perchè, eſſendo la perpendicolare norma dell'an-
N. 4. golo, (D. II. n. 12.) tirata la perpendicolare AN, l'angolo NAE è retto; onde l'Angolo CAE parte di quello, perchè minore del retto, ſarà acuto, e lo ſteſſo può dimoſtrarſi dell'altro angolo ACE.

V. Bene. Queſto triangolo AEC, perchè à l'angolo retto in E, chiamalo triangolo RETTANGOLO.

C. E così ſi chiameranno tutti gli altri, che anno l'angolo retto.

V. Ap-

V. Appunto. Il triangolo EOC, fatto dalle rette EC, CO, OE, è forse simile al triangolo EAC?

C. Non sò, come si conosca questa somiglianza de' Triangoli.

V. Quando un Triangolo à tutti tre gli angoli uguali a tutti tre gli angoli d'un'altro Triangolo, questi due Triangoli chiamali SIMILI, se bene non sono uguali.

C. Essendo così: Il Triangolo EOC non è simile certo al Triangolo AEC; poichè vedo, che l'angolo EOC è ottuso, essendo maggiore del retto, gli altri due acuti, essendo minori del retto.

V. Questo Triangolo EOC, come tutti gli altri, che anno l'angolo ottuso, chiamalo Triangolo OTTUSANGOLO, o AMBLIGONIO. N. 5.

C. Come si chiamerà il Triangolo OEB, che mi pare sia composto di tre angoli tutti tre acuti, perchè vedo ciascuno minore di 90. gradi?

V. Questo Triangolo, come tutti gli altri simili di tre angoli acuti, chiamalo OXIGONIO, o ACUTANGOLO.

C. Sicchè, come avemo tre sorte di angoli, così avemo tre sorte di triangoli, che prendono la denominazione dagli angoli.

V. Sì certo. Prende però il triangolo anco la denominazione dalli lati.

C. In che maniera?

V. Un triangolo può avere tutti tre li lati uguali; e questo triangolo chiamalo EQUILATERO.

C. Tal sarà il triangolo EGB.

V. Può avere due lati uguali, e questo chiamalo ISOSCELE.

N. 6. *C.* Questo sarà il triangolo EAC, che à due lati uguali EA, EC.

V. Può avere tutti tre li lati inuguali, e questo chiamalo SCALENO.

C. E questo sarà il triangolo CEO. Vorrei sapere come si formano questi triangoli?

V. Nella Geometria prattica si discorrerà appieno
1. 1. di tutte le proposizioni prattiche: ad ogni modo per sodisfare alla tua dimanda: Supposto, che s'abbia a fare un triangolo equilatero su la retta EB, dal punto B colla distanza EB si fa una porzione di cerchio verso G, indi dal punto A colla stessa distanza s'intersecca quella piccola circonferenza, e sarà l'intersecazione nel punto G, donde tirate le rette GE, GB, il triangolo EGB sarà equilatero.

C. O' capito. Perchè tutte tre le rette sono raggi di cerchi uguali; sempre però bisogna servirsi del cerchio.

V. Sempre il cerchio è norma de' lati, e degli Angoli. Di questo stesso modo si possono formare l'altre
N. 7. due sorte di triangoli; Perchè dalle due estremità di una delle rette, fatti li cerchi colla lunghezza dell' al-
22. 1. tre, s'intersecaranno in un punto, donde si anno da tirare le linee alle dette estremità.

C. O' inteso. Dovendosi fare il triangolo Isoscele sopra la retta BC. Dal punto C colla data distanza CE si fà una porzione di cerchio verso E, indi dal punto B colla stessa distanza si fa l'intersecazione nella detta porzione di cerchio, che caderà nel punto E, dal quale tirate le rette CE, EB, il triangolo CEB sarà Isoscele, per esser CE, EB raggi di circoli uguali.

V. Lo

V. Lo stesso deve farsi per formare il triangolo Scaleno COE. Sopra la retta CE dal punto C colla distanza di una delle date CO si fa una porzione di cerchio verso O, e dal punto E colla distanza dell' altra data EO si fa un' altra porzione di cerchio, che secherà la prima nel punto O, dal quale tirate le rette OC, OE, il triangolo CEO sarà Scaleno.

C. Dalla costruzione appare, che questo triangolo N. 8.
sia Scaleno.

V. Credo ti ricordi quel che già si è detto, (D.II.n.16.) che li lati sono misura degli angoli, e gli angoli delli lati.

C. Me ne ricordo benissimo.

V. Che cosa sia il triangolo Isoscele, già lo sai.

C. Lo sò certo.

V. Or quali angoli di questo triangolo stimi, che siano uguali? 5. 1.

C. Essendo il lato misura dell' angolo, se nel triangolo EAD sono uguali li lati EA, ED: sono uguali gli angoli EAD, EDA, che sono sotto li detti lati.

V. E se si prolongassero li lati del detto triangolo Isoscele AED, cioè AE in F, ed ED in S: gli angoli FAD, SDA, che sono sotto la base AD, sarebbono forse uguali?

C. Sì certo.

V. Perchè?

C. Perchè essendo tutti gli angoli, che dalla stessa parte si fanno in un punto d' una retta, uguali a due retti, (D.II.n.19.) gli angoli fatti nel punto A della retta N. 9.
EF sono uguali a due retti: parimente gli angoli fatti nel punto D della retta ES sono uguali a due retti; uguali dunque tra di loro. Si è dimostrato, che gli angoli EAD, EDA alla base del triangolo ADE sono

uguali; li restanti angoli dunque FAD, SDA sotto la base del triangolo ADE sono uguali.

V. Molto bene. Stimi però, che quel che si è detto dell'uguaglianza de' lati, che sono sotto gli angoli uguali, si debba intendere de' lati d'uno stesso triangolo, o pur anco di più triangoli?

C. Si deve intendere di uno stesso, e non di più triangoli.

V. Perchè?

N. 10. *C.* Perchè se in diversi triangoli l'uguaglianza degli angoli dependesse solo dall'uguaglianza delle rette, che si sottendono agli angoli; essendo il lato EC del triangolo EBC uguale al lato EG del triangolo EBG, sarebbe l'angolo EBC uguale all'angolo EBG: la parte al tutto.

V. Altra cosa dunque si ricerca per conoscere l'uguaglianza degli angoli in diversi triangoli?

C. Certo che sì.

8. 1. *V.* E che è quello si ricerca, acciò un triangolo abbia gli angoli uguali agli angoli d'un altro triangolo?

C. Giudico si richieda, che tutti trè li lati d'un triangolo siano uguali a tutti tre li lati d'un altro triangolo, cioè li corrispondenti l'uno all'altro, acciò gli angoli compresi tra lati uguali siano uguali.

V. Ne sai la ragione?

C. Stimo saperla: Poichè le rette uguali inscritte in uno stesso circolo tagliarebbono uguali circonferenze (D.II.n.17.) e per conseguenza ne' triangoli si sottenderebbono ad uguali angoli. Essendo p. e. tutti tre li lati del triangolo AEC uguali a tutti tre li lati del
N. 11. triangolo CEB, perchè la retta AC è uguale alla retta CB queste due rette inscritte in uno stesso circolo

ta-

taglierebbono circonferenze uguali: lo stesso avverrebbe di AE uguale ad EB, e di CE comune, onde gli angoli sotto circonferenze uguali sono uguali.

V. Lodo la tua attenzione.

C. Ma se l'uguaglianza de' lati ne' triangoli ci dimostra l'uguaglianza degli angoli, stimo, che l'uguaglianza degli angoli possa mostrarci l'uguaglianza de' lati.

V. No in diversi triangoli. L'uguaglianza degli angoli dimostra solo la somiglianza, e la proporzione, ma non l'uguaglianza de' triangoli.

C. Perchè?

V. Perchè si può dare un triangolo, che abbia tutti tre gli angoli uguali a tutti tre gli angoli di un' altro triangolo, e che non siano uguali li lati, e per conseguenza nè meno uguali li triangoli, come si dirà appresso. N. 12.

C. Vi è altro modo per conoscere l'uguaglianza de' triangoli?

V. Se tu riflettessi bene a quel che finora si è detto potresti saperlo da te stesso.

C. Considero, che se un triangolo avesse due lati uguali a due lati di un' altro triangolo, ed amendue avessero uguale gli angoli compresi tra lati uguali, averebbono parimente la base, e gli altri angoli uguali. 4. I.

V. Questo è verissimo: ma tu donde ai dedotta questa verità?

C. Da quel che si è detto dell' uguaglianza de' lati: Perche essendo, per l'Ipotesi, nelli due triangoli AEC, DEB il lato AE uguale al lato ED, ed il lato EC uguale al lato EB, e l'angolo E uguale all' angolo DEB, che sono gli angoli compresi tra lati uguali: la base AC deve essere uguale alla base DB, perchè se non fossero uguali, una sarebbe minore dell' altra, e sup-

posta

N. 13. poſta A C minore di D B, per formare il triangolo A E C, la retta E C ſi doverebbe accoſtare verſo A, per congiungerſi coll'eſtremità di A C; onde l'angolo E non ſarebbe uguale all'angolo D E B, ch'è contro l'Ipoteſi: poſta poi la baſe uguale gli altri angoli ſaranno uguali, perchè ſotto uguali lati, e circonferenze (D. II. n. 16.)

V. Non v'à dubbio, che ſono uguali gli angoli, che ſono ſotto lati uguali, eſſendo che, per l'uguaglianza di tutti tre li lati, li triangoli ſono uguali. (n. 10.)

24. 1. *C.* E da queſto certamente ſi deduce, che ſe due triangoli non aveſſero uguali gli angoli compreſi tra lati uguali: cioè ſe il triangolo C E B aveſſe due lati C E, E B uguali a due lati G E, E B del triangolo G E B, e l'~~angolo C E B non foſſe uguale~~ all'angolo G E B, non ſarebbono uguali li triangoli.

V. Certo, che no: non averebbono nè la baſe, nè
25. 1. gli altri angoli uguali; anzi quello averebbe baſe maggiore, che aveſſe angolo maggiore; Ed al contrario averebbe angolo maggiore quello, che aveſſe baſe maggiore (n. 10. e n. 12.)

C. Ma ſe due triangoli A E C, D E B aveſſero l'an-
N. 14. golo A C E uguale all'angolo D B E, e l'angolo E A C
26. 1. uguale all'angolo B D E, ed il lato A C uguale al lato D B, ſarebbono uguali queſti due triangoli, cioè averebbono gli altri due lati, e l'altro angolo uguale?

V. Certo che sì, per le ſteſſe ragioni; perchè ſe il lato E C non foſſe uguale al lato E B, l'uno ſarebbe minore dell'altro, e ſuppoſto il lato E C minore di E B, per formare il triangolo A E C, il lato A C doverebbe piegarſi verſo E, p. e. in P; onde l'an-

golo

golo EAC non sarebbe uguale all'angolo BDE: che N. 15.
è contro l'Ipotesi.

C. Da questo certamente si deduce l'uguaglianza de' triangoli.

V. Lo stesso può dimostrarsi, se il lato uguale non fosse compreso trà gli angoli uguali, ma fosse intorno ad uno degli angoli uguali.

C. Così è, perchè se gli angoli EAC, ECA fossero uguali alli due angoli EDB, EBD, ed il lato AE fosse uguale al lato ED, e gli altri lati non fossero uguali: EC p.e. fosse minore di EB, per formare il triangolo EAC, la retta AC doverebbe congiungersi in P; onde l'angolo EAC non sarebbe uguale all'angolo BDE, &c.

V. Quindi si deduce, che dall'estremità della base di un triangolo non possono tirarsi due rette a ter- 21. 1.
minare in un punto dentro del triangolo, che siano uguali alle già tirate.

C. Non può dirsi il contrario: se nel triangolo CEB dalli punti EB si tirassero le rette a terminare in qualsivoglia punto Q dentro il triangolo, p.e. EQ, BQ, se queste fossero uguali alle rette EC, CB, gli angoli QEB, QBE sarebbono uguali agli angoli CEB, CBE (D.II. n.16.) onde il triangolo CEB sarebbe uguale al triangolo QEB, la parte uguale al tutto.

DEL-

DELLE RETTE PARALLELE, E DELLI PARALLELOGRAMMI.

DIAL. IV.

N. 1. *V.* GLà ſai, che coſa ſia Triangolo, e le differenze, che ſono tra un triangolo, e l'altro.

C. L'ò molto bene appreſo già da voi.

V. Se tu dunque prendi un triangolo di qualſivoglia ſpecie, che tutti conducono allo ſteſſo, il triangolo

FIG. II. p. e. Iſoſcele ABC, con l'angolo retto in A, per tua più facile intelligenza, ed appoggiando il lato AB ſu'l piano ED, lo ſpingi ſopra detto piano da E verſo D: qual linea il detto lato AB ſul piano ED ſegna?

C. Segna la retta ED.

V. E la punta eſtrema C di queſto triangolo ABC qual linea ſegna nello ſteſſo tempo, che il triangolo ſi move da E verſo D?

C. Segna la retta FG.

V. Che diſtanza à tutta la retta ED da tutta la retta FG?

C. Tanta, quanta è l'altezza del triangolo ABC.

N. 2. *V.* Sicchè ciaſcuna parte della retta ED è ugualmente diſtante dalla ſua corriſpondente nella retta FG?

C. Appunto.

V. Or

V. Or queſte linee, che ſempre ſono ugualmente diſtanti tra di loro, chiamale PARALLELE. Stimi però, che queſte due rette ED, FG poſſano in qualche parte congiungerſi?

C. Nò: Se le forma la ſteſſa altezza del triangolo.

V. Le Parallele dunque, perchè ſempre ugualmente diſtanti, prodotte in infinito mai ſi congiungeranno?

C. Certo che mai.

V. Immagina adeſſo un altro triangolo ſimile, ed uguale al triangolo ABC 1, e ſia il triangolo ABC 5, queſti due triangoli adattali in maniera, che le loro baſi facciano una ſol retta BC, con che però il punto B cada ſopra il punto C, ed il punto C ſopra il punto B. Queſti due triangoli così congiunti traſportali N. 3.
dal luogo 1, e 5 al luogo 2, e 6, indi a 3, e 7, e così ſucceſſivamente quanto ti piace. Di tutte le linee, che li lati di queſti due triangoli, così traſportati, ſegnano, quali ſtimi che ſiano uguali tra loro?

C. Sono uguali fra loro tutte le rette AC, come anco tutte le rette AB, e tutte le rette BC.

V. Perchè ſono uguali?

C. Perchè ſempre ſono lati d'uno ſteſſo triangolo, che ſe mutò luogo, non mutò figura.

V. Qualſivoglia AC dunque ſarà ugualmente diſtante da qualſivoglia altra AC?

C. Così è.

V. Ma per qual ragione?

C. Perchè ſono uguali le rette AB, che ne miſura- N. 4.
no la diſtanza.

V. Lo ſteſſo dovrà dirſi delle rette BC, che ſiano ſempre ugualmente diſtanti tra loro.

C. Certo; per la ſteſſa ragione dell' uguaglianza delle rette A B.

V. Saranno dunque parallele tra lor o tutte le rette AC, e tutte le rette BC.

C. Già capiſco. Non ſolo ſono parallele tra loro le rette ED, FG ſegnate dalla baſe AB, e dal vertice C del triangolo ABC mobile ſopra il piano ED, perchè la loro diſtanza è ſempre uguale, eſſendo miſurata dall'altezza d'uno ſteſſo triangolo; ma ancora ſono parallele tra loro tutte le rette AC, eſſendo miſurata la loro diſtanza dalle rette BA, che ſono tutte uguali per eſſer lati dello ſteſſo triangolo: e per la ſteſſa ragione dell' uguaglianza delle rette BA, ſono parallele tra loro anco tutte le rette BC.

V. Inoltre giudichi, che tutti gli angoli A, e tutti gli angoli B, come anco tutti gli angoli C ſiano uguali tra loro?

N. 5. *C.* Non può dirſi il contrario, perche ſono ſempre angoli d'un ſteſſo triangolo.

V. Quando dunque qualſivoglia retta BC tagliando le due rette ED, FG fa gli angoli alterni B, B uguali, ſono parallele le rette ED, FG.

27. 1.

C. Sì, perche ſono uguali tutte le rette AC, che ne miſurano la diſtanza; altrimente ſe le rette AC non foſſero uguali, la retta FG p. e. piegarebbe da qualche parte verſo la retta ED, e perciò non ſarebbono uguali gli angoli B: ch' è contro l'Ipoteſi.

28. 1. *V.* Così ancora, perchè la retta ED, tagliando le rette AC, fa gli angoli eſterni A uguali all' interni oppoſti A: Parimente gli angoli interni dalla ſteſſa parte A, B, C uguali a due retti, ſono parallele le rette AC.

N. 6. *C.* Queſto è vero per la già detta ragione, perchè

va-

variandosi la distanza tra loro delle rette A C, le rette A B si mutarebbono, una sarebbe maggiore dell' altra, e così gli angoli esterni A non sarebbono uguali all'interni opposti A, e ne meno li angoli A, B, C sopra il punto d' una retta (D. II. n. 19.) sarebbono uguali a due retti, ch'è contro l'Ipotesi.

V. Da quel che si è dimostrato può chiaramente raccogliersi, che la retta ED tagliando le parallele CB, 29. 1.
ed anco le parallele AC, fa tutti gli angoli alterni B, B uguali: gli angoli esterni A, uguali all' interni opposti A: ed anco gli angoli interni dalla stessa parte A, B, C, uguali a due retti.

C. Non vi è replica: perche se gli angoli alterni B, B non fossero uguali tra loro: Gli angoli esterni A non fossero *uguali all'interni* opposti A: E l'interni dalla stessa parte uguali a due retti, cioè li tre angoli A 1, B 1, C 5, non sarebbono parallele le rette ED, FG, e ne meno le A C, perchè mutandosi li detti angoli si mutarebbe la distanza di una retta dall' altra, e N. 7.
per conseguenza le rette E D, F G non sarebbono parallele, e ne meno le A C: che è contro l'Ipotesi.

V. Puoi dedurre ancora da quel che già si è detto, che se due rette sono parallele ad un'altra, sono anco 30. 1.
parallele tra di loro.

C. Essendosi già dimostrato, che tutti gli angoli A, B, C, sono uguali tra loro, se le rette A C 1, ed A C 3 sono parallele alla retta A C 5, saranno anco le rette A C 1, ed A C 3 parallele tra loro, essendo uguali gli angoli alterni A &c.

V. Essendo poi vero, che tutti gli angoli A, gli angoli B, e gli angoli C sono uguali tra di loro 32. 1.
(n. 5.) e che gli angoli fatti in un punto di una

retta E D, come ſono gli angoli B 1, C 5, A 2 ſono uguali a due retti (D.II. n. 19.) ſarà anco vero, che tutti gli angoli A, B, C ſono uguali a due retti, onde gli angoli A, B, C di qualſivoglia triangolo ſono uguali a due retti.

C. La demoſtrazione è chiara.

N. 8. *V.* E ſarà vero ancora che l'angolo eſterno C, A di qualſivoglia triangolo p. e. A B C ſia uguale alli due inter-
16. 1. ni oppoſti C, A. E per conſeguenza, che l'angolo eſterno ſia maggiore di uno dell'interni oppoſti. E
17. 1. parimente, che due angoli d'un triangolo ſiano minori di due retti.

C. Le ragioni già dette abbaſtanza lo dimoſtrano; perche eſſendo gli angoli che ſi fanno in un punto di una retta uguali a due retti (D.II. n. 19.), e gli angoli d'un triangolo eſſendo parimente uguali a due retti (n. 7.): Gli angoli A, B, C ſu l' punto X della retta E D ſono uguali agli angoli A, B, C del triangolo 1, tolto l'angolo B comune, reſta l'angolo C, A eſterno uguale alli due interni C, A; onde ſempre l'angolo eſterno è maggiore di uno dell'interni oppoſti:
N. 9. E due angoli d'un triangolo ſono minori di due retti.

V. Ma ſe tu con due rette congiungeſſi due altre
33. 1. rette uguali, e parallele: ſarebbono parimente eſſe uguali, e parallele?

C. Chi può dubbitarne: Acciò che ſia uguale la diſtanza di F G da E D ſuppoſte parallele, devono eſſere uguali le A C che le congiungono; altrimente le rette F G, E D s'inchinarebbono tra loro da qualche parte; onde non ſarebbono parallele. Così ancora, ſuppoſte uguali le F G, E D, ſempre ſarà uguale la diſtanza delle A C tra loro, e perciò

ſaran-

saranno parallele le dette AC.

V. Or dimmi, se si congiungessero le basi CB delli due triangoli 1, 5, che figura si formarebbe?

C. Si formarebbe una figura di quattro lati uguali, essendo uguali li lati delli triangoli, che la formano. N. 10.

V. E gli angoli?

C. Parimente quattro.

V. Uguali forse tutti quattro?

C. Non sò.

V. Come non sai? In questa figura 1, 5 di quattro lati, l'angolo BC non è uguale all'angolo A?

C. Mi ricordo, che gli angoli A sono tutti retti, essendo tutti angoli d'un triangolo rettangolo.

V. Dunque gli angoli B, C sono parimente un retto.

C. Sì, perchè sono il complemento delli due retti fatti nel punto X della retta ED; onde certamente tutti quattro gli angoli della sopra detta figura 1, 5 sono retti.

V. Questa figura, che à tutti quattro li lati, e tutti quattro gli angoli uguali, chiamala QUADRATO.

C. Ma se la figura avesse tutti quattro li lati, e solo gli angoli opposti uguali, come la figura QVTP, che avendo tutti quattro li lati uguali, à solo gli angoli opposti A, A, e BC, BC uguali; come si chiamarebbe? N. 11.

V. Questa figura, che à li quattro lati, e solo gli angoli opposti uguali, chiamala ROMBO.

C. E se si congiungessero li quadrati 1, 5, 2, 6, 3, 7, formarebbono certo la figura EFGD, che à tutti gli angoli, e solo li lati opposti uguali.

V. Appunto. E questa figura, come tutte le altre simili, chiamala PARALLELOGRAMMO.

C. E

C. E se formasse la figura PQRS, che à solo li lati opposti, come anco gli angoli opposti uguali?

V. Chiamala questa figura ROMBOIDE, e sappi, che tutte le già dette quattro figure di quattro lati vanno anco sotto nome di PARALLELOGRAMMI, perchè anno sempre li lati opposti paralleli.

C. E se una figura non avesse tutti li lati opposti paralleli?

N. 12. *V.* Una tal figura, come PQRT chiamala TRAPEZIO.

C. Vi sono altre figure oltre le già dette?

V. Possono essere innumerabili le figure, così regolari, come irregolari. Le regolari però, che solo anno denominazione, prendono il nome dalli lati, e dagli angoli.

C. Sò che, oltre il Triangolo, ed il quadrato, vi è il PENTAGONO, che è una figura di cinque lati, e cinque angoli uguali. L'ESAGONO di sei, &c. Desiderarei però sapere, come si formano queste figure.

V. Di questo te ne darò breve notizia nel fine di questi discorsi, (discorrendosene più diffusamente nella Geometria prattica), ove averai la notizia di molte altre proposizioni prattiche. Intanto già sai, che tutti quat-
N. 13. tro li Parallelogrammi, già detti, almeno anno li lati, e gli angoli opposti uguali.

34. 1. *C.* Già lo so, non solo perchè so, che sono lati di uguali triangoli, che li compongono, e perciò anno tutti gli angoli A, come anco tutti gli angoli B, e parimente gli angoli C uguali tra loro; ma ancora, perchè essendo parallele le A C opposte, ed anco le B A, la retta B C, che le taglia fà gli angoli alterni B uguali, come anco gli angoli C parimente alterni

ugua-

uguali, ed essendo B C comune saranno uguali li triangoli ABC, ABC &c. e per conseguenza li lati, e gli angoli opposti uguali. (D.III. n.14.)

V. Il Diametro dunque, cioè quella retta, che congiunge gli angoli opposti, sparte li parallelogrammi in parti uguali.

C. Essendo uguali tutti li triangoli ACB per ragione delli lati, e degli angoli uguali, non può dubbitarsi, che il parallelogrammo PQVT, come anco tutti gli altri, sia diviso per metà dal diametro BC. N. 14.

V. Anzi da questa uguaglianza de' Triangoli puoi certamente dedurre, che qualsivogliano parallelogrammi PVRT, e TVRS fatti sopra la stessa base VR, e tra le stesse parallele PS, QR sono uguali. 35. 1.

C. Essendo uguali li due triangoli PVT, TVR, che compongono il Parallelogrammo PVRT, come anco li due triangoli TVR, TRS, che compongono il Parallelogrammo TVRS, ed essendo tanto il triangolo PVT, quanto il triangolo TRS uguali al triangolo TVR, sarà il rettangolo PVRT uguale al rettangolo TVSR.

V. Queste stesse ragioni dimostrano, che sono uguali quelli parallelogrammi fatti sopra basi uguali, e tra le stesse parallele. 35. 1.

C. Sì, perche essendo li due triangoli VPQ, VTR ciascuno uguale al triangolo VPT, saranno uguali tra loro, e perciò li due rettangoli PQVT, PVRT fatti sopra basi uguali QV, VR sono uguali tra loro. N. 15.

V. Quindi con evidenza appare, che ogni parallelogrammo fatto sopra la stessa base d'un triangolo, e tra le stesse parallele è doppio del triangolo. 41. 1.

C. Non ò cosa veruna in contrario. Poichè se li due triangoli PVQ, VPT ſono uguali, e compongono il parallelogrammo PQVT, queſto parallelogrammo ſarà doppio di uno delli detti triangoli QVP.

37. 1. *V.* Ancora. Quel che ſi è detto delli Parallelogrammi, che fatti ſopra la ſteſſa, o ugual baſe, e tra le
38. 1. ſteſſe parallele ſono uguali, ſi deve parimente intendere delli triangoli.

C. Acconſento a queſta verità; poichè eſſendo li parallelogrammi doppi delli triangoli, fatti ſopra la ſteſſa, o ugual baſe, e tra le ſteſſe parallele (n. 15.) le metà di quelli ſaranno uguali tra di loro.

V. Oſſerva però, che le dette demoſtrazioni depen-
N. 16. dono da quell' ASSIOMA infallibile: *Tutte quelle coſe, che ſono uguali, o metà, o terzo, o quarto di un' altra coſa, o di coſe uguali, ſono uguali tra loro.*

C. Deſidero ſapere, che s'intende per ASSIOMA?

V. Se io ti diceſſi, che 4 è uguale a 4: due è metà di 4: 4 è doppio di 2. Stimareſti vere queſte propoſizioni?

C. Sono tanto chiare, che non può dirſi il contrario.

V. E ſe ti domandaſſi, perchè 4 è uguale a 4 &c.

C. Mi vederei confuſo in trovarne la ragione; riſponderei però, che 4 è uguale a 4, perchè quattro non ſupera, ne è ſuperato da 4.

V. Riſpondereſti bene; queſto però è lo ſteſſo dire ſotto altri termini, 4 è uguale a 4; Perchè è lo ſteſſo dire uguaglianza di due coſe, e che l'una non ſuperi, nè ſia ſuperata dall' altra.

C. Ma qual ſarà la ragione, che poſſa dimoſtrare tal verità?

V. Queſte verità poſſono ſpiegarſi, non dimoſtrarſi.
N. 17. Perchè non vi è ragione, dalla quale poſſa dedurſi, che

4 è

4. è uguale a 4; oltre di che non an bisogno di dimostrazione, essendo ben note a tutti; onde simili proposizioni così chiare, ed evidenti chiamale DIGNITA', ASSIOMI, PRONUNCIATI, o COMUNI NOTIZIE.

C. Come è dunque l' Assioma, che avete detto per dimostrare l' uguaglianza de triangoli sopra la stessa, o ugual base, e tra le stesse parallele?

V. Quelle cose, che sono uguali, o metà, o terzo &c. di un' altra cosa, o di cose uguali, sono uguali tra loro.

C. O' capito. Perchè il triangolo 9. è uguale al triangolo 11., e parimente il triangolo 10. è uguale al medemo triangolo 11. li due triangoli 9. e 10. sono uguali tra loro. Così ancora perchè il Parallelogrammo PQVT è uguale al Parallelogrammo PVRT, le loro metà, cioè li triangoli PVQ, PRV sono uguali. N. 18.

V. Dal già detto potrai comprendere ancora, che li Parallelogrammi, o Triangoli uguali fatti sopra la stessa, o uguali basi sono tra le stesse parallele.

C. Non può essere il contrario; perchè essendo uguali le basi, acciò siano uguali li Parallelogrammi, o Triangoli devono avere la stessa altezza, (n. 14.) e perciò devono essere tra le stesse parallele.

DELLA POTENZA DELLE LINEE.

D I A L. V.

N. 1. *C.* SOn curioso sapere, che cosa s'intende per questa potenza delle linee.

V. Sapresti fare un quadrato sopra una data retta?

C. Stimo saperlo fare.

V. Come faresti?

46. 1. *C.* Dalli punti estremi della data A B inalzarei le

FIG. III. perpendicolari A D, B C (D. II. n. 14.) uguali alla data A B, indi congiungerei queste perpendicolari colla retta D C, e perche le rette A D, B C, come anco le rette A B, D C sono parallele, ed uguali, e gli angoli sono retti, per esser perpendicolari l'una all'altra (D. II. n. 13.) lo spazio A B C D sarà quadrato.

V. Questo spazio quadrato chiamalo POTENZA della retta A B.

C. Ma se lo spazio non fosse quadrato, p. e. il rettangolo A B I G?

N. 2. *V.* Lo spazio compreso dalle quattro rette, che formano il rettangolo A B I G, chiamalo potenza delle due rette A B, A G.

Or se di due rette A B, A G formassi il rettango-

F. 2. lo G B, e poi divisa la retta A B, come si voglia in O, con la retta A G intera, e con le parti della divisa A O, O B formassi li due rettangoli G O, O I: sarebbono uguali questi due rettangoli al rettangolo A I?

C. Que-

C. Questo è infallibile, perchè li due rettangoli G O, O I sono parti, che compongono l'intero rettangolo G B.

V. E se tu spartissi la retta A B come si voglia in O, e di tutta A B formassi il quadrato A C, e poi di tutta, e ciascuna parte formassi li due rettangoli A I, I D? 2. 2.

C. Sarebbono uguali li due rettangoli A I, I D all' intero quadrato A C per la stessa ragione, che sono parti, che compongono l'intero quadrato A C. N. 3.

V. E se divisa la retta A B come si voglia in O, e con tutta A B, ed una delle parti O A formassi il rettangolo A I, e poi con le parti A O, O B formassi il rettangolo O I, e con la parte A O, che à fatto il primo rettangolo, formassi il quadrato G O? 3. 2.

C. Questo quadrato G O col rettangolo O I, sarebbono uguali, per la stessa ragione, al rettangolo A I. 4. 2.

V. Ma se di tutta A B formassi il quadrato A C, e divisa essa A B, come si voglia in O, delle parti A O, O B formassi due rettangoli E G, O I, e due quadrati G O, E I?

C. E' chiaro, che questi due rettangoli, e questi due quadrati sarebbono uguali al detto quadrato A C.

V. Ma se divisa A B come si voglia in O, e di tutta A B formassi il quadrato A C, e di un segmento A O formassi il quadrato D P: poi di tutta A B, e dello stesso segmento O A, formassi li due rettangoli, cioè G B, G P, e dell' altro segmento O B formassi il quadrato E I? N. 4. 7. 2.

C. Egli è certo, che questi due rettangoli G B, G P, e questo quadrato E I sono uguali alli due quadrati A C, D P.

 V. Se

FIG. V. Prima. 8. 2. *V.* Se poi divisa la retta A B come si voglia in C, e con tutta la retta AB, e col segmento C B si formassero quattro rettangoli AD, DE, EF, FA, e coll'altro segmento A C si formasse il quadrato G I: questi quattro rettangoli, e questo quadrato sono forse uguali al quadrato K L fatto da tutta la retta A B, e dal segmento C B, a cui si è fatto uguale K A, come se fosse una linea?

C. Ogn'un vede, che li quattro rettangoli A D, D E, EF, FA, ed il quadrato G I sono uguali al quadrato K L.

N. 5. *V.* E quando divisa la retta KB in parti uguali in O, e parti disuguali in A, e di OB metà della linea

5. 2. formassi il quadrato O P: Questo quadrato sarebbe forse uguale al rettangolo A D, che si formasse dalle parti inuguali AB, AK, gionto col quadrato QM, che si formasse dalla parte AO, che sta in mezzo le divisioni?

C. Quando il rettangolo AN fosse uguale al rettangolo Q P, certamente il quadrato O P sarebbe uguale al rettangolo A D, ed al quadrato QM, essendo parti, che compongono l'intero quadrato O P.

V. Come il rettangolo AN non è uguale al rettangolo Q P? Questo rettangolo QP è fatto dalle due rette Q D, D P uguali ad AG, AO, perche BP è uguale a K O metà della linea, D B è uguale a K A ex construct.; dunque il resto D P è uguale ad AO; si è fatta C B uguale a KA, a questa è uguale A G ex constructione, dunque CB è uguale ad AG, QD è uguale a CB; dunque QD è uguale ad AG.

N. 6. *C.* O' già capito, dunque il rettangolo QP è uguale al rettangolo AN; dunque &c.

V. E se divisa la retta AC per metà in O, ed ag-

gion-

giontali qualſivoglia CB, con la retta AB, compoſta di tutta la retta AC, e dell' aggiunta CB, formaſſi il rettangolo AD, e della metà OC formaſſi il quadrato QM: Queſto rettangolo, e queſto quadrato sarebbe forſe uguale al quadrato OP, fatto dalla retta OB, compoſta dalla metà OC, e dall' aggiunta CB? 6. 2.

C. Come nell' antecedente: Perchè il rettangolo QP è uguale al rettangolo AN, per eſſere QD uguale a GA, che è uguale a BD, che ſi è fatta uguale a CB, e DP è uguale ad' AO, amendue metà della retta AC, sarà il quadrato OP uguale al rettangolo AD, ed al quadrato QM.

V. Eſſendo poi tagliata la retta KB in parti uguali N. 7.
in O, ed inuguali in A, ſe formaſſi con AB, ed AK parti inuguali due quadrati AV, e KG: poi colla metà di tutta la retta, cioè OB, formaſſi il quadrato 9. 2.
OP, e con la parte AO, che ſtà in mezzo le diviſioni formaſſi il quadrato GM: che uguaglianza sarebbe tra queſte figure?

C. Giudico, che li due quadrati KG, AV, fatti dalle parti inuguali KA, AB ſiano doppi delli due quadrati GM, MB, fatti da OB metà della linea KB, e dalla parte AO, che ſta in mezzo le diviſioni.

V. Credete, che ſia vero quel che dite?

C. Veriſſimo. Perchè eſſendo uguali li quattro quadrati MG, MQ, MI, MX tra di loro per la coſtruzione, ed' uguali tra loro li due quadrati KG, CD, e parimente uguali tra loro li quattro rettangoli GO, OQ, QP, PI; li due quadrati KG, AV contengono tutti queſti quadrati, e tutti queſti rettangoli; la dove li due quadrati GM, MB delli detti quadrati, e rettangoli ne contengono ſolo la metà, cioè tre quadrati

drati GM, MQ, QB, e due rettangoli OQ, QP.

N. 8. *V.* Se finalmente divisa AC per metà in O, li aggiungessi qualsivoglia CB, e di AB, che è tutta coll'

1 c. 2. aggiunta, formassi il quadrato AV, e di AK uguale a CB aggiunta, formassi un'altro quadrato KG: e poi della metà coll'aggiunta OB formassi il quadrato OP, e della metà sola OA formassi un'altro quadrato GM?

C. Già capisco: li due primi quadrati AV, KG, fatti da tutta coll'aggiunta AB, e da AK uguale a CB aggiunta, sono doppi delli quadrati GM, MB fatti uno dalla metà, e l'altro dall'altra metà coll'aggiunta, come è chiaro dalla costruzione, e da quello che si è dimostrato nell'antecedente.

V. Or tutti questi spazi, compresi dalle dette rette va-

N. 9. riamente tagliate, o congiunte, si chiamano potenze delle rette, che li comprendono.

C. O' già ben capito il tutto.

V. Quindi, perchè nel triangolo CFI, che à l'an-

FIG. III. golo C retto, il quadrato della retta IF sotto l'angolo retto, è uguale alli due quadrati fatti dagli altri due lati IC, CF, che comprendono l'angolo retto: dirai,

47. 1. che la retta IF può tanto, quanto le due rette IC, CF.

C. Come? li due quadrati di CI, CF sono uguali al quadrato di IF?

V. Prolonga il lato CF in L 2, sicchè FL 2 sia uguale a CI, ed il lato CI in B, sicchè IB sia uguale a CF, onde sarà CL 2 uguale a CB: termina il quadrato CS, ed in esso col lato FI inscrivi il quadrato FQ.

C. Come s'intende questa inscrizione?

V. Che la figura inscritta con tutti li suoi angoli toc-

N. 10. chi li lati, e se è circolo tocchi la circonferenza della figura circoscritta, e la figura circoscritta colli lati,

o con

o con la circonferenza tocchi gli angoli dell'inscritta.

C. O' inteso a bastanza.

V. In questa figura CS abbiamo quattro triangoli uguali 1, 2, 3, 4 per l'uguaglianza delli lati, come appare dalla costruzione. Or prolonga il lato CL2 in D, sicchè CD sia uguale a CB, e termina il quadrato DB.

C. Questo quadrato DB è uguale al quadrato CS.

V. Ogni un lo vede. Taglia poi DA in G, sicchè DG sia uguale a CI, e DC in E, sicchè CE sia parimente uguale a CI, e tira EO parallela a CB, e GI parallela a DC.

C. Già vedo, che in questa figura avemo due quadrati EI, GO fatti dalle rette IC, CF lati del triangolo ICF, che comprendono l'angolo retto C.

V. Avemo ancora due rettangoli uguali tra loro EG, N. 11. GO fatti dalle medeme rette CI, CF, che divisi per metà dalli diametri EG, IO (D.IV.n.13.) formano quattro triangoli 5, 6, 7, 8 uguali tra loro, ed uguali alli quattro triangoli 1, 2, 3, 4, per l'uguaglianza de' lati, e degli angoli, come dalla costruzione appare.

C. Non occorre altro ò capito. Essendo il quadrato DB uguale al quadrato CS, e li quattro triangoli 1, 2, 3, 4, uguali alli quattro triangoli 5, 6, 7, 8, tolti dall'uno, e dall'altro quadrato li quattro triangoli uguali, resta il quadrato FQ uguale alli due quadrati EI, GO.

V. Onde la retta FI, lato sotto l'angolo retto C, può tanto quanto le due rette CI, CF lati intorno l'angolo retto.

C. Ma se il triangolo avesse un angolo ottuso?

V. Nel triangolo AMS, il lato AS sotto l'angolo N. 12. ottuso M può tanto quanto li due altri lati AM, MS FIG. IV.

in-

intorno lo stesso angolo ottuso, e di più due rettangoli fatti da AM lato intorno lo detto angolo ottuso prolongato in L, dove cade la perpendicolare SL, tirata
12. 2. dall' estremità di uno degli angoli acuti S, e la retta ML, che stà tra l'angolo ottuso M, e la perpendicolare sodetta LS.

C. Come può dimostrarsi?

V. Il quadrato di AS, e per esso li due quadrati DL, LV (n. 9.) sono uguali al quadrato DO, fatto dal lato AM: alli due quadrati OL, LV, che sono uguali al quadrato di MS, (n. 9.) ed a due rettangoli AO, OK fatti dal lato AM, e dalla retta ML, che è trà il lato AM prolongato, e la perpendicolare SL; il quadrato dunque di AS è maggiore delli due quadrati AM, MS in due rettangoli AO, OK.

13. 2. *C.* E se il triangolo fosse OSSIGONIO?

V. Nel triangolo Ossigonio STL il lato sotto l'an-
FIG. VI. golo acuto L può tanto quanto gli altri due lati LS, LT intorno il detto angolo acuto, e più due rettangoli fatti dal lato LS, sopra del quale cade la perpendicolare da uno degli altri angoli, e la retta LE, che sta tra la perpendicolare, ed il detto angolo acuto L.

C. Sicchè il quadrato di ST, lato sotto l'angolo acuto L, e per esso li due quadrati EZ, IM (n. 9.), e li due rettangoli SV, VO, fatti da SL, LE, sono uguali alli due quadrati di SL, LT, e per essi al quadrato SP, ed alli due quadrati VE, EZ, che sono uguali al quadrato di LT. (n. 9.)

DEL.

DELLA PROPRIETA' DELLE RETTE NEL CERCHIO.

DIAL. VI.

V. GIudico, che non abbi difficoltà di credere, che tutte le rette, che, tirate dalla circonferenza a terminare nella medema, s'interſecano nel centro d'un cerchio, reſtino diviſe in parti uguali. N. 1.

C. Non vi ò difficoltà veruna, eſſendo le parti diviſe tutte raggi del cerchio. FIG. XI.

V. E quelle, che non s'interſecano nel centro?

C. Non ſi dividono in parti uguali. 4. 3.

V. Qual'è la ragione?

C. Perchè ſe le due rette CA, DB, delle quali una ſola CA paſſa per il centro E del cerchio ABCD, ſi divideſſero tra loro in parti uguali nel punto G, ſarebbono uguali le rette CG, GA, GD, GB, onde il punto G ſarebbe il centro del cerchio, e tanto 3. 3. più ſe neſſuna di eſſe paſſaſſe per il centro, perchè in tal caſo ogni punto, che è dentro la circonferenza N. 2. ABCD ſarebbe centro del cerchio, il che è contro l'eſſere del cerchio (D. II. n. 5.)

V. Ma ſe la retta CA, che paſſa per il centro, ſpartiſſe la retta DB, che non paſsa per il centro, in parti uguali, la tagliarà ad angoli retti?

G *C.* E

C. E' chiaro; Perchè essendo le rette EB, ED uguali perchè raggi saranno gli angoli D, B uguali: sono uguali GB, GD per l'Ipotesi: EG comune; dunque l'angolo EGB uguale all'angolo EGD, dunque amendue retti (D. III. n. 14.)

V. Se poi li detti angoli sono uguali, la rett DB è divisa in parti uguali in G dalla retta CA, che passa per il centro.

C. Questo è chiaro per l'uguaglianza degli angoli, e degli altri lati delli due triangoli EGB, EGD. (D. III. n. 12.)

15. 3. *V.* Delle rette poi, che s'inscrivono nel cerchio, la massima è il diametro, minore quella, che più s'allontana dal diametro.

N. 3. *C.* Vorrei sentirne la demostrazione.

FIG. VII. *V.* Nel triangolo ACB li due lati AC, AB sono maggiori del terzo CB (D. III. n. 3.) e perche sono raggi dello stesso cerchio sono uguali al diametro FAG; dunque FAG diametro maggiore di CB. E perchè l'angolo CAB è maggiore dell'angolo DAE, sarà CB maggiore di DE (D. II. n. 17.)

C. O' capito; dunque è minore quella che più s'allontana dal centro.

14. 3. *V.* Da questo si deduce, che le rette uguali, sono ugualmente lontane dal centro, e sono uguali le lontane ugualmente dal centro.

C. Non vi è replica, perche tirati li raggi alle loro estremità fanno angolo uguale al centro; tagliando uguale circonferenza (D. II. n. 17.)

7. 3. *V.* Ma se prendessi un punto nel diametro, che non fosse centro del cerchio, e tirassi più linee da questo punto alla circonferenza; cioè IH, che passa per il

cen-

centro: I L, reſiduo del diametro: I C, I D, I F, N. 4.
&c. di queſte linee qual ſtimi la maſſima?

C. I H, che paſſa per il centro.

V. Qual'è la ragione?

C. Eſſendo A C uguale ad A H, perche raggi dello ſteſſo cerchio, ed eſſendo I A, A C lati del triangolo I A C maggiori di I C: (D.III. n. 2.) ſarà I A, A C maggiore di I C; ſicchè maggiore quella che paſſa per il centro.

V. Così ancora I F ſarà minore di I C.

C. Sì, perchè l'angolo F A I è minore dell'angolo C A I; onde F I minore di C I: e quanto più le rette ſi accoſtano al punto L, tanto ſaranno minori, facendo minor angolo nel centro A.

V. Qual ſarà la minima delle già dette?

C. I L reſiduo del diametro: la ragione è chiara. Nel triangolo A I O il lato A O è minore delli due lati A I, I O (D. III. n. 3.) il lato A O è uguale alla retta A L, perche raggi; dunque A L minore di A I, I O, tolto A I comune, reſta I L minore di I O. N. 5.

V. Dal detto punto I quante rette uguali ſi poſſono tirare alla circonferenza?

C. Solo due, perchè ſolo due angoli uguali ſi poſſono fare nel centro A dalle rette A B, A C tirate dal detto punto A alla circonferenza, cioè I A B, I A C; ed anco nel punto I dalle rette I B, I C, poichè l'altre, che ſi tiraſſero dal detto punto I alla circonferenza farebbono angoli o maggiori, o minori, e per conſeguenza ſarebbono o maggiori, o minori le rette tirate dal detto punto.

V. Ma ſe queſto punto I foſſe fora del cerchio: FIG. VIII
Delle rette tirate alla circonferenza concava qual ſtimi la maggiore?

C. E' maggiore H I, che paſsa per il centro, per le
8. 3. già dette ragioni; perchè eſsendo C A, A I maggiori di C I: (D.III. n. 2.) C A, A I uguali ad I H, dunque I H maggiore di C I: così C I è maggiore di C F, perchè l'angolo IAC al centro è maggiore dell' angolo IAF, e così quella, che più s'allontana dall' eſtremità del diametro H, è ſempre minore.

V. Per le ſteſse ragioni, (n. 5.) ſolo due rette tirate
N. 6. dal detto punto I alla circonferenza poſsono eſsere uguali, per li due ſoli angoli uguali, che ſi poſsono fare colle dette rette nel centro A, tirate dal punto I.

Di quelle poi, che dal detto punto I ſi tirano alla circonferenza conveſsa, è minore quella, che prolongata paſsa per il centro, e quella è maggiore, che più da queſta s'allontana.

C. Queſto è veriſſimo, perchè eſsendo uguali A N, A L perchè raggi: A N, N I ſono maggiori di A I, (D.III. n. 2.) tolto A N, A L uguali, reſta N I maggiore di L I.

V. Sarà anche vero, che I O ſia maggiore di I N, e tanto maggiore, quanto più s'allontana da quella, che paſsa per il centro.

C. Così è, per ragione degli angoli, che più o meno grandi ſi fanno nel centro A, cioè OAI, NAI; e perchè ſolo due angoli uguali ſi poſsono fare nel punto detto I; ſolo due uguali ſi poſsono tirare alla cir-
N. 7. conferenza conveſsa.

V. Or devi ſapere, che li circoli, che ſono concentrici, cioè che anno lo ſteſso centro, anno le circonferenze ugualmente diſtanti.

C. Queſto l'ò per certo.

V. Qual'è la ragione?

C. Eſ-

C. Eſsendo uguali le rette AC, AE, perchè raggi dello ſteſso cerchio, anco AB, AD uguali per la ſteſsa ragione, tolta AB da AC, ed AD da AE, reſta BC uguale a DE, lo ſteſſo ſi dimoſtra di tutte le rette tirate dal centro alla circonferenza del maggiore; dunque le circonferenze de' concentrici ſono ugualmente diſtanti. FIG. IX.

V. Molto bene; da queſto però chiaramente ſi deduce, che tutti li circoli, che s'interſecano, e tutti quelli, che ſi toccano o dentro, o fuori, non anno centro comune. 5. 3. 6. 3.

C. Così è, perchè ſe aveſſero centro comune, le circonferenze ſarebbono ugualmente diſtanti. N. 8.

V. Li cerchi però che s'interſecano anno ſolo due punti comuni; cioè li due cerchi GEFC, GFTX anno ſolo li due punti G, F comuni, dove ſi ſecano tra loro. 10. 3.

C. Queſta verità la conoſco, ma

V. Ma: eccone la ragione: ſe aveſſero altro punto comune, p. e. E, oltre G, ed F, le rette tirate dal centro A, alli punti F, E, G ſarebbono uguali, perchè raggi, e perchè E, H ſupponeſi punto comune, perchè punto dell'interſecazione, ſarebbe AH uguale ad AE.

C. O' capito: la parte al tutto.

V. Quando poi li circoli ſi toccano o dentro, o fuori anno un ſol punto comune, cioè ſi toccano in un ſol punto. 13. 3.

C. Sì per la ſteſſa ragione. Se aveſſero altro punto comune li cerchi, che ſi toccano nel punto I, oltre queſto punto, ſarebbe p. e. O, P punto comune, ed eſsendo LI uguale ad LO, ſarebbe LO uguale ad LP. N. 9.

V. Lo

V. Lo ſteſſo ſi deve intendere delle rette, che toccano il cerchio, poichè lo toccano in un ſol punto.

C. Queſto è certo per la ſteſſa ragione già detta, poiche ſarebbe LO uguale ad LX, ſe la retta IX toccaſſe il cerchio in altro punto oltre I. Parimente ſe la retta IX toccaſſe il cerchio in più punti caderebbe dentro del cerchio, (D. II. n. 2.) ed o non ſarebbe retta, o ſecarebbe, non toccarebbe il cerchio.

V. Quindi è certo ancora, che la retta, tirata ad
16. 3. angoli retti ſu l'eſtremità del diametro, è tutta fora del cerchio.

C. Non può dubitarſi, perchè la retta ZI tirata ad angoli retti ſu l'eſtremità del diametro QI, tocca il cerchio in un ſol punto, e perciò è tutta fuora del cerchio, altrimente, ſe cadeſſe dentro del cerchio, ſecarebbe, non toccarebbe il cerchio. (D.II.n.2.)

V. E' manifeſto ancora, che trà la tangente, ed il
N. 10. cerchio non può cadere altra retta, che tocchi il cerchio nello ſteſſo punto del contatto I.

C. Non ò che replicare; perchè ogni altra retta, o caderebbe ſopra la tangente XZ, o ſecarebbe, non toccarebbe il cerchio, onde non ſarebbe tutta fora del cerchio.

18. 3. *V.* In oltre ſolo la retta, tirata dal centro al punto del contatto, può eſſer perpendicolare alla tangente.

C. Eſſendoſi dimoſtrato, che una ſola retta IZ può tirarſi ad angoli retti ſu l' eſtremità del diametro QI: ſolo il diametro può tirarſi al punto del contatto perpendicolare alla tangente; Perchè in un punto dato di una retta da un punto ſolo ſi può tirare una retta ad angoli retti (D. II. n. 13.)

19. 3. *V.* Da quel che ora ſi è detto ne ſiegue, che nella

retta

retta perpendicolare al punto del contatto è il centro 19. 3.
del cerchio.

C. E' chiaro da quel che si è dimostrato.

V. La retta poi, che congiunge li centri di quelli N. 11.
cerchi, che si toccano o dentro, o fuora, passa per li
punti del contatto.

FIG. IX

C. Qual'è la ragione?

V. Se la retta HQ, che congiunge li centri L, M, N
non passasse per il punto del contatto I, passarebbe per 11. e
qualsivoglia altro punto S; onde li centri non sarebbo- 12. 3.
no nella retta HQ, ma nelle due rette LK, KN, il
che è contro l'Ipotesi.

C. Ma se fossero due cerchi, che si toccassero al di dentro?

V. Se la retta HQ, non passasse per il punto del contatto I, non sarebbe M il centro del cerchio minore, sarebbe forse K, e sarebbe KV uguale a KI, aggionto LK comune, sarebbe LK, KI uguale ad LK, KV: è maggiore LK, KI di LI, (D. III. n. 3.) dunque LK, KV è maggiore di LI, ad LI è uguale LT; dunque LV maggiore di LT, che repugna.

C. E se si toccassero al di fuora?

V. Sarebbe lo stesso; NR, SK sarebbono maggiori di KN.

C. In che modo?

V. Sono uguali IN, NR perche raggi: anco KI, N. 12.
KS supposti raggi: sono maggiori NI, IK di NK;
(D. III. n. 2.) dunque NR, SK sono maggiori di NK.

C. O'inteso; la parte maggiore del tutto, che repugna.

V. Ora è d'uopo sappi, che l'angolo al centro è FIG. XII
doppio dell'angolo alla circonferenza; insistendo però
amendue nella stessa, o uguale circonferenza.

C. O'

C. O' inteso la proposizione : l' angolo GAF , fat-
20. 3. to nel centro A , è doppio dell' angolo GCF fatto nella circonferenza .

V. Eccone la ragione . Il triangolo GCA à due lati AC , AG uguali, perchè raggi ; dunque l'angolo GCA uguale all'angolo CGA : l'angolo esterno GAF è uguale alli due interni opposti (D.IV.n.9.) GCA , CGA ; dunque doppio di uno GCA .

C. Questo angolo GAF sarà anco doppio dell' angolo GBF.

V. Certamente , perche insistono amendue nella stessa circonferenza .

C. Come si dimostra ?

V. Tirata la retta BD dal punto B estremità dell'
N. 13. angolo , che passi per il centro A , sarà l' angolo DAF doppio dell'angolo DBF (n. 12.) per la già detta ragione , parimente l'angolo DAG doppio dell'angolo DBG .

C. O' capito : Dall'angolo DAF tolto l' angolo DAG , e dall'angolo DBF tolto l'angolo DBG , resta l'angolo GAF doppio dell'angolo GBF.

V. Da questo ora si deduce , che tutti gli angoli fat-
21. 3. ti nello stesso segmento sono uguali trà loro .

C. Così è , perche tutti sono metà dell'angolo al centro , e tutte quelle cose , che sono metà , terzo , quarto &c. d' una stessa cosa , sono uguali trà loro . (D.VII. n. 13.)

22. 3. *V.* Quindi si deduce ancora che gli angoli opposti ne' quadrilateri inscritti ne' cerchi sono uguali a due retti .

FIG.XIII *C.* Non v' è dubbio alcuno . Nel quadrilatero ABCD , tirate le diagonali AC , BD , gli angoli 1 , ed 1 sono uguali , perchè nello stesso segmento , per la stessa
N. 14. ragione sono uguali gli angoli 2 , e 2 : 3 , e 3 : 4 , e 4 .

Gli

Gli angoli 1, 2, 3, e 4 constituiscono due retti; essendo angoli del triangolo ABD, o CAD, o ABC &c. (D. IV. n. 8.) dunque gli angoli 1, 2, 3, 4, che fanno gli angoli opposti nel quadrilatero, sono uguali a due retti.

V. Gli angoli poi, che si fanno in qualsivoglia semicerchio sono tutti retti, come è l'angolo BCD. 31. 3.

C. Per qual ragione?

V. Tirata la retta CO dall'angolo C al centro O, per esser le rette OB, OC uguali, perchè raggi, (D. III. n. 10.) sono uguali gli angoli OBC, OCB: per la stessa ragione sono uguali gli angoli OCD, ODC; onde tutto l'angolo BCD, è uguale alli due angoli CBD CDB: gli angoli del triangolo BCD sono uguali a due retti; (D. IV. n. 9.) dunque l'angolo BCD è un retto.

C. L'angolo BAD nell'altro semicerchio sarà anco retto. N. 15.

V. Per la stessa ragione deve esser retto; l'angolo però che si fa nel maggior segmento, come l'angolo BCA è minore del retto.

C. Sì; Perchè essendo l'angolo BCD retto, l'angolo BCA, che è minore dell'angolo BCD, deve esser minore del retto.

V. E da questo ne siegue, che l'angolo del minor segmento è maggiore del retto.

C. Non può dubbitarsi. Nel quadrilatero ACBI, gli angoli opposti sono uguali a due retti, cioè gli angoli AIB, ACB (n. 14.) l'angolo ACB è minore del retto; dunque l'angolo AIB maggiore del retto.

V. Si dimostra ancora da quel che si è detto, che l'an- 32. 3.
golo, che fa nel punto B del contatto la tangente PQ N. 16

con la ſecante qualſivoglia, è uguale all' angolo fatto nell'alterno ſegmento del cerchio.

C. Queſto è manifeſto; Perchè ſe la ſecante ſarà DB, che paſſando per il centro tocca la tangente PQ nel punto del contatto B, l'angolo PBD ſarà retto: (n. 10.) è retto l'angolo BCD, perchè nel ſemicerchio; (n. 14.) dunque l'angolo PBD uguale all'angolo BCD nell' alterno ſegmento.

V. E ſe la ſecante foſſe AB?

C. Sarà l'angolo PBA uguale all' angolo BCA nell' alterno ſegmento; Perchè eſſendoſi dimoſtrato l'angolo PBD uguale all' angolo BCD, eſſendo l' angolo 1. uguale all' angolo 1. (n. 13.) ſarà l'angolo PBA uguale all'angolo BCA.

V. Così ancora ſi dimoſtra, chè l'angolo ABQ è uguale all'angolo BIA.

C. Certo, perchè gli angoli nel punto B, cioè PBA, ABQ ſono uguali a due retti; parimente gli angoli BIA, BCA, oppoſti nel quadrilatero AIBC, ſono uguali a due retti, ſi ſono dimoſtrati uguali gli angoli PBA, BCA; dunque il reſtante angolo QBA uguale al reſtante BIA; dunque &c.

DEL-

DELLE RAGIONI, E PROPORZIONI IN COMUNE.

DIAL. VII.

C. MI si rende, in verità, assai malagevole l'intelligenza di alcune cose Filosofiche, che gusto di leggere, per causa delle voci RAGIONE, PROPORZIONE, e PROPORZIONALITA', che sono termini a me del tutto ignoti: onde, di grazia, datemene qualche notizia. N. 1.

V. Non me ne meraviglio, perchè mal può intendere la Filosofia, chi non è versato in questa scienza. Dimmi si può una quantità con un altra, cioè una linea con un altra linea, una superficie con un altra superficie, un corpo con un altro corpo paragonare?

C. Certo che sì.

V. Questo paragone, che si fa tra due quantità, chiamalo RAGIONE, o PROPORZIONE.

C. Sicchè questa proporzione è tra due cose.

V. Nessuna cosa può paragonarsi a se stessa, sempre nel paragone sono due cose; onde disse il S. Dot. AGOSTINO: *Omnem comparationem fugit singularitas*. Que- N. 2. *Mus. l. 2. c. 3.*

ste cose, che si paragonano, chiamale TERMINI: il primo che si paragona chiamalo ANTECEDENTE, il secondo, al quale si paragona, chiamalo CONSEGUENTE.

C. In che consiste questo paragone delle Quantità?

V. Una quantità a rispetto di un altra può considerarsi, o come uguale, o come maggiore, o come minore.

C. Intendo. Il paragone è quando si considera, che una linea p. c. di due palmi è uguale ad un altra, anco di due palmi.

V. Sì. E questa chiamala PROPORZIONE di UGUAGLIANZA.

C. E se si paragona quantità maggiore alla minore, cioè 4 a 2.

V. Chiamala proporzione di MAGGIORE DISUGUAGLIANZA: e se paragoni la minore colla maggiore, cioè 2 a 4, chiamala di MINORE DISUGUAGLIANZA.

N. 3. *C.* Importa, che una più o meno volte contenga un' altra quantità?

V. No. Sempre la porpozione è di maggiore disuguaglianza; la maggior quantità però, che contiene più volte la minore, chiamala MOLTIPLICE.

C. E la minore come si chiamarà?

V. Chiamala PARTE, e se presa alcune volte compone intieramente la maggiore chiamala PARTE ALIQUOTA, come 6 è moltiplice di 2, e 2 è parte aliquota di 6, perchè preso tre volte compone intieramente 6.

C. E se la minore non compone intieramente la maggiore?

V. Chiamala PARTE ALIQUANTA, come 2 è

par-

parte aliquanta di 5, perchè preſo due volte non compone intieramente il 5; e preſo tre volte ſupera il 5.

C. Vi è differenza tra le moltiplici, quando una contiene più di un altra la parte aliquota?

V. Certo. Se la maggior contiene due volte la minore, queſta proporzione chiamala DUPLA, ſe tre volte TRIPLA, &c.

C. E quando la parte aliquota ſi paragona alla quantità moltiplice, come 2 a 4. N. 4.

V. Allora chiamala SUMMOLTIPLICE: e ſe la parte aliquota è contenuta due volte dalla moltiplice, chiamala SUDDUPLA, come 2 a 4: ſe tre volte SUTTRIPLA, come 2 a 6, &c.

Or dimmi, ſe aveſſi da ritrovare la proporzione tra due quantità inuguali della ſteſſa ſpecie, cioè tra due linee, come fareſti?

C. Vederei quante volte la maggiore contiene la minore, e ſe la conteneſſe due volte, direi, che tra di loro è la proporzione dupla.

V. Ti regolareſti dunque dal numero delle volte, che la maggiore contiene la minore. Queſta proporzione, che ſi conoſce per mezzo de numeri, chiamala RAZIONALE.

C. Vi ſarà anco l'IRRAZIONALE dunque?

V. Senza dubbio: Quella che non può ſpiegarſi per N. 5. mezzo de numeri, nè ſani, nè rotti: come il lato del quadrato col ſuo diametro, ed altre.

C. Sicchè non vi è proporzione tra il lato del quadrato, e ſuo diametro.

V. La proporzione, che vi è, non ancora è conoſciuta; onde non può ſpiegarſi co' numeri, e perciò diceſi Irrazionale.

C. Poſ-

C. Possono essere più termini nella proporzione?

V. Se per proporzione intendi ragione bastano due termini; se intendi la proporzionalità, che li Greci chiamano ANALOGIA, devono almeno essere quattro termini, due antecedenti, e due conseguenti; perchè l' Analogia non è tra le quantità, come è la ragione, ma tra il rispetto, che anno tra loro le quantità, come trà il rispetto, che a' 16 ad 8, e 4 a 2; onde devono essere quattro li termini proporzionali.

C. Si può dare questa proporzione tra più, o meno di quattro?

V. Tra meno no. E se bene alle volte sono tre, il secondo termine serve di conseguente del primo, ed antecedente del secondo, come 2 a 4, così 4 ad 8. N. 6. Vi è poi la proporzione continua, li di cui termini possono essere infiniti.

C. Come è questa proporzione continua?

V. 2, 4, 8, 16, 32, &c. sono in proporzione continua, la stessa proporzione è tra 2 e 4, che tra 4 ed 8 &c.

C. Di grazia: L' antecedente può essere conseguente?

V. In più maniere si possono variare nella proporzione li termini proporzionali. Devi però prima sapere, che li Matematici si servono di alcuni segni, e caratteri per brevità delle loro operazioni, come anco delle lettere dell' Alfabeto per denotare le quantità, di qualsivoglia sorta elle siano. Due punti così: denotano il paragone tra due quantità, 4 : 2, cioè 4 a 2. Quattro punti così :: denotano il paragone tra due ragioni, 4 : 2 :: 6 : 3, cioè 4 a 2, come 6 a 3.

C. Mi piace questo modo di abbreviare.

V. E perchè non tutte le quantità si possono con giun-

giungere, e separare, come li numeri; perciò si servono di alcuni caratteri, che denotano uguaglianza, aggiunzione, sottrazione, e partizione. N. 7.

C. Quali sono questi caratteri?

V. Per denotare uguaglianza usano due lineette una sopra l' altra così =: Altri questo carattere ∞ p. e. A = B, overo A ∞ B, e vuol dire A uguale a B. Per l' aggiunzione usano una piccola croce così +, A + B, e vuol dire A più B, cioè A giunto con B. Per la sottrazione usano una sol lineetta —, così A—B, vuol dire A meno B, cioè A dal quale si deve torre B. Per la moltiplicazione si uniscono le lettere senza segno veruno, A B vuol dire A da moltiplicarsi per B. Per la partizione si usa il metodo derotti dell' Aritmetica volgare, $\frac{A}{B}$, cioè A da partirsi per B.

C. Vi sono più di questi caratteri?

V. Questi bastano per ora.

C. Di grazia: Ditemi adesso la variazione de termini proporzionali.

V. Quattro sono li termini proporzionali, come già sai, nelle proporzionalità: Antecedente primo, N. 8.
e secondo, conseguente primo e secondo. Quando tu paragoni l' Antecedente primo al conseguente primo, e l' antecedente secondo al conseguente secondo: questa proporzione chiamala DIRETTA.

C. Essendo 16. primo antecedente, 8. primo conseguente, 4. secondo antecedente, e 2. secondo conseguente: se io dico 16 : 8 :: 4 : 2 la proporzione sarà DIRETTA.

V. Se poi paragoni l' antecedente primo all' antecedente secondo, ed il conseguente primo al conseguente secondo, chiamala ALTERNA.

C. Sarà

C. Sarà dunque 16 : 4 : : 8 : 2; e vale il dire, che essendo 16 : 8 : : 4 : 2, sarà ancora 16 : 4 : : 8 : 2?

V. Questo è chiaro; Perchè la variazione alterna delli termini varia, ma non toglie la proporzione; onde sin come quante volte 16 conteneva 8, tante volte 4 conteneva 2: così alterando, quante volte 16 contiene 4, tante volte 8 contiene 2. E vero però, che nella proporzione alterna le quantità devono essere della stes-
N. 9. sa specie.

C. O' ben inteso il tutto.

V. Paragonando poi li conseguenti alli antecedenti, questa proporzione chiamala INVERSA.

C. Non ò che replicare, poichè essendo 16 : 8 : : 4 : 2. In questa proporzione inversa 8 : 16 : : 2 : 4: (se il 16 ~~conteneva 8, ed il 4 conteneva 2.~~) l'8 e contenuto dal 16, ed il 2 dal 4. onde chiaramente appare, che in questa proporzione si muta solo l'azione in passione, poichè l'antecedente, che conteneva il conseguente, fatto conseguente, ed il conseguente antecedente, questo non più contiene, ma è contenuto dal conseguente.

V. Ma se congiungendo gli antecedenti colli conseguenti li paragoni alli conseguenti, 16 + 8 : 8 : : 4 + 2 : 2. questa chiamala COMPOSIZIONE DI RAGIONE.

C. Anche questo intendo; Poichè essendo nella stessa ragione gli antecedenti colli conseguenti, aggiungendosi alli antecedenti una parte proporzionale, resta la pro-
N. 10. porzione, se ben varia denominazione, come la detta, che da dupla si fa tripla.

V. Quando poi togliendo li conseguenti dalli antecedenti, il resto lo paragoni colli conseguenti, questa proporzione chiamala DIVISIONE DI RAGIONE.

C. Se nella composizione s'aggiunge, nella divisione si to-si toglie una parte proporzionale; onde essendo 16: 8 :: 4 : 2; sarà anco 16 - 8 : 8 :: 4 - 2 : 2, e resta la proporzione, se bene non la stessa.

V. Invertendo però la composizione, o divisione, questa proporzione chiamala CONVERSIONE di RAGIONE.

C. Essendo 16 + 8 : 8 :: 4 + 2 : 2. la conversione sarà 8 : 16 + 8 :: 2 : 4 + 2. lo stesso è della divisione 8 : 16 - 8 :: 2 : 4 - 2. (n. 9.)

V. Da questo puoi chiaramente comprendere, che la somma degli antecedenti alla somma delli conseguenti è come uno antecedente al suo conseguente.

C. Questo è chiaro: Perchè se 16 è doppio di 8, e 4 di 2, è di uopo sia 16 + 4 doppio di 8 + 2, onde sarà 16 + 4 : 8 + 2 :: 16 : 8, o 4 : 2.

V. Se poi li termini sono continui proporzionali, le loro differenze anno la stessa ragione. Essendo continui proporzionali 16, 8, 4, 2, ed essendo le loro differenze 8, 4, 2, queste differenze anno la stessa proporzione, che li primi termini; Perchè se la proporzione è dupla, la differenza è la metà dell' antecedente: se tripla è due terzi, se quadrupla trè quarti dell'antecedente &c. onde togliendosi sempre dall' antecedente una parte proporzionale, che è il suo conseguente, resta nelli residui la stessa proporzione. N. 11.

C. Questo l'ò già inteso. Vi è altro modo di paragonare le quantità tra di loro?

V. Nella proporzione continua si può paragonare il primo al terzo termine: cioè, essendo continui proporzionali 16, 8, 4, 2. Se si paragona 16 a 4, che è il primo al terzo termine, questa proporzione si dice DUPLICATA di 16 ad 8. così se si paragona il primo

I al.

al quarto termine, si dice TRIPLICATA del primo al secondo, e se si paragona il primo al quinto termi-
N. 12. ne si dice QUADRUPLICATA del primo al secondo, &c.

C. Che vuol dire questa proporzione duplicata, triplicata, &c.

V. La ragione duplicata è quando il denominatore della ragione moltiplica due volte, cioè moltiplica il minimo termine della ragione, e poi moltiplica il prodotto dal minimo termine moltiplicato. Il denominatore della ragione 16, 8, 4 è 2: questo denominatore 2 moltiplica il minimo termine 4, e poi moltiplica 8, che è il prodotto dal 4, e fa 16: la ragione di 16 a 4 si dice duplicata di 16 ad 8, perchè il 2 si prende due volte, e così si prende tre volte se è triplicata, &c.

C. Come si conosce qual sia questo denominatore?

V. Il denominatore di qualsivoglia ragione, purche sia continua, si trova col dividere due termini contigui, il maggiore per il minore, il quoziente è il denominatore, che si cerca: p. e. nella ragione continua 16, 8, 4, 2, si divide il 16 per 8, o pure l'8 per 4, o'l 4 per 2, e sempre ne viene lo stesso quoziente 2, e questo è il denominatore della detta ragione, ed in
N. 13. tutte le ragioni, purchè siano continue, si opera dello stesso modo.

C. Vi è altro intorno a queste proporzioni?

V. Vi è molto. Devi perciò sapere, che se sono più ragioni uguali, o duplicate, o triplicate di un' altra sono uguali tra loro. O pure, se una ragione è duplicata, o triplicata di più ragioni, queste sono uguali tra loro: E parimente le ragioni composte

di

di uguali ragioni ſono uguali tra loro.

C. Quanto avete detto ſtimo vero. Perchè eſſendo la ragione di 16. ad 8., e la ragione di 8 a 4 amendue uguali alla ragione di 2. ad 1. ſarà la ragione di 16. ad 8. uguale alla ragione di 8. a 4. eſſendo ciaſcuna dupla.

Così eſſendo la ragione di 16. a 4. duplicata della ragione di 8. a 4. e la ragione di 8 a 2 parimente duplicata di 8. a 4, ſaranno uguali le due ragioni di 16 a 4, e di 8 a 2.

Eſſendo poi 16 : 4 :: 8 : 2, ed eſſendo la ragione di 16 a 4 duplicata di 8 a 4, ſarà anco 8 a 2 duplicata di 8 a 4. N. 14.

Parimente ſe la ragione di 16 a 4 è duplicata di 8 a 4, ed anco duplicata di 4 a 2, ſarà 8 : 4 :: 4 : 2.

Di più, eſsendo la ragione di 16 a 4 compoſta di 16 ad 8, e di 8 a 4: Parimente la ragione di 12 a 3 compoſta di 12 a 6, e di 6 a 3, ed eſsendo 16: 8 :: 8 : 4, ed 8 : 4 :: 12 a 6, e 12 : 6 :: 6 : 3, ſarà 16 : 4 :: 12 : 3; onde ſono uguali li compoſti di uguali ragioni.

V. Queſto modo di paragonar gli eſtremi tolti li mezzi chiamalo di UGUALITA'.

C. Mi pare che le ragioni ſi paragonano tra loro dello ſteſso modo, che le quantità.

V. Certamente: Anzi quel che ſi è detto delle ragioni ſi deve intendere anco delle quantità: Poichè le quantità uguali tengono una ſteſsa ragione ad un' altra qualſivoglia; ed una qualſivoglia tiene la ſteſsa ragione a due uguali.

E ſe due quantità tengono una ſteſsa ragione ad un altra ſono uguali. E ſe una quantità tiene la ſteſsa ragione a due, queſte ſono uguali. N. 15.

C. E' chiaro quel che avete detto. Perchè due 8 devono avere la ſteſsa ragione a 4. E 4 deve avere la ſteſsa ragione a due 8. E due 8 avendo la ſteſsa ragione a 4 ſono uguali, e 4 avendo la ſteſsa ragione a due 8, ſono uguali.

V. Quindi ſi deduce, che li mezzi proporzionali tra li ſteſſi, o uguali termini ſono uguali tra loro.

C. Che s'intende per queſte mezze proporzionali?

V. Poſte tre quantità continue proporzionali 8, 4, 2, il 4 di mezzo ſi chiama mezzo proporzionale, perche ſta in mezzo li termini proporzionali.

C. O' inteſo. Sicchè poſte tre quantità 8, 4, 2 continue proporzionali, ed altre tre ſimilmente continue
N. 16. proporzionali A, B, C, ſe li termini eſtremi della prima proporzione 8, e 2 ſono uguali all'eſtremi A, C dell' altra proporzione, li mezzi 4, e B ſono anco uguali. Queſto mi pare aſsai evidente, ſichè non à biſogno di prove, perchè non ſarebbono uguali gli eſtremi ſe non foſsero uguali li mezzi, onde non ſarebbono continui proporzionali.

V. Così queſta, come anco tutte le già dette propoſizioni ſono della ſteſsa maniera.

Ma dimmi, ſe foſsero due quantità inuguali, che proporzione averebbono con un' altra qualſivoglia quantità?

C. Stimo, che la maggiore averebbe maggior proporzione della minore ad un' altra quantità: cioè che 8 averebbe maggior proporzione di 6 a 4.

V. Perchè?

C. Perchè 8 à più parti di 4, che 6 dello ſteſso 4, poichè 8 contiene due volte 4, e 6 contiene una volta e mezza lo ſteſso 4.

V. E

V. E se si paragonasse 4 ad 8, ed a 6?

C. Averebbe 4 minor proporzione ad 8, che a 6, perchè 4 à meno parti di 8, che di 6; poichè 4 è metà di 8, e due terzi di 6, e la metà è minore di due terzi; onde ne siegue, che la ragione di 4 a 6 è maggiore della ragione di 4 ad 8, e se la ragione è maggiore sarà 6 minore di 8. N. 17.

V. Molto bene. Ma se fosse 8 : 4 :: 6 : 3. essendo disuguali 4, e 3, saranno ancora disuguali 8, e 6: ed al contrario, essendo disuguali 8, e 6 saranno ancora disuguali 4, e 3; onde se 8 è maggiore di 6, anco 4 sarà maggiore di 3, ed al contrario.

C. Sì. Perchè essendo 8 : 4 :: 6 : 3, ed essendo disuguali 4, e 3, se 8, e 6 non fossero disuguali, sarebbono uguali; onde sarebbe maggiore la proporzione di una, che dell'altra; cioè, se 8, e 6 fossero uguali, la proporzione con 4 e 3 sarebbe inuguale; onde non sarebbe 8 : 4 :: 6 : 3.

V. Quindi avviene, che moltiplicandosi un termine della proporzione, è necessario, che anco per lo stesso numero si moltiplichino tutti li termini, acciò resti la stessa proporzione, e lo stesso deve farsi nella divisione. N. 18.

C. Di grazia, spiegate meglio quel che avete ora detto.

V. Essendo 20 : 10 :: 16 : 8, se si moltiplica, o sparte alcuno delli detti numeri per 2, lo stesso deve farsi di tutti li termini, perchè resti la stessa proporzione.

C. O' capito. Moltiplicandosi per 2 il primo termine della detta proporzione, cioè 20, si devono moltiplicar tutti li termini per lo stesso 2, acciò resti la stessa proporzione, e sarà 40 : 20 :: 32 : 16 lo stesso avviene dividendosi per 2. sarà 10 : 5 :: 8 : 4.

V. Da quel che fin ora abbiamo discorso puoi com-

pren-

prendere: che un tutto ad un altro tutto è come una parte dell'uno ad una parte ſimile dell'altro.

E come la parte ſimile alla parte ſimile, così il tutto al tutto.

Anzi eſſendo una parte ſimile ad una parte ſimile, come il tutto al tutto, ſarà anco il reſto al reſto,
N. 19. come il tutto al tutto, o come la parte alla parte.

E ſe il reſto al reſto è come la parte alla parte; il tutto al tutto averà la ſteſſa ragione.

C. Non ò ben compreſo quel che ora avete detto, e ſopra tutto ditemi, che s'intende per queſte parti ſimili?

V. Sia un tutto 6, e l'altro 3, quella ſteſſa proporzione averà 6 a 3, che una metà, o un terzo, o un quarto &c. di 6 ad una metà, o terzo, o quarto di 3. queſte metà, terzi, o quarti &c. ſi chiamano parti ſimili.

C. Adeſſo ò inteſo. Egli è certo, che come 6 a 3, così 2 terzo di 6 ad 1 terzo di 3, e come 2 : 1 :: 6 : 3. ed eſſendo una parte alla parte, come il tutto al tutto, ſarà nella ſteſſa proporzione il reſto al reſto. Eſſendo 2 parte di 6 ad 1 parte di 3, come 6 a 3: ſarà anco 4 reſiduo di 6 a 2 reſiduo di 3, come 6 a 3, o come 2 ad 1., ed eſſendo li reſidui nella ſteſſa proporzione delle parti, ſarà ancora nella ſteſſa proporzione il tutto al tutto, e ſarà 2 : 1 :: 6 : 3, o 4 : 2 :: 6 : 3.

DEL-

DELLE PROPORZIONI PARTICOLARI.

DIAL. VIII.

V. STimo ti ricordi quello, che si discorse intorno all'uguaglianza de' triangoli, e parallelogrammi. N. 1.

FIG.XIV.

C. Mi ricordo bene, che si dimostrorno uguali li triangoli, e parallelogrammi fatti su la stessa, o ugual base, e tra le stesse parallele. (D.IV.n. 13. e 14.)

V. Quelli triangoli dunque, che anno la stessa altezza, averanno la proporzione delle basi, cioè se le basi sono uguali, li triangoli sono uguali, se una base è metà dell'altra, un triangolo è metà dell'altro, &c. *I. 6.*

C. Questo è evidente, perchè avendo il triangolo ABC la stessa altezza del triangolo BCD, se la base AC è uguale, o terzo, o quarto della base CD, il triangolo ABC sarà uguale, terzo, o quarto del triangolo BCD.

V. E quel che si è detto delli triangoli, deve intendersi anco delli parallelogrammi.

C. Sì, perchè già si dimostrò, che li triangoli sono la metà delli parallelogrammi. (D.IV.n.13.)

V. Ed è certo ancora, che quelli triangoli, o parallelogrammi, che anno la stessa, o ugual base, anno la proporzione dell'altezze. N. 2.

C. Po-

C. Potendosi variare la base delli triangoli in altezza, e l'altezza in base, è certo, che anno la proporzione delle altezze.

V. Li triangoli dunque, e parallelogrammi averan-
23.6. no la ragione composta delle basi, ed altezze.

C. Vorrei meglio intendere questo, che dite.

V. Il triangolo 2 al triangolo 4 à la ragione composta di A C a C D, che sono le basi, e di BC a C I, che sono l'altezze.

C. Come si dimostra?

V. Il triangolo 2 al triangolo 3 à la ragione di A C a C D, per la stessa altezza in B: (n. 1.) il triangolo 3 al triangolo 4 à la ragione di B C a C I, per la stessa altezza in D: (n. 1.) la ragione di 2 a 4 è composta di 2 a 3, e 3 a 4.

C. O' inteso: Dunque la ragione di 2 a 4 è compo-
N. 3. sta delle ragioni di A C a C D, e di B C a C I, che sono uguali alle ragioni di 2 a 3, e 3 a 4, che sono le basi, ed altezze. E lo stesso deve dirsi delli parallelogrammi.

V. Certo. Quelli triangoli poi, o parallelogrammi, che anno le basi, ed altezze reciproche, sono uguali.

C. Come s'intende, che le basi, ed altezze siano reciproche?

V. Che siano li lati proporzionali, e li due estremi della proporzione siano in una figura, e li due mezzi nell'altra.

C. Saranno uguali questi triangoli?

V. Senza dubbio: li due triangoli 2, e 4 avendo li lati reciprochi A C : C D :: I C : C B, ed essendo uguali queste ragioni, sono uguali li triangoli.

C. Così è. Essendo li triangoli 2 : 3 :: AC : CB per l'all'altezza uguale CB; e li triangoli 4 : 3 :: IC : CB, anco per l'altezza uguale CD, ed essendo uguali le ragioni di AC a CD, e di IC a CB, saranno li triangoli 3 : 2 :: 3 : 4; onde li triangoli 2, e 4 sono uguali. N. 4.

V. Quando poi li triangoli, o parallelogrammi sono uguali, ed anno un angolo uguale, anno li lati, intorno gli angoli uguali, reciprochi. 14. 6.

C. Non si difficulta; Perchè essendo uguali li triangoli 2, e 4, ed avendo gli angoli in C uguali, per l'Ipotesi, averanno li lati reciprochi, perche avendo li triangoli 2, e 4 la ragione composta delli lati (n. 2) sarà AC : CD :: IC : CB, che sono gli estremi in una figura, e li mezzi nell'altra. 15. 6.

V. E se anno l'angolo uguale, e li lati reciprochi, sono uguali.

C. Parche questo siasi già detto (n. 3.) Perchè li due triangoli 2, e 4 avendo gli angoli in C uguali, ed avendo tra loro la proporzione composta delli lati reciprochi, sarà il triangolo 3 : 2 :: DC : CA, ed anco 3 : 4 :: CB : CI, ed essendo per l'ipotesi CD : CA :: CB : CI, il triangolo, o parallelogrammo 3 a 2 averà la stessa ragione che a 4, onde 2, e 4 sono uguali. (n. 3.) N. 5.

V. Quindi si deduce, che se saranno tre, o quattro rette proporzionali il parallelogrammo, che si fa dall'estreme, è uguale al parallelogrammo fatto da quelle di mezzo, purchè siano equiangoli li parallelogrammi. 16. 6.

C. Questo è certissimo, perchè essendo DC : CA :: BC : CI, il parallelogrammo ACB fatto da quelle di mezzo CA, CB è uguale al parallelogrammo DCI, fatto dall'estreme DC, CI, perche anno gli angoli

K in

in C uguali, e sono reciprochi li lati. (n. 3.)

V. Sarà lo stesso, se saranno tre rette proporzionali.

17. 6. *C.* Sì: Perchè quella di mezzo equivale a due, essendo conseguente della prima, ed antecedente della terza; onde il quadrato della media sarà uguale al rettangolo dell'estreme.

4. 6. *V.* Or sappi, che li triangoli equiangoli anno si lati

N. 6. proporzionali; cioè essendo equiangoli li due triangoli 2, e 4 sarà IC : CD :: AC : CB.

C. Come si dimostra?

V. Siano verticali li due angoli in C delli triangoli 2, e 4, e gli altri due uguali ABC, CID siano alterni, saranno parallele AB, ID (D.V. n. 5.), e tirate le rette BD, AI, li triangoli ADI, BDI sopra la stessa base ID, e tra le stesse parallele AB, ID saranno uguali (D.IV. n. 14) tolto il comune triangolo 4, restaranno uguali 3, e 5, che averanno gli angoli in C uguali, dunque li lati intorno detti angoli uguali reciprochi, e sarà IC : CD :: AC : CB (n. 4); dunque proporzionali li lati delli triangoli 2, e 4.

C. Così parimente si possono dimostrare proporzionali gli altri lati, facendosi gli angoli verticali.

N. 7. *V.* La retta poi parallela alla base del triangolo, fa li triangoli, e li segmenti simili, ed al contrario; Come nel triangolo ICD: le parallele alla base ID, cioè

2. 6. LP, ed AB fanno li triangoli ACB, CLP, CID

FIG.XV. simili. Poichè per ragione delle parallele sono uguali gli angoli CLP, CID, CBA, ed anco BAC, CPL, CDI (D. IV. n. 6.) e parimente li verticali in C (D. II. n. 17.), onde li triangoli ICD, LCP, ACB sono equiangoli, e perciò simili, e proporzionali li lati (n. 6.) IC : CD :: LC : CP, o come AC, a CB:

a CB: e per essere tutta CI a tutta CD, come la parte LC alla parte CP.

C. O' già inteso. Così sarà il residuo IL al residuo PD, onde e li triangoli, e li segmenti ancora saranno simili (D.VII. n. 19.)

V. Al contrario se una retta LP taglia li lati proporzionali LC : CP :: IC : CD sarà parallela LP ad ID; Perchè se si considera per L tirata una parallela ad ID doverà tagliare li lati proporzionali, e perciò necessariamente passarà per P.

C. E così sarà la stessa LP. N. 8.

V. Ancora se due triangoli CDI, QIR anno li tre lati proporzionali tra loro, li triangoli sono simili. 5. 6.

C. Cioè sono equiangoli.

V. Appunto. Presa CP uguale ad IQ, e tirata PL parallela a DI, sarà CD: CI :: CP: CL, era CD:CI :: IQ: IR; dunque CP: CL :: QI: IR. (n. 7.) è uguale CP ad IQ, ex constr. dunque CL uguale ad IR: Era parimente CD: DI :: IQ: QR :: CP : PL; dunque PL uguale a QR; dunque tutto il triangolo CPL uguale a tutto il triangolo IQR: il triangolo CPL è equiangolo al triangolo CDI.

C. O' capito; dunque il triangolo IQR è equiangolo al triangolo CDI.

V. Da tutto ciò si deduce, che due triangoli DCI, QIR avendo gli angoli DIC, QRI uguali, e li lati intorno questi angoli proporzionali, cioè CI : ID :: IR : RQ, saranno equiangoli. N. 9. 6. 6.

C. Questo è vero; Perchè, come sopra, prendendosi PC uguale ad IQ, e PL parallela a DI, si dimostrano li triangoli uguali (n. 8.)

V. Così ancora: Se li triangoli tengono un angolo

7. 6. uguale, e li lati, che comprendono l' altro angolo proporzionali, ed il terzo angolo d' una stessa specie, sono simili.

C. Non ò ben inteso quel che avete detto.

V. Se li due triangoli DCI, QIR anno gli angoli DCI, QIR uguali, e li lati intorno gli angoli D, Q proporzionali, e gli altri due angoli I, R della stessa specie, sono simili.

C. Certo che sì; Perchè fatta come prima PC uguale a QI; e tirata PL parallela a DI, sarà CP: PL :: CD : DI :: IQ : QR, per l' Ipotesi; onde come CP, uguale ad IQ, a PL uguale a QR, così CD a DI; e perciò li due triangoli PCL, QIR, che anno due lati CP, e PL uguali a QI, QR, e gli angoli in C, ed I uguali, sono uguali, ed equiangoli; e perchè il triangolo PCL è simile a DCI, que-
N. 10. sto sarà anco simile ad IQR.

V. Da questo poi si deduce, che se li triangoli DCI, QIR sono simili, ed anno le basi omologhe in una retta CR, gli altri lati sono paralleli.

C. Questo è certissimo, perchè la retta CR fà gli angoli I, ed R, che sono uguali per l' Ipotesi, come
32. 6. anco gli angoli DCI, QIR uguali; dunque parallele ID, RQ, come anco CD, IQ.

V. E se li triangoli anno li lati paralleli, averanno gli angoli uguali per ragione delle parallele, e perciò simili.

FIG.XIV. *C.* In questo non ò difficoltà veruna.

V. Ma se la retta BC nel triangolo ABD sparte l'angolo B in due parti uguali, sparte la base AD
3. 6. in parti proporzionali alli lati, e sarà AC : CD :: AB : BD.

C. Non

C. Non può dubbitarsi, perchè la retta B C fa li triangoli simili. N. 11.

V. Come lo dimostraresti?

C. Prolongata B D in S, che B S sia uguale a B A, e congionti li punti A, S, l'angolo S sarà uguale all'angolo A (D. III. n. 10) e l'angolo A B D esterno uguale alli due interni opposti A, S (D. IV. n. 9.) l'angolo A B D è diviso per metà; dunque l'angolo C B D uguale ad S, che sono alterni; dunque parallele AS, BC (D. IV. n. 5.); dunque A C : C D :: S B, o sua uguale AB : B D. (n. VII.)

V. Bene. Se poi nel triangolo A B D la retta BC col lato AB fà l'angolo ABC uguale all'opposto ADB, forma il triangolo ABC simile a tutto il triangolo A BD, ed il lato AB è medio tra DA, CA, base, e segmento contermine con AB.

C. Stimo bene, che sia così; perchè l'angolo B A C è comune, l'angolo A B C, per l'Ipotesi, è uguale all'angolo B D A; onde sono equiangoli li triangoli A B C, A B D, e perciò simili; onde sarà A C : A B :: AB : AD.

V. Così è: E da questo si deduce, che la perpendicolare BC, che si tira dall'angolo supposto retto, B, N. 12. fà due triangoli ABC, CBD simili trà loro, e simili a tutto il triangolo ABD. 8. 6.

C. Questo anco è certo, perchè nelli triangoli ABD, ABC, l'angolo BAC è comune; l'angolo ABD, supposto retto, uguale all'angolo BCA; onde l'angolo ABC uguale all'angolo BDC, e perciò equiangoli, e simili li triangoli ABD, ABC. (D. IV. n. 8.) Così ancora essendo comune l'angolo CDB, e gli angoli ABD, BCD retti, saranno equiangoli, e simili li due triangoli A B D,

BCD,

BCD, e perciò saranno anco simili trà loro li due triangoli ABC, BCD. (n.6.)

V. Da quelche ai detto si deduce, che è AC : CB :: CB : CD.

C. Certo che sì; onde la perpendicolare CB è media tra li segmenti AC, CD.

V. Ed essendo CA: AB :: AB : AD?

C. Il lato AB sarà anche medio tra la base AD, ed il segmento contermine AC. lo stesso può dimostrarsi dell' altro lato.

N. 13. *V.* E' d' uopo adesso che sappi, che tutte le figu-
21.6. re simili ad un' altra, sono simili tra loro.

C. Non ne dubbito punto, perchè tutte hanno gli angoli uguali, e li lati proporzionali a quelli dell' altra, e per conseguenza tra loro. (n. 6.)

V. Devi anco sapere, che le figure simili si risolvono in triangoli simili.

C. Come è questo, che dite adesso?

V. Li tre Poligoni descritti nella figura XVI. sono si-
FIG.XVI mili essendo equiangoli; Onde tirandosi le rette a congiungere gli angoli opposti formaranno li triangoli tutti simili,
20.6. cioè li triangoli 1, 2, 7 simili tra loro, così 4, 3, 8, e 5, 6, 9.

C. Come si dimostra, che questi triangoli siano simili?

V. Li Poligoni simili hanno gli angoli uguali, per-
N. 14. chè altrimente non sarebbono simili, e perchè come AB : BC :: CD : DG, e gli angoli D, B sono uguali, sono simili li due triangoli 1, e 2: (n. 8.) dello stesso modo si dimostrarà, che siano simili li triangoli 5, e 6. E perchè tutto l' angolo BCR è uguale a tutto l' angolo DCL, e la parte BCA è uguale alla parte DCG, il resto ACR sarà uguale al resto GCL: dello stesso modo si dimostraranno ugua-

li

li li due angoli ARC, GLC; onde anco l'angolo CAR sarà uguale all'angolo CGL.

C. O' già capito. Li triangoli dunque 2, 3, 6 sono equiangoli colli tre triangoli 1, 4, 5, e per conseguenza simili.

V. Queste figure però simili tutte hanno la ragione duplicata delli lati omologi, cioè corrispondenti. 19.6.

C. Li due triangoli simili 2, e 4 hanno la ragione duplicata delli lati AC a CD; Perchè fatti gli angoli in C verticali, e prolongata CD in O, sicchè sia AC : CD :: CD : CO, e tirata BD. li due triangoli 2, e 3, per la stessa altezza in B, hanno la ragione delle basi; e perciò 2 : 3 :: AC : CD (n. 1.); così ancora il triangolo 3 a 4 per la stessa altezza in D averà la ragione di CD a DO, essendo la stessa che di AC a CD; onde sarà 2 : 3 :: 3 : 4; perciò essendo continui proporzionali 2, 3, 4, la ragione di 2 a 4 sarà duplicata di 2 a 3 (D. VII. n. 11.) che è la stessa di AC : CD, o CD a DO. FIG.XIV N. 15.

C. Questa dimostrazione vale per tutte le figure?

V. Sì. Perchè dimostrandosi, che ciascuno triangolo al suo simile à la ragione duplicata delli lati, tutta la figura averà parimente la ragione duplicata alla sua simile.

C. Così è. Essendo il tutto al tutto simile, come la parte simile alla parte simile. (D. VII. n. 18.)

V. Da questo ne siegue, che le figure simili, descritte sopra le rette proporzionali, sono proporzionali. FIG.XVI

C. Certo che sì: Perchè tutte hanno la ragione duplicata delli lati omologi, come è chiaro del già detto: Poichè essendo quattro rette proporzionali AR : RP :: BC : LO, le figure simili, descritte sopra 22.6. N. 16.

AR,

AR, RP, averanno la stessa proporzione, che le figure simili sopra BC, LO; onde sarà 6 e 7 :: 2 + 3 : 8 + 9; perchè come 6 a 7 tiene la ragione duplicata di AR ad RP, così il trapezio 2 + 3 al trapezio 8 + 9 tiene la ragione duplicata di BC ad LO: la ragione di AR ad RP è la stessa che di BC ad LO; dunque 6 : 7 :: 2 + 3 : 8 + 9.

V. Quindi si deduce, che la figura 1 + 4 + 5, che
31.6. si forma dalla base CL sotto l'angolo retto del triangolo RCL, sarà uguale alle due simili 2 + 3 + 6, 7 + 8 + 9, che si formano dagli altri due lati intorno l'angolo retto, cioè CR, RL.

C. Questo si è già dimostrato delli quadrati. (D.V. n. 9.) sarà anco vero in tutte le figure simili?

V. Certo, in tutte le figure simili, perchè le figure simili di quanti si vogliano lati sono come li quadrati: cioè tengono la medesima ragione duplicata delli lati omologi. (n. 14.)

N. 17. *C.* Mi ricordo bene, che si è dimostrato, che tutte le figure simili tengono la ragione duplicata delli lati omologi. (n. 14)

V. Or perchè il quadrato di CL è uguale alli quadrati di CR, RL (D.V. n. 9) qualsivoglia altra figura, fatta da CL, sarà uguale alle sue simili fatte da CR, RL.

C. Credo, che questa verità possa dimostrarsi independentemente dall'uguaglianza delli quadrati.

V. Può universalmente dimostrarsi di tutte le figure simili.

C. In che modo?

V. Tirata la perpendicolare RV dall'angolo retto R, sono continue proporzionali CL, LR, LV. (n. 12.)

(n. 12.) onde sarà $1+4+5:7+8+9::CL:LV$. (n. 5.) così ancora essendo proporzionali CL, CR, CV. sarà $1+4+5:2+3+6::CL:CV$; essendo dunque $CL:LV::1+4+5:7+8+9$, e $CL:CV::$ N. 18.
$1+4+5:2+3+6$.

C. O' inteso. LV, ed VC sono uguali a CE, dunque $2+3+6$, e $7+8+9$ sono uguali ad $1+4+5$.

V. Così è, ed è vero ancora, che quelle figure FIG.XVII.
simili, che sono dentro di un' altra con un angolo comune, tengono comune il diametro. 24. 6.

C. Spiegatemi di grazia questa proposizione.

V. Le figure simili BD, GD, che anno l'angolo in D comune, anno anco il diametro BD comune, e li lati paralleli. 26. 6.

C. Di ciò non dubito; Poichè dividendosi le figure simili in triangoli simili dalle diagonali (n. 13.) sarà il triangolo BDC simile al triangolo GDI, e perche l'angolo BDC è comune, e li triangoli simili sarà una sola retta BG, GD, onde la diagonale DB sarà comune, e saranno ancora paralleli li lati, per ragione degli angoli uguali delli triangoli simili (D. IV. n. 5., e 6.)

V. Da quel che si è detto si deduce ancora, che essendo simili li segmenti fatti dalla diagonale, sono anche simili li complementi.

C. Che dubbio? sono simili li tutti DBC, DBA, N. 19.
sono simili le parti 1, 2, 3, 4, sono anco simili li complementi (D. VII. n. 19.) 5, e 6.

V. Si deduce finalmente, che essendo uguali li segmenti, sono anco uguali li complementi.

C. Sono uguali BDC, BDA segmenti fatti dalla 43. 1.
diagonale BD, sono uguali li segmenti 1, e 2, 4,

e 3; dunque sono uguali li complementi 5, e 6 (D. VII. n. 19.)

V. Quel che si è detto delli rettangoli, si deve anco intendere di tutte le figure, che dalle diagonali sono divise in parti uguali.

DEL-

DELLA PROPORZIONE

DELLE PORZIONI DEL CERCHIO, E DELLE RETTE, CHE SECANO, E S'INTERSECANO NEL CERCHIO, E DI ALCUNE PROPOSIZIONI PRATTICHE.

DIAL. IX.

V. CRedo già ſappi, che coſa ſiano le porzioni del cerchio. N. 1.

C. Le ſo beniſſimo, eſſendoſene trattato nel ſecondo diſcorſo. FIG. XI.

V. Or ſappi, che gli angoli, e ſettori de' cerchi uguali tengono la ragione delli loro archi. 33. 6.

C. Non ò difficoltà veruna; Perchè eſſendoſi già dimoſtrato, che l'arco è miſura dell'angolo, e l'angolo è miſura dell'arco (D. II. n. 17.) eſſendo l'arco DAB, doppio dell'arco DA, ſarà l'angolo DEB doppio dell'angolo DEA; e così eſſendo l'angolo DEB doppio dell'angolo DEA, e l'arco DB doppio dell'arco DA, ſarà il ſettore DEB doppio del ſettore DEA.

V. E queſto è vero tanto nello ſteſſo cerchio, quanto ne cerchi uguali; Nelli cerchi diſuguali però, ſe gli archi BD, SL ſono ſimili, le corde, e gli archi DB, SL anno la ragione delli ragi.

C. Nemmeno queſto può dubbitarſi; perchè per eſſere N. 2.

gli archi ſimili DB, SL ſono uguali gli angoli in E, come anco tutti gli angoli del triangolo DEB agli angoli del triangolo SEL per ragione delle parallele DB, SL (D.IV.n.5.) e perciò eſſendo equiangoli li triangoli, li lati ſaranno proporzionali: (D.VIII. n.6.) E per eſſere ED uguale ad EB, come SE uguale ad EL, li triangoli ſono ſimili, e la baſe, o corda DB ad SL è come il raggio ED ad ES. Lo ſteſſo è degli archi, perchè ſe ſi ſpartono ugualmente colla retta ER, ſarà DA uguale ad AB, come SR uguale ad RL, e così ſi corriſponderanno uguali corde, ed archi in ciaſcuno circolo; onde gli archi ſimili tengono la ragione delle corde, che è quella delli raggi.

23. 3. *V.* Quindi chiaramente ſi deduce, che ſopra una ſteſſa retta non ſi poſſono fare due ſegmenti di cerchio ſimili,
24. 3. ed inuguali.

C. Certo, perchè le corde uguali tagliano archi diſſimili nelli cerchi inuguali.

V. Quel che ſi è detto degli archi: lo ſteſſo deve dirſi di tutta una circonferenza all'altra, perchè come la parte alla parte, così il tutto al tutto (D.VII. n. 19. e 20.)

N. 3. Nelli cerchi però diſuguali, le corde, archi, e ſegmenti uguali ſono diſſimili.

C. Certo che sì; Perchè ſe foſſero ſimili averiano la ragione delli raggi, e così ſariano diſuguali, come ſono diſuguali li raggi, che è contro l'Ipoteſi, e perciò ſono diſſimili.

V. Eſſendo però la corda uguale ſeca arco maggiore nel cerchio minore.

C. Così è, perchè ſe aveſſero le corde ugual valore, ſarebbono gli archi ſimili, e ſarebbe minore la cor-

corda, come il raggio del cerchio è minore, e molto più piccola, se l'arco fosse di minor valore; onde se nel minor cerchio l'arco non è di uguale, nè di minor valore, sarà di maggior valore.

V. Inoltre: le figure simili inscritte, o circoscritte ne' cerchi tengono la ragione duplicata delli raggi.

C. Come queste figure inscritte, o circoscritte anno la ragione duplicata delli raggi?

V. Se DEB, SEL sono parti simili di due quadrati inscritti nel cerchio, li lati SL, DB, che sono corde di archi simili, saranno come li raggi SE ad ED, (n. 2) onde perchè il quadrato di SL al quadrato di DB tiene la ragione duplicata di SL a DB (D. VIII. n. 14.) tenerà ancora la ragione duplicata delli raggi SE a DE, e la stessa ragione vale per le circoscritte.

C. O' già capito.

V. Così ancora li settori, e segmenti simili, e li circoli tra loro tengono la ragione duplicata delli diametri, o raggi.

C. Questo è chiarissimo, perchè nelli settori EDB, SEL, il triangolo DEB al triangolo SEL tiene la ragione duplicata di ED ad ES. (n. 4.) N. 5.

V. E se dividerai ugualmente gli archi DB, SL in A, ed R, tirate le rette DA, AB, SR, RL, il triangolo DBA al triangolo SLR averà la ragione duplicata della corda DB alla corda SL, che è duplicata delli raggi ED ad ES; E così continuando in infinito la bisezione.

C. Averanno sempre li triangoli la ragione duplicata delli raggi; onde la somma di tutto il triangolo, che compone un settore, segmento, o cerchio alla somma

del

del ſuo ſimile averà la medema ragione duplicata delli raggi.

V. Quindi è d'uopo ſappi, che ſe due corde ſi tagliano nel cerchio, li ſegmenti ſono reciprochi, e li loro rettangoli uguali.

FIG. X. *C.* Vorrei meglio intendere queſta propoſizione.

N. 6. *V.* Li ſegmenti delle corde CF, DE, che ſi ſecano in H, ſono reciprochi DH : HC :: FH : HE, e li ret-
35. 3. tangoli DHE, CHF, fatti dalli detti ſegmenti, ſono uguali; Perchè tirate le rette CD, EF, gli angoli DCF, ed E ſono uguali, perchè nello ſteſſo ſegmento di cerchio (D. VI. n. 14.), ed ancora ſono uguali gli angoli CDE, ed F per la ſteſſa ragione: gli angoli al vertice H ſono uguali; (D. II. n. 18) dunque li triangoli DHC, FHE ſono equiangoli; (D. VIII. n. 6.) e perciò proporzionali, DH : HC :: FH : HE.

C. Il rettangolo dunque DHE, fatto dall'eſtreme, è uguale al rettangolo CHF fatto dalle medie. (D. VIII. n. 16.)

V. La perpendicolare però, tirata dalla circonferenza al diametro, è media trà li ſegmenti del diametro.

C. Capiſco, queſta verità; Poichè eſſendoſi dimoſtrato, che nel triangolo rettangolo, la perpendicolare dall' angolo retto, tirata alla baſe, lo ſparte in parti proporzionali: e la perpendicolare è media tra li ſegmenti: (D. VIII. n. 12.) Tirata la perpendicolare CO ſul diametro DE, e tirate le rette DC, CE, l'angolo DCE ſarà retto, perchè nel ſemicerchio; (D. VI. n. 15) Onde
N. 7. la perpendicolare, tirata dal punto C dell' angolo retto al diametro DE, lo dividerà in parti proporzionali, e per conſeguenza ſarà EO : OC :: OC : OD; onde CO ſarà media.

V. An-

V. Anco qualsivoglia corda è media trà 'l diametro, che tocca l'estremità di essa corda, ed il segmento, che fa la perpendicolare, che cade dall'altra estremità di detta corda su 'l diametro: cioè la corda C E è media trà 'l diametro D E, ed il segmento O E.

C. Certo: Perchè essendo rettangolo il triangolo DCE, la perpendicolare C O fa li triangoli simili, (D. VII. n. 12) onde sarà D E : E C :: E C : O E, e perciò E C sarà media.

V. La tangente poi è media trà la secante, ed il suo esterior segmento. N. 8.

C. Non vi è dubbio veruno, perchè tirate le rette CE, CD; l'angolo B C D, fatto dalla tangente B C, e dalla secante C D, è uguale all'angolo B E C nell'alterno segmento, (D. VI. n. 16.) l'angolo in B è comune; dunque equiangoli li triangoli B E C, B D C; dunque D B : B C :: B C : B E; dunque la tangente B C è media. *36. 3.*

V. Al contrario, se B C è media sarà tangente.

C. Sì; perchè tirata dal centro I la retta I C, sarà l'angolo I C E uguale all'angolo I E C, essendo isocele il triangolo I E C, (D. II. n. 10.) l'angolo B E C è uguale all'angolo B C D nell'alterno segmento, (D. VI. n. 17.) aggionto a questo l'angolo D C I comune, sarà l'angolo D C E uguale all'angolo B C I, l'angolo D C E è retto; dunque l'angolo B C I sarà parimente retto; dunque B C è tangente (D. VI. n. 10.) *37. 3.*

V. E se dal punto B si tirano due tangenti B C, B Z, queste tangenti saranno uguali, perchè ciascuna è media tra E B, B D.

C. Non contradico, essendosi già dimostrato, che le medie tra listessi, o uguali termini sono uguali. (D. VII. n. 15.) N. 9.

V. E

V. E perchè due ſole rette uguali ſi poſſono tirare da un punto fora del cerchio alla circonferenza conveſsa (D. VI. n. 6.) ſarà lo ſteſſo delle tangenti; cioè due ſole tangenti ſi poſſono tirare da un ſol punto alla circonferenza.

C. Queſto è aſſai chiaro, perchè le tangenti ſono rette, che dal punto fora del cerchio ſi tirano a toccar la circonferenza.

V. Eſſendo dunque la tangente BC media tra la ſecante BE, ed il ſuo eſterior ſegmento BD, (n. 8.) ſarà il
36.3. quadrato di BC uguale al rettangolo di BE, BD, che ſono l'eſtreme (D. VIII. n. 5.)

C. Lo ſteſſo dovrà dirſi della ſecante BF; Perchè tirata GC li due triangoli BGC, BFC ſono equiangoli, perchè l' angolo in B è comune, l'angolo BCG uguale all' angolo BFC nell' alterno ſegmento; (D. VI. n. 17) dunque equiangoli; dunque la tangente è media trà li ſegmenti di qualſivoglia ſecante.

N. 10 *V.* Quindi chiaramente ſi deduce, che li rettangoli fatti dalle ſecanti, e loro eſterior ſegmento, ſono tutti uguali tra loro.

C. E ſe la tangente è media, e ciaſcun rettangolo fatto dalla ſecante, e ſuo eſterior ſegmento è uguale al quadrato della tangente, tutti li rettangoli delle ſecanti (che ſi tirano dal punto, donde ſi tira la tangente,) e loro eſterior ſegmento, ſono uguali tra loro.

V. Così è. E queſto è quanto baſta ſaperſi intorno alli primi ſei libri di Euclide, che ſe bene da me ti è ſtato ſuggerito con ordine differente, non è però fuora d' ordine; eſſendomi ingegnato, quanto più ò poſſuto, ridurre le propoſizioni à luogo opportuno, non ſolo per la brevità dell' opera, ma ancora per renderle facili alla

tua

tua intelligenza, adattandomi alla tua capacità.

C. Vi è forse altro delli primi sei libri di Euclide?

V. Non altro, che le quattordeci proposizioni del quarto libro, che trattano dell' inscrizione, e circoscrizione delle figure ne' cerchi, ed' intorno ad essi, come anco alcune poco proposizioni prattiche degli altri libri, de' quali deve trattarsi nella Geometria prattica.

C. Di grazia: datemi qualche notizia di questa inscrizione, e circoscrizione.

V. Per compiacerti: sappi, che quando averai diviso il cerchio in 360. parti uguali, potrai facilmente inscriverci ogni figura regolare. FIG.XVIII.

C. In che modo?

V. Dividendo 360. per il numero delli lati della figura da inscriversi nel cerchio, il quoziente ti darà il numero delle parti, all' estremità delle quali adattata una retta, sarà lato della figura, che vuoi inscrivere nel cerchio.

Per inscrivere il triangolo equilatero: Divise le 360. parti per 3, il quoziente 120. sarà il lato desiderato. Parimente divise le 360 per 4, il quoziente 90. sarà lato del quadrato, e così successivamente si opera per tutte le figure. N. 12.

C. Non è così facile però questa prattica.

V. E' facilissima quando che abbi il compasso del Galileo, o pure abbi un semicerchio p. es. ABC, la di cui metà AB sia divisa in 90 parti uguali, e dal centro L siano tirate le rette LA, L 5, L 10 &c. a ciascuna parte divisa; perche o il diametro del cerchio, dove si à da inscrivere la figura è uguale, o maggiore, o minore del diametro del semicerchio.

C. Se è uguale, ò già capito: presa nel semicerchio p. es. la distanza AB di gr. 90., che è lato del qua- N. 13.

M dra-

drato, si trasporta nel cerchio, e replicata quattro volte forma il quadrato FOQS. Ma se è maggiore, o minore del diametro del semicerchio?

V. Se è maggiore il diametro del semicercio del diametro del cerchio, come è il cerchio FOQS; tirati li due diametri FQ, OS nel cerchio, che s'interseghino nel centro G, il semidiametro FG del cerchio si trasporta nelli semidiametri LA, ed LB del semicerchio, e caderanno nelli punti D, I; onde presa la distanza DI, e trasportata nella circonferenza del cerchio, dal punto F caderà nel punto O: questa retta FO sarà lato del quadrato.

C. E se il diametro del cerchio fosse maggiore del
N. 14. diametro del semicerchio?

V. Il semidiametro del semicerchio LD si trasporta su'l semidiametro GP del cerchio PVR, e terminarà nel punto F: colla distanza GF fatto un cerchio occulto FOQ, e sopra di esso dal punto F trasportata la distanza DI, presa nel semicerchio, caderà nel punto O, dal quale per il centro G tirata GOV, la distanza PV sarà lato del quadrato da inscriversi nel cerchio PVR.

C. E se si avesse da circoscrivere la figura al cerchio.

V. Questo è facile, perchè inscritta nel cerchio la data figura, come già si è detto, si tirano le rette parallele alli lati già inscritti, che tocchino il cerchio.

C. O' capito. Tirata la retta FO lato del quadrato inseritto, si tira PV parallela ad FO, che tocchi il cerchio in P. E se si avesse da inscrivere nel quadrato il cerchio, o altra figura?

V. Divisi li lati della figura in parti uguali, e tirate le diagonali, queste s'intersecaranno nel centro della figura

p. e.

p.e. G, da questo punto colla distanza G T, che dal centro tocchi il lato della figura si descriverà il cerchio F O Q S. N. 15.

C. E se si avesse da circoscrivere al quadrato il cerchio?

V. Parimente trovato il centro del quadrato G colla divisione delli lati, o angoli in parti uguali, (D. II. n. 14.) colla distanza da questo punto all' estremità dell' angolo del quadrato, o altra figura regolare, che sia, si descrive il cerchio, che sarà circoscritto al quadrato.

C. Come può tirarsi la parallela alla data retta?

V. Da qualsivoglia punto B della data retta A B, colla retta B C si fa qualsisia angolo C B A, indi dal FIG. XIX punto B, con qualsisia apertura del compasso, si fà una porzione di cerchio I L, colla stessa apertura dal 31. 1. punto C si fà un' altra porzione di cerchio O Q; tras- 23. 1. portata poi la distanza I L sopra O Q, dal punto O caderà nel punto P: dalli punti C, P, tirata la retta C D, questa sarà parallela ad A B.

C. Così è, perchè gli angoli alterni C, B sono uguali, per la costruzione, (D. IV. n. 5.) dunque parallele &c.

V. Sarebbe anche bene, che per adesso sapessi il meto- N. 16. do di trovare la mezza proporzionale, ed anco la terza, e quarta proporzionale, come anco la divisione di una retta secondo l' estrema, e mezza ragione.

C. Di grazia favoritemene.

V. Congionte le due rette A B, B C tra le quali s' à FIG. XX. da ritrovare la media, e fatto il semicerchio A G C dal punto D metà delle due rette, alzata la perpendicolare B G, che tocchi la circonferenza, questa sarà mezza pro- 13. 6. porzionale tra A B, B C; poichè tirate le rette A G, 14. 2. G C si farà il triangolo A G C coll' angolo retto in G.

C. Sarà certamente AB : BG :: BG : BC. (D. VIII. n. 12)

V. Per trovare la terza proporzionale di A B, B G:

con queste due rette fatto l'angolo in B retto, e tirata AG, dal punto G si tira GI, che faccia l'angolo AGI retto, e prolongata AB, s'intersecherà nel punto C colla retta GI, la retta BC sarà la terza proporzionale.

C. Sì, perchè essendo il triangolo AGC rettangolo, sarà AB : BG :: BG : BC.

N. 17. *V.* Per trovare la quarta proporzionale, fatto colle
12. 6. due prime date AB, AG qualsivoglia angolo in A; prolongata AG, sicchè GL sia uguale alla terza data: congiunti li punti B, G, colla retta BG, e tirata LC parallela a GB, prolongandosi AB s'intersecherà colla parallela LC nel punto C.

C. O' già capito: BC sarà la quarta proporzionale; poichè per ragione delle parallele sarà AG : AB :: GL : BC. (D. VIII. n. 7.)

V. Per tagliare la retta AB secondo l'estrema e mezza
11. 2. ragione; fatto con essa il quadrato BD, e tirata da E me-
FIG. XXI tà di DA la retta EB, si prolonghi DA in F, che sia EF
30. 6. uguale ad EB, e con la retta AF si faccia il quadrato GF, prolongata GH in I: la retta AB sarà divisa in G, secondo l'estrema, e mezza ragione, cioè sarà AB : AG :: AG : GB.

Perchè, il quadrato di EF, o sua uguale EB, e per esso li due quadrati di EA, AB (D. V. n. 9.) sono uguali al rettangolo IF, fatto da tutta la linea DA, e l'aggionta AF colla stessa aggionta AF, ed al quadrato EA, fatto dalla metà di DA: (D. V. n. 6.) tolto il quadrato di EA comune, e tolto il rettangolo IA parimente comune, resta il rettangolo CG uguale al quadrato GF, onde sarà IG : GH :: GA : GB. (D. VIII. n. 4.)

C. Ed è lo stesso che BA : AG :: AG : GB.

IN-

INDICE

DELLE PROPOSIZIONI DI EUCLIDE

Contenute nelli Dialoghi.

Prop.

Prop.

I N D I C E.

I L F I N E.

Fig. I.

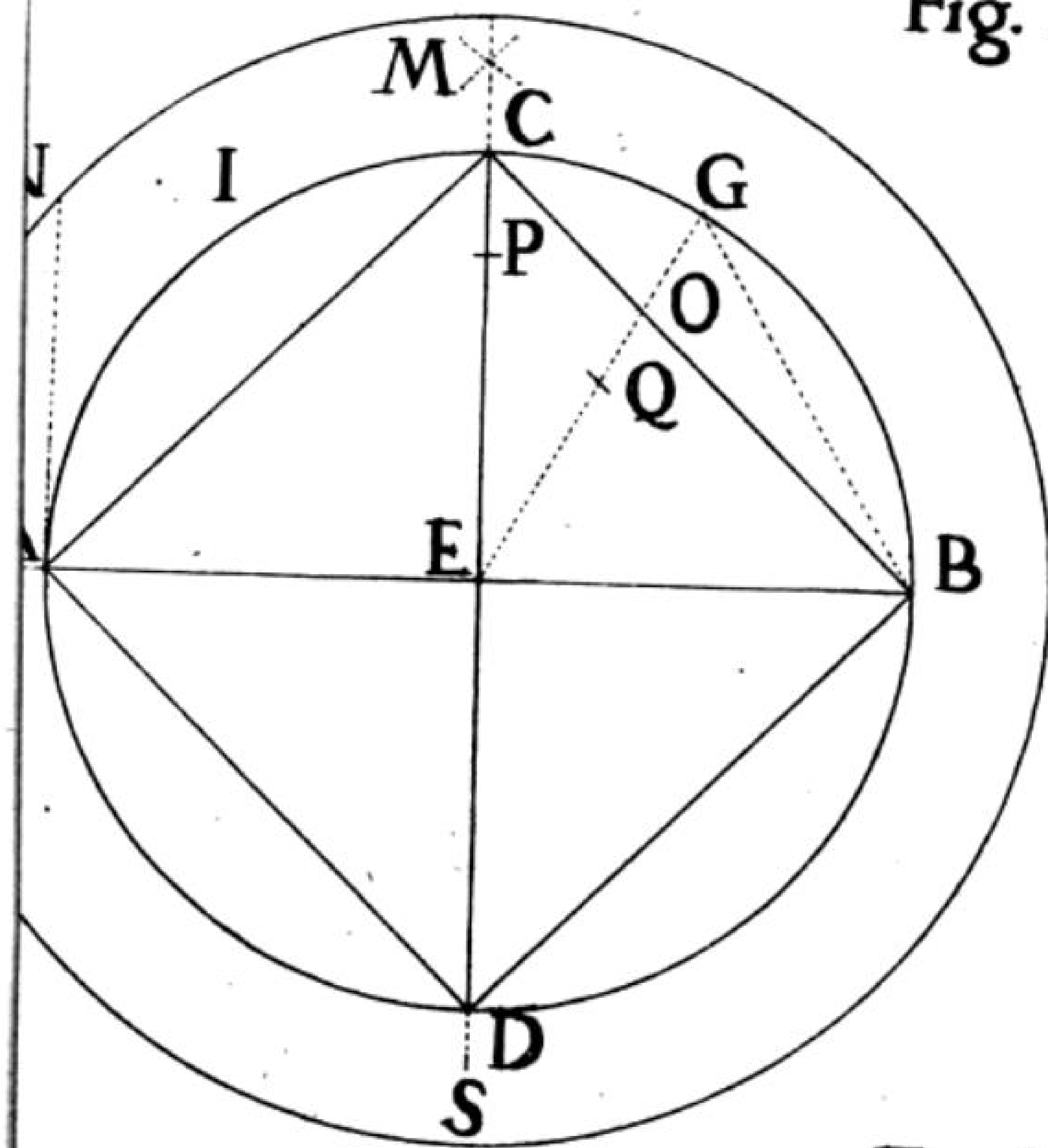
M
C
I
G
P
O
Q
E
B
D
S

Fig. II.

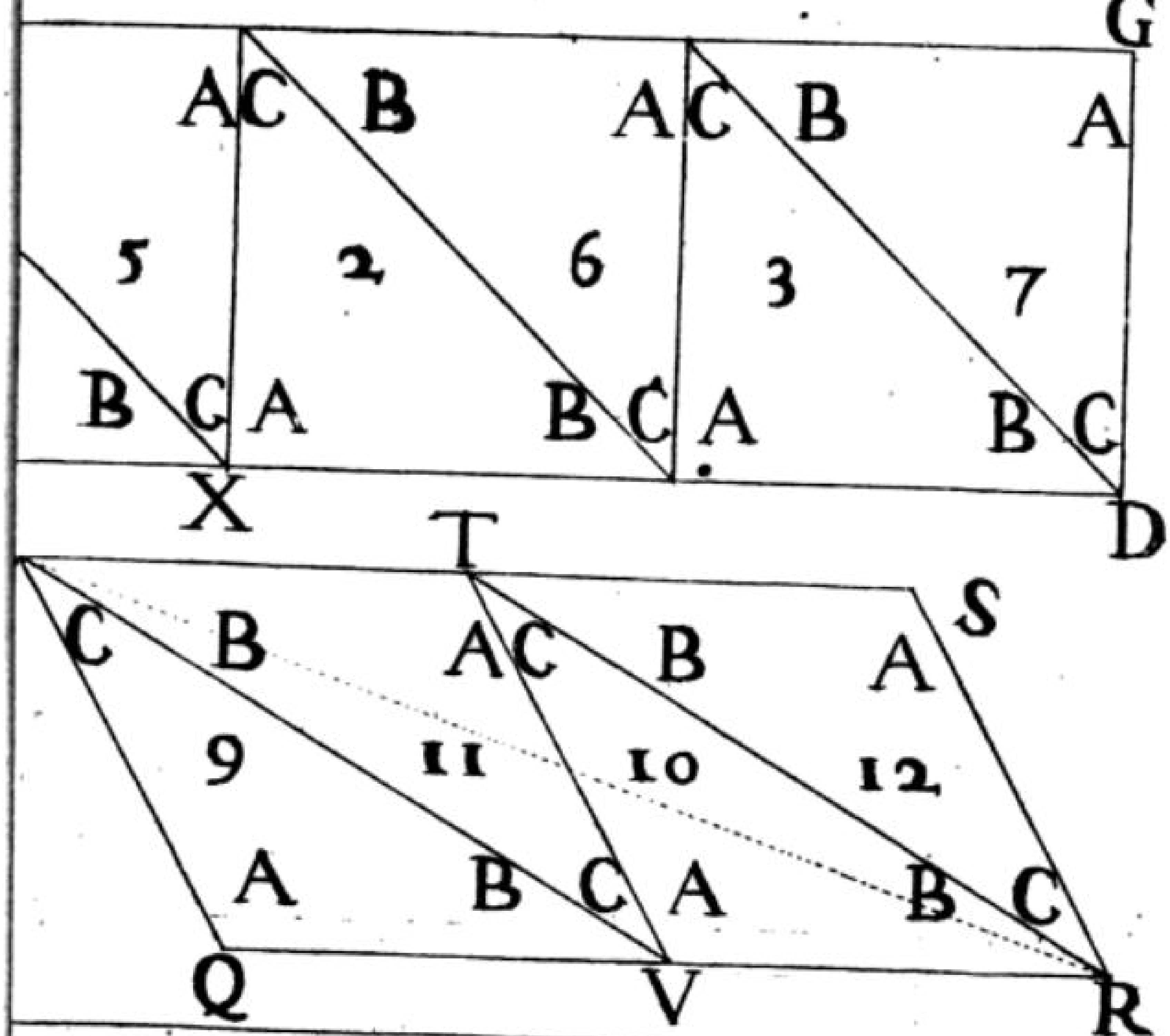
G
A C B A C B A
5 2 6 3 7
B C A B C A B C
X
T
D
C B A C B A
S
9 11 10 12
A B C A B C
Q V R

Fig. III.

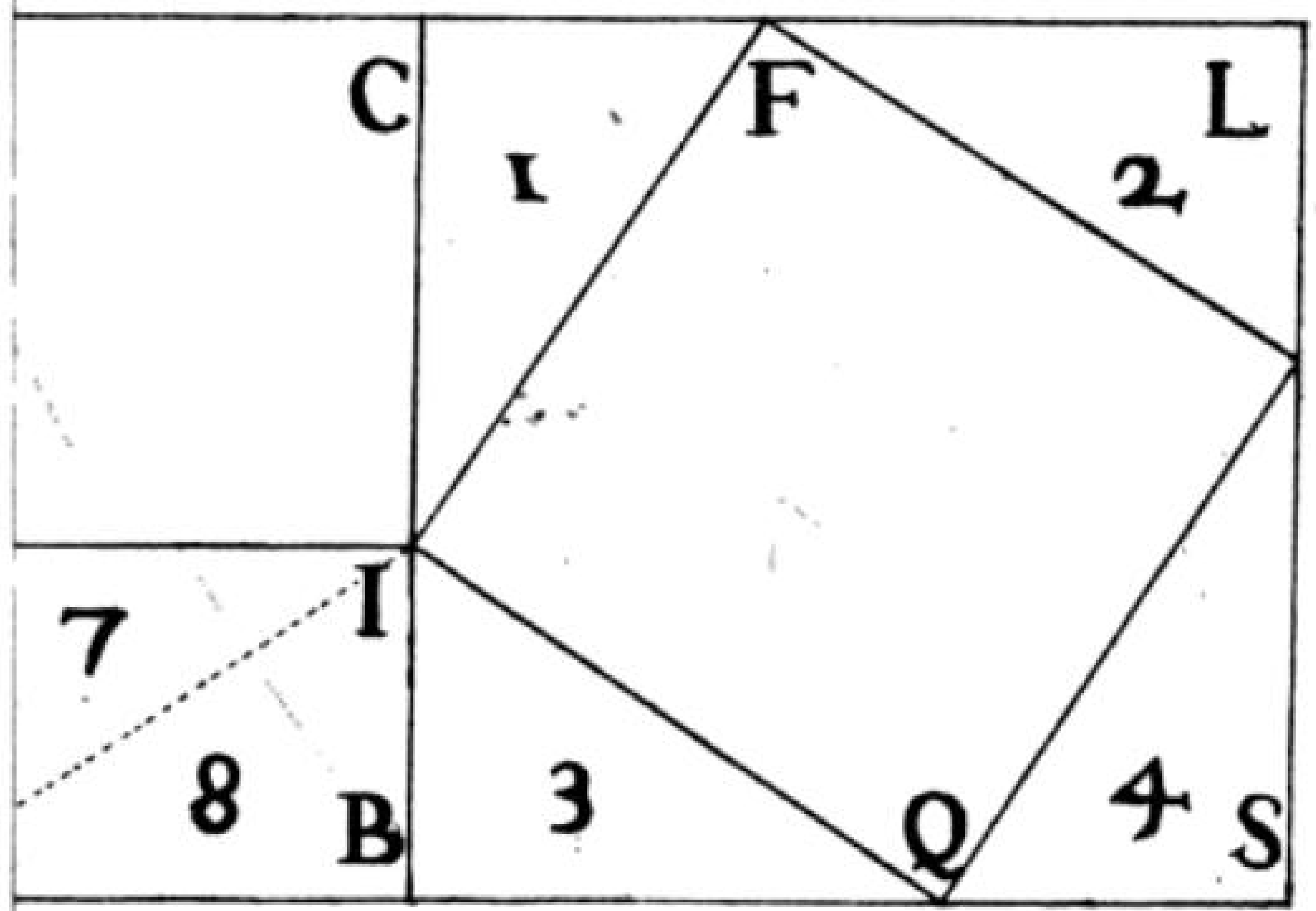

Fig. IV.

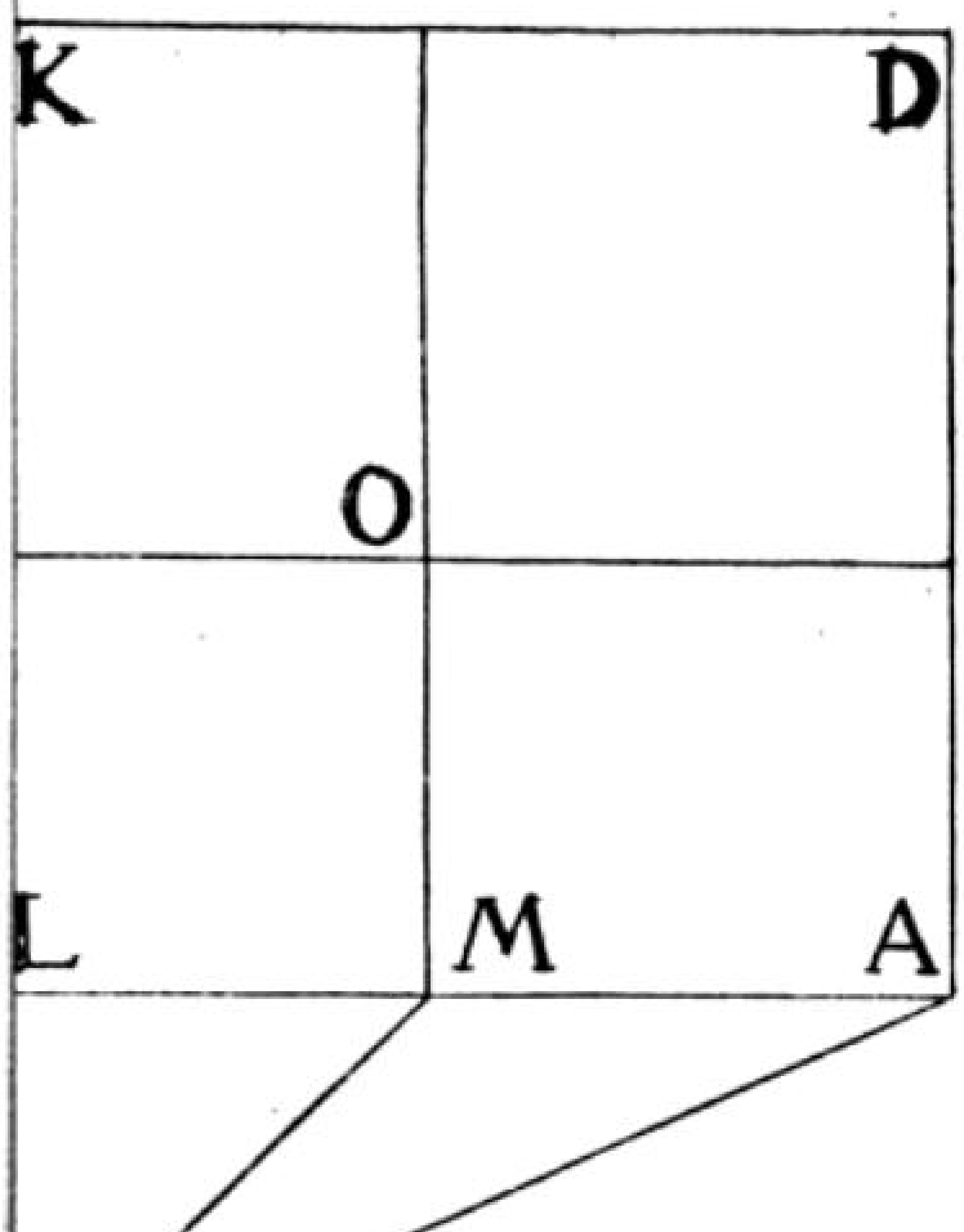

Fig.V.pª.

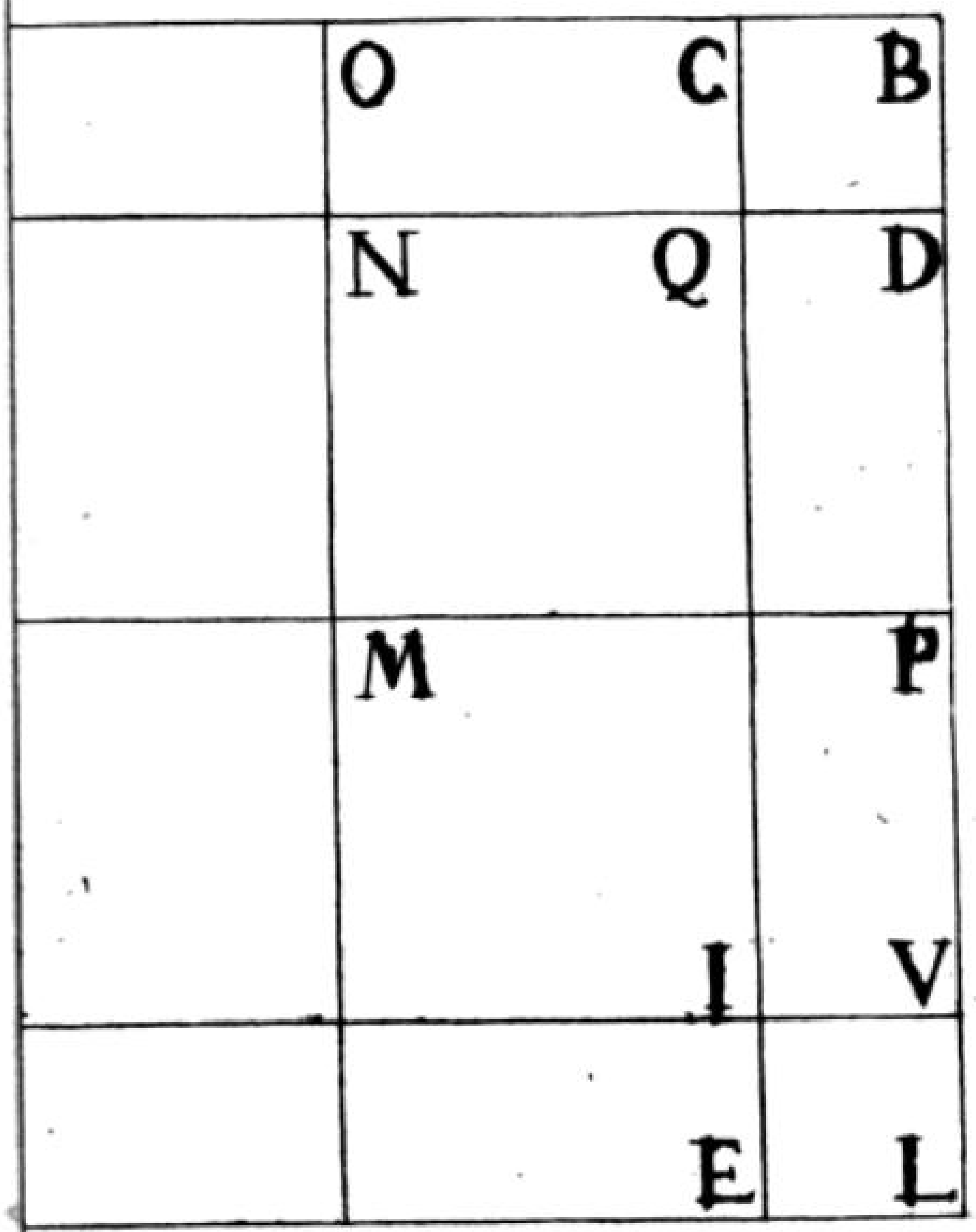

Fig.V. 2ª.

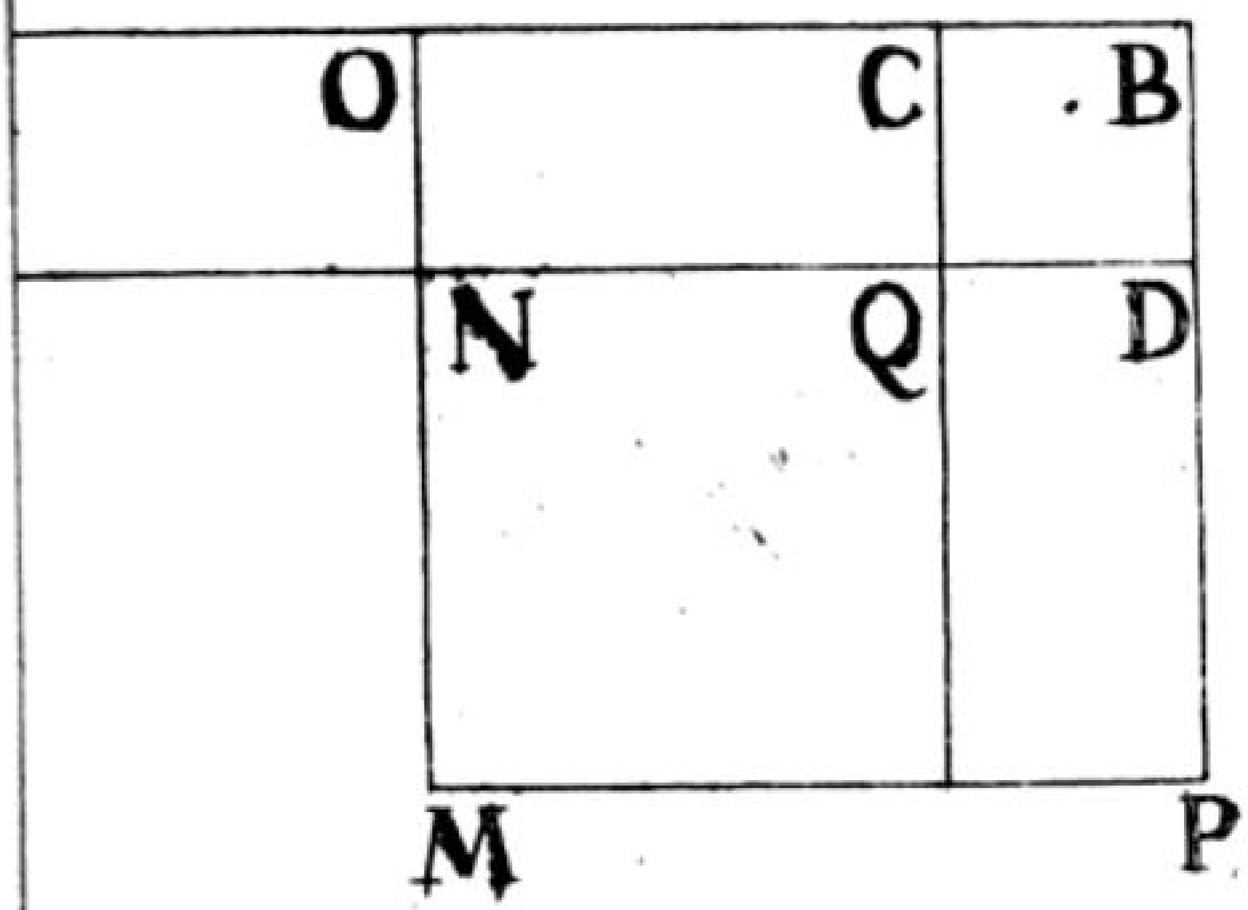

Fig. VI.

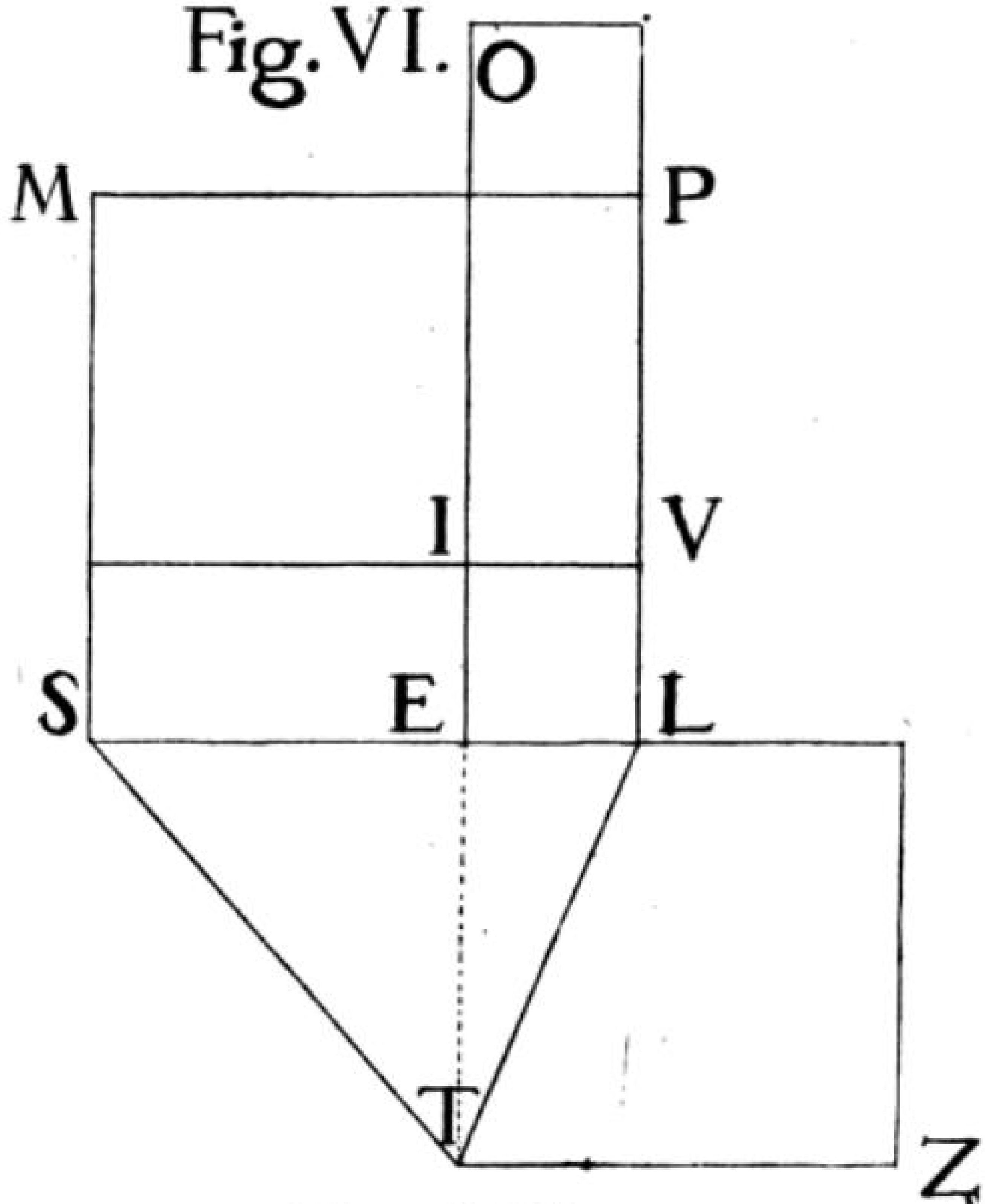

Fig. VII.

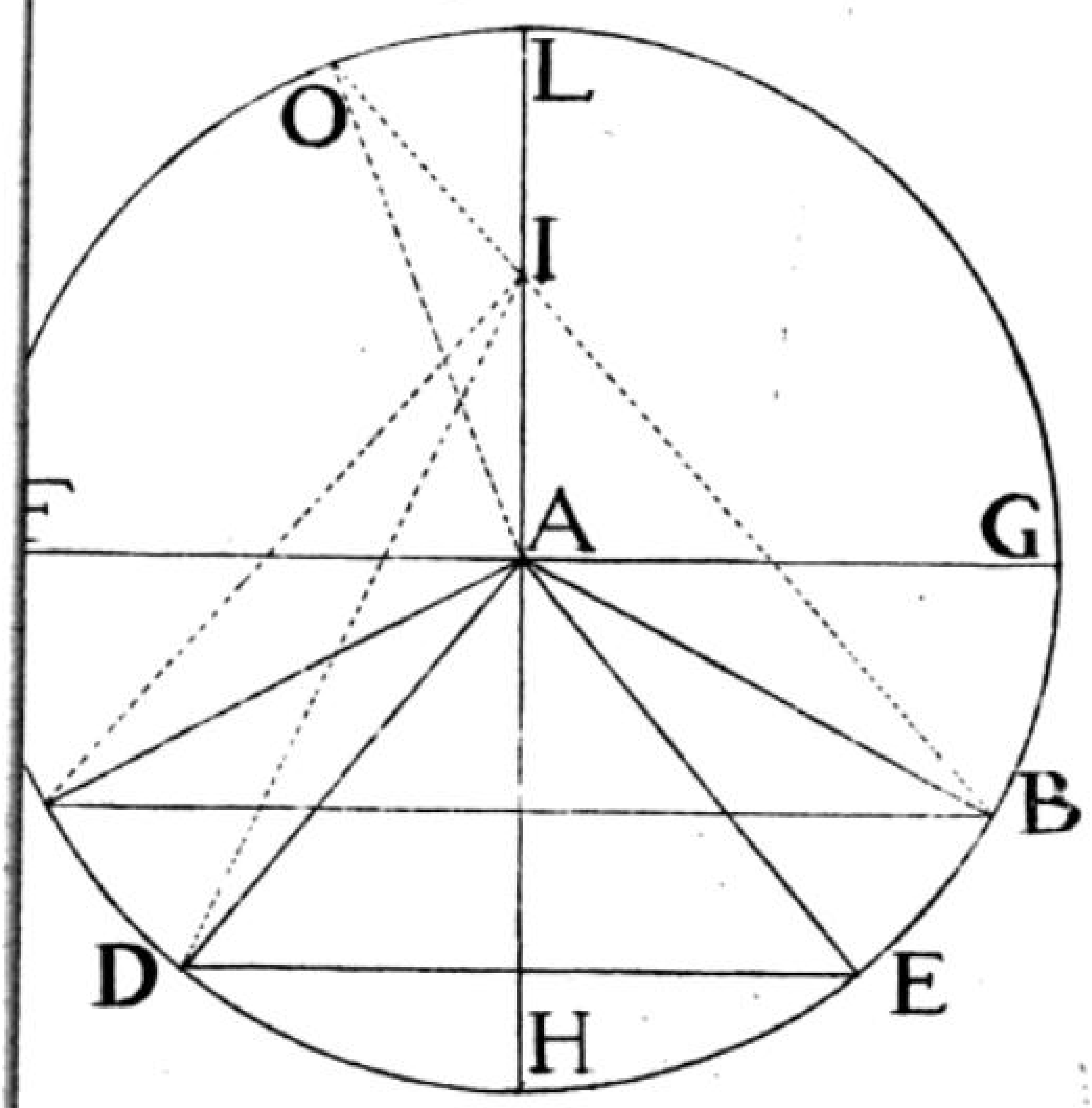

Fig. VIII.

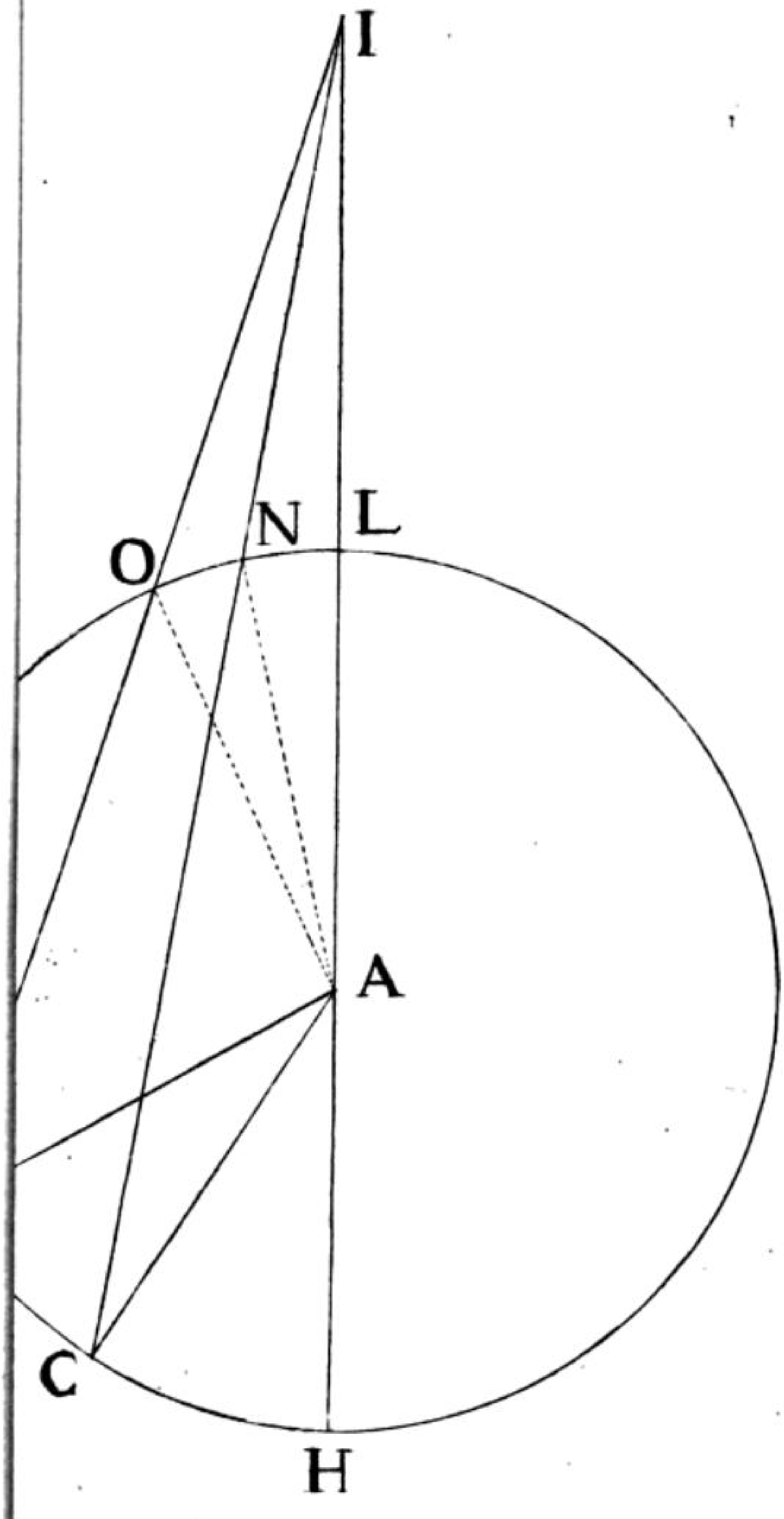

Fig. IX.

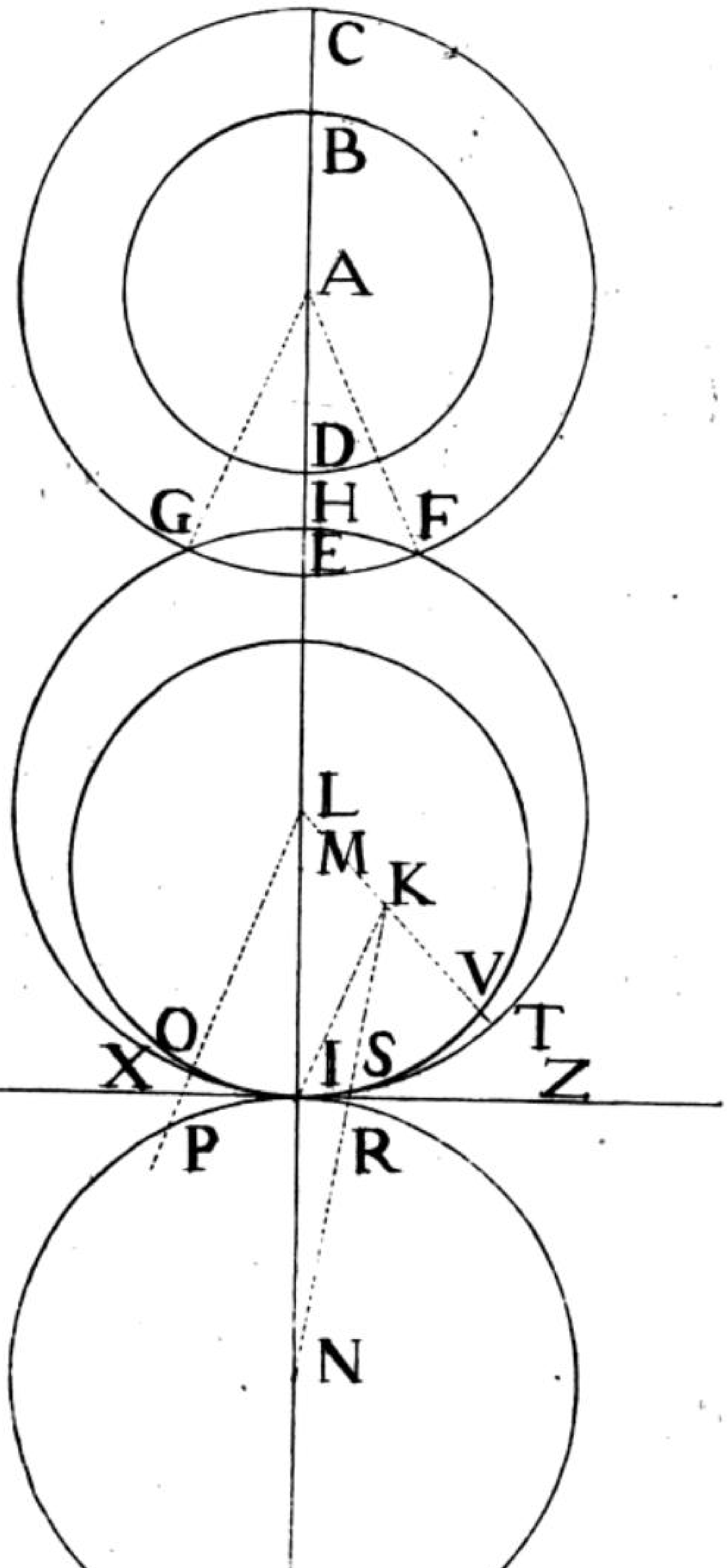

Fig. X.

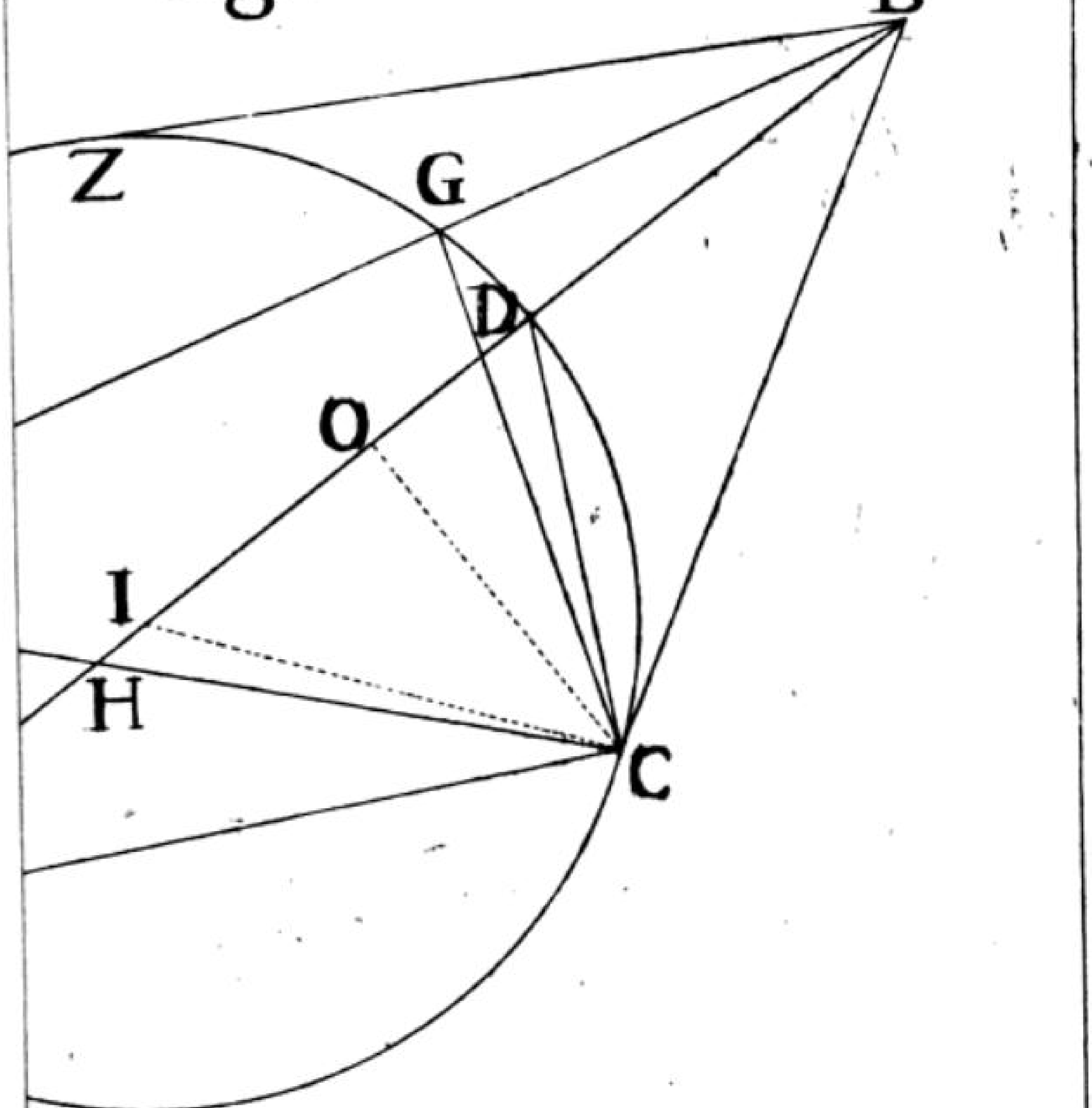

Fig. XI.

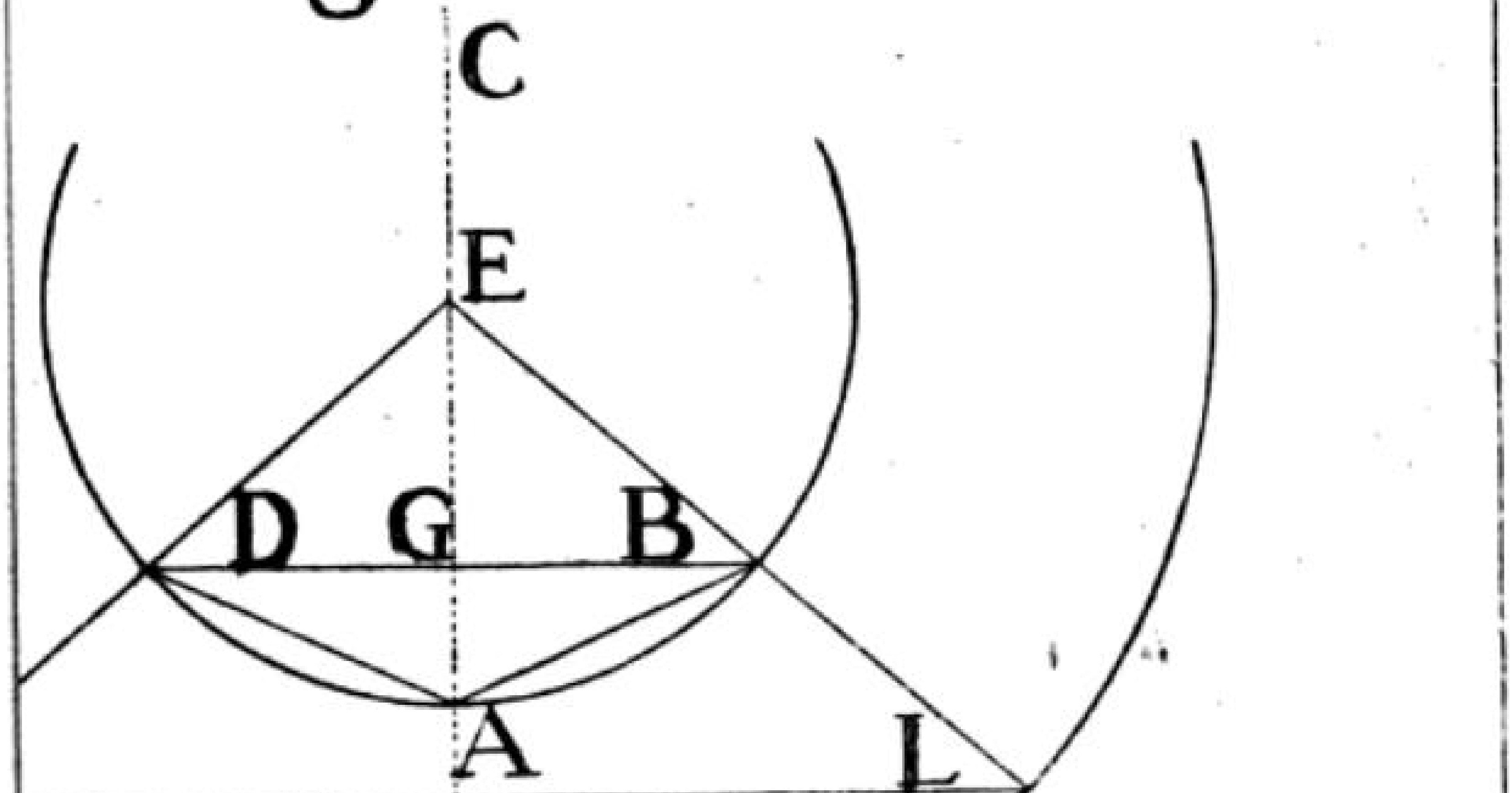

Fig. XII.

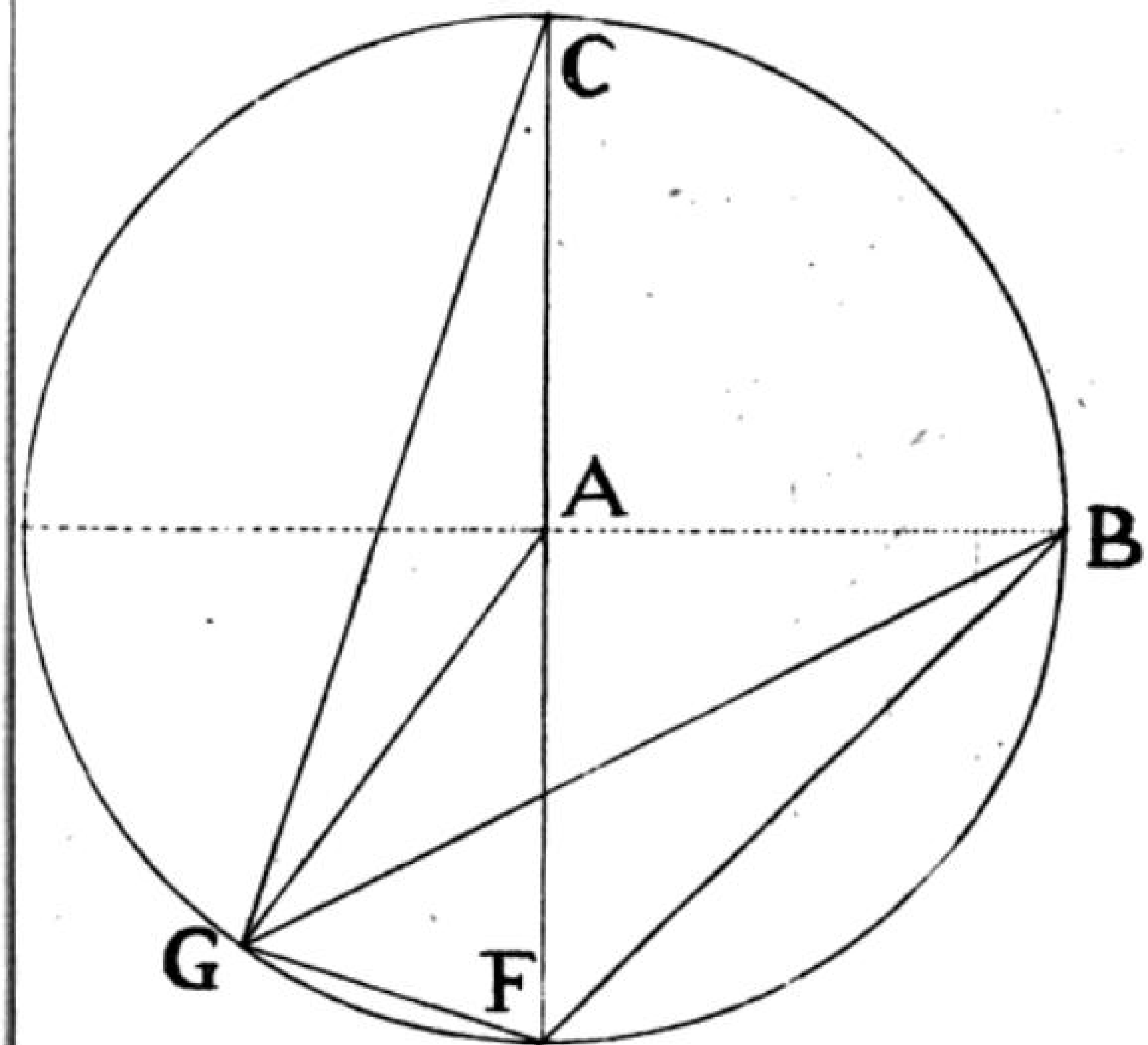

Fig. XIII.

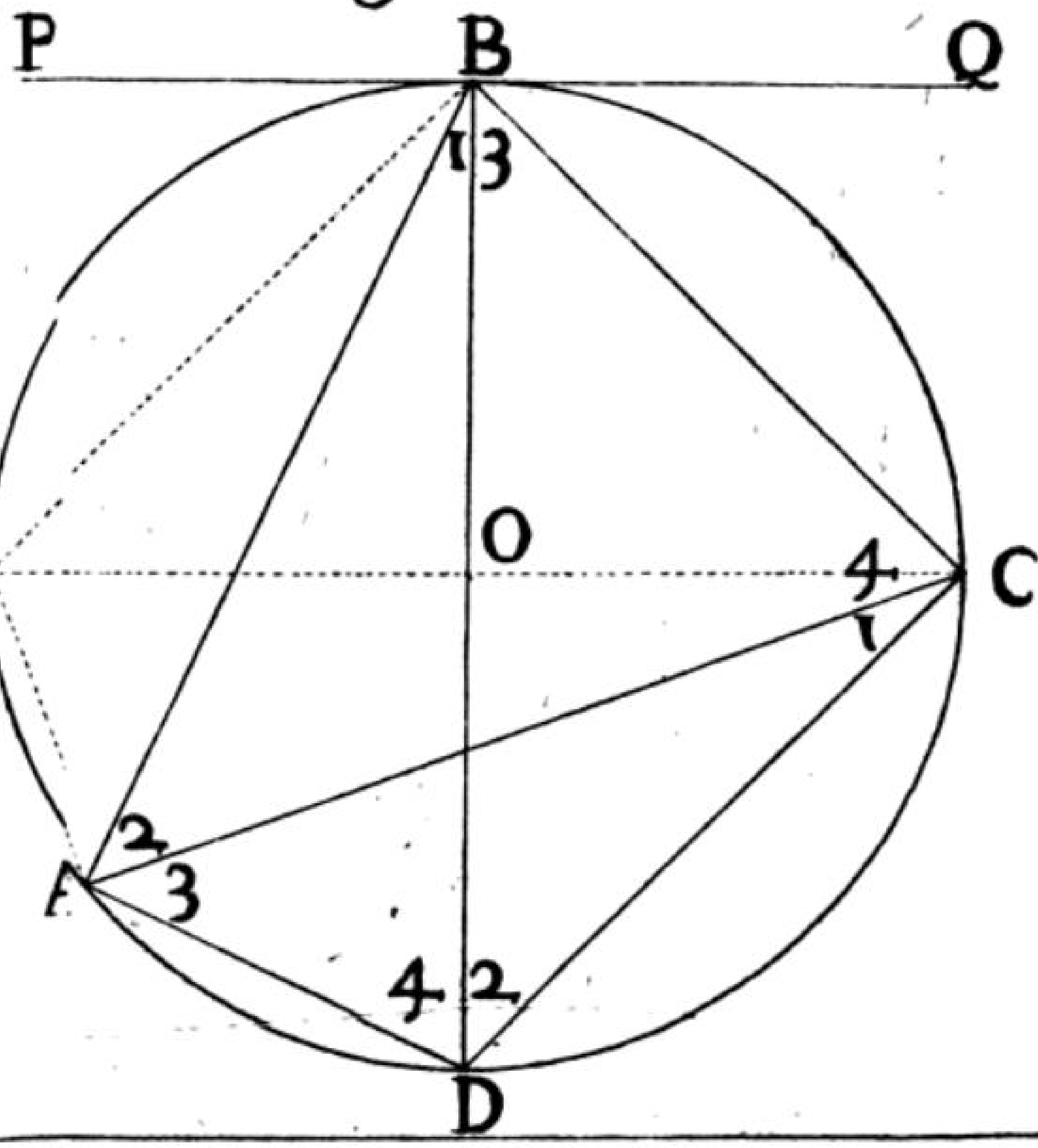

Fig. XIV.

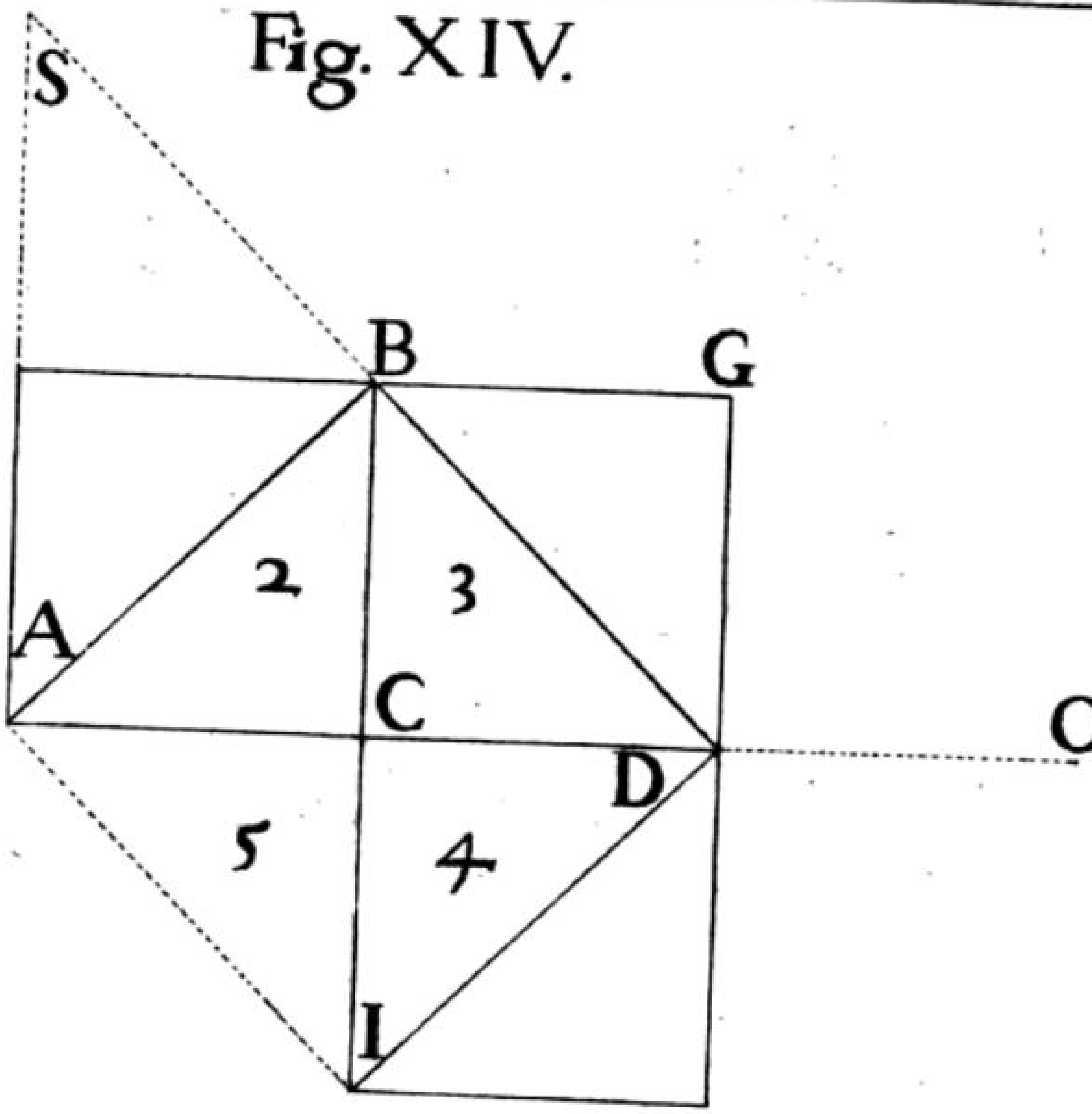

Fig. XV.

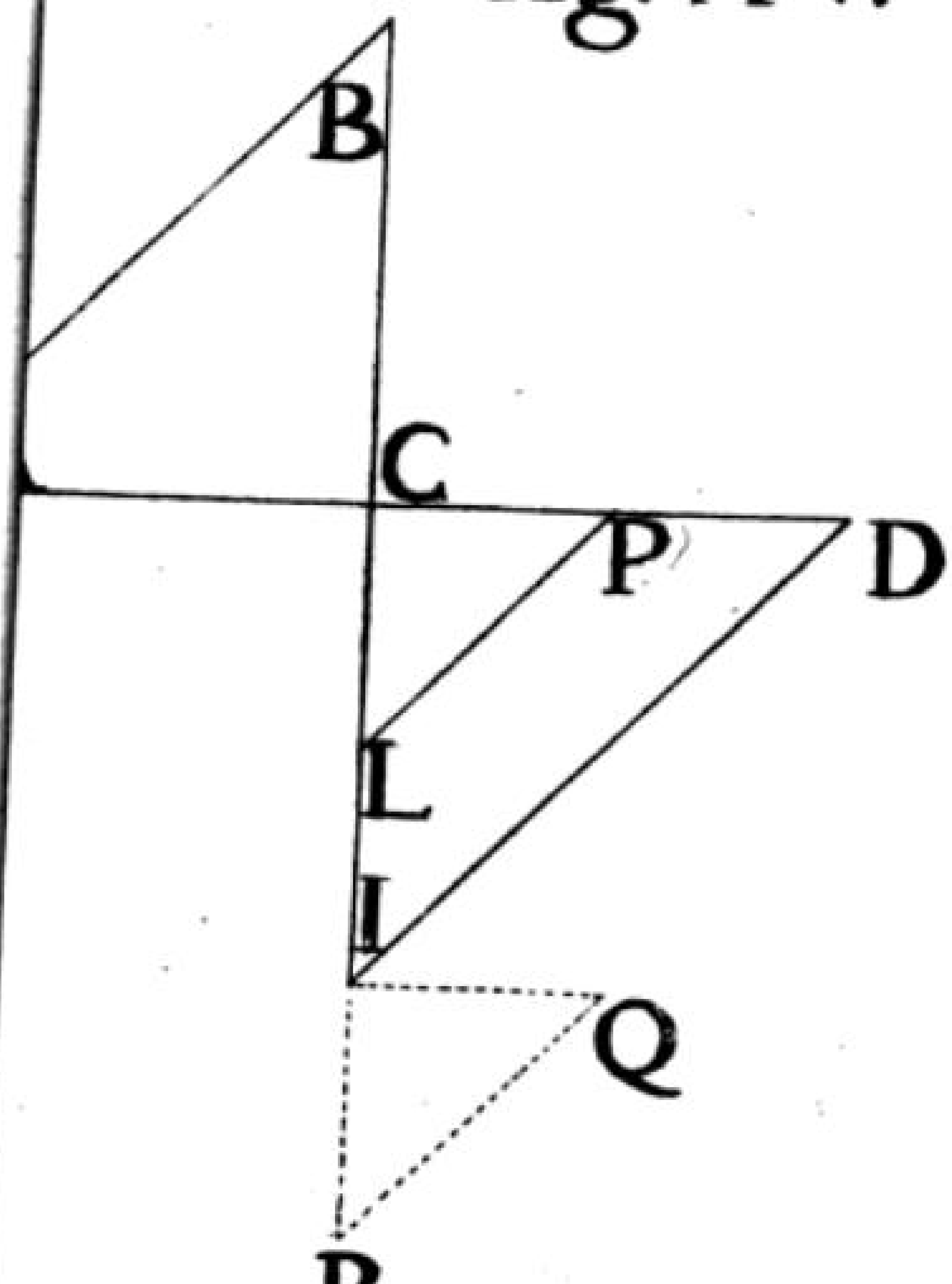

Fig. XVI.

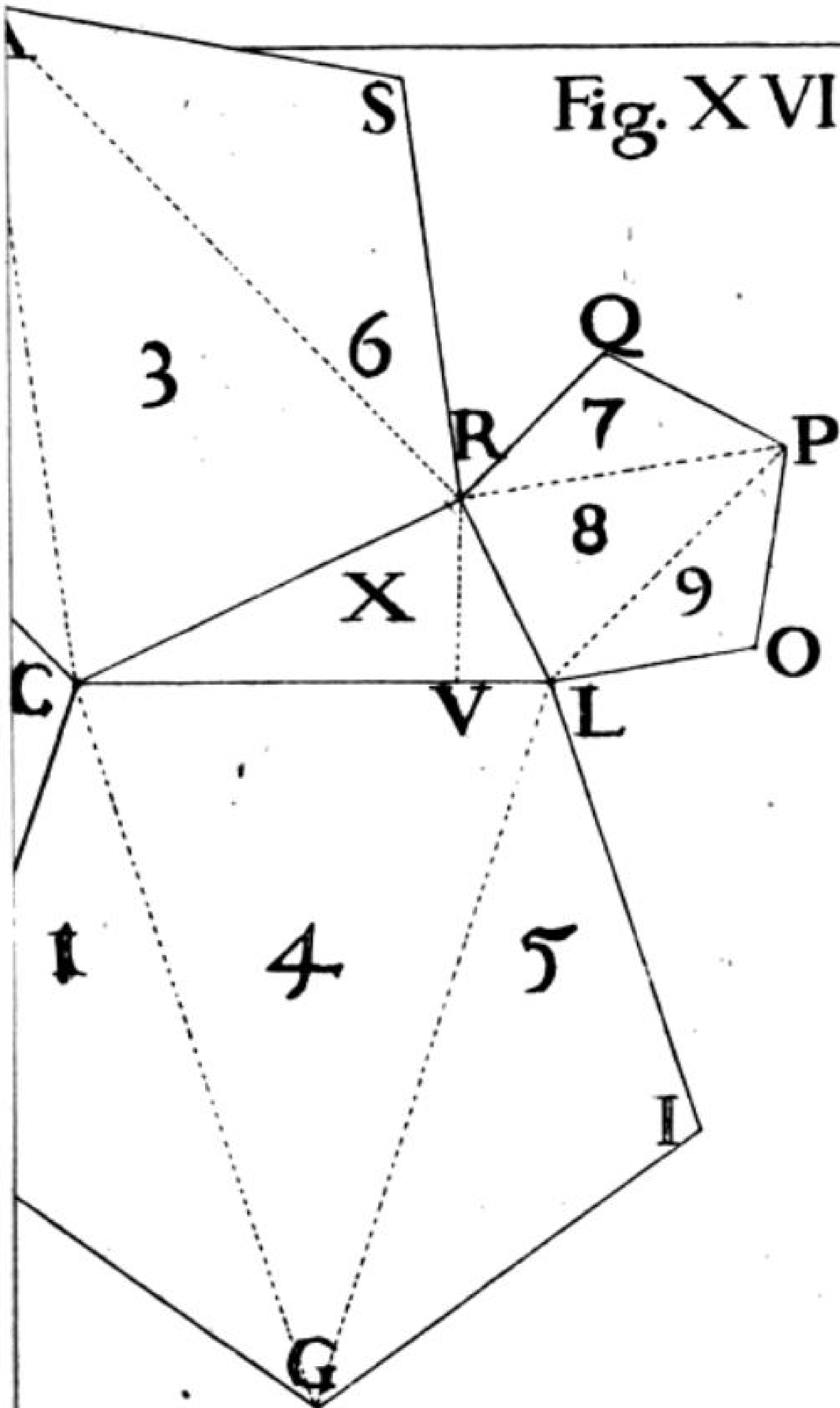

Fig. XVII.

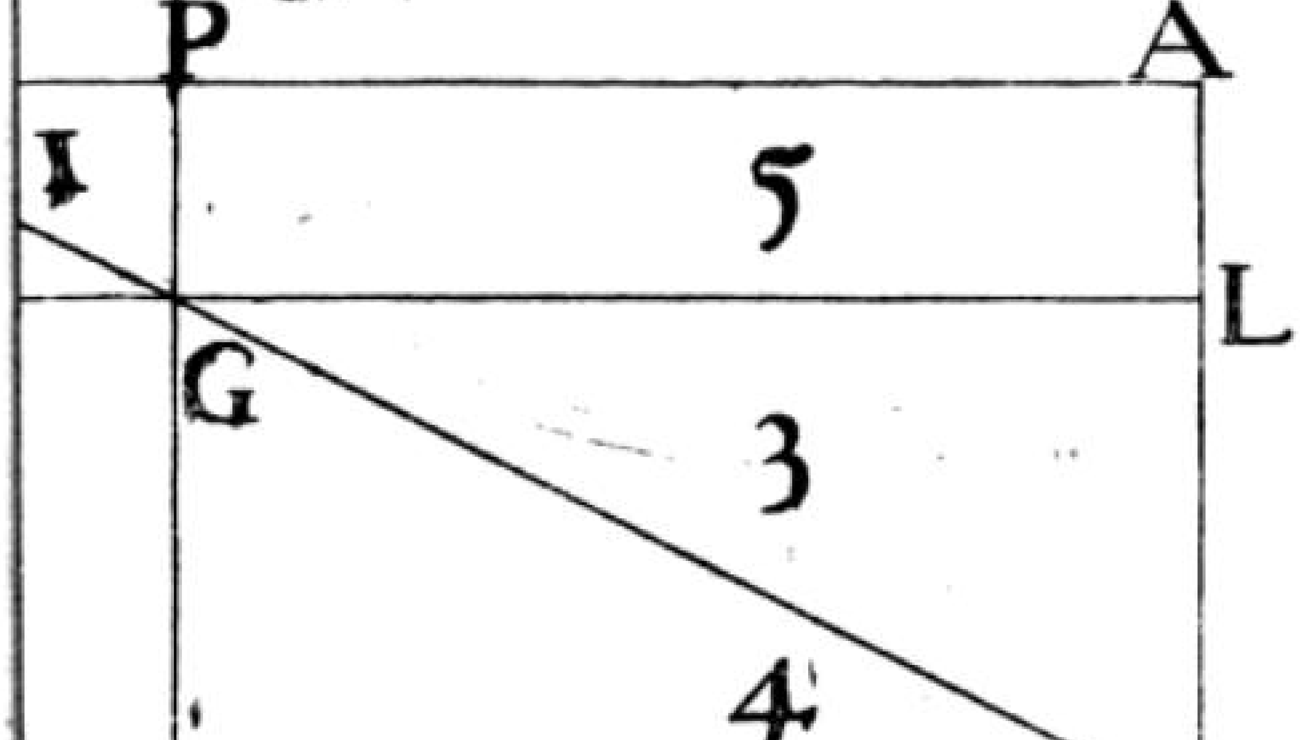

Fig. XVIII.

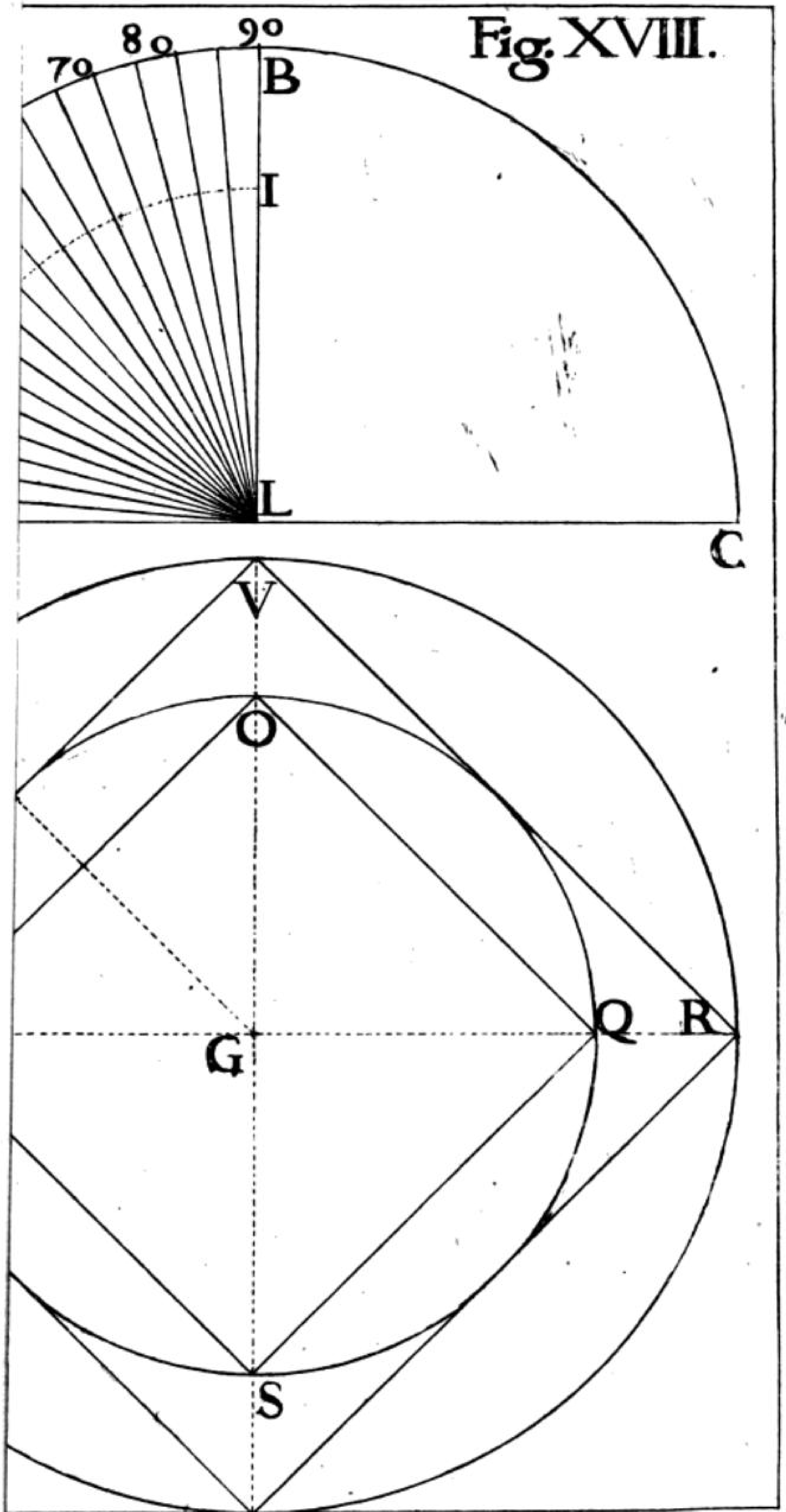

Fig. XIX.

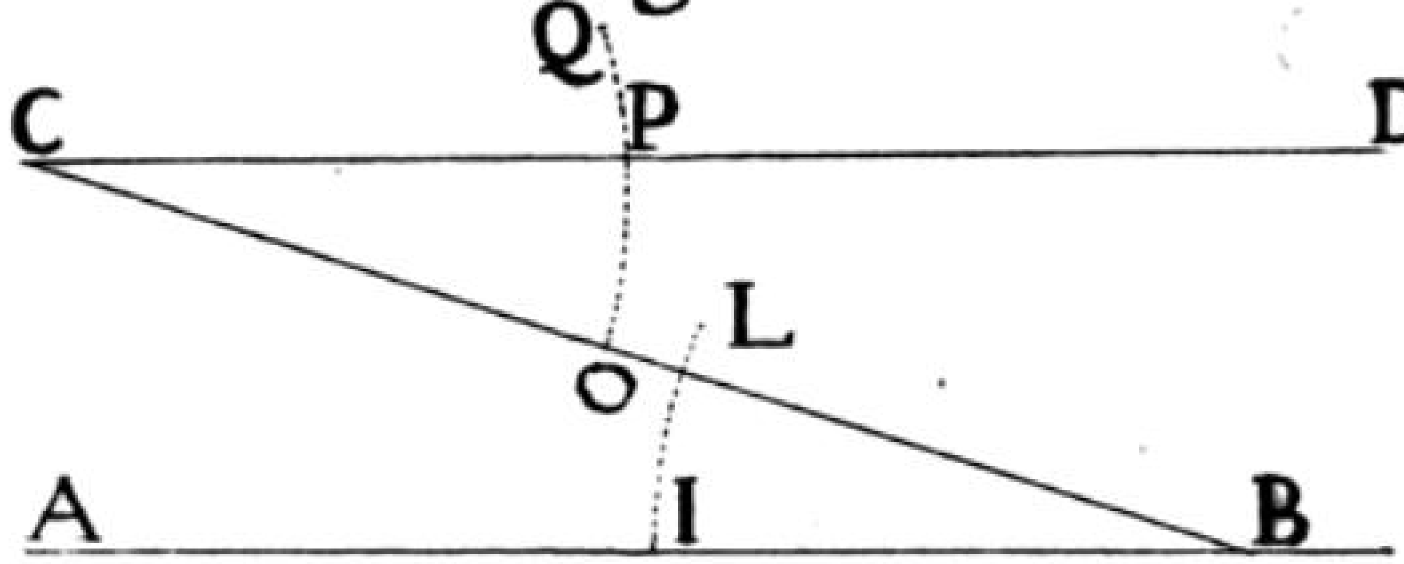

Fig. XX.

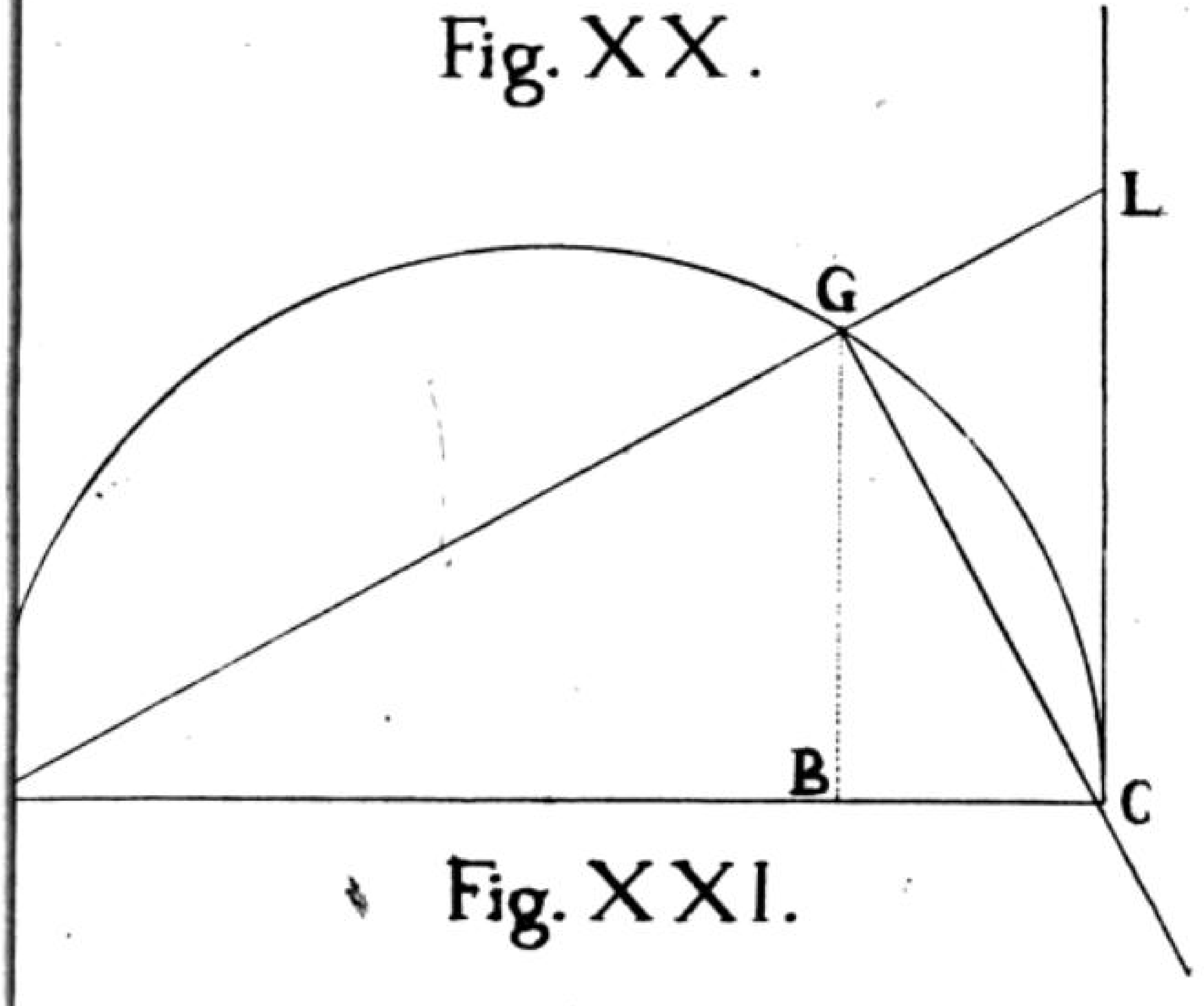

Fig. XXI.