

*DISCORSO
Apologetico di
Paolo-Mattia Goria*

FONDO PIZZOFALCONE



NAZIONALE

B. Prov.

VI

BIBLIOTECA

VITT. EM. III

98

NAPOLI

20 C 54

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio

I



97/5

Palchetto

Num.° d'ordine

1

104
2
16

~~131 13 58~~

3 Pwr

~~VI~~
~~103~~

VI 98

1317

615930

DISCORSO APOLOGETICO DI PAOLO-MATTIA DORIA, NEL QUALE SI DIMOSTRA

Ad ogni Uomo di buona mente , il quale di Geometria non fusse inteso , che malgrado le opposizioni de' suoi Contrarj , e 'l silenzio degli altri Geometri , il Problema della Duplicazione del Cubo da esso sciolto , fusse immune , e libero da ogni vera , e sussistente opposizione ;

E dopò un breve ragionamento intorno alla nuova Geometria de' Moderni si propongono a i Signori Geometri alcune difficoltà intorno al modo , col quale essi descrivono le linee Curve , intorno al Problema della Trisezione dell' Angolo , e si propongono alcuni Problemi da risolversi.



IN VENEZIA MDCCXXXV.

Con Licenza de' Superiori .



3

DISCORSO
APOLOGETICO
DI
PAOLO-MATTIA DORIA.



QUANTUNQUE vero sia , che i buoni , e veri Filolofi non debbano del concetto del Volgo alcun conto tenere , ma che all' incontro debbano seguire l'esempio di quello, che, al dir di Livio, faceva Fabio Massimo, quando i Romani lo tacciavano di viltà per la prudente condotta , che usava contro Annibale , cioè : *Rumores Populorum non ponebat ante salutem* ; con tutto ciò in quei casi , ne' quali si tratta di alcuna cosa , che può arrecar qualche taccia al proprio nome , io penso, che siamo obbligati a seguire quel Santo Adagio, cioè *Debitores sumus sapientibus , & insipientibus* . Quindi è , che riputando io , che sia delitto non solo di somma vergogna , ma anco d'iniquità quello di sostenere un suo errore in Geometria ; ed all' incontro avendo io fin' ora fermamente sostenuto, che la mia duplicazione del Cubo sia vera , e ben dimostrata , ho pensato esser mio debito il far vedere anco a quelli , che di Geometria non intendono , che non vi è stato fin' ora chi abbia nella mia invenzione additato alcun' errore , e che se vi fosse stato chi mi avesse fatto alcuna sussistente opposizione , io sarei stato sempre pronto a ritrattarmi , portando io ferma opinione , che assai maggior vergogna mi avrebbe arrecato l'ostinarmi a difendere un' errore , che io avessi commesso in Geometria, che confessare di aver' errato in un Problema , nel

4
quale niun Mattematico non solo non si è recato a vergogna di errare, ma ha riputato a sua gloria il solo averlo tentato. Tutto questo, che ho detto, io lo dimostrerò a i non intesi di Geometria con ragioni estrinseche sì, ma così dimostrative, e convincenti, come sono le dimostrazioni Geometriche, e non farà certamente inutile cosa il considerare in queste mie estrinseche dimostrazioni, come per Legge eterna della Divina Provvidenza la verità si sviluppi da se medesima dalle reti, che i men sinceri Uomini le tendono per invilupparla, e come il reo di menzogna, senza ch' esso stesso se ne avveda, manifesti se stesso, appunto come ha detto Lodovico Ariosto al principio del Canto sesto:

*Miser chi mal oprando si confida,
Ch' ogni or star debbia il maleficio occulto;
Che quando ogni altro taccia, intorno grida
L'aria, e la terra stessa, in ch' è sepulto.
E Dio fa spesso, che 'l peccato guida
Il peccator poi ch' alcun di gli ha indulto,
Che se medesimo, senza altrui richiesta,
Inavedutamente manifesta.*

Farem dunque chiaramente vedere con argomenti certi, ed indubitati, che la mia invenzione sussiste immune, e libera da ogni vera, e sussistente opposizione, malgrado le ciancie, che col Volgo ha sparso alcuno de' miei Oppositori, e malgrado il poco onesto silenzio, che sù della mia Invenzione fanno le intere Accademie, e gli altri Mattematici. Ed acciocchè dalla mente di quelli, che Geometria non intendono, si dilegui quella volgare opinione, che anno quasi tutti gli Uomini, cioè, che nelle dispute abbia sempre il torto colui, che si oppone a i sentimenti di una moltitudine, io narrerò in prima le passioni, che ardevano nell' animo di poco men che tutti i moderni Geometri, allora quando io pubblicai la mia Invenzione della Duplicazione del Cubo, e dimostrerò, che non potea agli Uomini di buona mente di Geometria non intesi, recar meraviglia il vedere, che tutta la moltitudine de' moderni Mattematici si fusse alzata contro la mia novella Invenzione.

Andavano i Signori moderni Geometri sì fattamente fastosi

stosi della nuova Geometria di Renato Des-Cartes, e degli altri metodi da essi inventati, che aveano mossa una guerra implacabile a tutta la sapienza degli antichi Geometri: Quindi si può conoscere, con quanto disprezzo dovesse esser rimirata da quelli la mia Duplicazione del Cubo, in virtù della quale io dimostravo falsa, ed insufficiente tutta la Geometria di Renato, che professavano i Signori Moderni; e quantunque io avessi dal mio partito la venerabile antichità, e fra' moderni ancora il Sapientissimo Francesco Vieta, questo a nulla poteva giovarmi contro il furore di una moltitudine ammutinata contro gli antichi, la quale ragionava di quelli Geometri in quella guisa, che dice Tito Livio a riguardo del grande Alessandro, ove dice, che se Alessandro fosse venuto in Italia avrebbe ritrovato dodici Capitani d'esercito, o uguali o superiori a lui nella virtù militare. Può dunque ogni uno immaginare quello, che mi avvenne al comparire della mia Opera. Narrerò ora in breve quello, che mi è avvenuto, a fine di far conoscere anche a i non intesi di Geometria per argomenti estrinseci, che nella disputa accadutami la ragione è dalla mia parte, e 'l torto è da quella de' miei Contrarj.

Quando l'anno 1714. pubblicai la mia novella Invenzione in Napoli, i Professori di Geometria, ed alcuni altri diletanti di quella scienza, come prevenuti di mente in contrario, la rimisero con orrore, i primi l'andavano rappresentando a i non intesi di Geometria con deriso, e con disprezzo; i secondi all'incontro come uomini liberi più onestamente della mia invenzione ragionavano, sempre però disapprovandola; ma perchè l'Autorità de i Professori è troppo grande appò il Volgo ignaro, da ciò ne avvenne, che della mia Invenzione in Napoli da tutti con deriso si ragionasse. Io allora piccato de i modi impropri, che meco praticavano i Professori, costrinsi poi a darmi le loro opposizioni in iscritto quei Signori Geometri, i nomi de' quali si leggono al Tomo primo delle mie Opere Matematiche pag. 81. sino alla pag. 96. stampato in Venezia l'anno 1722. ed a tutte le loro opposizioni concludentemente risposi, facendo loro conoscere, che due Professori avevano errato a dirittura contro gli Elementi di Euclide, e che altri come prevenuti di mente non avevano seguita la mia ipotesi.

Ma

Ma quì è da ammirarsi , come per ordinazione della Divina Provvidenza avviene, che quando la verità è assalita o dall' ignoranza , o dalla calunnia , sempre a lungo andare il vero si manifesta agli occhi di tutti , e trionfa dell' ignoranza , e della calunnia .

Essendomi veduto io insultato nella guisa , che poc' anzi ho detto , richiesi il Signor D. Antonio Monforte Uomo Sapientissimo nelle scienze Matematiche , ed in tutte le altre , e quel che era più , Uomo libero , e celebre in tutta l'Europa per avere egli solo sciolti quei difficilissimi Problemi , che dall' Accademia di Leydem erano stati proposti , e da niuno fuorchè da esso risolti , e celebre ancora per le altre sue Opere pubblicate ; richiesi , dico , questo grand' Uomo del suo giudizio , ed egli con una sua lettera a me diretta , condannò le opposizioni de' miei Contrarj ; disse espressamente , che i Professori avevano errato contro gli Elementi , e che gli altri avevano errato per non aver seguita la mia ipotesi , ed approvò espressamente la mia Invenzione . Questa lettera del Monforte si legge alla pag. 97. dell' accennato Tomo primo delle mie Opere Matematiche .

Or quì è da considerarsi , che questa approvazione era già una manifesta pruova della verità , che nella mia Invenzione si conteneva , e di ciò ne addurrò una pruova , che si ricava dalla Sentenza di un' Autore , del quale quantunque io non approvi molte altre sue sentenze , di questa però parmi , che non si possa dubitare , essendo a ragioni dimostrative appoggiata . Monsieur di Fontanel dice nel suo Trattato degli Oracoli , che nelle cose nuove , e grandi fa più fede di verità un solo grand' Uomo , il quale approva , che un' intera moltitudine , che si oppone a quella , e ciò perchè quello , che approva , non è offeso da invidia , non è preoccupato da opinione contraria alla nuova Invenzione , ed alla perfine non è mosso ad approvare da altra passione , che da quella della giustizia , nè è capace d'errare per ignoranza , mentre è Uomo di conosciuta sapienza in Geometria ; in vece che la moltitudine , che oppone , come preoccupata da contraria opinione , e desiderosa di trovar falsa l'Invenzione dell' Autore , oppone senza fare maturo studio alle dimostrazioni dell' Autore , e strascinata dal desi-

7
desiderio di trovar falsa la nuova Invenzione, si appiglia a quella sofistica, proprietà della quale è quella di far sì, che i Sofisti vogliano provare quel, che vogliono, non quel ch'è vero. Questa approvazione dunque del celebre Signor Monforte dovea persuadere a tutti i non intesi di Geometria, che la mia Invenzione insultata dalla moltitudine fusse vera, e sussistente.

Ma non così avvenne, come avrebbe dovuto essere, perchè, oh vergogna del nostro Secolo! i Signori Professori avendo temuto di discreditare il loro nome con i loro discepoli, e con gli altri non intesi, se avessero confessato di aver' errato nelle loro opposizioni, e conoscendo, che non potevano taciar d'ignoranza il Monforte, andarono pubblicando, che egli mi avea adulato, e nel medesimo tempo fecero le seconde opposizioni, senza però confessare di aver' errato nelle prime, che aveano fatte, ciocche è una pruova manifesta dell'errore che aveano commesso nelle prime, e della loro poca sincerità. Ma quel che in verità è cosa degna di far' orrore, trovarono i Professori in Napoli tanto credito appresso il Volgo, che il rumore contro di me, e contro il Monforte si accrebbe a dismisura. I Professori poi si collegarono con il Padre D. Guidon Grandi, il quale con sue lettere private, e poco costumate m'inviò le sue opposizioni, alle quali pure concludentemente io risposi, pregandolo di pubblicarle con le stampe, ciocchè egli non osò fare. Mi suscitò contro il nominato Padre Grandi l'Accademia di Lipsia, la quale fece nel suo giornale una ingiuriosa relazione della mia Invenzione; io però a questa risposi con certi miei Dialoghi, ne' quali insegnavo all'Accademia il modo, col quale si devono esaminare le Invenzioni Geometriche, e la pregai a fare formalmente, e seriamente le sue Opposizioni. Lipsia poi in appresso fece degli accennati miei Dialoghi una a me vantaggiosissima Relazione, perchè sommamente li lodò, e promise di fare in appresso le sue opposizioni. Questi Dialoghi si leggono alla pag. 185. dell' accennato Tomo primo delle mie opere Matematiche.

Ma che avvenne poi? Tutte le calunniose assertive contro il Monforte de i Professori miei Contrarj furon deluse da quello, che fece il Monforte nel punto della sua morte; imperciocchè avendo egli ordinato, che si stampasse la sua Astro-

no-

omia , ordinò altresì , che si stampasse la lettera , con la quale egli la indirizza a me , e nella quale espressamente dice, ch'egli non avrebbe mai dedicata quell' Opera ad altri, che ad un' Uomo , come me , il quale avevo sciolto un sì alto Problema , come era quello della Duplicazione del Cubo . Ora se il punto della morte è punto di verità , parmi , che non si possa dubitare , che il Monforte sia stato un vero approvatore della mia Opera , e che i Professori miei Contrarj avrebbero dovuto arrossirsi per le calunnie , che avevano sparso col Volgo .

Furono poi anco tacitamente dichiarate false le opposizioni de' miei Contrarj da quello , che fece in appresso la celebre Accademia di Lipsia ; imperciocchè quella nel suo giornale mi fece le sue opposizioni , le quali perche furono tutte diverse da quelle de' miei Contrarj , fecero chiaramente conoscere , che di quelle de' miei Contrarj l'Accademia non ne avea tenuto alcun conto ; ed in vero se quelle de' miei Contrarj fossero state sussistenti , quelle dell' Accademia di Lipsia sarebbero state superflue , dunque se l' Accademia ha stimato , che fusse necessario il far nuove opposizioni , non ha approvato quelle de' miei Contrarj . Alle obiezioni però di Lipsia risposi pure concludentemente , e le accennate obiezioni con le mie risposte si leggono all' accennato Tomo primo delle mie Opere Matematiche verso il fine . Oltre a ciò avendo io in appresso pubblicato alcune mie considerazioni intorno alla natura , e l'essenza delle dimostrazioni generali Geometriche , &c. le quali si leggono alla pag. 3. del Tomo secondo delle mie Opere Matematiche , la nomata Accademia fece vedere , che si era ravveduta del disprezzo , col quale avea prima della mia Invenzione ragionato , perche fece di quelle mie considerazioni una così seria relazione , che diede a divedere , quanta impressione aveano fatto nella mente di quelli Accademici le mie Dimostrazioni . Questa , che fin qui ho narrato , è in breve l'istoria di quello , che mi è accaduto con i miei primi Oppositori ; ma perche le maliziose arti usate da i Professori miei Contrarj furono innumerabili , io le ho tutte distintamente narrate in una mia Opera manoscritta col titolo di *Apologia al nome del Signor Monforte* , la quale , a Dio piacendo , uscirà alla luce del Mondo . Or qui potrei far
passag-

passaggio alla breve narrazione di quello, che mi è avvenuto con altri miei Oppositori. Ma perche, nel mentre che ardeva questa disputa fra me, ed i miei Contrarj, vi fu una virtuosissima Dama, la quale diede saggi tutt' ad un tempo di parzialità verso di me, e di giustizia; saggi in vero degni, che s' imitassero da tutti quelli, che si lasciano ciecamente strascinare dalle assertive magistrali de' Professori, io non posso senza far torto alla giustizia tralasciar di narrare il seguente fatto accaduto.

La Signora D. Aurelia d'Este Duchessa di Limatola, Dama, alla quale riputai mio gran vanto di prestare i miei più veri ossequj in tutto il tempo, che visse, accoppiò così bene nella sua mente l' amore della giustizia a quello della perfetta amicizia, che l' amicizia non la faceva mai da i dettami della giustizia dilungare, nè la giustizia intepidiva punto in lei il fervore dell' amicizia. Questa gran Dama desiderava ardentemente, che 'l Problema, che io aveva sciolto fosse vero, e sussistente, ma non voleva già difendere la mia Invenzione contro quei tali, che ingannati dalle assertive de' miei Contrarj, mi accusavan di errore, e di ostinazione nel mantenerlo, se prima da un Uomo, come il Monforte, non fosse stata assicurata della verità, che nella mia Invenzione si conteneva. Non poteva l' accennata gran Dama con altro modo rendersi certa, e sicura della mia ragione, che con quello di rapportarsene all' attestato di un Uomo, come era il Monforte, ma più, e più volte mi diceva: Oh quanto mi dispiace di non possedere la Geometria in modo, che io potessi di questa disputa giudicare, perche se in tal modo io la possedessi, farei fra i vostri Contrarj la più fiera suoa tanto però, che della vostra ragione io fossi rimasta convinta. Udite ora quello, che fece questa gran Dama. Avea ella intesa la calunnia sparsa da' miei Contrarj, cioè che il Monforte per adularmi avea contro la sua propria sentenza le mie dimostrazioni approvate; Onde pensò di fare interrogare il Monforte da una persona autorevole, alla quale egli non avesse potuto nascondere la verità. Quindi ella fece ricorso al Signor D. Antonio Maggiocco ora degnissimo ~~era~~ Presidente della Camera Reale: e Soggetto venerabile non solo per la vasta sapienza, che possiede, ma per

la sincerità del suo animo ; per la dolcezza de' suoi costumi , e per tutte le virtù , che lo adornano . A questo dunque come a suo intimo Amico , Ella impose , che senza che io niente ne sapessi , pregasse il Monforte di dire a lui sinceramente, se egli approvava , o nò la mia Invenzione , perche nel caso eh' egli solamente ne dubbitasse , ella si prometteva di farmi ritrarre dall' impegno , senza che mai io avessi saputo , che il Monforte avea appalesato a lei sola , ed al Signor Consigliere D. Antonio i suoi veri sentimenti ; e pregò il nominato Signor Presidente , che avvalorasse queste sue istanze al Monforte con quelle del Signor Duca D. Gaetano Argento: personaggio ben noto all' Europa tutta non solo per la grandignità , che possedeva , ma per la sua gran dottrina , e sapienza in tutte le scienze . Fece dunque efficacissimamente il Signor D. Antonio al Signor Monforte l'istanza , che egli era stata raccomandata dal zelo di quella gran Dama ; A questo il Monforte rispose , che in tanto egli aveva approvato la mia Invenzione , in quanto che con sua maraviglia l'avea conosciuta vera , e sussistente , e che egli ancora avea ben prevedute tutte le Calunnie , che ed io , ed egli dovevamo soffrire , io per l' invenzione di un Problema così grande : qual' era il mio , ed egli per l' approvazione , che ne avea fatta ; ma ch'egli di ciò non si dava alcuna briga , perche riputava più d' ogn' altra cosa la gloria , che nasce dalla sincerità , e dalla fermezza dell' animo . Dopo questa sicura dichiarazione del Signor Monforte la virtuosissima Signora Duchessa cessò di emendarmi , come prima avea sempre fatto, tacciandomi di ostinato nel voler mantenere le mie Invenzioni : ma non mai però mi disse , che quelle fossero vere , e sussistenti , perche non mai mi appalesò quello , che avea fatto per ischiarirsi della verità . All'incontro senza , che di ciò io niente sapessi prendeva in tutte le Conversazioni con vigore , che andava fino all' eccesso , la mia difesa contro quelli , che mi tacciavano di ostinato nel mantenere un errore , ch' essi ingannati dagli accennati miei Contrarj credevano , che fosse nella mia Invenzione .

Al certo tutti quelli , che virtù ammirano , non possono tralasciare di ammirare in questo fatto la virtù di una Dama, la quale nel mentre, che professava molta bontà verso di
me,

me , non si lasciava però persuadere dalle mie assertive , ma in vece di ciò mi emendava , senza lasciar di desiderare , che io in quella acerba disputa avessi ragione , e tutt' ad un tempo senza lasciarsi vincere contro la giustizia da questo suo desiderio di parzialità verso di me . Oh quanto ben sarebbe , che i Discepoli de' Professori , quando non sono abili a distinguere in Geometria il vero dal falso , alle assertive magistrali de' loro Maestri rispondessero nel seguente modo :

Voi siete Professore , e perciò dubbitò , che abbiate vergogna di confessare a i vostri discepoli gli errori, che forse avete commesso in Geometria , onde io non sono obbligato a credervi , se non mi fate vedere le approvazioni a questo che mi dite , di Matematici rinomati per la loro sapienza , o di qualche Accademia . Ritorniamo ora doppo questa breve digressione a ragionare dell' ammirabile azione della nomata Signora Duchessa di Limatola .

Al certo la generosa , ed obligante difesa , che questa gran Dama prendeva di me contro i miei Oppositori , avrebbe potuto obbligarmi a dedicargli in appresso quella mia medesima Invenzione, ch'ella avea così ardentemente difesa ; ma perchè io prendevo vera cura della sua stima , non mai volli nominare la sua venerabile persona in alcuno di quei libri, ne' quali ragionavo della mia Invenzione , per non esporre il di lei nome , o agli scherzi , o alle calunnie de' miei adirati Oppositori . Ed all'incontro , perchè io volevo , per quanto a me era possibile , manifestare al Mondo i suoi gran pregi di sapienza, e di virtù , a lei indirizai il libro dell' abilità , che hanno le Donne allo studio delle scienze, il quale era fin allora , ed è stato in appresso in tutto libero da ogni contesa .

Vi narrerò ora in breve quello , che mi accadde doppo la disputa con i miei primi Oppositori .

Io pubblicai , come vi ho già accennato , l'anno 1722. il Libro delle mie Opere Matematiche , nel di cui primo Tomo vi si contiene la mia Duplicazione del Cubo dimostrata per lo metodo degl' indivisibili, e nel secondo vi si contiene di nuovo la Duplicazione del Cubo per quanto era possibile dimostrata per i soli Elementi di Euclide , e senza l'uso del metodo degl' Indivisibili , e ciò feci a fine di soddisfare ancora a quelli ,

che 'l metodo degl' Indivisibili non intendevano , ma in qualunque modo , che il mio metodo si studiasse, sempre a mio credere , o in un modo , o nell' altro egli era dimostrato . Alla pubblicazione dell' accennato mio Libro tutti i Signori Geometri fecero silenzio sù della mia Duplicazione del Cubo, onde pensai , che il loro fine fusse stato quello di seppellir nell' oblio la mia novella Invenzione , a cagion che quella nuoceva a tutta la moderna Geometrica scienza , e perciò non tralasciai di richiedere con private mie lettere del loro sentimento i Signori Mattematici d'Europa ; ma la maggior parte schivaron l'impegno , o non rispondendo alle mie richieste , o pure rispondendo cortesemente, senza impegnarsi a darne giudizio ; Ebbi però il giudizio del dottissimo , e virtuosissimo Sig. Conte Fagnani , al quale risposi concludentemente . Ebbi quello d'un Professore il quale ha supplito alla renitenza, che tutti i Mattematici d'Europa avean mostrato di opporsi a me , perche egli ha fatto cinque opposizioni ogni una diversa dall' altra , nella qual cosa egli ha fatto ben comparire quanto ben intendesse la forza dell' unità , che regna nelle dimostrazioni Geometriche , in virtù della quale da' Geometri si conosce , che siccome in Geometria la verità è una , dell' istesso modo l'errore , che si contiene in una proposizione, non può esser altro , che uno ; ha fatto conoscere quanto sia la sua perizia in Geometria , perche in niuna delle sue obiezioni ha mostrato d'intendere nemmeno per sogno la mia Invenzione , e dalla sua prima opposizione se ne deduce per conseguenza la seguente bellissima Analogia , cioè che 3. sia a 6. come 1. è a 4. Le opposizioni di questi miei nuovi Oppositori insieme con quelle , che il Padre Grandi mi fece con sue private lettere , quando pubblicai la prima volta la mia Duplicazione del Cubo , si leggono nel Libro alla pag. 84. sino alla pag. 90. da me pubblicato l'anno 1730. col titolo *Duplicationis Cubi demonstratio, &c.* del quale ora narrerò in breve l'Istoria .

Continuava a molestar mi nell'animo l'importuno silenzio , che i Signori Moderni Mattematici facevano intorno alla mia Duplicazione del Cubo , e dicevo fra me stesso : può egli mai avvenire , che un Ceto venerabile , come appunto è quello de' Mattematici , il quale più che tutti gli altri professa
di

di conoscer la verità , e di disciplinare le altrui menti nella cognizione di quella , sia poi così poco sincero nel confessarla , come egli si dà a divedere in questa mia Invenzione ? Mi si appresentava alla mente la sentenza di S. Agostino nel *lib. de Agone Christi* riferita da S. Anselmo, e da molti altri Autori, cioè : *Qui veritatem occultat , & qui mendacium prodit , uterque reus est , ille , quia prodesse non vult , iste , quia nocere desiderat* ; e ripetendo nella mia mente questa sentenza , dicevo fra me stesso : può egli mai essere , che la malnata invidia , che il rossore , che hanno gli Autori , di aver seguito una falsa dottrina Mattematica ; che la renitenza , che hanno i Professori di aver insegnate false dottrine a i loro discepoli, debba nell'animo de' Mattematici sì fattamente prevalere all'amore verso la giustizia , al rimorso della loro propria coscienza , alla considerazione della vergogna, che appò i Posterì cagionerà la poca sincerità de i Mattematici de' nostri giorni, per modo tale che non si curino di passare appresso quelli per men che sinceri , purchè in tempo di lor vita non perdano il concetto , che si hanno acquistato appò i meno intesi , per lo mezzo di vili leghe fra essi , fatte a fine di propagare fra i meno intesi le loro agevoli , e tutt'ad un tempo false e perniciose dottrine ? Ed alla perfine pieno di meraviglia , e di stupore fissai nella mia mente il concetto , che i Signori Moderni Mattematici vogliono bensì , che si cerchino que' Problemi, ch'essi han riputato impossibili , solamente perchè essi non gli hanno sciolti, ma che non vogliono , che da altri si sciolgano ; onde poi essendosi veduti da me in questa loro intenzione delusi , si fossero proposti per fine di sepellir nell'oblio la mia Invenzione , e che avessero ancora forse sperato che le ceneri di quella non avessero avuto da esser da i nostri Posterì ravvivate. Onde pensai di ricorrere ad una celebre , e dottissima Società, come è la Società Regia d'Inghilterra , acciò quella decidendo intorno al valore delle mie dimostrazioni , e delle opposizioni de' miei Contrarj , dissingannasse i meno intesi di Geometria e quelli ancora , che niente ne intendono , dalle false opinioni , che intorno alla mia Invenzione aveano sparse nel volgo i miei Contrarj.

Pensai ancora , che la Regia Società dovesse esser meno ,
che

che le altre Accademie prevenuta di mente contro la mia Invenzione ; ed ecco le ragioni sù delle quali concepj nel mio animo questa speranza . Sapevo , che la Regia Società venera i sentimenti del celebre , e sapientissimo Signore Cav: Isacco Nevuton, e sapevo altresì che'l Sign. Cavaliere Isacco Nevuton avea dichiarato con sincerità non solita a praticarsi da certi Letterati di alcune altre nazioni , ch'egli non solo venerava la dottrina di Galileo Galilei , ma che da quella avea preso molto per le opere , ch'egli avea scritte . Or avvegna che la mia duplicazione del Cubo sia tutta dedotta da i principj di Galileo , sperai , che i Signori Associati vedendo solamente il cardine , al quale si appoggiava la mia invenzione , avessero dovuto senza alcuna prevenzione di mente in contrario , esattamente studiarla , e perche ero certo delle mie dimostrazioni , sperai , che come forti , avessero dovuta approvarle.

In appresso poi , si confermò tanto più in me questa speranza , quando vidi nel *Libro de' Saggi di Filosofia del Signor Cav: Isacco Nevuton* , che'l Sig. Enrico Pemberton al principio della sua Prefazione , attesta , che'l Signor Cav: Isacco Nevuton *si protestò sempre un grande ammiratore del gusto , e del modo di dimostrar degli Antichi , e ch'egli condannava se stesso per non seguirli più rigorosamente di quel che faceva , e che il detto Cav: parlava con rincrescimento del suo inganno al principio de' suoi studj matematici nell'applicarsi alle opere del Des Cartes , ed altri scrittori Algebraici , prima di aver considerato gli Elementi di Euclide , con quella attenzione , che merita un così eccellente Scrittore .* Ora perche la mia Invenzione è tale , che fa conoscere quanto sia non solo inutile, ma pernicioso lo applicarsi all'Algebra , la vera , e buona Geometria degli Antichi trascurando , sperai , che la mia Invenzione avesse dovuto esser gradita dalla celebre , dottissima , e sincerissima Regia Società d'Inghilterra ,

Scrissi dunque al dottissimo Signor Paolo Rolli dimorante nella Città di Londra , accioch'egli facesse per me istanza a quella Regia Società di prender l'affunto di giudicare intorno alla mia Invenzione . Egli mi rispose , che l'Accademia avrebbe preso l'affunto di darne giudizio, ma che era necessario, che io la traduceffi in lingua latina per facilitarne a que' Sign. Associati

ciati l'intelligenza: Aderj alla sua richiesta, traducendola in lingua latina, col titolo: *Duplicationis Cubi demonstratio, A Paulo Matbia Doria Inventore Celeberrima Regia Societatis Angliae Censura exposita, Hac latina editione maximoperè aucta. Venetiis anno 1730.*, e con una lettera, che si legge al principio di questo libro la indirizzai alla Regia Società, e nell' accennato libro feci ancora stampare le nuove obiezioni, che avevo ricevute; ed acciocche la Regia Società avesse potuto interamente giudicare della mia opera, inviai al Signor Paolo Rolli gl' accennati due libri delle mie opere Mattematiche, acciò in quelle la Regia Società avesse anco potuto esaminare le obiezioni, che avevo avute da' primi miei Oppositori, e dalla celebre Accademia di Lipsia. Tutto questo feci a fine che rimanesse nel Mondo ischiarita la verità, e 'l volgo disingannato del gran delitto, del quale i Professori di Geometria appò quello mi accusavano, cioè di essermi ostinato a difendere una falsa Invenzione in Geometria, ciocche, a mio credere, avrebbe recato non poca taccia al mio nome.

Ma quello, che prego il mio Lettore di osservare in questo nuovo libro da me pubblicato si è l' efficacia delle ragioni, con la quale nella lettera da me diretta alla Regia Società quella prego a muoversi a far decisiva sentenza; imperciocche non solo in quella lettera la prego a decidere, ma con fortissime ragioni dedotte da' sentimenti degli antichi Geometri, e dal settimo libro della Repubblica di Platone, le dimostro, che senza ripugnare all' autorità degli Antichi, l'Accademia non può astenersi di pubblicare decisiva sentenza. Ma di più in quel libro doppo avere narrata la mia Invenzione, e le mie dimostrazioni alla pag. 47. fo nove petizioni, fra le quali altre riguardano la Geometria, altre riguardano il buon costume dalla sincerità dipendente, col titolo, che si legge alla pag. 54. *Petitiones pertinentes ad Moralem*, ed in quelle dimando alla Regia Società se un Geometra oppositore possa quando è stato sedito dall' Autore non dichiararsi sedito, ma in vece di ciò continuare a sostenere le sue opposizioni; e nella nona nuova petizione dimando alla Regia Società; se sia lecito a i sapienti, e sinceri Geometri di celare la verità in Geometria per nascondere gli errori commessi da tutti

ti i Geometri, e poi concludo, che spero, che la Regia Società debba infallibilmente decidere. Al certo a me sembra, che queste efficaci maniere da me usate per muover l'animo de' Signori Associati a giudicar decisamente della mia Invenzione, facciano chiara fede della mia sincerità, e della poca de' miei Contrarj, i quali se credessero d'aver la ragione dalla loro parte, avrebbero dovuto, come ho fatto io, supplicare la Regia Società a decidere per liberare il ceto de' Mattematici dalla taccia, che io li dò; cioè che i Professori siano men che sinceri con i loro discepoli, che gli Autori intorno alla nuova Geometria lo siano con i loro seguaci, e che gli altri Geometri siano rei o di vile timidezza, o di poca intelligenza nella Geometria; ed invero quei Geometri, che non han presa parte nella disputa, se avviene, che intendono le mie dimostrazioni non possono senza mancare alla verità tralasciare di alzarsi contro quelli, che tentano di celarla agli occhi altrui; e i non intesi di Geometria non avrebbero dovuto ponesi dalla parte de' miei contrarj, dandosi a divedere poco accorti conoscitori delle arti maliziose de' loro maestri. Narrerò ora quello, che mi è avvenuto con la Regia Società.

Il Signor Paolo Rolli presentò in pubblica Accademia al celebre, e dottissimo Signor Presidente Sloanes il mio libro della Duplicazione del Cubo scritto in lingua latina; si lesse in pubblico la mia lettera diretta alla Regia Società, e il Signor Presidente diede l'incombenza a otto de' più celebri Mattematici d'Europa di esaminare la mia Invenzione, e poscia di farne relazione alla Regia Società. I Signori Mattematici a me assegnati per Giudici furono i seguenti:

I Signori De Moivre, Dottor Halley.

Jones--Sterling--Hadley

Bradley--Robins--e Dott. Pemberton.

Il Signor Paolo Rolli con sua lettera de' 13. Luglio 1731. mi avvisò questo fatto, che io ricevei con somma allegrezza, perche pensai, che dopo l'approvazione di una celebre, e dottissima Regia Società, com'è quella d'Inghilterra, ognuno si sarebbe vergognato di non seguire la mia Invenzione. Pari all'allegrezza, con la quale avevo l'accennata novella ricevuta, fu l'efficacia, con la quale per mezzo di mie lettere scritte al Signor Paolo Rolli, io sollecitai la decisione.

Ma

Ma perchè vedevo, che i Signori Giudici a me assegnati troppo tardavano a dare alla Regia Società il loro sentimento, mi risolsi di scrivere al Signor Presidente Sloanes una lettera pregandolo a sollecitare la desiderata decisione, alla quale il Segretario della Regia Società mi rispose del tenore seguente:

Viro Præclarissimo, Nobilissimoque Domino Paulo Matthiæ Doriæ Patricio Neapolitano &c. E Mortimer
M. D. Secr. R. S.

S. P. D.

Literæ tuæ ad Societatem Regiam missæ per manus Illustrissimi Domini Præsidis Societati traditæ fuerunt; Socii ad Librum tuum perlegendum delegati rogabantur, ut sese convenirent, & sententiam proferrent, quod cum fecerint, eorum iudicium tamquam opinionem singulorum Virorum baudquam pro iudicio ex Societatis auctoritate respicere oportet. Nam Societas Regia ipsa de talibus Inventis, vel ullis aliis communicatis numquam solet iudicium facere, vel approbando, vel condemnando. Quandocumque Viri hi docti aliud declaraverint, tecum communicabitur. Illustrissimus Præses Dominus Sloane te salutat, tibi inserviando in omnibus paratus, uti, & ego, qui cuncta tibi prospera opto. Vale,

Datum Londini Septembris 1732.

Rimasi attonito a questa sì fatta novella, perchè non mi sembrava, che questa risoluzione della Regia Società di non decidere, fusse corrispondente al decreto, che avea fatto, quando a i Signori Esaminatori a me assegnati, avea ordinato, che facessero relazione della mia Invenzione alla Regia Società; onde io vedendo questo rifiuto risposi al Signor Segretario E Mortimer che la cagione, per la quale io avevo richiesta la decisione della Regia Società, era stata, perchè avevo pensato, che con l'autorità venerabile di quella si farebbe posto fine a tutte le dispute, ma che gli sentimenti de' privati, a i quali i miei Contrarj, e gli altri Mattematici non si

C

fa-

farebbero mai acquietati, non mi erano utili, nè necessarj, tanto più che per ciò che riguarda le approvazioni de'Privati, io avevo avuta quella del celebre, e dottissimo Sign.D.Antonio Monforte, alla stima del quale mi avrebbe paruto di far torto, se altre approvazioni de'privati io fussi andato cercando; ed aggiunsi poi in questa lettera, che i miei Contrarj aveano dato saggio di non acquietarsi alle decisioni de' privati, avendo rifiutata quella del nomato Signor Monforte. Il Signor Paolo Rolli presentò questa mia lettera al Signor Presidente Sloanes, il quale perche è, secondo dicono tutti i Signori Inglese, un personaggio sincerissimo, e giustissimo, disse, come con altra sua lettera mi scrisse il Signor Paolo Rolli, che io avevo ragione di non volere sentimenti de'privati.

Questo, che ho narrato, è in breve quello, che mi è avvenuto nella richiesta, che ho fatto alla celebre Regia Società d'Inghilterra del suo sentimento intorno alla mia Novella Invenzione, e questo fatto da me narrato apparisce chiaro dalle lettere, che conservo del Signor Paolo Rolli autenticate dalla risposta fattami dalla Regia Società per lo mezzo del suo Secretario, da me interamente qui trascritta. Ma acciocchè si veda, come per la divina Provvidenza il vero abbia in se la proprietà di svilupparsi da se stesso dalle reti, nelle quali gli Uomini men che sinceri, ed artificiosi tentano d'invilupparlo, io voglio riflettendo un pò sù de'fatti in questa mia Disputa accaduti, far conoscere, che da qualunque Uomo di sana mente, quantunque non inteso di geometria, si può intendere, che in questa disputa la ragione è tutta dalla mia parte, e tutta contraria a i miei Oppositori.

Parmi di poter dire a gran ragione, che dovendosi cōdannar del delitto d'ostinazione in una materia geometrica, i miei Contrarj farebbero quelli, i quali da quegli Uomini, che hanno solamente il buon natural raziocinio, farebbero del delitto di poca sincerità, è d'ostinazione condannati, purchè però i miei Giudici nō fussero di quei tali Uomini, che regolano i loro giudizj da i giudizj della irragionevole, ed appassionata moltitudine. Ed invero se tal'uno solamente vedendo, che la moltitudine de' Mattematici si dà a divedere in apparenza a me contraria, in sua mente dicesse, che la mia Invenzione non può esser vera, e sus-

e sufficiente, io a quel tale risponderei, che temo della salute della sua anima, perche potrebbe avvenire, ch' egli considerando, che Mahometto ha più seguaci di Nostro Signor Giesù Cristo, si facesse Mahomettano. Cerchiamo dunque un Uomo per nostro Giudice, privo bensì della scienza della Geometria, ma di buona, e retta Logica fornito, almeno nelle materie, che le cose del Mondo riguardano, ed in particolare nella perizia d'iscovrire ne' delitti i delinquenti.

Narra Cicerone nell'Orazione pro Roscio, che quando in Roma un qualche delitto accadeva, Bruto solea dire: *Cui bono ille reus*, ciocche vale a dire, che quello è il reo, il quale dal delitto ricava, o almeno crede di ricavarne vantaggio. Eleggiamo dunque Bruto per Giudice fra me, e i miei Contrarj, e vediamo, come egli avrebbe ragionato per pronunciar la sentenza condannando o i miei Contrarj, o me del grave delitto di negare una verità, la quale come appoggiata a dimostrazione geometrica non si può ignorar da' Geometri. Al certo Bruto facendo seria riflessione al punto, che fra me, e i miei Contrarj si disputa, ed a tuttociocchè in questa stessa disputa è accaduto, direbbe: qual motivo avrebbe mai quest' Inventore della duplicazione del Cubo di ostinarsi a difenderla, quando i suoi Contrarj gli avessero dimostrato alcun errore! Certamente niun savio, o lusinghiero motivo egli potrebbe avere di sostenerla. Potrebbe egli forse mai credere, che a lui recasse vergogna il non aver sciolto il Problema della Duplicazione del Cubo: Problema, che niuno prima di lui ha mai potuto risolvere? Certo, che nò, perche egli sà ben' il commune Adaggio cioè: *In magnis voluisse sat est*; onde il solo averlo tentato a lui recarebbe gloria, e non vergogna; invece che non poca vergogna a lui recarebbe il sostenerlo, quando alcuno de' suoi Oppositori lo avesse convinto d'errore; ond'è da crederli, che se egli fosse stato convinto di errore, si farebbe acquietato alla dimostrazione de' suoi Contrarj. Ma inoltre il nome di quest'uomo non è affatto oscuro nella Litteraria Repubblica; imperciocchè le altre sue opere lo rendono bastantemente chiaro, in maniera che se egli non ha un desio di gloria insaziabile, ciocchè non credo, egli a buona ragione si può contentare del nome, che ha nella Litte-

raria Repubblica ; ma poscia supponiamo pure , continuerebbe a dir Bruto , ch'egli avesse questo insaziabile desio di gloria; potrebbe mai sperare , che i Mattematici riceveffero per vera, e sussistente una Invenzione, che fusse stata dimostrata falsa? Certo che nò , imperciocchè le Invenzioni della fatta di quelle della Duplicazione del Cubo i Mattematici patiscono a confessarle per vere quando son ben dimostrate , or tanto meno i Mattematici vorrebbero riceverle per vere quando fussero false. Niun vantaggio dunque a lui arrecarebbe la sua mal'intesa ostinazione in difendere una Invenzione geometrica , che fusse mal dimostrata .

Ma potrebbe egli mai forse avvenire, continuerebbe a dir Bruto , ch'egli fusse sì fattamente di geometria ignaro , che non intendesse gli errori , che i Contrarj gli avessero additati ? Certo che nò ; imperciocchè nelle sue opere di Filosofia , di Morale , di Politica , egli ha dato saggi di possedere una Logica, che non possono aver quelli , che dalla Geometria non hanno dedotto quel carattere universale del vero , e del falso, il quale poi fa sì che la mente volgendosi a tutti i particolari distingua non solo nella Geometria , ma nelle cose tutte il vero dal falso , il vero dal dubbio . Ed invero egli di possedere questo carattere ne ha dato saggi ben distinti nella sua Logica , che si legge al principio della sua Filosofia ; dunque egli non può ignorare un' errore in Geometria , che altri gli avesse additato , mentre in Geometria non è possibile non conoscere un errore, quando altri ce lo addita ; ed oltre a ciò fra le sue opere vi si contiene una meccanica de' Corpi sensibili , e de' Corpi insensibili tutta geometricamente dimostrata , alla quale niun Mattematico si è opposto . Adunque direbbe Bruto , costui non è capace d'ignorare un suo errore in Geometria , che altri gli avesse additato , e non potrebbe poi sperare di trarre alcun vantaggio dall'ostinarsi a difenderlo, anzi sarebbe certo di ricavarne non poca vergogna; in conseguenza deve crederfi, che se alcuno lo avesse di errore convinto , egli avrebbe fatto , come fece Giuseppe Scaligero , il quale essendosi lusingato di aver trovata la quadratura del cerchio , ammonito dal Padre Cristofaro Clavio del suo errore , lo ringraziò, nè più fece parola della sua Invenzione, e si conten-

tentò della fama , che a lui apportavano le altre sue opere . Si fattamente dunque in questa Disputa ragionarebbe Bruto , seguendo la sua massima : *Cui bono , ille reus* , e mi avrebbe assoluto del grave delitto di sostenere per vera , e ben dimostrata una Invenzione Geometrica , che in verità non lo fusse . Vediamo ora qual giudizio egli farebbe de' miei contrarj .

Certamente vedendo Bruto , che i miei Contrarj sono o Professori , i quali vivono con l'insegnar le Matematiche , o Autori , i quali hanno riposta la base della mole della lor gloria in quelle Invenzioni Matematiche dalla nuova Geometria dipendenti , e le quali son quelle , che io fò veder false , ed insufficienti ; Bruto , dico , certamente direbbe , che i Professori possono aver vergogna di confessare a i loro Discepoli gli errori , che hanno commessi nelle loro opposizioni , e possono anco avere vergogna di confessare a i loro Discepoli il delitto d'aver loro insegnata una dottrina falsa , e perniciosissima malgrado gli avvertimenti , che loro ha dati questo Autore con la sua Duplicazione del Cubo ; dunque a i Professori giova commettere il delitto di negare anco le verità , che si deducono dalle dimostrazioni Geometriche . Si aggiunga a ciò , direbbe Bruto , che i Discepoli di sì fatti Maestri , come instrutti in una falsa Geometria , la quale non produce buona Logica , essendo incapaci d'intendere gli errori de' loro Maestri , sono costretti , come si suol dire , a giurare *in verba Magistrorum* ; onde si può credere , che i Professori non temendo i rimproveri de' loro Discepoli , il delitto d'ingannarli agevolmente commettano . Gli Autori poi di cose appartenenti alla nuova Geometria possono esser pure vinti dal rossore di confessare false , ed insufficienti tutte le loro Invenzioni ; e questi ceti di persone , direbbe Bruto , sono quelli , a i quali potrebbe essere di molto vantaggio il celare a i non intesi di Geometria i loro errori ; Imperciocchè questi sono quelli , i quali vedendo di non potere più aspirare al conseguimento della gloria appò i Posterì , possono nutrire nell'animo il malnato desio di appigliarsi al partito di mantenere quella gloria , che si hanno appò i Moderni acquistata con le loro false Matematiche dottrine , ed in questa guisa Bruto conoscen-

do ,

do, che lo usare poca sincerità gioverebbe a i miei Contrarj, e nuocerebbe a me, senz'altri argomenti condannarebbe del grave delitto d'ostinazione in Geometria i miei Contrarj, e me da quello assolverebbe. Ma vediamo ora, che direbbe Bruto riflettendo sù de' fatti accaduti in questa Disputa.

Al certo quando Bruto avesse veduto, che le opposizioni de' miei Contrarj erano tutte diverse l'una dall'altra, e che fra i secondi miei Contrarj uno fa cinque opposizioni ogn'una diversa dall'altra, Bruto avrebbe detto: o nella Geometria non v'è più l'unità di vero, ovver gli oppositori di questo Autore di Geometria non intendono; Imperciocche se in Geometria il vero è uno, l'errore è ancor uno; onde se nella Invenzione dell'Autore vi fusse stato errore tutti i suoi Oppositori avrebbero dovuto in quello incontrarsi, nè quel tale, che ha fatto cinque opposizioni può a buona ragione vantarsi d'intendere che cosa sia Geometria, mentre nelle sue opposizioni va di quà, e di là brancolando, senza mai dare nel segno. Al certo se Bruto fosse vissuto in tempo che avesse potuto leggere la Gerusalemme liberata di Torquato Tasso, avrebbe detto, ridendo, quei versi, che Goffredo dice nel canto 20. per incoraggiare il suo Esercito a combattere contro un Esercito di gente collettizia, e mal'istrutta nell'esercizio delle armi:

Non sia, non sia tra voi temenza alcuna

In veder così grande Oste inimica:

Che discorde fra se mal si raguna,

E negli ordini suoi se stessa intrica

In questo modo dunque Bruto avrebbe delle loro discordi opposizioni giudicato; ma poscia quando avesse veduto la celebre Università di Lipsia opponerli all'Autore facendo nuove opposizioni, e senza far conto alcuno delle prime, senza più pensare ad argomenti di probabilità averebbe concluso: dunque le prime sono state giudicate false; imperciocche, se quelle de' primi Oppositori fossero state sussistenti, quelle di Lipsia sarebbero state superflue.

Rimaneva dunque a Bruto il giudicare intorno alle nuove opposizioni dell'Accademia di Lipsia, ed intorno a quelle de' nuovi Oppositori, ma egli ne avrebbe ben presto a favor dell'Autore giudicato, soltanto, ch'egli avesse veduto l'ar-

dito

dito ricorso , ch' egli ha fatto alla celebre , e dottissima Regia Società d'Inghilterra ; imperciocchè egli avrebbe detto , se la Regia Società ha assegnato all' Autore otto sapientissimi Giudici con espresso ordine di far relazione dell' Opera alla Regia Società , come dopo sedeci mesi di tempo , che hanno avuto i Giudici a studiarla , i Giudici ricusano di fare la relazione alla Società , e la Società se n' esce per l'uscio di dietro , dicendo , che in queste specie di Problemi la società non ha costume di giudicare ? Questo è un segno manifesto , che avendo i Giudici ritrovate insufficienti le opposizioni , ed all' incontro non avendo essi potuto ritrovar errore nell' Invenzione , la Regia Società non ha voluto impegnarsi ad approvare , nè a disapprovare , ed all' incontro avrebbe desiderato , che senza poner niente a pericolo il suo decoro , i Giudici assegnati come particolari fossero andati ad uso de' Scettici facendo motivi all' Autore per vedere se potevano scuoprire nell' Invenzione qualche errore ch' essi non avevano ancora potuto ritrovarci.

Oltre a ciò avrebbe detto Bruto , se i Giudici assegnati all' Autore avessero ritrovato nell' Invenzione di quello un qualche errore , si avrebbero recato a gloria di appellarlo alla Regia Società , e la Regia Società lo avrebbe appalesato al Mondo , sicura di ricever gli applausi di tutti i seguaci della nuova Geometria , fra i quali vi si numera una gran parte de' Signori Mattematici Inglese . Se poi i Giudici avessero conosciuta sussistente una qualche obiezione de' Contrarj dell' Autore , avrebbero fatta relazione alla Regia Società , e poi avrebbero con una specie di deriso risposto all' Autore , ch' egli ha cercato il giudizio di una Regia Società in una cosa , ch' era già stata giudicata da i suoi Contrarj , e che l' Autore come Geometra facilmente avrebbe potuto intendere , e certamente avrebbe detto Bruto che la Società in niuno degli accennati due casi non avrebbe avuto timore di alcuna acerba risposta dell' Autore ; imperciocchè se l' Autore fosse stato così sciocco di rispondere ad una Regia Società , ch' egli stesso avea eletta per suo Giudice , egli sarebbe stato preso a disprezzo dalla Regia Società , e dalle altre Accademie d' Europa . All' incontro la Regia Società si sarebbe esposta a molto pericolo di ricever contraddizioni , se avesse approvato l' Invenzione dell' Autore ,

re , perche facendo quella conoscer falsa la moderna Geometria , la quale poco men che tutti i Moderni Geometri sono impegnati a sostenere, l'Accademia avea bisogno d'impegnarsi contro poco men che tutta la Republica de' moderni Matematici , i quali fidandosi alla forza del numero , avrebbero forse osato di non acquietarsi alle decisioni venerabili della Regia Società , ciocchè non poteva fare l'Autore, il quale sarebbe stato solo contro tutti . Così dunque Bruto ancora ragionando dell'accadutomi con la Regia Società seguendo egli le norme della sua massima *cui bono ille reus* , avrebbe detto , che la Regia Società era quella, che traeva vantaggio dal non decidere , ed avrebbe concluso in sua mente , che tutti i Matematici non ricevendo , e non seguendo l'Invenzione dell'Autore , usano verso quello una violenza men che propria della sincerità , che devono praticare i Geometri ; In questa guisa dunque , che abbiamo detto , avrebbe ragionato Bruto inconseguenza della sua massima *cui bono ille reus* , onde si dee concludere da quegli Uomini , che hanno solamente il naturale discorso , che la mia Invenzione camina in tutto libera da vere , e sussistenti opposizioni , ma che all' incontro a cagion della grandezza del Problema i Matematici indifferenti temono , come si suol dire che *lateat anguis in herba* , e perciò non si arrischiano ad approvare , nè a seguire la mia Invenzione , e gli altri , che hanno interesse , che la mia Invenzione non sia sussistente , s'ingegnano con arti men che sincere di rappresentarla per falsa a quelli, i quali o affatto non sono intesi, o almeno non sono ben'intesi di Geometria; e questo, che ho narrato, è il vero stato della mia Invenzione della Duplicazione del Cubo . Voglio ora con due assai vive similitudini da me già nelle altre mie opere riferite far con viva immagine conoscere quello , ch'è accaduto in questa mia Invenzione , e lo stato presente , nel quale ella si trova nella mente de' Matematici .

La Regia Società d'Inghilterra si è regolata con quell' istessa prudenza , con cui il Senato Romano si governava ne' casi , ne' quali qualche cosa accadeva valevole a disturbare la Republica .

Narra Plutarco nella Vita di Numa Pompilio verso il fine ,

ne, che a cagione di una inondazione s'infranse l'Arca di Numa, dopo che eran già scorsi quattrocento anni dalla morte di quello, e che essendosi in quella ritrovati dodeci libri, che trattavano *de Jure Pontificio*, ed altri dodeci in lingua greca: *De Disciplina Sapientiae*, Petilio Pretore in quel tempo consigliò al Senato, che non li pubblicasse, anzi che li facesse abbruciare, acciò non si facessero noti alla Moltitudine; e non per altra ragione s'indusse Petilio a dare al Senato questo consiglio, se non perche vedendo egli, che i costumi de' popoli nel corso di sì lungo tempo eran tutti mutati, credeva esser lo stesso, che turbar la Republica lo appalesare a Popoli quelle virtuose leggi di Religione, e di Sapienza, le quali mercè la mutazione de' costumi, non eran più capaci di seguire. Le seguenti sono le parole di Plutarco: *Non videri sibi neque fas, neque pium, ut quæ in libris scripta sunt, audiantur a multitudine; proindeque delatos illos in comitium igni tradidisse.*

Per l'istessa cagione, a mio credere, avendo veduto la Sapiientissima Regia Società d'Inghilterra, che la mia Invenzione mostrava vana, ed insufficiente tutta la moderna Geometria; ed avendo altresì considerato, che i Signori Geometri d'Inghilterra non solo avevan seguita l'Algebra, e le Costruzioni di Renato, ma che ne avevano conteso a i Francesi il preggio dell'Invenzione, avendo preteso, che quella fusse stata Invenzione del loro Ariot imitando il consiglio di Petilio Pretore, non ha voluto giudicare sù della mia Invenzione.

La seguente similitudine poi è affai valevole a spiegar con sensibile immagine l'errore, nel quale sono caduti i Moderni Geometri lasciandosi ingannare dalle Sofistiche apparenti ragioni di Renato Des-Cartes; e questa similitudine si ricava da un fatto accaduto nella Slesia, e riferito da Monsieur di Fontenel, e da altri Autori.

Un malizioso Padre sparse nella Slesia, che un suo Bambino era nato con un Dente d'oro, andarono tutti i Letterati a riconoscer quel gran prodiggio, indi si posero tutti nell'impegno di spiegare in Fisica la cagione di quel portentoso Dente; subito si pubblicarono molte Dissertazioni intorno a quel fatto, e molte contese accaddero sù di quello; nel-

D

l'ul-

L'ultimo poi si fece una raccolta di tutte quelle Dissertazioni, e s'impresse il libro col titolo: *De Dente Aureo*. Andò un Orefice per sua curiosità a vedere quel Dente, ch'era cagione di tante contese, e ritrovò, che quel Dente era d'osso, ma che 'l malizioso Padre lo aveva coperto con una foglia d'oro artificiosamente all'osso sovrapposta. Il malizioso Padre de' Signori Geometri Moderni è stato Renato, il quale ha detto, che la sua Geometria era d'oro, quando in vero era d'osso indorato. Gl' incauti Geometri, che hanno creduto a Renato sono simili a gl' incauti Letterati della Slesia, i quali hanno fatto le Dissertazioni intorno alla cagione del Dente d'oro, e mi sia pur lecito dirlo, io sono a guisa di quell' Orefice, il quale ha iscoverto, che il Dente era d'osso.

Ma ritorniamo di nuovo al giudizio di Bruto. Supponiamo, che fra quei Letterati, i quali avevano fatto le Dissertazioni su 'l Dente d'oro, ve ne fosse stato uno, il quale avendo scritta la più meschina di tutte le Dissertazioni, non si fosse poi vergognato a tornare a scrivere, che il Dente era d'oro, senza addurre nuove ragioni di questa sua temeraria assertiva. A qual pena sarebbe mai questo tale stato condannato da Bruto? Certamente egli sarebbe stato condannato a quella, a cui le Leggi condannano gl' Impostori; o almeno Bruto lo avrebbe condannato ad astenersi di fare la Professione di Filosofo, di Mattematico, e di Uomo di lettere. Io non so se alcuno de' miei Oppositori doppo aver veduto, che le sue opposizioni sono state tacitamente rifiutate dalla Regia Società d' Inghilterra, e da ogni buon Mattematico, abbia poi continuato ad asserire o in voce, o in iscritto, che le Curve, da me contese, abbino esattamente quelle proprietà, che Renato, contro la sentenza di tutti gli Antichi Geometri, ha a quelle arditamente assegnato, io non credo in vero, che vi sia stato un Geometra onorato, il quale abbia potuto darsi a divedere al Mondo cotanto ardito nel sostenere i suoi errori; ma perche tal volta avviene, che alcuno non si vergogni di perdere la stima appò i Sapianti, e che niente si curi della fama appò i Posterì, purchè mantenga quella, che con arti poco proprie di vero Sapiante, ha acqui-

quistato appò il Volgo, io non posso tralasciar di dire, che se mai quest' ardito Uomo ci fusse stato, egli sarebbe degno, che ogni onorato Geometra con disprezzo lo rimirasse.

Parmi, se non erro, che questo mio discorso sia affatto valevole a persuadere a tutti gli Uomini di buona mente, quantunque di Geometria non intesi, che la mia Invenzione è vera, e ben dimostrata, e che solamente l'Invidia, il rossore degli errori commessi da Mattematici, il particolare interesse, che hanno gli Autori di seppellirla nell'oblio, il timore, che hanno gl'indifferenti di prender brighe, se si dichiarassero dal mio partito, sono le cagioni, per le quali i Signori Mattematici si mostrano renitenti ad approvare, ed a seguire la mia Duplicazione del Cubo. Voglio però ora far l'ultima pruova della loro sincerità, e della loro Sapienza; ed ecco come:

Io penso, che forse non abbia a i Signori Mattematici piaciuto, che un Problema così grande, com'è il mio, e che nuoce tanto alla Moderna Matematica, quanto ho detto in questo Discorso, io lo abbia esposto da Maestro senza prima esporne il Progetto per sentirne i loro sentimenti, onde poi abbino prima risoluto di tentare di farlo conoscere falso, e poscia avendo conosciuto vano il loro attentato abbino risoluto, facendo silenzio, di seppellirlo nell'oblio. Ora per porgere rimedio a questo mio errore, io ho risoluto di prendere la figura di discepolo di tutti i Signori Mattematici, facendo loro alcune dimande prima intorno alla mia Invenzione della Duplicazione del Cubo, poscia intorno alla Trisezione dell'Angolo fatta da Renato, ed intorno ad alcune altre materie riguardanti la Geometria, ed in questa guisa facendo, io spero che i Signori Geometri debbano rompere il mal proprio silenzio, che usano a riguardo della mia Invenzione. Perche se in vero alle accennate mie dimande non sodisfacessero, confirmarebbero in tutto quelle accuse, che a i Signori Geometri ho date in questo mio Apologetico Discorso. Divenuto io dunque già umil Discepolo di tutti, prego tutti di sodisfare alle dimande, che si leggono doppo il seguente breve ragionamento intorno alla natura, ed essenza della vera Geometria.

B R E V E RAGIONAMENTO

*Intorno alla natura, ed essenza della
vera Geometria.*



Quando con profondo giudizio si considera qual sia la natura, e l'essenza della vera Sapienza, e quali siano le passioni, che affliscano l'anima umana nel primo momento, ch'ella entra nel corpo per informarlo, cessar deve tutta la meraviglia, che desta nell'animo de'Sapienti il vederli, che anche gli uomini di lettere a guisa di una cieca moltitudine, lasciandosi allettare dal facile pernicioso, all'amor dell'acquisto della vera, ed utile sapienza volgono agevolmente le spalle.

Quando l'Anima umana ricca, secondo Platone, per sua eterna natura dell'eterne idee del vero, e del buono, e partecipante della Divina sapienza, entra nel corpo per informarlo, il diletto, che sente dal movimento de' sensi fa sì, ch'ella abborrisca quell'astrazione da i sensi, per il solo mezzo della quale ella può in se le reminiscenze della sua innata sapienza risvegliare; ma perchè le idee del vero, e l'amor verso quello non si possono mai in tutto scancellare dall'anima, da ciò ne avviene, ch'ella ami tutt'ad un tempo l'acquisto della sapienza, e che abborrisca il mezzo della ben ordinata astrazione, che sola può a quella innalzarla, e questa è appunto la cagione, per la quale i Filosofi per propagare fra gli Uomini le virtù morali, o almeno una specie di sapienza, hanno studiati molti modi d'insegnare la virtù con diletto.

La Poesia, la quale porgendo sotto il diletto della finzione, e della favola le massime salutari delle virtù più eminenti, diletta l'immaginazione senza stancar l'intelletto, è uno de'
mez-

mezzi più onesti, ed utili, che i saggi Filosofi hanno pensato per spargere nel Popolo le massime di virtù; e quantunque Platone l'abbia sbandita dalla sua Repubblica, io però penso, ch'egli abbia ne' suoi Dialoghi imitati i Poeti, e che intanto abbia sbandita dalla sua Repubblica la Poesia, in quanto, che ci volea dar l'idea di una Repubblica, nella quale i Cittadini fossero tutti ragione pura, ed in tutto privi d'immaginazione, e di fantasia. I virtuosi Romani servono ancora molto per spargere con diletto nel Popolo le massime di virtù; Le Satire, le Comedie giovano, perchè fanno sì, che i Popoli abborriscano i vizj vedendoli sù la Scena derisi; Le Tragedie giovano a riempir l'animo di spirito eroico: Gl' Inni, i Salmi, e le altre Sacre Poesie svegliano nell'animo il fortunato amor verso Dio; la Critica istorica è utilissima perchè libera i fatti illustri de' nostri maggiori da quell'oblio, nel quale li seppellirebbe l'ignoranza: la Rettorica ancora rende colta, e civile la Repubblica; le belle arti, come sono la scoltura l'architettura, la pittura la rendono magnifica, e piacevole, ed alla perfine tutti gli accennati modi d'insegnar la virtù con diletto, che io chiamo modi obliqui d'insegnare, sono a mio credere utilissimi per fecondare nelle Repubbliche i semi delle virtù, che sono in noi, e sono utilissime ancora le belle arti, che dalle particolari discipline si deducono.

Ma non posso però tralasciar di dire, che gli accennati modi obliqui d'insegnare la virtù, divengono alle Repubbliche perniciosi allora quando gli uomini a quelli sì fattamente si abbandonano, che sbandiscono dalla Repubblica lo studio della sapienza diretta, la quale è quella, che inalza l'intelletto a cercare la sapienza, e le virtù nella lor prima origine a fine di conoscere non per relazione, ma con dimostrazione la vera natura, e la vera essenza delle virtù. Questa sapienza diretta è la Metafisica, e la Metafisica è quella scienza, nella quale la mente vedendo in Dio l'origine di se stessa, e le origini delle virtù, e quelle delle sensibili forme, ella si rende abile a formare gli ordini, e le leggi delle Repubbliche, le quali devono esser corollarj della Metafisica. Ed alcerto io non credo, che dalle Poesie, che da i Romani, e dagli altri modi obliqui d'insegnar la sapienza, si possa dedurre l'uomo Legislatore, e
ciò

ciò perche ne i modi obliqui d'insegnar le virtù , come sono le Poesie , ed i Romanfi , e gli altri , che abbiám narrati , s'insegnano bensì massime particolari di sapienza , di virtù , ed anche delle proprietà particolari delle Arti; ma perche quelle massime la mente non le deduce dagli universali , dalli quali quelle discendono , la Mente in questo modo obliquo d'insegnare non vede le verità con dimostrazione , onde non ne può mai acquistare quella vera sapienza , la quale consiste nell'intender le cose per le sue vere , e prime cagioni , invece che dalla sapienza diretta , la quale , come abbiám detto , è la Metafisica , la Mente acquista la vera sapienza , perche nella Metafisica ella ravvisa in Dio , come in un specchio , le origini , e l'essenze delle cose da Dio prodotte , onde poi il saggio Filosofo Metafisico , il quale le origini , e l'essenze delle virtù conosce , sà formar quelle leggi particolari di Morale virtù , e quegli ordini , con i quali si devono governar le Repubbliche . Alla perfine bisogna concludere quello , che saggiamente dice Platone , cioè che le virtù sono sorelle , le quali l'una all'altra non ripugnano , e che solamente i vizj sono quelli , che ripugnano alla virtù . Ora da questa massima di Platone uopo è dedurne , ch'è giovevol cosa lo spargere nel Popolo per mezzo dello studio obliquo , e dilettevole le massime di virtù , ma che non bisogna mai trascurare lo studio della sapienza diretta , cioè della Metafisica , perche se quella si trascurasse , la Repubblica sarebbe a guisa di una Nave , nella quale il Capitano cercasse d'istruire i Marinari con massime particolari di marinarefca scienza imparate a memoria , e nello stesso tempo pretendesse di far camminare diritta la Nave senza il Pilota , il quale è quello , che intende con dimostrazione , e per i suoi principj l'arte nautica , e che perciò dee ordinare a i Timonieri il luogo , verso il quale devono indirizzare la prora del Vascello , ed agli Marinari le operazioni , che devono fare nelle vele , e nelle sarti . Così dunque si conclude , che le belle lettere , come sono le Poesie , i Romanfi , la critica istorica , e le altre producono nella Repubblica il bello , ma che all'incontro la scienza rigida , e severa , come appunto è la Metafisica produce nella Repubblica il buono , dalla qual cosa poi ne avviene , che se le belle lettere camminan di pari cō la sapienza , la Repubblica ne diviene buona , e bella ; ma se all'incontro

tro le belle lettere camminano sole, la Repubblica rimane adornata d'un falso bello, e tutt'ad un tempo priva del vero buono. Potrei quì addurre l'esempio di tutte le Repubbliche, e di tutti gl' Imperj, i quali fin che han seguito quel buono austero, che nella rigida sapienza consiste, sono stati formidabili a tutte le nazioni, ma quando poi troppo invaghiti del bello delle belle lettere han perduto il buono, si sono di vizj riempite, e sono divenute preda delle incolte, e barbare Nazioni. Ma ad altro tempo, ed in altro ragionamento riserbo il dilungarmi sù di questa materia, basta a me lo avere accennato, quanto importi al ben del Pubblico il coltivare la vera, e dimostrativa sapienza, perche è mia intenzione di dimostrare, che chi guasta lo studio della Geometria, guasta, e corrompe quello della Metafisica, e con quello distrugge quella verace sapienza, che abbiám dimostrato esser necessario al ben del Pubblico. Dimostreremo ora, come la conoscenza della vera Metafisica unicamente dipenda da quello della vera Geometria.

La Metafisica è una scienza in tutto astratta da i sensi, ed è, come abbiám detto, la Sapienza diretta; dunque la Metafisica non si può con mezzi obliqui imparare; ma s'è così, uopo è pensare una Logica, la quale con ben ordinato metodo di discorso accostumi la mente a ragionare con metodo di astratta dimostrazione nell'oggetto delle verità astratte, e puramente intelligibili. Quale sarà dunque questa Logica? Questa Logica non è altra, che la Geometria studiata in modo, che produca nella mente quel raziocinio astratto, e ben ordinato, in virtù del quale ella possa vedere nella Metafisica le verità puramente intelligibili; ed ecco come:

Egli è certissimo, che la Geometria, cioè gli Elementi d'Euclide disciplinano la mente umana in un certo abito di ragionare in concreto, e tutt'ad un tempo nel raziocinio astratto, e Metafisico, imperciocchè essendo la Geometria l'arte di considerare in astratto la quantità, ella è la Metafisica della quantità, e come tale ella disciplina la mente nel raziocinio astratto, e Metafisico; ma egli è vero altresì, che quest'arte d'insegnare la Geometria in modo, che produca nella mente Logica astratta, e Metafisica, la conobbe.

ro gli Antichi Geometri , e per quelch' io vedo , i Moderni non l' hanno conosciuta , perche hanno usato modi di studiarla , i quali sono direttamente opposti al modo di dedurre dalla Geometria Logica astratta , e Metafisica .

Platone negli Epinomi ci ha dato un' idea della natura , e dell' essenze di questa Geometria astratta , per lo mezzo della quale può ascender la Mente alla contemplazione delle verità Metafisiche , e puramente intelligibili . Voglio ora questa Sentenza di Platone narrare , ma prima di narrarla uopo è , che io mi protesti con i Critici Istorici , e dica , che quando io considero le sentenze di Platone , le considero da Metafisico , e non da Critico Istorico , e se le trovo conformi alla ragione , non mi dò briga di esaminare se quelle sentenze sian di Platone , o d' altri . Ho detto questo , perche asserendo i Critici , che 'l Dialogo degli Epinomi sia di altro Autore , e non di Platone , si sappia , che io non voglio con i Critici prender briga ; potrei dire bensì , che l' istessi Critici in tanto dicono , che il Dialogo degli Epinomi è di altro Autore , in quanto che essi vedono , che l' Autor degli Epinomi dice quelle stesse cose , che Platone ha detto nel settimo Dialogo , e negli altri Dialoghi della Repubblica , ed in alcuni altri Dialoghi delle Leggi , onde sempre il libro degli Epinomi si può riputare libro , nel quale si racchiudono in epilogo i sentimenti di Platone . Mi prenderò dunque la libertà di attribuire a Platone l' ingegnossima , ed utilissima sentenza , che intorno alla Geometria astratta si legge negli Epinomi .

L' accennata sentenza di Platone io l' ho riferita alla pag. 110. del mio Libro *Duplicationis Cubi demonstratio* , &c. diretto alla Regia Società d' Inghilterra ; con tutto ciò voglio quì di bel nuovo riferirla , a fine di far vedere quale era , secondo Platone , la Geometria astratta , la quale inalza la Mente alla Metafisica . Platone dice negli Epinomi : *Quo circa doctrinis , quæ Mathematicæ appellantur , opus est primo vero ac maxime numeris , non iis dico numeris , qui corpus habent , sed qui omnem paris , imparisve generationem , atque virtutem , quam ad perficiendam , cognoscendamque rerum naturam conferunt .* Ora quelle parole *non iis dico numeris ; qui*

qui corpus habent, altra cosa non significa, se non che ne i numeri noi non dobbiamo considerare la proprietà, che hanno a riguardo de' calcoli, che si praticano nell' Aritmetica volgare, ma che dobbiamo in quelli considerare le proprietà de' numeri, le quali considerate in astratto rappresentano alla mente con una specie d'immagine astratta l'intima natura, e l'origine delle cose. Ed in vero queste parole: cioè: *Quam ad perficiendam cognoscendamque veram naturam conferunt*, mostrano chiaramente, che Platone voleva, che ne i numeri noi considerassimo le proprietà astratte delle cose, dalla qual cosa poi se ne deduce, che quei numeri, che al dir di Platone *corpus habent*, spiegano, che allora i numeri li prendiamo come corpi, quando in quelli consideriamo solamente le proprietà sensibili, che sono ne' calcoli aritmetici volgari; ed in vero vediamo, che Platone, il quale è in tutto seguace di Pitagora, de' numeri si serve per spiegare la natura delle cose astratte, e metafisiche.

Siegue poi Platone a spiegare nelle seguenti parole l'effetto, che nella Geometria fanno i numeri considerati come linee, e le linee come numeri, ciocche vale a dire l'arte di considerare in astratto le linee, e i numeri.

Quibus perceptis illa deinceps, quam ridiculè Geometriam appellant dicenda est. Numerorum verò inter se natura dissimilium similitudo ad planorum partem relata clarescit. Quod quidem non humanum, sed divinum miraculum, si quis plane intelligat, videatur oportet. Post hanc numeri, qui in tres usque dimentiones adaucti sunt naturæ solidæ similes, ac rursus dissimiles, alia quadam arte Stereometria videlicet huic simili, considerandi sunt: Sed hanc quoque, qui in ea obiter versati sunt Geometriam nominaverunt.

Ora quelle parole: *quibus perceptis illa deinceps, quam ridiculè Geometriam appellant, dicenda est*, altra cosa non significa, a mio credere, se non che devesi nominar ridicola quella certa specie di Geometria, nella quale la mente considerando solamente in concreto, e non in astratto le proprietà delle linee, e de' numeri, dalla Geometria ne deduce solamente un certo abito di ragionare, in virtù del quale solo la mente non ascende alla cognizione delle origini, e dell'

E

essen-

essenze delle proprietà delle linee, e de' numeri. Platone poi nelle seguenti parole adduce l'esempio di questa astratta Geometria, ch'egli reputa sola vera Geometria, perche fa conoscere, che considerandosi in astratto le proprietà delle linee, e quelle de' numeri, la mente giunge a spiegare con le linee la potenza de' solidi, e de' sopra-solidi, e quella delle lor radici razionali, ed irrazionali, ciocche egli chiama cosa divina. Alle pag. 110., e 111. dell'accennato nostro Libro *Duplicationis Cubi demonstratio*, &c. abbiamo fatto vedere, che la nostra Duplicazione del Cubo è dedotta appunto da questo mistero di numeri, e di linee, che Platone addita negli *Epinomi*.

Noi abbiamo poi assai ampiamente nel Tomo secondo della Difesa della Metafisica degli Antichi contro il Signor Gio: Locke alla pag. 35. spiegato, a mio credere, con modo non da altri ancora ulato, le proprietà astratte, e le concrete, che si devono considerare ne' numeri, e nel Tom. 2. dell'istesso Libro dalla pag. 73. fino alla 82. abbiamo in breve le istesse proprietà accennate; così dunque è certissimo, che la parte più nobile, e più importante della Geometria, e dell'Aritmetica, è quella di considerare in astratto le proprietà delle linee, e quelle de' numeri, per poi dedurne una Logica astratta, e dimostrativa, valevole ad inalzare la mente umana al gran vantaggio di conoscere con dimostrazione l'esistenza, e l'essenza delle verità Metafisiche astratte, e puramente intelligibili.

Questa Logica, che si deve desiderare (fiammi lecito dire senza incorrere nella taccia di Uomo vano di se medesimo) penso di averla fatta io nelle mie nozioni di Logica, le quali si leggono al principio della mia Metafisica; il modo poi col quale io l'ho dedotta da Euclide, è quello delle reminiscenze della mente intorno a quel, ch'essa ha fatto, quando ha studiati gli Elementi di Euclide, e delle riflessioni, che sù di Euclide ha fatte. Di queste considerazioni io ne ho fatto un'intero trattato; ma perche i nuovi metodi opposti a' fallaci de' Signori Moderni, troppo i Signori Moderni disgustano, io mi astengo di pubblicarlo. Ne ho dato però un buon saggio nel Cap. 3., e 4. Tom. 2. del mio Libro intitolato: *La Difesa della Metafisica*

sica degli Antichi contro il Signor Gio: Locke, perche ne' nominati Capitoli ho insegnato il modo, come la Geometria sveglia nella mente gli esempj dell'essenze puramente intelligibili, e come da Euclide se ne possa dedurre una Logica, la quale conduca nella Metafisica alla conoscenza del vero. Ma le particolari Considerazioni Geometriche, Logiche, e Metafisiche da me fatte sù degli Elementi d'Euclide non le ho narrate negli accennati Capitoli per la cagione da me già detta. Vogliamo ora per conseguenza di queste massime di Logica di Geometria, e di Metafisica da noi spiegate far chiaramente vedere quanto Renato Des-Cartes abbia guasta, e corrotta la Geometria, ed in conseguenza di ciò deformata la Logica, e la Metafisica.

Esame della nuova Geometria, che sieguono i Signori Moderni.

Renato ha usato nella scienza della Geometria quello stesso, che abbiain detto, che usano i Poeti, gli Autori de' Romanzi, ed altri, per insegnare con modo obliquo, e dilettevole le virtù; ma quel ch'è peggio si è, che ha fatto, come que' Poeti rei, e perniciosi, i quali in vece d'introdurre per lo mezzo del diletto della Poesia le massime di virtù, e l'amor verso la virtù istessa spargono nelle loro Poesie massime licenziose dirette ad allettare gli animi a i falsi piaceri, che i vizj apprestano; ed in questa guisa l'utilissima poesia in pessimo uso convertono.

Per intendere come Renato abbia introdotto lo studio obliquo nella Geometria, la quale è scienza diretta a cagion che tende direttamente alla cognizione del vero, ch'è uno, uopo è considerare con mente metafisica la seguente proprietà, che prende l'anima umana dopo ch'è entrata nel corpo per informarlo.

La stretta unione, che l'anima ha col Corpo fa sì, che ella patisca in tutte quelle azzioni, nelle quali è costretta a separarsi in tutto da i sensi, e che patisca altresì in quelle azzioni, nelle quali abbandonandosi tutta a i sensi, ella si dilunga in tutto dalle sue innate idee del vero, e del buono;

con questa differenza però, che nell'abbandonarsi a i sensi ella gode a principio, e patisce in appresso per le tumultuanti, e disordinate sensazioni, che in lei quelli cagionano; ed all'incontro nello astrarsi da i sensi ella patisce a principio, e gode in appresso di più vero, e più sincero piacere, che non è quello, che sente ne' sensi. Quindi è, che veggiamo i fanciulli amar tanto le cose pratiche, quanto abborriscono la riflessione. Or quindi è, che anche i fanciulli amano i pratici calcoli dell' Aritmetica volgare; ed a cagion di esempio: gode il fanciullo, quando vede, che per lo mezzo di una pratica Aritmetica operazione egli ha sciolto un quesito, che a lui è stato dal Maestro proposto; all'incontro egli soffrirebbe gran noja, se il Maestro volesse costringerlo ad intendere negli Elementi di Euclide le cagioni di quelle operazioni, ch' egli ha fatte per lo mezzo della pratica, e dell' abito. Ma con tutto ciò quando la mente ha sofferto il dolore, e la pena, che sente nell'astrarsi da' sensi, e che ha formato in se quell' abito all' ordinata astrazione, in virtù del quale non sente più pena nel contemplar le cose in astratto, allora l' anima gode assai più nella contemplazione delle verità puramente intelligibili, che non gode nell' esercizio de' pratici calcoli, ne' quali ella non vede mai le cagioni di quel che fa; e quindi è, che veggiamo per esperienza, che nelle dimostrazioni delle verità pure geometriche, e tutte astratte, l' anima infinitamente si diletta, quantunque in quel diletto gli sensi non abbiano la menoma parte. Questa dunque, che abbiain narrata, è la cagione metafisica, per la quale gli Uomini, che non hanno il coraggio di formare nella loro mente l' utilissimo abito dell' ordinata astrazione, da i sensi si rimangono sempre a guisa de' fanciulli amatori delle meccaniche arti, e de' calcoli pratici.

Or qui uopo è considerare, quanto ammirabile sia l'ordine, che ha tenuto Euclide nel disciplinare la mente umana alla cognizione del vero. Euclide fù, a mio credere, il più gran Metafisico della Grecia, imperciocchè in quella guisa, che un prudente Medico conoscendo la struttura, e la temperie del corpo umano, sà prescrivere all' Uomo quel governo, che è valevole a mantenerlo in sanità; dello stesso modo Euclide avendo ben conosciute le proprietà dell' ani-

ma

ma umana ha saputo ordinare i suoi Elementi in modo, che disciplinassero la mente nella Logica, nella Metafisica, e nella Meccanica, ma più nella Metafisica, che nella Meccanica, e senza che la Meccanica niente guastasse la Logica, e la Metafisica, ed ecco come:

Euclide avendo conosciuta l'inclinazione, dell' Anima verso il sensibile a cagion del corpo, che la veste, ha temuto, che quella allettata dal piacere della misura sensibile trascurasse la meditazione astratta, che si racchiude nelle dimostrazioni, e perciò ha permessi i postulati per dare un qualche sollievo alla mente in una materia, la quale riguardando la quantità, appartiene in qualche modo all'immaginazione; ma non ha permesso, che di quella pratica, che concede ne' postulati, la mente si servisse per misura; ed oltre a ciò perche i numeri hanno qualche cosa di sensibile, egli ne ha data la cognizione per sollievo della mente, solamente dopo, che ne i sei primi Libri egli ha per lo mezzo delle linee disciplinata la mente nell'astrazione, cioè nella Metafisica, l'ha disciplinata poi nella Logica in tutte le dimostrazioni; e questo è l'insegnamento diretto, che ha usato Euclide. Vediamo ora l'obliquo, che ad uso di pernicioso Poeta, e di Autor di Romanzi ha usato Renato.

Renato ha inventata l'Algebra speciosa, la quale, come ha ben detto il Signor Cavalier Isacco Nevuton, non è altra cosa, che un'Aritmetica pratica; imperciocche in quella segnandosi con le lettere le quantità, che si considerano in Geometria, si usa poi l'Algoritomo, nel quale si fanno le operazioni dell'Aritmetica sù delle quantità espresse con le lettere; poscia rivoltandosi l'ordine Sintetico si fa prima la denominazione, poi l'equazione, appresso la riduzione, e per ultimo la costruzione. Or questo metodo è certamente tutto pratico; imperciocche si perviene all'equazione, ed alla riduzione per lo mezzo delle operazioni dell'Aritmetica, che sono pratiche; Dunque Renato nella sua Aritmetica astratta, o sia Algebra speciosa, adula il genio guasto, e corrotto verso gli abiti pratici, che il corpo inspira all'anima, perche con i suoi calcoli pratici egli insegna alla mente un'arte di ragionare in astratto con la penna, e la distorna dall'

dall' abito di ragionare in astratto con l' intelletto .

Ma non è già , che l' Aritmetica astratta , e pratica di Renato abbia nemmen giovato per ampliare la cognizione delle proprietà Geometriche per modo , che in virtù de' calcoli sianfi trovate molte nuove , ed utili proprietà ; imperciocchè per molto che i Signori Algebristi si siano affaticati di ritrovare con l' Algebra nuove proprietà , tutto il trionfo , che cantano si riduce all' invenzione della Roletta , ed all' invenzione di nuove curve ritrovate per i metodi calcolatorj inventati in appresso , le quali curve però non sono utili nè alla Geometria , nè alla Meccanica , non servono alla Geometria , perche non essendo linee geometriche , non esercitano la mente nel raziocinio astratto ; non servono alla Meccanica , perche non hanno alcun utile uso .

Ma quel ch'è degno di considerazione si è , che il calcolo analitico non somministra le dimostrazioni a cagion che se un Oppositore vuol negare la proprietà ritrovata per lo mezzo del calcolo , l' Algebrista non lo può mai rigorosamente convincere , se non fa la dimostrazione sintetica ; e quindi è , ch'è passato in adaggio : *Invenzione Analitica Dimostrazione Sintetica.*

Ma questo sì fatto Adaggio parmi , che dimandi la seguente distinzione , cioè , se mi si dice , che il metodo analitico è metodo utilissimo per inventare , rispondo , che sì , perche in quello supponendosi la cosa fatta , da quello se ne deduce il modo , come quella si deve fare ; ma se all' incontro mi si dice , che il calcolo analitico , e litterale , è utile per l' Invenzione , rispondo , che nò , e rispondo con le ragioni da me poc' anzi addotte ; ma non voglio tralasciar di assegnare la cagione , per la quale il calcolo litterale degli Algebristi non somministra la cognizione delle proprietà utili in Geometria , nè in Meccanica .

Uopo è saperfi , che le quantità segnate con le lettere danno la cognizione delle quantità più in astratto , che le linee , dalla qual cosa poi ne avviene , che le proprietà , che si trovano per lo mezzo de' calcoli litterali non siano mai proprietà particolari , come lo sono quelle , che si trovano per lo mezzo delle linee , e più per lo mezzo delle linee giunte a
i nu.

i numeri. Or quindi è, che l'Algebra speciosa non somministra in Geometria proprietà particolari alla quantità appartenenti, e ciò a cagion che la quantità segnata con le lettere si vede meno in concreto che con le linee, e con i numeri. Or questi difetti, che si trovano nell'Algebra speciosa sono stati la cagione, per la quale i saggi antichi Geometri hanno seguita l'Algebra numerosa, ma non si sono dati briga d'inventare la speciosa, la quale era in tutto perniciofa.

Di queste verità, che ho dette intorno all'Algebra speciosa, penso di poter dire a buona ragione, che ne sia una vera pruova l'Invenzione della mia Duplicazione del Cubo, perche intanto io ho potuto quella fare, in quanto che Galileo Galilei me ne ha somministrato il modo, nel modo appunto, con cui egli descrive la Parabola, ed ecco come: Galileo Galilei mi ha dato nella sua descrizione sempre due quadrati, e due radici, espressi in linea, ed in numero, come sono i quadrati 1, 4, e 9, e i punti estremi, de' quali cadono le radici 1, 2, e 3 &c.: onde mi è stato agevole tirando le mie linee rette, per i punti estremi delle radici 1 e 2, 2 e 3 &c. il dimostrare, che il vero luogo delle radici è quello delle linee rette da me ritrovate. Or certamente questa mia Invenzione non farebbe mai potuta ritrovare con i calcoli analitici, e litterali, i quali non additano le proprietà particolari in quella guisa, che le additano le quantità espresse in linee, ed in numero; così dunque la vera Geometria è quella d'Euclide, e quella Aritmetica astratta, e pratica, cioè l'algebra, che mal' a proposito si chiama Geometria, non giova alla Geometria, non giova alla Meccanica, perche distrugge la Logica, e la Metafisica, e non dà alcun buon frutto per le meccaniche. Questa che abbiám narrata è la Geometria obliqua, e perniciofa, che ha insegnata Renato per lusingare le menti degli uomini inimici dell'astratta meditazione. Alceto Platone, Pitagora, e gli altri Filosofi metodici, e metafisici avrebbero dalle lor scuole l'algebra speciosa sbandita. Ed invero noi veggiamo, che quantunque Platone usi una specie d'insegnamento obliquo, perche egli non vuol altro, che convincere per la via dell'Entimema il suo interlocutore, senza dimostrargli l'origine, e l'essen-

senza di qualche insegna ; con tutto ciò però Platone vuole sempre , che il suo Lettore sia perfetto Geometra, e ciò perchè quando è perfetto Geometra egli può passare dall' Entimema a dimostrare per la via di una Logica Sintetica quelle verità , che Platone insegna convincendo per l' entimema il suo interlocutore senza spiegare di quelle le origini , e l'essenze , ed a cagion di esempio : Quando si legge Platone senza aver studiata la Metafisica, ch'è in Euclide, se ne deduce bensì per effetto dell' Entimema il restar convinto delle cose che Platone insegna, ma non se ne deduce la Sapienza metafisica, e diretta, che si racchiude in Platone; all'incontro quando si legge con aver dedotta da Euclide Logica, e Metafisica, si deduce da Platone la Sapienza diretta. Questo modo di dedurre la Sapienza diretta, che si nasconde in Platone sotto il manto dell'Entimema, penso di averlo spiegato io nella mia Filosofia, ove per dimostrazioni sintetiche ho dimostrato le origini , e l'essenze di quelle verità , che Platone insegna per la via dell'Entimema . Da questo dunque se ne deduce , che Renato imitando i Poeti , e gli Autori de' Romani ha introdotto nella Geometria un studio obliquo, il quale con la pratica lusingando gli sensi , distrugge la Logica , restringe il potere de' limiti della Geometria , e non serve di scala allo studio della Filosofia . Mostreremo ora , come a guisa di pernicioso Poeta egli abbia introdotto nella Geometria la licenza , e l'errore.

Renato al principio del secondo Libro della sua Geometria ha asserito senza alcuna pruova , che le Curve d'Apollonio siano linee geometriche , le quali abbino esattamente le proprietà , che se le assegnano , e per una sua ipotesi falsa , ed insufficiente ha dato per supposto , che gli antichi Geometri abbino pensato , che le Curve d'Apollonio avessero le proprietà , che se le assegnano , ma che poscia le avessero dichiarate linee meccaniche , solamente perchè quelle non si descrivevano col compasso , e con la rega , questa è la favola del Poeta geometra , perchè è una pura invenzione il dire , che gli antichi Geometri abbino attribuito alle Curve d'Apollonio esattamente le proprietà , che se le assegnano in quell'istesso modo , che 'l Cerchio ha esattamente le proprietà,

tà, ch'Euclide l'assegna. Narraremo ora più in particolare quello, che dice Renato intorno a questa materia delle Curve, acciò si conosca il valor della favola.

Gli antichi Geometri non mai han detto, che le Curve d'Apollonio abbiano esattamente le proprietà, che se le assegnano, e Renato supponendo, che gli Antichi Geometri abbian supposto, che le Curve d'Appollonio abbiano esattamente le proprietà dice alla pag. 17. del suo 2. Libro: *Neque etià planè capio, cur illas potiùs mechanicas quam geometricas nominaverint. Etenim si dicatur, ideò id fuisse factum, quod instrumento quodam ad illas in plano describendas, uti opus sit, circuli quoque, & recta lineæ ob eandem rationem rejiciendæ essent; cum absque circino, & regula, quæ non minus instrumenta dicenda sunt, in charta describi non possint*, e quel che siegue; Or ecco che Renato asserisce senza provarlo, che gli antichi Geometri abbino creduto, che le Curve d'Apollonio abbiano esattamente le proprietà, che se le assegnano, ma che solamente per la maggiore difficoltà della descrizione le abbiano chiamate linee meccaniche; or io penso, che di questo favore, che Renato ha fatto alle Curve d'Apollonio, Apollonio istesso ne riderebbe se lo sapesse, perche io credo, che l'istesso Apollonio non abbia mai pensato, che le sue linee curve nate dalla sezione del cono fossero linee Geometriche, le quali avessero esattamente le proprietà, ch'egli le assegna; ma per intender questa verità bisogna sapere la seguente massima che aveano gli antichi Geometri.

Gli antichi Geometri univano nella lor mente alla Geometria la Metafisica, onde poi consideravano le proprietà geometriche da Metafisici, ed in conseguenza di ciò sapevano distinguere il metafisico dal meccanico, e distinguendo così nelle proprietà Metafisiche, come nelle meccaniche l'uso, che di ogn'una di quelle deve farsi, sapevano delle une, e delle altre utilmente servirsi; ed ecco come.

Le proprietà pure geometriche le riputavano moltissimo, a cagion che in quelle la mente vi vedeva quelle verità pure, ed in tutto astratte, le quali appartengono alla Metafisica; ma con tuttociò reputavano ancora moltissi-

mo quelle invenzioni, le quali non avevano esattamente la proprietà, che se le assegnano, purché da quelle se ne traessero utili conseguenze o per la Geometria, o per la Fisica, ovvero per le arti. Ed a cagion di esempio: Il Trattato de *Sphæra*, & *Cylindro* d'Archimede fù riputato divino, e pure in quello Archimede suppone per falsa ipotesi, che la sua quadratura del cerchio sia esattamente geometrica, quando invero non è altra cosa, che approssimazione; ma perché da questa falsa ipotesi egli ne deduce per approssimazione la proporzione fra la sfera, ed il Cilindro, ed oltre a ciò i termini, ed i Problemi, che Archimede deduce dall'accennata proporzione da lui ritrovata sono ingegnosissimi, ed utilissimi, il Trattato de *Sphæra*, & *Cylindro* d'Archimede è riputato divino. Dello stesso modo nella Trigonometria si suppone per falsa ipotesi, che i seni misurino gli Archi, e pure non li misurano, che per approssimazione, mentre gli Archi sono misura degli angoli, e non i seni degli angoli, e pure perché la Trigonometria è una utilissima Invenzione, l'Invenzione della Trigonometria è da tutti riputata ingegnosissima, ed utilissima. Dell'istesso modo l'Invenzione delle Curve d'Apollonio nate dalla sezione del Cono fù stimata dagli Antichi Geometri ingegnosissima, ed utilissima, quantunque quelle Curve non avessero esattamente le proprietà, che se le assegnano, e la cagione, per la quale, a mio credere, fù dagli antichi stimata ingegnosissima è la seguente:

Apollonio, a mio credere, fù il primo fra i Geometri, il quale considerando in linea, ed in numero il parametro delle sue linee curve, trovò il modo di potere far paragone fra l'unità, le radici, ed i quadrati a cagione della proporzione, che hanno fra essi di numero a numero razionali, o irrazionali. Or come che questa proprietà non si ritrovi in Euclide, perché come vediamo nella Proposizione XXII. del VI. Libro Euclide paragona le radici, che sono linee, con le radici, e le figure di quattro lati, con le figure di quattro lati, per questa proprietà, dico, l'Invenzione d'Apollonio fù riputata ingegnosa, per modo che gli antichi lo chiamarono il Geometra, quantunque le linee curve da lui ritrovate non avessero esattamente le proprietà, che se le assegnano,

e a cagione che egli non ha potuto ritrovare i veri punti, per i quali si devono descrivere i perimetri delle sue Curve; e quì siami lecito dire, che il vero perimetro della parabola è quello, che ho ritrovato io, onde i Signori Geometri potrebbero ancora ritrovare quello dell'Elisse, quello dell'iperbola, e quello delle altre Curve, ed in questa guisa potrebbero rendere geometrica la dottrina delle Curve.

L'Invenzione poi delle Curve d'Apollonio fù stimata utilissima, perche con quelle si ritrovavano per approssimazione le due medie frà due linee rette date, sono utilissime all'Ottica, alla Meccanica, servono, come han servito a Galileo per spiegare per approssimazione il moto de' progetti, e sono utilissime linee, quantunque non siano geometriche; ingegnosiissimi poi furono riputati i Teoremi, ed i Problemi, che dalla sua meccanica ipotesi Apollonio dedusse, onde meritamente egli fù frà i Greci gran Geometra riputato.

Ma all'incontro il nostro Geometra Poeta Renato non si contentava vedendo, che le sue costruzioni non erano geometriche, onde bisognava, ch'egli attribuisse la proprietà di linee geometriche alle linee meccaniche, e per ottenere il suo intento bisognava, che ricorresse ad argomenti sofistici, e dire, come egli disse, che si maravigliava, perchè gli antichi avessero avuto timore di ammettere in geometria questo Assioma, cioè: *Datum conum dato plano secare*, e che si maravigliava perche gli Antichi Geometri non avessero ricevuto le Sezioni Coniche nella loro Geometria, e perche non avessero la dottrina delle Curve ampliata. Ma i saggi antichi Geometri non si curarono di ampliare la dottrina delle Curve, le quali conoscevano, che non essendo geometriche non potevano alla meditazione Metafisica, e Geometrica servire; ed all'incontro come meccaniche se ne servirono all'uso, che quelle aveano nella Meccanica; ed a cagion di esempio: Pappo Aleandrino se ne servì per trovare le due medie con l'intersezione del Cerchio, e della Parabola, Archimede con l'intersezione di due parabole, e per altri usi meccanici se ne servirono, ma non vollero mai ammetterle frà le linee geometriche per non guastare nella mente degli Uomini l'idea della purità Metafisica guastando quella della

purità geometrica ; ciocche non ha temuto di fare Renato :
Passiamo ora alla narrazione di quello , che Renato fa in appresso .

Renato insegna nel seguito del suo 2. Libro un modo di descrivere in piano le Curve con un stromento composto , e meccanico, ed a questo tutti i Geometri Moderni supponendo, come ha detto Renato , che le Curve abbiano le proprietà , che se le assegnano , e che altra cosa non mancasse alla dottrina delle Curve se non che di ritrovare un modo di descriverle in piano , appena viddero la descrizione di Renato , che senza esame ricevertero le Curve d'Apollonio come linee geometriche , e come geometricamente descritte, e si gettarono come disperati ad ampliare la dottrina delle Curve contro l'opinione di Francesco Vieta , che gli ammoniva del loro errore . Quindi si posero a fare una guerra a gli antichi , chiamandoli miseri , ed infelici a cagion che non avevano conosciuto questa grande miniera d'invenzione di Curve geometriche , che Renato avea al Mondo iscoverta . Mostraremo ore la cagione , per la quate Renato dovea necessariamente avere un gran numero di seguaci .

Era necessaria cosa , che la Geometria di Renato ritrovasse un gran numero di seguaci ; imperciocche insegnando Renato nel suo 2. , e 3. Libro un metodo generale , e comune a tutti di sciogliere i Problemi piani , i solidi , e gli sopra-solidi per la via di costruire con un solo metodo infinito, ed universale l'equazioni piane, e con un'altro puro univale , le solide , e le sopra-solidi, tutti gli Uomini ad onta della Madre Natura , la quale non è uguale nel distribuire le facoltà dell'ingegno , divenivano uguali nella scienza della geometria di Renato ; ed a cagion d'esempio : Essendo come abbiain detto l'Algebra speciosa di Renato un Aritmetica pratica , tutti quelli , che quest'Aritmetica ben posseggono , giungono nella soluzion de' Problemi ugualmente all'equazione , ed alla riduzione de i Problemi piani, de' solidi , e de' sopra-solidi ; poscia essendo la via di costruire i Problemi generale , e commune a tutti , tutti i Geometri Renatisti costruiscono dell'istesso modo , ed in conseguenza di ciò non vi poteva regnare frà i Geometri Renatisti

fi

fi quella emulazione d'ingegno, che produce frà gli Vomini al male inclinati l'invidia, e ciò perche tutti quelli, che possedevano l'istessa perizia nel calcolo pratico, e nelle costruzioni erano uguali fra loro, e solamente potevano l'uno con l'altro gareggiare intorno alla maggiore, e minore perizia nel calcolare, e nel costruire; ed a cagion di esempio: se l'equazione è piana, basta il Cerchio, s'è cubica ci vuole Cerchio, e parabola, s'è soprafolida ci vuole una Curva, la quale seghi il Cerchio in tanti punti quanti sono i gradi della dimensione ma però in un punto meno della dimensione dell'equazione, ed in questa guisa la Geometria di Renato come ridotta a calcolo, ed a pandetta per le costruzioni libera le menti dal meditare in astratto, e le libera da quell'industria, che nella Geometria d'Euclide è necessaria per ritrovare le costruzioni nella soluzione de' Problemi, e la quale non è a tutti i Geometri commune.

Questo metodo universale poi da Renato ritrovato, ha riempita la Litteraria Repubblica di falsi Geometri, e di falsi Filosofi; imperciocchè quegli Vomini, che nella vera Geometria non oserebbero nèmen entrare nell'atrio del Tempio della Sapienza, entrano in virtù della loro perizia nel calcolare nell'intimi penetrali di quello, e si danno a divedere al Mondo per Mattematici Inventori, e creatori, solamente perche con i loro calcoli risolvono Problemi, ch'essi stessi non intendono, e inventano linee curve, le quali non hanno alcun utile uso.

Vero è bensì, che quest'arte Geometrica da Renato inventata non lascia di esser difficile ad impararsi, perche vi è uopo di molta fatica per conoscere per lo mezzo del calcolo le radici vere, e le false, vi è uopo di molta fatica per abbassar l'equazioni, e ridurle a i loro veri gradi, cioè per ridurre a piane certe equazioni, le quali per lo mezzo del calcolo ascendono a solide, e soprafolide, e poi si ritrova, che si possono ridurre a piane, e di molte altre difficili pratiche operazioni vi è bisogno. Ma perche gl'ingegni meschini più volentieri soffrono le difficoltà, che s'incontrano nell'imparare le arti, che dalla pratica dipendono, che volgerli a quell'astratta riflessione, la quale separa la mente dal pratico, e dal

e dal sensibile , gl'ingegni meschini , dico , più volentieri soffrono la fatica d'imparare quella Geometria Metafisica, che come abbiain detto, Platone negli *Epinomi* ha dichiarato essere una divina Geometria, e tanto più que'tali meschini ingegni volentieri soffrono la pratica fatica , che la Geometria di Renato addimanda , in quanto che quella , come abbiain detto gli accredita appresso il volgo per grandi Geometri , mentre non sono altra cosa che calcolatori in quella guisa , che sono gli Aritmetici pratici , e per le costruzioni si possono chiamare Geometri di Pandetta.

Ma perche non si può mai estinguer negli Uomini quell'innato desio di creare , facoltà che ci rende simili a Dio , anche frà i seguaci della Geometria calcolatoria di Renato vi sono stati Uomini , i quali hanno esercitata la loro facoltà di creare nell'oggetto di ritrovar nuovi metodi calcolatorj , a fine di ritrovar nuove curve , ed altre invenzioni geometriche ancora , le quali invenzioni non si può a buona ragione negare che non siano ingegnossissime ; quindi sono nati il metodo degl'infiniti piccoli di Monsieur dell'Osital , quello de i differenziali , ed integrali conteso frà il Signor Leibeniz , e'l Signor Cav: Isacco Novuton , il quale poco di questa contesa essendosi curato , ne lasciò la difesa agli suoi seguaci . Ora tutti que' metodi sono dedotti dal metodo degl'Indivisibili , e ridotti a calcoli pratici , ma sono metodi a mio credere perniciosi , a cagion che in quelli s'introduce la sofistica nella Geometria , e con la sofistica la licenza ; ed ecco come .

In quei metodi si fa paragone frà il zero ch'è niente, e le quantità finite , e frà le quantità finite , e l'infinito, il quale quantunque esista perche non ha forma , non ha alcuna proporzione con le forme finite e terminate. Or quantunque io, non abbia gl' accennati metodi molto studiati , con tuttociò considerando da Metafisico questa falsa ipotesi , sù della quale stanno appoggiati , parmi di poter dire a buona ragione , che siano metodi sofisticici ed insufficienti, e metodi che introducono la licenza nella Geometria ; ed in vero noi vegliamo che Euclide ci fa considerare ne i suoi elementi l'infinito in numero delle forme finite ; vediamo che Bonaventura

ra

ra Cavalerio ci fa altresì considerare nel suo metodo degl' indivisibili l'infinito in numero delle forme finite, perche considera le linee divise in punti, o siano parti infinite, ma non vediamo già che questi Autori giungano a far paragone frà il finito, e l'infinito frà l'infinito e'l niente, e frà il finito e'l niente. Alla perfine tutto quanto da i nostri Moderni Geometri si è fatto d'ingegnoso, e di grande, è stato a fine di liberare la mente per lo mezzo de' i calcoli pratici dall'obbligo di ragionare in astratto nella Geometria, ed in questa guisa toglier dalla Geometria la facoltà di disciplinare la mente nella Logica, e nella Metafisica, riducendo la Geometria a calcoli, ed a pandette, e si sono ancora ingegnati di ampliare i limiti della Geometria introducendo in quella sofistiche e false ipotesi per aprire alle loro menti un largo campo di false e perniciose invenzioni. Mostraremo ora i danni che ha prodotto nella sapienza in generale l'ingegnosissima favola, che Renato ha posto nella Geometria.

Renato ha certamente rovinata quella utile sapienza, nella quale si formano quegli Uomini valevoli a conoscere il vero unico nelle cose tutte; imperciocche avendo egli con la sua Geometria accostumati i suoi seguaci a mirare le false proposizioni con idea di dimostrazioni, egli ha rovinata la Logica, la quale è il fondamento della Metafisica, della Morale, e della Politica, e quindi è che vediamo nelle facoltà più importanti regnare la perniciosa Sofistica, e'l Scetticismo. Ed invero qual mai buona Logica può possedere un Geometra, il quale riceve nella sua mente per dimostrazioni le ragioni apparenti, e sofistiche, che adduce Renato al principio del suo 2. Libro della Geometria per fare inghiottire a gli Uomini dolci di sale per fatto vero una favola, cioè che gli Antichi Geometri abbian pensato, che le Curve d'Apolonio avessero esattamente le proprietà, che se le assegnano, e che quei saggi abbian errato, perche non abbian ammesso per Assioma geometrico: *Datum cornum, dato plano secare*.

Qual mai buona Logica può possedere un Geometra, il quale riceve nella sua mente con idea di proposizioni dimostrate, proposizioni dedotte da i soli calcoli algebratici, senza

za

zachè alle proposizioni ritrovate per calcolo si faccia la dimostrazione Sintetica; abuso, che ha praticato Renato nella sua Geometria, e che i Signori moderni Geometri praticano sempre ancor essi. Alceto una mente accostumata a rimirar con idea di dimostrazioni questi sì fatti errori, è forza, che cada ne i lacci, che a lei tendono i Sofisti in Metafisica, in Fisica, in Morale, in Politica, ed in tutte le più importanti facoltà; onde poi è necessaria cosa altresì, che da questo modo sofistico di ragionare s'introduca nella Litteraria Repubblica quella licenziosa libertà d'opinare, la quale fa trionfare lo Scetticismo, appunto come lo vediamo trionfare a i nostri giorni, e tutto ciò avviene perche, mercè la bella Geometria di Renato, lo Scetticismo è giunto a trionfare anche nella Geometria. Alla perfine lo Scetticismo è giunto a disarmare la vera Sapienza della più forte arma, ch'essa abbia contro i Sofisti, e contro i Scettici, la quale è la Geometria.

Ma odo, che i Signori moderni Geometri mi rimproverano delle invettive, che io fo contro la Geometria di Renato, e che si accingono ancora a dimostrarmi per insufficienti le accuse, che io do alla sua Geometria; ed ecco le ragioni, ch'essi mi adducono.

Essi dicono certamente, che una Proposizione ritrovata per calcolo analitico è una Proposizione dimostrata, e ciò perche le operazioni dell'Algoritmo, cioè le quattro operazioni dell'Aritmetica litterale si dimostra geometricamente, che sono vere, e sufficienti. Bella ragione invero è questa, e degna di un seguace di Renato. Alceto se questa ragione fusse sufficiente, un Aritmetico pratico potrebbe dire ancor esso, che quando egli fa in numeri la regola aurea, si dimostra vera, e sufficiente per la 16. del VI. Libro di Euclide; e per esempio quando un Aritmetico scioglie questo mirabile Problema cioè se 100. mi danno 10., 200. mi danno 20. egli ha fatto una dimostrazione, alceto quel Geometra, il quale per difendere l'Algebra di Renato rispondesse nella guisa, che ho detto, mostrerebbe di non avere idea della natura, e dell'essenza della dimostrazione, perche l'essenza della dimostrazione non consiste nel praticar cose dimostrate, ma

ma consiste nell'intendere l'intima cagione di quelle cose, che si praticano; ed a cagion di esempio, è verissimo, che quando l'Aritmetico pratico dice se 100. mi danno 10. 200. mi daranno 20. dice una proposizione vera, e dimostrata; ma in questa operazione non vi è dimostrazione dell'origine, e della causa, per la quale si dimostra, che la regola aurea è certa, ed indubitata, onde bisogna far la Sintesi, e dimostrare per la 16. del VI. che la regola aurea, che si deduce da quella è certa, ed indubitata. Dimostreremo ora, che lo stesso avviene delle proprietà, che si ritrovano per calcolo analitico.

Uopo è però saperfi, che io da che conobbi, che l'Algebra speciosa era una nociva, e falsa scienza, procurai di dimenticarmela, mi è rimasta bensì nella mente l'idea generale di quest'Arte, ma ho procurato di dimenticarmi il calcolo, che si pratica in quell'Aritmetica; con tutto ciò mi basterà un esempio, il quale forse farà da i Signori Algebristi riputato troppo umile, e volgare, ma perchè egli è sufficiente per dimostrare il mio assunto, io non tralascerò di servirmene, ed ecco come: lo trovo per calcolo analitico la proposizione IV. del II. Libro d'Euclide; ecco il calcolo:

$$A^2 + 2 AB + B^2$$

Adunque la IV. del II. è dimostrata solamente, perchè il calcolo analitico me l'ha additata; ma io la niego, e dico, non esser vero quello, che il calcolo mi ha additato; l'Algebrista mi risponde esser già dimostrato, ch'è vero quello, che l'calcolo addita, ed io rispondo, che no. L'Algebrista dunque avrà da dimostrarmi, ch'è vera questa proposizione, che il calcolo mi ha additata, l'aurà da dimostrare al modo, che la dimostra Euclide; bisogna dunque, che l'Algebrista se non vuol fare nell'Algebra quello, che fanno gli Aritmetici pratici nell'Aritmetica volgare, faccia la dimostrazione Sintetica alle proprietà, che ritrova per calcolo analitico; ma questa dimostrazione Sintetica è quella, che seguendo l'esempio di Renato a i nostri giorni più non praticano i Sign. moderni Geometri.

A quello poi, di che ho io incolpato Renato, cioè ch'egli abbia asserito, senza darne alcuna prova, che gli antichi Geometri abbino pensato, che le Curve di Apollonio avessero esattamente le proprietà, che se l'assegnano, rispondono i Sig. seguaci di

G

Rena-

Renato, che Apollonio ha asserito, che le abbino, perche non mai ha dichiarato, che non l'abbino; ed a questo di bel nuovo si risponde, che Apollonio non mai ha pensato, che dovesse venire al Mondo un Geometra, il quale non conoscesse, che le Curve d'Apollonio nate dalla Sezione del Cono, e non da i postulati di Euclide, potessero esser linee geometriche, e che perciò non si è dato briga di avvertirlo, in quella guisa, che Archimede non si è dato briga di avvertire, che la sua quadratura del Cerchio, sì della quale egli fonda il Trattat. de Sphæra, & Cylindro non è esattamente vera, ed in quella guisa, che ogn'un, che scrive di Trigonometria non si avvisa di avvertire, che i seni non misurano gli angoli, quantunque questo si supponga per falsa ipotesi. Alla perfine Apollonio non mai ha supposto, che dovesse venire un Geometra così cortese verso di lui, il quale introduce nella Geometria per postulato uguale a i postulati d'Euclide: *Datum conum dato plano secare*. Rispondono per ultimo alcuni moderni Algebristi, che essi non suppongono, che l'Algebra possa sussistere senza l'antecedente perizia degli Elementi d'Euclide, e che ben lungi dal riputare Geometra un Algebrista poco esperto nella Geometria d'Euclide lo reputano un infelice Calcolatore. A questa risposta de' Signori Algebristi, la quale è risposta di fatto, noi risponderemo, e con la ragione, e col fatto; ed ecco come:

Si risponde con la ragione, dicendo essere proprietà della natura umana quella di appigliarsi sempre al più facile, ed al più piacevole, il più difficile, e l'meno piacevole evitando, onde sempre nucono alla sapienza quelli, i quali propongono metodi commodi, e facili, ma alla sapienza nocivi; ora perche l'Algebra speciosa appresta il piacere di raziocinare col calcolo, liberando la mente dal raziocinio geometrico, e metafisico, era necessario, che la maggior parte de' Geometri si abbandonassero a i pratici calcoli, e si dilungassero dal raziocinio geometrico, e metafisico, appunto come abbiàm detto poc' anzi. Faremo veder ora con la narrazione del fatto, che in virtù dell'Algebra di Renato, questo perniciosissimo abuso si è nella Geometria introdotto.

Per primo si vede, che tutti gli Algebristi non fanno più,

più, come abbiain già detto, la necessaria dimostrazione sintetica a i loro Problemi ritrovati per calcolo analitico, e letterale, ciocchè fa vedere, che i moderni Geometri hanno abbandonato il vero raziocinio geometrico per darsi tutti in preda a i calcoli letterali, e numerici.

Ma quì forse gli Signori Geometri Cartesiani mi accuseranno dell'errore di condannare in tutto l'Aritmetica pratica. E quì io rispondo, che i Cartesiani non distinguono, perche non solo io non condanno l'Aritmetica pratica, ma lodo anche l'Algebra numerosa, la quale si ammira in Dionfanto, e lodo l'una, e l'altra a cagione, che l'uso di quei calcoli somministra un certo abito di raziocinio pratico, il quale è utile alla mente, e questo lo vediamo avvenire negli Uomini di commercio, i quali nelle cose pratiche ragionano meglio, che il semplice volgo, e sovvienmi d'aver letto, non mi ricordo ora dove, che i Spartani facevano imparare a tutto il popolo l'aritmetica pratica. Quello però, che io condanno si è lo pretendere, che i calcoli pratici di qualunque natura, che fino, disciplinino la mente nella Logica astratta, e nella Metafisica, e che somministrino le dimostrazioni delle verità concernenti alla quantità.

Per secondo tale, e tanta è stata l'ambizione, che i Signori moderni Geometri hanno concepita nel loro animo a cagione del modo da loro inventato di descrivere in piano le Curve, che si sono riputati infinitamente superiori a i Geometri antichi, i quali non conobbero questo modo di descriverle in piano. Or questa mal concepita loro ambizione ha fatto sì, che tutti si sian dati a promuovere, ed ampliare la dottrina delle Curve, e che perciò sian sempre più abbandonati all'uso de' calcoli, inventando, come abbiain già detto, nuovi metodi a fine di ritrovar numero innumerabile di Curve; dalla qual cosa n'è avvenuto, che le menti de' Signori Geometri moderni sian abitate ad una Logica falsa, nella quale si ricevono gli errori per dimostrazioni, onde poi questo pernicioso abito si è introdotto nella Filosofia, e nelle scienze tutte. Invero muovono un poco a riso i sensi di compassione, con i quali i moderni han parlato degli antichi, a cagion che quelli avendo ignorato il modo di descri-

vere in piano le Curve, hanno trafeurato di ampliare quella utiliffima dottrina . Leggafi la Prefazione al metodo degli infiniti piccoli di Monsieur dell'Hospital . Leggafi la Prefazione di Monsieur Reineau , e legganfi tutte le altre Opere de' Moderni, e veggafi di grazia il fatto , col quale compassionando gli Antichi parlano della loro novella dottrina delle Curve. Monsieur Berneuglie poi tanto riputò l'invenzione di una Curva da lui ritrovata , che la fece scolpire nel fuo fepolcro imitando in ciò Archimede , fu'l fepolcro del quale fi ritrovano scolpiti una sfera , ed un Cilindro ; ed alla perfine quella nuova dottrina delle Curve era già appreffo i Signori Moderni Geometri quella , che oscurava in tutto la luce della geometria degli Antichi.

Ma non battò già a i Sign. moderni Geometri la vittoria, che a loro credere avevano rapportato contro gli antichi per la dottrina delle Curve , perche bisognava ancora far vedere poco propria , e mancante di metodo la geometria di Euclide, ed inventare altra geometria più all'algebra , ed alla invenzione delle Curve accomodata , che non è quella di Euclide. Quindi subito uscirono alla luce del Mondo la Geometria di Monsieur Arnaldo , il Trattato della quantità del Padre Lamy , quello del Padre Prestet , metodi tutti , ne' quali si procede prima con i calcoli analitici , e si fa la scuola ad Euclide , il quale al loro dire non aveva seguito alcun buon metodo nell'ordine , e nella disposizione delle fue proposizioni . Comparve alla luce numero infinito di Elementi di Euclide abbreviati riformati , i quali invero eran tutti Elementi deformati . Si sparse poi frà moderni Geometri la Massima , che mercè l'Invenzione dell'Algebra speciosa non vi era bisogno di sapere altre proposizioni di Euclide, che quelle poche, le quali servono alla costruzione dell'equazioni , come per esempio sono la 47. del primo , la proprietà del Cerchio , la decima sesta del VI. , e poche altre . Molti poi s'illustrarono dimostrando gli Elementi per Algebra , Cristofaro Sturmio fù uno di quelli, il quale facendo assai bene l'introduzione alla Geometria Cartesiana , insegna per calcolo analitico tutte le cose geometriche, e poi eligge poche proposizioni per la costruzione dell'equazioni. Ed alla perfine per terminare la
vit-

vittoria de' Moderni contro gli antichi, riputarono essere necessaria, cosa lo sfabricare tutto l'edificio della Geometria degli Antichi, e fabricarne un nuovo, non lasciando però di far stima di Pappo Alessandrino, e di Archimede, ma dimostrando per Algebra alcuno di quei Problemi, che quegli Autori avevano sciolti per la via Sintetica. Questo, che abbiain narrato, è lo stato di fasto, e di ambizione, nel quale si ritrovavano gli Signori moderni Geometri, quando io pubblicai la mia Duplicazione del Cubo, la quale vendica la Geometria degli antichi, e distrugge in tutto quella de' Moderni. Or può pensare ogni Uomo di retto discorso quante, e quali siano state le contradizioni, i dispreggi, e le mormorazioni, che mi ha bisognato soffrire dalla moltitudine de' Signori Geometri moderni pieni di fasto per le loro nuove invenzioni.

Ma con tutto che io abbia fatta questa severa Critica a Renato, ed agli altri moderni, non voglio però defraudarli di quelle lodi d'ingegno, che loro si devono; e perciò a fine di terminare questo ragionamento, faremo della Geometria de' moderni il seguente giudizio.

Sarebbe certamente sciocco quel tale, il quale volesse afferire, che fosse stato sciocco Renato; imperciocchè Renato fu gran Geometra, ma poichè per disavventura della nostra umana natura le passioni hanno in noi potere di produrre nell'umana mente effetti peggiori di quelli, che produce l'istessa ignoranza, Renato Des-Cartes, come ambizioso, ch'egli era, d'acquistare il titolo d'Inventore, e di creatore nelle scienze, tutto il suo ingegno applicava ad appagare questa sua sfrenata passione per mezzo della sofistica; onde poi quelle cose, che con la retta ragione esaminate al suo ambizioso fine non giovavano, con sofistici argomenti egli tentava di strascinarle a i suoi fini.

Or qui è da considerarsi, che l'amor della gloria è una virtuosa passione, e tutt'ad un tempo utile all'ingrandimento delle scienze, e delle arti a cagion che egli muove nell'animo quel spirito eroico, che inalza la mente al grand'ufficio della creazione; Ma se all'incontro avviene, che nell'animo di alcuni l'amor della gloria prevaglia all'amore della verità, ed a quello
del

del ben del Prossimo, questi tali ambiziosi Uomini sono egualmente alla litteraria che alla civile Repubblica perniciosi. Della fatta di questi ambiziosi Uomini, a mio credere, era Renato. Qui mi cade in acconcio di riferire in breve quel che ho detto in altri miei discorsi intorno a i fini, a i quali noi dobbiamo indirizzare le nostre opere, ed intorno al modo, col quale si devono le opere degli Autori esaminare.

Le opere degli Autori devono avere le trè seguenti condizioni, cioè devono essere vere, nuove, ed utili al ben del Pubblico, perche se non sono vere, son perniciose, a cagion che promuovono l'ignoranza sotto la maschera della sapienza; se non sono nuove sono inutili, e se non sono utili al ben del Pubblico, sono sempre da rifiutarsi dagli Uomini onesti. Vero è bensì, che non bisogna essere così rigoroso in queste leggi, che si sbandiscano dalle opere utili quei nuovi metodi, i quali servono a facilitare l'acquisto della sapienza, ma bisogna ben guardarsi dal promuovere il facile pernicioso per ischivare il difficile necessario, ciò facendo a fine di adular la pigrizia, e l'vano fasto degli Uomini. Ora in conseguenza di queste leggi esaminiamo un pò le invenzioni di Renato.

La sua Geometria è, come ho già dimostrato, un' Aritmetica astratta, un' Aritmetica bensì assai più difficile, che l' Aritmetica volgare, e pratica; ma contuttociò la Geometria di Renato è sempre un' Aritmetica pratica, la quale niemmen che la volgare, non obbliga la mente a ragionare in astratto; onde ella toglie dalla Geometria i due importantissimi preggi, cioè quello di disciplinare la mente nella Logica, e nella Metafisica; dunque l' Invenzione dell' Algebra speciosa è ingegnosissima, e perciò fa fede della sapienza Geometrica dell' Autore; ma perche essa è perniciosa, uopo era, che si rifiutasse da i Mattematici zelanti del ben del Pubblico, e che Renato si riputasse come inventore di un ingegnosissimo giuoco, o pure se non potevano impedire, che certi amatori più di raziocinar con la penna, che con la mente la seguissero, non dovevano mai permettere, che si ricevevano per geometriche quelle proposizioni, le quali non fossero state poi dimostrate con dimostrazione sintetica; non pensò dunque

que Renato al ben del Pubblico, quando pubblicò la sua Aritmetica, o sia Algebra col titolo di Geometria, ma pensò solamente ad acquistare la gloria dell'Invenzione. Vero è bensì, che io non sò se Renato sia stato il primo Inventore dell'Algebra speciosa, perche Cardano, il quale visse prima di lui, fù Inventore della seconda formola dell'equazioni cubiche; e si pretende, che Ariot sia stato inventore delle costruzioni: ma comunque la cosa sia, Renato è quelli, che l'ha posta in ordine, ed è quelli altresì, che si riputa Inventore dell'Algebra speciosa.

Egli è poi nelle sue Costruzioni, ove egli ha fatto vedere l'eccesso della sua sofistica; imperciocchè, come abbiain già detto, egli con le apparenti, e sofistiche ragioni, che si leggono nel principio del II. Libro della sua Geometria, ha così ben'allettato col facile pernicioso le Menti deboli, e pigre, che si è procacciato numero infinito di seguaci. Renato dunque era pernicioso, perche promuoveva l'errore sotto la maschera della verità, l'ignoranza sotto quella della sapienza, e promuoveva il facile pernicioso, alienando la mente dallo studio del difficile necessario; ed alla perfine nell'Invenzione della Geometria di Renato vi si trova solamente il nuovo, ma non vi si trova nè il vero, nè l'utile. Dovevano dunque gli Signori Moderni Geometri rispettare un pò più di quello, che l'hanno rispettata, la venerabile Antichità, e dovevano un poco più credere al dottissimo Francesco Vieta di quello, che ci han creduto.

Ma io sò bene, che tutte le ragioni, che ho in questo Ragionamento addotte contro la nuova Geometria de' Sign. Moderni, non mi varranno niente per indurli a confessare sinceramente gli errori di Renato, i quali in virtù della mia Duplicazione del Cubo si manifestano chiaramente a i Geometri dotti, e sinceri. Troppo difficile è invero il confessare per falsa una dottrina, che abbiain seguita, e sì della quale abbiaino alzata la mole della nostra gloria, ed è tanto più difficile il confessarla falsa, quanto più abbiaino agevole modo di sostenerla, almeno appò il volgo, con l'autorità di una moltitudine di Mattematici, che l'han seguita, e la sieguono. Oltre a ciò lo aver io nella mia Duplica-

ca-

cazione del Cubo dimostrato a dirittura gli errori di Renato muove contro di me quell'ira, che sempre si attira ognun, che si veste dell'odioso personaggio di Maestro. Voglio dunque deporre in tutto l'ardito carattere di Maestro, che ho ostentato nelle dimostrazioni della mia Duplicazione del Cubo, e voglio rappresētare quel personaggio, che Platone ne' suoi dialoghi fa rappresētare a Socrate quando disputa con que' sofisti, i quali avevano guasta, e corrotta l'antica Sapienza d'Atene. Socrate in tutti i Dialoghi di Platone si pone nella figura di Discepolo de' sofisti, e per lo mezzo dell'Entimema li vā belbello interrogando fino a tanto che li costringe a confessar le proposizioni, ch'egli vuol provare, onde fā, che i suoi Contrarj siano, lor malgrado, approvatori delle proposizioni di Socrate. Tanto però non posso sperar io da i Signori Geometri Sofisti, e miei Contrarj, perche trattandosi di materia Geometrica niente mi valerebbe lo usare l'argomento dell'Entimema. Voglio però imitare l'esempio di Socrate facendomi in tutto Discepolo de' Sign. Moderni Geometri, e pregarli a sciogliermi alcune Difficoltà, che qui in appresso fò loro, intorno al modo, col quale essi descrivono in piano la Parabola, ed intorno alla Trisezione dell'angolo fatta da Renato Des-Cartes, ed intorno ad alcune mie altre difficoltà. In questa guisa facendo spero, ch'essi non isdegnaranno di apprestarmi i loro insegnamenti, perche quantunque io non possa costringerli a confessare la verità, come facea Socrate, senza che quelli se ne avvedessero, spero che i Signori Moderni Geometri, come sinceri, la debbono confessare da loro stessi. Passiamo dunque alle mie seguenti Difficoltà.



DIF.

57 DIFFICOLTÀ INTORNO

*Alla Descrizione in piano delle linee
curve, che fanno i Signori Mo-
derni Geometri, e Problemi
da risolversi.*

PREFAZIONE



Ecessaria cosa è, che si sappia, che nelle seguenti mie difficoltà io altra figura non prendo a fare se non quella di Discepolo di quei Signori Geometri, i quali hanno impugnata la mia Duplicazione del cubo, e di quelli, che facendo silenzio si sono mostrati timidi, e renitenti ad approvarla. Per conseguenza dunque di questa figura, che io prendo a fare, non devo intraprendere di dimostrare di bel nuovo la mia Invenzione. Questo sarebbe superfluo, avendola io, per quel che penso, abbastanza dimostrata nel libro da me publicato in due tomi l'anno 1722. col titolo *Opere Matematiche di Paolo Mattia Doria*, e nel libro intitolato *Duplicacionis Cubi Demonstratio*, &c. publicato l'anno 1730., diretto alla Regia Società d'Inghilterra; così dunque io non fo nelle mie seguenti difficoltà dimostrazione alcuna intorno alla mia Invenzione; fo bensì un epilogo delle proprietà da me dimostrate nelle accennate mie opere, acciò che se quelli, i quali per avventura leggendo solamente queste mie difficoltà, desiderassero poi di vedere le mie dimostrazioni, sappiano dove debbano ritrovarle.

Le altre difficoltà poi, che io fo intorno alla Trisezione dell'angolo fatta da Renato, ed intorno alle altre cose, che propongo, le ho fatte a cagion che avendo io fatta una

soluzione del Problema della Trisezione dell'angolo , ed alcune considerazioni intorno allà quadratura del Cerchio , ho desiderato , e desidero di sentire i sentimenti de' Signori moderni Geometri prima di pubblicarle , a fine di non espor- mi a soffrire le stesse amarezze, che ho sofferte , e soffro per la Duplicazione del cubo .

Ma qui devo avvertire a i miei Lettori , che se mai per avventura qualche moderno Professore continuando il suo metodo di asserire al volgo per vere le sue opposizioni, nulla curandosi che quelle siano tacitamente disprezzate da tutti i mattematici, si vantasse col volgo di aver sciolte le mie diffi- coltà senza cercare l'approvazione de' Sapiienti , a quel tale ogni uomo di buona mente deve rispondere nel seguente mo- do :

Voi siete sospetto di fede , perche siate accusato dall' Au- tore di sostenere le vostre opposizioni , quantunque false , a fine di non perdere il vostro credito appò noi , e perciò siete obbligato a fare approvare queste vostre soluzioni da qualche Accademia , ovvero da altri Geometri celebri , ed accreditati in Mattematica .

E se per avventura quel tale Professore rispondesse , che io pure sono obbligato a ritrovare Approvatori alla mia In- venzione : Rispondo , che a me è difficile ritrovare Appro- vatori per le ragioni da me addotte nell'antecedente Apolo- getico Discorso , ma che all' incontro farebbe facilissima cosa ad ogni mio Oppositore , il quale ritrovasse errore nella mia invenzione , il ritrovare non solo uno , ma numero infinito d' Approvatori alla sua Opposizione ; e ciò perche contenendosi nella mia Invenzione la dimostra- zione degli errori commessi da i Moderni Geometri , tutti ringrazierebbero quel tale , che con la sua opposizione li avesse liberati dalle accuse , che a loro io ho date . E se per mia disgrazia io divenissi così sciocco , o così poco sincero , che intraprendessi di difendere il mio errore, le intere Acca- demie , ed anche i particolari Mattematici prenderebbero a riso le mie veementi risposte , sempre , e quando l'oppo- sizione del mio contrario fusse vera, e sussistente in Geometria. In questa guisa rispondendo ogni discreto Uomo, benché non inteso di Geometria , può liberar me dalla noja di contendere
fino

59

fino all' infinito , e senza frutto con questa sì fatta specie di Geometri , i quali , purché facciano nella loro Città la figura appò il volgo di sostenere le loro opposizioni , non si vergognano poi di comparire appò i sapienti Geometri , o per poco esperti Mattematici , o per uomini men che sinceri ; ed io all' incontro potrò senza darmi più briga di contendere con la malizia di sì fatta gente, dire , come dico , intorno a questa materia della Duplicazione del cubo: *Clandite jam pueri rivos sat prata biberant* .

Spero però , che i Signori Moderni Geometri istessi non debbano contentarsi di fare più lungamente un improprio silenzio intorno ad una Invenzione , alla gloria della nostra Italia non poco importante , e che perciò otterrò da i Signori Moderni Geometri qualche sincera , vera , e sufficiente risposta alle mie seguenti Difficoltà, ovvero una sincera Approvazione alla mia Duplicazione del Cubo, acciò che i Posterì non abbiano del delitto di poco sinceri a condannare i Mattematici del nostro presente secolo , e i Mattematici della nostra Italia , d' invidi , e poco zelanti della gloria della nostra Patria .

A V V E R T I M E N T O

Nella seguente prima difficoltà io non suppongo altra cosa , che la costruzione del mio rettilineo parabolico piano , e non suppongo alcuna delle proprietà , che nella mia Duplicazione del Cubo ho dimostrato avere il nomato mio rettilineo , onde se i Signori Geometri voglion negare la mia ipotesi bisogna , che impugnino la costruzione del mio rettilineo .

Difficoltà Prima

Parmi , che la descrizione della Parabola , che fanno in piano i Signori Moderni Geometri con lo stromento composto , o sia meccanico , non dia sicuramente i punti , a i quali devono cadere le radici delle ascisse dell' asse ; onde non possa a buona ragione dirsi . che noi possiamo descrivere,

o immaginar descrittà la Parabola Apolloniana in modo, che possiamo intendere i veri punti, ove cadono le radici delle ascisse dell' asse, e per dirla in breve, parmi che la descrizione in piano della parabola, che fanno i Signori moderni Geometri, sia necessariamente Meccanica, e falsa come or ora farò vedere. Narrerò prima il modo, come da i Signori Moderni Geometri si pretende di poter immaginare descrittà la Parabola con l'istessa sicurezza, con la quale s'immagina descritto il Cerchio, acciò si veda che io non l'ignoro, e poscia farò vedere in che consista la mia difficoltà.

Fig. 1. Io descrivo la Parabola al modo insegnato da Galileo Galilei. Prendo il parametro AB per unità, BD è 3. AD è 4. radice di DE 2. Voglio ora descrivere la Parabola Apolloniana con lo stromento composto, o sia Meccanico usato da i Signori Geometri Moderni.

Sopra il parametro AB formo il quadrato $ABCF$.

Prolongo la AF in G sino, che venga uguale, e parallela a DE 2., ed alzo la perpendicolare EG .

Poscia prolongo la FC in H , e questa è la rega immobile.

Suppongo, che FH sia la rega immobile, e che la LT sia la rega mobile, e parallela ad FH , la quale cammina sempre equidistante; e suppongo, che AN sia la rega, che si muove in giro; ed ecco formato lo stromento composto, o sia meccanico.

In questo modo io ho per Galileo due radici, e due quadrati espressi in linea, ed in numero, cioè l'unità BC radice dell'unità AB quadrato, e DE 2. radice del quadrato AD 4. Andaremo ora prendendo ad uso de' Signori Geometri Cartesiani le radici de' quadrati, o sian ascisse dell'asse intercette fra AB 1., ed AD 4. a fine di far vedere, che la descrizione in piano de' Signori Moderni Geometri non dà con sicurezza i punti delle radici delle ascisse dell'asse.

Suppongo, che la rega mobile, e parallela sia giunta in L ; prendo sopra la rega immobile FH , la FN uguale ad AL , e suppongo, che la rega AN , la quale si muove in giro, sia portata in N , avrò due triangoli simili, cioè ALM , ed AFN ; dunque sarà come AL ad LM , così

AF

AF ad FN , dunque il rettangolo fatto dal parametro AF per LM sarà uguale al rettangolo di AL per FN , cioè al quadrato di AL , e perciò il quadrato di IM sarà uguale al rettangolo fatto dal parametro, o sia unità AF per l'ascissa AI , e perciò il punto M sarà punto di Parabola.

Suppongo per l'ipotesi de' Signori Geometri Moderni descritta la Parabola $ACRE$. Passiamo ora alle descrizione delle radici de' quadrati maggiori dell' unità AF , i quali sono intercetti frà AB 1., ed AD 4.; ed egli è quel, ove penso di far vedere, che la descrizione è meccanica, e falsa.

Frà i punti A , e C tirisi la linea retta AC , e frà i punti C , ed E tirisi la linea retta CE , io voglio la radice dell' ascissa AS , e voglio, che cada al punto S punto estremo del quadrato AS ; io penso di poter dimostrare, che con lo stromento meccanico usato da' Signori Moderni Geometri non si possa sapere se la radice dell' ascissa AS sia SP , la quale termina alla mia linea retta CE , ovvero se sia SR , la quale termina al perimetro della parabola $ACRE$ supposta descritta; ed eccone per mio avviso la pruova.

Suppongo per primo, che SP sia radice dell' ascissa *Fig. 2.*
 AS ; io prendo la linea retta SP , la quale termina alla mia linea retta CE , ed alzo la perpendicolare PO ; Suppongo poi, che la rega parallela LT sia venuta in O , e prendo sopra la rega immobile FH , la FX uguale ad AO , e porto in X la rega mobile AN , la quale si muove in giro, e dico, che FX uguale ad AO è media proporzionale frà il parametro AF , e la quarta proporzionale OP uguale ad AS . Al certo se la linea SP è radice di AS , la linea AX prodotta deve andare nel punto P , perche AF essendo parametro, AX , ovvero AO essendo stata supposta media proporzionale frà AF , ed OP , i due triangoli AFX , ed AOP devono esser simili, e perciò la rega mobile, che si muove in giro, portata sopra AX per la mia ipotesi deve andare nel punto P .

Suppongono ora i Signori Geometri Moderni, che la radice dell' ascissa AS sia SR , alzisi la perpendicolare RQ , dunque se la radice dell' ascissa AS è SR , la rega mobile, e parallela sarà giunta nel punto Q , quando ha dovuto descrivere la radice dell' ascissa AS .

Pren-

Fig. 1. Prendasi ora sovra la rega immobile FH la FY uguale ad AQ , e portisi la rega mobile, che si muove in giro nella linea AY ; al certo se SR è la radice, la linea AY prodotta, o sia la rega mobile, che si muove in giro deve andare nel punto R , acciò li due triangoli AFY , ed AQR siano simili; adunque acciò si possa sapere se la radice dell'ascissa AS sia la linea retta SP , la quale termina alla retta CE , ovvero se sia SR , la quale termina alla Parabola, bisogna misurare se AX prodotta termina in P , cioè se la rega mobile, che si muove in giro, vada in P , o no, perche se vada in P la linea SP sarà la radice dell'ascissa AS , e i due triangoli AFX , ed AOP saranno i triangoli simili. E perche la radice dell'ascissa AS non può esser altro, che una, la rega mobile, che si muove in giro, portata nella linea AY non terminerà nel punto R , ma in vece di ciò la rega mobile, che si muove in giro, andará per esempio nel punto i , ove s' incontra con la linea QR allungata, e li triangoli simili saranno AFY , AQi ; onde la SR uguale ad ni sarà radice dell'ascissa AN , e non sarà radice dell'ascissa AS , la quale è quella, che abbiám dimandata.

Fig. 1. All'incontro se la rega mobile, che si muove in giro, posta sopra AY vada nel punto R , allora la rega mobile, che si muove in giro, posta sopra AX non andará nel punto P , e la radice dell'ascissa AS sarà SR , bisogna dunque misurare se la linea AX prodotta, o sia la rega che si muove in giro, termina in P , ovvero se AY prodotta sia quella, che termina in R , alla perfine bisogna misurare per vedere quale delle due, cioè se SP , ovvero SR sia radice dell'ascissa AS , e per vedere se SR sia radice dell'ascissa AN , ovvero dell'ascissa AS , ma s'è così, la descrizione in piano della parabola, che fanno i Signori Moderni Geometri è meccanica, e falsa, perche non da i punti, a' quali devono cadere le radici delle ascisse dell'asse, e facendosi lo stesso in tutte le radici intercette frà BC 1., e DE 2. si ritrova, che supponendosi, che SP sia radice dell'ascissa AS , tutte le radici terminanti al perimetro della Parabola non cadono a' punti estremi de' loro quadrati, ma cadono a' punti sotto, come per esempio in i ; onde poi facendosi lo stesso fino all'infinito, la radice DE 2.

non

non caderebbe al punto estremo del quadrato $A D 4$. E se l'Avversario dicesse, che quando la rega mobile, e parallela è giunta nel punto O della linea AG , allora ha descritto la radice dell'ascissa $A d$, uguale ad $O b$; lo dimostro che in ogni ascissa si ritrova lo stesso.

Soppongasi tirata la linea retta $d b$, la quale taglia nel *Fig. 4* punto g la nostra linea retta $C E$, ed alzasi la perpendicolare $g y$; poi prendasi sopra la rega immobile $F H$ una linea uguale ad $A y$, la quale caderà in un punto intercetto fra $F C$ parametro, ed $F X$, e questa linea intercetta fra $F C$, e $F X$ sia per esempio $F r$, di nuovo avremo due triangoli simili nel punto y , cioè $A F r$, ed $A y g$, e perche quando abbiamo presa la radice dell'ascissa AS , FX si è supposta uguale ad AO , di nuovo avremo i due triangoli simili AFX , AOP , dalla qual cosa di nuovo se ne deduce, che quando da noi si suppone, che la radice dell'ascissa AD sia la linea $d g$, la radice dell'ascissa $A d$ cade sotto il punto b , cioè in P ; onde sempre bisognerà misurare per vedere se la rega mobile cade in g , ovvero in b , e lo stesso fò in ogni ascissa, come per esempio in $A k$, ed in ogni altra. Ma niuno mi può negare di supporre, che le radici cadino alla mia retta $C E$.

E' dunque tutta meccanica, e falsa la descrizione in piano, che della parabola, e delle altre Curve fanno i Signori moderni Geometri.

C O N S I D E R A Z I O N E.

A Lcerto questa mia Difficoltà mi sembra insuperabile; con tutto ciò però un qualche mio Oppositore, noto per la franchezza nell'asserire al Volgo, non lascierò di dire ch'è dimostrato, che le radici terminano alla curva. Ed io a questo risponderai che ho dimostrato, che terminano alla mia retta, ma perche non ho Discepoli, a i quali possa dar a credere quello, che voglio parlando a i Sapianti risponderò, che queste difficoltà, che io propongo, niente hanno, che fare con le dimostrazioni da me addotte nella Duplicazione del Cubo, perche in queste difficoltà io suppongo solamente la descrizione del mio rettilineo, e poi so conoscere meccanica, e falsa la descrizione in piano della Parabola; onde bisogna
ri.

risponderē a queste mie nuove difficoltà, e per esempio .

Fig. 1. Non si può negare l'ipotesi, che io ho posta nell'antecedente Difficoltà; imperciocchè la mia dimostrazione del meccanicismo della parabola dipende dalla sola costruzione del mio rettilineo, e non dalle proprietà, che io gli ho assegnate, onde se non siamo giunti fino alla licenza di negare i postulati di Euclide, non mi si può negare di descrivere la mia linea retta CE , e se non si nega la Proposizione XI. del I. d'Euclide non mi si può negare di alzare la perpendicolare PO ; Oltre a ciò io posso supporre per ipotesi senza asserirlo per dimostrato, che SP sia radice dell'ascissa AS , e supposto questo ne viene secondo la descrizione, che delle Curve fanno i Signori Moderni, che se AX prodotta termina nel punto P , i due triangoli AFX , ed AOP siano simili, e che SP sia la vera radice, e lo stesso fò nell'ascissa A ; onde la mia antecedente ipotesi fa veder chiaramente il meccanicismo della descrizione in piano, la quale i Signori Geometri fanno della Parabola e delle altre Curve; onde i Signori Moderni Geometri sono obbligati a risolverla, ma non possono risolverla mai, perche il difetto della loro descrizione in piano è cagionato dal non aver la parabola le proprietà, che se le assegnano.

CONSIDERAZIONE.

L'Antecedente mia difficoltà fa chiaramente conoscere esser falso quello, che dice Renato al principio del secondo Libro della sua Geometria, cioè che in tanto si reputa meccanica la Parabola, in quanto che si descrive con lo strumento più composto, che non è il compasso, perche dall'antecedente nostra Difficoltà si vede, che il Meccanicismo della Parabola non dipende dalla descrizione fatta con lo strumento più, o meno composto, ma dipende dalla Parabola, che non ha le proprietà, ed eccone la pruova.

Nell'Asse AD 4. la di cui radice è certamente DE 2: lo strumento mi dà esattamente la radice DE : all'incontro nelle ascisse intercette frà AB 1., ed AD 4., perche quando non si dimostra dove terminano le radici si può supporre, che quelle terminino così alla retta CE , come al perimetro della Parabola, lo strumento mi obbliga a misurare;

re, per vedere quale sia il vero luogo, ove terminano le radici. Veniamo alla pruova.

Io prendo sù la rega immobile FH la porzione Fz uguale ad AG^2 , porto la rega, che si muove in giro, su'l punto z , ed ho noti i due triangoli simili AFz , ed AGE , onde *Fig. l.* è come AF 1 ad Fz 2, così AG 2 ad GE 4, onde la rega che si muove in giro, o sia la linea retta Az prodotta, deve andare nel punto E . All'incōtro nell'ascissa AS , la dicui radice si può supporre per ipotesi, che possa essere così SP , come SR , sono costretto a misurare, per vedere se la rega mobile, che si muove in giro, vada da X in P , perche in questo caso posta in Y non può andare in R , e lo stesso avviene nell'ascissa Ad , An , ed in tutte le altre intercette, appunto come abbiain dimostrato nell'antecedente difficoltà; dunque il motivo, per il quale gli antichi Geometri non hanno ricevuto le curve d'Appollonio per linee Geometriche, non è, come dice Renato, perche quelle non si descrivano con la rega, e col compasso, ma è perche non hanno esattamente le proprietà, che se le assegnano. Vogliamo ora narrare un poco le proprietà del nostro rettilineo da noi dimostrato, a fine di fare in appresso due altre difficoltà.

EPILOGO.

Delle proprietà del nostro rettilineo parabolico piano da me dimostrate nelle mie Opere Matematiche, e nel Libro intitolato: Duplicationis Cubi demonstratio, fatto, acciò il Lettore Geometra possa giudicare s'egli è a torto, o a ragione, che i Signori Moderni Geometri non confessino, e non sieguano la mia Duplicatione del Cubo.

DAlla costruzione tutta geometrica del nostro rettilineo, e dalla supposizione delle infinite parallele fatta per lo metodo degli Indivisibili, ne risultano le seguenti proprietà:

I

La

Fig. II. La prima proprietà è, ch'essendo le parallele intercette frà BI , e GH , e terminanti alla retta IH in proporzione aritmetica, le parallele sono tante in numero, quanti sono i punti della BG , e perciò sono tante quante sono le ascisse intercette frà AB , e AD , come per esempio sono AB , AK , AS , &c., dalla qual proprietà ne risulta, che nelle parallele intercette frà BI , e GH , e terminanti alla retta IH , vi si contenga la somma di tutte le possibili radici de' possibili quadrati intercetti frà AB , e AD ; onde da questo se ne deduce, che le radici de' quadrati intercetti frà AB , e AD , non possono terminare nè fuori, nè dentro della retta IH , se non si vuole, che una medesima quantità possa essere in due luoghi diversi uno maggiore, l'altro minore. Leggasi il Tomo primo delle mie Opere Matematiche alla pag. 3.; ed al Libro *Duplicationis Cubi demonstratio* &c. alla pag. 22.

La seconda proprietà da me dimostrata, ch'è stata cagione degli errori, che han preso alcuni miei Contrarj, è la seguente:

Le ascisse, o siano i quadrati incerti frà AB , e AD sono tutti irrazionali, onde non si può prendere frà AB , e AD alcun quadrato in numero, e la cagione di ciò si è, ch'essendo l'asse del nostro rettilineo descritto secondo la descrizione di Galileo, cioè secondo l'ordine de' numeri impari, se si prendesse in numero alcuno de' quadrati intercetti frà AB , e AD ; le ascisse non farebbero più secondo l'ordine de' numeri impari irrazionali. Questa verità ci sembra d'averla dimostrata al Tom. 2. delle nostre opere Matematiche pag. 79. al Monito pag. 3. del Libro intitolato *Duplicationis Cubi demonstratio* diretto alla Regia Società d'Inghilterra, alla proposizione 3. dello stesso Libro, ed in molti altri luoghi delle mie opere Matematiche. Questi nostri accennati due Libri sono stati impressi il primo in Venezia l'anno 1725., ed il 2., in Venezia l'anno 1730., e tutti gli abbiain trasmessi a i Signori Geometri, i quali si pregano di esaminare quelle dimostrazioni da me accennate.

La 3. proprietà da me dimostrata dipende pure dal metodo degli Indivisibili, e fa vedere, che quando per errore si prendono in numeri, come l'han preso alcuno de' miei

Con-

Contrarij, le ascisse intercette frà $AB\ 1$. e $AG\ 4$, allora perche le radici, che nascono da questa ipotesi sono false, le differenze frà le mie parallele terminanti alla mia retta $I\ H$, e le parallele terminanti al perimetro della parabola, nell'infinito si diminuiscono sempre, e nel punto H svaniscono in tutto; la proprietà è la seguente.

E' assioma del metodo degli indivisibili questo seguente; cioè, che quando qualche proprietà particolare ripugna ad una proprietà, che si ritrova nell'infinito, se quella proprietà particolare nell'infinito si diminuisce sempre, e poi svaniscono in tutto le differenze frà quella proprietà particolare, e quella che si ritrova nell'infinito, in questo caso della proprietà particolare non si tiene alcun conto.

In conseguenza dunque di questo Assioma del metodo *Fig. II.* degli indivisibili, se l'Avversario vuole, dividendo l'asse in numeri pari, far terminare le radici particolari fuori della mia retta $I\ H$, e vuole per esempio, che la radice del quadrato AS non sia $S\ d$ terminante alla mia retta $I\ H$, ma che sia per esempio $S\ O$, io tiro la perpendicolare $O\ n$ fino alla mia retta $I\ H$, e dico, che se la radice di AS fosse $S\ O$, la radice di AS sarebbe $m\ n$; di nuovo l'Avversario dice, che la radice di Am è $m\ o$; di nuovo io tiro la perpendicolare $o\ q$ fino alla retta $I\ H$, e dico, che la radice di Am sarebbe $p\ q$, poscia l'Avversario tira $p\ s$, ed io tiro la perpendicolare $s\ u$, e dico, che la vera radice termina alla mia retta $I\ H$, e così fo fino al punto H , punto ove terminano tutte le differenze; ora da questa ipotesi dell'Avversario ne verrebbe l'assurdo, cioè, che la somma delle radici sarebbe in due luoghi diversi, cioè nella Parabola Apolloniana, ove non sono in proporzione aritmetica, e nel mio rettilineo, ove sono in proporzione aritmetica l'intercette frà 1 e 2 , le intercette frà 2 e 3 &c. ciocchè ripugna alla proprietà dell'infinito; perchè io ho dimostrato, che le possibili radici de i possibili quadrati intercetti fra $AB\ 1$, ed $AG\ 4$ sono ne' limiti delle radici intercette, frà $BI\ 1$, e $GH\ 2$, e terminanti alla retta $I\ H$, perche sono in proporzione aritmetica.

Ma poscia dimostro, che le differenze frà le parallele terminanti alla retta $I\ H$, e le parallele terminanti fuori della

retta $I H$, come per esempio sono le differenze $d O, n o, q s$, e le altre, si diminuiscono all'infinito, perche le differenze divengono sempre minori, quanto più la $I H$ si avvicina alla perpendicolare $H X$, e nel punto H svaniscono tutte le differenze; onde per l'accennato Axioma del metodo degli Indivisibili, le radici terminano alla mia retta $I H$; questa proprietà poi io l'ho anche dimostrata con un calcolo numerico, col quale ho fatto vedere, che le differenze delle parallele terminanti fuori della mia retta $I H$, e le terminanti alla mia retta $I H$, si diminuiscono sempre, poi si riducono ad una quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e nel punto H svaniscono in tutto. Questo calcolo si legge alla pag. 19. del Tomo 1. delle mie Opere Matematiche, ed alla pag. 34. del mio Libro *Duplicationis Cubi demonstratio*.

Fig. II. La quarta proprietà è, che io dimostro, che ogni radice terminante alla mia retta $I H$ cade al punto estremo del suo quadrato, perche se per esempio $m n$ fusse radice di $A S$ nell'infinito l'unità $B I$ farebbe radice di una ascissa minore del parametro $A B$, e dello stesso modo dimostro, che se $S d$ fusse radice di $A m$, $m n$ farebbe radice di $A p$; onde nell'infinito $G H^2$ farebbe radice di un quadrato maggiore di $A G^4$; per conseguenza delle accennate proprietà sembra, che cominciando nel punto I una nuova serie di parallele in proporzione aritmetica, la Parabola Apolloniana giunta al punto I per andare nel punto H debba far angolo curvilineo nel punto I .

La quinta proprietà è, che le parallele intercette fra $B I$, e $G H$, e terminanti alla retta $I H$, sono in una serie di proporzione aritmetica diversa dalla serie di proporzione aritmetica, nella quale sono le parallele terminanti all'ipotenusa $A I$, perche le prime sono nella serie del Triangolo $y G H$, e le seconde sono nella serie del Triangolo $A B I$.

La sesta proprietà è, che nel lato $B I$ termina in tutto la serie delle parallele terminanti all'ipotenusa $A I$, e nel punto I comincia la nuova serie delle parallele terminanti alla linea retta $I H$, la quale è porzione dell'ipotenusa $y H$, dalla qual cosa sembra, che se ne deduca, che nel punto I cominci una nuova curva, appunto come comincia una nuova serie

rie di parallele terminanti alla mia linea retta $I H$, onde sembra altresì, che 'l perimetro della parabola debba far angolo curvilineo nel punto I , e per ultimo sembra, che nelle nostre Opere Matematiche, e nel nostro libro *Duplicationis Cubi demonstratio*, noi abbiām chiaramente dimostrato, che le applicate terminanti alla Parabola Apolloniana non abbiano le proprietà, che se l'assegnano, e che il vero perimetro della Parabola si componga delle nostre linee rette, che sono pezzi d'ipotenuse. Passiamo ora alla seguente nostra difficoltà intorno alla costruzione della Parabola.

Difficoltà Seconda.

SI pregano i Signori Moderni Geometri a dimostrare, co- Fig. II.
me supponendosi, che gli eccessi sopra le mie parallele $S d$, $m n$ &c. i quali sono $d O$, $n o$, $q s$, divenendo sempre minori quanto più il perimetro della parabola si avvicina al punto H , si possa, senza aver bisogno di ricorrere alla misura, dimostrare, che descrivendosi la parabola con lo strumento composto, il quale genera due triangoli simili, niuna applicata possa terminare in un punto della linea retta $I H$ intercetta fra il punto I , punto estremo di $B I$ unità, e fra il punto H punto estremo di $G H 2$, dalla qual cosa ne avverrebbe, che una Curva toccasse in tre punti una linea retta, ciocchè è affordo.

E' sembra, che per dimostrare, senza bisogno di misura, Fig. II.
che la Parabola supposta descritta non possa toccare la mia linea retta $I H$ in altri punti, che ne i tre punti $A I$, ed H , sia necessario di determinare quanta sia la lunghezza di tutti gli eccessi $d O$, $n o$, $q s$, e di tutti gli altri eccessi fino a $G H 2$, ove tutti gli eccessi finiscono; ed eccone la prova.

Perche la mia linea retta $I H$ si avvicina fino all'infinito alla perpendicolare $H X$, gli eccessi $d O$, $n o$, $q s$, $k u$, e tutti gli altri divengono all'infinito minori quanto più si avvicinano al punto H , ciocchè vale a dire, che le differenze fra le parallele $S d$, $m n$, $p q$, $t k$, e le applicate terminanti alla parabola divengono all'infinito minori, quanto più si avvicinano al punto H ; dunque è necessario, che la rega
mo-

mobile, e parallela dell'istromento composto, o sia meccanico, mentre scorre per la retta $A X$ additi per la via de' triangoli simili fin'all'infinito le minime differenze, che sono frà le mie parallele terminanti alla mia retta $I H$, e le applicate terminanti al perimetro della parabola. Ma è assioma del metodo degl'Indivisibili, che delle differenze minori d'ogni immaginabile quantità non si abbia conto, quando quelle nell'infinito si riducono a niente; dunque se le applicate terminanti alla parabola, prima di giungere in H si riducono con le mie parallele ad una differenza minore d'ogni immaginabile quantità, parmi che possa dirsi, che la parabola tocca la mia retta $I H$ in più di tre punti. E per esempio io dico, che per la descrizione con lo stromento meccanico il perimetro della parabola toccherà la linea retta $I H$ nel punto I , e ciò perchè l'eccesso I sarà una quantità minore d'ogni immaginabile quantità. Vorrei ora sapere, come il compasso meccanico in virtù de' Triangoli simili darà la differenza frà la parallela terminante alla retta $I H$, e quella, che termina nell'eccesso I , ch'è una quantità minore d'ogni immaginabile quantità; ma al certo bisogna, che 'l difensore della descrizione in piano della Parabola, o misuri quanto l'applicata esce fuori della retta $I H$, o dimostri quanto deve uscir fuori della retta $I H$, e lo stesso bisogna, che faccia in ogni applicata; onde sembra, che la descrizione in piano della Parabola, fatta con lo stromento meccanico non si possa chiamar geometrica.

Fig. II. Sembra altresì, che in virtù di queste mie due difficoltà la parabola Apolloniana non possa immaginarsi descritta, imperciocchè parmi, che la mente non possa immaginare le diverse lunghezze degli eccessi $d O, n o, q s, k u$ &c., mentre non si sa la proporzione, che hanno frà loro le applicate determinanti al perimetro della parabola Apolloniana, ed a cagion d'esempio: il cerchio io posso immaginarlo descritto senza misurare, perchè so, che i semidiametri devono essere tutti uguali fra loro, e so altresì, che ogni radice terminante alla periferia è media proporzionale frà le parti del diametro: ma all'incontro nella parabola Apolloniana, nella quale non so quale debba esser la vera lunghezza degli eccessi $d O, n o, q s, k u$ &c. non so, come si possa immaginare descritta, nè come si possa

fa descrivere, mentre abbiain dimostrato, che niuna radice terminante al supposto perimetro della parabola cade al punto estremo del suo quadrato. Si pregano dunque i Signori moderni Geometri a risolvere le antecedenti mie due Difficoltà.

Doppo le proprietà da me narrate del mio rettilineo parabolico piano legittimamente descritto per Eculide, si pregano i Signori Moderni Geometri ad insegnarci a descrivere con lo stromento meccanico, o con la rega, o col compasso, o con qualche altro loro stromento, la parabola Apolloniana, per modo, che si possa immaginar descritta, come s'immagina descritto il Cerchio, il quale s'immagina descritto, senza mai aver bisogno di ricorrere alla meccanica misura.

CONCLUSIONE.

DA quello, che nelle antecedenti nostre Difficoltà, e nel nostro Epilogo abbiain fatto, le due seguenti cose se ne deducono.

La prima, che se i Signori moderni Geometri vogliono pertinacemente sostenere, che la descrizione in piano, ch'essi fanno della parabola Apolloniana, sia Geometrica, bisogna, ch'essi facciano conoscer falsa, e non geometrica la mia descrizione del rettilineo parabolico piano, perche io ho dimostrato, che solamente supponendosi descritto il mio rettilineo, senza considerare le proprietà, che a quello io assegno, la descrizione della parabola Apolloniana è meccanica, e poscia ho dimostrato, che la parabola Apolloniana non solo non si può descrivere, ma che nemmeno si può immaginar descritta.

La 2. se i Signori Moderni Geometri vogliono negare le proprietà, che io assegno al mio rettilineo, bisogna, che dimostrino false le dimostrazioni da me fatte nel libro delle mie Opere Mattematiche, ed in quello *Duplicationis Cubi demonstratio*, diretto alla Regia Società d'Inghilterra; ovvero, che dimostrino, che non sia geometrico il metodo degl'Indivisibili, perche se una di queste due cose essi non dimostrano, non possono negare, che le proprietà, le quali essi asse-

assegnano alla Parabola Apolloniana, si ritrovano nel mio rettilineo parabolico piano, in virtù del quale in appresso ho sciolto felicemente il Problema della Duplicazione del Cubo, come si vede ne' due Libri da me accennati.

Intorno poi al metodo degl'Indivisibili certamente i Signori moderni Geometri non lo negaranno, a cagion che tutti lo hanno ricevuto per geometrico, ma questo ne meno a me basterebbe, perche ho veduto con esperienza, che anche la moltitudine de i Mattematici inciampa in errore; ma quello, che mi persuade si è, che la Invenzione, come anche il metodo degl'Indivisibili, sono fondati sopra Euclide, a cagion che Euclide nel XII. Libro approva per dimostrate quelle Proposizioni, nelle quali le differenze giungono ad una quantità minore di ogni immaginabile quantità; e perche io nelle mie Proposizioni dimostro, che le differenze si diminuiscono fino ad una quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e poi svaniscono in tutto, il metodo degli Indivisibili si può chiamare dimostrato per Euclide, e la mia Duplicazione del Cubo si può chiamare dimostrata per Euclide, e per il metodo degl'indivisibili; oltre a ciò alla pag. 105. Tom. 2. del Libro delle mie Opere Mattematiche io ho dimostrato, che il metodo degl'Indivisibili è ugualmente geometrico, che quello di Euclide, ed in un'altro mio Scritto ancora inedito insegnando in particolare le Proposizioni del metodo, ho dimostrato lo stesso. Prego ora quei Signori moderni Geometri, i quali sono indifferenti, e sinceri a giudicare se si poteva, senza taccia di poca sincerità far silenzio sopra una invenzione della fatta, ch'è la mia; E se i Signori Geometri Italiani potevano, senza taccia di viltà, tralasciare di farsi gloria della mia invenzione contro le Accademie Oltramontane, le quali sempre tentano di oscurare la gloria della nostra Italiana Sapienza.

Ma non voglio già tralasciare di dire, che 'l mio Lettore per esaminare se le antecedenti proprietà del mio rettilineo siano sussistenti, o insuffistenti, deve considerare le opposizioni, le quali si leggono dalla pag. 76. fino a tutta la pag. 92. del mio Libro: *Duplicationis Cubi demonstratio &c.* perche in quelle ci vedrà i nobili sforzi di un Professore, il quale
mi

mi fa 5. opposizioni, ogn'una diversa dall'altra, e sostiene con i non intesi di geometria di non aver errato in niuna di quelle, e vedrà, che quel mio oppositore è inventore di una nuova analogia da niun Geometra mai pensata, perche dalla sua prima opposizione se ne deduce la seguente analogia, cioè che 3 sia a 6, come 1. è a 4. Vi si vedono le opposizioni, che 'l celebre P. D. Guidon Grandi Lettore di Matematica nella Celebre Università di Pisa mi fece l'anno 1714., o 1715., quando io publicai la mia Invenzione, ed in quelle è da osservarsi che 'l nomato Padre mi opponeva, che al mio rettilineo non vi erano le radici de' quadrati minori dell'unità, al che io risposi che quelle radici io non le suppongo nella mia ipotesi, e che non mi sono necessarie per la mia Duplicazione del Cubo; ed inoltre dimostrai, che il mancare il mio rettilineo delle radici de' quadrati minori dell'unità è perfezione, e non difetto del mio rettilineo. Vi si vede per ultimo una opposizione del Celebre, e dottissimo Signor Conte Fagnani fatta per calcolo analitico, alla quale io ho risposto, e nel rispondere non ho avuto rossore di dire, che fu 'l bel principio io avevo preso errore nell'interpretare la sua difficoltà, cioè che fa vedere, che io non vanto il dono dell'infallibilità, e molto meno quello della Sapienza universale, come vantano alcuni Signori Professori.

Difficoltà Terza.

Intorno alla Trisezione dell' Angolo, che fa Renato Des-Cartes alle pag. 91., e 92. lib. 3. della sua Geometria.

IO prego i Signori Moderni Geometri difensori della Geometria di Renato a fare la dimostrazione Sintetica alla costruzione, che fa Renato alle pag. 91., e 92.

A questa mia dimanda non possono i Signori Geometri tralasciar di soddisfare, imperciocche non essendo i Geometri obbligati ad intender l'Algebra speciosa, ed all'incontro i Signori Algebristi essendo obbligati ad intendere la

K

Geo-

Geometria Sintetica, se i Signori Algebristi doppo fatte le loro costruzioni negassero di fare le dimostrazioni Sintetiche potrebbero esser incolpati del difetto di esser semplici calcolatorj pratici, i quali non intendessero la Geometria Sintetica, in vece, che il Geometra Sintetico, il quale ingenuamente confessasse di non intendere l'Algebra, non correrebbe rischio di non esser riputato Geometra.

Or uno di quei Geometri, che hanno diritto di dimandare la dimostrazione Sintetica, sono appunto io, e ciò perche io dichiaro di non essere esperto nell' Algebra speciosa di Renato, onde posso a buona ragione pregare i Signori Geometri Renatisti a fare la da me richiesta dimostrazione Sintetica. Con tutto ciò, perche ne' primi anni di mia giovinezza io ancora studiai la Geometria di Renato, e con ciò praticai l'Algorismo, e le costruzioni, sono andato tentando di fare io stesso la dimostrazione Sintetica alla nomata Trisezione dell' Angolo; ma o perche mi sono dimenticato molto la Geometria di Renato, o per altra cagione, non mi è riuscito di poterla fare, anzi mi è paruto, che nella costruzione, che fa Renato, non si adempissero le proprietà richieste nell' Analisi, onde la dimostrazione Sintetica fusse impossibile a farsi; può dunque avvenire, che come dimentico già dell' Algebra speciosa io sia in molti errori inciampato, quando ho tentato di fare la dimostrazione Sintetica; con tutto ciò però non voglio tralasciare di narrare quello, che ho fatto, e le difficoltà, che ho incontrate alla costruzione, che fa Renato, e spero, che i Signori Geometri Renatisti compatiranno ogni errore, che io possa aver preso sù la considerazione di aver io trattata una materia da me da lunghissimo tempo posta in oblio, e spero altresì, che si degnaranno di soddisfare i miei dubbj con la dimostrazione Sintetica da me richiesta.

Diffi.

Difficoltà

*Che da me si sono incontrate, quando ho tentato
di fare la dimostrazione Sintetica alla Tri-
sezione dell' Angolo, che fà Renato.*

A Cciò si possa da i Signori Moderni Geometri vedere se io mi sono bene apposto all' intenzione di Renato nar- rerò in breve quello, che mi è paruto, ch' egli facesse nella soluzione di questo Problema.

NARRAZIONE

*Del modo, col quale, per mio avviso, Renato
Des-Cartes fà la seguente Trisezione
dell' Angolo.*

R Enato alla pag. 91. lib. 3. della sua Geometria; ove dice: *Fig. III. similiter si dividere velimus angulum, &c.* fà la Tri- sezione dell' Angolo nel seguente modo:

Egli a guisa degli Analitici fà prima l' Analisi, e sup- pone, che l' Angolo NOP sia diviso in trè parti uguali, poi tira i suoi semidiametri OQ , ed ON , tira la sottensa NP , e poi fa la seguente denominazione.

$$NO \propto 1.$$

$$NP \propto Q$$

$$NQ \propto Z$$

Ed in questo modo egli ha fatta la supposizione, nella quale suppone già fatto quello, che si deve fare secondo il modo usato dagli Analitici, e perciò suppone, che NQ , ovvero Z sia la sottensa dell' Arco NQ , terza parte dell' Angolo, o sia dell' Arco NOP , e questa sottensa NQ , egli chiama sottensa del Triente: *Subtensa Trientis*, dic' egli.

Indi a fine di vedere, quali debban esser le proprietà, che deve avere la NQ supposta per Analisi, sottensa dell' Arco Triente, fa la seguente equazione.

$$Z^3 \propto 3Z - Q.$$

K 2

Po-

Poscia ordina di tirarsi le trè linee NQ , OQ , ed OT , e dimostra, che se la NQ fusse la vera sottensa dell' Arco Triente NQ , cioè la terza parte dell' Arco NQP , la RS dovrebbe esser il Cubo di NQ , e che le due NQ , e QR dovrebbero esser medie proporzionali frà il semidiametro NO preso per unità, ed RS cubo, e ciò perche sarà come NO ad NQ , così NQ a QR , e come NQ a QR , così QR ad SR .

Fig. III. Poi dimostra, che la linea SQ sarà sempre parallela al semidiametro TO ; ed oltre a ciò dimostra, che le trè sottense NQ , QT , e TP meno RS saranno uguali alla sottensa NP , onde ne viene per conseguenza, che la NP più RS sia uguale alle trè NQ , QT , e TP ; ed eccone la sua dimostrazione, fatta però per calcolo.

$$\begin{aligned} NO &\propto 1 \\ NQ &\propto Z \\ QR &\propto Z^2 \\ \& RS &\propto Z^3 \end{aligned}$$

E perche è solamente RS , o sia Z^3 quella, la quale impedisce, che la NP , la quale è Q , sia tripla della NQ , ch' è Z , conclude, che la sottensa NP è uguale alle trè NQ , QT , e TP meno RS , e questa quantità la esprime con la seguente equazione.

$$Q \propto 3Z - Z^3 \text{ ovvero } Z^3 \propto 3Z - Q.$$

Ciocche vale a dire NP più RS uguale ad NQ , QT , e TP , ovvero NQ , QT , e TP meno RS uguale ad NQ . Dimostra poi, che se la sottensa NQ fusse la sottensa dell' Arco Triente, i trè Triangoli NOQ , NRQ , SRQ dovrebbero esser simili.

Da tutto questo si vede, che Renato supponendo all'uso degli Analitici la cosa fatta, dimostra, che se l'Arco è diviso in trè parti uguali, le due NQ , e QR devono esser le due medie frà ON , e RS , e tutte le proprietà, ch' egli spiega in questa Analisi, sono per mio avviso, vere, e sufficienti. Questa, che abbiain narrata, è l'Analisi di Renato. In appresso egli fa la costruzione a fine di trovare la vera lunghezza, che appartiene alla sottensa Triente dell' angolo NOP .

Indi

Indi per fare la costruzione Renato descrive la parabola *Fig. III.* $A g G$, la quale s'intersega col Cerchio $A G F$ ne' punti g , G , F , e perciò produce due radici vere, che sono $k g$, $D G$, e $F L$ radice falsa, e con ciò pensa trovare, che la seconda radice $D G$ è sottensa Triente dell' Arco $N V P$, e che $k g$ è la vera sottensa Triente del restante Arco $N Q P$, e che la radice falsa $F L$ è uguale alle due sottense $N V$, e $Q N$ prese insieme. Questa, che abbiám narrata, è la costruzione, che fa Renato. Narraremo ora le difficoltà, che noi abbiám incontrate, quando abbiám tentato di fare la dimostrazione Sintetica.

Difficoltà

Intorno all' antecedente Trisezione di Renato.

IO suppongo, che Renato non dimostri in virtù della sua *Fig. III.* costruzione qual debba esser la vera lunghezza della sottensa Triente dell' Arco $N Q P$, ovvero dell' angolo $N O P$, e ciò a cagione, che nella costruzione non vi si trovano le condizioni spiegate nell' Analisi; ed eccone la pruova.

Io mi son posto a fare prima la dimostrazione Sintetica *Fig. IV.* al Problema dell' Invenzione delle due medie, che fa Renato alla pag. 90. lib. 3. della sua Geometria, e la feci felicemente, dato però per supposto, che la Parabola Apolloniana abbia le proprietà, che se le assegnano, ciocche ho dimostrato esser falso; la cagione poi, per la quale feci la dimostrazione Sintetica felicemente, fù, perche prendendo Renato per parametro la linea minore data a , e per quarta proporzionale, o sia cubo la quarta data q , le due $F L$, & $L A$ erano le medie frà le due estreme a , & q ; ma essendomi poi posto a fare la dimostrazione Sintetica alla Trisezione dell' Angolo, che fa Renato pag. 92. non mi avvenne di poterla fare; ed eccone la ragione.

Io pensai, che Renato nella sua Analisi avesse supposto, *Fig. III.* che per trovare la vera lunghezza della sottensa Triente nell' Angolo $N O P$ si dovessero per la costruzione ritrovare due me-

medie continue proporzionali, le quali spiegassero le vere lunghezze di NQ , di NR , e di RS , cioè che NQ , & QR fossero medie frà NO , & RS , onde mi diedi a cercare le due medie nella costruzione di Renato. Dirò ora, quantunque non sia necessario, quel, che feci per ritrovarle, considerai esattamente quel, che fa Renato nella costruzione, e ragionai nel seguente modo:

Fig. III. Renato suppone nella costruzione, che DG , & Kg siano due radici vere, e che FL sia radice falsa.

Poi suppone, che DG sia uguale ad NV , e che NV sia sottenfa Triente dell' Arco NVP , e che kg sia sottenfa Triente dell' arco residuo NQP , e che la radice falsa FL sia uguale alla sottenfa NV , & NQ . Dirò ora il modo, come tentai di fare la dimostrazione Sintetica a questa costruzione di Renato.

Io cercai prima nella sua costruzione le due medie, le quali doveano darmi note le vere lunghezze, che doveano avere nell' Angolo NOP la Triente NQ , la radice QR , come supposte nell' analefi, medie frà il parametro NO , e'l cubo RS , e mi parve di vedere, che nella costruzione non vi si trovassero i due termini estremi, e nemmen le due medie; ed eccone la ragione.

Dicevo frà me stesso, per Renato la radice vera DG è la vera lunghezza di NV , kg è la vera lunghezza di NQ : Dunque forse Ak sarà la vera lunghezza di QR , ovvero di RS , ma mi parve, che in niuno di questi casi si adempissero le condizioni proposte nell' Analifi; ed eccone la ragione.

Se io dico; sia come il parametro NO , ad DG , così kg ad Ak ; questa analogia non è vera, perche DG è radice di AD , & kg è radice di Ak ; onde non è come DG ad kg , così AD , ad Ak ; mi parve dunque, che nella costruzione non vi si trovasse la vera lunghezza, che deve avere la Triente NQ espressa nell' Analifi.

Mi sovvenne poi, che nella costruzione, come è il parametro NO ad kg , così kg ad Ak , e dissi frà me stesso; dunque può essere, che Renato intenda, che kg sia la vera lunghezza, che appartiene alla Triente NQ , & Ak sia la lunghezza, che appartiene al Cubo RS ; ma poscia incon-

traì

tra la seguente Difficoltà .

Nell' Analisi , NQ è il secondo termine della progressione , ed è radice del Cubo RS , ed il Cubo RS è il quarto termine ; mà nella costruzione kg è secondo termine , ed Ak è terzo termine , e perciò nella costruzione ci manca sempre il quarto termine ; onde ci manca la vera lunghezza del Cubo RS ; confesso il vero , che queste difficoltà mi cagionarono nella mente grandissima confusione ; mi ricordavo ancora , ch' è legge frà gli Algebristi questa seguente , cioè che nella costruzione vi si devono ritrovare adempite tutte le condizioni ritrovate per Analisi , ed all' incontro vedevo , che nell' Analisi le due NQ , & QR doveano esser medie proporzionali frà il parametro NO , ed il Cubo RS , onde non avendo io potuto ritrovar le due medie nella costruzione rimasi confuso . Mi fù dunque per queste ragioni impossibile di fare alla costruzione di Renato la dimostrazione Sintetica in quella guisa , che la feci al suo Problema delle due medie continue proporzionali , al quale non trovai altra cosa da opporre , se non che si serviva della Parabola Apolloniana , la quale , come ho già detto , non ha esattamente le proprietà , che se le assegnano .

Mi parve poi , che Renato fondasse tutta la sua dimostrazione nel dire , che l'applicata DG era uguale ad NV , e che NV era sottenfa Triente dell' Arco NVP , e che da ciò egli ne deducesse , che kg era il vero valore di NQ , e che perciò era sottenfa Triente dell' Arco residuo NQP . Fig. III.

Mà in questa supposizione mi parve pure , che Renato commettesse un errore di petizione di principio , perche in questa supposizione si dà per dimostrata una cosa , che si deve dimostrare ; ed eccone per mio avviso la pruova .

Io nego , che DG supposta uguale ad NV sia sottenfa Triente dell' Arco NVP , e dico , ch'è sottenfa Triente per esempio dell' Arco NVy . Nego altresì , che kg supposta uguale ad NQ sia sottenfa Triente dell' Arco NQP , e dico , che kg è sottenfa Triente dell' Arco NQZ . Prego i Signori Geometri Renatisti a dimostrarmi con dimostrazione Sintetica , che DG supposta uguale ad NV sia sottenfa Triente dell' Arco NVP , e che NQ supposta uguale ad kg
sia

sia sottensa Triente dell'Arco NQP , solamente perche DG , & $k g$ si suppone, che siano radici vere nella Parabola intersegata col Cerchio.

Ma poi vidi, che alla pag. 96. della sua Geometria Renato fa una distinzione frà il modo, col quale prende le due medie frà due linee rette date, ed il modo, come fa la Trisezione dell'Angolo; la distinzione è la seguente.

Renato all'accennata pag. 96. lib. 3. lodando il suo metodo semplicissimo, distingue frà le condizioni, che si ricercano per l'Invenzione delle due medie, e per quella della Trisezione dell'Angolo, perche per l'Invenzione delle due medie, egli domanda solamente due punti, i quali determinino due medie proporzionali frà due linee rette date; ed all'incontro per la Trisezione dell'Angolo egli domanda due punti, i quali dividano in trè parti un Arco dato; onde

Fig. III. Renato ha inteso, che i due punti $G g$, dando la DG per la vera lunghezza di NV , e $K g$ per la vera lunghezza di NQ sia sciolto il Problema, ciocche non mi par che concluda; le parole di Renato alla pag. 96. sono le seguenti. *Quod illa omnia ad duas constructiones reducantur, in quarum una duo simul puncta requiruntur, quæ inter duas datas lineas duas medias proportionales determinent; & in altera duo puncta, quæ datum Arcum in tres æquales partes dividant.*

La ragione poi, che Renato adduce in appresso della cagione, per la quale vi bisognano due punti per la Trisezione dell'Angolo, e dalla quale egli ne deduce, che i due punti danno i due Archi Trienti per la Trisezione, appunto come danno le due medie per lo Problema delle due medie, non mi pare valevole a persuadere un Geometra, perche sempre che questi due punti ritrovati per l'intersezione di Cerchio, e parabola non danno per la Trisezione dell'Angolo le due medie richieste nell'Analisi, l'incorvatura del Cerchio, e l'incorvatura della Parabola non mi pare, che servano per la soluzione del Problema. Per conseguenza dunque di questo, che ho detto, di nuovo io rispondo, che questa proposizione, cioè, che i due punti $G g$ dividano gli Archi NVP , e NQP ognuno in trè parti uguali, ha bisogno di dimostrazione, e perciò prego i Signori Geometri a di-

a dimostrarlo con dimostrazione Sintetica . Il modo poi come Renato in appresso fa le costruzioni fino alla sesta dimensione , parmi , che faccia chiara pruova più della confusione della sua Geometria , che della semplicità , della quale egli si vanta . Passiamo ora alle altre mie richieste .

P R O B L E M A .

Si pregano i Signori Moderni Geometri di esaminare se sia possibile di sciogliere il Problema della Trisezione dell' Angolo per la via delle due medie continue proporzionali , e con ciò supplire a quello , che ha mancato Renato nella sua Trisezione dell' angolo .

Si pregano ancora di esaminare se vi fosse un modo di sciogliere il Problema della Trisezione dell' Angolo per una via tutta dimostrabile per gli Elementi di Euclide , senzache in quella vi fosse bisogno di considerare i perimetri de' miei rettilinei parabolici piani , o cubici , e nemeno il perimetro della Parabola Apolloniana, nè quello della Parabola Cubica, nè altre linee curve .

Io sò benè , che in leggendo questa mia richiesta i Signori Geometri Cartesiani grideran forte , come han gridato alla mia Duplicazione del Cubo , perche vedendo essi alla pag.97. della Geometria Cartesiana , che Renato asserisce con le seguenti parole , che non si può in natura ritrovar via più semplice della sua , di bel nuovo mi dipingeranno per stravagante ; ma sò certo che poi faranno silenzio , come lo han fatto alla Duplicazione del Cubo . Le parole di Renato , che mi fan guerra, sono le seguenti: *Affirmare enim audeo , nullam, quæ huic effectui inservire queat , simpliciorum in rerum natura inveniri* . Per queste parole si maraviglieranno di bel nuovo , che io proponga una via più semplice di quella di Renato . Ma di grazia , perche non maravigliarsi , che Renato abbia osato asserire senza provarlo , che non si possano per via tutta geometrica sciogliere i Problemi della Duplicazione del Cubo , e quello della Trisezione dell'Angolo, quando nè Archimede, nè Pappo Alessandrino , nè alcun altro Geometra antico han osato asserirlo ,

L

anzi

anzi di più Platone lo ha dichiarato non solo possibile, ma forse facile. Leggasi nel nostro Libro *Duplicationis Cubi demonstratio, &c.* la lettera da me diretta alla Regia Società d'Inghilterra, e si vedrà da me provato, che niuno degli Antichi ha dichiarato impossibili gli accennati Problemi, ma in vece di ciò tutti han desiderata, e tentata la soluzione di quei Problemi.

P R O B L E M A.

IO penso, che si possa dimostrare per un certo metodo di considerare da Metafisico le proprietà geometriche, che il Problema della quadratura del Cerchio sia Problema impossibile a risolversi. Questo però non lo asserisco certamente.

Prego i Signori Moderni Geometri ad esaminare questa mia proposizione, e dichiararmi su di ciò il loro sentimento. Passiamo ora alle seguenti mie difficoltà.

Difficoltà Quarta.

IO dimando se la Proposizione terza, che fa il Padre Andrea Tacquet nel suo trattato *Theoremata selecta ex Archimede* è dimostrazione perfettamente geometrica, o no, per modo che si possa dire, che i poligoni inscritti dentro il Cerchio, e descritti fuori del Cerchio terminano perfettamente nel Cerchio così sicuramente, e con l'istessa esattezza geometrica, come si dice, che tre angoli d'un triangolo sono uguali a due retti.

Se mi si risponde, che la Proposizione, che fa Archimede, è dimostrata geometricamente, come la trenteduesima del primo, io fo la seguente dimanda.

Difficoltà Quinta.

IO prego quelli Signori moderni Geometri, i quali asseriscono per dimostrata l'accennata proposizione terza d'Archimede,

mede , di dichiarare perche ricusano di ricevere per geometricamente dimostrata la mia prima proposizione della Duplicazione del Cubo , nella quale io dimostro il mio assunto affai più perfettamente , che non è l'esattezza della dimostrazione dell' accennata terza Proposizione , ed eccone la pruova .

Nell' accennata Proposizione Archimede dimostra , che il Poligono inscritto dentro il Cerchio , ed il Poligono descritto fuori del Cerchio, si avvicinano al Cerchio per una quantità minore d' ogni data quantità , e da ciò ne conclude, che i Poligoni terminano nel Cerchio , ma che i Poligoni terminino nel cerchio, lo pone per falsa ipotesi .

Or io nella mia Duplicazione del Cubo , così nel Libro delle mie Opere Matematiche , come nella proposizione terza del mio Libro *Duplicationis Cubi Demonstratio* , &c. ho dimostrato , che quando i Signori Moderni Geometri supponendo contro Galileo l'asse diviso in parti uguali, e razionali, pretendono , che le vere radici terminino fuori della mia retta $I H$, ho dimostrato , dico , che le applicate terminanti al perimetro della parabola nell' infinito terminano tutte nella mia linea retta $I H$, a cagione , che come ho detto nella mia seconda difficoltà , le differenze frà le radici terminanti alla mia retta $I H$, e le applicate , che si suppongono terminare al perimetro della parabola , si diminuiscono all' infinito , si riducono ad una quantità minore d' ogni data , e d' ogni immaginabile quantità , e nel punto H svaniscono in tutto , e si riducono a nulla , ed ho dimostrato , che ciò avviene , perche quando la linea $Y G$ si suppone divisa in punti , o parti infinite , la somma delle applicate possibili , e de' possibili quadrati intercetti frà $A B$ 1. , e $A G$ 4. non può contenersi in altro luogo , che nell' ambito del rettilineo $B I H G$, a cagione , che le parallele contenute nell' ambito $B I H G$ sono precisamente tante quante sono i punti della $B G$; tutto questo lo abbiamo dimostrato nelle nostre accennate Proposizioni . Dimando ora, perche quelli Signori Moderni Geometri i quali ricevono per dimostrazione geometrica la proposizione d' Archimede spiegata da Tacquet, nella quale la differenza minore d' ogni

Fig. II.

data quantità frà il Cerchio, ed il Poligono, non si riduce mai a nulla, ricusano poi di ricevere la mia dimostrazione, nella quale le differenze frà le mie parallele terminanti alla retta *I H*, e le applicate terminanti al perimetro della parabola svaniscono in tutto, e si riducono a nulla. Farò vedere in appresso, che questa proprietà è quella la quale fa sì, che il metodo degl' indivisibili sia perfettamente geometrico come Euclide, e che all' incontro la dimensione del cerchio d' Archimede non sia geometrica come tutti i Geometri fanno, e farò vedere come si debba distinguere frà le dimostrazioni pure geometriche, e quelle che non sono perfettamente geometriche, ma che con tutto ciò sono appunto come son quelle d' Archimede da riputarli degne d'eterna gloria.

Difficoltà Sesta.

IO prego i Signori Moderni Geometri Algebristi, e Cartesiani a dichiarare se suppongono, che le dimostrazioni, che fa Archimede nel suo trattato *de Sphæra, & Cylindro* siano perfettamente geometriche,

Se rispondono, che sono perfettamente geometriche, io narrerò le seguenti mie difficoltà, acciò quei Signori, i quali le credono perfettamente geometriche, si degnino d'ischiare sù di quelle la mia mente.

Non vi è stato fin' ora, che io sappia, alcun Geometra, il quale abbia detto, che la quadratura, o sia la dimensione del cerchio, che fa Archimede, sia geometricamente dimostrata, perche se fosse perfettamente geometrica, noi non desideraremmo più di ritrovare una linea uguale alla periferia del Cerchio, o una figura uguale ad una porzione di quello; dunque Archimede non ha quadrato il Cerchio, ma con tuttociò ha acquistato una gloria immortale, quando ha ritrovato per approssimazione, che il diametro ha alla periferia del Cerchio la proporzione di 7. a 22. con alcune frazioni, e che abbia acquistato una gloria immortale è certissimo, perche vediamo, che tutti i Geometri di quella
uti.

utilissimamente si servono. Ora la cagione per la quale la dimensione del cerchio, che fa Archimede non è perfettamente geometrica è, perche egli suppone per ipotesi prima, che il poligono inscritto, e il poligono circoscritto terminino perfettamente nella periferia del cerchio, e ciò fa a fine di poter poi prendere quella porzione, che gli viene più comoda per ritrovare in numeri la proporzione più prossima al vero. Ora questa ipotesi spiegata da Tacquet nella terza proposizione non è geometricamente vera, perche fra il poligono inscritto, ed il cerchio vi rimane fino all' infinito una porzione di cerchio, la quale benché sia minore d' ogni immaginabile quantità è sempre porzione di cerchio, dunque la cagione, per la quale la dimensione del cerchio, che fa Archimede, non è col rigore geometrico dimostrata, è, perche egli suppone per ipotesi, che i poligoni inscritti, e circoscritti terminino perfettamente nella periferia del cerchio, ciocche non è vero.

Ma il trattato *de Sphæra, & Cylindro* dipende immediatamente dalla quadratura del Cerchio, che fa Archimede, perche in questo egli suppone, come ha supposto in quello, che i Poligoni inscritti, e circoscritti terminino nella periferia del Cerchio, con la differenza di una quantità minore d' ogni immaginabile quantità; e da questa ipotesi poi egli ne deduce la proposizione 24. di Tacquet, cioè, che la superficie di qualunque sfera è quadrupla del Cerchio massimo dell' istessa sfera. Dunque mentre le dimostrazioni delle proposizioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro* d' Archimede, dipendono dall' istessa ipotesi, dalla quale dipende quello della dimensione del cerchio, bisogna dire o che tutti due gli accennati trattati sono geometricamente dimostrati, o bisogna dire, che ne l' uno, ne l' altro sono geometricamente dimostrati.

Ma che il trattato *de Sphæra, & Cylindro* dipenda da quello della dimensione del Cerchio d' Archimede, lo dichiara lo stesso Tacquet, ed ecco come.

Alla pag. 244. Tacquet dopo avere insegnato il calcolo, che fa Archimede per la dimensione del Cerchio, fa un scholio, e dice: *Propositionis jam tradita fructus eximii, sunt*

sant bi, qui sequuntur. Poscia egli v'è insegnando, come la superficie de' solidi terminino alla superficie degli altri solidi, e la dimensione del Cilindro, e de' Coni la dichiara espressamente dedotta dalla dimensione del cerchio, onde deve dirsi che lo stesso Tacquet intenda, che il trattato *de Sphæra, & Cyliandro* dipende da quello della dimensione del cerchio, mentre tratta tutte le seguenti proposizioni come frutti delle proposizioni spiegate nel Trattato della dimensione del Cerchio; ed in pruova di ciò, per spiegare la dimensione de' Coni, e de' Cilindri egli pone per ipotesi la settima Proposizione, nella quale egli suppone, che gli ambiti de' Poligoni simili inscritti nel cerchio terminino alla periferia del cerchio, ipotesi, la quale è l'istessa, che quella, che ha supposto nella dimensione del cerchio, e nelle seguenti Proposizioni cita l'ipotesi; poscia passa a ritrovare la proporzione frà le superficie de' solidi, e le figure rettilinee, sempre però supponendo la differenza di una quantità minore d'ogni immaginabile quantità frà le superficie circolari, e le figure rettilinee inscritte, e circonscritte. Bisogna dunque dire o che la dimensione del Cerchio, che fa Archimede è geometrica, o se si concede, che quella non sia geometrica, bisogna anco concedere, che il Trattato *de Sphæra, & Cyliandro* non è geometrico.

Ma egli non è già, che il non essere rigorosamente geometrico il trattato *de Sphæra, & Cyliandro* faccia, che quella invenzione non sia la più bella, e la più grande, che mai sia stata fatta, perche ella è appunto, come dice lo stesso Tacquet dopo la proposizione 24., quella invenzione, la quale ha acquistata ad Archimede gloria immortale. Queste dunque sono le mie difficoltà intorno al rigore geometrico, che forse altri potesse dire contenersi nelle dimostrazioni del trattato *de Sphæra, & Cyliandro*.

Ma quì forse potranno dire tal'uni, che anco Euclide nelle dimostrazioni del XI. Libro dimostra, che la superficie di un solido termina nella superficie d'un altro solido con la differenza di una quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e che perciò il trattato d'Archimede *de Sphæra, & Cyliandro* sia ugualmente geometrico, che le proposi-

Zio.

zioni d'Euclide; e quì prima rispondo, che ogn' un sà, che quelle proposizioni del xii. libro nelle quali Euclide dimostra, che la superficie di un corpo termina nella superficie d'un'altro, con la differenza di una quantità minore d'ogni data quantità, non sono perfettamente geometriche, e per secondo dico, che Archimede nel trattato *de Sphæra, & Cylindro*, non tenendo conto della quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e supponendo per ipotesi, come ha supposto nella dimensione del Cerchio, che i Poligoni inscritti, e circoscritti siano uguali al Cerchio, non fa quello, che fa Euclide nelle Proposizioni, che riguardano la sfera, perche se Euclide supponesse i Poligoni uguali al Cerchio, la quadratura del Cerchio sarebbe già perfezionata. Adunque Archimede suppone una ipotesi non vera in rigore geometrico, ciocche però non fa, che le sue Invenzioni non siano degne d'immortal gloria, come abbiám già detto.

Or quì mi cade in acconcio di far vedere quanto sia vero, che non possono mai far idea della dimostrazione geometrica que' tali Geometri, i quali invece di unire nella loro mente la metafisica alla Geometria, legano la Geometria con i calcoli litterali, e pratici. A tal fine voglio riferire quì alcune considerazioni da me fatte in un trattato, che tengo quì inedito, col titolo: *Considerazioni Geometriche Logiche, e Metafisiche sù degli Elementi di Euclide*, nelle quali insegno qual sia la vera idea, che si deve avere della dimostrazione.

CONSIDERAZIONI

Intorno alla vera idea, che si deve avere della dimostrazione Geometrica, e di quella, che non è perfettamente Geometrica.

LA dimostrazione vera geometrica è quella, la quale è in tutto uguale alla dimostrazione pura metafisica, e tutte quelle pruove, che non sono uguali alla dimostrazione pura metafisica, non si possono a buona ragione chiamare dimostrazioni.

strazioni vere geometriche , ed eccone la pruova .

In metafisica , nella quale si considerano le essenze puramente intelligibili, vero indubitato è solamente quello, che si dimostra esser uno , e vero indubitato , in quanto al modo dell' essere , è solamente quello , che si dimostra , che non può essere in altro modo , che in uno . Questa è una verità indubitata per se medesima , e noi l'abbiamo dimostrata nella nostra Filosofia alla nostra prima Nozione di Logica, e nel nostro libro della Difesa della metafisica degli antichi contro il Signor Gio: Locke . Passiamo ora alla spiegazione del vero in Geometria .

La dimostrazione geometrica è solamente quella , nella quale si conclude , che una proprietà appartenente alla quantità non può esser in altro modo , che in uno . Questo Assioma è certissimo , perche se la mente concepisse , che la proprietà contenuta nella proposizione potesse essere in qualche altro modo diverso da quello , che si asserisce nella proposizione , il Geometra non rimarrebbe convinto della verità , che si asserisce nella Proposizione ; Adunque hanno l'istessa natura , e l'istessa proprietà le dimostrazioni metafisiche , e le dimostrazioni Geometriche , onde quelle dimostrazioni, nelle quali si conclude , che una proprietà appartenente alla quantità non può essere in altro modo che in quello , che si asserisce nella Proposizione, quella dimostrazione dico si deve chiamare dimostrazione Geometrica metafisica . Quelle dimostrazioni poi , nelle quali supponendosi per ipotesi qualche cosa non vera si perviene ad una infinita approssimazione al vero , ma non si giunge a quel vero , ch'è uno , si devono chiamare dimostrazioni ipotetiche , sensibili , e pratiche , ma non si possono chiamare Geometriche metafisiche, a cagion che in queste si suppone solamente l'ipotesi generale , cioè che la quantità esista , ed in quelle si suppone per ipotesi una proprietà particolare, la quale non è vera. Daremo ora di queste verità le prove ne i seguenti esempj .

Le dimostrazioni de i sei primi libri d'Euclide sono tutte dimostrazioni Geometriche metafisiche , perche in ogn'una di quelle dimostrazioni si conclude , che la proprietà asserita nella Proposizione non può essere in altro modo che in uno ,

ne

ne mai in quelle si considerano residui, ne differenze minori d'ogni data quantità, ne altra cosa; vero è bensì, che le proposizioni del quinto libro sono più assiomi, che proposizioni, e ciò perchè la proporzione essendo una idea nota della mente, è più difficile a dimostrarsi, che non sono le proposizioni, le quali non sono alla mente in tutto chiare. Vi sono alcune altre difficoltà ne i sei primi libri d'Euclide, delle quali non è questo il luogo di ragionarne, avendone io ampiamente ragionato nell'accennato mio trattato *delle considerazioni Logiche Geometriche, e metafisiche sù degli elementi d'Euclide*. Non è poi qui il luogo di ragionarne, perchè quello, che basta a me per prova del mio presente assunto è, che le dimostrazioni del sesto libro, sono dimostrazioni geometriche, e metafisiche a cagion che in quelle si conclude, che la proprietà non può essere in altro modo che in uno.

Le dimostrazioni poi del 7. 8. e 9. libro sono corollarj del quinto, e del sesto, perchè non sono altra cosa che le proprietà degli elementi applicate a i numeri. Le dimostrazioni del decimo libro poi sono pur corollarj astrattissimi de i sei primi libri applicate alle quantità razionali, ed irrazionali; ma egli è nelle proprietà de i solidi, cioè del decimo secondo libro, ove molte proposizioni non si possono chiamare in tutto Geometriche, e metafisiche, a cagion che in quelle si suppone da Euclide, che una superficie termini in un'altra con la differenza di una quantità minore d'ogni data quantità.

Le dimostrazioni poi de i trattati d'Archimede non sono dimostrazioni Geometriche Metafisiche, perchè egli suppone, per falsa ipotesi com'abbiam già detto, che i Poligoni inscritti, e circoscritti terminino nel cerchio, con la differenza di una quantità minore d'ogni data quantità, la quale quantunque si diminuisca all'infinito, nell'infinito però non svanisce in tutto, ne mai si riduce a nulla, e poi di questa ipotesi si serve per provare, che la superficie d'un corpo termina nella superficie d'un'altro corpo. Dimostraremo ora, che il metodo degli indivisibili è metodo perfettamente Geometrico, e metafisico, come è quello de i sei primi libri d'Euclide.

Il metodo degl' indivisibili è perfettamente geometrico, perchè egli differisce da quello d'Euclide solamente in

M

ciò,

ciò, che Euclide dimostra in un solo punto una proprietà ; ch'è generale in tutti i punti, ed all'incontro Bonaventura Cavalerio dimostra le proprietà nelle linee parallele infinite, e negli infiniti cerchi concentrici. Ma è da osservarsi altresì, che il metodo degli indivisibili non sarebbe perfettamente Geometrico, se in quello non si osservasse il seguente Assioma, cioè, *che quando una proprietà particolare ripugna a qualche proprietà dimostrata nell'infinito, le differenze fra la proprietà contenuta nell'infinito, e la proprietà particolare si diminuiscono sempre, e nell'infinito si riducono a nulla*. Imperciocchè in questa proprietà si dichiara, che se nella dimostrazione vi rimane qualche quantità benché minore d'ogni immaginata quantità, la quale, perche non si riduce a nulla, impedisce la perfezione dell'uno, quella dimostrazione non è perfettamente Geometrica, e metafisica; e per esempio se nella mia Invenzione dopo che io ho dimostrato che nell'ambito del rettilineo B G H I vi si contengono tutte le possibili radici de i quadrati intercetti fra AB 1 e AG 4 io non dimostrassi che le differenze fra Sd e SO, fra m n & m o, fra pq & ps, e tutte le altre si diminuiscono sempre, e nel punto H si riducono a nulla, la mia dimostrazione sarebbe una dimostrazione pura metafisica, perche essendo dimostrato che tutte le possibili radici de i quadrati intercetti fra 1 e 4 si contengono nell'ambito di B H G, rimarrebbe metafisicamente dimostrato, che niuna radice può terminare fuori dell'ambito B H G, ma la dimostrazione non soddisferebbe tanto il Geometra, il quale esamina le proprietà particolari, come lo soddisfa, quando si dimostra che le differenze fra le applicate particolari terminanti fuori della linea H I, e le terminanti alla linea H I si diminuiscono sempre, e poi si riducono a nulla. Ma perche io ho dimostrato, che le differenze si diminuiscono all'infinito, e poi si riducono a nulla, la mia dimostrazione è Geometrica, e metafisica, appunto come sono le dimostrazioni de i sei primi libri d'Euclide. E qui è vopo farsi la seguente considerazione, cioè, che la dimostrazione d'Archimede nemmeno è dimostrazione rigorosamente metafisica, perche non è per metafisica vero, che il Poligono descritto all'infinito termini perfetta-

men-

Fig. II.

mente nel cerchio , per modo che gl' infiniti lati del Poligono terminino giustamente nella periferia, in vece che , come abbiain dimostrato , nelle proprietà del nostro rettilineo v' è la perfetta metafisica , e geometrica dimostrazione . Vogliam ora additare in ristretto le distinzioni, che si devono fare in Geometria , e come in virtù di quelle si deve giudicare della diversa sufficienza de' Geometri .

Le dimostrazioni geometricometafisiche sono quelle , nelle quali si suppone solamente l'ipotesi generale , cioè che la quantità esista o fuori di noi , o in nostra mente , e poscia nella dimostrazione si conclude , che la proprietà dimostrata non può essere in altro modo , che in uno , appunto come si fa ne' sei primi libri d' Euclide . E qui è da considerarsi , che dopo che in metafisica si è dimostrato , che la nostra mente esiste , le dimostrazioni geometricometafisiche sono vere in lor medesime se la quantità esiste fuori di noi, e se la quantità non esistesse fuori di noi , le proprietà dimostrate della quantità sarebbero vere in nostra mente , già dimostrata esistente in metafisica .

Le dimostrazioni ipotetiche , sensibili , e pratiche , come sono quelle d' Archimede , quelle della Trigonometria , ed altre , sono dimostrazioni fatte in conseguenza non solo dell' ipotesi generale , ma anco di una particolare falsa ipotesi , e sono dimostrazioni , le quali si approssimano al vero all' infinito , e perciò sono ingegnosissime , ed utilissime , quantunque non siano dimostrazioni geometricometafisiche .

Le dimostrazioni poi fatte per Algebra sono pruove aritmetiche , le quali come dedotte dal calcolo non sono dimostrazioni se non si dimostrano con la sintesi , e le proprietà , che si ritrovano per calcolo litterale , non mai somministrano la cognizione di proprietà particolari , ed utili alla geometria , in quella guisa , che le linee unite a' numeri somministrano la cognizione di proprietà particolari .

Ora dopo questa idea , che abbiain dato , della pura dimostrazione Geometrica Metafisica , io addimando se si può , a buona ragione dire , che sia dimostrazione geometrica metafisica , come è la trenteduesima del primo libro d' Euclide , quella nella quale si suppone , per ipotesi , che un Poligono

d' infiniti lati sia uguale al cerchio, niun conto tenendosi della differenza di una quantità minore d' ogni data quantità, la quale è frà il cerchio, ed il Poligono inscritto, ovver circonscritto, e dimando se le Proposizioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro*, nelle quali, perche dipendono dalla dimensione del cerchio, si suppone l' istessa ipotesi. Prego dico, i Signori Geometri a dichiarare se le Proposizioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro* siano perfettamente geometriche, e metafisiche, come lo è la trenteduesima del primo libro d' Euclide.

C O N C L U S I O N E

Bisogna dunque, che i Signori Geometri dimostrino, o che la dimensione del cerchio, che fa Archimede, è perfettamente geometrica metafisica, come lo è la trenteduesima del primo, ovver che dimostrino, che le dimostrazioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro* non dipendono in modo alcuno da quello della dimensione del cerchio, ed in prova di ciò faremo la seguente difficoltà.

Difficoltà Settima.

Io suppongo, che vi sia uno il quale ritrovi un rettilineo perfettamente uguale alla superficie d' un cerchio, appunto come trè angoli d' un triangolo sono perfettamente uguali a due angoli retti, certamente questa dimostrazione è quella, che si desidera, ed è quella, che fa vedere, che la dimensione del cerchio non è perfettamente geometrica, e che quella del trattato *de Sphæra, & Cylindro* non è geometrica, sempre che dipende da quella della dimensione del cerchio.

Or io addimando se l' invenzione di questo rettilineo uguale al cerchio si potrebbe rifiutare da' Signori Moderni Geometri, solamente perche Archimede ha ritrovato un Poligono, il quale termina nella periferia del cerchio con la differenza di una quantità minore di ogni data quantità. Se mi rispondano, che si potrebbe rifiutare, io dico che questi

sti tali Geometri non distinguerebbero la perfetta dimostrazione geometrica metafisica dalla dimostrazione per approssimazione all' infinito . Se mi rispondono, che non si potrebbe rifiutare , io fo la seguente difficoltà .

Difficoltà Ottava .

A Pollonio ha trovato per lo mezzo delle sue linee curve nate dalla sezione del Cono le due medie continue proporzionali per approssimazione , perche ci ha lasciato sempre da desiderare qual sia il vero perimetro della Parabola , e delle altre sue curve , mentre non ci ha insegnato il modo di descriverle , ne di poterle imaginar descritte . Dimando ora se si possa rifiutare la mia Invenzione nella quale ho dimostrato , che tutte le radici possibili de i possibili quadrati intercetti fra 1 e 4 si contengono nell' ambito del mio rettilineo B G H I , ed in conseguenza di ciò dimostro qual sia il vero perimetro della Parabola , dalla qual cosa ne nasce , che la Parabola s' imagini descritta con la perfezione , con la quale s' imaginano descritte le figure d' Euclide . Ma se a questo i Signori Moderni Geometri rispondessero , che Renato ha deciso contro di me , quando ha detto , che le curve d' Apollonio hanno esattamente le proprietà ; si risponderebbe , che questa proposizione Renato l' ha afferita , e non dimostrata , e che non mai è stata ammessa da alcuno antico Geometra , non è stata ammessa da Vieta , e che Apollonio stesso se ne riderebbe , se lo sapesse , appunto , come abbiain già detto nell' antecedente Ragionamento .

E P I L O G O .

D Alle antecedenti mie distinzioni se ne deduce , che la vera Geometria non può star disgiunta dalla Metafisica , ma perche la Geometria pura farebbe sterile per le arti , e per le pratiche , si stimano infinitamente quelle Invenzioni appoggiate a false ipotesi sì , ma a dimostrazioni d' approssimazione infinita , e tutt' ad un tempo utili alle pratiche ,

che, senza però lasciar mai di desiderare la dimostrazione Geometrica Metafisica, appunto come hanno fatto i savj antichi Geometri, i quali perche avevano le vere, e giuste idee della natura, e delle essenze delle scienze, e quelle de' loro limiti hanno sommamente riputate le invenzioni d' Apollonio, e quelle d' Archimede, ma non mai hanno tralasciato di desiderare la Duplicazione del Cubo, e la quadratura del cerchio dimostrate con pura geometrica, e metafisica dimostrazione.

Ma io sò bene, che i Signori moderni Geometri risponderanno, che essi non solo non negano, che la Geometria debba essere con la metafisica congiunta, ma che essi si vantano di aver ritrovata quest' arte di congiungere la Geometria con la Metafisica; ed a questo io rispondo, che li prego di fare ancora questa seguente distinzione intorno all' idea, che si deve avere della geometria metafisica.

Uopo è saperfi, che quantunque la Metafisica sia una scienza, la quale ha per oggetto le verità astratte, ogni idea astratta però non è idea Metafisica, e ciò perche vi sono delle idee astratte, e sofistiche, le quali sembrano metafisiche, e non son altro, che sofistiche: di questo ne dà un' idea Platone nel Sofista de Ente, ove dice, che il Sofista è simile al Filosofo, ma non è Filosofo: dell'istesso modo può dirsi, che i Geometri Sofisti sono simili a i Geometri metafisici, ma che non sono Geometri metafisici. Diremo ora in breve la distinzione, che deve farsi frà l'astrazione metafisica, e l'astrazione sofistiche.

L'oggetto della Geometria è metafisico astratto, perche in quella si considerano punti, linee, e superficie, ma è un oggetto, che si contiene dentro i limiti delle idee naturali, astratte a cagione, che ne' punti, nelle linee, e nelle superficie vi si considera in astratto la quantità, ed in queste vi si può considerare la quantità divisibile, ed accrescibile di numero all' infinito, considerando, e le linee, e le superficie fino all' infinito divise, e fino all' infinito di numero accresciute, cose tutte, le quali sono oggetti astratti della mente, ma sono altresì oggetti, che si restringono entro i limiti del lume naturale astratto, a cagione che in quelli si

con-

considera sempre la quantità in astratto .

Ma se all' incontro si volesse supporre per ipotesi , che il zero, cioè il niente, fosse cosa esistente , e che producesse cosa fino all' infinito, questa sarebbe , per mio avviso , una idea astratta , e sofistica , la quale sarebbe tanto di sopra al lume naturale , che andrebbe al di là de' limiti della Geometria , e quantunque sembrasse , che da questa ipotesi , se ne deducevano proprietà , io dubbito molto , che quelle proprietà , nelle quali si conclude poi per vero , che i zeri infiniti facciano cosa realmente esistente , non siano verità sofistiche , e non mai verità dimostrate con dimostrazione Geometrica , e metafisica . Ma perche , siccome ho già detto , io non ho molto studiato quei metodi , ne' quali si suppone per ipotesi il niente come cosa esistente , mi astengo dal discendere alla considerazione delle proprietà particolari di quelli , e mi basta di aver considerata da metafisico in astratto l' ipotesi , che in quelli si usa ; mi vale però l' autorità del celebre Signor Cav. Isac Nevuton , al quale quantunque si attribuisca l' invenzione del metodo degli differenziali , e degl' integrali , con tutto ciò egli , al riferir del Signor Enrico Pemberton , confessò ch' era pentito di aver perduto ne' calcoli quel tempo , che avrebbe dovuto impiegare in considerare la vera , ed utile geometria d' Euclide , ne da questa sua considerazione vi escluse il tempo , che avea impiegato nell' inventare il metodo de' differenziali , e degli integrali .

Così dunque a me sembra , che l' utile , che si deve ricavare dalla Geometria, ~~sia quello di considerare in astratto~~ la caratteristica del vero uno in se , ed in quanto al modo dell' essere , che nella Geometria si racchiude , per poi non mai dipartirsi da quello nelle meditazioni , che si fanno intorno agli universali , ed intorno a i particolari , perche se questo si facesse, i Signori Geometri esaminando le dimostrazioni , non dubiterebbero , che in quelle vi si racchiudesse qualche paralogismo a loro nascosto , perche conoscendo essi il vero uno , ch' è l' essenza della dimostrazione , o conoscerebbero subito il Paralogismo, o conoscerebbero, che non si può in quella dimostrazione alcun Paralogismo cōtenere.
Se

Se questo si facesse, quei Geometri, che oppongono ad una Dimostrazione Geometrica non andrebbero brancolando di quà, e di là, commettendo mille errori, ora perche non sieguono l'ipotesi dell'Autore, ora perche non conoscendo essi la forza della dimostrazione contro una medesima Proposizione additano varj, e diversi errori, ma in vece di ciò conoscerebbero, che siccome in Geometria il vero è uno, il Paragolismo non può esser altro che uno, ed in conseguenza di ciò o additerebbero il Paragolismo, ovvero riceverebbero per dimostrata la Proposizione, ed a cagion d'esempio: si farebbe in Geometria quell'istesso, che si fa nell'esaminare un calcolo aritmetico, nel quale se uno ha detto, che sette, e due fanno undeci, subito se li risponde, che sette, e due fanno nove, or la cagione, per la quale son tenuti a ciò fare i Geometri è, perche l'essenza della dimostrazione Geometrica, consiste nell'essere una ordinata serie di Sillogismi astratti, e l'uno dall'altro dipendenti, dalla qual cosa ne avviene, che se uno di quei Sillogismi è falso, o in se, o perche non dipende dagli antecedenti, subito l'esperto Geometra lo deve conoscere. Alla perfine il vero Geometra è quello, che sa dedurre dalla Geometria d'Euclide vera Logica, vera Metafisica, e vera Geometria, e che sa dedurre dalla Geometria le distinzioni, che si devono fare frà le dimostrazioni Geometriche, e metafisiche, e le dimostrazioni d'approssimazione all'infinito, e pratiche, e che sa distinguere le ipotesi metafisiche dalle sofistiche, le ipotesi metafisiche dalle fisiche, e sensibili. Ma questo sì fatto vero Geometra è solamente quello, che sa conoscere il vero Uno, e sa fare in tutti i particolari le vere, e giuste distinzioni. Il modo di profittare in questa guisa della Geometria penso, se l'amor proprio non m'inganna, di averlo insegnato nel trattato da me già accennato, che tengo qui inedito col titolo *Considerazioni Geometriche Logiche, e Metafisiche su' degli Elementi di Euclide*; ma perche alcuni Signori Moderni Geometri prendono ad ira, ed isdegno tutte quelle Invenzioni, le quali si fanno incontro alla dottrina, che sieguono, mi astengo di pub.

pubblicarlo, e mi restringo solamente a difendere quelle vere, e ben dimostrate invenzioni, che già ho pubblicate.

Vogliamo ora riflettere intorno alla vera unione, che si deve porre frà la geometria, e la metafisica, e dimostrare gli abagli, che prendono alcuni Signori moderni Geometri, i quali si vantano di ben unire la metafisica alla Geometria.

Alcuni Geometri, che non intendono la Geometria da Metafisici, come noi l'abbiam quì spiegata, sono Geometri, i quali solamente intendono le dimostrazioni in virtù di un abito di mente, che hanno fatto, a leggere dimostrazioni, ma perche non mai intendono l'origine generale della dimostrazione, non mai ne conoscono l'essenza, onde non hanno l'idea generale della dimostrazione applicabile a tutti i casi particolari. Ora questi tali Geometri intendono quelle dimostrazioni, sì delle quali hanno fatto abito di mente, e nelle cose nuove si perdono; alcuni altri Geometri poi confondono nella lor mente l'ordine delle proposizioni con le dimostrazioni geometriche, dalla qual cosa poi ne avviene, che dove vedono un' apparente ordine di dimostrazione geometrica, senza prima considerare la perfezione, o l'imperfezione dell'ipotesi, e senza considerare la perfezione, o l'imperfezione delle dimostrazioni, ricevono per geometrici trattati, che non hanno alcuna delle perfezioni della dimostrazione Geometrica. Tutto a' nostri dì si scrive sì l'aria della geometria, ma poche sono le cose, nelle quali vi si contenga la sostanza della Geometria. I veri Geometri però sono quelli Geometri metafisici, i quali hanno formata nella lor mente quella caratteristica del vero in genere, la quale consiste nell'uno in se, e nell'uno in quanto al modo dell'essere, onde poi fanno applicare l'idea universale, che hanno del vero, a tutti i particolari, che alla lor mente si rappresentano. Gl' infelici Calcolatori Algebraici, poi non intendono alcuna specie di dimostrazione, e solamente ricevono per dimostrazioni quelle, che deducono da' calcoli.

I Geometri metafisici poi son quelli, che intendono la vera analisi, perche come accostumati a vedere le verità nella loro origine, e nella loro essenza vedono la

N

na

natura di tutti i Problemi, e di tutte le invenzioni, che si parano d'avanti alla lor mente, ed in conseguenza di ciò usano la perfetta Analisi, a cagion che conoscendo essi la natura, e l'essenza del Problema, conoscono le proprietà, che quello deve avere; e perche hanno unita alla metafisica l'idea complessa delle proprietà d'Euclide, determinano agevolmente il modo di fare la dimostrazione sintetica all'analisi, che hanno fatta, analisi meditata però, e non calcolata, perche com'abbiam più volte detto, l'analitico calcolatore, e litterale, non è altro, che un infelice aritmetico pratico, il quale non è per lo più spesso ne geometra abituato alla dimostrazione, ne geometra metafisico; ed oltre a ciò i veri Geometri metafisici nelle ipotesi, che scielgono per le loro invenzioni, fanno distinguere quelle, che sono dentro i limiti dell'oggetto della geometria dalle ipotesi sofistiche, ed insufficienti, e fanno distinguere l'una, e l'altra ipotesi, dalle ipotesi tutte fisiche, e meccaniche.

Dopo queste considerazioni geometriche, e metafisiche, e queste distinzioni da noi fatte, non deve più recar meraviglia il vedere, che i Signori Geometri Cartesiani, i quali invece di unire la geometria alla metafisica, l'uniscono a i pratici calcoli, non abbiano alcuna idea della vera dimostrazione, ne deve recar meraviglia il vedere, che pongono tutte in un fascio le dimostrazioni geometriche, e metafisiche, le ipotetiche, sensibili, e pratiche, quelle d'approssimazione con quelle di unità di vero, ed alla perfine non deve recar meraviglia il vedere la geometria così guasta, e corrotta, come la vediamo in questo nostro tempo.

Ma egli non è già, che per queste mie utilissime riflessioni, ed utilissime distinzioni, che ho fatte, io mi lusinghi, che i moderni Geometri seguaci della Geometria Cartesiana debbano abbandonare i falsi metodi, che sieguono, per seguire i veri metodi degli Antichi Geometri. Sò bene, che gli Uomini non si emendano da lor medesimi, anzi di più sò, che alcuni Professori continueranno a guastare le menti de i loro discepoli per propagare, per quanto ad essi sarà possibile, la loro falsa dottrina, sempre nascondendo a quelli le verità infallibili, ed inconcusse, che io ho dimostrate. Ma sò al-

trési,

tresi, ch'è legge eterna, che la verità, a lungo andare, almeno trionfi del falso, onde siccome io non posso sperare di vedere seguite in tempo di mia vita le mie Invenzioni, essi non possono sperare di evitar la vergogna, che loro arrecherà appresso i Posterì la falsa sapienza, che hanno seguita, ed i modi poco onesti, e sinceri, che hanno praticati a riguardo delle mie Invenzioni, ne possono fuggire dall' interno rancore, che loro apporta il sapere che vi sono anche nel Mondo de' viventi Geometri, i quali quantunque facciano silenzio, per non prender brighe con essi, conoscono bene gli errori de' miei Oppositori, e sanno, che alla mia Invenzione non v'è chi abbia trovata vera, e sufficiente opposizione. In conseguenza dunque di queste mie riflessioni io dichiaro, che in tanto mi sono mosso a scrivere tanti libri, quanti sono quelli, che ho scritti intorno alla mia Invenzione, solamente a fine di salvar quella dalla persecuzione de' miei Contrarij, i quali si erano proposti per fine di seppellirla nell' oblio, e di nasconderla ancora a i posterì.

Per conseguenza poi di questo fine, che solo mi sono proposto, io dichiaro ancora, che non voglio prender più brighe con alcuno, a cagione di questa mia Invenzione; Imperciocchè avendo io sperimentato nelle mie risposte a' miei Oppositori, che alcuni Signori moderni Geometri non han per costume di dichiararsi sodisfatti, quando loro convenientemente si risponde, farebbe inutile cosa, che io rispondessi a certi tali, i quali, contenti solamente di mantenere il credito appò i loro Discepoli, facessero sembianza di sciogliere i miei quesiti, o bene, o male, che ciò facessero. Ricordo però a quei dolci di sale, che sono accostumati a giurare, come si suol dire, *in verba Magistri*, che essi, per conseguenza di quello, che ho dimostrato nell' antecedente mio Discorso Apologetico, devono al loro Maestro rispondere nel seguente modo. *All' Autore è presentemente impossibile il fare espressamente approvare la sua Invenzione per le forti ragioni, ch' egli ha addotte nel suo Ragionamento Apologetico: A voi all' incontro è facilissimo, perche tutti prenderanno a buon grado le vostre opposizioni se quelle sono*

vere, e sufficienti; trovate dunque Accademie, o Matematici accreditati, che approvino le vostre Opposizioni; o le soluzioni delle difficoltà, se volete, che prestiamo sede alle vostre asserive.

In questo modo si deve rispondere agli Oppositori d'oggi dì, per liberare i poveri Autori dalle noje, che loro danno gli oppositori men che sinceri. Ma perche, siccome ho detto, è mio sentimento di non far più parola intorno a questa mia Invenzione, lascierò di buon cuore, che i miei Contrarj se la intendono col Volgo, e frà tanto io, che voglio intendermela con i Matematici sinceri, e sapienti, o almeno con i Posterì, voglio anche fare un Avvertimento intorno al modo, col quale si devono leggere i miei libri, ed acciò si veda la sincerità del mio animo, voglio ancora additare nel seguente Avvertimento alcuni errori, che in quelli si leggono, quali però non impediscono la verità delle mie dimostrazioni.

AVVERTIMENTO

Intorno alle Opere da me pubblicate, e di alcune cose in quelle accadute.

LA mia Duplicazione del Cubo si legge più in ristretto, e più in breve, che nelle mie Opere Matematiche, nel Libro da me diretto alla Regia Società d'Inghilterra, col titolo: *Duplicationis Cubi demonstratio*, &c. Stampato in Venezia l'anno 1730. Nel Libro delle mie Opere Matematiche poi stampato in Venezia l'anno 1722. vi possono essere occorsi alcuni equivoci alla materia non importantia a cagione della fretta, con la quale la composi, e per colpa ancora de' Copjsti; come per esempio alle Considerazioni sopra la parabola Apolloniana è corso un errore, che non si può attribuire giustamente a me, quando si vede, che in tutto il rimanente delle mie Opere ho detto il contrario di quello, che si legge nell' accennato luogo; Alla pag. 15. si legge questo falso Assioma, cioè che *quello, che si trova in linea, si trova sempre in numeri, e che quello, che si tro-*
va

va in numeri non si trova sempre in linea, la qual cosa si vede chiaramente, che non è mio sentimento, perchè in tutta la mia Opera ho asserito sempre il contrario; onde credo, che ancorche io non lo avessi dichiarato, i Signori Geometri non mi avrebbero fatto il torto di crederlo mio sentimento, quando si fossero degnati di considerare la perizia in Geometria, che ho mostrata nelle mie Opere. Molti altri equivoci possono esser accaduti in quelle dissertazioni; ma perchè quelli non possono impedire, che la mia Invenzione non sia vera, e sussistente, quando le mie proposizioni siano, come credo, ben dimostrate, non mi dà briga di additare quelli equivoci alla materia non importanti, i quali si potessero da qualche Critico Sofista andar cercando nelle mie Opere Matematiche stampate l'anno 1722.

Nelle accennate Dissertazioni poi intorno alla Geometria di Renato, ed intorno alla Parabola Apolloniana, che si leggono al Tomo primo delle mie Opere Matematiche non vi si vedono così bene espresse le intime cagioni degli errori de' Moderni, come si vedono espresse alla pag. 3. del tomo 2. delle mie opere Matematiche, ove ho trattato delle dimostrazioni generali geometriche, e come si vedono assai meglio espresse nel Libro: *Duplicationis Cubi demonstratio*, &c. e nell' antecedente Ragionamento intorno alla Geometria de' Moderni; onde il Lettore potrà in queste da me accennate opere meglio, che nelle accennate due Dissertazioni far giudizio delle mie Invenzioni.

Potrebbe ancora tal uno dire, che l'impegno, che ho preso nel tomo 2. delle mie opere Matematiche, di dimostrare per i soli Elementi di Euclide la Duplicazione del Cubo, non fosse perfettamente riuscito; ed a questo io rispondo, che posso difenderla, perchè alla proposizione prima pag. 72. fino alla pag. 85. ho dimostrato, che se il luogo delle applicate non fosse il mio rettilineo, niuna applicata caderebbe al punto estremo del suo quadrato; ed oltre a ciò ho anche dimostrato, che le differenze si diminuiscono all' infinito, e poi svaniscono in tutto. Ma se qualche Geometra non volesse ammettere le dimostrazioni della mia Duplicazione del Cubo

ho fatte per i soli Elementi di Euclide, le quali si leggono al tomo 2. delle mie opere matematiche, legga le mie dimostrazioni fatte per Euclide, e per lo metodo degli indivisibili nel tomo primo delle mie Opere Matematiche, e al libro *Duplicationis Cubi demonstratio*, alla pag. 22. legga la nostra dimostrazione fatta per lo metodo degli indivisibili, e leggansi poi fino alla pag. 42. i calcoli aritmetici, con i quali abbiamo dimostrato, che le differenze si diminuiscono all' infinito, e poi si riducono a nulla, perche se questo tale Geometra sarà sincero amatore della verità, rimarrà convinto da tutte le mie dimostrazioni.

Io poi non mi vanto di avere il dono dell' infallibilità, onde se farò avvertito di qualche errore commesso, farò sempre pronto sinceramente a ritrattarmene. Ma se per avventura alcuni Signori moderni Geometri non volessero degnarsi di leggere le dimostrazioni contenute negli accennati miei Libri, li prego almeno di risolvere le difficoltà da me fatte intorno al modo, col quale essi loro descrivono la Parabola, e poi decantano, che sia geometrica la loro descrizione, perche al certo se non possono le mie difficoltà risolvere, ogni uom onesto deve confessare, che essi sieguono falsa geometria, e poscia son certo, che questi tali studiando la mia Invenzione la conosceranno vera, e sufficiente, e per dirla in breve bisogna, che i Signori moderni Geometri miei Oppositori impugnino la costruzione del mio rettilineo, o le proprietà, che ho dimostrate aver quello, perche certamente se niuna delle accennate cose possono essi impugnare, la loro descrizione in piano della Parabola, e le proprietà, che assegnano a quella, non si possono da essi sostenere, e perche il mio rettilineo parabolico piano è il Cardine della mia Invenzione, la mia Duplicazione del Cubo non si può a buona ragione rifiutare da' Matematici dotti, e sinceri, quando le accennate mie proposte Difficoltà non si risolvano. Tutte queste cose però i Signori moderni Geometri possono frà essi esaminarle, perche siccome ho detto, io non penso più di far parola intorno a questa mia Invenzione. *Claudite jam pueri rivos sat prata biberunt.*

I L F I N E.

615930



Pag.	Lin.	ERRORI	CORREZIONE
20.	34.	conseguenza deve	conseguenza di ciò deve
42.	10.	i termini	i Teoremi
46.	1.	più volentieri	più malvolentieri
66.	19.	quadrati incerti	quadrati intercetti
69.	20.	intercetta	intercetto
69.	26.	A I , ed H	A, I, ed H
70.	30.	determinanti	terminanti
74.	31.	sodisfare i	sodisfare a i
75.	27.	Arco N O P	Arco N Q P
76.	24.	$Q \propto 3Z - 3^3$ — ovvero	$Q \propto 3Z - Z^3$, ovvero
78.	13.	alla fottensa	alle fottense

Fig. 7.



Fig. 8.

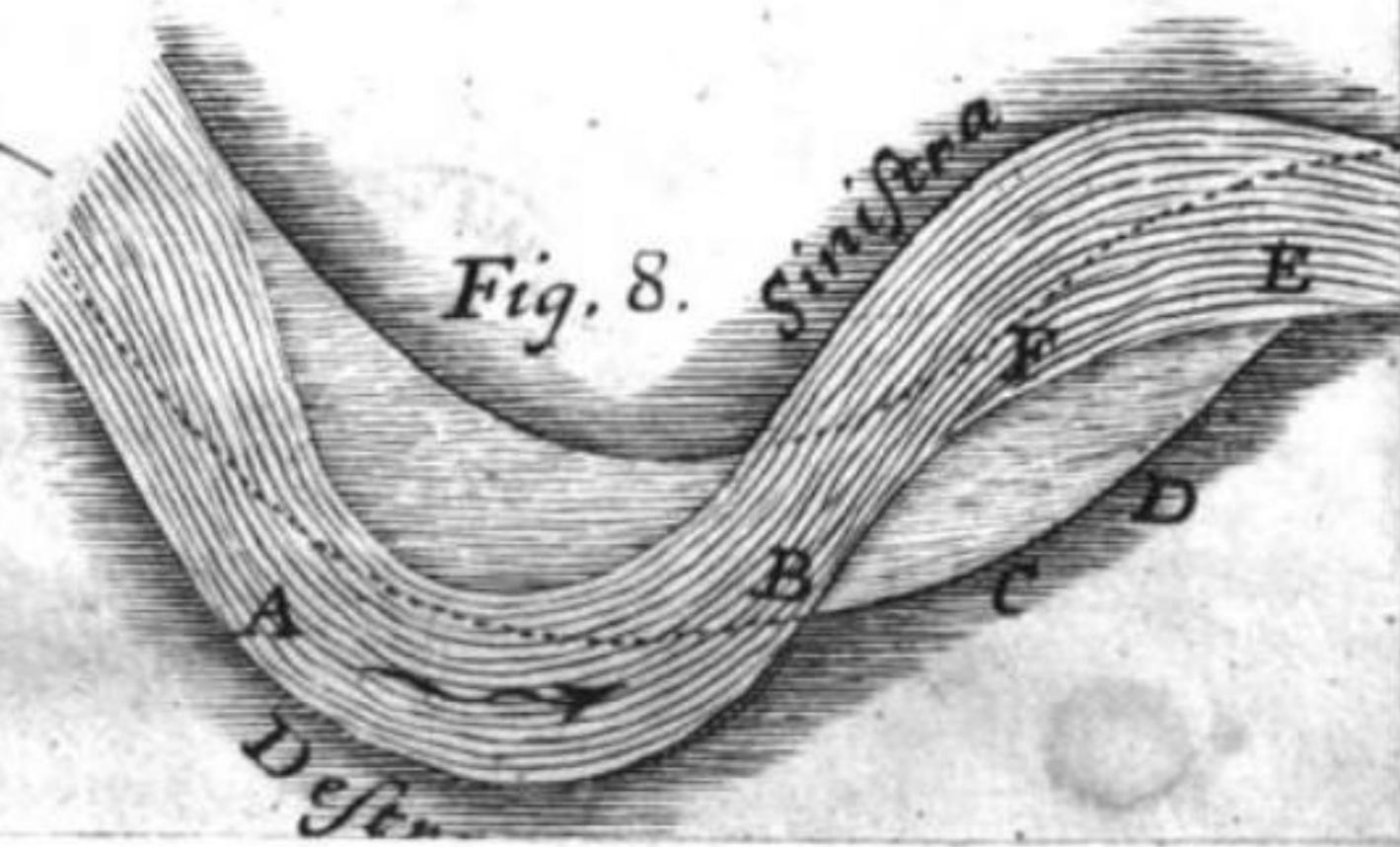








Tavola III.

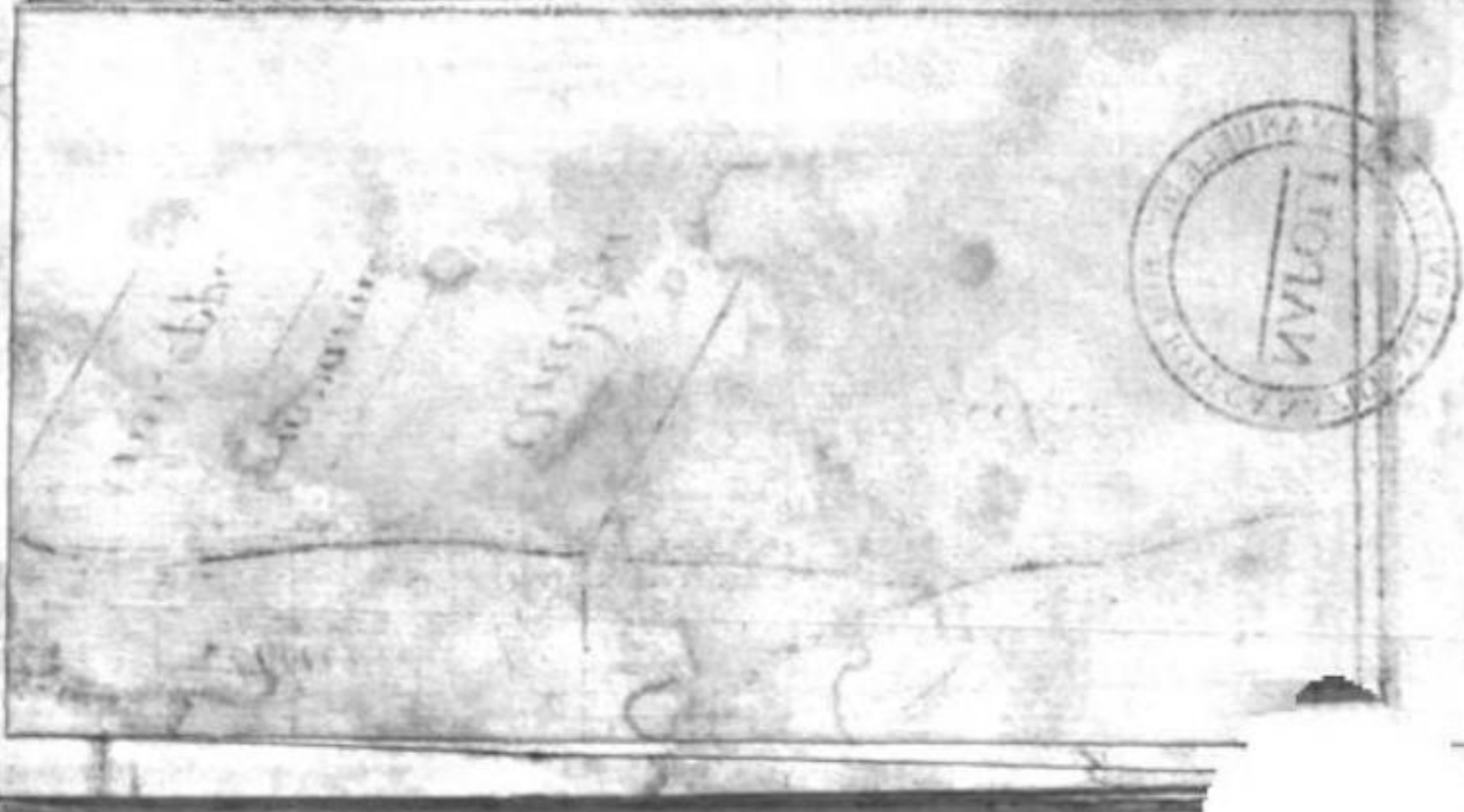
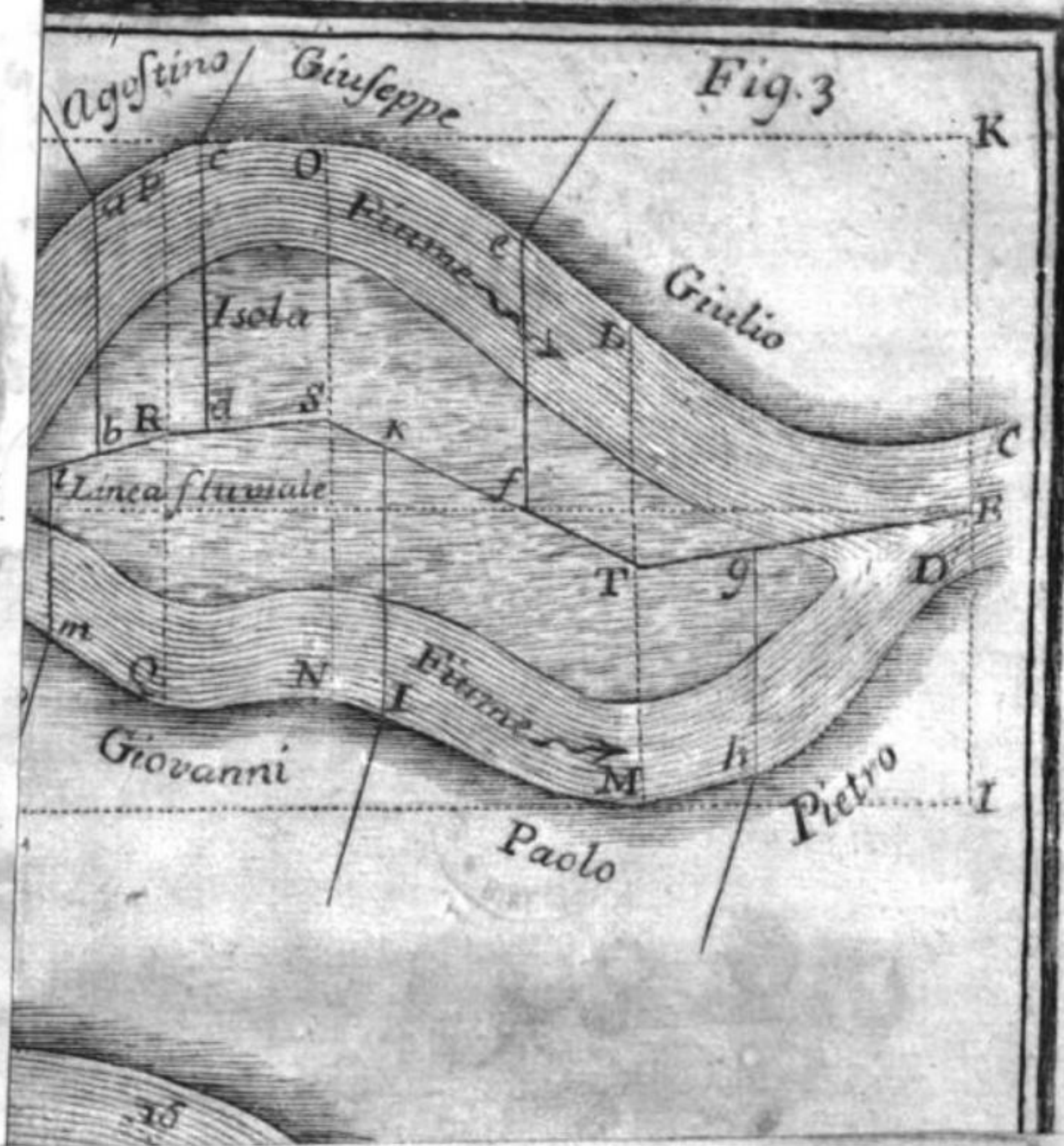




Fig. 5

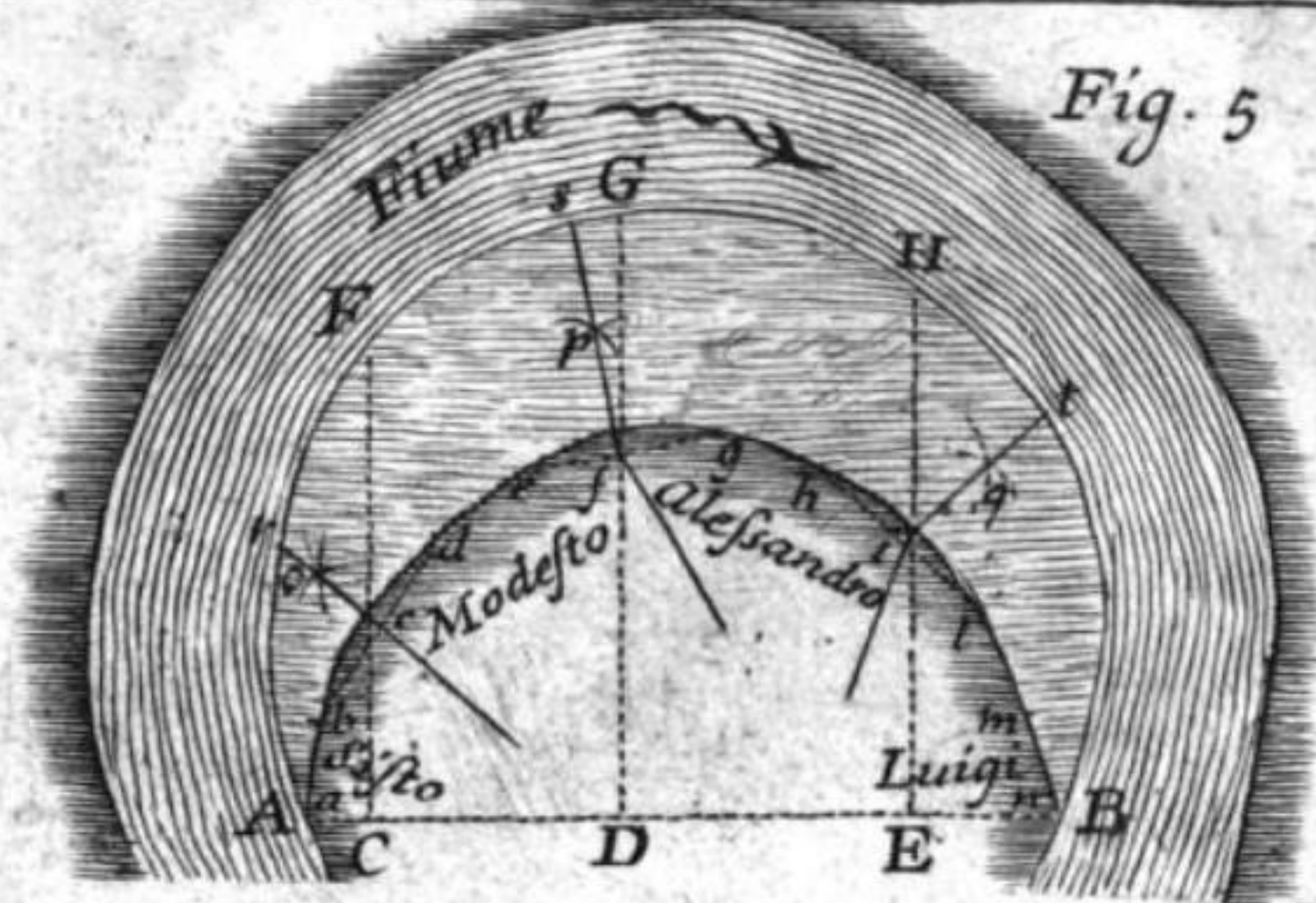


Fig. 6

