ARITMETICA
PRATICA.

NUOVE ISTITUZIONI
DI ARITMETICA
PRATICA

COMPOSTE DA

PIETRO DI MARTINO

Profeſſore di Aſtronomia nell'Univerſità
di Napoli,

E DEDICATE

ALL' ECCELLENTISS. SIGNORE

D. SEVERO
CARMIGNANO.

Martini

IN NAPOLI, Nella Stamperia di Felice Carlo Moſca.
A ſpeſe di Gaetano Elia. MDCCXXXX.
Con licenza de' Superiori.

Nisi utile est quod facimus, stulta est gloria.

Phaedrus Fab. XVII. Libri III.

ECCELLENTISS. SIGNORE.

AVendo io aſcoltate le querele di molte perſone intorno la ſcarſezza di buoni libri, da' quali poteſſero appararſi le regole pratiche dell'*Aritmetica*, coſa cotanto neceſsaria alla vita civile, ho proccurato per comodo e per bene del Pubblico, al quale ſono inchinatiſsimo, che ſi pubblicaſſero colle ſtampe queſte nuove Iſtituzioni di *Aritmetica pratica*, ſperando di potere per innanzi far ceſſare affatto le ſuddette querele. Dovendole, ſecondo il coſtume comune, dirizzare ad alcuno, non poſſo non fiſsare il guardo in V. E. Perſona rinomatiſſima e per la chiarezza del ſangue: poichè à chi non è nota la Famiglia CARMIGNANA? e per la gloria de' voſtri Maggiori, e per la nobiltà degl'ingenui e veramente nobili coſtumi; ma molto più per l'ardentiſſima affezione, che Voi pieno di dottrina e di ſapere portate alle lettere & a' lettera-

tera-

terati: ciocche vi fa occupare riguardevoliſſimo luogo nella *Repubblica de' Savj*, e vi ha fatto fra noi acquiſtare il giuſto titolo di *Mecenate*. Quindi è, che la voſtra Caſa ſia frequentata da molti noſtri letterati, li quali ſiccome credono d'impiegare aſſai bene tutto il tempo, che ſpendono ne' dotti ragionamenti, i quali tengono con V. E. così Voi al contrario preferite volentieri la loro converſazione ad ogni altro piacere e divertimento, che potriano darvi gli amici voſtri eguali. Se dunque io mi valgo del chiariſsimo nome di V. E. il fò non ſolamente per aggiu-

gnere

gnere pregio à queſta opericciuola, ma ancora per ſervirmi di Voi, come di ſicura difeſa contro di quelli, che oſaſſero in qualunque modo calunniarmi. Piacciavi in tanto di accettare queſt'operetta tanto corteſemente, quanto volentieri io à Voi l'ho dirizzata, e credetemi di

V. E.

Obbligatiß. e Devotiß. Serv. vero
Steffano Elia.

L'AUTORE

A chi legge.

Una lunga prefazione mal ſi conviene ad un libricciuolo come queſto, che altro non contiene, ſe non le regole pratiche dell' Aritmetica. Mi baſta ſolamente farti ſapere, che tale, quale egli è, ſia ſtato compoſto per que' tali, che deſiderano ſapere ſolamente le operazioni di queſta Scienza, ſenza curarſi di penetrare ne' fondamenti delle medeſime; come ordinariamente ſi ſuol fare da chi ſi applica a cotal ſtudio. Del rimanente, io ho proccurato di eſporre le ſuddette regole con tutta la maggior chiarezza e brevità; ne dubito che ognuno ſia capace d'intenderle da ſe, ſenza la voce del Maeſtro. Ho conſiderati tutti i caſi, che poſſono aver luogo in ciaſcuna regola, e gli ho eſaminati in diſparte: ciocchè ſarà di grandiſſimo profitto a' ſtudioſi di queſta Scienza. Vivi ſano.

Im-

Imprimatur. Neap. die 28. menſis Aprilis 1739.

D. CARMINUS CIOFFI ARCHIEP.
ANTINOP. VIC. GEN.

D. Petrus Marcus Giptius
Can. Dep.

SACRA REAL MAESTA.

FElice Carlo Moſca proſtato a' ſuoi Reali piedi la ſupplica, come deſidera dare alle ſtampe un'*Aritmetica* compoſta dal Dottor Pietro di Martino, Profeſſore di Aſtronomia e di Nautica ne' Regj Studj. Deſidera perciò, che V.M. ne commetta la reviſione a chi meglio le parrà; e l'avrà a grazia ut Deus.

M.V.J.P.D Joſepho Cyrillo, pro reviſione & relatione.

*NICOLAVS EPISC. PVTEOL.
CAP. MAI.*

Illm̃o, e Rm̃o Signore, Sig. e Padrone Colendiſs.

D'Ordine di V.S. Illm̃a, e Rm̃a, ho letto un'opera d'*Aritmetica* del Regio Profeſsore di Aſtronomia, e di Nautica D.Pietro di Martino, e non ſolo non mi ſono riſcontro in coſa, che o i diritti del Rè offenda, o'l buono civil coſtume, ma ho ammirato la luminoſa mente del dotto Autore, che ha ſaputo dare acconcio ordine ad una cotanto neceſſaria facoltà. Stimo perciò eſſere coſa utile, che ſi dia alle ſtampe, ſe altrimenti non paja a V.S. Illm̃a, e Rm̃a, a cui mi dico

Devotiſs. ed Obligatiſs. Serv. vero
Gioſeffo Paſquale Cirillo.

Viſo reſcripto Suæ Regiæ Majeſtatis ſub die 5. currentis menſis & anni, ac relatione facta per M.V.J.D. Joſephum Paſchalem Cyrillum de commiſsione Rm̃i Regii Cappellani Majoris pro executione ordinum S.R.M.

Die 10. menſis Martii 1739. Neap. &c.

Regalis Camera Sanctæ Claræ providet, decernit, atque mandat, quod imprimatur *cum inſerta forma præſentis ſupplicis libelli, & approbatione dicti Reviſoris; verum in publicatione ſervetur Reg. Pragm. hoc ſuum &c.*

MAGGIOCCO. DANZA.

Ill. Marchio de Ipolito Præſes S. R. C.
Et Reg.Conſ. Caput Aulæ D.Franciſcus Ventura tempore ſubſcriptionis impediti.
Ill.Marchio Rocca non interfuit.

Citus.

INTRODUZIONE

Nella quale ſi ſpiega il modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

I.

ARitmetica è quell'arte, la quale inſegna a maneggiare i numeri, il qual maneggio conſiſte principalmente in quattro operazioni, che ſono il *Sommare*, il *Sottrarre*, il *Moltiplicare*, ed il *Partire*; ed *Aritmetico* ſi dice il perito di coteſta Scienza.

II.

Le figure, o ſian' cifre praticate comunemente dagli Aritmetici ſono le diece ſeguenti co' loro nomi, e valori.

o. Si chiama *zero*, e non ſignifica coſa alcuna.

1. Si chiama *uno*, e ſignifica una coſa; come un zecchino, un giulio.

2. Si chiama *due*, e ſignifica due coſe; come due zecchini, due giulj.

INTRODUZ. *Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.*

3. Si chiama *tre*, e ſignifica tre coſe; come tre zecchini, tre giulj.

4. Si chiama *quattro*, e ſignifica quattro coſe; come quattro zecchini, quattro giulj.

5. Si chiama *cinque*, e ſignifica cinque coſe; come cinque zecchini, cinque giulj.

6. Si chiama *ſei*, e ſignifica ſei coſe; come ſei zecchini, ſei giulj.

7. Si chiama *ſette*, e ſignifica ſette coſe; come ſette zecchini, ſette giulj.

8. Si chiama *otto*, e ſignifica otto coſe; come otto zecchini, otto giulj.

9. Si chiama *nove*, e ſignifica nove coſe; come nove zecchini, nove giulj.

III.

Queſti diece caratteri, e non piu uſano gli Aritmetici in iſcrivere tutti li numeri, come ora ſi varrà ſpiegando. Prima però ſuppongo eſſer noto a tutti, che ſiccome il numero *diece* non è altro, che l'unità replicata diece volte, così il numero *cento* non ſia altro, che il diece replicato pur diece volte, ed il *mille* ſia il cento replicato parimente diece volte; ed il *diece mila* ſia il mille replicato eziandio diece volte; ed il *centomila* ſia il numero diece mila replicato diece volte; e finalmente il numero *millemila*, il quale ſi chiama ancora *milione*, ſia il numero cento mila replicato pure diece volte.

IV.

Introduz. *Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.*

Tali nomi nacquero ſenza dubbio dall' eſſere ſtati gli huomini mai ſempre ſtudioſi del diſcorſo ſuccinto, e compendioſo; ſicche in vece di dire diece volte diece, diſſero *cento*; ed in vece di dire diece volte cento diſſero *mille*. Poi per uniformità, e per non eſsere obbligati ad introdurre un'infinità di tali vocaboli (ciocche avrebbe apportato una confuſione infinita) diſſero *diece volte mille, cento volte mille, mille volte mille*, ed ancora *milione*: imperciocche *milione* vale tanto, quanto mille volte mille. Quindi paſsando piu innanzi diſsero ſimilmente *diece milioni*, *cento milioni*, *mille millioni*, *diece mila milioni*, *cento mila millioni*, *mille mila milioni*, che è l'iſteſſo, che *milione volte milione*, il quale chiamarono con una voce ſola *bilione*; e così ſucceſsivamente inoltrandoſi pervennero prima al *trilione*, che è milione volte bilione, poi al *quatrilione* che è milione volte trilione, indi al *quintilione*, e così ſuſſeguentemente all'infinito; come ſi può vedere nelle due liſte ſeguenti, nella prima delle quali ogni numero contiene il ſuo precedente diece volte; e nell'altra ogni numero contiene il ſuo precedente milione volte.

INTRODUZ. *Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.*

V.

PRIMA LISTA.

I. Uno.
II. Diece.
III. Cento.
IV. Mille.
V. Diece mila.
VI. Cento mila.
VII. Milione.
VIII. Diece milioni.
IX. Cento milioni.
X. Mille milioni.
XI. Diece mila milioni.
XII. Cento mila milioni.
XIII. Mille mila milioni, ovvero bilione.
XIV. Diece bilioni.
XV. Cento bilioni.
XVI. Mille bilioni.
XVII. Diece mila bilioni.
XVIII. Cento mila bilioni.
XIX. Mille mila bilioni, ovvero trilione.
XX. Diece trilioni.
XXI. Cento trilioni.
XXII. Mille trilioni.
XXIII. Diece mila trilioni.
XXIV. Cento mila trilioni.
XXV. Mille mila trilioni, ovvero quadrilione.

SECONDA LISTA.

I. Milione.
II. Bilione.
III. Trilione.
IV. Quatrilione.
V. Quintilione.
VI. Seſtilione.
VII. Settilione.
VIII. Ottilione.
IX. Novilione.
X. Diecilione.

VI. Pre-

VI.

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

Premeſſe tali coſe è da ſaperſi eſſere ſtato dagli Aritmetici ordinato, che *quando piu caratteri ſono congiunti inſieme, ſolamente il primo di eſſi dalla parte deſtra conſervi il ſuo valore ordinario* *; *ogni altro carattere ſignifichi nel ſuo luogo diece volte piu di quello, che ſignificheria, ſe egli foſſe portato nel luogo antecedente*; intendendo per luogo antecedente il luogo, che gli ſta avanti dalla parte deſtra, non gia quello che è poſto a ſiniſtra: coſtumando gli Aritmetici di contare da quella parte verſo queſta. Dacche ſiegue, *che il valore de' caratteri accoppiati inſieme, per ragione di luogo, creſce ſempre per diecine.*

* *num.* 2

VII.

Così per eſempio in queſto numero 238 il primo carattere 8 diſegna * otto coſe, come otto zecchini, o pure otto giulj; il ſecondo 3 diſegna diece volte piu di quello che diſegnerebbe, ſe egli foſſe portato nel primo luogo: quindi poiche nel primo luogo egli diſegneria tre zecchini, ovvero tre giulj, ne ſiegue, che nel ſecondo luogo deve eſprimere trenta zecchini, ovvero tenta giulj. Finalmente il terzo, ed ultimo carattere 2 diſegna nel ſuo luogo diece volte piu di quello, che egli diſegnerebbe, ſe foſſe portato nel ſecondo luogo; quindi poiche nel

* *num.* 2

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

ſecondo luogo egli diſegnerebbe venti zecchini, o venti giulj, ne ſiegue che nel ſuo luogo deve eſprimere dugento zecchini, ovvero dugento giulj: di modo che il numero 238 ſi deve profferire così: *dugento trentotto zecchini, o giulj*; e ſimilmente il numero 964 ſi deve profferire *nove cento ſeßanta quattro giulj*; e finalmente il numero 621 ſi deve profferire *ſeicento ventuno giulj*.

VIII.

In un numero dunque compoſto da tre caratteri, il primo carattere a man' deſtra eſprime tante coſe, quante unità egli contiene. Il ſecondo eſprime tante diecine di coſe, quante unità ancora egli contiene. E finalmente il terzo eſprime tante centinaja di coſe, quante unità egli contiene. Laonde ſe il primo carattere è zero, come nel numero 320, non ci ſaranno altro, che diecine, e centinaja, e ſi dirà *trecento venti giulj*. Se il ſecondo carattere è zero, come accade nel numero 204, mancheranno le diecine ſolamente, e perciò ſi dovrà dire *dugento e quattro giulj*. Se così il primo, come il ſecondo carattere è zero, reſteranno le centinaja ſole, come accade nel numero 600, il quale ſi profferirà *ſei cento giulj*. E finalmente ſe l'ultimo carattere è zero, come accade nel numero 045, mancheranno le centinaja, e ſi dirà *quaranta cinque giulj*; come ſi direbbe ancora, ſe ſi levaſſe via il zero, e ſi ſcriveſſe 45.

INTRODUZ. *Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.*

IX.

In un numero compoſto da ſei caratteri, quale è 456324, il primo, il ſecondo, ed il terzo anno i valori accennati nell'articolo antecedente *; ma il quarto 6 eſprime tante migliaja, quante unità egli contiene, vale a dire *ſei migliaja*; il quinto 5 eſprime tante diecine di migliaja, quante unità egli contiene, vale a dire *cinquanta mila*; e finalmente il ſeſto 4 eſprime tante centinaja di migliaja, quante unità egli contiene, vale a dire *quattro cento mila*. E la ragione è perchè la quarta figura 6 nel luogo ſuo diſegna * diece volte piu di quello, che ella diſegnerebbe nel luogo antecedente; di modo che nel luogo antecedente avendo il valore * di ſei cento, nel luogo ſuo deve valere ſei mila. Similmente la quinta figura 5 nel luogo ſuo diſegna diece volte piu di quello, che diſegneria ſe foſse portata nel luogo antecedente; di modo che nel luogo antecedente avendo il valore di cinque mila, nel luogo ſuo deve valere cinquanta mila. E finalmente la ſeſta figura 4 nel luogo ſuo diſegna diece volte piu di quello, che ella diſegnerebbe, ſe foſſe portata nel luogo antecedente: di modo che ſiccome

* *num.* 8

* *num.* 6

* *num.* 8

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

nel luogo antecedente ſignificherebbe quaranta mila, così nel luogo ſuo deve ſignificare quattro cento mila. Quindi il numero 456324 ſi profferirà così: *quattrocento cinquantaſei mila, trecento ventiquattro giulj, o zecchini*; e ſimilmente il numero 286364 ſi profferirà *dugento ottantaſei mila, trecento ſeſſantaquattro*: e finalmente il numero 986125 ſi profferirà *novecento ottantaſei mila, cento venticinque*.

X.

Ogni numero ſenario, vale a dire ogni numero, che è compoſto da ſei caratteri compartito che ſia in due ternarj è facile a vedere, che il ſecondo ternario eſprime mille volte piu di quello, che egli eſprimerebbe ſe foſſe portato nel luogo antecedente, vale a dire nel luogo del primo ternario. Così nell'ultimo de' tre eſempj addotti nell'articolo antecedente * il ſecondo ternario 986 ſe paſſaſſe nel luogo del primo, egli ſi profferirebbe *novecento ottantaſei*; ma nel luogo ſuo vale novecento ottantaſei mila; vale a dire mille volte piu. L'iſteſſa coſa è, ſe vi ſono framiſchiati de'zeri; come il numero 240.564 ſi deve profferire *dugento quaranta mila, cinquecento ſeſſanta quattro*: dove ſi vede che il ſecondo ternario vale mille volte piu di quello che valerebbe, ſe egli foſſe il primo.

* *num. 9*

Simil-

Similmente il numero 500. 486 ſi profferiſce *cinquecento mila, quattrocento ottantaſei*. E finalmente il numero 005. 481 ſi vuol profferire *cinque mila*, *quattrocento ottantuno*; come ſe i due primi zeri non ci ſtaſſero.

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

XI.

Siccome la figura ſituata nel ſeſto luogo eſprime * centinaja di migliaja, così la figura ſituata nel ſettimo luogo, la quale deve eſprimere diece volte piu * di quello, che eſprimerebbe ſe foſſe poſta nel ſeſto luogo, diſegnerà milioni. E quindi, cominciando da capo l'ottava figura eſprimerà diecine di milioni; la nona centinaja di milioni; la decima migliaja di milioni; l' undecima diecine di migliaja di milioni; la duodecima centinaja di migliaja di milioni; e la decima terza bilioni. E poi, cominciando di bel nuovo da capo, ſi dovrà dire, che la quattordiceſima diſegnerà diecine di bilioni, fino alla diciannoveſima, che diſegnerà trilioni: e così conſeguentemente innoltrandoſi, ſi troverà che il quatrilione cada nella figura venticinqueſima; il quintilione nella trentuneſima; il ſeſtilione nella trentaſetteſima, e così in appreſſo, ſempre coll'intervallo di ſei figure, come è notato in queſta liſta.

* *num.* 9

* *num.* 6

INTRODUZ.
Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

I. Il milione cade nella 7 figura.
II. Il bilione cade nella 13.
III. Il trilione cade nella 19.
IV. Il quatrilione cade nella 25.
V. Il quintilione cade nella 31.
VI. Il ſeſtilione cade nella 37.
VII. Il ſettilione cade nella 43.
VIII. L'ottilione cade nella 49, &c.

XII.

Un numero dunque, che ſia di ſette figure, quale è 6324564, ſi profferirà così: *ſei milioni, trecento ventiquattro mila, cinquecento ſeſſanta quattro*. Un numero, che ſia di otto figure, quale è 24563286, ſi profferirà così: *ventiquattro milioni, cinquecento ſeſſantatre mila, dugento ottantaſei*. Un numero, che ſia di nove figure, quale è 632564323, ſi profferirà così: *ſeicento trenta due milioni, cinquecento ſeſſanta quattro mila, trecento ventitre*. Un numero, che ſia di diece figure, quale è 2648632544, ſi profferirà così: *due mila, ſeicento quarantotto milioni, ſeicento trenta due mila, cinquecento quaranta quattro*; e così paſſando innanzi ſi troverà il modo di profferire i numeri molto piu compoſti.

XIII.

Ma ſarà meglio in pratica compartire per via di punti il numero dato prima in tanti ſenarj, in quanti egli è capace di potere

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

tere eſſere diviſo, e poi ciaſcun ſenario tornarlo a compartire per via di virgole in due ternarj, come ſi vede fatto nel numero ſeguente:

456, 863. 943, 846. 986, 456. 456, 324

dove primieramente tutto il numero è diviſo in quattro ſenarj con altrettanti punti interpoſti, e poi ogni ſenario è diviſo in due ternarj con altrettante virgole interpoſte; di maniera che l'iſteſſo numero reſta compartito in otto ternarj con virgole, e punti alternativamente. Fatta tal diviſione ſi profferirà il numero, uſando le tre regole ſeguenti. La prima regola è *di profferir ciaſcuno ternario di ogni ſenario, come ſe egli ſtaſſe da ſe ſolo*. La ſeconda regola è *di legare i ternarj di ciaſcuno ſenario colla voce* mila. E finalmente la terza è *di legare l'un' ſenario coll'altro colle voci di milione, bilione, trilione, quatrilione, &c.* cio è dir milione fra il ſecondo, e primo ſenario; bilione fra il terzo, e ſecondo: trilione fra il quarto, e terzo, e così ſuſſeguentemente: laonde il numero qui ſopra notato ſi profferirà così: *quattrocento cinquantaſei mila, ottocento ſeſſantatre trilioni; novecento quarantatre mila, ottocento quarantaſei bilioni; novecento ottantaſei mila, quattrocento cinquantaſei milioni; quattrocento cinquantaſei mila, trecento ventiquattro.*

XIV. Si-

XIV.

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

Similmente il numero ſeguente, il quale comprende ventotto figure 2,486.245,234.863,456.945,632.456,256 ſi profferirà così: *due mila quattro cento ottantaſei quatrilioni; dugento quarantacinque mila, dugento trentaquattro trilioni; ottocento ſeſſantatre mila, quattrocento cinquanta ſei bilioni; novecento quarantacinque mila, ſeicento trentadue milioni; quattrocento cinquantaſei mila, dugento cinquanta ſei*. Per maggior diſtinzione li ſenarj ſi poſſono diſtinguere co' numeri 1. 2. 3. 4. 5. li quali indicheranno ancora dove ſi deve dire milione, dove bilione, dove trilione, dove quatrilione, &c. come ſi vede in queſti due numeri, che ſono que' medeſimi quì ſopra regiſtrati.

$$456863.^{3}\,943846.^{2}\,986456.^{1}\,456324$$

$$2486.^{4}\,245234.^{3}\,863456.^{2}\,945632.^{1}\,456256$$

XV.

Anzi chi ſi vorrà dar la pena di mandarſi a memoria i luoghi, ne' quali cadono il milione, il bilione, il trilione, il quatrilione, &c. che ſono riſpettivamente * il ſettimo, il trediceſimo, il diciannoveſimo, il venticinqueſimo, &c. egli non ſarà nep-

*num. 11

pure

pure obbligato di uſare la ſuddetta diviſione, qualora gli occorrerà profferire qualche numero, ma gli baſterà di annoverarſi le figure, ovvero i caratteri di quel numero, che egli ha da profferire. Per eſempio ſe ſi propone a leggere il numero ſeguente.

INTRODUZ. *Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.*

8324 $\overset{4}{8}$63256832456328632456324

fa duopo primieramente contarſi le figure, le quali ſi troveranno eſſere ventotto; dacche ſi conoſce, che oltre quattro ſenarj compiuti avanzano quattro figure di piu. Poi perchè nella figura venticinqueſima cade il quatrilione, ſi dovrà il ſuddetto numero profferire, *otto mila trecento venti quattro quatrilioni; otto cento ſeſſanta tre mila, dugento cinquanta ſei trilioni; ottocentotrenta due mila, quattro cento cinquanta ſei bilioni; trecento ventotto mila, ſeicento trenta due milioni; quattrocento cinquanta ſei mila, trecento venti quattro*. Similmente il numero ſeguente coſtando di ventitre figure, e perciò comprendendo tre ſenarj compiuti, e cinque figure di piu ſi dovrà profferire nella maniera ſeguente:

3 2 1

32, 004. 900,000. 456, 000. 004, 500

trentadue mila, e quattro trilioni; novecento mila bilioni; quattro cento cinquanta ſei milioni; quattro mila, e cinquecento.

XVI. Ogni

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

XVI.

Ogni numero compoſto da dodici caratteri compartito che ſia in due ſenarj, è facile a vedere, che il ſecondo ſenario eſprime milione volte piu di quello, che egli eſprimerebbe ſe foſſe portato nel luogo antecedente, vale a dire nel luogo del primo ſenario. Così nel numero 354325.863256 il ſecondo ſenario 354325 ſe foſſe portato nel luogo del primo egli ſi profferirebbe *trecento cinquantaquattro mila, trecento venticinque*; ma nel luogo ſuo vale *trecento cinquantaquattro mila, trecento venticinque milioni*. Similmente ogni numero compoſto da diciotto caratteri compartito che ſia in tre ſenarj è facile a vedere, che il terzo ſenario eſprime milione volte piu nel luogo ſuo di quello, che egli eſprimerebbe ſe foſſe portato nel luogo antecedente, vale a dire nel luogo del ſecondo ſenario. E generalmente compartito ogni qualunque numero in tanti ſenarj, in quanti è capace di potere eſſere compartito, ciaſcuno ſenario eſprime nel luogo ſuo milione volte piu di quello, che egli eſprimerebbe, ſe foſſe portato nel luogo del ſenario antecedente.

XVII.

Da tutto cio, che ſi è detto fin'ora, s'inferiſce, che per potere ben profferire qualſivoſivoglia numero ſia duopo ricordarſi de' tre precetti ſeguenti. *I. Ogni carattere nel luogo ſuo eſprime* * *diece volte piu di quello che egli eſprimerebbe ſe foſſe portato nel luogo antecedente. II. Ogni ternario nel luogo ſuo eſprime* * *mille volte piu di quello, che egli eſprimerebbe ſe foſſe portato nel luogo del ternario antecedente. III. Ogni ſenario nel luogo ſuo eſprime* * *milione volte piu di quello, che egli eſprimerebbe ſe foſſe portato nel luogo del ſenario antecedente.*

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

* *num.* 6

* *num.* 10

* *num.* 16

XVIII.

Queſta è il metodo di profferire qualſivoglia numero. Nè lo ſcriverli è punto piu difficile; baſterà ſolo aver riguardo a queſte poche coſe. I. che li numeri, li quali non paſſano nove, ſi ſcrivono * co' caratteri ſemplici; per eſempio otto ſi ſcrive 8, quattro ſi ſcrive 4; e così degli altri. II. Che li numeri, li quali ſono fra nove, e cento ſi ſcrivono con due de' caratteri ſemplici combinati inſieme debitamente; per eſempio quarantaſei ſi ſcrive 46; ottantaquattro ſi ſcrive 84: trenta ſi ſcrive 30; e così di tutti gli altri. III. che li numeri, che ſono fra novantanove, e mille ſi ſcrivono con tre figure combinate inſieme debitamente; come dugento trenta quattro ſi ſcrive 234; quattrocento ſeſſanta ſi ſcrive 460; ottocento, e tre ſi ſcrive

* *num.* 2

Modo di profferire, e di ſcrivere qualſivoglia numero.

803; dugento ſi ſcrive 200, e così degli altri. IV. Che li numeri, li quali ſono fra novecento novantanove, e diece mila ſi ſcrivono con quattro figure combinate inſieme debitamente. V. che li numeri, li quali ſono fra novemila novecento novantanove e cento mila ſi ſcrivono con cinque figure combinate debitamente inſieme. VI che li numeri, li quali ſono fra novantanove mila novecento novantanove, ed un milione ſi ſcrivono con ſei figure. VII. Finalmente, che il milione richiede * ſette figure; che il bilione ne richiede tredici; che il trilione ne richiede diciannove; che il quatrilione ne richiede venticinque, e così all'infinito.

* num. 11

XIX.

Del rimanente queſte noſtre Iſtituzioni Aritmetiche ſaranno da noi compartite in *quattro* Sezioni. La *prima* Sezione comprenderà le quattro operazioni accennate nel principio * di queſta introduzione, vale a dire il Sommare, il Sottrarre, il Moltiplicare, ed il Partire ne' numeri intieri. La *ſeconda* abbraccerà le medeſime operazioni ne' numeri rotti. La *terza* tratterà dell'uſo delle ſuddette operazioni nella ſoluzione di varie queſtioni. E finalmente la *quarta* parlerà dell'eſtrazione delle radici così quadrate, come cubiche.

* num. 1

SE-

SEZIONE PRIMA

Ove ſono ſpiegate le regole da praticarſi nel ſommare, ſottrarre, moltiplicare, e partire li numeri intieri.

SEZIONE I. *Del Sommare, ſottrarre, moltiplicare, &c.*

XX.

È Notiſſima la diviſione de' numeri in *intieri*, e *rotti*. Chiamanſi numeri intieri quelli, che ſono miſurati dall'unità eſattamente: tali ſono li numeri 23, 148, 6382, &c. Chiamanſi rotti quelli, li quali ſono minori dell'unità; come la mettà d'un zecchino, che, ſiccome ſi dirà a ſuo luogo, ſi ſcrive così $\frac{1}{2}$; il quarto d'un giulio, che ſi ſcrive così $\frac{1}{4}$. Ma a queſte due ſorte di numeri fa duopo aggiugner' la terza di quelli, che ſono parte intieri, e parte rotti; come ſarebbe ventiſei zecchini e mezzo, che ſi ſcrive così $26\frac{1}{2}$; ovvero dugento vent'otto giulj ed un quarto, che ſi ſcrive così $228\frac{1}{4}$. In queſta *Sezione* adunque ſono ſolamente ſpiegate le regole, che ſi debbono praticare nel ſommare, ſottrarre, moltiplicare, e partire li numeri intieri; imperciocche per quanto ſi appartiene a' rotti, ed a que' numeri, che ſono parte intieri, e parte rotti, di eſſi ſi parlerà nella *Sezione* ſeguente.

Cap. I. *Del Sommare.*

CAPO PRIMO.

Del Sommare.

XXI.

SOmmare non è altro, che *unire in un ſol numero maggiore piu numeri minori*; ovvero *non è altro, che di piu ſomme minori farne una maggiore*; come per eſempio de' numeri 34, e 45 farne la ſomma 79: e de' numeri 145, 48, e 486 farne la ſomma 679. In queſta operazione fa duopo diſtinguere due caſi. Il *primo* caſo è quando tutti li numeri propoſti a ſommarſi ſono di coſe dell'iſteſſa ſpecie: come per eſempio tutti zecchini, tutti giulj, tutti docati, &c. L'*altro* caſo è quando li numeri, li quali ſi anno da ſommare, non eſprimono coſe di una ſola ſpecie, ma diſegnano coſe di ſpecie diverſe; come docati, carlini, e grana; ovvero cantaja, rotola, libre, ed oncie.

Eſame del primo Caſo.

XXII.

NEl *primo* caſo fa duopo oſſervare le tre regole ſeguenti. La prima regola è di *ſcrivere l'un numero ſotto l'altro con queſta legge, che le unità corriſpondano alle* *unità*; *le diecine alle diecine*; *le centinaja alle centinaja*; *le migliaja alle migliaja*, *&c.* come ſi vede praticato ne' due ſoſcritti eſempj;

283245	48632
278324	456
563248	4832
632485	48
273254	5

ne' quali le figure, che anno il medeſimo valore locale, ſono poſte l'una ſotto l'altra. La ſeconda regola è di *unire in una ſomma primieramente tutte le unità*; *indi tutte le diecine*; *poi tutte le centinaja*; *dopo tutte le migliaja*, *&c.* Finalmente la terza regola è queſta di *ſcrivere ſotto le unità la ſomma di tutte le unità*; *ſotto le diecine la ſomma di tutte le diecine*; *ſotto le centinaja la ſomma di tutte le centinaja*; *ſotto le migliaja la ſomma di tutte le migliaja*, *&c.*

XXIII.

Ma ſi vuol avere queſta avvertenza, che ſe mai la ſomma delle unità oltrappaſſaſſe 9, l'una, o le piu diecine contenute nella ſuddetta ſomma ſi debbano ſerbare per la ſomma ſeguente delle diecine, e nel luogo delle unità ſi debbano notare ſolamente le unità ſoverchiate, ſe pur ne ſono ſoverchiate. E ſimilmente ſe la ſomma delle diecine oltrap-

Cap. I. *Del Sommare.*

paſſaſſe 9, l'uno, o le piu centinaja contenute nella ſuddetta ſomma ſi debbano ſerbare per la ſomma ſeguente delle centinaja, e nel luogo delle diecine ſi debbano ſolo notare le diecine ſoverchiate, ſe pur ne ſono ſoverchiate. E così pure ſe la ſomma delle centinaja oltrappaſſaſſe 9, l'uno, e le piu migliaja contenute nella ſuddetta ſomma ſi debbano ſerbare per la ſomma ſeguente delle migliaja, e nel luogo delle centinaja, ſi debbano ſolo notare le centinaja ſoverchiate, ſe pur ne ſono ſoverchiate. E l'iſteſſa avvertenza ſi uſerà nel ſommar' le migliaja, le diecine di migliaja, &c. Nel caſo poi che non ſoverchiaſſero o unità, o diecine, o centinaja alcune, in cal caſo ſi dovrà mettere ne' ſudetti luoghi un o, che tanto vale, quanto nulla.

XXIV.

Applicando ora queſte regole agli eſempj già addotti troveremo, che la ſomma de' cinque numeri del primo eſempio, il quale fu queſto, che ſiegue

283245
278324
563248
632485
273254

2030556

ſia

ſia 2030556, vale a dire *due milioni, trentamila cinquecento cinquantaſei*: e che la ſomma de'cinque altri del ſecondo eſempio, il quale fu queſt'altro

```
48632
  456
 4832
   48
    5
-----
53973
```

ſia 53973; vale a dire *cinquantatre mila, novecento ſettantatre*: ed ecco come.

XXV.

Nel primo eſempio tutte le unità, che ſono 5.4.8.5, e 4 accoppiate inſieme compongono la ſomma 26, nella quale ci ſono due diecine, e ſoverchiano ſei unità; ſicche mettendo * le due diecine a parte, per doverle aggiugnere alla ſomma ſeguente delle diecine, ſi ſcriveranno * nel luogo delle unità, vale a dire nel primo luogo, le 6 unità ſoverchiate. Nell'iſteſso primo eſempio tutte le diecine, che ſono 4. 2. 4. 8 e 5 inſieme colle due già ſerbate, e ricavate dalla ſomma delle unità ſono 25; dove oltre due centinaja ſoverchiano cinque diecine; ſicche mettendo le due centinaja a parte per doverle aggiugnere alla ſomma ſeguente delle centinaja, ſi ſcriveranno nel

* *num.* 23

* *num.* 22

luogo delle diecine, vale a dire nel ſecondo luogo, le diecine ſoverchiate, che ſono 5. In oltre nell'iſteſſo eſempio tutte le centinaja, che ſono 2. 3. 2. 4, e 2 inſieme colle due meſſe a parte, e ricavate dalla ſomma delle diecine ſono quindici, dove, oltre un migliajo, ſoverchiano cinque centinaja; ſicche mettendo il migliajo da parte per doverlo aggiugnere alla ſomma ſeguente delle migliaja, la quale ſomma è 19, ſi ſcriveranno nel luogo delle centinaja le 5 centinaja ſoverchiate. E perche nel luogo ſeguente la ſomma delle migliaja inſieme col migliajo meſſo a parte è 20, e per conſeguente, oltre di due diecine di migliaja, non ci ſoverchiano alcune migliaja, ſi ſcriverà* o nel quarto luogo, e le due diecine di migliaja ſi ſerberanno per lo luogo ſeguente; e così procedendo innanzi in queſto eſempio, e poi facendo l'iſteſſo nell'altro ſi troverà, che le ſomme de' numeri dell'uno, e dell'altro eſempio ſiano quelle iſteſſe, che da noi quì ſopra ſono ſtate additate.

* *num.* 23

XXVI.

Se tra le figure, che coſtituiſcono li numeri propoſti a ſommarſi, vi ſono framiſchiati de' zeri, di eſſi non ſi terrà conto alcuno nell'iſtruire le ſomme particolari delle unità, diecine, centinaja, migliaja, &c. E la ragione è queſta, che i zeri non anno

alcun

alcun valore ne *ſemplice*, ne *locale*, intendendo per valore ſemplice *quello che anno le figure da per loro medeſime** *ſenza badare all'accoppiamento di eſſe coll'altre* ; e per valore locale *quello che acquiſtano a riguardo del luogo , nel quale* * *ſono ſituate* . Così nell'eſempio che ſiegue , dove fra le figure ſignificanti vi ſono tramiſchiati de' zeri.

* *num.* 2

* *num.* 6

```
 234030
 486340
 563280
 403040
 630450
────────
2317140
```

la ſomma è 2317140 , vale a dire *due milioni* , *trecento e diciaſſette mila* , *cento e quaranta*.

Eſame dell'altro Caſo.

XXVII.

NEll'*altro* caſo, oltre delle tre * ſuddette regole, ſi vogliono ancora oſſervare le due ſeguenti. La prima è di *ſeparare per via di punti li numeri, che ſono d'una ſpecie da quelli , che ſono d'un'altra ſpecie* : come per eſempio, trattandoſi di monete, i *docati* da' *tarì*, e queſti dalle *grana*: e, trattandoſi di peſi, ſeparare le *cantaja* dalle *rotola* , e

* *num.* 22

queſte dalle *libre*, e queſte dalle *oncie*; così che ſi vede praticato ne' tre eſempj, che ſieguono, il primo de' quali è di *docati*, *tarì*, e *grana*; il ſecondo è di *docati*, e *grana*; il terzo è di *cantaja*, *rotola*, *libre*, ed *oncie*.

32.	4.	19	156.	99	42.	99.	2.	11
48.	2.	12	364.	39	13.	44.	1.	10
56.	0.	8	483.	24	16.	23.	1.	8.
24.	1.	16	784.	33	48.	2.	0.	0.

ne' quali eſempj non ſolamente veggonſi ſeparati gli uni dagli altri i numeri, che eſprimono ſpecie diverſe, ma eziandio quelli, che ſono dell'iſteſsa ſpecie, ſono poſti l'uno ſotto l'altro.

XXVIII.

L'altra regola è di *tenere ſempre innanzi agli occhi il rapporto di ciaſcuna ſpecie colla ſua antecedente, per potere ben regolare ciocche ſi deve ſerbare per lo luogo della ſpecie ſeguente, e ciocche ſi deve ſcrivere nel luogo della ſpecie già ſommata*: vale a dire, dovendoſi ſommar monete, come nel primo, e ſecondo eſempio, fa duopo ſempre ricordarſi che *venti grana* compongono un *tarì*; e che *cinque tarì* compongono un *docato*. Di più che *cento grana* compongono parimente un *docato*. E dovendoſi ſommare peſi di varie ſpecie, come nel terzo eſempio, fa duopo avere a memoria,

che

che *dodici oncie* compongono una *libra*; e che *tre libre* compongono un *rotolo*; e che finalmente *cento rotola* compongono un *cantajo*.

XXIX.

Queſta ſeconda regola ne comprende un' altra, la quale non tanto riguarda il ſommare, quanto lo ſcrivere bene i numeri di ciaſcuna ſpecie; ed è che *nel luogo di ciaſcuna ſpecie non ſi debba mai metter tanto, che poſſa formarſene una, o piu coſe della ſpecie ſeguente*. Come nel primo eſempio, nel luogo delle *grana* non ſi può ſcrivere piu di 19; imperciocche 20 *grana* già compongono un *tarì*, il quale ſi dovrebbe far paſſare nel luogo ſeguente de' *tarì*. E nel luogo de' *tarì* non ſi può ſcrivere piu di 4: perche 5 *tarì* già compongono un *docato*, il quale ſi dovrebbe far paſſare nel luogo ſeguente de' *docati*. E nel ſecondo eſempio nel luogo delle *grana* non ſi può ſcrivere piu di 99; perche 100 *grana* già fanno un *docato*, e per conſeguente egli appartiene alla ſpecie ſeguente de' docati. E finalmente nel terzo eſempio nel luogo delle *oncie* non ſi può ſcrivere piu di 11; perche 12 *oncie* già fanno una *libra*, la quale appartiene alla ſpecie ſeguente. E nel luogo delle *libre* non ſi può ſcrivere piu di 2; perche tre *libre* gia fanno un *rotolo*, il quale ap-

Cap. I. *Del Sommare.*

appartiene alla ſpecie ſeguente. E nel luogo delle *rotola* non ſi puo ſcrivere piu di 99; perche 100 *rotola* gia fanno un *cantajo*, che appartiene alla ſpecie ſeguente.

XXX.

Chi dunque, trattandoſi di monete, ſcriveſſe 13. 12. 23. vale a dire tredici *docati*, dodici *tarì*, e ventitre *grana*, ſcriverebbe molto ſconciamente, e ſi dovrebbe emendar così 15. 3. 3; cioè quindici *docati*, tre *tarì*, e tre *grana*. Similmente trattandoſi di peſi, chi ſcriveſſe 49. 312. 8. 13; vale a dire quarantanove *cantaja*, trecento e dodici *rotola*, otto *libre*, e tredici *oncie*, ſcriverebbe molto inettamente, e ſi dovrebbe emendare così 52. 15. 0. 1. cio è cinquantadue *cantaja*, quindici *rotola*, ed un' *oncia*; cio che vale il medeſimo.

XXXI.

Applicando ora ciocche ſi è detto agli eſempj già addotti troveremo, che la ſomma de' quattro numeri del primo eſempio, il quale fu queſto, che ſiegue

32. 4. 19
48. 2. 12
56. 0. 8
24. 1. 16

---

161. 4 15

ſia 161. 4. 15, vale a dire cento ſeſſantuno *docati*, quattro *tarì*, e quindici *grana*: che la ſomma de' quattro altri del ſecondo eſempio, il quale fu queſt'altro

156. 99
364. 39
483. 24
784. 33

1788. 95

ſia 1788. 95, vale a dire mille ſettecento ottant'otto *docati*, e novantacinque *grana*; E finalmente che la ſomma de' quattro numeri dell'ultimo eſempio, il quale fu queſto

42. 99. 2. 11
13. 44. 1. 10
16. 23. 1. 8
48. 2. 0. 0

120. 70. 0. 5

ſia 120. 70. 0. 5, vale a dire cento venti *cantaja*, ſettanta *rotola*, e cinque *oncie*: ed ecco come.

XXXII.

Nel primo eſempio le unità delle grana, che ſono 9. 2. 8, e 6 accoppiate inſieme compongono il numero 25, nel quale ci ſono due diecine, vale a dire due *carlini*, e ſoverchiano* cinque unità, vale a dire cinque *grana*: ſicche mettendo i due *carlini* a parte per doverli aggiugnere alla ſomma ſeguente

* *num.* 28

delle

Innocente Baccanello

delle diecine, che diſegnano *carlini*, ſi ſcriveranno nel luogo delle *grana*, vale a dire nel primo luogo, le cinque *grana* ſoverchiate. Nell'iſteſſo primo eſempio i *carlini* ſono 3, a' quali aggiugnendo i due meſſi in diſparte, ſi fa la ſomma 5; nella quale oltre due *tarì* ſoverchia un *carlino*: ſicche mettendo i due *tarì* a parte per doverli aggiugnere alla ſomma ſeguente de' *tarì*, ſi ſcriverà nel luogo de' *carlini*, vale a dire nel ſecondo luogo delle *grana*, il *carlino* ſoverchiato. In oltre i *tarì*, che ſono 4.2.0,ed 1, inſieme co' due meſſi in diſparte fanno la ſomma di nove *tarì*, nella quale, oltre un *docato* compiuto, ſoverchiano quattro *tarì*; ſicche mettendo il *docato* compiuto in diſparte, per doverlo aggiugnere alla ſomma ſeguente di venti *docati*, ſi ſcriveranno nel luogo de' *tarì* i quattro *tarì* ſoverchiati: e dell'iſteſſo tenore operando così in queſto eſempio, come negli altri due, ſi troverà che le ſomme de' numeri di tutti tre gli eſempj ſiano quelle medeſime, le quali ſono ſtate quì ſopra da noi additate.

CA-

CAPO SECONDO.

Cap. II. Del Sottrarre.

Del Sottrarre.

XXXIII.

S*Ottrarre* non è altro, che *ritrovare la differenza di due numeri diſeguali*: ovvero non è altro, che *da una ſomma maggiore toglierne un'altra minore*; come per eſempio da 83 *zecchini* toglierne 41, per ſapere che l'avanzo ſia 42; e da 1023 toglierne 694, per ſapere che l'avanzo ſia 329. In queſta operazione ancora fa duopo diſtinguere due caſi. Il *primo* caſo è, quando li due numeri, de' quali ſi cerca ſapere la differenza, ſono entrambi di coſe dell'iſteſſa ſpecie, per eſempio tutti *zecchini*, o *giulj*, o *docati*, o *grana*, &c. L'*altro* caſo è, quando li due numeri, de' quali ſi vuol ſapere la differenza, non ſono dell'iſteſſa ſpecie; ma contengono ſpecie diverſe, come *docati*, *carlini*, e *grana*; o pure *cantaja*, *rotola*, *libre*, ed *oncie*.

Eſame del primo Caſo.

XXXIV.

NEl primo caſo fa duopo oſſervare le tre regole ſeguenti. La prima regola è *di*

ſcri-

Cap. II. Del Sottrarre.

ſcrivere l'un numero ſotto l'altro, cio è il minore ſotto il maggiore; con queſta legge, che le unità dell' uno corriſpondano alle unità dell'altro; le diecine alle diecine; le centinaja alle centinaja; le migliaja alle migliaja, &c. come ſi vede praticato ne' due eſempj, che ſieguono.

865432	63254
784812	843

ne' quali le figure, che anno il medeſimo valore locale, ſono poſte l'una ſotto l'altra, e di più il numero minore è ſoſcritto al maggiore. La ſeconda regola è, di *ſottrarre primieramente le unità del numero inferiore dalle unità del numero ſuperiore; e poi le diecine dalle diecine; indi le centinaja dalle centinaja; dopo le migliaja dalle migliaja, &c.* Finalmente la terza regola è, di *ſcrivere ſotto le unità l'avanzo delle unità; ſotto le diecine l'avanzo delle diecine; ſotto le centinaje l'avanzo delle centinaja, ſotto le migliaja l'avanzo delle migliaja, &c.*

XXXV.

Ma ſi vuole nella ſeconda delle tre regole ora addotte avere queſta avvertenza, che ſe mai le unità del numero ſuperiore foſſero minori di numero dell'unità dell'inferiore, così che non poteſſe farſi la ſottrazione, ſi abbia da prendere una diecina dal luogo

ſe-

Cap. II. *Del Sottrarre.*

ſeguente delle diecine, e riſoluta in diece unità aggiungerla alle unità del numero ſuperiore, dalle quali così accreſciute ſe ne toglieranno poi le unità dell' inferiore. Ma biſogna in tal caſo ricordarſi di minuire le diecine ſeguenti del numero ſuperiore di 1, che ſi è dato alle unità dell'iſteſſo numero, acciò poteſſe farſi la ſottrazione. Similmente ſe le diecine del numero ſuperiore foſſero minori di numero delle diecine dell'inferiore, così che non poteſſe farſi la ſottrazione, ſi dovrà prendere un centinajo dal luogo ſeguente delle centinaja, e riſoluto in diece diecine aggiugnerlo alle diecine del numero ſuperiore, dalle quali così accreſciute ſe ne toglieranno poi le diecine dell'inferiore. E quì biſogna pur ricordarſi di minuire le centinaja ſeguenti di 1, che ſi è dato alle diecine, acciò poteſſe farſi la ſottrazione. E così ancora ſe le centinaja del numero ſuperiore foſſero minori di numero delle centinaja dell' inferiore, così che non poteſſe farſi la ſottrazione, in tal caſo ſi dovrà prendere un migliajo dal luogo ſeguente delle migliaja, e riſoluto in diece centinaja ſi dovrà aggiugnere alle centinaja del numero ſuperiore, dalle quali così accreſciute ſe ne toglieranno poi le centinaja dell'inferiore: Dove biſogna eziandiò ricordarſi di minuire le migliaja del numero ſuperiore di 1, che è ſtato dato alle centinaja antecedenti, acciò poteſſe farſi la ſottrazione; qual metodo ſi praticherà ancora negli altri luoghi, che diſegnano diecine di migliaja, centinaja di migliaja, milioni, &c.

XXXVI.

Applicando ora coteſte regole agli eſempj addotti di ſopra, troveremo, che nel primo eſempio, il quale fu queſto

$$\begin{array}{r} 865432 \\ 784812 \\ \hline 80620 \end{array}$$

l'avanzo della ſottrazione, ovvero la differenza de' due numeri 865432, e 784812 ſia 80620, vale a dire *ottanta mila, ſeicento venti*: e nel ſecondo eſempio, il quale fu queſt'altro

$$\begin{array}{r} 63254 \\ 845 \\ \hline 62409 \end{array}$$

l'avanzo della ſottrazione, ovvero la differenza de' due numeri 63254, e 845 ſia 62409, vale a dire *ſeſſantadue mila, quattrocento e nove*. Ed ecco come.

XXXVII.

Nel primo eſempio da due unità togliendone due unità, avanza nulla; onde ſi deve ve ſcrivere * 0 nel luogo delle unità, cioè nel primo luogo. Nell'iſteſſo eſempio da tre diecine levandone una diecina ſola avanzano due diecine; ſicche ſi deve ſcrivere 2 nel ſecondo luogo. Poi perche da quattro centinaja non ſi poſſono ſottrarre otto centinaja, fa duopo prendere * un migliajo dalle cinque migliaja ſeguenti, le quali per queſto ſi ridurranno a quattro: e queſto migliajo riſoluto in diece centinaja biſogna aggiugnerlo alle ſuddette quattro centinaja, le quali diventeranno per tale accreſcimento quattordici. Fatto cio da quattordici centinaja ſi ſottrarranno le ſuddette otto centinaja, e l'avanzo 6 ſi ſcriverà nel terzo luogo. Poi paſſando alle migliaja ſi metterà 0 nel luogo loro; perche togliendo le quattro migliaja del numero inferiore dalle quattro del ſuperiore, (che, come ora è ſtato detto, tante rimangono) non avanza coſa alcuna. Ed operando dell'iſteſſo tenore così nel rimanente di queſto eſempio, come nell'altro, ſi troverà che gli avanzi nell'uno eſempio e nell'altro ſono quegl'iſteſſi, li quali ſono ſtati da noi additati. In tanto, per compendio di queſta operazione, ſi deve avere a memoria queſto precetto, *che dovunque non ſi può fare la ſottrazione* (per eſſere la figura ſuperiore minore dell'inferiore) *debbaſi la ſuddetta figura ſuperiore accre-*

* *num.* 34

* *num.* 35

Cap. II. Del Sottrarre.

* num. 6, e 17

accreſcere di diece, e la ſeguente debba ſcemarſi di uno ; e la ragione ſi è , che ogni unità nel luogo ſuo diſegna*diece volte piu di quello, che ella diſegnerebbe ſe foſſe promoſſa nel luogo antecedente.

XXXVIII.

Ove fra le figure de' due numeri ſuperiore, ed inferiore s'incontrino uno,o più zeri, nel far' la ſottrazione , fa duopo ricordarſi de'tre precetti ſeguenti. I. ***Ne' luoghi corriſpondenti a quelli , dove ci è zero nel numero inferiore, fa duopo ſcrivere le figure iſteſſe del numero ſuperiore corriſpondenti a' detti zeri*** ; come quelle , che non patiſcono per la ſottrazione di zero diminuzione alcuna . Imperciocche da un numero di unità , o diecine , o centinaja , o migliaja , &c. ſottraendone zero , vale a dire neſſuna unità , o diecina, o centinajo, o migliajo , l'avanzo ſarà l'iſteſſo numero in queſtione : come ſi vede in queſto eſempio:

$$\begin{array}{r} 804563 \\ 402080 \\ \hline 402483 \end{array}$$

dove dal numero 804563 ſottraendone il numero 402080, l'avanzo è 402483. II. ***In qualunque luogo del numero ſuperiore , che vi ſia zero, quando nel luogo antecedente puo farſi la ſottrazione ſenza che ſia neceſſario***

pren-

prendere una unità dal ſuddetto luogo ſeguente, allora il zero ſi conterà per una diecina, e la figura ſeguente ſi ſcemerà di una unità; ma ſe nel luogo antecedente non può farſi la ſottrazione, per eſsere la cifra ſuperiore minore dell'inferiore; in tal caſo il zero ſi conterà per 9, e la figura ſeguente ſi ſcemerà pure di una unità, come ſi vede in queſto eſempio.

7830403040
6438201683
―――――――
1392201357

E III. finalmente, *ſe nel numero ſuperiore s'incontrano l'un dopo l'altro più zeri, tutti quelli, che ſono dopo il primo a man' deſtra ſi conteranno per 9, e la figura ſeguente ſi ſcemerà di una unità; ma il primo zero alcune volte ſi conterà per diece, altre volte per 9; cio è ſi conterà per diece, quando nel luogo antecedente ſi è fatta la ſottrazione ſenza la neceſſità di pigliare una unità dal luogo ſeguente; ma ſi conterà per 9, quando non ſi è potuta fare la ſottrazione; per eſsere ſtata la cifra ſuperiore minore dell'inferiore*; ciocche ſi vede praticato nell'eſempio ſeguente.

8000045000320004
2530436458143845
―――――――
5469608542176159

Eſa

Eſame dell'altro Caſo.

XXXIX.

NEll'altro caſo, oltre delle tre ſuddette regole, ſi vogliono ancora oſſervare le due ſeguenti. La prima è *di ſeparare per via di punti li numeri, che ſono di una ſpecie da quelli, che ſono di un'altra ſpecie*: come per eſempio, trattandoſi di monete, ſeparare i *docati* da' *tarì*, e queſti dalle *grana*. E trattandoſi di peſi, ſeparare le *cantaja* dalle *rotola*, e queſte dalle *libre*, e queſte dall'*oncie*; così che vedeſi praticato ne' tre eſempj, che ſieguono, il primo de' quali è di *docati*, *tarì*, e *grana*; il ſecondo è di *docati*, e *grana*; il terzo è di *cantaja*, *rotola*, *libre*, ed *oncie*,

93. 2. 12	183. 36	62. 44. 2. 8
42. 3. 19	48. 54	13. 18. 2. 10

ne' quali eſempj non ſolamente veggonſi ſeparati gli uni dagli altri i numeri, che eſprimono ſpecie diverſe, ma eziandio quelli, che ſono dell'iſteſſa ſpecie ſono ſcritti l'uno ſotto l'altro. L'altra regola è di *tenere ſempre innanzi agli occhi il rapporto di ciaſcuna ſpecie colla ſua antecedente, per potere ben regolare la riſoluzione dell'unità pigliata dal luogo antecedente, quando*

il

il biſogno il richiede: vale a dire, dovendoſi ſottrarre monete di varie ſpecie da monete eziandio di varie ſpecie, come accade nel primo, e nel ſecondo eſempio, fa duopo ſempre ricordarſi, che *venti grana* compongono un *tarì*; e che *cinque tarì* compongono un *docato*; di piu che *cento grana* compongono parimente un *docato*. E dovendoſi ſottrarre peſi di varie ſpecie da peſi eziandio di varie ſpecie, come accade nel terzo eſempio, fa duopo avere a memoria, che *dodici oncie* compongono una *libra*; e che *tre libre* compongono un *rotolo*; e che finalmente *cento rotola* compongono un *cantajo*.

XL.

Queſta ſeconda regola ne comprende un' altra, la quale non tanto riguarda il ſottrarre, quanto lo ſcriver bene i numeri di ciaſcuna ſpecie; ed è che *nel luogo di ciaſcuna ſpecie non ſi debba mai metter tanto, che poſſa formarſene una, o piu coſe della ſpecie ſeguente*. Come per eſempio trattandoſi di *docati*, *tarì*, e *grana*, come nel primo eſempio, nel luogo delle *grana* non ſi puo ſcrivere piu di 19; imperciocche 20 *grana* già compongono un *tarì*, il quale ſi dovrebbe far paſſare nel luogo della ſpecie ſeguente, dove ſono notati i *tarì*; nel luogo de' *tarì* non ſi può ſcrivere piu

Cap. II. *Del Sottrarre.*

di 4; perche 5 *tarì* già compongono un *docato*, il quale ſi dovrebbe far paſſare nel luogo ſeguente de' *docati*. E trattandoſi di *docati*, e di *grana*, come nel ſecondo eſempio, nel luogo delle *grana* non ſi puo ſcrivere piu di 99; perche 100 *grana* gia fanno un *docato*, e per conſeguente egli appartiene alla ſpecie ſeguente de' *docati*. E finalmente trattandoſi di peſi di varie ſorte, come nel terzo eſempio, nel luogo delle *oncie* non ſi puo ſcrivere piu di 11; perche 12 *oncie* già fanno una *libra*, la quale appartiene alla ſpecie ſeguente; e nel luogo delle *libre* non ſi puo ſcrivere piu di 2; perche tre *libre* già fanno un *rotolo*, il quale appartiene alla ſpecie ſeguente; e nel luogo delle *rotola* non ſi puo ſcrivere piu di 99, perche 100 *rotola* già fanno un *cantajo*, che appartiene alle ſpecie ſeguente.

XLI.

Applicando ora ciocche ſi è detto agli eſempj già addotti troveremo, che l'avanzo della ſottrazione nel primo eſempio, il quale fu queſto, che ſiegue

93. 2. 12
42. 3. 19
———————
50. 3. 13

ſia 50. 3. 13, vale a dire cinquanta *docati*, tre *tarì*, e tredici *grana*. Che l'avanzo della la ſottrazione nel ſecondo eſempio, il quale fu queſt'altro

183. 36
48. 54

134. 82

ſia 134. 82, vale a dire cento trentaquattro *docati*, ed ottantadue *grana*. E finalmente che l'avanzo della ſottrazione nell' ultimo eſempio, che fu queſto

62. 44. 2. 8
13. 18. 2. 10

49. 25. 2. 10

ſia 49. 25. 2. 10, vale a dire quarantanove *cantaja*, venticinque *rotola*, due *libre*, e diece *oncie*: ed ecco come.

XLII.

Nel primo eſempio non potendoſi ſottrarre 19 *grana* da 12 *grana*, ſi deve far ricorſo* al luogo ſeguente de' *tarì*, dal qual luogo preſo un *tarì*, e riſolutolo in 20 *grana*, fa duopo aggiugnerlo alle 12 *grana* antecedenti. Cio fatto dalla ſomma 32 ſi ſottrarranno le ſudette 19 *grana*, e l'avanzo 13 ſi ſcriverà* nel luogo delle *grana*. Nell' iſteſſo primo eſempio non potendoſi ſottrarre 3 *tarì* da 1 *tarì* (che l'altro *tarì* fu adoperato nella ſottrazione delle grana) ſi deve far ricorſo al luogo ſeguente de' *doca-*

* *num.* 35. e 40

* *num.* 34

ti, dal qual luogo preſo un *docato*, e riſolutolo in 5 *tarì*, fa duopo aggiugnerlo all' 1 tarì, che ſiegue. Ciò fatto dalla ſomma 6 ſi ſottrarranno li ſudetti 3 *tarì*, e l'avanzo 3 ſi ſcriverà nel luogo de' *tarì*; e dell' iſteſſo tenore operando così in queſto eſempio, come negli altri due, ſi troverà che gli avanzi della ſottrazione in tutti tre gli eſempj ſiano quelli medeſimi, che ſono ſtati da noi quì ſopra additati.

CAPO TERZO.

Eſame del Sommare, e del Sottrarre.

XLIII.

DImoſtrate le regole, che ſi debbono oſſervare nel *ſommare*, e nel *ſottrarre* i numeri intieri, è neceſſario ora dimoſtrare, come queſte due operazioni ſi poſſano eſaminare; ciocche ſi dice volgarmente *far la pruova*. *Eſaminare* un'operazione aritmetica non è altro, *che vedere ſe per avventura in quella operazione vi ſiano incorſi errori alcuni*; imperciocche neſſuna coſa è tanto facile, quanto l'errare ne' conti: ciocche eſſendo ben noto per iſperienza agli *Aritmetici*, anno eſſi inventate le *pruove*, o ſiano gli *eſami*, co' quali ciaſcuno poſſa accorgerſi, ſe egli ha bene, o male operato.

XLIV. Con-

XLIV.

CAP. III. *Eſame del Sommare, e Sottrarre.*

Conviene dunque ſapere, che il *ſommare*, ed il *ſottrarre* ſono due operazioni, le quali ſi eſaminano vicendevolmente; cioè l'una per mezzo dell'altra; vale a dire il *ſommare* per lo *ſottrarre*, e vice verſa il *ſottrarre* per lo *ſommare*. Queſta fu la cagione, perche nel *Capo primo*, dove ſi parlò del *ſommare*, io non feci motto alcuno del ſuo eſame; come quello che dipendeva dal [illegible]*rarre*, la quale operazione non era ſtata ancora ſpiegata: onde mi riſerbai di parlare in un *Capo* a parte, che è queſto *terzo*, dell'eſame dell'una, e dell'altra operazione.

XLV.

Il *ſommare* ſi eſamina per mezzo del *ſottrarre* in tal modo. *Dopo che tutti i numeri propoſti ad eſſere ſommati ſono ſtati uniti in un ſolo, fa duopo tirare una linea diritta fra il primo, ed il ſecondo de' ſuddetti numeri, acciocche l'iſteſſo primo reſti diviſo da tutti gli altri. Poi biſogna tornare a ſommare queſti numeri così ſeparati dal primo, e ſcrivere la loro ſomma ſotto la ſomma di tutti, cioè ſotto quella ſomma, la quale ſi vuol eſaminare ſe ſia giuſta o nò. Finalmente da queſta ſomma ſi ſottrarrà l'altra ſomma, vale a dire dalla ſomma di tutti i numeri propoſti a ſommarſi ſi ſot-*

trar-

CAP. III.
Eſame del Sommare, e Sottrarre.

trarrà la ſomma degl'iſteſſi, detrattone il primo; e ſe l'avanzo è giuſtamente il numero ſeparato, non ſi sarà errato nel ſommare; ſe ci ſi trova qualche divario, ſi ſarà commeſſo qualche errore, e biſognerà rifare l'operazione da capo.

XLVI.

Come per eſempio dovendoſi eſaminare ſe il numero 255138 ſia la vera ſomma de' numeri 86403, 54380, 46035, e 68320, ſi farà così, ſi tirerà primieramente una linea diritta fra il primo numero 86403, ed il ſecondo 54380, ſiccome ſi vede quì ſotto.

86403

54380
46035
68320

255138
168735

. 86403

Separato in tal modo il primo numero dagli altri tre, ſi uniranno queſti tre in una ſomma 168735, la quale ſi ſcriverà ſotto la ſomma 255138 di tutti quattro i numeri, la qual ſomma ſi vuol eſaminare ſe ſia giuſta, o nò. Finalmente dalla ſomma di tutti quattro i numeri ſi ſottrarrà la ſom-

ma

ma de' tre ; vale a dire dal numero 255138 ſi ſottrarrà il numero 168735 , a vedere ſe l'avanzo ſia giuſtamente il numero 86403 meſſo in diſparte; e perche tanto appunto ſi trova eſsere l'avanzo nel propoſto eſempio , ſi conchiuderà , che il numero 255138 ſia la vera ſomma de' quattro propoſti numeri 86403 , 54380 , 46035 , e 68320 ; e che per conſeguente non ſi ſia errato nel ſommare.

Cap. III. *Eſame del Sommare, e Sottrarre.*

XLVII.

Similmente dovendoſi eſaminare, ſe 591 *cantaja*, 23 *rotola*, 1 *libra*, e 10 *oncie* ſia la vera ſomma de' tre numeri quì ſoſcritti , che eſprimono parimente *cantaja* , *rotola* , *libre*, ed *oncie*.

143.	22.	2.	8
284.	88.	1.	4
163.	12.	0.	10
591.	23.	1.	10
448.	00.	2.	2
143.	22.	2.	8

ſi tirerà una linea diritta fra il primo numero,ed il ſecondo per ſepararlo dagli altri due . Dopo queſti due altri ſi ſommeranno inſieme , e la loro ſomma 448. 0. 2. 2 ſi ſcriverà ſotto la ſomma di tutti tre,la qual ſom-

Cap. III. *Eſame del Sommare, e Sottrarre.*

ſomma ſi vuol eſaminare ſe ſia giuſta, o nò. Finalmente dalla ſomma di tutti tre i numeri ſi ſottrarrà la ſomma de' due; vale a dire da 591.23.1.10 ſi ſottrarrà 448.0.2.2, a vedere ſe l'avanzo ſia il numero 143.22.2.8 meſſo in diſparte dagli altri; e perche tanto appunto ſi trova che ſia, ne ſiegue, che il numero 591. 23. 1.10 ſia la vera ſomma de' tre propoſti in queſto ſecondo eſempio; e che per conſeguente non ſi ſia errato nel ſommare.

XLVIII.

Siccome il *ſommare* ſi eſamina per mezzo del ſottrarre; così viceverſa il *ſottrarre* ſi eſamina per mezzo del *ſommare*: ciocche ſi fa in tal modo. *Dopo che la ſottrazione è compita, e ſi è ritrovata la differenza de' due numeri diſegnali, fa duopo aggiungere coteſta differenza al minore di eſſi, vale a dire al numero inferiore, a vedere ſe la ſomma rieſca eguale al maggiore de' due ſuddetti numeri; vale a dire al numero ſuperiore; imperciocche nel caſo che riuſciſſe eguale, non ſi ſarà errato nella ſottrazione; ma ſe ci ſi ritrova qualche divario, ſi ſarà commeſſo qualche errore, e per conſeguente biſognerà rifare da capo tutta l'operazione.*

XLIX.

Come dovendoſi eſaminare ſe nell'eſem-

Cap. III.
Eſame del Sommare, e Sottrarre.

plo ſeguente il numero 57618809 ſia il vero avanzo della ſottrazione, che ivi vien' propoſta a farſi

84003045
26384236

57618809

84003045

ſi aggiugneranno inſieme il detto avanzo, ed il numero inferiore 26384236, a vedere ſe la ſomma rieſca eguale al numero ſuperiore 84003045 : e perche così ſi trova che ſia, ne ſiegue che non ſi ſia commeſſo alcuno errore nella ſottrazione. Similmente dovendoſi eſaminare ſe in queſt'altro eſempio

88. 25
36. 48

51. 77

88. 25

51 *docati*, e 77 *grana* ſia il vero avanzo della ſottrazione di 36 *docati*, e 48 *grana* da 88 *docati*, e 25 *grana*, ſi aggiugneranno inſieme il detto avanzo, ed il numero inferiore 36. 48, a vedere ſe la ſomma rieſca eguale al numero ſuperiore 88. 25. E perche così ſi trova che ſia, ne ſiegue, che non ſi ſia commeſſo alcuno errore nella ſottrazione.

Cap. IV. *Del Moltiplicare.*

CAPO QUARTO.

Del Moltiplicare.

L.

Moltiplicare non è altro, che *prendere un numero dato piu volte*; ovvero non è altro, che *replicare piu volte un numero qualſivoglia*: come per eſempio il numero 8 prenderlo ſei volte, e dire che il *prodotto* ſia 48; ovvero il numero 256 prenderlo venticinque volte, e dire che il *prodotto* ſia 6400. Dacche ſiegue che il *moltiplicare* ſia l'isteſſo che un *ſommare reiterato*; intendendo per *ſommare reiterato* l'aggiugnere un numero una, o piu volte a ſe medeſimo. Così l'isteſſo è moltiplicare 8 per 7, che aggiugnere il numero 8 ſei volte a ſe steſſo. E ſimilmente tanto è moltiplicare 256 per 25, quanto il numero 256 aggiugnerlo ventiquattro volte a ſe steſſo: dove è da notarſi, che ciò che ſi chiamò *ſomma* nel *Capo ſecondo*, quì ſi dice *prodotto*.

LI.

In questa operazione fa duopo distinguere tre caſi. Il *primo* caſo è, quando vien propoſto a moltiplicare un numero *ſemplice* per un'altro numero *ſemplice*: come 6 per 4; ovvero 9 per 7; intendendo per numero

mero ſemplice quel numero, che è ſpiegato con un ſolo carattere. Il *ſecondo* caſo è, quando ſi propone a moltiplicare un numero *compoſto* per un *ſemplice*: come 238 per 6; ovvero 384035 per 4: intendendo per numero compoſto quello, che è ſpiegato con piu caratteri. Finalmente il *terzo* caſo è quando ſi propone a moltiplicare un numero *compoſto* per un'altro numero *compoſto*: come 356 per 24; ovvero 23845 per 304.

Eſame del primo Caſo.

LII.

PEr cominciare dal primo caſo, che è il fondamento degli altri due, io dico che le moltiplicazioni de' numeri ſemplici per altri numeri ſemplici ſi poſſono fare in due maniere. La prima maniera è di avvalerſi delle dita di entrambe le mani in queſto modo. Dovendoſi per cagione di eſempio moltiplicare 8 per 6, ſi prendano le differenze d'entrambi i due numeri propoſti 8, e 6 dell'iſteſſo numero 10, le quali differenze ſono riſpettivamente 2, e 4, & una di queſte differenze ſi noti colle dita di una mano, e l'altra colle dita dell'altra mano; vale a dire in una mano ſi alzino due dita, nell'altra mano ſi alzino quattro dita, come ſi puo vedere notato quì ſotto.

	10		10	
	8		6	
dita alzate	2	48	4	dita alzate
dita chiuſe	3		1	dita chiuſe

Fatto cio, ſi moltiplicheranno le dita alzate per le dita alzate, vale a dire 2 per 4, e ſi terrà conto del prodotto 8; poi ſi uniranno inſieme le tre dita chiuſe della prima mano coll'uno chiuſo dell'altra mano, ed il 4, che è la ſomma di eſſe, s'interpetrerà per quattro diecine, ovvero per 40; il qual numero accoppiato all'altro numero 8, di cui ſi è detto doverſi tener conto, fa 48; quanto appunto è il prodotto de' numeri ſemplici 8, e 6; imperciocche il numero 8 moltiplicato per 6, ovvero il numero 8 replicato ſei volte fa 48.

LIII.

Sia in oltre propoſto a moltiplicare il numero 7 per l'iſteſſo numero 7. Si prendano quì ancora, come nell'eſempio paſſato le differenze di entrambi i numeri 7, e 7 dall'iſteſſo numero 10, e ſi notino queſte differenze, che ſono 3, e 3, colle dita delle mani; vale a dire in una mano ſi alzino tre dita, e nell'altra ſi alzino ancora tre di-

Cap. IV. *Del Moltiplicare.*

dita ; come ſi puo vedere quì ſotto.

	10		10	
	7		7	
dita alzate	3	49	3	dita alzate
dita chiuſe	2		2	dita chiuſe

Fatto cio ſi moltiplicheranno le dita alzate per le dita alzate, vale a dire 3 per 3, ed al prodotto 9 ſi aggiugneranno tante diecine, quante ſono le dita chiuſe, le quali ſono quattro; e la ſomma 49 ſarà il prodotto de' numeri ſemplici 7, e 7.

LIV.

L'altra maniera è di avvalerſi di una certa Tavola, chiamata comunemente *Pittagorica*, percioche ſi crede che *Pittagora* ne foſſe ſtato l'inventore. Queſta tavola conſiſte nel quadrato ABCD compartito in ottant' una caſette eguali per mezzo di otto linee verticali, ed altrettante orizontali, ciaſcuna delle quali caſette tiene ſcritto dentro di ſe un numero. Li numeri notati nelle caſette vanno con queſta legge. Nella prima caſetta ci è notato 1; e nelle otto altre ſottopoſte ad eſſa ci ſono notati i numeri 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 ciaſcuno de' quali è minore del ſeguente di 1. Nella ſeconda caſetta ci è notato 2; e nelle otto altre ſottopoſte ad eſſa ci ſono notati i numeri 4. 6. 8. 10. 12.

Cap. IV. *Del Moltiplicare.*

14. 16. 18 ciaſcuno de' quali differiſce dal ſeguente di 2. Nella terza caſetta ci è notato 3; e nelle otto altre ſottopoſte ad eſſa ci ſono notati i numeri 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27 ciaſcuno de' quali differiſce dal ſeguente di 3. Nella quarta caſetta ci è notato 4; e nelle otto altre ſottopoſte ad eſſa ſono notati i numeri 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36, ciaſcuno de' quali differiſce dal ſuo ſeguente di 4; e con legge conſimile ſono notati gli altri numeri, come ognuno puo da ſe ravviſare, ſol che dia una ſemplice occhiata alla Tavola quì anneſſa.

LV.

Formata in tal modo la tavola, l'uſo di eſſa è maraviglioſo nelle moltiplicazioni de' numeri ſemplici per altri numeri ſemplici, il quale uſo è queſto. Dovendoſi moltiplicare per eſempio il numero 8 per il numero 6, ſi dovrà primieramente ritrovare il numero 8 nel lato orizontale AB della Tavola, ed il numero 6 nel lato verticale AC dell'iſteſſa Tavola. Poi ſi dovrà trovare la caſetta comune alle due colonne l'una verticale, l'altra orizontale, la prima delle quali tiene nel ſuo principio il numero 8, e l'altra tiene il numero 6. Trovata che ſia queſta caſetta, il numero notato in eſſa, il quale quì è 48, ſarà il prodotto

de'

de' due numeri propoſti a moltiplicare; li quali ſono 8, e 6.

LVI.

Similmente dovendoſi moltiplicare il numero 7 per l'iſteſſo numero 7, biſognerà in primo luogo trovare nel lato orizontale AB della Tavola il numero 7, e nel lato verticale AC dell'iſteſſa Tavola l'altro numero 7. Poi ſarà neceſſario determinare la caſetta comune alle due colonne l'una verticale, e l'altra orizontale, l'una, e l'altra delle quali tiene 7 nel ſuo principio. Trovata che ſia queſta caſetta, il numero che in eſſa è notato, il quale quì è 49, ſarà il prodotto de' due numeri 7, e 7 propoſti a moltiplicare.

LVII.

Queſte ſono le due maniere, che ſogliono ordinariamente praticarſi nelle moltiplicazioni de' numeri ſemplici per altri numeri ſemplici. Tutta via è neceſſario, che gli ſtudioſi di queſta ſcienza proccurino mandarſi a memoria tutte le poſſibili moltiplicazioni di numeri ſemplici per altri numeri ſemplici, accioche ſappiano ſubito riſpondere che 6 per 7 fa 42, e che 8 per 9 fa 72, e che 9 per 9 fa 81, &c. ſenza far ricorſo nè alle dita, nè alla Tavola, come ora ſi è ſpiegato.

Eſame del ſecondo Caſo.

LVIII.

Queſto ſecondo caſo appartiene alle moltiplicazioni de' numeri compoſti per numeri ſemplici, e dipende, come già è ſtato accennato, dal primo caſo: vale a dire dalla moltiplicazione de' numeri ſemplici per altri numeri ſemplici. Quando occorrono tali moltiplicazioni, ſi dovranno uſare le tre regole ſeguenti. La prima regola è di *ſcrivere il numero ſemplice ſotto la prima figura a man deſtra del numero compoſto*; come ſi vede praticato ne' due eſempj, che ſieguono.

861693	78853
6	9

ne' quali il numero ſemplice è poſto ſotto la prima figura del compoſto. La ſeconda è *di moltiplicare per lo numero ſemplice tutte ad una ad una le figure del numero compoſto con quell'ordine iſteſſo, col quale ſono notate; vale a dire moltiplicare in primo luogo le unità, poi le diecine, indi le centinaja, in appreſſo le migliaja, &c. per lo numero ſemplice.* La terza regola è *di ſcrivere nel primo luogo, vale a dire nel luogo delle unità il prodotto delle unità; di ſcrivere* *nel ſecondo luogo, vale a dire nel luogo delle diecine il prodotto delle diecine; nel terzo luogo il prodotto delle centinaja; nel quarto luogo il prodotto delle migliaja, &c.*

LIX.

Ma ſi vuol'avere queſta avvertenza, che ſe il prodotto dalle unità foſſe per avventura maggiore di 9, l'una, o le piu diecine, che in eſſo ſi contengono, ſi debbano ſerbare per lo luogo ſeguente delle diecine, e nel luogo delle unità ſi debbano ſolamente notare le unità, che ſoverchiano, ſe pur ne ſoverchiano, nell'iſteſſa maniera, che ſi praticò* nel *ſommare*. Similmente ſe il prodotto delle diecine oltrappaſſaſſe 9, l'uno, e le piu centinaja in eſſo contenute ſi debbano ſerbare per lo luogo ſeguente delle centinaja, e nel luogo delle diecine ſi debbano ſolamente notare le diecine che ſoverchiano, ſe pur ne ſoverchiano: ciocche ſi praticherà ancora ne' prodotti ſeguenti delle centinaja, migliaja, &c. E nel caſo che non ſoverchiaſſero unità, ovvero diecine, ovvero centinaja alcune, allora ſi metterà riſpettivamente ne' luoghi loro 0, che tanto vale quanto nulla; ſiccome ſi praticò* ancora nel *ſommare*.

* *num. 23*

* *num. 23*

LX.

Applicando ora queſte regole agli eſempj addotti di ſopra, troveremo che il prodotto nel primo eſempio, il quale fu queſto, che è notato quì ſotto.

861693
6

5170158

ſia 5170158, vale a dire *cinque milioni, cento ſettanta mila, cento cinquant'otto*: e che il prodotto nell'altro eſempio, il quale fu queſt'altro.

78853
9

709677

ſia 709677, vale a dire *ſettecento e nove milia, ſeicento ſettantaſette*; ed ecco come.

LXI.

Nel primo eſempio il prodotto delle unità, che ſono 3, per lo numero ſemplice 6 è 18: nel quale, oltre una diecina, ſoverchiano 8 unità; ſicche mettendo in diſparte la diecina, per doverla* aggiugnere al luogo ſeguente delle diecine, ſi noteranno nel luogo delle unità le 8 unità, che ſoverchiano. Nell'iſteſſo primo eſempio il prodotto delle diecine, che ſono 9, per l'iſteſſo numero ſemplice 6 è 54, a cui aggiunta la diecina ſerbata dal luogo antecedente delle unità, ſi ottiene 55; dove, oltre cinque centinaja, ſoverchiano 5

die-

* *num.* 59

diecine; ſicche mettendo le cinque centinaja a parte, per doverle aggiugnere al luogo ſeguente delle centinaja, ſi ſcriveranno nel ſecondo luogo le 5 diecine, che ſoverchiano. Parimente il prodotto delle centinaja, che ſono 6, per l'iſteſſo numero ſemplice 6, è 36, al quale aggiugnendo le cinque centinaja ſerbate dal luogo antecedente delle diecine, ſi ha il numero 41, dove oltre quattro migliaja, avanza 1 centinajo; ſicche ſerbando le quattro migliaja per lo luogo ſeguente, ſi noterà 1 nel terzo luogo. In oltre il prodotto delle migliaja, che è 1, per lo numero ſemplice 6, è 6, a cui aggiugnendo le quattro migliaja ſerbate dal luogo antecedente delle centinaja, ſi ottiene il numero 10, dove, oltre una ſola diecina di migliaja da ſerbarſi per lo luogo ſeguente, non avanza coſa alcuna: ſicche ſi metterà 0* nel quarto luogo. E dell'iſteſſo tenore operando così nel rimanente di queſto eſempio, come nell'altro, ſi troverà che li prodotti ſiano quelli ſteſſi, li quali ſono ſtati da noi quì ſopra additati.

* *num.* 59

LXII.

Se tra le figure, che coſtituiſcono il numero compoſto, il quale ſi deve moltiplicare per lo ſemplice vi ſono tramiſchiati de' zeri, di eſſi non ſi terrà conto alcuno nell'iſtituire le moltiplicazioni particolari delle unità, diecine, centinaja, migliaja, &c. per lo numero ſemplice, e nel luogo loro non ſi metterà altro che un o, ò al più ciocche ſi è ſerbato dal luogo antecedente. E la ragione è queſta, che i zeri non anno alcun' valore * nè ſemplice, nè locale; e per conſeguente un zero ſempre rimarrà zero, ancorchè ſi replichi più volte. Così nell'eſempio che ſiegue, dove tra le figure ſignificanti vi ſono tramiſchiati de' zeri.

* *num.* 2

$$\begin{array}{r} 806400502 \\ 5 \\ \hline 4032002510 \end{array}$$

il prodotto è 4032002510, vale a dire *quattrocento, e trentadue milioni, due mila cinquecento e diece.*

Eſame del terzo Caſo.

LXIII.

NEl terzo caſo, che comprende le moltiplicazioni de' numeri compoſti per altri numeri compoſti, oltre * delle tre ſuddette regole, ſi vogliono ancora oſſervare le tre altre ſeguenti. La prima è *di moltiplicare tutto il numero compoſto ſuperiore per ciaſcuna figura del numero compoſto inferiore, e per conſeguente riſolvere la moltiplicazione del numero compoſto ſuperiore per*

* *num.* 58

l'in-

l'inferiore eziandio compoſto in tante moltiplicazioni di compoſto per ſemplice, quante ſono le figure dell'iſteſſo numero inferiore. Come per eſempio dovendoſi moltiplicare il numero compoſto 48352 per lo numero 386 ancora compoſto; dopo aver ſoſcritto il minore 386 al maggiore 48352, come ſi vede quì ſotto.

Cap. IV. *Del Moltiplicare.*

48352
386

biſogna moltiplicare in primo luogo il compoſto ſuperiore per 6; poi l'iſteſſo compoſto per 8; e finalmente fa duopo moltiplicarlo per 4: e ſe il numero inferiore coſtaſſe di piu caratteri, altrettante moltiplicazioni dovrebbero farſi.

LXIV.

Dove è da avvertirſi, che quando il numero ſuperiore 48352 ſi moltiplica per la prima nota 6 dell'inferiore, la quale è nel luogo delle * unità, tutti li prodotti particolari ritengono gl'iſteſſi valori locali; vale a dire ciocche ſi produce moltiplicando le unità, e poi le diecine, e poi le centinaja, &c. per 6 ſaranno riſpettivamente unità, diecine, centinaja, &c. Ma quando l'iſteſſo numero ſuperiore 48352 ſi moltiplica per la ſeconda figura 8 dell'inferiore, la quale eſprime * diecine, tutti li prodotti

* *num.* 7

* *num.* 7

par-

particolari acquiſteranno un grado di piu, per dir così, di valore locale; vale a dire ciocche ſi produce moltiplicando le unità, e poi le diecine, e poi le centinaja, &c. per 8 non ſaranno riſpettivamente unità, diecine, e centinaja, &c. ma ſibbene ſaranno diecine, centinaja, e migliaja, &c. E ſimilmente ciocche ſi produce moltiplicando le unità, diecine, centinaja, &c. del numero *a num. 7* ſuperiore per la figura 3 dell'inferiore, la quale diſegna * centinaja, non ſaranno riſpettivamente unità, diecine, e centinaja, ma ſibbene centinaja, migliaja, e diecine di migliaja: e la ragione ſi è, che la prima *b num. 6* figura * a man' deſtra del numero inferiore diſegna unità; la ſeconda diſegna diecine; la terza diſegna centinaja; la quarta migliaja, &c.

LXV.

La ſeconda regola è di *ſcrivere l'uno ſotto l'altro i prodotti delle moltiplicazioni dell'iſteſſo numero ſuperiore compoſto per ciaſcuna figura dell'inferiore, ma non in modo, che le unità corriſpondano alle unità, le diecine alle diecine, le centinaja alle centinaja, &c. ſiccome ſi è praticato nel* ſommare, *e nel* ſottrarre, *ma piuttoſto in modo, che le unità del ſecondo prodotto corriſpondano alle diecine del primo, e per conſeguente le diecine del ſecondo alle uni-*

tà del primo; e che le unità del terzo prodotto corriſpondano alle centinaja del primo; e le unità del quarto alle migliaja del primo, &c. e la ragione ſi è, perche nel ſecondo prodotto tutte le figure anno acquiſtato un grado * di piu di valore locale; e nel terzo prodotto tutte le figure anno acquiſtato due gradi di piu di valore locale, &c. Ciocche puo vederſi oſſervato quì ſotto.

* *num. 64*

$$\begin{array}{r} 48352\\ 386\\ \hline 290112\\ 386816\\ 145056\\ \hline \end{array}$$

nel quale eſempio li tre prodotti 290112, 386816, e 145056, che naſcono dal moltiplicare il medeſimo numero ſuperiore 48352 per le figure 6, 8, e 3 dell'altro inferiore ſono notati in maniera uno ſotto l'altro, che le unità del ſecondo corriſpondano alle diecine del primo, e le unità del terzo corriſpondono alle centinaja dell'iſteſſo primo.

LXVI.

La terza regola è *di unire inſieme tutti li ſuddetti prodotti ſcritti, nella maniera accennata, l'uno ſotto l'altro*; impercioche la la ſomma che quindi riſulta ſarà il prodotto della moltiplicazione de' due numeri compoſti in queſtione. Come dovendoſi moltiplicare il numero 23486 per lo numero 2457, adoperate ſiccome ſi vede quì ſotto

$$\begin{array}{r} 23486 \\ 2457 \\ \hline 164402 \\ 117430 \\ 93944 \\ 46972 \\ \hline 57705102 \end{array}$$

le tre ſuddette regole, ſi troverà, che il prodotto ſia 57705102, vale a dire *cinquantaſette milioni, ſettecento e cinque mila, cento, e due.*

LXVII.

Se tra le figure, che compongono il numero compoſto inferiore, per lo quale ſi deve moltiplicare il numero compoſto ſuperiore vi ſono tramiſchiati de' zeri, di eſſi non ſi terrà conto alcuno * nell'iſtituire le moltiplicazioni particolari di tutto il numero ſuperiore per ciaſcuna figura dell'inferiore; o per dir meglio i prodotti del numero ſuperiore per coteſti zeri ſaranno tante file di zeri, ſiccome puo vederſi nell' eſem-

* *num.* 61

Cap. V. Del Partire.

eſempio ſeguente, dove vien propoſto a moltiplicare il numero 48056 per lo numero 3050.

$$\begin{array}{r}
48056 \\
3050 \\
\hline
00000 \\
240280 \\
00000 \\
144168 \\
\hline
146570800
\end{array}$$

il prodotto della quale moltiplicazione è 146570800; vale a dire *cento quaranta ſei milioni, cinquecento ſettanta mila, e ottocento.*

CAPO QUINTO.

Del Partire.

LXVIII.

P*Artire* non è altro, che *dividere un numero dato in piu parti eguali*; ovvero non è altro, *che prendere una parte aſſegnata di un numero qualſivoglia*: come per eſempio il numero 84 dividerlo in quattro parti eguali, e dire che una delle quattro parti, la quale diceſi *quoziente*, ſia 21; ovvero il numero 275 dividerlo in venticinque

par-

parti eguali, e dire che una delle ſuddette vent'une parti, che è il *quoziente*, ſia 11. Dacche ſiegue, che il *partire* ſia l'iſteſſo che un *ſottrarre reiterato*; intendendo per *ſottrarre reiterato* il ſottrarre un'iſteſſo numero una, o piu volte da un'altro numero. Così l'iſteſſo è dividere 84 in quattro parti eguali, che vedere quante volte il 4 ſi puo ſottrarre dal numero 84; perche nell'uno, e nell'altro modo ſi ottiene l'iſteſſo *quoziente* 21. E ſimilmente tanto è partire il numero 275 in venticinque parti eguali, quanto il vedere quante volte il 25 ſi puo ſottrarre dal numero 275; perche nell'uno, e nell'altro modo ſi ottiene il *quoziente* 11: dove è da notarſi, che il numero 275 propoſto a dividere in molte parti eguali ſi chiama *dividendo*: che il numero delle parti eguali, il quale è 25, ſi chiama *diviſore*; e che ciaſcuna delle ſuddette parti, la quale è 11, ſi chiama *quoziente*. E ſe mai, fatta la diviſione, ſoverchiaſſe qualche coſa, ſi dirà queſta *avanzo*, o *reſiduo*. Come per eſempio, ſe ſi propone a dividere il numero 247 in quattro parti eguali, ciaſcuna parte ſarà 61, e rimane 3: e perciò il numero 247 ſarà il *dividendo*; il numero 4 ſarà il *diviſore*; il numero 61 ſarà il *quoziente*; e finalmente il 3 ſarà *l'avanzo*.

LXIX. In

LXIX.

In queſta operazione fa duopo diſtinguere due caſi. Il *primo* caſo è, quando vien propoſto a dividere un numero *compoſto* per un numero ſemplice; come 842 per 6; ovvero 635 per 8. Il *ſecondo* caſo è, quando ſi propone a dividere un numero *compoſto* per un'altro *compoſto*, come 8364 per 25; ovvero 25486 per 341; intendendo quì ancora per numero ſemplice * quel numero, che è ſpiegato con un ſolo carattere; e per numero compoſto quel numero, che è ſpiegato con piu caratteri.

* *num.* 51

Eſame del primo Caſo.

LXX.

Queſto primo caſo, nel quale ſi propone a dividere un numero *compoſto* per un *ſemplice* abbraccia ſotto di ſe due altri caſi. Il *primo*, è quando il numero compoſto è minore di 100; vale a dire è ſpiegato con due ſoli caratteri; L'*altro* caſo è quando il numero compoſto è maggiore di 99; vale a dire è ſpiegato con piu di due caratteri. Nel primo caſo ſi farà la diviſione col ſoccorſo dell'iſteſſa Tavola *Pittagorica*, di cui ſi parlò nel *Capo* antecedente, nella maniera, che ſiegue. Dovendoſi dividere il numero 48 per 6, ſi dovrà primieramente ritrovare il diviſore 6 nel lato ori-

zon-

zontale AB della tavola, ed il dividendo 48 nella colonna verticale ſottopoſta al ſuddetto diviſore 6. Poi ſi noterà la colonna orizontale, che paſſa per la caſetta, la quale tiene dentro di ſe il dividendo 48. Notata che ſia queſta colonna, il numero che ſta nel principio di eſſa, il quale quì è 8, ſarà il quoziente della diviſione di 48 per 6.

LXXI.

Ma perche puo accadere, che il dividendo non ſi trovi nella Tavola, come quella, che non comprende tutti i numeri, che ſono fra 10, e 100, in tal caſo ſi noterà nella colonna verticale quel numero, che è immediatamente minore del dividendo dato, ed allora nella diviſione rimarrà qualche avanzo. Come per eſempio ſe ſi propone a dividere il numero 53 per 9, ſi troverà ſimilmente il diviſore 9 nel lato orizontale AB della tavola, ed il dividendo 53 nella colonna verticale ſottopoſta al ſuddetto 9; il quale dividendo non ritrovandoſi in quella colonna, ſi prenderà il numero 45 immediatamente minore, per lo quale paſſa quella colonna orizontale, che incomincia da 5; laonde dividendo 53 per 9 il quoziente è 5, e l'avanzo è 8. E ſimilmente dividendo 87 per 9 il quoziente è 9, e l'avanzo è 6.

LXXII. Nel-

LXXII.

Nelle diviſioni però piu compoſte giova moltiſſimo, che gli ſtudioſi di queſta ſcienza ſappiano a memoria tutte le diviſioni poſſibili di tutt' i numeri compoſti, che non contengono piu di due figure, per qualſivoglia numero ſemplice; acciocche ſubito, e ſenza ſtentare ſappiano dire, che dividendo 35 per 8 il quoziente ſia 4, e l'avanzo ſia 3; e che dividendo 68 per 9 il quoziente ſia 7, e l'avanzo ſia 5; e che dividendo 74 per 9 il quoziente ſia 8, e l'avanzo ſia 2, &c. ſenza far ricorſo alla Tavola *Pittagorica.*

LXXIII.

Nell'altro caſo, nel quale il numero compoſto è ſpiegato con piu di due caratteri, fa duopo *dividere tutta la diviſione del compoſto per lo ſemplice in piu diviſioni eziandio di compoſti per ſemplici, ma che non contengano piu di due caratteri*; ciocche ſi farà così. Sia propoſto à dividere il numero 1940305 per 6. Mettaſi, ſiccome ſi vede quì ſotto,

$$\frac{6}{323384} \qquad 1940305$$

·14
·20
·23
·50
·25
·1

il diviſore 6 a man' ſiniſtra del dividendo; ma un poco lontano da lui, e ſi dividano le due prime figure 19 del ſuddetto dividendo per lo diviſore 6, notando il quoziente 3 * ſotto il diviſore 6, e l'avanzo 1 ſotto la ſeconda figura 9: al quale s'aggiugnerà la terza figura 4 del dividendo, ed il numero 14, che quindi riſulta, ſi dividerà ancora per 6, notando il quoziente 2 appreſſo al primo quoziente 3, e l'avanzo 2 ſotto al 4; al quale avanzo ſi aggiugnerà la quarta figura 0 del dividendo, ed il numero 20, che quindi riſulta, ſi dividerà per 6, notando parimente il quoziente 3 appreſſo al 32, e l'avanzo 2 ſotto il 0; al quale avanzo ſi aggiugnerà la quinta figura 3 del dividendo, ed il numero 23, che quindi riſulta, ſi dividerà per l'iſteſſo numero 6, notando il quoziente 3 appreſſo al numero 323, e l'avanzo 5 ſotto al 3: al quale avanzo ſi aggiugnerà la ſeſta figura 0 del dividendo, ed il numero 50, che quindi riſulta, ſi dividerà pure per 6, notando ancora il quoziente 8 dopo il numero 3233, e l'avanzo 2 ſotto al 0; e così procedendo innanzi ſi troverà, che dividendo il numero 1940305 per 6 il quoziente ſia 323384, e l'avanzo ſia 1.

*num. 71

LXXIV.

Similmente ſe ſi propone a dividere il numero

mero

mero 883245 per 5; ordinati il dividendo, ed il diviſore nell'iſteſſo modo, che nell' eſempio antecedente, ſi dividerà la prima figura 8 del dividendo per lo diviſore 5, e ſi noterà il quoziente 1 * ſotto il diviſore, e l'avanzo 3 ſotto l'iſteſſa prima figura 8 del dividendo; al quale avanzo ſi aggiugnerà la ſeconda figura 8 del dividendo, ed il numero 38, che quindi riſulta, ſi dividerà ancora per 5, notando il quoziente 7 dopo il primo quoziente 1, e l'avanzo 3 ſotto la figura 8; al quale avanzo ſi aggiugnerà la terza figura 3 del dividendo, ed il numero 33, che quindi riſulta, ſi dividerà per l'iſteſſo diviſore 5, notando il quoziente 6 dopo il numero 17, e l'avanzo 3 ſotto al 3; al quale avanzo ſi aggiugnerà la quarta figura 2 del dividendo, ed il numero 32, che quindi riſulta, ſi dividerà per 5, notando il quoziente 6 dopo il numero 176, e l'avanzo 2 ſotto il 2; al quale avanzo ſi aggiugnerà la quinta figura 4 del dividendo, ed il numero 24, che quindi riſulta ſi dividerà per 5, notando il quoziente 4 appreſſo al numero 1766, e l'avanzo 4 ſotto al 4; al quale avanzo ſi aggiugnerà finalmente l'ultima figura 5 del dividendo, ed il numero 45, che quindi riſulta, ſi dividerà pure per 5, notando il quoziente 9 dopo il numero 17664; e non avanzando quì

* *num.* 71

nulla, ſi metterà o ſotto l'ultima parte 45 della diviſione, come ſi vede quì ſotto.

```
     5          883245
  ------        38
  176649        •33
                 •32
                  •24
                   •45
                    00
```

LXXV.

Ma perche avviene bene ſpeſſo, che nel mezzo della diviſione l'avanzo ſia zero, e che la figura del dividendo, che ſiegue in ordine, non poſſa dividerſi per lo diviſore, in tal caſo *biſognerà ſervirſi di due figure dell'iſteſſo dividendo; e ſe non baſtaſſero due, biſognerà prenderne tre; e ſe nemmeno tre baſtaſſero, ſarà duopo prenderne quattro, &c; ma nell'iſteſſo tempo ſa duopo aggiugnere al quoziente tanti zeri, quante note ſono ſtate pigliate, uno meno; vale a dire quattro zeri, ſe ſiano ſtate preſe cinque figure; tre ſe quattro; due ſe tre; ed una ſe due*. Così nell'eſempio ſeguente.

```
     6          3648248
  ------        ••48
  608041          ••24
                   ••8
                     2
```

nel quale ſi propone à dividere il numero 3648248

3648248 per 6 , il quoziente è 608041 , e l'avanzo è 2 ; ed ecco come.

LXXVI.

Primieramente dividendo 36 per 6, il quoziente ſarà 6*, e rimane nulla. Poi perche 4 non puo dividerſi per 6, biſognerà prendere l'altra figura 8, e dividere 48 per 6 ; ſicche notato prima uno zero nel quoziente* dopo al 6, ſecondo quello che ſi è detto, ſi ſcriverà indi il quoziente 8 della diviſione di 48 per 6, dalla quale diviſione ſimilmente non avanza coſa alcuna. In oltre perche 2 non può dividerſi per 6, biſognerà avvalerſi della nota ſeguente 4, e dividere 24 per 6; ſicchè notato prima un' zero nel quoziente 608, ſi ſcriverà indi il quoziente 4 dopo il numero 6080 , il qual quoziente naſce dividendo 24 per 6 . Finalmente non avanzando coſa alcuna , ſi dividerà 8 per 6 , e ſi noterà il quoziente 1 dopo il numero 60804, e l'avanzo 2 ſotto al numero 8.

* *num. 70*

* *num. 71*

LXXVII.

Così pure ſe ſi proponeſſe à dividere il numero 4500036000018 per 9 , notatili nella ſolita maniera , ſiccome ſi vede quì,

```
   9            4500036000018
 ———            ..00036
500004000002       ..000018
                        ..
```

ſi troverà, che il quoziente ſia 500004000002

ſen-

ſenza che avanzi alcuna coſa; ed ecco come. Primieramente dividendo 45 per 9 il quoziente è 5*, e l'avanzo è 0. Secondo poiche per la ſeconda parte della diviſione ſono neceſſarie cinque figure, che ſono 00036, ſi noteranno, ſecondo la regola*, quattro zeri nel quoziente dopo il 5; e ſiccome dividendo 36 per 9 il quoziente è 4, ſi noterà queſto quoziente dopo il numero 50000. Finalmente poiche per la terza, ed ultima parte della diviſione ſono neceſſarie tutte le ſei figure ſeguenti del dividendo, che ſono 000018; ſi noteranno, ſecondo la regola, cinque zeri nel quoziente dopo il numero 500004; e ſiccome dividendo 18 per 9 il quoziente è giuſtamente 2, ſenza alcuno avanzo, ſi noterà queſto quoziente dopo il numero 5000040000.

* *num.* 70

* *num.* 75

LXXVIII.

Accade ancora alcune volte, che l'ultima parte della diviſione non poſſa farſi, per eſſere il numero della ſuddetta parte minore del diviſore; ed allora *biſogna notare nel quoziente tanti zeri, quante note ſono ſtate pigliate dal dividendo*; vale a dire *un ſolo zero, ſe ſia ſtata preſa una ſola figura; due zeri, ſe due figure; tre zeri, ſe tre figure, &c.* Così per eſempio dovendoſi dividere il numero 4864325 per 8, ſiccome è notato quì appreſſo.

il

8 4864325
608040 ..64
..32
..5

il quoziente ſarà 608040 , e l'avanzo ſarà 5: dove ſi vede, che nell'ultima parte della diviſione il numero 5 , rimaſto ſolo nel dividendo , non avendo potuto dividerſi per lo diviſore 8, ſi è notato un' zero nel quoziente dopo il numero 60804 , e l'iſteſſo numero 5 ſi è laſciato per avanzo della diviſione . Similmente dovendoſi dividere il numero 40035240002 per 5

5 40035240002
80070480000 ..035
..24
40
..0002

il quoziente ſarà 80070480000 , e l'avanzo ſarà 2; dove ſi vede, che nell'ultima parte della diviſione il numero 0002, coſtante di tre zeri ed un 2 , non eſſendoſi potuto dividere per lo diviſore 5 , ſi ſono notati quattro zeri nel quoziente , dopo il numero 8007058.

LXXIX.

Ma ſi vuol' quì avvertire , che ſempre l'avanzo deve eſſere minore del diviſore ; poiche ſe foſſe maggiore , avria potuto il diviſore per lo meno entrare una volta di più. Così nel primo eſempio, in cui ſi proponeva a dividere il numero 1940305 per 6, l'avanzo della prima parte della diviſione fu 1 minore del diviſore 6. L'avanzo della ſeconda parte fu 2 minore ancora dell'iſteſſo diviſore 6. L'avanzo della terza parte della diviſione fu parimente 2 eziandio minore del diviſore 6. E finalmente gli avanzi della quarta, quinta, ed ultima parte furono riſpettivamente 5, 2, & 1, ciaſcuno minore del diviſore 6.

LXXX.

Si vuol' di più quì avvertire, che l'avanzo dell'ultima parte ſi può continuare a dividere, purche ſi riduca prima alla ſpecie inferiore a quella, che egli diſegna. Come ſe vien propoſto a dividere *tredici milioni, dugento e quattro mila, trecento vent'uno* docati a *nove* perſone, ſi troverà che il quoziente, vale a dire ciò, che tocca a ciaſcuna perſona, ſia *un milione, quattro cento seſſantaſette mila, cento quarantaſei* docati, e che l'avanzo ſia *ſette* docati. Ora per tirare innanzi la diviſione, li ſette docati di avanzo ſi ridurranno à 700 grana con mettere due zeri dopo il 7; e ſi divideranno le ſuddette 700 grana à 9 perſone, ed il quoziente 77 ſi noterà dopo il quoziente de' docati, ſegnato prima un punto in mezzo tra l'uno, e l'altro quoziente, per diſtinguere

guere li docati dalle grana. E perche avanzano ſette grana, queſte ſi ridurranno ad 84 cavalli; imperciocche ogni grano è compoſto da dodici cavalli; li quali 84 cavalli diviſi a nove perſone danno il quoziente 9, e l'avanzo 3; il qual quoziente 9 ſi ſcriverà dopo le grana coll'interpoſizione d'un punto, per diſtinguere le grana da' cavalli, ſiccome ſi può vedere quì ſotto.

```
        9              13204321
 ────────────           42
 1467146. 77. 9         .60
                         .64
                          .13
                           .42
                            .61
                             .700
                                70
                                 7
                                12
                               ────
                                84
                                .3
```

Eſame dell'altro Caſo.

LXXXI.

NEl ſecondo caſo, il quale comprende le diviſioni de' numeri compoſti per altri numeri compoſti, oltre delle regole oſ-

ſer-

ſervate nel primo caſo, fa duopo parimente oſſervarne delle altre, le quali ſarà meglio ſpiegarle per via di eſempj. Sia dunque propoſto a dividere il numero compoſto 3864563 per lo numero compoſto 987. Ordinati queſti numeri nella ſolita maniera, come ſi vede quì ſotto,

987.   3864563

ſi prenderanno per la prima parte della diviſione tante note del dividendo, quante ſono le note del diviſore, purche però il numero, che riſulta da quelle, ſia maggiore di queſto; altrimente biſognerà prenderne una di piu: come quì, eſſendo tre le note del diviſore, ſi prenderanno le prime tre figure 3. 8. 6 del dividendo; ma perche il numero 386 formato da eſſe è minore del diviſore 987, ſarà duopo prenderne un'altra di piu; vale a dire biſognerà dividere il numero 3864 per lo numero 987; e per non sbagliare ſi metterà un punto ſotto la quarta figura 4 del dividendo.

LXXXII.

Fatto tutto queſto ſi paſſerà a vedere, quanto ſia il quoziente di queſta diviſione; ciocche ſi farà paragonando la prima, ovvero le due prime, come in queſto eſempio, note del dividendo colla prima nota del diviſore, e poi tutte, ad una ad una, le altre note del dividendo coll'altre del diviſore, ſenza

ſenza punto uſcire dall'ordine, col quale ſono notate. Si paragonerà dunque in queſto eſempio 38 con 9, 6 con 8, e 4 con 7: avendo però ſempre ragione degli avanzi; come ora ſi moſtrerà. E perche il fine di queſto paragone è di vedere, quanto ſia il quoziente della diviſione di 3864 per 987, biſognerà proccurare, che quanto la prima figura 9 del diviſore entra nelle due prime figure 38 del dividendo, altrettanto, o piu le altre figure ſeguenti del diviſore entrino nelle corriſpondenti del dividendo; e ſe mai entraſſero meno, biſognerà diminuire il quoziente della prima diviſione di 38 per 9.

LXXXIII.

Così in queſto eſempio 38 diviſo per 9 dà 4* in quoziente, ed avanza 2; il quale accoppiato colla nota ſeguente 6 rende 26: (dico 26, e non 8; impercioсche ciaſcuna unità del 8 diſegna diece volte* piu di quello, che diſegna ciaſcuna unità del 6). Biſognerebbe dunque che il numero 26 diviſo per la ſeconda figura 8 del diviſore daſſe ancora 4, ovvero * piu di 4: ma perche il quoziente di queſta diviſione è 3, ne ſiegue, che il quoziente 4 di 38 per 9 e ſoverchio. Si prenderà dunque 3 in vece di 4; e perche facendo che 9 in 38 entri non piu di tre volte, l'avanzo è 11, il quale accoppiato colla terza figura 6 da 116; e queſto nume-

* *num.* 71

* *num.* 6

* *num.* 82

ro 116 diviſo per la ſeconda figura 8 del diviſore dà molto piu di 3 ; ſi potrà ſenza timore alcuno mettere 3 nel quoziente , il quale indicherà , che il numero 987 entri tre volte nel numero 3864 ; e difatto il ſuddetto numero 987 replicato tre volte fa 2961 , che è minore di 3864. E ſe alcuno ha ſoſpetto , che il numero 987 poſſa entrare quattro volte nel numero 3864 , egli ſe ne chiarirà, replicando quell'iſteſſo quattro volte ; poiche vedrà uſcir fuori il numero 3948, che è maggiore di 3864.

LXXXIV.

Ritrovato il quoziente 3 , ſi noterà eſſo ſotto il diviſore 987 , come ſi vede quì ſotto , e ſi farà paſſaggio a ritrovare l'avanzo , vale a dire ciocche rimane dalla diviſione di 3864 per 987.

$$\begin{array}{cc} 987 & 3864563 \\ \hline & 903 \\ 3 & \end{array}$$

Queſto avanzo è 903; imperciocche tre volte il diviſore 987 fa , come ora ſi è detto , 2961 , il qual numero ſottratto debitamente dal dividendo 3864 laſcia 903. Ma queſto avanzo ſi può ancora ritrovare in un' altra maniera, la quale ſuole comunemente praticarſi ; ed è di moltiplicare ciaſcuna nota del diviſore per lo quoziente 3 , e di ſottrarre li prodotti , che ſono 21 , 24 ,

e 27

e 27 dalle note corriſpondenti del dividendo.

L XXXV.

Perche dunque da 4 non ſi puo ſottrarre il prodotto 21, che naſce moltiplicando il quoziente 3 per l'ultima figura 7 del diviſore, ſi aggiugneranno al ſudetto 4 tante diecine, quante baſtano a poter fare la ſottrazione; e poiche quì baſtano due diecine, ſi ſottrarrà il numero 21 dal numero 24, e ſi noterà l'avanzo 3 ſotto alla figura 4. Poi al prodotto 24 dell'iſteſſo quoziente 3 per la figura ſeguente 8 del diviſore, ſi aggiugneranno le due diecine date al 4 per poterſi fare la ſottrazione, delle quali è ragionevole, che ſe ne tenga conto, e la ſomma 26 ſi ſottrarrà dalla figura ſeguente 6 del dividendo: e perche nemmeno quì puo farſi la ſottrazione, ſi aggiugneranno al ſuddetto 6 due centinaja: e perche dal numero 26, che quindi riſulta, ſottratta la ſomma 26 l'avanzo è nulla, ſi metterà 0 ſotto al 6. Finalmente al prodotto 27 del quoziente 3 per la terza figura 9 del diviſore ſi aggiugneranno le due centinaja date al 6, per poterſi fare la ſottrazione; e perche il numero 29, che quindi riſulta ſottratto da 38 laſcia 9, ſi metterà 9 ſotto ad 8, e perciò l'avanzo della prima parte della diviſione ſarà 903.

LXXXVI.

LXXXVI.

Paſſando alla ſeconda parte ſi aggiugnerà al ſuddetto avanzo la figura ſeguente del dividendo, la quale è 5, e ſi coſtituirà il nuovo dividendo 9035; il quale ſi dovrà dividere per l'iſteſſo diviſore 987 nell'iſteſſa maniera, che è ſtata fin'ora ſpiegata: cio è ſi vedrà primieramente, quanto ſia il quoziente della diviſione di 9035 per 987: il * 82 qual quoziente non è 10 *, quantunque le due prime figure 90 del dividendo diviſe per 9, prima figura del diviſore, diano il ſuddetto quoziente 10; imperciocche la ſeguente figura 3 non puo nemmeno dividerſi per la figura ſeguente 8 del diviſore. Si noterà dunque 9 nel quoziente dopo il 3: imperciocche facendo che 9 entri in 90 nove volte, rimane 9, il quale avanzo accoppiato colla nota ſeguente 3, avendo riguardo al valore locale, dà 93; e queſto numero diviſo per la ſeconda figura 8 del diviſore dà molto piu di 8.

LXXXVII.

Ritrovato il quoziente ſi paſſerà a ritrovare l'avanzo, ſiccome ſi vede quì ſotto, dove tutta l'operazione è portata a fine.

987	3864563
———	·9035
3915	·1526
	·5393
	·458

Cap. V. Del Partire.

Si moltiplicherà dunque 7 per 9, ed il prodotto 63 ſi ſottrarrà da 5;e nõ potendoſi far la ſottrazione, ſi aggiugneranno al ſuddetto 5 ſei diecine ; ed allora ſottraendo 63 da 65 l'avanzo ſarà 2, che ſi noterà ſotto al 5. Poi ſi moltiplicherà 8 per 9 , ed al prodotto 72 ſi aggiugneranno le ſei diecine ſuddette , e ſi ſottrarrà la ſomma 78 da 3 : e non potendoſi far la ſottrazione , ſi aggiugneranno a 3 otto centinaja , ed allora ſottratto 78 da 83 l'avanzo ſarà 5,che ſi metterà ſotto al 3. Finalmente ſi moltiplicherà 9 per 9 , ed al prodotto 81 ſi aggiugneranno le ſuddette 8 centinaja; e il numero 89, che di là riſulta, ſi ſottrarrà dal 90 , e ſi noterà l'avanzo 1 ſotto al 0 : di modo che l'avanzo della ſeconda parte della diviſione ſarà 152,al quale aggiunta la figura ſeguente 6, ſi coſtituirà il numero 1526, che ſervirà per la terza parte della diviſione. Or continuata in queſto modo tutta l'operazione, ſi troverà , che diviſo il numero 3864563 per lo numero 987 il quoziente ſia 3915 , e l'avanzo ſia 458.

LXXXVIII.

Sia in oltre propoſto a dividere il numero compoſto 2431802345 per lo numero compoſto 4863 . Io dico , che il quoziente ſarà 500062 , e l'avanzo ſarà 839 ; ed ecco come . Si ordinino queſti due numeri nel-

la

la ſolita maniera , ſiccome vedeſi quì ſotto.

4863	2431802345
————	30234
500062	.10565
	..839

Poi perche le prime quattro figure 2. 4. 3. ed 1 del dividendo non baſtano per la prima parte della diviſione, eſſendo il diviſore 4863 maggiore del numero 2431 compoſto dalle ſuddette quattro figure, ſe ne prenderà una di piu, cio è la quinta 8, e ſi cercherà quante volte la prima figura 4 del diviſore entri nelle due prime figure 24 del dividendo ; e benchè ci entri ſei volte , ſenza che avanzi nulla ; nulla però di manco poiche la ſeguenre figura 8 del diviſore non entra neppure nella ſeguente figura 3 del dividendo , ſi farà il 4 nel 24 entrare ſolamente* cinque volte, ed allora paragonando le altre figure 8 , 6. e 3 del diviſore colle corriſpondenti figure del dividendo, tenendo però ragione degli avanzi , ſi troverà , che ſempre entra ò 5, ò piu di 5.

* num. 82

LXXXIX.

Si noterà dunque il quoziente 5 ſotto il diviſore 4863 , e ſi farà paſſaggio a ritrovare l'avanzo della ſottrazione, il quale avanzo ſarà 3: poiche il diviſore 4863 replicato cinque volte rende il numero 24315 , che è minore del dividendo 24318 di 3. E perche per la ſeconda parte della diviſione ſi debbono aggiugnere quattro figure 0. 2. 3. 4 all'avanzo 3, biſognerà notare nel quoziente dopo il 5 tre * zeri. Fatto ciò ſi vedrà quante volte il 4, prima nota del diviſore, entri nelle due prime figure 30 della ſeconda parte del dividendo; e benchè ci entri ſette volte, nulla però di manco a cauſa della nota ſeguente 8, che non dà l'iſteſſo quoziente, ſi farà entrare ſei volte, e ſi metterà 6 nel quoziente dopo il numero 5000: dopo moltiplicando a poco a poco il diviſore per 6, e nell'iſteſſo tempo ſottraendo i prodotti, ſi troverà l'avanzo 1056; al quale ſi aggiugnerà l'ultima figura 5 del dividendo, ed il numero 10565, che quindi riſulta, ſervirà per la terza, ed ultima parte della diviſione, la quale dà il quoziente 2, e l'avanzo 839; di modo che reſta vero, che tutto il quoziente della diviſione quì propoſta ſia 500062, e l'avanzo ſia 839.

Cap. V.
Del Partire.

* *num.* 75

XC.

Ma ſi vuol quì ancora avvertire, che ſempre l'avanzo deve eſſere minore del diviſore; poiche ſe foſſe maggiore, avria potuto il diviſore entrare per lo meno una volta di più. Così in queſto paſſato eſempio l'avanzo della prima parte della diviſione fù 3 molto minore del diviſore 4863. Nell'iſteſſo eſempio l'avanzo della ſeconda parte della diviſione fù 1056 , parimente minore dell' iſteſſo diviſore 4863 . E finalmente l'avanzo dell'ultima parte della diviſione fù 839, eziandio minore del diviſore 4863.

XCI.

Si vuole in oltre avvertire, che l'avanzo dell'ultima parte della diviſione ſi può continuare a dividere, purchè eſſo ſi riduca prima alla ſpecie inferiore a quella , che egli diſegna ; vale a dire, trattandoſi di docati, per continuare la diviſione biſognerà l'ultimo avanzo prima ridurlo a grana colla giunta di due zeri, e poi le grana ſoverchiate ridurle a cavalli ; ciocche ſi farà moltiplicando le ſuddette grana per 12 ; imperciocche ogni grano è compoſto di 12 cavalli : così nell'eſempio, che ſiegue

```
   384           56324
  ─────          1792
146. 67. 8      .2564
                 .26000
                  .2960
                   .272
                     12
                   ────
                    544
                   272
                   ────
                   3264
                   .192
```

dividendo *cinquantaſei mila trecento venti quattro* docati à *trecento ottantaquattro* perſone , il quoziente è *cento quarantaſei* docati , *ſeſſantaſette* grana , ed *otto* cavalli; e l'avanzo è *cento novantadue* cavalli, il quale avanzo è indiviſibile .

CAPO SESTO.

Eſame del Moltiplicare , e del Partire.

XCII.

DImoſtrate le regole , che ſi debbono oſservare nel *Moltiplicare* , e nel *Partire* i numeri intieri , è neceſsario ora dimoſtrare , come queſte due operazioni ſi poſſano eſaminare ; ciocche diceſi volgarmente *far la pruova.* Conviene perciò ſapere, che ſiccome* il *Sommare*, ed il *Sottrarre* ſono due operazioni , che ſi eſaminano vicendevolmente , cio è l'una per mezzo dell' altra , così ancora il *Moltiplicare* , ed il *Partire* ſiano due altre operazioni , che ſi eſaminano ancora vicendevolmente, vale a dire il *Moltiplicare* per lo *Partire* , ed il *Partire* per lo *Moltiplicare*

XCIII.

Il *Moltiplicare* ſi eſamina per mezzo del *Partire* in tal modo . *Fà duopo dividere il prodotto della moltiplicazione per uno de'*

* *num.* 44

Eſame del Moltiplicare, e del Partire.

due numeri, che ſi ſono moltiplicati inſieme; e ſe il quoziente è giuſtamente eguale all'altro numero, ſenza che avanzi alcuna coſa, non ſi ſarà errato nel moltiplicare; ſe ci ſi trova qualche divario, ovvero *ſe rimane qualche coſa, ſi ſarà commeſſo qualche errore, e biſognerà rifare l'operazione da capo.*

XCIV.

Come per eſempio dovendoſi eſaminare, ſe il numero 34440 ſia il vero prodotto de' due numeri 4305, ed 8 l'uno compoſto, e l'altro ſemplice, ſi dividerà il prodotto 34440 per uno de' due ſuddetti numeri 4305, ed 8, cio è per 8, che è il più piccolo di eſſi, ſiccome può oſſervarſi quì ſotto,

```
                4305
                   8
        8      -----
      ----     34440
      4305     .24
                ..40
                  ..
```

à vedere ſe il quoziente ſia giuſtamente l'altro numero 4305, ſenza che reſti alcuna coſa; e perchè tanto appunto ſi trova eſſere il ſuddetto quoziente, nè avanza alcuna coſa, ſi conchiuderà, che il numero 34440 ſia il vero prodotto de'due numeri propoſti 4305, ed 8; e che per conſeguente non ſi ſia errato nel moltiplicare.

XCV.

Cap. VI. *Eſame del Moltiplicare, e del Partire.*

Similmente dovendoſi eſaminare ſe il numero 193080 ſia il vero prodotto de' due numeri compoſti 8045 , e 24, ſi dividerà il ſuddetto prodotto per il più picciolo 24 de' due numeri , che ſi ſono moltiplicati , ſiccome può oſſervarſi quì ſotto,

```
               8045
                 24
             ------
              32180
             16090
    24       ------
  -----      193080
  8045        ..108
                .120
                ...
```

a vedere ſe il quoziente ſia giuſtamente l'altro numero compoſto 8045 , ſenza che reſti alcuna coſa ; e perchè tanto appunto ſi trova eſſere il ſuddetto quoziente , nè avanza alcuna coſa ; ſi conchiuderà che il numero 193080 ſia il vero prodotto de' due numeri propoſti 8045, e 24 : e che per conſeguente non ſi ſia errato nel moltiplicare.

XCVI.

Siccome il *Moltiplicare* ſi eſamina per mezzo del *Partire* ; così viceverſa il *Partire* ſi eſamina per mezzo del *Moltiplicare* ; ciocche ſi fa in tal modo. *Fà duopo molti-*

Eſame del Moltiplicare, e del Partire.

plicare il quoziente della diviſione per lo diviſore, e ſe aggiunto al prodotto l'avanzo dell'iſteſſa diviſione, la ſomma rieſce giuſtamente eguale al dividendo, non ſi ſarà errato nella diviſione: ſe poi ci ſi trova qualche divario, ſi ſarà commeſſo qualche errore, e per conſeguente biſognerà rifare da capo tutta l'operazione.

XCVII.

Come dovendoſi eſaminare ſe nell'eſempio ſeguente il numero 50923 ſia il vero quoziente della diviſione di 356463 per 7,

7	356463
	..64
50923	.16
7	.23
	2
356461	
2	
356463	

ſi moltiplicherà il ſuddetto quoziente 50923 per lo diviſore 7, ed al prodotto 356461 ſi aggiugnerà l'avanzo della diviſione 2, à vedere ſe la ſomma rieſca giuſtamente eguale al dividendo 356463; e perchè così ſi trova che ſia, ne ſiegue che non ſi ſia commeſſo alcuno errore nel partire.

XCVIII.

Similmente dovendoſi eſaminare ſe in queſt'altro eſempio

35

```
     35            4863282
  ------           136
  138950           .313
      35           .332
  ------           .178
  694750           ..32
 416850
      32
 -------
 4863282
```

il numero 138950 ſia il vero quoziente della diviſione di 4863282 per 35; ſi moltiplicherà il ſuddetto numero 138950 per lo diviſore 35, ed al prodotto ſi aggiugnerà l'avanzo 32 della diviſione, à vedere ſe la ſomma ſia giuſtamente eguale al dividendo 4863282; e perchè così ſi trova cha ſia, ne ſiegue che non ſi ſia commeſſo alcuno errore nel partire.

Altra maniera di eſaminare il Moltiplicare, ed il Partire.

XCIX.

SOgliono entrambe queſte regole eſaminarſi ancora in un'altra maniera, che ſi chiama l' *eſame del nove*, la quale è uſitatiſſima, e merita di eſsere quì dimoſtrata. Dovendoſi eſaminare ſe il numero 207240 ſia il vero prodotto di queſti altri

Cap. VI. *Eſame del Moltiplicare, e del Partire.*

due 8635, e 24, ſi farà una croce, ſiccome ſi vede quì ſotto.

$$\begin{array}{r} 8635 \\ 24 \\ \hline 34540 \\ 17270 \\ \hline 207240 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 4 & 6 \\ \hline 6 & 6 \end{array}$$

ed in uno de' ſuoi quattro angoli ſi noterà ciocchè avanza, tolti tutti i 9 dalle figure del numero ſuperiore 8635 unite inſieme; e nell'angolo oppoſto ſi noterà ſimilmente ciocche avanza, tolti i 9 dalle figure del numero inferiore 24 accoppiate inſieme. E perchè le figure 8, 6, 3, e 5 unite inſieme fanno 22, dal qual numero tolti due 9 avanza 4, e le figure 2, e 4 unite inſieme fanno 6, dal quale non potendoſi togliere alcun' 9, avanza l'iſteſſo 6, ſi noterà 4 in un'angolo, e 6 nell'angolo oppoſto. Di poi ſi moltiplicheranno inſieme queſti due numeri 4,e 6,e dal prodotto 24 tolti tutti i 9, che ſono due, l'avanzo 6 ſi ſcriverà nel terzo angolo della croce. Se poi ciocche avanza, tolti tutti i 9 dalle figure del prodotto ſia parimente 6, cio è quel numero, che ſi è notato nel terzo angolo della croce, come accade quì, dove le figure 2. 0, 7, 2, 4, e 0 fanno il numero 15, da cui ſottratto un 9

avan-

avanza 6, ciò ſarà ſegno, che non ſi ſia sbagliato nel moltiplicare; ſe ſi trova più, o meno, ſi ſarà commeſſo qualche errore, e biſognerà rifare l'operazione da capo.

CAP. VI.
Eſame del Moltiplicare, e del Partire.

C.

Similmente dovendoſi eſaminare, ſe il numero 2129382 ſia il vero prodotto degli altri due 45306, e 47, ſegnata ancora una croce, ſiccome vedeſi quì ſotto.

```
  45306
     47
 ------
 317142
181224
-------
2129382
```

0	0
0	2

ſi metterà in uno de' ſuoi quattro angoli zero, perche tolti tutti i 9 dal numero 45306 non avanza coſa alcuna; e nell'angolo oppoſto ſi noterà 2, perche tanto avanza, tolti i 9 dall'altro numero 47. Poi nel terzo angolo della croce ſi metterà ancora zero; perche moltiplicati inſieme il 0, ed il 2, il prodotto è zero. E poiche dal prodotto 2129382, tolti tutti i 9, non avanza coſa alcuna, e per conſeguente nell'angolo rimanente ci và pure zero, cio è tanto, quanto ſi è notato nel terzo angolo, ne ſiegue che non ſi ſia errato nel moltiplicare.

CI. Do

Eſame del Moltiplicare, e del Partire.

CI.

Dovendoſi poi eſaminare, ſe il numero 1358 ſia il vero quoziente della diviſione di 486325 per 358, ſegnata parimente una croce, ſiccome vedeſi quì ſotto,

358.	486325	
	1283	$\begin{array}{c\|c} 7 & 2 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$
1358	.2092	
	.3025	
	.161	

ſi noterà in uno de'ſuoi quattro angoli ciocche rimane togliendo i 9 dal diviſore 358, cio è 7, che tanto rimane; e nell'angolo oppoſto ſi noterà ciocche rimane togliendo i 9 dal quoziente 1358, cio è 8, che tanto rimane. Di poi ſi moltiplicheranno inſieme i due avanzi 7, & 8, e dal prodotto 56 tolti ſimilmente i 9, ciocche rimane, vale a dire 2, ſi noterà nel terzo angolo della croce. Finalmente ſe tolta prima la ſomma delle figure dell'avanzo 161, la qual ſomma è 8, dalla ſomma delle figure del dividendo 486325, la qual ſomma è 28, e di poi toltine i 9, avanza tanto, quanto è ſtato notato nel terzo angolo della croce, cio è 2, non ſi ſarà errato nel partire, ſiccome accade quì: ſe avanza più, o meno, è ſegno, che ſi è errato, e biſognerà rifare l'operazione.

SEZIONE SECONDA.

Ove ſono ſpiegate le regole da praticarſi nel Sommare, Sottrarre, Multiplicare, e Partire li numeri rotti.

CII.

ALle quattro operazioni co' numeri intieri ſuccedono le operazioni co'rotti, che ſono quelle quattro iſteſſe; vale a dire il *Sommare*, il *Sottrarre*, il *Moltiplicare*, ed il *Partire*: delle quali, ſecondo l'ordine ſtabilito, deveſi parlare in queſta *ſeconda Sezione*. Ma prima è neceſſario accennare, che coſa ſia rotto; e di piu biſogna ſpiegare alcune, diciam' così, preparazioni, le quali ſono piu che neceſſarie alle ſuddette quattro operazioni.

CAPO PRIMO.

Della natura de' Rotti. Della loro origine; e di alcune operazioni meno principali di eſſi.

CIII.

SE ſi divide una coſa qualſivoglia, che ſi prende come un' tutto, in quante parti eguali ſi vuole, o che la diviſione ſia reale, Cap. I. *Della natura de'* Rotti, *e della loro origine.*

le, o che ſi faccia ſolo col penſiero, e di queſte parti ſe ne prendano alcune ; l'eſpreſſione aritmetica adoprata in iſpiegare le ſuddette parti diceſi *rotto*, ovvero *frazione*. Così per eſempio diviſo un carlino in quattro parti eguali, le eſpreſſioni aritmetiche $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, le quali ſi adoprano a ſpiegare o una, o due, o tre riſpettivamente delle ſuddette quattro parti, ſi chiamano *rotti*, o pure *frazioni*.

CIV.

Quindi ogni rotto è compoſto da due numeri ſeparati l'uno dall'altro con una picciola linea ; delli quali uno è ſcritto ſopra alla detta linea, e l'altro è ſcritto ſotto all'iſteſſa. Quello di ſopra chiamaſi *numeratore* ; perchè diſegna, ovvero numera quante parti ſono ſtate pigliate: e quello di ſotto diceſi *denominatore* ; perchè denomina le ſpecie delle parti, ovvero diſegna in quante parti è ſtato diviſo il tutto. Così nella frazione $\frac{3}{4}$ il denominatore 4 diſegna, che il tutto ſia ſtato diviſo in quattro parti eguali, ed il numeratore 3 diſegna, che delle ſuddette quattro parti ne ſiano ſtate preſe tre ; e per conſeguenza $\frac{3}{4}$ di un carlino ſono *ſette grana*, *e mezzo*: $\frac{3}{4}$ di una canna ſono *ſei palmi* : $\frac{3}{4}$ di un grano ſono *nove cavalli*. Così ancora nella frazione $\frac{4}{5}$ il denominatore 5 diſegna, che

il

il tutto è ſtato compartito in cinque parti eguali; ed il numeratore 4 dinota, che delle ſuddette cinque parti eguali ne ſiano ſtate pigliate quattro ; e perciò $\frac{4}{5}$ di un carlino ſono *otto grana* ; $\frac{4}{5}$ di un docato ſono *otto carlini* ; e finalmente $\frac{4}{5}$ di un tarì ſono *ſedici grana*.

Cap. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

CV.

Li rotti tirano la loro origine dalla diviſione. Imperciocchè dovendoſi dividere 3 docati a 4 perſone, la diviſione non può farſi ſenza rotti; per eſſere il 3 minore del 4 : il quoziente dunque ſarà il rotto $\frac{3}{4}$. Imperciochè ſe doveſſe dividerſi un ſolo docato a quattro perſone, ſenza dubbio il quoziente ſaria $\frac{1}{4}$; e perciò dovendoſi dividere 3 docati a 4 perſone, toccheranno a ciaſcuno $\frac{5}{4}$ di docato, che * ſono 75 grana. E ſimilmente dovendoſi dividere 5 docati a 9 perſone, il quoziente ſarà $\frac{5}{9}$: imperciochè ſe ſi aveſſe da dividere un ſolo docato a 9 perſone, il quoziente ſaria $\frac{1}{9}$; e per conſeguente dovendoſi dividere 5 docati a 9 perſone, il quoziente deve eſſere $\frac{5}{9}$, che ſono * quaſi 55 grana, e 8 cavalli.

* *num.* 104

* *num.* 104

CVI.

Così pure dovendoſi dividere 45632 docati a 7 perſone, il quoziente è 6518, e l'avanzo è 6, il quale non ſi può dividere a 7 perſone ſenza rotti ; e perchè diviſi 6 docati

Cap. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

* *num.* 104

cati a 7 perſone il quoziente è $\frac{6}{7}$, ne ſiegue, che tutto il quoziente della diviſione di 45632 per 7 ſia 6518 $\frac{6}{7}$, che ſono 6518 docati, 85* grana, e 9 cavalli in circa. E finalmente dovendoſi dividere 38654 a 38 perſone, il quoziente è 1017, ed avanza 8; il quale avanzo non ſi puo dividere a 38 ſenza rotti; e perche fatta la diviſione, il quoziente è una frazione, che ha 8 per numeratore, e 38 per denominatore, ne ſiegue, che tutto il quoziente della diviſione di 38654 per 38 ſia 1017 $\frac{8}{38}$.

Diſtinzione delle frazioni in tre claſſi.

CVII.

Non tutte le frazioni ſono dell'iſteſſa natura. Ve ne hà di *tre claſſi*: la prima claſſe è di quelle, *che anno il numeratore maggiore del denominatore*, come ſono tutte le ſeguenti:

$\frac{3}{2}.\ \frac{5}{3}.\ \frac{8}{4}.\ \frac{9}{6}.\ \frac{8}{5}.\ \frac{6}{2}.\ \frac{4}{3}.\ \frac{7}{2}.\ \frac{9}{8}$ &c.

La ſeconda claſſe è di quelle, che *anno il numeratore eguale al denominatore*, come ſono queſte altre:

$\frac{1}{1}.\ \frac{2}{2}.\ \frac{3}{3}.\ \frac{4}{4}.\ \frac{5}{5}.\ \frac{6}{6}.\ \frac{7}{7}.\ \frac{8}{8}.\ \frac{9}{9}$ &c.

La terza claſſe finalmente è di quelle, *che anno il numeratore minore del denominatore*, come ſono le frazioni quì notate:

$\frac{1}{2}.\ \frac{2}{3}.\ \frac{3}{4}.\ \frac{4}{9}.\ \frac{5}{8}.\ \frac{6}{7}.\ \frac{8}{9}.\ \frac{3}{7}.\ \frac{4}{7}$ &c.

CVIII. Pre-

CVIII.

Cap. I. *Della natura de'* Rotti, *e della loro origine.*

Premeſſa queſta diſtinzione, convien' ſapere, che *ogni frazione, la quale tiene il numeratore eguale al denominatore è giuſtamente un tutto*. Per eſempio la frazione $\frac{3}{3}$, in cui il numeratore 3 è eguale al denominatore 3, è giuſtamente un tutto; e la ragione ſi è, perche il tutto ſupponendoſi diviſo * nella ſuddetta frazione in tre parti eguali, ed eſſendo ſtate preſe tutte tre queſte parti, ſi è aſſorbito l'intiero tutto. Quindi $\frac{3}{3}$ di un carlino è un carlino intiero: $\frac{5}{5}$ di un docato è un docato intiero: $\frac{9}{9}$ di un zecchino, e un zecchino intiero: e generalmente tutte le frazioni della ſeconda liſta, ed ogni altra frazione, che tiene il ſuo numeratore eguale al denominatore ſi può ſpiegare per 1, ancorchè il numeratore, ed il denominatore ſiano numeri grandiſſimi.

* *num.* 104

CIX.

Conviene in oltre ſapere, che *ogni frazione, la quale tiene il numeratore maggiore del denominatore ſia maggiore di un tutto*. Per eſempio la frazione $\frac{5}{3}$, in cui il numeratore 5 è piu grande del denominatore 3, è maggiore di un tutto; e la ragione ſi è, perche il tutto ſupponendoſi diviſo nella ſuddetta ftazione* in tre parti eguali, ed eſſendo nõ ſolamente ſtate preſe tutte tre que-

* *num.* 104

ſte

ſte parti, ma due altre di più eguali a ciaſcuna di eſſe, non ſolo ſi è aſſorbito l'intiero tutto, ma ſi è parimente ſuperato. Quindi $\frac{5}{3}$ di un carlino è un carlino con $\frac{2}{3}$ di un' altro carlino di più: poiche $\frac{3}{3}$ è un carlino giuſto: $\frac{9}{4}$ ſono due carlini con $\frac{1}{4}$ di un' altro carlino di più; imperciocche $\frac{4}{4}$ è un carlino giuſto, e per conſeguente $\frac{8}{4}$ ſono due carlini: $\frac{8}{2}$ ſono quattro carlini giuſti; imperciocche $\frac{2}{2}$ è un carlino giuſto, e per conſeguente $\frac{8}{2}$ ſono quattro carlini: e generalmente tutte le frazioni della prima liſta, ed ogni altra, che tiene il numeratore maggiore del denominatore ſi puo ſpiegare con uno, o piu tutti, o giuſtamente, o con qualche rotto anneſſo.

CX.

Finalmente convien' ſapere, che *ogni frazione, la quale tiene il numeratore minore del denominatore ſia meno di un tutto*; Per eſempio la frazione $\frac{2}{3}$, in cui il numeratore 2 è minore del denominatore 3 è meno di un tutto; e la ragione ſi è perchè il tutto ſupponendoſi diviſo nella ſuddetta frazione * in tre parti eguali, ed eſſendo ſtate preſe due ſolamente delle ſuddette tre parti, non ſi è aſſorbito l'intiero tutto. Quindi $\frac{2}{3}$ di un carlino è meno di un carlino: $\frac{1}{4}$ di un docato è meno di un docato: $\frac{4}{5}$ di un zecchino è meno di un zecchino; e gene-

---

* *num.* 104

generalmente tutte le frazioni della terza liſta, ed ogni altra, che abbia il numeratore minore del denominatore non giugne ad un' tutto. E queſte ultime propriamente ſono vere frazioni; imperciocche quelle, che appartengono alla prima, e ſeconda claſſe non anno altro, che l'apparenza di frazione.

Cap. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

Del modo di ridurre li rotti ad intieri, e viceverſa gl' intieri à rotti.

CXI.

Li rotti, che ſono eguali ad un tutto, vale a dire quelli, che anno il numeratore eguale * al denominatore, ſi riducono, ſiccome è ſtato già detto, ad un ſolo intiero; e perciò ſi ſcriverà 1 in vece di $\frac{2}{2}$, di $\frac{5}{5}$, di $\frac{4}{4}$ di $\frac{8}{8}$ &c; Ma per ridurre li rotti, che ſono maggiori d'un tutto, vale a dire quelli, che anno* il numeratore maggiore del denominatore ad intieri, ſi uſerà queſta regola. *Si dividerà il numeratore per lo denominatore, e ſe dalla diviſione non avanza coſa alcuna, il quoziente diſegnerà tutti gl' intieri del rotto; nel caſo, che avanza alcuna coſa, ſi terrà conto dell' avanzo con formarne un rotto*: Così per eſempio dovendoſi ridurre $\frac{9}{3}$ ad intieri, ſi dividerà il nu-

* *num.* 108

* *num.* 109

meratore 9 per lo denominatore 3; e perchè il quoziente è giuſtamente 3, ſi conchiuderà, che la frazione $\frac{9}{3}$ equivale a 3 intieri. Così ancora dovendoſi ridurre la frazione $\frac{8}{3}$ ad intieri, ſi dividerà il numeratore 8 per lo denominatore 3, e perchè il quoziente è 2, ed avanza ancora 2; ſi conchiuderà, che la frazione $\frac{6}{3}$ equivale à 2 intieri, e $\frac{2}{3}$. E nell'iſteſſa maniera la frazione *mille dugento quarantotto diciotteſime* ſegnata quì ſotto

$$\frac{1248}{18} \qquad 69\frac{6}{18}$$

equivale a 69 intieri, e ſei *diciotteſime*: poichè diviſo il numeratore 1248 per lo denominatore 18, il quoziente è 69, e l'avanzo è 6.

CXII.

Vice verſa dovendoſi ridurre un'intiero ſolo a *mezzi*, o pure a *terzi*, ovvero a *quarti*, od a *quinti*, od a *ſeſti*, &c. ſi ſcriverà $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{6}$ &c; imperciochè ſi è detto che ogni frazione, che tiene il numeratore eguale al ſuo denominatore* equivale ad un' intiero ſolo. Ma dovendoſi ridurre una moltitudine d'intieri a rotto, ſi userà queſta regola: *Si moltiplicherà la ſuddetta moltitudine d'intieri per lo denominatore del rotto propoſto, ed al prodotto ſi ſoſcriverà*

* *num.* 108

il

Cap. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

il ſuddetto denominatore. Così per eſempio dovendoſi ridurre 3 intieri a *mezzi*, ſi moltiplicherà il 3 per lo denominatore 2, ed al prodotto 6 ſi ſoſcriverà l'iſteſſo denominatore 2; onde tre intieri ſi ridurranno al rotto $\frac{6}{2}$: così ançora dovendoſi ridurre 3 intieri a *terzi*, ſi moltiplicheranno li ſuddetti tre intieri per l'iſteſſo denominatore 3, ed al prodotto 9 ſi ſoſcriverà il denominatore 3; onde tre intieri equivagliono al rotto $\frac{9}{3}$: E nell'iſteſſa maniera ſi troverà che $245\frac{2}{3}$, che ſono molti intieri cõ un rotto anneſſo, equivagliono alla frazione $\frac{737}{3}$; impercioche 245 intieri ridotti a *terzi* ſono 735 terzi; e perciò aggiugnendovi gli altri $\frac{2}{3}$, ſi ottiene il rotto ſuddetto 737 terzi.

Della riduzione delle frazioni a minimi termini.

CXIII.

R*Idurre una frazione à minimi termini* non è altro, *ſe non che ritrovare la frazione la più ſemplice, che equivale alla frazione propoſta*. Per eſempio la frazione $\frac{6}{8}$ ſi dice ridurſi à minimi termini, allora quando in virtù di qualche regola ſi ritrova la ſua equivalente ſempliciſ-

CAP. I.
Della natura de' Rotti, e della loro origine.

ma $\frac{3}{4}$: Così ancora la frazione $\frac{24}{48}$ ſi riduce a minimi termini , quando ſi trova la ſua equivalente ſempliciſſima $\frac{1}{2}$.

CXIV.

Prima di proporre la regola , che ſi deve praticare nell'iſtituire coteſta riduzione , fa duopo ſpiegare alcune voci . *Miſura* di un numero ſi chiama *un'altro numero , che lo miſura , o lo divide eſattamente* : Così per eſempio 3 è miſura di 12; 8 è miſura di 24; mà 5 non è miſura di 13: perchè non lo divide eſattamente. Dove è da oſſervarſi, darſi alcuni numeri , che non anno altra miſura, che l'unità, e loro ſteſſi: quali numeri ſogliono chiamarſi *primi* . Tali ſono i numeri 5 , 7, 11, 13, 17, ed altri infiniti, li quali non poſſono dividerſi per altri numeri , ſe non che per 1 , ovvero riſpettivamente per eſſi ſteſſi , cioè per 5, 7, 11, 13, 17 &c.

CXV.

Comune miſura di due numeri ſi chiama *un'altro numero, che li miſura , e li divide eſattamente* ; Così per eſempio 3 è miſura comune di 12 , e di 18 ; 6 è miſura comune di 24, e di 30; ma 5 non è miſura comune di 15 , e di 18 . Dove è da oſſervaſi , che due numeri primi non anno altra comune miſura, che la ſola unità; come per eſempio la miſura comune di 7, e di 17 è ſolamente 1: eſſendo impoſſibile di ritrovare un numero, che divida eſattamente entrambi queſti due numeri primi.

CXVI.

Finalmente *maſſima comune miſura*, ſi dice *la più grande miſura di tutte le comuni miſure di due numeri*. Per eſempio tutte le comuni miſure de' numeri 18, e 30 ſono 1.2.3. e 6; delle quali 6 è la piu grande: quindi il numero 6 diceſi *maſſima comune miſura* de' numeri 18, e 30: Così ancora le comuni miſure de' numeri 30, e 90 ſono 1. 2. 3, 5. 6. 10. 15, e 30, delle quali 30 è la maggiore: quindi il numero 30 ſi dirà *maſſima comune miſura* de' numeri 30, e 90. Dove è da oſſervarſi, che li numeri primi, li quali non anno altro che l'unità* per comune miſura, ſono privi di maſſima comune miſura.

* *num.* 115

CXVII.

Per ritrovare la maſſima comune miſura di due numeri dati, ſi deve tenere queſta regola: *Fa duopo dividere il maggiore per lo minore, e ſenza tener conto del quoziente, biſogna notare l'avanzo. Poi biſogna dividere il minore per l'avanzo, e ſenza tener conto del quoziente, fa duopo notare il ſecondo avanzo. Indi è neceſſario dividere il primo avanzo per lo ſecondo, e ſenza ancora* *tener conto del quoziente, fa duopo notare il terzo avanzo. E l'iſteſſo ſi farà fin tanto che non avanzi coſa alcuna; ed allora il penultimo avanzo, vale à dire quello, che precede al zero, ſarà la maſſima comune miſura.*

CXVIII.

Così per eſempio dovendoſi ritrovare la maſſima comune miſura de' numeri 30, e 18, ſi dividerà, ſiccome vedeſi quì ſotto,

30. 18. 12. 6. 0

il numero maggiore 30 per lo minore 18, e ſenza tener conto del quoziente, ſi noterà l'avanzo 12. Poi ſi dividerà il numero minore 18 per l'avanzo 12, e ſi noterà ſimilmente l'altro avanzo 6. Finalmente ſi dividerà il primo avanzo 12 per lo ſecondo avanzo 6, e ſi noterà l'avanzo zero: E perche l'avanzo che precede al zero è il numero 6, ne ſiegue che eſſo ſia la maſſima comune miſura de' numeri 30, e 18.

CXIX.

Così ancora dovendoſi ritrovare la maſſima comune miſura de' numeri 140, e 25 ſi dividerà, ſiccome vedeſi quì ſotto

140. 25. 15. 10. 5. 0

il numero maggiore 140 per lo minore 25, e ſi noterà l'avanzo 15. Poi ſi dividerà il numero minore 25 per l'avanzo 15, e ſi noterà il ſecondo avanzo 10. In terzo luogo ſi dividerà il primo avanzo 15 per lo ſecondo avanzo 10; e ſi noterà il terzo avanzo 5. Finalmente ſi dividerà il ſecondo avanzo 10 per lo terzo 5; e ſiccome da queſta diviſione non avanza alcuna coſa: ne ſiegue che 5 ſia la maſſima comune miſura de' numeri 140, e 25. Con queſto iſteſſo metodo ſi conoſcerà, che i due numeri 15, e 37 non abbiano altro, che 1 per maſſima comune miſura; ſiccome ancora i due numeri 41, e 95.

CAP. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

CXX.

Ciò premeſſo, quando vien' propoſta una frazione a doverſi ridurre a minimi termini, *fa duopo primieramente ritrovare la maſſima * comune miſura del numeratore, e del denominatore: indi biſogna dividere così il numeratore, come il denominatore per la maſſima comune miſura già ritrovata; e ſervirſi de' quozienti per comporne la frazione ſemplicisſima, che ſi và cercando.*

* *num.* 117

CXXI.

Come per eſempio dovendoſi ridurre la frazione $\frac{45}{60}$ à minimi termini, ſi troverà la maſſima comune miſura* del denominatore 60, e del numeratore 45, la quale è 15; di poi ſi dividerà così il numeratore 45, come il denominatore 60 per 15: e da' quozienti

* *num.* 117

Cap. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

dell'una,e dell'altra diviſione,li quali ſono riſpettivamente 3,e 4 ſi comporrà la frazione $\frac{3}{4}$, la quale ſarà eguale alla propoſta, ed è la più ſemplice di tutte le frazioni dell'iſteſſo valore. Così ancora dovendoſi ridurre la frazione $\frac{85}{205}$ à minimi termini,ſi troverà la maſſima comune miſura del denominatore 205, e del nnmeratore 85, la quale è 5; e poi ſi dividerà così il numeratore 85, come il denominatore 205 per la maſſima comune miſura 5, e da' quozienti dell'una, e dell'altra diviſione, li quali ſono riſpettivamente 17, e 41 ſi comporrà la frazione $\frac{17}{41}$, che è eguale alla propoſta, ed è la più ſemplice di tutte le frazioni dell'iſteſſo valore. Con queſto iſteſſo metodo ſi conoſcerà, che la frazione, che ha 2478 per numeratore, e 3186 per denominatore ſi riduce a $\frac{7}{9}$; eſſendo il numero 354 la maſſima comune miſura; e che la frazione, che ha 13 per numeratore, e 27 per denominatore non ſi può ridurre a minimi termini; per eſſere 1 la maſſima comune miſura del numeratore,e del denominatore.

Della riduzione delle frazioni all'iſteſſa denominazione.

CXXII.

SE due o più frazioni anno un' medeſimo denominatore, diceſi ordinariamente, che ſono dell'*iſteſſa denominazione*; tali ſono le frazioni $\frac{1}{9}$. $\frac{3}{9}$. $\frac{5}{9}$. $\frac{8}{9}$ &c: Ma ſe due, o piu frazioni anno diſeguali denominatori, ſi ſuol' dire, che ſiano di *denominazione diverſa*: come ſono le frazioni $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{3}{4}$ &c; onde *ridurre le frazioni all'iſteſſa denominazione* non è altro, che *date due, o piu frazioni aventi diſeguali denominatori, ritrovarne altrettante eguali di valore alle date, ciaſcuna a ciaſcuna, ma che ſiano dell'iſteſſa denominazione*. Come per eſempio le due frazioni $\frac{1}{2}$, e $\frac{3}{4}$ ſono di diverſa denominazione; ma queſte altre due $\frac{4}{8}$, e $\frac{6}{8}$ ſono dell'iſteſſa denominazione, e ſono tali, che la prima $\frac{4}{8}$ è eguale alla prima $\frac{1}{2}$, e la ſeconda $\frac{6}{8}$ è eguale alla ſeconda $\frac{3}{4}$; ſiccome ſi ſcorgerà dal ridurle a minimi* termini.

CXXIII.

Date due frazioni, per ridurle all'iſteſſa denominazione ſi terrà queſta regola. *Si moltiplicherà il numeratore di ciaſcuna frazione per lo denominatore dell'altra: e li prodotti ſi no-*

* *num.* 120

Cap. I.
Della natura de' Rotti, e della loro origine.

ſi noteranno per numeratori delle frazioni nuove, che ſi cercano; alli quali prodotti ſi ſoſcriverà per comune denominatore ciocche naſce moltiplicando li denominatori delle ſuddette due frazioni propoſte. Come per eſempio, ſe le frazioni date ſono $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{8}$, ſi noteranno l'una accanto all'altra, come vedeſi quì ſotto:

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & . & \frac{5}{8} \\ 24 & . & 20 \\ \hline & 32 & \end{array}$$

poi ſi moltiplicherà il numeratore 3 della prima frazione per lo denominatore 8 dell' altra, e ſi ſcriverà il prodotto 24 ſotto la frazione $\frac{3}{4}$; indi ſi moltiplicherà il numeratore 5 della frazione $\frac{5}{8}$ per lo denominatore 4 delle prime $\frac{3}{4}$, ed il prodotto 20 ſi noterà ſotto l'iſteſſa frazione $\frac{5}{8}$; in fine ſi moltiplicheranno li due denominatori 4, ed 8, ed il prodotto 32 ſi noterà per denominatore comune ſotto li due numeratori 24, e 20; di modo che la frazione eguale à $\frac{3}{4}$ avrà 24 per numeratore, e 32 per denominatore; e la frazione eguale à $\frac{5}{8}$ avrà 20 per numeratore, e 32 per denominatore; e di fatto ridotte queſte due ultime frazioni à minimi termini* ſi vedranno uſcir fuori le due propoſte frazioni $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{8}$.

CXXIV. Nel

---

* *num.* 120

CXXIV.

Cap. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

Nel caſo, chè ſi debbano ridurre all'iſteſſa denominazione più di due frazioni, allora biſognerà tenere queſt'altra regola. *Si moltiplicherà il numeratore di ciaſcuna frazione per li denominatori di tutte le altre frazioni ſuſſecutivamente, e li prodotti ſi ſerberanno per numeratori delle frazioni nuove, che ſi cercano; alli quali ſi ſottoſcriverà per denominatore comune ciocche naſce moltiplicando inſieme li denominatori di tutte le frazioni*. Come per eſempio ſe le frazioni date ſono queſte quattro $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, ſi noteranno l'una accanto all'altra, come vedeſi quì ſotto:

$$\frac{2}{3} \;.\; \frac{3}{4} \;.\; \frac{4}{5} \;.\; \frac{5}{6}$$

$$\frac{240 \;.\; 270 \;.\; 288 \;.\; 300}{360}$$

ſi moltiplicherà il numeratore 2 della prima frazione $\frac{2}{3}$ per li denominatori 4, 5, e 6 delle altre; cio è prima per 4, e poi il prodotto 8 per 5, e finalmente il prodotto 40 per 6, ed il prodotto 240 ſi noterà ſotto l'iſteſſa prima frazione $\frac{2}{3}$. Poi ſi moltiplicherà nell'iſteſſo modo il numeratore 3 della ſeconda frazione $\frac{3}{4}$ per li denominatori 3, 5, e 6 delle altre, ed il prodotto 270 ſi

CAP. I. *Della natura de' Rotti, e della loro origine.*

noterà ſotto la medeſima ſeconda frazione $\frac{3}{4}$. In terzo luogo ſi moltiplicherà il numeratore 4 della terza frazione $\frac{4}{5}$ per li denominatori 3, 4, e 6 delle altre, ed il prodotto 288 ſi noterà ſotto la terza frazione $\frac{4}{5}$. Finalmente ſi moltiplicherà il numeratore 5 della quarta frazione $\frac{5}{6}$ per li denominatori 3, 4, e 5 delle altre, ed il prodotto 300 ſi ſcriverà ſotto la frazione $\frac{5}{6}$; e queſti ſaranno li numeratori delle frazioni, che ſi cercano. Per aver poi il denominatore comune, ſi moltiplicheranno inſieme tutti li denominatori 3, 4, 5, e 6, il prodotto de' quali è 360. E perciò la prima frazione avrà 240 per numeratore, e 360 per denominatore. La ſeconda avrà 270 per numeratore, e l'iſteſſo 360 per denominatore. La terza avrà 288 per numeratore, e ſimilmente 360 per denominatore. E finalmente la quarta avrà 300 per numeratore, e 360 ancora per denominatore: e ſaranno queſte quattro frazioni eguali alle date $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$: ſiccome ſi ſcorgerà dal ridurle a minimi termini. *

* *num.* 120

CAPO SECONDO.

Cap. II. Del Sommare.

Del Sommare.

CXXV.

NEl Sommare de' rotti fà duopo diſtinguere due caſi. Il *primo* caſo è, quando li rotti, che ſi devono ſommare, ſono tutti della medeſima denominazione; vale a dire tutti anno l'iſteſſo numero per denominatore. L'*altro* caſo è quando li rotti, che ſi devono ſommare, non ſono dell'iſteſſa denominazione; vale a dire non anno il medeſimo denominatore, ma chi ne ha uno, e chi un'altro.

Eſame del primo Caſo.

CXXVI.

NEl primo caſo *fà duopo ſommare inſieme tutti li numeratori, alla ſomma de' quali ſi ſoſcriverà il denominatore comune; e la frazione, che quindi riſulta, ſarà la ſomma di tutte le frazioni propoſte.* Ma ſi vuol'avvertire, doverſi nella ſuddetta ſomma praticare alcune riduzioni ſpiegate nel *Capo antecedente*: cioè ſe ella è più di un tutto, biſogna tirarne * fuori gl'intieri, che contiene: dopo la frazione, che reſta, ſe

* *num.* 111

pure ne reſta alcuna, ſi vuol' ridurre* a minimi termini; ſiccome ſi vedrà negli eſempj, che ſieguono,

* num. 120

CXXVII.

Sia dunque propoſto à ſommare inſieme le frazioni ſeguenti $\frac{1}{9}$. $\frac{3}{9}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{7}{9}$. $\frac{4}{9}$. $\frac{6}{9}$. $\frac{1}{9}$, le quali anno tutte il numero 9 per denominatore. Si ſommino tutti li numeratori 1. 3. 8. 7. 4. 6. & 1, ed alla ſomma 30 ſi ſoſcriva il denominatore comune 9; e la frazione *trenta none*, che quindi riſulta, ſarà la ſomma delle frazioni propoſte. Ma poichè queſta ſomma è un rotto maggiore * del tutto, per eſſere il numeratore 30 maggiore del denominatore 9, ſe ne tireranno in primo luogo gl'intieri che ſono 3, e la frazione $\frac{3}{9}$, che rimane ſi ridurrà à minimi termini, e ſi ritroverà la ridotta $\frac{1}{3}$: onde ſi conchiuderà che $3\frac{1}{3}$ ſia la ſomma delle ſette frazioni propoſte.

* num. 109

CXXVIII.

Così ſimilmente ſe ſi debbono ſommare diece frazioni, le quali anno riſpettivamente per numeratori li ſeguenti diece numeri 9. 11. 44. 83. 64. 73. 81. 96. 54. e 35, e per denominatore comune 100: ſi uniranno inſieme li numeratori, ed alla ſomma 550 ſi ſoſcriverà il denominatore comune 100, e la frazione, che quindi riſulta *cinquecento cinquanta centeſime* ſarà rà la ſomma delle diece frazioni propoſte, la qual' ſomma ſi ridurrà à $5\frac{1}{2}$.

Eſame dell'altro Caſo.

CXXIX.

NEll'altro caſo, nel quale le frazioni, che ſi devono ſommare non anno un' iſteſſo denominatore, *fa duopo prima d'ogni altro ridurre le frazioni date*all'iſteſsa denominazione, ſecondo la regola ſpiegata nel Capo antecedente: fatto ciò ſi uniranno tutti li numeratori, ed alla ſomma ſi ſoſcriverà il denominatore comune, e la frazione, che quindi riſulta, ſarà la ſomma di tutte le frazioni propoſte.* Dove ſi vuol' parimente avere à memoria di tirar fuori da queſta ſomma primieramente gl'intieri, ſe pur ce ne ſono, e poi ridurre l'avanzo a minimi termini; ſiccome ſi vedrà negli eſempj, che ſieguono.

* *num.* 25 *e* 124

CXXX.

Sia dunque propoſto a ſommare le tre frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, e $\frac{2}{6}$, che anno diverſi denominatori. Si riducano eſſe prima a tre altre frazioni, che abbiano il medeſimo denominatore: e queſte ridotte avranno riſpettivamente per numeratori 18. 24 e 12 per numeratori, e 36 per denominatore comune. Poi ſi ſommeranno li ſuddetti numeratori, ed alla ſomma 54 ſi ſoſcriverà il denominatore comune 36, e la frazione *cin-*

quantaquattro trentaſeeſime, che quindi riſulta, ſarà la ſomma delle tre frazioni propoſte $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, e $\frac{2}{6}$. E perchè queſta ſomma ſi riduce ad $1\frac{1}{2}$; ſi dirà, che $1\frac{1}{2}$ ſia propriamente la ſuddetta ſomma.

CXXXI.

Così ſimilmente dovendoſi ſommare le due ſeguenti frazioni $\frac{5}{7}$ e $\frac{4}{9}$, che anno diverſi denominatori, ſi ridurranno prima di ogni altro all'iſteſſa denominazione, e le ridotte avranno 45, e 28 per numeratori, e per denominatore comune il numero 63. Poi alla ſomma de' numeratori 73 ſi ſoſcriverà il denominatore comune 63, e la frazione che quindi riſulta, la quale ſi riduce ad *uno* intiero, e *diece ſeſſantatreeſime*, che è una frazione irreduttibile, ſarà la ſomma delle due frazioni propoſte.

CXXXII.

Dovendoſi ſommare intieri, e rotti, ſi ſommeranno prima li rotti, e poi gl'intieri: ſiccome ſi può vedere ne' due ſoſcritti eſempj, nel primo de' quali i rotti anneſſi agl'intieri ſono dell'iſteſſa denominazione, e nell'altro ſono di denominazione diverſa.

$3643\frac{1}{8}$	$4531\frac{2}{3}$
$2785\frac{3}{8}$	$6348\frac{3}{9}$
$4783\frac{5}{8}$	$2543\frac{3}{4}$
$5678\frac{6}{8}$	$6385\frac{1}{2}$
$16890\frac{7}{8}$	$19809\frac{1}{4}$

CAPO TERZO.

Cap. III. *Del Sottrarre.*

Del Sottrarre.

CXXXIII.

NEl ſottrarre de' rotti fà duopo ſimilmente diſtinguere due caſi. Il *primo* caſo è, quando li due rotti, ne'quali la ſottrazione è propoſta, ſono della medeſima denominazione; vale à dire entrambi anno l'iſteſſo denominatore. L'*altro* caſo è, quando li due rotti non ſono dell'iſteſſa denominazione; vale à dire non anno il medeſimo denominatore; ma chi ha un' denominatore, e chi ne ha un'altro.

Eſame del primo Caſo.

CXXXIV.

NEl primo caſo *ſi ſottrarrà il numeratore minore dal maggiore, ed all' avanzo ſi ſoſcriverà il denominatore comune: e la frazione, che quindi riſulta, ſarà l'avanzo della ſottrazione propoſta*. Ma ſi vuol' quì avvertire, doverſi il ſuddetto avanzo ridurre à minimi termini, ſe mai ſia poſſibile, ſecondo la regola accennata * nel *Capo primo di queſta ſeconda Sezione*.

---

* *num.* 120

CAP. III. *Del Sottrarre.*

CXXXV.

Così per eſempio dovendoſi ſottrarre il rotto $\frac{5}{9}$ dal rotto $\frac{8}{9}$, li quali due rotti anno il medeſimo denominatore 9, ſi ſottrarrà il numeratore minore 5 dal numeratore maggiore 8, ed all'avanzo 3 ſi ſoſcriverà il denominatore comune 9: e la frazione $\frac{3}{9}$, che quindi riſulta, la quale ſi riduce ad $\frac{1}{3}$, ſarà l'avanzo della ſottrazione di $\frac{5}{9}$ da $\frac{8}{9}$.

CXXXVI.

Così ancora dovendoſi ſottrarre il rotto, che hà 33 per numeratore, e 100 per denominatore dal rotto, che ha 58 per numeratore, e 100 ancora per denominatore, ſi ſottrarrà il numeratore minore 33 del maggiore 58, ed all'avanzo 25 ſi ſoſcriverà il ſuddetto denominatore 100: e la frazione, che quindi riſulta, la quale ridotta à minimi termini ſi cangia in un' $\frac{1}{4}$, ſarà l'avanzo della ſottrazione.

CXXXVII.

Potrebbero i rotti ſtare anneſſi agl'intieri: ed allora può occorrere, che da un'rotto minore ſi debba ſottrarre un'rotto maggiore, come accade in queſto eſempio,

$$\begin{array}{r} 6832\frac{2}{4} \\ 1583\frac{3}{4} \\ \hline 5248\frac{3}{4} \end{array}$$

nel quale ſi propone à ſottrarre il numero $1583\frac{3}{4}$

CAP. III. *Del Sottrarre.*

1583 $\frac{3}{4}$ da 6832 $\frac{2}{4}$. Non potendoſi dunque ſottrarre $\frac{3}{4}$ da $\frac{2}{4}$, ſi piglierà un'intiero dalla figura 2, e ſi ridurrà* à $\frac{4}{4}$, li quali ſi uniranno col rotto $\frac{2}{4}$; e poi ſi ſottrarrà $\frac{3}{4}$ da $\frac{6}{4}$, e l'avanzo $\frac{3}{4}$ ſi ſcriverà ſotto li rotti; dopo ſi farà la ſottrazione degl'intieri, e ſi troverà, che l'avanzo di tutta la ſottrazione ſia 5248 $\frac{3}{4}$.

* *num.* 108

Eſame dell'altro Caſo.

CXXXVIII.

NEll'altro caſo, nel quale le frazioni, che ſi devono ſottrarre, non anno un'iſteſſo denominatore, *fà duopo prima di ogni altro ridurre le due frazioni date all'iſteſſa denominazione, ſecondo la regola * ſpiegata nel Capo primo. Fatto ciò ſi ſottrarrà il numeratore minore dal maggiore, ed all'avanzo ſi ſoſcriverà il denominatore comune, e la frazione, che quindi riſulta, ſarà l'avanzo della ſottrazione propoſta.* Dove ſi deve ancora avvertire, doverſi ridurre il ſuddetto avanzo * à minimi termini, ſe mai il biſogno il richiede.

* *num.* 123

* *num.* 120

CXXXIX.

Così per eſempio dovendoſi ſottrarre il rotto $\frac{2}{3}$ dal rotto $\frac{3}{4}$, ſiccome queſti rotti non anno un'iſteſſo denominatore, ſi ridurranno prima di ogni altro alla medeſima denominazione, e le ridotte avranno riſpettivamente per numeratori 8, e 9, e per denominatore comune 12. Poi dal numeratore maggiore 9 ſi ſotttarrà il minore 8, ed all'avanzo 1 ſi ſoſcriverà il comune denominatore 12, e la frazione *una duodecima*, che quindi riſulta, la quale è irreduttibile, ſarà l'avanzo della ſottrazione.

CXL.

Così ancora dovendoſi ſottrarre il rotto $\frac{3}{5}$ dal rotto $\frac{7}{8}$, ſiccome eſſi non anno un' iſteſſo denominatore, ſi ridurranno prima di ogni altro alla medeſima denominazione, e le frazioni ridotte avranno riſpettivamente per numeratori 24, e 35, e per denominatore comune 40. Poi dal numeratore maggiore 35 ſi ſottrarrà il minore 24, ed all'avanzo 11 ſi ſoſcriverà il comune denominatore 40, ed il rotto, che quindi riſulta, $\frac{11}{40}$, il quale è irreduttibile, ſarà l'avanzo della ſottrazione di $\frac{3}{5}$ da $\frac{7}{8}$.

CXLI.

Potrebbero li rotti ſtare anneſſi agl'intieri, ed allora può accadere, che da un rotto minore ſi debba ſottrarre un rotto maggiore; ſiccome ſi vede nell' eſempio ſeguente,

$9468\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r} 9486\frac{1}{6} \\ 4457\frac{2}{3} \\ \hline 5028\frac{1}{2} \end{array}$$

nel quale ſi propone à ſottrarre il numero $4457\frac{2}{3}$ dal numero $9486\frac{1}{6}$: e perchè dal rotto $\frac{1}{6}$ non può ſottrarſi il rotto $\frac{2}{3}$, per eſſere queſto maggiore di quello, ſi prenderà un'intero dal numero 6, che precede al rotto $\frac{1}{6}$, e ſi aggiugnerà al ſudetto rotto: Ciò fatto dalla ſomma $\frac{7}{6}$ ſi ſottrarrà il rotto $\frac{2}{3}$, e ſi noterà l'avanzo $\frac{1}{2}$ nel luogo de' rotti. Dopo ſi ſottrarranno gl'intieri, e ſi troverà, che l'avanzo della ſottrazione ſia $5028\frac{1}{2}$.

CAPO QUARTO.

Del Moltiplicare.

CXLII.

NEl Moltiplicare de' rotti fà duopo diſtinguere più caſi. Il *primo* caſo è, quando ſi vuol moltiplicare un rotto per un'altro rotto; come per eſempio $\frac{2}{5}$ per $\frac{1}{4}$; ovvero $\frac{4}{5}$ per $\frac{4}{7}$. Il *ſecondo* caſo è, quando ſi vuol moltiplicare un'intiero per un rotto; come per eſempio 8 per $\frac{3}{5}$, ovvero 2346 per $\frac{1}{4}$. Il *terzo* caſo è, quando ſi vuol moltiplicare un'intiero unito con un rotto per

Cap. IV. *Del Moltiplicare.*

un rotto; come per eſempio $7\frac{2}{5}$ per $\frac{4}{5}$; ovvero $3564\frac{2}{5}$ per $\frac{7}{8}$. Il *quarto* caſo è, quando ſi deve moltiplicare un'intiero unito ad un rotto per un'intiero; come $9\frac{2}{5}$ per 4, ovvero $9632\frac{2}{4}$ per 45. E finalmente l'*ultimo* caſo è, quando ſi deve moltiplicare un'intiero unito ad un rotto per un' intiero unito ſimilmente ad un rotto; come per eſempio $9\frac{2}{3}$ per $3\frac{4}{5}$, ovvero $6564\frac{2}{5}$ per $24\frac{2}{7}$.

Eſame del primo Caſo.

CXLIII.

NEl primo caſo, in cui ſi deve moltiplicare un rotto per un rotto, *fà duopo moltiplicare li numeratori fra di loro, e li denominatori eziandio fra di loro, e da' prodotti, che naſcono da coteſte moltiplicazioni, comporne una frazione, la quale ſarà il prodotto delle due frazioni propoſte*. Per eſempio dovendoſi moltiplicare $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$, ſi moltiplicherà il numeratore 1 della prima frazione $\frac{1}{2}$ per lo numeratore 3 dell'altra frazione $\frac{3}{4}$, ed il denominatore 2 dell' iſteſſa prima frazione $\frac{1}{2}$ per lo denominatore 4 della frazione $\frac{3}{4}$, e da' prodotti 3, ed 8 ſi comporrà la frazione $\frac{3}{8}$, la quale ſarà il prodotto di $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$.

CXLIV.

CXLIV.

Similmente dovendoſi moltiplicare $\frac{7}{8}$ per $\frac{5}{9}$, ſi moltiplicheranno li numeratori 7, e 5 delle due frazioni propoſte, ed al prodotto 35 ſi ſoſcriverà quel prodotto, che naſce moltiplicando inſieme li denominatori 8, e 9 dell'iſteſſe due frazioni, il qual' prodotto è 72; e la frazione $\frac{35}{72}$, la quale è irreduttibile, ſarà il prodotto delle due frazioni $\frac{7}{8}$, e $\frac{5}{9}$. Finalmente dovendoſi moltiplicare $\frac{5}{12}$ per $\frac{4}{5}$ il prodotto ſarà $\frac{20}{60}$, ovvero $\frac{1}{3}$: impercioche li due numeratori moltiplicati inſieme producono 20, e li due denominatori moltiplicati parimente inſieme producono 60; ſoſcrivendo dunque il ſecondo prodotto 60 al primo 20 naſcerà una frazione, la quale ridotta * à minimi termini da $\frac{1}{3}$.

* *num.* 120

Eſame del ſecondo Caſo.

CXLV.

NEl ſecondo caſo, in cui ſi propone à moltiplicare un'intiero per un rotto, *ſà duopo in primo luogo ſoſcrivere al numero intiero l'unità, acciocchè egli in tal mo-*

do conſeguiſca la forma di rotto, nel quale l'iſteſſo numero intiero ſarà ufficio di numeratore, e l'unità ſarà ufficio di denominatore. Poi ſi moltiplicheranno così li due numeratori, come li due denominatori fra di loro, e la frazione, che riſulta da' prodotti, ſarà il prodotto ricercato del numero intiero per lo rotto. Dove è da avvertirſi, doverſi dal prodotto prima tirare gl'intieri, ſe pur ce ne ſono, e l'avanzo doverſi ridurre à minimi termini, ſecondo le regole ſpiegate nel *Capo primo di queſta Sezione ſeconda.*

CXLVI.

Così per eſempio dovendoſi moltiplicare il numero intiero 3 per $\frac{2}{4}$, ſi ſoſcriverà all' intiero 3 l'unità, acciocche egli prenda queſta forma di fratto $\frac{3}{1}$, nella qual frazione, il 3 fà ufficio di numeratore, e l'unità fà ufficio di denominatore. In tal modo ſarà ridotta la coſa à moltiplicare * il fratto $\frac{3}{1}$ per lo fratto $\frac{2}{4}$; e per conſeguenza ſoſcrivendo il prodotto 4 de' denominatori al prodotto 6 de' numeratori, la frazione $\frac{6}{4}$, che quindi riſulta, la quale ſi riduce à $1\frac{1}{2}$, ſarà il prodotto di 3 per $\frac{2}{4}$.

* *num.* 143

CXLVII.

Similmente dovendoſi moltiplicare il numero intiero 4, per lo rotto $\frac{2}{3}$, ſi ſoſcriverà 1 all'intiero 4 per ridurre la moltiplicazione

zione al primo caſo, in cui ſi proponeva à moltiplicare un rotto per un' altro rotto. E perchè il prodotto de' numeratori è 8, ed il prodotto de' denominatori è 3, ne ſiegue che $\frac{8}{3}$, ovvero $2\frac{2}{3}$, ſia il prodotto della moltiplicazione di 4 per $\frac{2}{3}$.

CXLVIII.

In oltre dovendoſi moltiplicare il numero intiero 25463 per lo rotto $\frac{4}{5}$, dopo aver ſoſcritto 1 al numero intiero 25463, ſi moltiplicherà il numeratore 25463 per lo numeratore 4, ed al prodotto 101852 ſi ſoſcriverà ciocche naſce moltiplicando 1 per 5, cioè 5, e la frazione, che quindi riſulta, la quale ſi riduce $20370\frac{2}{5}$ ſarà il prodotto di 25463 per $\frac{4}{5}$.

CXLIX.

Quando il numero intiero è più grande del denominatore del rotto, ſuole farſi comunemente la moltiplicazione in queſt'altra maniera. Cioè *ſi divide il numero intiero per lo denominatore del rotto, e ſi tiene conto così del quoziente, come dell' avanzo. Poi ſi moltiplica il quoziente per lo numeratore del rotto, e ciocche ſi produce dalla moltiplicazione è una parte del prodotto. Finalmente ſi moltiplica l'avanzo per lo numeratore dell'iſteſſo rotto, ed al prodotto ſi ſoſcrive il denominatore del rotto iſteſſo, e la frazione che quindi riſulta,*

(dal-

Cap. IV. Del Moltiplicare.

(dalla quale ſi devono tirare gl'intieri, ſe pur ce ne ſono, e quel che rimane ſi deve ridurre à minimi termini) *ſarà l'altra parte del prodotto. E per conſeguenza le due parti unite inſieme compongono il prodotto totale.*

CL.

Così dovendoſi moltiplicare 9 per $\frac{3}{4}$; nella quale moltiplicazione l'intiero 9 è maggiore del denominatore 4 del rotto $\frac{3}{4}$, ſi dividerà il ſuddetto numero intiero 9 per l'accennato denominatore 4, ed il quoziente della diviſione ſarà 2, e l'avanzo ſarà 1. Poi ſi moltiplicherà il quoziente 2 per lo numeratore 3 del rotto, ed il numero 6, che naſce dalla moltiplicazione, ſarà una parte del prodotto. Finalmente ſi moltiplicherà l'avanzo 1 per lo numeratore 3 del rotto $\frac{3}{4}$, ed al prodotto 3 ſi ſoſcriverà il denominatore 4; ed il rotto $\frac{3}{4}$, che quindi riſulta, ſarà l'altra parte del prodotto; ſicche tutto il prodotto ſarà $6\frac{3}{4}$. E di fatto ſe ſi moltiplica ſecondo * la prima maniera 9 per $\frac{3}{4}$, ſi ritrova l'iſteſſo prodotto $6\frac{3}{4}$.

* num. 145

CLI.

Così ancora eſſendo propoſto à moltiplicare il numero 28 per $\frac{4}{5}$, ſi dividerà il 28 per lo denominatore 5, e ſi noterà così il quoziente 5, come l'avanzo 3. Poi ſi mol-

tipli-

Cap. IV.
Del Moltiplicare.

tiplicherà il quoziente 5 per lo numeratore 4, ed il numero 20, che riſulta dalla moltiplicazione, ſarà una parte del prodotto. Finalmente ſi moltiplicherà l'avanzo 3 per lo numeratore 4, e ſi ſoſcriverà al prodotto il denominatore 5, e la frazione *dodici quinte*, che ſi riduce à $2\frac{2}{5}$ ſarà l'altra parte del prodotto; e perciò tutto il prodotto ſarà $22\frac{2}{5}$.

CLII.

Similmente dovendoſi moltiplicare il numero 40 per $\frac{5}{8}$, ſi dividerà il 40 per lo denominatore 8, e ſi noterà il ſolo quoziente 5, poichè da queſta diviſione non avanza coſa alcuna: e per conſeguente il prodotto di queſta moltiplicazione nõ avrà altro che una parte, la quale ſi trova moltiplicando il quoziente 5 per lo numeratore 5 del rotto $\frac{5}{8}$; e ſiccome da queſta moltiplicazione ſi produce il numero 25, ne ſiegue, che moltiplicando 40 per $\frac{5}{8}$, il prodotto ſia 25. E di fatto ſe ſi moltiplica ſecondo la prima maniera, 40 per $\frac{5}{8}$, ſi trova l'iſteſſo prodotto 25.

CLIII.

Se il numero intiero è molto compoſto, l'operazione ſi farà à poco à poco. Come dovendoſi moltiplicare il numero 3566324 per $\frac{1}{4}$, ſi metterà il rotto ſotto l'intiero, ſiccome vedeſi quì dietro:

3566324

$$\begin{array}{r@{}l} 3566324 & \\ & \tfrac{3}{4} \\ \hline 24 & \\ 2735 & \\ 1243 & \\ \hline 2674743 & \end{array}$$

ciò fatto ſi divideranno primieramente le due prime figure 35 del numero intiero per lo denominatore 4 della frazione $\frac{3}{4}$, e perchè il quoziente è 8, e l'avanzo è 3, ſi moltiplicherà il quoziente 8 per lo numeratore 3 della ſuddetta frazione, ed il prodotto 24 ſi ſcriverà ſotto alle ſuddette due figure 35 del numero intiero. In ſecondo luogo ſi unirà l'avanzo 3 colla terza figura 6 del dividendo, avendo però ragione * del valor locale, ed il numero 36, che quindi riſulta, ſi dividerà pure per lo denominatore 4, ed il quoziente 9 ſi moltiplicherà per lo numeratore 3, ed il prodotto 27 ſi noterà ſotto la ſeconda, e terza figura dell'intiero; imperciocchè il dividendo 36 appartiene à queſte due figure. In terzo luogo ſi dividerà la quarta figura 6 per lo denominatore 4, ed il quoziente 1 ſi moltiplicherà per lo numeratore 3, ed il prodotto 3 ſi noterà ſotto la ſuddetta quarta figura 6; e perchè l'avanzo della diviſione è 2, ſi unirà in

quar-

* *num.* 6

quarto luogo queſto avanzo colla quinta figura 3 dell'intiero, ed il numero 23, che quindi riſulta, ſi dividerà pure per 4, ed il quoziente 5 ſi moltiplicherà per lo numeratore 3, ed il prodotto ſi noterà ſotto la quarta, e quinta figura dell'intiero; imperciocchè il dividendo 23 appartiene à queſte due figure. E ſiccome l'avanzo di queſta diviſione è 3, ſi unirà in quinto luogo queſt'avanzo colla ſeſta figura 2, ed il numero 32, che quindi riſulta ſi dividerà pure per 4, e ſi moltiplicherà il quoziente 8 per 3, ed il prodotto 24 ſi noterà ſotto la quinta, e ſeſta figura. Finalmente ſi dividerà l'ultima figura 4 del numero intiero per lo denominatore 4, ed il quoziente 1 ſi moltiplicherà pure per 3, ed il prodotto 3 ſi ſcriverà ſotto la ſuddetta ultima figura; di modo che tutto il prodotto di 3566324 per $\frac{3}{4}$ ſarà 2674743.

CLIV.

Similmẽte dovẽdoſi moltiplicare 24160038 per $\frac{3}{8}$ il prodotto ſarà 9060014$\frac{3}{4}$, ſiccome è poſto quì ſotto; ed ecco come

$$\begin{array}{r} 24160038 \\ \frac{3}{8} \\ \hline 9060012 \\ 2\frac{6}{8} \\ \hline 9060014\frac{3}{4} \end{array}$$

Pri-

Primieramente dividendo le due prime figure 24 del numero intiero per lo denominatore 8, ſi avrà il quoziente 3, il quale moltiplicato per lo numeratore 3 rende il prodotto 9, che ſi deve notare ſotto la ſeconda figura del numero intiero. In ſecondo luogo dividendo le due ſeguenti figure 16 del numero intiero per 8, il quoziente è 2, il quale moltiplicato per 3 rende 6, che ſi deve ſcrivere ſotto la quarta figura 6, e nel luogo voto ſotto la terza figura 1 ſi deve mettere un zero. Finalmente dividendo le due ultime figure 38 per 8 il quoziente è 4, il quale moltiplicato per 3 rende il prodotto 12, che ſi deve notare ſotto le ſuddette due ultime figure 38, e ne' due luoghi voti ſotto la quinta, e ſeſta figura ſi devono mettere due zeri; e perchè l'avanzo dell'ultima diviſione è 6, che moltiplicato per il numeratore 3 da 18, a cui ſottoſcritto il denominatore 8, ſi ottiene la frazione *diciotto ottavi*, che è 2 $\frac{1}{4}$, ne ſiegue che tutto il prodotto ſia quell'iſteſſo, che è ſtato quì ſopra accennato.

Eſame del terzo Caſo.

CLV.

Nel terzo caſo, nel quale ſi propone a moltiplicare un'intiero per un'intiero, ro, ed un rotto, *fà duopo primieramente moltiplicare l'intiero per l'intiero, e poi l'intiero per lo rotto, ſecondo le regole già dimoſtrate, uſando tutta la maggior' cautela nel ſituare il prodotto della moltiplicazione dell'intiero per lo rotto ſotto il prodotto della moltiplicazione dell'intiero per l'intiero. Ciò fatto la ſomma, che quindi riſulta, ſarà il prodotto della moltiplicazione ricercato.*

Cap. IV. *Del Moltiplicare.*

CLVI.

Come per eſempio dovendoſi moltiplicare il numero 256318 per 25 $\frac{3}{4}$, ſituato il ſecondo numero ſotto il primo, ſiccome vedeſi quì ſotto,

$$\begin{array}{r}
256318 \\
25\,\frac{3}{4} \\
\hline
1281590 \\
512636 \\
182217 \\
1\quad 21\,\frac{2}{4} \\
\hline
6600188\,\frac{1}{2}
\end{array}$$

ſi moltiplicherà prima il numero intiero 256318 per lo numero intiero 25, e ſi ſcriverà il prodotto, il quale è compoſto da due parti, ſotto li due ſuddetti numeri. Indi ſi moltiplicherà l'iſteſſo numero 256318 per lo rotto $\frac{3}{4}$, e ſi ſcriverà il prodotto più ſot-

ſotto, incominciando dal ſeſto luogo: cioè ſi dirà il denominatore 4 entra nel 25, che ſono le due prime figure dell'intiero, 6 volte, ed avanza 1: ſi moltiplicherà dunque il 6 per lo numeratore 3, ed il prodotto 18 ſi ſcriverà ſotto il ſuddetto 25, vale à dire nel ſeſto, e quinto luogo. E perchè l'avanzo 1 unito colla figura ſeguente 6 compone il numero 16, ſi vedrà quante volte il denominatore 4 entra nell'iſteſſo 16, ed il quoziente 4 ſi moltiplicherà per lo numeratore 3 del rotto $\frac{3}{4}$, e ſi noterà il prodotto 12 nel quinto, e quarto luogo. In tal modo tirando l'operazione innanzi ritroveraſsi, che il prodotto della moltiplicazione di 256318 per 25$\frac{3}{4}$ ſia il numero 6600188$\frac{1}{2}$.

CLVII.

Similmente dovendoſi moltiplicare il numero intiero 2563832 per 8$\frac{6}{7}$ ſi ritroverà, che il prodotto ſia 22708226$\frac{2}{7}$; ſiccome ſi può oſſervare quì ſotto,

2563832
8$\frac{6}{7}$

20510656$\frac{2}{7}$
1836366
3612 4

22708226$\frac{2}{7}$

Eſa-

Eſame del quarto Caſo.

CLVIII.

NEl quarto caſo, nel quale ſi propone à moltiplicare un'intiero ed un rotto per un rotto; *fà duopo primieramente moltiplicare l'intiero per lo rotto, e poi il rotto per lo rotto, ſecondo le regole* già dimoſtrate. Ciò fatto la ſomma d'entrambi i prodotti ſarà il prodotto totale dell'intiero, e del rotto per lo rotto.*

* num. 149, e 143

CLIX.

Come per eſempio dovendoſi moltiplicare $456243\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$, ſituato il ſecondo numero ſotto il primo, ſiccome vedeſi quì ſotto,

$$\begin{array}{r} 456243\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \\ \hline 33\qquad\frac{1}{4}, \\ 12182\frac{3}{8}, \\ \hline 342182\frac{5}{8} \end{array}$$

ſi moltiplicherà in primo luogo il numero intiero 456243 per lo rotto $\frac{3}{4}$; ciocche ſi farà dividendo il ſuddetto intiero per lo denominatore 4, e moltiplicando il quoziente per lo numeratore 3. Indi ſi paſſerà à moltiplicare il rotto $\frac{1}{2}$ per lo ſteſſo rotto $\frac{3}{4}$, ed il prodotto $\frac{5}{8}$ ſi unirà col prodotto nato dal moltiplicare l'intiero 456243 per $\frac{3}{4}$. Sicche troveraſſi, che il prodotto totale ſia 342182$\frac{5}{8}$.

CLX.

Così parimente dovendoſi moltiplicare il numero intiero e rotto 863253$\frac{2}{3}$ per lo rotto $\frac{1}{2}$ ſi troverà, che il prodotto ſia 431626$\frac{5}{6}$; ſiccome può oſſervarſi quì ſotto

$$\begin{array}{r} 863253\frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} \\ \hline 431626\frac{1}{2} \\ \frac{2}{6} \\ \hline 431626\frac{5}{6} \end{array}$$

Eſame dell'ultimo Caſo.

CLXI.

NEll'ultimo caſo, in cui ſi propone à moltiplicare un'intiero ed un rotto per un'intiero ed un rotto, la qual moltiplicazione è la più compoſta di tutte le altre dell'iſteſſo genere; *fà duopo dividere la moltiplicazione in quattro parti*; *e primieramente biſogna moltiplicare un'intiero per l'altro; poi l'iſteſſo intiero* per lo rotto dell'altro: in terzo luogo ſi moltiplicherà l'altro intiero per lo rotto del primo; e final-*

mente

* num. 149

mente ſi moltiplicherà il rotto per lo rotto.* Ma ſi vuol' proccurare di regiſtare bene, ed ordinatamente ciaſcun' prodotto ſotto dell' altro. Fatto tutto queſto la ſomma de'quattro prodotti ſarà il prodotto ricercato della moltiplicazione dell'intiero e rotto per l'intiero e rotto.

CAP. IV. *Del Moltiplicare.*

* *num.* 143

CLXII.

Come per eſempio dovendoſi moltiplicare il numero 4563 $\frac{2}{3}$ per 56 $\frac{3}{4}$, ſituato il ſecondo numero ſotto del primo, ſiccome vedeſi quì ſotto,

$$\begin{array}{r}
4562\,\frac{2}{3} \\
56\,\frac{3}{4} \\
\hline
27372\,\frac{2}{4} \\
22810\phantom{\,\frac{2}{4}} \\
33\,\frac{1}{3} \\
121\phantom{\,\frac{2}{4}} \\
21\,\frac{6}{12} \\
16\phantom{\,\frac{2}{4}} \\
\hline
259931\,\frac{1}{3}
\end{array}$$

ſi moltiplicherà primieramẽte l'intiero 4562 per l'intiero 56; poi ſi moltiplicherà l'iſteſſo intiero 4562 per lo rotto $\frac{3}{4}$ dell'altro numero intiero, ed il prodotto ſi regiſtrerà più ſotto, incominciando dal quarto luogo; poiche il ſuddetto intiero contiene quattro caratteri. Dopo ſi moltiplicherà l'altro intiero 56 per lo rotto $\frac{2}{3}$ del primo; e ſi regiſtrerà più ſotto il prodotto, ſcrivendolo nel primo, e ſecondo luogo; perchè il ſuddetto intiero contiene due ſole figure. Finalmente ſi moltiplicherà il rotto $\frac{2}{3}$ per lo rotto $\frac{3}{4}$, ed il prodotto *ſei duodecime* ſi metterà nel luogo delle frazioni.

CLXIII.

Fatto tutto queſto ſi paſſerà à ſommare i ſuddetti quattro prodotti, incominciando da'rotti, li quali in queſto eſempio ſono trè. Queſti eſſendo di diverſa denominazione, per ſommarli inſieme ſi dovrebbero ridurre all'iſteſſa denominazione. Tutta via ſenza ridurre tutti tre, baſterà ridurre i due primi, che ſono $\frac{2}{4}$, ed $\frac{1}{3}$; poichè eſſi ridotti avranno per neceſſità la denominazione del terzo. Di fatto ridotte le due frazioni $\frac{2}{4}$, ed $\frac{1}{3}$ all'iſteſſo denominatore, ſi avranno queſte due altre $\frac{6}{12}$, e $\frac{4}{12}$, le quali unite colla terza frazione, che hà l'iſteſſo denominatore 12, danno un tutto ed $\frac{1}{3}$. Poi ſi ſommeranno gl' intieri, e ſi troverà che il prodotto della moltiplicazione ſia $259931\frac{1}{3}$.

CLXIV.

Similmente dovendoſi moltiplicare il numero $38635\frac{2}{3}$ per lo numero $33\frac{3}{5}$, ſi troverà,

verà, che il prodotto ſia 1298158 $\frac{2}{5}$, ſiccome vedeſi quì ſotto:

$38635\frac{2}{3}$
$33\frac{3}{5}$

115905
$115905\ \frac{6}{15}$
21021
216
22

$1298158\frac{2}{5}$

CLXV.

Finalmente dovendoſi moltiplicare il numero 3566 $\frac{2}{3}$ per 14 $\frac{1}{2}$, ſi troverà, che il prodotto ſia 51716 $\frac{2}{3}$, ſiccome vedeſi quì ſotto:

$3566\frac{2}{3}$
$14\frac{1}{2}$

$14264\frac{1}{3}$
35661
$1783\frac{2}{6}$
8

$51716\frac{2}{3}$

CAPO QUINTO.

Del Partire.

CLXVI.

NEl partire de' rotti fà duopo diſtinguere più caſi. *Il primo* caſo è, quando ſi vuol' dividere un' rotto per un' altro rotto; per eſempio $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{5}$, ovvero $\frac{3}{4}$ per $\frac{6}{7}$. *Il ſecondo* caſo è, quando ſi vuol' partire un'intiero per un' rotto; come per eſempio 8 per $\frac{3}{5}$, ovvero 3456 per $\frac{2}{5}$. *Il terzo* caſo è, quando *viceverſa* ſi vuol partire un' rotto per un'intiero; come $\frac{3}{4}$ per 8, ovvero $\frac{4}{5}$ per 232. *Il quarto* caſo è, quando ſi vuol' partire un'intiero unito con un' rotto per un' rotto; come per eſempio $7\frac{2}{5}$ per $\frac{4}{5}$; ovvero $234\frac{3}{4}$ per $\frac{1}{2}$. *Il quinto* caſo è, quando *viceverſa* ſi vuol' partire un' rotto per un'intiero unito con un' rotto; come $\frac{2}{3}$ per $4\frac{3}{4}$, ovvero $\frac{1}{5}$ per $138\frac{2}{3}$. *Il ſeſto* caſo è, quando ſi vuol' partire un'intiero unito con un' rotto per un' intiero; come $17\frac{2}{3}$ per 8. *Il ſettimo* caſo è quando *viceverſa* ſi vuol partire un'intiero per un'intiero accoppiato con un rotto; come 36 per $4\frac{2}{3}$. E finalmente *l'ultimo* caſo è, quando ſi vuol' partire un'intiero accoppiato con un' rotto per un' intiero unito ſimilmente con un' rotto ; come per eſempio $9\frac{2}{3}$ per $3\frac{4}{5}$, ovvero $6564\frac{3}{4}$ per $25\frac{2}{7}$.

Eſame del primo Caſo.

CLXVII.

NEl primo caſo, in cui ſi deve partire un' rotto per un rotto, *fà duopo moltiplicare il numeratore del dividendo per lo denominatore del diviſore, ed il numeratore del diviſore per lo denominatore del dividendo, e da' prodotti, che naſcono da coteſte moltiplicazioni comporne una frazione, la quale ſarà il quoziente delle due frazioni propoſte*. Per eſempio dovendoſi partire $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$, ſi moltiplicherà il numeratore 1 della frazione $\frac{1}{2}$, la quale fà ufficio di dividendo, per lo denominatore 4 dell'altra frazione $\frac{3}{4}$, che fà ufficio di diviſore; e poi ſi moltiplicherà il numeratore 3 della ſeconda frazione per lo denominatore 2 della prima ; e da prodotti 4, e 6 ſi comporrà la frazione $\frac{4}{6}$, ovvero $\frac{2}{3}$, la quale ſarà il quoziente della diviſione di $\frac{1}{2}$ per $\frac{3}{4}$.

CLXVIII.

Similmente dovendoſi partire il rotto $\frac{4}{5}$ per lo rotto $\frac{1}{2}$ ſi moltiplicherà il numeratore 4 del primo rotto per lo denominatore 2 dell'altro rotto, ed il numeratore 1 dell' iſteſſo ſecondo rotto per lo denominatore 5 del primo rotto, e da prodotti 8, e 5 ſi comporrà la frazione $\frac{8}{5}$, la quale ſi riduce ad $1\frac{3}{5}$, che ſarà il quoziente della diviſione di $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$. Finalmente dovendoſi dividere $\frac{8}{9}$ per $\frac{2}{7}$ il quoziente ſarà $3\frac{1}{9}$: imperciochè moltiplicando 8 per 7, e 2 per 9 li prodotti ſono riſpettivamente 56, e 18, li quali danno la frazione *cinquantaſei diciotteſimi*; che ridotta debitamente da $3\frac{1}{9}$.

Eſame del ſecondo Caſo.

CLXIX.

NEl ſecondo caſo, in cui ſi propone à partire un'intiero per un rotto, *fà duopo in primo luogo ſoſcrivere al numero intiero l'unità, acciocchè egli in tal modo conſeguiſca la forma di rotto, nel quale l'iſteſſo numero intiero fà ufficio di numeratore, e l'unità fà ufficio di denominatore. Poi ſi moltiplicheranno* vicendevolmente li numeratori per li denominatori, ſiccome è ſtato ſpiegato nel caſo antecedente, e la frazione, che riſulta da prodotti, ſarà il quoziente richieſto*. Dove è da avvertiſi, doverſi dal quoziente tirare* prima gl'intieri, e l'avanzo doverſi ridurre à minimi* termini, ſecondo le regole ſpiegate nel *Capo primo di queſta Sezione.*

* *num.* 167

* *num.* 111

* *num.* 120

CLXX. Così

CLXX.

Così per eſempio dovendoſi dividere il numero intiero 3 per lo rotto $\frac{2}{4}$, ſi ſoſcriverà all'intiero 3 l'unità, acciocche gli prenda queſta forma di rotto $\frac{3}{1}$, nella quale frazione il 3 fà ufficio di numeratore, e l'unità fà ufficio di denominatore. In tal modo ſarà la coſa ridotta à partire il rotto $\frac{3}{1}$ per lo rotto $\frac{2}{4}$; e perchè moltiplicati vicendevolmente li numeratori per li denominatori, ſi ottengono i prodotti 12, e 2, da' quali ſi compone il rotto *dodici mezzi*, che ſi riduce à 6 intieri, ne ſiegue che il quoziente della diviſione di 3 per $\frac{2}{4}$ ſia 6.

CLXXI.

Similmente dovendoſi partire il numero intiero 4 per lo rotto $\frac{3}{5}$, ſi ſoſcriverà 1 all' intiero per ridurre la moltiplicazione al primo caſo, in cui ſi prop[illegible]eva à partire un' rotto per un'altro rotto. E perchè li prodotti, che naſcono dal moltiplicare vicendevolmente li numeratori per li denominatori ſono 20, e 3 che compongono il rotto *venti terzi*, il quale ridotto debitamente ſi cangia in $6\frac{2}{3}$, ne ſiegue che dividendo il numero intiero 4 per lo rotto $\frac{3}{5}$. il quoziente ſia $6\frac{2}{3}$.

CLXXII.

Finalmente dovendoſi partire il numero intiero 25463 per lo rotto $\frac{4}{5}$, dopo aver ſo-

ſoſcritto 1 al numero intiero 25463, ſi moltiplicherà il numeratore 25463 per lo denominatore 5, ed il prodotto 127315 ſi ſoſcriverà ciocche naſce moltiplicando il numeratore 4 per 1, cioè 4, e la frazione, che quindi riſulta, la quale ſi riduce à 31828 $\frac{3}{4}$ ſarà il quoziente della diviſione di 25463 per lo rotto $\frac{4}{5}$.

Eſame del terzo Caſo.

CLXXIII.

NEl terzo caſo *viceverſa* ſi propone à dividere un' rotto per un'intiero. Quì ancora *fà duopo ſoſcrivere l'unità al numero intiero, acciocche egli in tal modo conſeguiſca la forma di rotto, nel quale l'iſteſſo numero intiero ſarà ufficio di nnmeratore, e l'unità ſarà ufficio di denominatore. Poi ſi moltiplicheranno vicendevolmente* * *li numeratori per li denominatori, e la frazione, che riſulta da' prodotti, ſarà il quoziente richieſto*. Così per eſempio dovendoſi dividere $\frac{2}{3}$ per 4 il quoziente è *due duodecime*, ovvero $\frac{1}{6}$. Così ancora dovendoſi dividere $\frac{1}{3}$ per 3 il quoziente è $\frac{1}{9}$. E finalmente dovendoſi dividere il rotto $\frac{6}{7}$ per 35, il quoziente è *ſei dugento quarantacinqueſimi*.

* *num.* 167

Eſame del quarto Caſo.

CLXXIV.

NEl quarto caſo, nel quale ſi propone à dividere un'intiero unito con un rotto per un rotto, *ſi ridurrà l'intiero * accoppiato col rotto à rotto, acciocche la coſa ſi riduca à dividere un rotto, per un rotto. Fatto ciò ſi moltiplicheranno* vicendevolmente li numeratori per li denominatori; e li prodotti ſerviranno per comporre il rotto, che è il quoziente della diviſione.* Come per eſempio dovendoſi dividere 25 $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$; ſi ridurrà 25 $\frac{2}{3}$ à *ſettantaſette terzi*; poi ſi dividerà queſta frazione per l'altra frazione $\frac{3}{4}$; e ſiccome il quoziente di queſta diviſione è un rotto, che tiene 308 per numeratore e 9 per denominatore, il qual' rotto ſi riduce à 34 $\frac{2}{9}$, ne ſiegue, che dividendo 25 $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ il quoziente ſia 34 $\frac{2}{9}$.

* *num.* 112

* *num.* 167

Eſame del quinto Caſo.

CLXXV.

NEl quinto caſo, in cui ſi propone *viceverſa* à partire un rotto per un'intiero unito con un rotto, *ſi ridurrà ſimilmente l'intiero*accoppiato col rotto à rotto, acciocche la coſa ſi riduca à dividere un*

* *num.* 112

rotto

Cap. V. Del Partire.
* num.167

rotto per un'altro rotto. Fatto ciò, ſi moltiplicheranno vicendevolmente li numeratori per li denominatori, e da' prodotti ſe ne comporrà una frazione, la quale ſarà il quoziente della diviſione.* Come per eſempio dovendoſi dividere $\frac{8}{9}$ per $2\frac{2}{3}$, ſi ridurrà $2\frac{2}{3}$ à $\frac{8}{3}$: poi ſi dividerà $\frac{8}{9}$ per $\frac{8}{3}$; e ſiccome il quoziente di queſta diviſione è un' rotto, che tiene 24 per numeratore, e 72 per denominatore, il quale ſi riduce ad $\frac{1}{3}$, ne ſiegue, che dividendo $\frac{8}{9}$ per $2\frac{2}{3}$, il quoziente ſia $\frac{1}{3}$.

Eſame del ſeſto Caſo.

CLXXVI.

* num.112
* num.167

NEl ſeſto caſo, in cui ſi propone à dividere un'intiero unito con un' rotto per un'intiero, *fà duopo ſimilmente ſoſcrivere all'intiero l'unità, e ridurre l'intiero * unito col rotto à rotto. Fatto ciò, ſiccome ſarà ridotta la coſa à dividere un rotto per un rotto, così ſi moltiplicheranno vicendevolmente* li numeratori per li denominatori, e li prodotti ſerviranno per comporre il rotto, che è il quoziente della diviſione*. Come per eſempio dovendoſi dividere 14 $\frac{2}{3}$ per l'intiero 4; ſi ridurrà 14 $\frac{2}{3}$ à rotto, per avere il rotto *quarantaquattro terzi*; poi ſi ſoſcriverà 1 all'intiero 4, per

avere

avere l'altro rotto $\frac{4}{1}$: Finalmente ſi moltiplicherà 44 per 1, e 4 per 3, e da' prodotti ſi comporrà la frazione *quarantaquattro duodecimi*, che ſi riduce à $3\frac{2}{3}$, la quale ſarà il quoziente della diviſione di $14\frac{2}{3}$ per 4.

Eſame del ſettimo Caſo.

CLXXVII.

NEl ſettimo caſo, nel quale *viceverſa* ſi propone a dividere un'intiero per un' intiero accoppiato con un' rotto, *fà duopo primieramente ſoſcrivere l'unità all'intiero, acciocche egli conſeguiſca la forma di rotto: poi biſogna ridurre l'intiero unito* col rotto à rotto: in tal modo ſarà ridotta la coſa al primo caſo, in cui ſi proponeva a dividere un rotto per un'altro rotto. Moltiplicati dunque vicendevolmente* li numeratori per li denominatori, ſi comporrà da' prodotti il rotto, che è il quoziente della diviſione*. Come per eſempio dovendoſi dividere 8 intieri per $12\frac{3}{4}$, ſi ſoſcriverà 1 ad 8, e ſi otterrà il rotto $\frac{8}{1}$; poi ſi ridurrà $12\frac{3}{4}$ à rotto, e ſi avrà l'altro rotto $\frac{51}{4}$; finalmente ſi dividerà $\frac{8}{1}$ per $\frac{51}{4}$, e perchè il quoziente di queſta diviſione è un

* *num.* 112

* *num.* 167

un rotto, che ha 32 per numeratore, e 51 per denominatore, ne ſiegue che il rotto *trentadue cinquantuneſimi* ſia il quoziente della diviſione di 8 per 12 $\frac{1}{4}$.

CLXXVIII.

Similmente dovendoſi dividere 1384 intieri per 10 $\frac{2}{3}$ ſi ſoſcriverà 1 all'intiero 1384, e ſi avrà il primo rotto: poi ſi ridurrà 10 $\frac{2}{3}$ à rotti, e ſi avrà l'altro rotto, che ſono *trentadue terzi*: poi ſi moltiplicheranno vicendevolmente li numeratori per li denominatori, e da' prodotti ſe ne comporrà un rotto, che avrà 4152 per numeratore, e 32 per denominatore: e perchè queſto rotto ſi riduce à 129 intieri e $\frac{3}{4}$, ne ſiegue, che tanto ſia il quoziente della diviſione di 1384 per 10 $\frac{2}{3}$.

Eſame dell'ultimo Caſo.

CLXXIX.

Finalmente nell'ultimo caſo ſi propone à dividere un'intiero accoppiato con un' rotto per un'intiero unito ſimilmente con un rotto. *Quì fà duopo ridurre ciaſcuno intiero unito * col ſuo rotto à rotto, acciocche la coſa ſi riduca à partire un' rotto per un'altro rotto. Poi ſi moltiplicheranno vicendevolmente * li numeratori per li denominatori, e da' prodotti ſe ne comporrà una*

* num. 112

* num. 167

una frazione, la quale ſarà il quoziente ricercato.

CLXXX.

Come per eſempio dovendoſi dividere 48 $\frac{3}{4}$ per 15 $\frac{2}{3}$, ſi ridurranno entrambi i numeri à rotti, ſiccome vedeſi quì ſotto:

$15\frac{2}{3}$	$58\frac{3}{4}$
$\frac{47}{3}$	$\frac{235}{4}$
188	705
	141
$3\frac{3}{4}$	

ed il dividendo ſi ridurrà à *dugento trentacinque quarti*, ed il diviſore à *quarantaſette terzi*. Poi ſi moltiplicherà il numeratore 235 del dividendo per lo denominatore 3 del diviſore, ed al prodotto 705 ſi ſoſcriverà il numero 188, che naſce moltiplicando il numeratore 47 del diviſore per lo denominatore 4 del dividendo: Finalmente dalla frazione *ſettecento e cinque centottantotteſimi* ſe ne tireranno fuori gl' intieri; ciocche ſi farà dividendo* il numeratore 705 per lo denominatore 188, e ſiccome ſi ottiene da queſta diviſione 3 $\frac{3}{4}$, così ne ſiegue che dividendo 58 $\frac{3}{4}$ per 15 $\frac{2}{3}$ il quoziente ſia 3 $\frac{3}{4}$.

* *num.* 111

CLXXXI.

Similmente ſe ſi propone à dividere $653\frac{3}{5}$ per $12\frac{2}{3}$, il quoziente ſarà $51\frac{3}{5}$, ſiccome vedeſi quì ſotto:

$12\frac{2}{3}$	$653\frac{3}{5}$
38	3268
3	5
190	9804
	·304
$51\frac{3}{5}$	114

CAPO SESTO.

Eſame del Sommare, e del Sottrarre, del Moltiplicare, e del Partire.

CLXXXII.

DImoſtràte le regole, che ſi debbono oſſervare nel ſommare, nel ſottrarre, nel moltiplicare, e nel partire li numeri rotti, è neceſſario ora dimoſtrare, come queſte quattro operazioni ſi poſſano eſaminare; ciocche ſi dice volgarmente *far la pruova*. Il *Sommare* adunque ſi eſamina per lo *Sottrarre*; e viceverſa il *Sottrarre* per lo *Sommare* nell'iſteſſiſsimo modo, che ſi praticò nel *Capo terzo* della *Sezione prima*: ſiccome ſi ſcorge da' due eſempj, che ſieguono, il pri-

primo de' quali appartiene al ſommare; e l'altro appartiene al ſottrarre.

$$\begin{array}{r} 8643\frac{2}{3} \\ \hline 1564\frac{1}{6} \\ 4832\frac{1}{2} \\ \hline 15040\frac{1}{3} \\ 6396\frac{2}{3} \\ \hline 8643\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 863254\frac{2}{3} \\ 135632\frac{1}{6} \\ \hline 727622\frac{1}{2} \\ \hline 863254\frac{2}{3} \end{array}$$

CAP. VI.
Eſame del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire.

CLXXXIII.

Similmente il *moltiplicare* ſi eſamina per lo *partire*, e viceverſa il *partire* per lo *moltiplicare* nell'iſteſſiſsimo modo, che ſi praticò nel *Capo ſeſto* della *Sezione prima*: vale à dire nella moltiplicazione *dividendo il prodotto per lo moltiplicatore, à vedere ſe il quoziente rieſca giuſtamente eguale al moltiplicando*; e nella diviſione *moltiplicando il quoziente per lo diviſore, à vedere ſe il prodotto rieſca giuſtamente eguale al dividendo*. Per eſempio dovendoſi eſaminare ſe il numero $12697\frac{2}{3}$ ſia il vero prodotto della moltiplicazione di $865\frac{3}{4}$ per $14\frac{2}{3}$, ſi dividerà il ſuddetto numero $12697\frac{2}{3}$ per uno de' due numeri, che ſi ſono moltiplicati inſieme, come per $14\frac{2}{3}$, à vedere ſe il quoziente ſia giuſtamente l'altro numero 865$\frac{3}{4}$: e perchè fatta cotal' diviſione il quoziente è giuſtamente 865$\frac{3}{4}$, ſiccome appariſce quì ſotto,

Eſame del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Partire.

$$\begin{array}{rr}
 & 865\frac{3}{4} \\
 & 14\frac{2}{3} \\
\hline
 & 3460\frac{2}{3} \\
 & 8651\phantom{\frac{2}{3}} \\
 & 416\frac{2}{4} \\
 & 169\frac{1}{2} \\
\hline
14\frac{2}{6} & 12697\frac{2}{3} \\
44 & 38093\phantom{\frac{2}{3}} \\
\hline
3 & 3 \\
132 & 114279 \\
\cline{1-1}
865\frac{3}{4} & ..867 \\
 & .759 \\
 & .99
\end{array}$$

ne ſiegue, che non ſi ſia errato nel moltiplicare.

CLXXXIV.

Viceverſa dovendoſi eſaminare, ſe il numero 232$\frac{1}{2}$ ſia il vero quoziente della diviſione di 8195$\frac{5}{8}$ per 35$\frac{1}{4}$, ſi moltiplicherà il ſuddetto quoziente 232$\frac{1}{2}$ per lo diviſore 35$\frac{1}{4}$, à vedere ſe il prodotto ſia giuſtamente il dividendo 8195$\frac{5}{6}$; e perchè fatta cotal moltiplicazione tanto appunto ſi trova che ſia il prodotto, ſicco-

ſiccome appariſce quì ſotto

$35\frac{1}{4}$	$8195\frac{5}{8}$
141	65565
4	8
1128	262260
	,3666
$232\frac{1}{2}$	.2820
$35\frac{1}{4}$	.564
$1160\frac{1}{2}$	
696	
$58\frac{1}{8}$	
17	
$8195\frac{5}{8}$	

ne ſiegue, che non ſi ſia errato nel partire.

SEZIONE TERZA.

Uſo delle Operazioni fin'ora ſpiegate nello ſcioglimento di varie queſtioni.

CLXXXV.

SPiegate ſofficientemente le quattro regole fondamentali dell'*Aritmetica*, che ſono il *Sommare*, il *Sottrarre*, il *Moltiplicare*, ed il *Partire* così ne' numeri intieri, come ne' numeri rotti, e la maniera di eſaminarle; fà duopo ora paſſare à dimoſtrar' l'uſo, che ſi può fare di eſſe, nello ſcioglimento di varie utili, e curioſe queſtioni. E per procedere con ordine gioverà ridurre le queſtioni, intorno le quali dovrem' ragionare, à *quattro* Capi generali. Il *primo* Capo abbraccerà le queſtioni, che ſi ſciogliono colla *regola del Trè*. Il *ſecondo* Capo comprenderà le queſtioni, che ſi riſolvono colla *regola del Falſo*. Il *terzo* Capo conterrà le queſtioni, che ſi riſolvono colla *regola della Società*. E finalmente l'*ultimo* Capo abbraccerà le queſtioni, le quali ſi riſolvono colla *regola dell'Allegazione.*

CAPO PRIMO.

Della Regola del Trè. Delle diverſe ſpecie di eſſa; e del modo di eſaminarle.

CLXXXVI.

PEr cominciare dalle queſtioni, che ſi riſolvono per mezzo della *regola del Trè* convien' ſapere, che queſta è una regola nella quale *dati trè numeri ſi và cercando il quarto proporzionale*. Quindi è che ella ſi chiama *regola del Trè*: chiamaſi ancora comunemente *regola aurea*, perchè l'uſo di eſſa è grandiſſimo, e per dir così *aureo* in quaſi tutte le queſtioni aritmetiche. Come per eſempio ſe foſſe propoſta queſta queſtione:con 100 *docati ſi ſono guadagnati* 18 *docati*; *con* 550 *docati quanti docati ſi guadagneranno?* Si dovrà far ricorſo alla regola del Trè,e troveraſſi, che ſi *guadagneranno* 99 *docati*.

Diviſione della regola del Trè in varie ſpecie.

CLXXXVII.

LA Regola del Trè divideſi *in quattro ſpecie diverſe*, che ſono *Semplice diretta* : *Semplice inverſa* : *Compoſta diretta*: *Compoſta inverſa*. Naſcono queſte quattro ſpecie da ciò,che la regola ò ſi propone con tre numeri,e diceſi regola del Trè *ſemplice*, la quale è ò *diretta*, ò *inverſa*; ovvero è propoſta con cinque numeri, e diceſi regola del Trè *compoſta*, la quale parimente è ò *diretta*, ò pure *inverſa*.

Della regola del Trè ſemplice così diretta, come inverſa.

CLXXXVIII.

LA regola del Trè ſemplice ſi propone con trè numeri ſoli: come *per eſempio* 35 *fabbricatori fanno* 255 *canne di fabbrica*;

ca; 860 fabbricatori nell'iſteſso tempo quante canne di fabbrica faranno? ovvero *456 ſoldati conſumano una certa quantità di farina in 63 giorni; 1362 ſoldati in quanti giorni conſumeranno l'iſteſsa quantità di farina*: la prima delle quali regole è diretta, e la ſeconda è inverſa.

CLXXXIX.

Per conoſcere ſe una regola del Trè ſemplice è diretta, ovvero ſe è inverſa, ſi farà così. *Si conſidererà attentamente ſe il quarto numero, che ſi và cercando, debba eſsere maggiore, ò minore del ſecondo: imperciocchè ſe il terzo ancora è maggiore, ò minore del primo, la regola ſenza dubio ſarà diretta; ma ſe il terzo è* viceverſa *minore, ò maggiore del primo, la regola ſarà inverſa.* Con queſto mezzo ſi conoſce, che nel primo eſempio, in cui ſi ſupponeva *che 35 fabbricatori faceſsero 255 canne di fabbrica*, e ſi andava cercando *quante canne di fabbrica doveſsero fare nell'iſteſso tempo 860 fabbricatori*, la regola del Trè ſia diretta: imperciocchè ſiccome il terzo numero 860 è maggiore del primo 35, così il quarto, che ſi và cercando, deve uſcire maggiore del ſecondo 255. Si conoſce di più, che queſt'altra regola, in cui ſi ſuppone, che 135 *docati fruttino* 14 *docati*, e ſi và cercando quanto *debbano fruttare* 86 *docati*, ſia eziandio diretta: imperciocche ſiccome il terzo numero 86 è minore del primo 135, così il quarto, il quale ſi và cercando è minore del ſecondo 14.

CXC.

Con queſto iſteſſo mezzo ſi conoſcerà *viceverſa*, che nell'altro eſempio, in cui ſi ſupponeva *che 456 ſoldati conſumaſſero una certa quantità di farina in 63 giorni*, e ſi andava cercando 1362 *ſoldati in quanti giorni doveſſero conſumare l'iſteſſa quantità di farina*, la regola del Trè ſia inverſa: imperciochè laddove il terzo termine 1362 è maggiore del primo 456, il quarto, che ſi và cercando, deve riuſcire minore del ſecondo. Si conoſcerà in oltre che queſt'altra regola, in cui ſi ſuppone che 235 *muli traſportino una certa quantità di orzo in* 12 *giorni, e ſi và cercando* 124 *muli in quanti giorni debbano traſportare l'iſteſſa quantità di orzo*, ſia parimente inverſa; imperciochè laddove il terzo termine 124 è minore del primo 235, il quarto che ſi và cercando deve riuſcire maggiore del ſecondo 12.

CXCI.

Evvi un'altro ſegno, col quale poſſiamo diſcernere, ſe una regola del tre ſemplice è inverſa: ed è quando *nella prima parte della queſtione ſi fà menzione d'una coſa, la quale ſi replica nella ſeconda parte, ſenza*

che

che ella entri nel calcolo, ò per dir meglio ne' tre numeri dell'iſteſſa queſtione; come ſi può oſſervare nella queſtione antecedente, nella prima parte della quale ſi è fatta menzione d'*una certa quantità di orzo*, la quale ſi è replicata nella ſeconda parte. L'iſteſſo accade in queſta queſtione, che è una regola del Trè inverſa: *quattro lumi vuotano una conſerva di acqua in* 12 *ore*: 13 *lumi in quante ore vuoteranno l'iſteſſa conſerva d'acqua*: dove ſi vede, che nella prima parte della queſtione ſi fà menzione *di una conſerva d'acqua*, la quale ſi nomina di nuovo nella ſeconda parte della queſtione.

CXCII.

Quando la regola del Trè è diretta per ritrovare il quarto numero *fà duopo moltiplicare il ſecondo per lo terzo numero, ed il prodotto, che quindi riſulta biſogna dividerlo per lo primo; impercioche il quoziente della diviſione ſarà il quarto numero ricercato*. Così ſe vien' propoſta queſta queſtione 13 *bovi ſono ſtati venduti* 117 *docati; quanti docati ſi venderanno* 83 *bovi?* fà duopo moltiplicare il ſecondo termine 117 per lo terzo 83; ed il prodotto, che riſulta dalla moltiplicazione, il qual prodotto è 9711, fa duopo dividerlo per lo primo 13; ſiccome ſi vede quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo:

13.

13 . 117 . 83 ? 747

83

———

351

936

13 ——— 747   ———

9711

.61

.91

00

e perchè il quoziente è 747, ne ſiegue che 83 *bovi ſi venderanno* 747 *docati.*

CXCIII.

Similmente ſe viene propoſta queſt'altra queſtione: 88 *docati fruttano* 15 *docati*; *quanto frutteranno* 343 *docati?* ſi dovranno moltiplicare inſieme il ſecondo 15, ed il terzo 343, ed il prodotto 5145 ſi dovrà dividere per lo primo 88, ſiccome ſi vede quì

88 . 15 . 343 ? 58: 46: 7

15

———

88 ——— 58. 46. 7

5145

.745

410

.580

52

12

———

624

..8

e però

e perchè il quoziente della diviſione ſono 58 docati 46 grana , e 7 cavalli ne ſiegue , che *tanto fruttano* 343 *docati.*

CXCIV.

Quando poi la regola del Trè è inverſa *fà duopo moltiplicare il primo numero per lo ſecondo, ed il prodotto, che quindi riſulta, fa duopo dividerlo per lo terzo: impercioche il quoziente della diviſione ſarà il quarto numero ricercato.* Così ſe vien' propoſta queſta queſtione: 18 *fabbricatori fabbricano un palaggio in* 48 *giorni* ; 54 *fabbricatori l'iſteſſo palaggio in quanti giorni lo fabbricheranno ?* biſogna moltiplicare il primo numero 18 per lo ſecondo 48 , ed il prodotto 864 biſogna dividerlo per lo terzo 54 ; ſiccome vedeſi quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo.

```
      18 .  48 :  54 ?  16
            18
 54        ———
 ——        864
 16        324
           000
```

e perchè il quoziente della diviſione è 16 , ne ſiegue che in 16 giorni li 54 fabbricatori compiranno il detto palaggio.

CXCV.

Similmente ſe vien' propoſta queſt'altra queſtione, che è una regola* del Trè inverſa:

3 *lumi*

* *num.* 189, *e* 191.

Cap. I. *Della regola del Trè, &c.*

3 lumi vuotano una conſerva d'acqua in 36 ore:4 lumi in quante ore vuoteranno l'iſteſſa conſerva d'acqua : ſi deve moltiplicare il primo numero 3 per lo ſecondo 36, ed il prodotto 108 ſi deve dividere per lo quarto 4, ſiccome ſi vede quì ſotto:

```
        3 .  36 .  4 .  27
              3
            ----
   4         108
  ---        .28
  27          ..
```

e perchè il quoziente della diviſione è 27, ne ſiegue che in tante ore ſi vuoterà la ſuddetta conſerva d'acqua.

Eſame della regola del Trè ſemplice così diretta, come inverſa.

CXCVI.

PEr aſſicurarſi che nella regola del Trè ſemplice diretta non ſi ſia errato, fà duopo praticar queſto metodo: *biſogna moltiplicare il primo numero per lo quarto, e vedere ſe il prodotto, che quindi riſulta, ſia eguale al prodotto nato dal moltiplicare il ſecondo e terzo numero inſieme: imperciocche ſe queſti due prodotti rieſcono eguali, non ſi ſarà errato nell'operazione; quando nò biſognerà rifare da capo l'operazione.*

CXCVII. Con

CXCVII.

Cap. I.
Della regola del Trè, &c.

Con queſto metodo ſi conoſcerà che in queſta queſtione 65 *docati anno fruttato 18 docati*: 195 *docati quanto debbono fruttare?* il quarto termine ſia 54 *docati*, il quale ſi trova moltiplicando* il ſecondo per lo terzo, e dividendo il prodotto per lo primo, ſiccome ſi vede quì ſotto.

* *num.* 192

65 .	18 .	195	54
		18	65
		—	—
		1560	270
		195	324
		—	—
65		3510	3510
—		260	
54		000	

imperciocchè moltiplicando il quarto termine 54 per lo primo 65 il prodotto 3510 è eguale à quello, che è nato moltiplicando il terzo 195 per lo ſecondo 18.

CXCVIII.

Per accorgerſi poi ſe nella regola del Trè ſemplice inverſa ſia ſtato commeſſo qualche errore, biſognerà praticare queſt'altro metodo. *Si dovrà moltiplicare il terzo numero per lo quarto à vedere ſe il prodotto, che quindi riſulta, ſia eguale à quello, che è nato dal moltiplicare il primo per lo ſecondo; imperciochè ſe queſti due prodotti*

rie-

rieſcono eguali, non ſi ſarà errato nell'operazione; in caſo che nò, ſi ſarà fatto errore, e biſognerà rifare da capo tutta l'operazione.

CXCIX.

Con queſto metodo ſi conoſcerà, che in queſta queſtione, 40 *ſoldati anno conſumata tutta la loro proviſione in* 18 *giorni; ſi dimanda in quanti giorni l'avriano conſumata* 30 *ſoldati?* il quarto termine ſia 24 *giorni*, che ſi trova moltiplicando* il primo per lo ſecondo, e dividendo il prodotto per lo terzo, ſiccome vedeſi quì ſotto:

* *num.* 194

```
          40 .  18 .  30 .  24
          18                30
         ----              ----
         320                00
          40                72
   30    ----              ----
   --    720               720
   24    120
         000
```

imperciocchè moltiplicando il terzo termine 30 per lo quarto 24 il prodotto è 720, quanto appunto è ſtato il prodotto del primo numero 40 per lo ſecondo numero 18.

Della regola del Trè compoſta così diretta, come inverſa.

CC.

La regola del Trè compoſta ſi propone con cinque numeri; Come per eſempio 35 *fabbricatori in* 18 *ore fanno* 255 *canne di fabbrica* : 860 *fabbricatori in* 23 *ore quante canne di fabbrica faranno ?* ovvero 456 *ſoldati conſumano* 287 *cantaja di farina in* 63 *giorni*; 1362 *ſoldati* 863 *cantaja di farina in quanti giorni la conſumeranno ?* la prima delle quali regole è diretta, e la ſeconda è inverſa,

CCI.

Per conoſcere ſe una regola del Trè compoſta è diretta, ovvero inverſa ſi farà così : *Si ſupporranno due termini corriſpondenti della prima, e ſeconda parte della queſtione eguali fra di loro, ed in queſta ſuppoſizione ſi potranno ſicuramente negligere, come quelli che ſupponendoſi eguali nulla fanno alla queſtione. Ciò fatto la regola del Trè compoſta ſarà ridotta * à ſemplice; imperciochè di cinque termini, che ella conteneva, ora non ne contiene più che trè. Se dunque la regola del Trè compoſta ridotta in tal modo à ſemplice ſi ritrova diretta * ſi può conchiudere, che la medeſima quando era com-*

* *num.* 188

* *num.* 189, e 191

compoſta ancora foſse diretta: ma ſe l'iſteſsa regola ridotta à ſemplice ſi ritrova inverſa, l'iſteſsa quando era compoſta non è da dubitarſi che non foſse parimente inverſa.

CCII.

Con queſto mezzo ſi conoſce, che nel primo eſempio, in cui ſi ſupponeva, che 35 *fabbricatori in* 18 *ore faceſsero* 255 *canne di fabbrica; e ſi andava cercando* 860 *fabbricatori in* 23 *ore quante canne di fabbrica doveſsero fare*, la regola del Trè ſia diretta: imperciocchè ſuppoſti li tempi eguali, che ſono due termini corriſpondenti, e ſono propriamente il ſecondo, ed il quinto termine della queſtione, eſſa ſi riduce ad una regola del Trè ſemplice: cioè ſe 35 *fabbricatori anno fatte* 255 *canne di fabbrica*; 860 *fabbricatori quante canne di fabbrica faranno?* la quale regola* è diretta. Si conoſce di più, che queſt'altra queſtione in cui ſi ſuppone, che 135 *docati in* 7 *anni fruttino* 14 *docati*, e ſi và cercando 86 *docati in* 18 *anni quanto debbano fruttare?* ſia eziandio una regola del Trè diretta: imperciocchè ſuppoſti il ſecondo e quinto termine, vale à dire i tempi eguali fra di loro, e negligendoli, la queſtione ſi riduce à queſta regola del Trè ſemplice diretta: ſe 135 *docati fruttano* 14 *docati*; *quanto frutteranno* 86 *docati?*

* *num.* 189, *e* 191

CCIII. Con

CCIII.

Con queſto iſteſſo mezzo ſi conoſcerà *viceverſa*, che nell'altro eſempio, in cui ſi ſupponeva, che 456 *ſoldati conſumaſſero 287 cantaja di farina in 63 giorni*; *e ſi andava cercando 1362 ſoldati 863 cantaja di farina in quanto tempo la doveſſero conſumare*, la regola del Trè ſia inverſa: imperciochè ſupponendo il ſecondo e quinto termine, vale à dire le quantità di farina eguali fra di loro, e negligendoli, la queſtione ſi ridurrà alla ſeguente regola ſemplice del Trè: *Se 456 ſoldati conſumano una certa quantità di farina in 63 giorni; 1362 ſoldati l'iſteſſa quantità di farina in quanti giorni la conſumeranno*; la quale è * inverſa. Si conoſcerà di più che queſt'altra queſtione in cui *ſi ſuppone che 235 muli traſportino 12345 tomola di orzo in 12 giorni*: *e ſi và cercando 124 muli 3564 tomola di orzo in quanti giorni la debbano traſportare*, ſia una regola del Trè inverſa: imperciochè ſupponendo due termini corriſpondenti, vale à dire il ſecondo, ed il quinto, eguali fra di loro, ella ſi riduce alla ſeguente regola del Trè: *ſe 235 muli traſportano una certa quantità d'orzo in 12 giorni; 124 muli l'iſteſſa quantità d'orzo in quanti giorni la condurranno?* * la quale regola è inverſa.

* *num.* 189, e 191

* *num.* 189, e 191

CCIV. Quan-

CCIV.

Quando la regola del Trè compoſta è diretta, per ritrovare il ſeſto numero proporzionale *fà duopo moltiplicare il terzo numero per lo quarto, ed il prodotto fà duopo moltiplicarlo per lo quinto numero: in tal modo ſi avrà un numero prodotto dalla moltiplicazione di tre termini* terzo, quarto, e quinto. *Poi biſogna moltiplicare il ſecondo per lo primo, e ſi avrà un'altro prodotto nato dalla moltiplicazione degli altri due termini* ſecondo, e primo: *finalmente fà duopo dividere il primo prodotto per lo ſecondo, ed il quoziente di queſta diviſione ſarà il ſeſto numero ricercato.*

CCV.

Così ſe vien' propoſta queſta queſtione: 13 *bovi, ciaſcuno de' quali peſava* 335 *rotola, ſono ſtati venduti* 117 *docati*: 83 *bovi ciaſcuno de' quali peſa* 424 *rotola, quanto ſi venderanno?* fa duopo moltiplicare il terzo numero 117, il quarto 83, ed il quinto 424 inſieme; e poi biſogna moltiplicare il ſecondo 335 per lo primo 13: finalmente fà duopo dividere il primo prodotto 4117464 per l'altro prodotto 4355, e perchè il quoziente è 945 docati 45 grana, e 8 cavalli, ſiccome è regiſtrato quì ſotto,

13. 335 | 117 | 83. 424 | 945: 45: 8.

ne ſiegue, che tanto ſi ſiano venduti 83 bovi, ciaſcuno de' quali peſa 424 rotola?

CCVI.

Similmente ſe vien' propoſta queſt'altra queſtione; 88 *docati in* 12 *anni ſi sà che anno fruttato* 15 *docati; ſi cerca quanto debbano fruttare* 343 *docati in* 6 *anni*. Si dovranno moltiplicare inſieme il terzo 15 il quarto 343, ed il quinto 6, ed il prodotto di eſſi, che è 30870, ſi dovrà dividere per lo prodotto, che naſce moltiplicando il ſecondo 12 per lo primo 88, il qual prodotto è 1056; e perchè fatta queſta diviſione il quoziente è 29 docati 23 grana, e 3 cavalli, come è notato quì ſotto,

88. 12 | 15 | 343. 6 | 29: 23: 3.

ne ſiegue che tanto frutteranno 343 docati in 6 anni.

CCVII.

Quando poi la regola del Trè compoſta è inverſa, *fà duopo moltiplicare il primo, terzo, e quinto numero inſieme, ed il prodotto di eſſi fà duopo dividerlo per lo prodotto, che naſce dal moltiplicare il ſecondo numero per lo quarto: imperciochè il quoziente della diviſione sarà il ſeſto numero ricercato*. Così ſe vien' propoſta queſta queſtione 325 *ſoldati conſumano* 39 *cantaja di farina in* 12 *giorni*; 975 *ſoldati* 78 *cantaja di farina in quanti giorni la conſumeranno?* biſognerà moltiplicare inſieme il primo numero

Cap. I.
Della regola del Trè, &c.

mero 325 il terzo 12, ed il quinto 78, ed il prodotto di eſſi, il quale è 304200, fà duopo dividerlo per lo prodotto del ſecondo 39, e del quarto 975, il qual prodotto è 38025; e ſiccome il quoziente di queſta diviſione è 8, come è notato quì ſotto,

325 | 39. 12 | 975 | 78. 8

ne ſiegue, che in tanti giorni 975 ſoldati conſumeranno 78 cantaja di farina.

CCVIII.

Similmente ſe vien' propoſta queſt'altra queſtione, che è una regola del Trè inverſa: 3 *lumi vuotano 36 botti d'acqua chiuſa in una conſerva in 18 ore: 9 lumi 72 botti d'acqua in quante ore le vuoteranno?* ſi deve moltiplicare il primo 3, il terzo 18, ed il quinto 72, ed il loro prodotto 3888, fà duopo dividerlo per 324, che naſce moltiplicando il ſecondo 36 per lo quarto 9: e perchè il quoziente è 12, ſiccome è notato quì ſotto,

3 | 36. 18 | 9 | 72. 12

ne ſiegue, che in tanto tempo 9 lumi vuoteranno 72 botti d'acqua. E di fatto ſe trè lumi vuotano 36 botti d'acqua in 18 ore, è neceſſario che 9 lumi vuotino l'iſteſſe 36 botti d'acqua in 6 ore; e per conſeguente gl'iſteſſi 9 lumi vuoteranno 72 botti d'acqua in 12 ore.

Eſame della regola del Trè compoſta così diretta, come inverſa.

CCIX.

PEr aſſicurarſi, che nella regola del Trè compoſta diretta non ſi ſia errato, fà duopo praticar queſto metodo: *biſogna moltiplicare il prodotto del primo, e del ſecondo numero per lo ſeſto, à vedere ſe il prodotto, che quindi riſulta, ſia eguale al prodotto nato dal moltiplicare inſieme il ſecondo, terzo, e quarto numero; imperciochè ſe queſti due prodotti rieſcono eguali, non ſi ſarà errato nell'operazione; quando nò, biſognerà rifare da capo tutta l'operazione.*

CCX.

Con queſto metodo ſi conoſcerà, che in queſta queſtione: *65 docati anno fruttato in 4 anni 18 docati: 195 docati in 16 anni quanto debbono fruttare?* il ſeſto termine ſia 216 *docati*, il quale ſi trova moltiplicando * il terzo, quarto, e quinto termine inſieme, e dividendo il prodotto per quello che naſce moltiplicando il primo per lo ſecondo: imperciocchè moltiplicando il ſeſto termine 216 per lo prodotto del primo, e del ſecondo, vale à dire per 260, il prodotto 56160 è eguale al prodotto nato dal moltiplicare inſieme il terzo, quarto, e quin-

* *num.* 204

e quinto termine, il qual prodotto è parimente 56160.

CCXI.

Per accorgerſi poi ſe nella regola del Trè compoſta inverſa ſia ſtato commeſſo qualche errore, biſognerà praticare queſt'altro metodo. *Si dovrà moltiplicare il ſeſto numero per lo prodotto del ſecondo, e del quarto, à vedere ſe il prodotto, che quindi riſulta, ſia eguale al prodotto nato moltiplicando inſieme il primo, terzo, e quinto numero: imperciocche ſe queſti due prodotti rieſcono eguali, non ſi ſarà errato nell'operazione: quando nò, biſognerà rifare tutta l'operazione da capo.*

CCXII.

Con queſto metodo ſi conoſcerà, che in queſta queſtione, 140 *ſoldati anno conſumato* 180 *cantaja di farina in* 93 *giorni*: 70 *ſoldati* 60 *cantaja di farina in quanti giorni la conſumeranno?* il ſeſto termine ſia 62 *giorni*, che ſi trova moltiplicando * il primo, terzo, e quinto termine inſieme, e dividendo il prodotto per quello, che naſce moltiplicando il ſecondo per lo quarto: imperciocchè moltiplicando il ſeſto termine 62 per lo prodotto del ſecondo, e del quarto, che è 12600, ſi ottiene il numero 781200, il quale è eguale al prodotto nato dal moltiplicare il primo 140, il ſe-

* *num.* 207.

condo 93, ed il terzo 60 inſieme, il qual prodotto è parimente 781200.

CAPO SECONDO.

Della regola del Falſo, e delle diverſe ſpecie di eſſa.

CCXIII.

Sieguono le queſtioni, che ſi riſolvono per mezzo della *regola del Falſo.* Queſta regola ſi chiama così, perchè mediante un numero falſo arbitrario ſi arriva à conoſcere il vero, che ſi và ricercando: e perchè tal volta baſta un ſolo numero falſo per arrivare alla cognizione del vero, e tal volta ſe ne richieggono due, quindi è che la regola del Falſo è di *due ſpecie* vale à dire *ſemplice*, e *doppia*. La ſemplice regola del Falſo è quella, in cui baſta fingere un ſolo numero per ſcoprire il vero: la doppia è quella, nella quale fà duopo fingere due numeri falſi per giugnere allo ſcoprimento del numero vero.

Della regola del Falſo ſemplice.

CCXIV.

Incominceremo dalle queſtioni, che ſi riſolvono per mezzo della regola *ſemplice*

plice del Falſo. Sia dunque propoſta in primo luogo queſta queſtione. *Trè uomini anno* 80 *anni con queſta condizione, che il ſecondo hà tre volte l'età del primo, ed il terzo hà due volte l'età del ſecondo; ſi cerca quanti anni tiene ciaſcuno uomo?* Per riſolvere queſta queſtione fà duopo fingere un numero à capriccio, per eſempio 4, e ſupporre che il primo uomo abbia 4 anni. Secondo queſta ſuppoſizione il ſecondo dovrà avere 12 anni; imperciochè ſi è ſuppoſto che l'età del ſecondo è tripla dell'età del primo: ma il terzo deve avere 24 anni; perciocchè ſi è ſuppòſto che l'età del terzo ſia doppia dell'età del ſecondo; e per conſeguẽte tutti trè inſieme avranno 40 anni: ma ſi è ſuppoſto che tutti trè abbiano 80 anni: dunque il numero 4 finto à capriccio nõ è il numero vero. Per ritrovare ora il vero numero degli anni del primo fà duopo iſtituire una regola del Trè ſemplice* diretta, la quale è queſta: *ſe* 40 *anni, età falſa di tutti trè, è uſcita dal numero falſo* 4; 80 *anni, vera età di tutti trè, da qual numero uſciranno?* e perchè fatta la regola del Trè ſi trova il

4	40 .	4 . 80 . 8	8
12		4	24
24	40	—	48
—	—	320	—
40	8	000	80

* *num.* 192

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

quarto eſſere 8, ne ſiegue che il primo debba avere 8 anni: e per conſeguente il ſecondo, la di cui età è tripla dell'età del primo, ne avrà 24: ed il terzo, la di cui età è doppia dell'età del ſecondo, ne avrà 48: e reſta vero, che tutti trè abbiano 80 anni.

CCXV.

Si vuol però quì avvertire che quantunque ſi poſſa fingere qualunque numero per arrivare allo ſcoprimento del vero; nulla di manco acciò il calcolo ſia meno imbarazzato ſi debba ſempre prendere 1 per lo numero falſo. Così in queſta iſteſſa queſtione ſupponendo che il primo uomo abbia 1 *a num.* 192 anno, il ſecondo ne avrà 3, ed il terzo ne avrà 6; e per conſeguente tutti trè ne avranno 10; laddove tutti trè ne doveano avere 80: quindi iſtituendo queſta regola del Trè: *ſe* 10, *falſa età di tutti trè, è uſcita dalla falſa età* 1 *del primo*: 80, *vera età di tutti trè, da qual numero uſcirà?* e ſi troverà ſimilmente, che il primo debba avere 8 anni, ſiccome ſi può vedere quì ſotto.

1	.10.	1.	80.	8	8
3			1		24
6		10	—		48
—		—	80		—
10		8	00		80

CCXVI.

Sia in ſecondo luogo propoſta queſta que-

ſtio-

Cap. II. Della regola del Falſo, &c.

ſtione: *Trè uomini anno comprata in comune una caſa 2700, ma non tutti anno contribuito egualmente. Il primo non ſi sà quanto ha poſto: il ſecondo ha poſto due volte più del primo; ed il terzo ha poſto trè volte più del ſecondo. Si cerca quanto ha poſto ciaſcuno?* Fingaſi che il primo abbia meſſo 1 docato; il ſecondo dunque avrà poſto 3 docati; ed il terzo ne avrà poſti 6: e per conſeguente tutti trè anno poſto 9 docati. Ma ſi è ſuppoſto che tutti trè anno poſto 2700 docati: dunque è falſo che il primo abbia poſto 1 docato ſolo.

CCXVII.

Per ritrovare ora quanti docati abbia veramente poſto il primo, ſi deve iſtituire questa regola del Trè ſemplice * diretta. *Se 9, falſa contribuzione di tutti trè, è uſcito dal numero falſo* 1: 2700, *vera contribuzione di tutti trè, da qual numero uſcirà?* e ſi ritroverà che il primo ha contribuito 300 docati; il ſecondo 600, ed il terzo 1800; ſiccome è notato quì ſotto:

1	9 . 1 . 2700 . 300		300
2		1	600
6	9	——	1800
——	——	2700	——
9	300	..00	2700

e reſta vero, che tutti trè inſieme abbiano ſpeſo nella compra 2700 docati; ciocche

* num. 192

può paſſare per una ſpecie di *eſame* di queſta operazione.

CCXVIII.

Sia in terzo luogo propoſta queſta altra queſtione. *Trè muli portano 8 tomola d'orzo, ma non tutti ne portano l'iſteſſa quantità. Il primo non ſi sà quanto ne porta : il ſecondo ſi sà che porta cinque volte più di quello che porta il primo. Ed il terzo ſi sà che porta due volte più di quello che porta il ſecondo: ſi dimanda quanto porta ciaſcuno ſeparatamente.* Fingiamo che il primo porti un tomolo ſolo di orzo: il ſecondo dunque ne deve portare 5 : ed il terzo 10 ; e per conſeguente tutti trè porteranno 16 tomola : ma ſi è ſuppoſto che tutti trè portano ſolamente 8 tomola : dunque è falſo che il primo ne porta uno.

CCXIX.

Per ritrovare ora quanto veramente porti il primo, ſi deve iſtituire queſta regola del Trè ſemplice* diretta. *Se* 16 *tomola ſono uſcite dalla poſizione falſa* 1 ; 8 *tomola da qual poſizione uſciranno?* e ſi troverà che uſciranno dalla poſizione $\frac{1}{2}$, ſiccome ſi vede quì:

* *num.* 192

1	16. 1. 8. $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
5		$2\frac{1}{2}$
10		5
—		—
16		8

onde ſi conchiuderà, che il primo mulo porta mezzo tomolo: il ſecondo porta due tomola e mezzo: ed il terzo cinque; e reſta vero che tutti trè ne portino 8: ciocche moſtra non eſſerſi errato nell'operazione.

Della regola dal Falſo doppia.

CCXX.

PAſſeremo ora alle queſtioni, che ſi riſolvono per mezzo della *regola doppia del Falſo*. Sia dunque propoſta queſta queſtione: *Trè uomini anno 38 anni con queſta condizione, che il ſecondo ha due volte l'età del primo, la quale è ignota, con due anni di più; ed il terzo hà l'età del primo, e del ſecondo con quattro anni di più*. Se ſi tenta di riſolvere colla regola del *Falſo ſemplice* queſta queſtione, ſi troveranno numeri tali, che non adempiſcono alle condizioni preſcritte. Imperoiocchè fingendo che il primo abbia 1 anno, il ſecondo ne avrà 4; cio è due volte l'età del ptimo con due anni di più: ed il terzo ne avrà 9; cio è l'età di tutte due con quattro anni di più. E ſecondo queſto ſuppoſto tutti tre ne avranno 14; laddove tutti trè ne dovevano avere 38. Si dovrebbe dunque ſecondo la regola del *Falſo ſemplice** iſtituire queſta regola del *Trè*. Se 14 è uſcito da 1, d'onde uſcirà

* *num.* 214

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

rà 38? e ſi troverà che eſce da $2\frac{5}{7}$; e per conſeguente il primo dovrebbe avere anni $2\frac{5}{7}$; il ſecondo $7\frac{3}{7}$; ed il terzo $14\frac{1}{7}$: laonde tutti trè avranno $24\frac{2}{7}$; ſicche avendo dovuto avere 38 anni, ſi vede che colla regola del *Falſo ſemplice* non ſi riſolve bene queſta queſtione.

CCXXI.

Per riſolverla dunque biſogna fare due poſizioni nella maniera che ſiegue. Fingaſi che il primo abbia 1 anno; il ſecondo ne avrà 4, ed il terzo ne avrà 9: e per conſeguente tutti trè inſieme ne avranno 14. Ma tutti trè ne dovevano avere 38: dunque ſi errato di 24, il quale errore è di meno, e ſi ſegna con queſto ſegno —; ſiccome ſi vede quì ſotto.

1	38	2
4		6
9		12
—		—
14		20
—24		18—

Fingaſi poi che il primo abbia 2 anni; il ſecondo avrà 6 anni; ed il terzo ne avrà 12; e tutti trè 20: ma tutti trè doveano avere 38; dunque ſi è errato di 18, il quale errore ancora è di meno, e ſi ſegna coll'iſteſſo ſegno —: li due errori dunque ſono 24, e 18, e ſono entrambi di meno.

CCXXII. Fat-

CCXXII.

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

Fatto queſto ſi moltiplicheranno li due errori per le due poſizioni vicendevolmente, vale à dire il primo errore 24 per la ſeconda poſizione 2, ed il ſecondo errore 18 per la prima poſizione 1, e ſi avranno li prodotti 48, e 18, delli quali ſi prenderà la differenza 30. Finalmente ſi dividerà queſta differenza 30 per la differenza degli errori 24, e 18, la quale è 6, e ſi avrà il quoziente 5, che ſono gli anni del primo. Il primo dunque avrà 5 anni: il ſecondo 12; ed il terzo 21; e reſta vero che tutti trè abbiano 38 anni.

CCXXIII.

Potrebbero le due poſizioni eſſere tali, che entrambi gli errori foſſero di più; ed allora l'operazione è del tutto l'iſteſſa. Fingaſi per eſempio che il primo abbia 10 anni; il ſecondo ne avrà 22; ed il terzo ne avrà 36; e per conſeguente tutti trè ne avranno 68; ma ne doveano avere 38 dunque sì fatto errore di 30, il quale errore è di più, e ſi ſegna con queſto ſegno +, ſiccome ſi vede quì ſotto.

10	38	12
22		26
36		42
68		80
+30		42+

Fin-

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

Fingaſi poi che il primo abbia 12 anni; il ſecondo avrà 24 anni; ed il terzo 42; e tutti tre avranno 80 anni. Ma dovevano tutti tre avere 38 anni, dunque ſi è errato di 42; e queſto errore è parimente di più, e ſi ſegna coll'iſteſſo ſegno +.

CCXXIV.

Fatto queſto ſi moltiplicheranno parimente gli errori per le poſizioni, ma vicendevolmente; cio è il primo errore 30 per la ſeconda poſizione 12, ed il prodotto ſarà 360; ed il ſecondo errore 42 per la prima poſizione 10, ed il prodotto ſarà 420: poi ſi ſottrarrà il minor prodotto 360 dal maggiore 420, e l'avanzo ſarà 60. Finalmente ſi dividerà queſto avanzo per 12, che naſce ſottraendo il minore errore 30 dal maggiore 42, ed il quoziente 5 ſaranno gli anni del primo.

CCXXV.

O che dunque gli errori ſiano entrambi di meno, ovvero entrambi di più, ſempre l'operazione è l'iſteſſa, e ſempre ſi giugne à ritrovare l'iſteſſo numero. Ma potrebbe un' errore eſſere di più, e l'altro di meno, ed allora dove biſognava ſottrarre fà duopo ſolamente ſommare, ed il rimanente ſi farà nell' iſteſſa guiſa. Così nell'iſteſſo eſempio fingendo che il primo abbia 1 anno, ſi perviene all'errore 24, il quale è di meno. Fingendo poi che il primo abbia 10 anni ſi perviene all'errore 30, il quale è di più: e ſi ſegnerà il primo con queſto ſegno —, e l'altro con queſto altro ſegno +, come ſi vede quì ſotto.

1	10
4	22
9	36
—	—
14	68
—24	30+

Fatto tutto queſto ſi paſſerà à moltiplicare gli errori 24, e 30 per le poſizioni 1, e 10, ma vicendevolmente; e li prodotti 240, e 30 in vece di ſottrarli l'uno dall'altro ſi ſommeranno, e la ſomma ſarà 270. Poi ſi ſommeranno ancora gli errori, la ſomma de' quali ſarà 54. Finalmente ſi dividerà la ſomma 270 de' due prodotti per la ſomma degli errori 54 ed il quoziente 5 ſaranno gli anni del primo; quanto appunto ſi è trovato che ſiano cogli due errori di meno.

CCXXVI.

Sia in oltre propoſta queſt'altra queſtione; *Dimandato un Maeſtro quanti ſcolari egli aveſſe, riſpoſe di non ſaperlo; ſoggiunſe però di ricordarſi che la mettà de' ſuoi ſcolari inſieme colla terza parte degl'iſteſſi, & inſieme con cinque ſeſti delli medeſimi, con 20 di più faceſſero 100. Si vuol ſapere quanti*

ſco-

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

ſcolari egli teneva. Fingaſi che ne aveſſe 1. E perchè la mettà di 1 più la terza parte dell'iſteſſo, più cinque ſeſti del medeſimo fanno 1$\frac{2}{3}$, aggiugnendo 20 à queſto numero 1$\frac{2}{3}$, verrebbe ſecondo la legge della queſtione il Maeſtro ad avere ſcolari 21$\frac{2}{3}$: ma ſi è detto, che ne doveva avere 100; dunque ſi è errato di 78$\frac{1}{3}$, il quale errore è di meno, e ſi ſegna così —; ſiccome ſi vede qui ſotto:

1	100	2
21$\frac{2}{3}$		23$\frac{1}{3}$
—78$\frac{1}{3}$		76$\frac{2}{3}$ —

Fingaſi di più che il Maeſtro aveſſe 2 ſcolari; e perchè la mettà di 2, inſieme colla terza parte, ed inſieme con cinque ſeſte parti fà 3$\frac{1}{3}$, aggiugnendo à queſto numero li 20 ſcolari di più, ne ſiegue che il Maeſtro dovria avere ſcolari 23$\frac{1}{3}$. Ma ſi è ſuppoſto averne 100; dunque ſi è errato di 76$\frac{2}{3}$, il quale errore è pure di meno, e ſi ſegna così —

CCXXVII.

Fatto queſto ſi moltiplicheranno gl'errori 78$\frac{1}{3}$, e 76$\frac{2}{3}$ per le poſizioni 1, e 2 ma vicendevolmente, vale à dire il primo errore 78$\frac{1}{3}$ per la ſeconda poſizione 2; e l'altro errore 76$\frac{2}{3}$ per la prima poſizione 1; e dal prodotto maggiore 156$\frac{2}{3}$ ſottraggaſi il prodotto minore 76$\frac{2}{3}$: l'avanzo della quale

ſot-

ſottrazione è 80. Finalmente ſi divida queſto avanzo per la differenza de' due errori $78\frac{1}{3}$, e $76\frac{2}{3}$, la qual differenza è $1\frac{2}{3}$, ovvero $\frac{5}{3}$: e perchè dividendo 80 per $\frac{5}{3}$, (ciocche ſi fà dividendo un'intiero * per un rotto) il quoziente è 48, ne ſiegue che il Maeſtro aveva 48 ſcolari. E di fatto la metà di 48 è 24: la ſua terza parte è 16: le ſue cinque ſeſte parti ſono 40; le quali tre parti 24, 16, e 40 fanno 80; al qual numero aggiuntovi 20, eſce fuori il numero 100 in queſtione.

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

* *num.* 169

CCXXVIII.

Finalmente ſia propoſta queſta queſtione. *Si dimanda un numero, che moltiplicato per* 5, *ed al prodotto aggiuntovi* 3, *e la ſomma moltiplicata per* 4, *faccia* 40. Fingaſi *in primo luogo che il numero in queſtione ſia* 1. Egli moltiplicato per 5 rende 5; à cui aggiuntovi il numero 3, ſi compone il numero 8: il quale moltiplicato finalmente per 4 ſi ottiene il numero 32. Ma doveva uſcire 40; dunque ſi errato di 8; il quale errore è di meno, e ſi ſegna così —

1	40	2
5		10
8		13
32		52
— 8		12 +

Fingaſi poi che il numero ſia 2. Egli molti-

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

plicato per 5 rende 10, à cui aggiuntovi il numero 3 ſi compone il numero 13, il quale moltiplicato per 4, ſi ottiene il numero 52. Ma doveva uſcire 40; dunque ſi è errato di 12; il quale errore è di più, e ſi ſegna così +

CCXXIX.

Fatto queſto ſi moltiplicheranno gli errori 8, e 12 vicendevolmente per le poſizioni; vale à dire il primo errore 8 per la ſeconda poſizione 2, e l'altro errore 12 per la prima poſizione 1; e li prodotti 16, e 12 ſi ſommeranno inſieme, poiche gli errori ſono quì diſſimili, uno di più, e l'altro di meno: e la ſomma è 28. Finalmente queſta ſomma ſi dividerà per la ſomma degli errori 8, e 12, cio è per 20: e perchè il quoziente della diviſione è $1\frac{2}{5}$, ne ſiegue che il numero in queſtione ſia $1\frac{2}{5}$. E di fatto queſto numero moltiplicato per 5 dà 7: à cui aggiunto 3, ſi ottiene 10; il qual numero moltiplicato finalmente per 4 eſce il numero ricercato 40.

Come ſi conoſce ſe una Regola del Falſo è ſemplice, ovvero doppia.

CCXXX.

PRima di terminare queſto *Capo* è neceſſario moſtrare, come ſi poſſa conoſcere,

ſcere; ſe una regola del *Falſo* ſia *ſemplice*; ovvero *doppia*, acciocchè ſi ſappia, quali queſtioni ſi debbano riſolvere per mezzo di quella, e quali per mezzo di queſta. Conviene dunque ſapere, che quelle queſtioni ſi poſſono riſolvere per mezzo della regola del *Falſo ſemplice*, nelle quali ſi vanno ricercando numeri, che ſono fra di loro in qualche ragione conoſciuta, e determinata, che poſſa eſprimerſi per mezzo di certi numeri: come ſe vien propoſto *à ritrovare tre numeri eguali à 45, il primo de' quali ſia il terzo del ſecondo, ed il ſecondo ſia tre quinti del terzo*, la queſtione appartiene alla regola del *Falſo ſemplice*: imperciocchè li tre numeri ricercati ſono fra di loro nell'iſteſſa ragione di 1. 3. e 5. Riſoluta dunque la ſuddetta queſtione colla *regola del *Falſo ſemplice*, ſi troverà che li numeri ſono 5. 15. e 25: e di fatto queſti numeri uniti inſieme fanno 45, e ſono tali, che il primo è il terzo del ſecondo, ed il ſecondo è $\frac{3}{5}$ del terzo.

* *num.* 214

CCXXXI.

Ma quelle queſtioni, nelle quali ſi vanno ricercando numeri, che non ſono frà di loro in qualche ragione conoſciuta, e determinata, che poſſa eſprimerſi per mezzo di certi numeri ſi debbono riſolvere colla regola del *Falſo doppia*; Come ſe vien' pro-

Cap. II. *Della regola del Falſo, &c.*

poſto à ritrovare tre numeri eguali à 58, il ſecondo de' quali ſia due volte il primo con tre unità di più, ed il terzo ſia tre volte il ſecondo con una unità di più; la queſtione appartiene alla regola del *Falſo doppia*: imperciocchè li tre numeri ricercati non anno una ragione conoſciuta, che poſſa eſprimerſi per due numeri, à cagione delle unità aggiunte. Riſoluta dunque la ſuddetta queſtione colla regola* del *Falſo doppia*, ſi troverà che li numeri ſono 5.13.e 40: e di fatto queſti tre numeri ſono eguali à 18, ed il ſecondo è due volte il primo con tre unità di più: ed il terzo è tre volte il ſecondo con una unità di più.

* *num.* 221

CCXXXII.

Ma ſi vuol'avvertire, che tutte le queſtioni, le quali ſi poſſono riſolvere colla regola del *Falſo ſemplice*, ſi poſſano ancora riſolvere colla regola del *Falſo doppia*; quantunque quelle, che di loro natura appartengono alla regola del *Falſo doppia*, non poſſano riſolverſi colla regola del *Falſo ſemplice*. E la ragione ſi è, che la regola del *Falſo ſemplice* ſi contiene nella regola del *Falſo doppia*; ma la regola del *Falſo doppia* non ſi contiene nella *ſemplice*, per eſſere queſta aſſai meno generale di quella.

CAPO TERZO.

Cap. III. *Della regola della Società, &c.*

Della Regola della Società, e delle diverſe ſpecie di eſſa.

CCXXXIII.

CON queſta regola, che ſi chiama *della Società*, ſogliono i mercatanti dividerſi proporzionalmente il guadagno, ovvero la perdita, che ſi è fatta in comune. Per eſempio *due mercatanti anno negoziato inſieme, ed uno di eſſi ha impiegati nel negozio* 135 *docati, e l'altro ci hà impiegati* 248 *docati: fingendo dunque che abbiano ò guadagnati, ò perduti* 68 *docati, ſi dimanda quanto toccherà à ciaſcuno di guadagno, o di perdita?* Coteſta queſtione ſi riſolve colla regola *della Società*, di cui ragioneremo in queſto *Capo terzo*.

Diviſione della Regola della Società in due ſpecie.

CCXXXIV.

LA regola *della Società* ſi divide in due ſpecie, che ſono regola *della Società ſemplice*, e regola *della Società compoſta*. Naſcono queſte due ſpecie da queſto, che la regola può eſſere propoſta ſenza la giunta del tempo, e colla giunta del tempo. Nel primo caſo la regola è *ſemplice*, nell'altro caſo è *compoſta*.

Della Regola della Società ſemplice.

CCXXXV.

La regola *della Società ſemplice* ſi propone ſenza giunta di tempo così. *Trè perſone anno negoziato inſieme, ed il primo ha meßi nel negozio 56 docati; il ſecondo ha poſti 112 docati; ed il terzo ha poſti 336 docati, col qual denaro ſi ſono guadagnati 117 docati. Si dimanda quanto deve darſi al primo, quanto al ſecondo, e quanto al terzo?* Quì ſi ſuppone, che tutti tre ſiano entrati nel negozio nell'iſteſſo tempo, il quale tempo perciò non merita di eſsere conſiderato.

CCXXXVI.

Per riſolvere queſta queſtione, fà duopo ſommare inſieme tutto il denaro, che li tre mercatanti anno impiegato nel negozio; vale à dire biſogna unire in una ſomma 56. 112, e 336; la qual ſomma è 504. Fatto queſto ſi debbono iſtituire tante regole del Trè ſemplici* dirette, quante ſono le perſone, le quali anno negoziato inſieme, cioè trè nell'eſempio propoſto. La prima regola ſarà queſta. *Se con 504 docati ſi ſono guadagnati*

* num. 192

gnati

gnati 117 docati: quanto ſi guadagnerà con 56 docati? La ſeconda ſarà queſt'altra. *Se con 504 docati ſi ſono guadagnati 117 docati; quanto ſi guadagnerà con 112 docati?* E finalmente la terza ſarà queſta. *Se con 504 docati ſi ſono guadagnati 117 docati; quanto ſi guadagnerà con 336 docati?* e ſi troverà * che il guadagno corriſpondente à 56 docati ſia 13; il guadagno corriſpondente à 112 docati ſia 26; e finalmente il guadagno corriſpondente à 336 docati ſia 78. Laonde à colui, che hà poſti 56 docati toccheranno 13 docati di guadagno. A colui, che ha poſti 112 docati toccheranno 26 docati: e finalmente à colui, che hà poſti 336 docati toccheranno 78 docati. E perchè 13, 26, e 78, che ſono li guadagni parziali, ſommati inſieme reſtituiſcono il guadagno totale, il quale ſi è detto che foſſe 117 docati, ne ſiegue che non ſi è errato nell'operazione.

* *num.* 192

CCXXXVII.

Similmente ſe viene propoſta queſta queſtione. *Due perſone anno negoziato inſieme, ed il primo ha meſſi 325 docati, e l'altro 588, ed anno perduto nel negozio 83 docati; ſi dimanda quanto toccherà à ciaſcuno di perdita?* Si dovrà eſſa riſolvere per mezzo della regola *ſemplice della Società* nella maniera, che ſiegue. Si uniſcano in una ſomma li 325, e 588 docati, che li due mercatanti anno meſſi in negozio, e la ſomma ſarà 913. Poi ſi iſtituiſcano queſte due regole del Trè; cioè *ſe con* 913 *docati ſi ſono perduti* 83 *docati: con* 325 *docati quanti ſi perderà?* e poi *ſe con* 913 *docati ſi ſono perduti* 83 *docati: con* 588 *docati quanto ſi perderà?* e ſi troverà * che la perdita corriſpondente à 325 docati ſiano 29 docati 54 grana, e 6 cavalli in circa; E la perdita proporzionata à 588 docati ſiano 53 docati, 45 grana, e 5 cavalli in circa. Il perchè à colui, il quale hà poſto 325 docati, toccheranno di perdita 29. 54. 6; ed à colui, il quale hà poſti 588 docati toccheranno di perdita 53. 45. 5. E perchè le due perdite parziali ſommate inſieme reſtituiſcono la perdita totale di 83 docati; ne ſiegue che non ſi ſia errato nell'operazione.

* *num.* 192

Della Regola della Società compoſta.

CCXXXVIII.

LA regola della *Società compoſta* ſi propone colla giunta del tempo così. *Trè perſone anno negoziato inſieme, e non ſolo anno impiegate nel negozio diverſe ſomme di denaro, ma ancora i tempi, ne' quali eſſi ſono entrati à parte nel negozio, ſono diſeguali; vale à dire il primo hà meſſi* 18 *docati*

cati per lo ſpazio di 3 meſi; il ſecondo ha meſſi 54 docati per lo ſpazio di 6 meſi; ed il terzo 108 docati per lo ſpazio di 9 meſi, col qual denaro anno guadagnati 375 docati: ſi dimanda quanto toccherà di guadagno à ciaſcuno?

CCXXXIX.

Per riſolvere queſta queſtione fà duopo moltiplicare ciaſcuna ſomma di denaro per lo ſuo tempo corriſpondente; vale à dire prima 18 per 3: poi 54 per 6; e finalmente 108 per 9; e ſi avranno li prodotti 54. 324. e 972. Fatto queſto la regola di *Società compoſta* ſarà ridotta * à *Società ſemplice*. Imperciocchè ſi dovrà vedere quanto tocchi di guadagno al primo, che ha poſti 54 docati: quanto al ſecondo, il quale hà poſti 324 docati: e quanti al terzo, il quale ha poſti 978 docati.

* 235

CCXL.

Si ſommeranno dunque li tre numeri 54. 324, e 972, e la ſomma ſarà 1350. Poi ſi iſtituiranno queſte tre regole del Trè. *Se con 1350 docati ſi ſono guadagnati 375 docati; quanto ſi guadagnerà con 54 docati?* Poi *ſe con 1350 docati ſi ſono guadagnati 375 docati: quanto ſi guadagnerà con 324 docati?* E finalmente *ſe con 1350 docati ſi ſono guadagnati 375 docati; quanto ſi guadagnerà con 972 docati?* E ſi troverà * che il

* *num.* 192

guadagno corriſpondente à 54 docati ſia 15 docati: il gnadagno corriſpondente à 324 docati ſia 90 docati; e finalmente che il guadagno corriſpondente à 972 docati ſia 270 docati. Onde à colui, il quale hà meſſi 18 docati per lo ſpazio di 3 meſi, toccheranno 15 docati di guadagno; ed à colui, che ha meſſi 54 docati per lo ſpazio di 6 meſi toccheranno di guadagno 90 docati; e finalmente à colui, il quale hà meſſi 108 docati per lo ſpazio di 9 meſi toccheranno di guadagno 270 docati.

CCXLI.

Similmente ſe vien' propoſta la queſtione ſeguente: *due perſone anno negoziato inſieme, ed han' poſto il primo 25 docati per lo ſpazio di 7 meſi, il ſecondo 34 docati per lo ſpazio di 11 meſi, ed anno perduto nel negozio 54 docati: ſi dimanda quanto toccherà à ciaſcuno di perdita?* Si dovrà moltiplicare ciaſcuna ſomma di denaro per lo ſuo tempo corriſpondente: vale à dire 25 per 7, e 34 per 11, e li prodotti ſaranno 175, e 374. Poi dovranno ſommarſi inſieme i ſuddetti due prodotti 175, e 374, e la ſomma di eſſi ſarà 549. Finalmente ſi dovranno iſtituire le due ſeguenti regole del Trè. *Se con 549 docati ſi ſono perduti 54 docati; quanto ſi perderà con 175 docati? E ſe con 549 docati ſi ſono perduti 54 docati, quanto ſi perderà*

con

con 374 docati? e ſi troverà che la perdita proporzionata * à docati 175 ſia docati 17 grana 21, e 3 cavalli in circa; e che la perdita proporzionata à 374 docati ſia 36 docati, 78 grana, ed 8 cavalli in circa. Onde à colui, il quale hà meſſi 25 docati per lo ſpazio di 7 meſi, toccheranno di perdita 17: 21: 3; ed à colui, il quale hà meſſi 34 docati per lo ſpazio di 11 meſi toccheranno di perdita 36: 78: 8; la ſomma delle quali perdite rende la perdita totale di 54 docati: ciocche può paſſare per una ſpecie di *Eſame* di queſta operazione.

* *num.* 192

CAPO QUARTO.

Della Regola dell' Allegazione.

CCXLII.

Finalmente dovremo in queſto *Capo*, ſecondo l'ordine ſtabilito nel principio di queſta *Sezione*, trattare della *regola dell' Allegazione*. Queſta regola hà luogo nella riſoluzione delle queſtioni di queſta ſorte. *Una libra di pepe coſta 2 carlini, ed una libra di cannella coſta 14 carlini. Se dunque ſi vuol'avere una libra parte di pepe, e parte di cannella con 11 carlini, ſi dimanda quanto toccherà di pepe, e quanto di cannella?* Ovvero *un rotolo di rame coſta 6 carlini*, Cap. IV. Della regola dell' Allegazione.

lini, un rotolo di piombo coſta un carlino, ed un rotolo di ottone coſta 9 carlini. Se dunque ſi vuol'avere un rotolo parte di rame, parte di piombo, e parte di ottone con 8 carlini, ſi dimanda quanto toccherà di rame, quanto di piombo, e quanto di ottone? delle quali la prima appartiene alla *regola ſemplice dell'Allegazione*, e la ſeconda alla *compoſta*.

CCXLIII.

Imperciocchè convien' ſapere, che la regola dell'*Allegazione* talvolta e *ſemplice*, e talvolta è *compoſta*. E' ſemplice allora quando nella queſtione ſono propoſti due prezzi da compararſi con un prezzo mezzo: come nella prima queſtione, nella quale ſono propoſti due prezzi, l'uno per lo pepe, e l'altro per la cannella, li quali ſono 2, e 14; ed il prezzo mezzo è 11, il quale ſi chiama *mezzo*, perchè è minore di 14, e maggiore di 2. E' poi compoſta allora quando nella queſtione ſono propoſti più di due prezzi da compararſi con un'prezzo mezzo; come nella ſeconda queſtione, nella quale ſono propoſti tre prezzi, il primo per la rame, il ſecondo per lo piombo, ed il terzo per l'ottone, li quali ſono 6, 1, e 9, ed il prezzo mezzo 8, il quale ſi chiama *mezzo*, perchè è maggiore del minimo prezzo 1, e minore del maſſimo 9.

Cap. IV.
Della regola dell' Allegazione.

Della Regola ſemplice dell' Allegazione.

CCXLIV.

PEr cominciare dalle queſtioni, che appartengono alla *regola ſemplice dell' Allegazione*, ſia propoſta queſta queſtione. *Una libra di argento perfetto coſta 14 docati, ed una libra dì argento meno perfetto coſta 9 docati. Se dunque con 12 docati ſi vuole una libra dell'una, e dell'altra ſorta di argento, ſi cerca quanto toccherà della prima ſorta, e quanto dell'altra ſorta?* Per riſolvere queſta queſtione fà duopo paragonare li due prezzi dati 14, e 9 col prezzo mezzo, il quale prezzo è 11, à vedere quanto quelli differiſcano da queſto; e ſi troverà che le differenze ſono riſpettivamente 3 e 2; delle quali la prima ſi metterà à lato del ſecondo prezzo, e la ſeconda *viceverſa* à lato del primo, ſiccome ſi vede quì ſotto:

$$\begin{array}{cc|c} & 14 & 2 \\ 11 & & \\ & 9 & 3 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

Fatto queſto ſi ſommeranno inſieme le due differenze 2, e 3: e perchè la ſomma di eſſe è 5, ſi fingerà la libra di argento diviſa in cinque parte eguali, e ſi dirà che con 11 do-

docati ſi avranno $\frac{2}{5}$ di una libra di argento perfetto, e $\frac{3}{5}$ di una libra di argento meno perfetto ; dove ſi deve avvertire, che li numeratori delle due frazioni ſono l'iſteſſe differenze 2, e 3, le quali ſommate inſieme fanno il denominatore 5.

CCXLV.

Per aſſicurarſi poi che non ſi ſia errato nell'operazione, ſi farà così . Biſognerà vedere ſe $\frac{2}{5}$ di libra della prima ſorte di argento à 14 carlini la libra , e $\frac{3}{5}$ di libra dell'altra ſorte à 9 carlini la libra coſtino 11 carlini. Imperciochè ſe coſtano tanto , non ſi ſarà commeſſo alcuno errore ; quando nò, biſognerà rifare da capo tutta l'operazione . Così perchè $\frac{2}{5}$ di libra à 14 carlini la libra coſtano carlini $5\frac{3}{5}$; e $\frac{3}{5}$ di libra à 9 carlini coſtano carlini $5\frac{2}{5}$, li quali prezzi ſommati inſieme fanno 11 carlini , ne ſiegue , che non ſi ſia commeſſo alcuno errore nella ſoluzione della queſtione.

CCXLVI.

Sia in oltre propoſta queſta altra queſtione . *Una libra di cannella coſta 15 carlini, ed una libra di garofani coſta 23 carlini. Se dunque con 19 carlini ſi vuol comprare una libra parte di cannella , e parte di garofani, ſi cerca quanto toccherà di cannella, e quanto di garofani ?* Per riſolvere queſt' altra queſtione fà duopo paragonare li due prez-

Cap. IV. Della regola dell' Allegazione.

prezzi dati 15, e 23 col prezzo mezzo 19, à vedere quanto quelli differiſcano da queſto; e ſi troverà che queſte differenze ſono 4, e 4, la prima delle quali ſi metterà à lato del ſecondo prezzo, e la ſeconda à lato del primo, ſiccome ſi vede quì ſotto:

$$\begin{array}{ccc|c} 19 & & 15 & 4 \\ & & 23 & 4 \\ \hline & & & 8 \end{array}$$

Fatto queſto ſi ſommeranno inſieme le due differenze 4, e 4; e perchè la loro ſomma è 8, ſi fingerà la libra diviſa in otto parti eguali, e ſi dirà che con 19 carlini ſi avranno $\frac{4}{8}$, ovvero $\frac{1}{2}$ di libra di cannella, ed ancora $\frac{4}{8}$, ovvero $\frac{1}{2}$ di libra di garofani.

CCXLVII.

Per aſſicurarſi poi, che non ſi ſia errato nell'operazione, ſi farà così. Biſognerà vedere ſe $\frac{1}{2}$ di libra di cannella, à 15 carlini la libra, ed $\frac{1}{2}$ di libra di garofani à 23 carlini la libra coſtino 19 carlini. Imperciocchè ſe coſtano tanto, non ſi ſarà errato nell' operazione; quando nò ſi ſarà commeſſo qualche errore, e biſognerà rifare da capo tutta l'operazione. Così perchè mezza libra di cannella à 15 carlini la libra coſta carlini $7\frac{1}{2}$, e mezza libra di garofani à 23 carlini coſta carlini $11\frac{1}{2}$, li quali uniti inſieme fanno 19 carlini, che è il prezzo mezzo, ne ſiegue, che non ſi ſia errato nell'operazione.

CCXLVIII.

Finalmente ſia propoſta queſta queſtione. *Un barile di moſcadello coſta 32 carlini, ed un barile di greco coſta 20 carlini. Se dunque ſi voleſſe con 27 carlini avere un barile di moſcadello, e di greco, ſi dimanda quanto toccherà di moſcadello, e quanto di greco?* Per riſolvere queſta queſtione fà duopo paragonare entrambi i prezzi 32, e 20 del moſcadello, e del greco col prezzo mezzo 27, à vedere quali ſiano le differenze di quelli da queſto; le quali differenze ſi troveranno 5, e 7, e ſi noteranno la prima à lato del ſecondo prezzo 20, e la ſeconda *viceverſa* à lato del primo prezzo 32, ſiccome vedeſi quì ſotto:

$$\begin{array}{cc|c} & 32 & 7 \\ 27 & & \\ & 20 & 5 \\ \hline & & \\ & 12 & \end{array}$$

Poi ſi ſommeranno inſieme le due differenze 7, e 5, la ſomma delle quali è 12, e ſi comporranno dalle ſuddette differenze 7, e 5, e dalla loro ſomma 12 queſte due frazioni $\frac{7}{12}$, e $\frac{5}{12}$: e ſi dirà che con 27 carlini ſi avranno *ſette duodecimi* di un barile di mo-

moſcadello, che ſono 35 caraffe, e *cinque duodecimi* di un barile di greco, che ſono 25 caraffe.

CAP. IV. *Della regola dell' Allegazione.*

CCXLIX.

Per accertarſi poi, che non ſi ſia errato nell'operazione, ſi deve vedere ſe *ſette duodecimi* di un barile di moſcadello, e *cinque duodecimi* di un barile di greco coſtino 27 carlini, nel ſuppoſto però che il moſcadello ſi compra à 32 carlini il barile, ed il greco à 20. Perche dunque *ſette duodecimi* d'un barile di moſcadello à 32 carlini il barile coſtano carlini 18 $\frac{2}{3}$; e *cinque duodecimi* di un barile di greco à 20 carlini il barile coſtano carlini 8 $\frac{1}{3}$, la ſomma de' quali è il prezzo mezzo 27, ne ſiegue che non ſi ſia errato nell'operazione.

Della Regola compoſta dell' Allegazione.

CCL.

LA regola dell'*Allegazione compoſta* ha luogo quando più di due prezzi ſi devono paragonare con un prezzo mezzo. Come per eſempio ſe vien' propoſta queſta queſtione. *Una libra di pepe coſta 3 carlini; una libra di cannella coſta 13 carlini; ed una libra di garofani coſta 20 carlini; ſe dunque con 13 carlini ſi vuol avere una libra*

CAP. IV. *Della regola dell' Allegazione.*

bra partè di pepe, parte di cannella, e parte di garofani, ſi cerca quanto toccherà di ciaſcuna ſorte di queſte droghe ? Per riſolvere queſta queſtione fà duopo paragonare tutti i prezzi à due à due col prezzo mezzo, e notare le differenze à lato de'ſuddetti prezzi, ma vicendevolmente; ſiccome ſi vede quì ſotto:

	3	0. 7
13	13	10
	20	10
		27

dove primieramente ſono ſtati comparati i primi due prezzi 3, e 13 col prezzo mezzo 13, e le loro differenze riſpettive 10, e 0 ſono ſtate ſcritte à lato de' ſuddetti prezzi 3 e 13, ma vicendevolmente; vale à dire la prima differenza 10 à lato del ſecondo prezzo 13, e la ſeconda differenza 0 à lato del primo prezzo 3. Poi ſono ſtati paragonati il primo prezzo 3, ed il terzo 20 coll' iſteſſo prezzo mezzo 13, e le loro differenze riſpettive 10 e 7 ſono ſtate notate à lato de' ſuddetti prezzi, ma vicendevolmente, vale à dire la differenza 10 à lato di 20, e la differenza 7 à lato di 3.

CCLI.

Fatto queſto ſi ſommeranno le quattro differenze 0. 7. 10, e 10, la ſomma delle quali è 27, e ſi comporranno dalle ſuddette differenze corriſpondenti à tre prezzi (coll' avvertenza però di ſommare inſieme le differenze, le quali appartengono all'iſteſſo prezzo, ſe pure alcuno n'abbia molte), e dalla loro ſomma le tre frazioni $\frac{7}{27}$, $\frac{10}{27}$, e $\frac{10}{27}$, e ſi dirà che con 13 carlini ſi avranno *ſette ventiſetteſimi* d'una libra di pepe: *diece ventiſetteſimi* di una libra di cannella; e *dieci ventiſetteſimi* d'una libra di garofali; li quali rotti uniti inſieme formano una libra intiera.

CCLII.

Per accertarſi poi, che non ſi ſia errato nell'operazione, ſi deve vedere ſe *ſette ventiſetteſimi* d'una libra di pepe à 3 carlini la libra, *diece ventiſetteſimi* d'una libra di cannella à 13 carlini la libra, e *diece ventiſetteſimi* d'una libra di garofali à 20 carlini la libra coſtino 13 carlini, che è il prezzo mezzo. Imperciochè ſe coſtano tanto, non ſi ſarà errato nell'operazione; ſe coſtano più, o meno ſi ſarà commeſſo qualche errore, e biſognerà rifare l'operazione da capo. Perchè dunque *ſette ventiſetteſimi* d'una libra di pepe à trè carlini la libra coſtano *ventuno ventiſetteſimi* di un carlino: *diece ventiſetteſimi* d'una libra di cannella à 13 car-

carlini la libra coſtano 4 carlini e *ventidue ventiſetteſimi* d'un carlino : e finalmente *diece ventiſetteſimi* d'una libra di garofani à 20 carlini la libra coſtano 7 carlini ed *undici ventiſetteſimi* d'un carlino , che tutt' inſieme fanno 13 carlini, ne ſiegue che non ſi ſia errato nell'operazione.

CCLIII.

Potrebbe queſt'iſteſſa queſtione riſolverſi d'un'altra maniera , paragonando in tutte le maniere poſſibili , & à due à due i prezzi dati col prezzo mezzo , e notando à lato de' detti prezzi ſcambievolmente le differenze: vale à dire paragonando prima 3 , e 13 con 13 , poi 3 e 20 con 13 (ciocchè ſi è fatto nella ſoluzione antecedente) ; e finalmente 13, e 20 con 13 (ciocchè non è ſtato fatto nella ſoluzione antecedente); e perchè le differenze , che eſcono dal paragonare i ſuddetti prezzi col prezzo mezzo ſono riſpettivamente 10 e 0,10 e 7,0 e 7, ſi noteranno queſte differenze à lato di eſſi prezzi, ma vicendevolmente , ſiccome ſi vede quì ſotto:

	3	0 . 7	7
13	13	10 . 7	17
	20	10 . 0	10
			34

d'onde appariſce , che al primo prezzo cor-

CAP. IV. *Della regola dell'Allegazione.*

riſpondono due differenze 0 e 7 la ſomma delle quali è 7 ; al ſecondo prezzo corriſpondono due altre differenze 10 e 7 , la ſomma delle quali è 17 ; e finalmente al terzo prezzo corriſpondono pure due differenze 10 e 0 la ſomma delle quali è 10.

CCLIV.

E perchè la ſomma di tutte le differenze è 34, da queſta ſomma, e dalle ſuddette differenze ſi comporranno le tre frazioni ſeguenti $\frac{7}{34}$, $\frac{17}{34}$, e $\frac{10}{34}$, e ſi dirà che con 13 carlini ſi avranno *ſette trentaquattreſimi* d'una libra di pepe ; *diciaſsette trentaquattreſimi* d'una libra di cannella ; e *diece trentaquattreſimi* d'una libra di garofani , le quali quantità ſono diverſe da quelle , che ſono ſtate ritrovate nella ſoluzione antecedente.

CCLV.

Per accertarſi poi che non ſi ſia errato nella ſoluzione, ſi dovrà eſaminare ſe *ſette trentaquattreſimi* d'una libra di pepe , *diciaßette trentaquattreſimi* d'una libra di cannella , e *diece trentaquattreſimi* d'una libra di garofani coſtino 13 carlini, nel ſuppoſto però , che il pepe ſi compri à 3 carlini la libra , la cannella à 13 , e li garofani à 20 . E perchè ſi trova che la porzione del

Cap. IV. *Della regola dell' Allegazione.*

pepe coſta *ventuno trentaquattreſimi* d'un carlino, la porzione della cannella coſta carlini 6, e *diciaſsette trentaquattreſimi* d'un carlino, e finalmente la porzione de' garofani coſta 5 carlini, e *trenta trentaquattreſimi* d'un carlino, le quali ſomme unite inſieme reſtituiſcono il prezzo mezzo 13, ne ſiegue che non ſi ſia errato nell' operazione.

CCLVI.

Sia in oltre propoſta queſta queſtione. *Un rotolo di mele coſta 2 grana, un rotolo di uva coſta 4 grana, un rotolo di fichi coſta 6 grana; un rotolo di pere coſta 9 grana; ed un rotolo di datteri coſta 18 grana; Se dunque con 18 grana ſi vuol'avere un rotolo di mele, di uva, di fichi, di pere, e di datteri, ſi dimanda quanto toccherà di ciaſcuna ſorta de' ſuddetti frutti?* Per riſolvere queſta queſtione fà duopo paragonare à due à due li prezzi dati, che ſono 2. 4. 6. 9. e 18 col prezzo mezzo 12, à vedere quali ſiano le differenze di quelli da queſto. Nell'iſtituire però queſto paragone fà duopo eliggere quelle coppie di prezzi, l'uno de' quali ſia minore di 12, e l'altro ſia maggiore dell'iſteſſo 12, vale à dire del prezzo mezzo. Laonde in queſto eſempio 2 e 4 non ſi poſſono paragonare con 12, ne 2 e 6, ne 2 e 9, ne 4 e 9, ne 6 e 9; perciocchè

chè tutti queſti prezzi ſono minori di 12: e perciò ſi dovranno i prezzi 2.4.6. e 9 combinare ſolamente col 18 per poterli paragonare col prezzo mezzo 12. E perchè le differenze de' prezzi 2 e 18 dal prezzo mezzo 12 ſono 10 e 6, ſi ſcriveranno eſſe à lato de' ſuddetti prezzi, ma vicendevolmente, cioè 10 à lato di 18, e 6 à lato di 2. E l'iſteſſo ſi farà nel paragonare li prezzi 4 e 18 con 12, 6 e 18 con 12, e finalmente 9 e 18 con 12, ſiccome ſi può vedere notato quì ſotto:

	2	6	6
	4	6	6
12	6	6	6
	9	6	6
	18	10 . 8 . 6 . 3	27
			51

d'onde appariſce, che alli primi quattro prezzi corriſponde una ſola differenza: la quale è 6: ma che all'ultimo ne gli corriſpondono quattro, vale à dire 10.8. 6, e 3, la ſomma delle quali è 27.

CCLVII.

E perchè la ſomma di tutte le differenze è 51, da queſta ſomma e dalle ſuddette differenze ſi comporranno cinque frazioni, che avranno per numeratori li numeri 6.6. 6. 6. e 27, riſpettivamente, e per denominatore comune 51, e ſi dirà che con 12 grana ſi avranno *ſei cinquantuneſimi* di un' rotolo di mele, altrettanti di uva, altrettanti di fichi, altrettanti di pere, e finalmente ſi avranno *ventiſette cinquantuneſimi* di un' rotolo di datteri; che uniti inſieme fanno un rotolo ſolo.

CCLVIII.

Per accertarſi poi, che non ſi ſia errato nell'operazione, ſi dovrà vedere ſe *ſei cinquantuneſimi*, che ſono *due diciaſsetteſimi* d'un rotolo, di mele à due grana il rotolo, *due diciaſsetteſimi* d'un rotolo di uva à quattro grana il rotolo; *due diciaſsetteſimi* d'un rotolo di fichi à ſei grana il rotolo; *due diciaſsetteſimi* d'un rotolo di pere à nove grana il rotolo; e finalmente *nove diciaſsetteſimi* d'un rotolo di datteri à diciotto grana il rotolo coſtino 12 grana, che è il prezzo mezzo: imperciocchè ſe coſtano tanto, non ſi ſarà errato nell'operazione, ſe coſtano più, o meno, ſi ſarà errato nella ſoluzione della queſtione, e biſognerà rifarla da capo. E perchè quì *due diciaſsetteſimi* d'un rotolo di mele à due grana il rotolo coſtano *quattro diciaſsetteſimi* d'un grano; e *due diciaſsetteſimi* d'un rotolo d'uva à quattro grana, altrettanti di fichi à ſei grana, ed altrettanti di pere à nove grana coſtano riſpettivamente *otto diciaſsetteſimi*, *dodici*

di-

diciaſſetteſimi, *diciotto diciaſſetteſimi*; e finalmente *nove diciaſſetteſimi* d'un rotolo di datteri à diciotto grana il rotolo coſtano *cento ſeſſantadue diciaſſetteſimi* d'un grano, che uniti inſieme fanno *dugento e quattro diciaſſetteſimi* di grana, ovvero 12 grana, le quali ſono il prezzo mezzo; ne ſiegue che non ſi ſia errato nell'operazione. Del rimanente che il rotto *dugento e quattro diciaſſetteſimi* di grana faccia 12 grana, ſi ſcorgerà del dividere il numeratore 204 per lo denominatore 17; impercioché uſcirà fuori il quoziente 12.

SEZIONE QUARTA.

Dell'eſtrazione delle radici quadrate, e cubiche.

CCLIX.

Finalmente in queſta quarta ed ultima *Sezione* moſtreremo, come ſi poſſa eſtrarre la radice così quadrata come cubica da qualſivoglia numero propoſto: e di più perchè avviene bene ſpeſſo, che il numero propoſto non ſia quadrato o cubo perfetto, diremo ancora quel che ſi deve fare quando avanza alcuna coſa per poterſi accoſtare quanto più ſi può alla vera radice quadrata o cubica, che ſi và cercando.

Cap. I.
Del quadrato e del cubo, &c.

CAPO PRIMO.

Del quadrato e del cubo: della radice quadrata e della radice cubica.

CCLX.

Q*Uadrato* ſi chiama ogni numero, il quale ſi può intendere formato dalla moltiplicazione d'un'altro numero per ſe ſteſſo: come il numero 9 è quadrato; imperciocchè naſce dal moltiplicare il numero 3 per ſe ſteſſo: il numero 81 è quadrato, perchè naſce dal moltiplicare il numero 9 per ſe ſteſſo: il numero 6 $\frac{1}{4}$ è quadrato, perchè naſce dal moltiplicare il numero 2 $\frac{1}{2}$ per ſe ſteſſo. Ma il numero 10 non è quadrato, perchè non ci è numero alcuno, che moltiplicato per ſe ſteſſo poſſa produrre il ſuddetto numero 10; e ſimilmente 20 $\frac{1}{2}$ non è quadrato, perciochè non ci è alcun numero, che moltiplicato per ſe medeſimo poſſa produrlo.

CCLXI.

Viceverſa quel numero, che moltiplicato per ſe medeſimo produce il quadrato, ſi chiama *radice quadrata* dell'iſteſſo numero. Quindi ſiccome 9 è il quadrato di 3, così *viceverſa* 3 è la radice quadrata di 9: e ſiccome 81 è il quadrato di 9, così *viceverſa*

9 è

CAP. I.
Del quadrato e del cubo, &c.

9 è la radice quadrata di 81. Ma il numero 10, perchè non è quadrato, non ha radice quadrata; ſiccome ancora nõ ha radice quadrata il numero 20$\frac{1}{2}$, per l'iſteſſa ragione. Si vuol però avvertire, che in queſti numeri non quadrati ha luogo la *radice proſſima*. Così la radice quadrata proſſima di 10 è 3; perchè il ſuo quadrato 9 è immediatamente ſotto al dato numero 9. Così ancora la radice quadrata proſſima di 79 è 8; perchè il ſuo quadrato 64 è immediatamente ſotto al 79: e chi pendeſſe 9 per radice proſſima di 79 errarebbe; perchè il ſuo quadrato 81 è maggiore di 79.

CCLXII.

Per formare dunque il quadrato di un numero, ſi deve *queſto numero moltiplicare per ſe ſteſſo*. Così dovendoſi formare il quadrato di 391, fà duopo moltiplicare 391 per 391; e perchè il prodotto è 152881, ne ſiegue che il detto numero 152881 ſia il quadrato di 391. E ſimilmente perchè moltiplicando 456 per 456 ſi produce 207936, ſarà il numero 207936 il quadrato di 456.

CCLXIII.

Cubo poi ſi chiama ogni numero, che ſi può intendere formato dalla moltiplicazione di un numero quadrato per la ſua radice. Come il numero 8 è cubo, imperciocchè naſce dal moltiplicare il quadrato 4

Cap. I. *Del quadrato e del cubo, &c.*

per la di lui radice 2: il numero 27 è cubo, perchè naſce dal moltiplicare il quadrato 9 per la di lui radice 3. Il numero 15 $\frac{5}{8}$ è cubo, perchè naſce dal moltiplicare il quadrato 6 $\frac{1}{4}$ per la di lui radice 2 $\frac{1}{2}$. Ma il numero 30 non è cubo, perchè non ci è numero alcuno quadrato, che moltiplicato per la di lui radice poſſa produrlo. E ſimilmente il numero 50 $\frac{1}{2}$ non è cubo, non potendoſi ritrovare alcun' numero quadrato, che moltiplicato per la di lui radice poſſa rendere il ſuddetto numero 50 $\frac{1}{2}$.

CCLXIV.

Viceverſa quel numero, che moltiplicato per lo ſuo quadrato produce il cubo, ſi chiama *radice cubica* dell'iſteſſo numero. Quindi ſiccome 8 è il cubo di 2, così al contrario 2 ſarà radice cubica di 8: e ſiccome 27 è il cubo di 3, così *viceverſa* 3 ſarà la radice cubica di 27. Ma il numero 30, perchè non è cubo, non ha radice cubica; e ſimilmente il numero 50 $\frac{1}{2}$, nõ eſsendo cubo, nemmeno ha radice cubica. E quì parimente ſi vuol'avvertire, che in queſti numeri non cubici ha luogo la *radice cubica proſſima*. Così la radice cubica proſſima di 12 è 2, perchè il di lui cubo 8 è immediatamente minore di 12: e chi prendeſſe per radice cubica proſſima il numero 3 errarebbe, perchè il ſuo cubo 27 ſupera 12. E così

ſimil-

ſimilmente la radice cubica proſſima di 100 è 4, perchè il di lui cubo 64 è immediatamente ſotto il numero 100.

CAP. II. *Dell' eſtrazione della radice quadrata.*

CCLXV.

Per formare dunque il cubo d'un numero dato, *biſogna moltiplicare l'iſteſſo numero dato per ſe ſteſſo, acciocchè ſi abbia il quadrato: e poi fà duopo moltiplicare il quadrato già formato per la di lui radice.* Così dovendoſi formare il cubo di 18, ſi moltiplicherà primieramente il numero 18 per ſe medeſimo, e ſi avrà il quadrato 324; poi ſi moltiplicherà queſto quadrato 324 di nuovo per 18, ed il prodotto 5832 ſarà il cubo di 18. Similmente perchè moltiplicando 81 per 81 ſi produce il quadraro 6561, e poi moltiplicando il quadrato 6561 per la ſua radice 81 ſi produce il numero 531441, ne ſiegue che queſto numero ſia il cubo di 81.

CAPO SECONDO.

Dell'Eſtrazione della Radice quadrata.

CCLXVI.

DImoſtrata la maniera di formare il quadrato ed il cubo di qualſivoglia numero dato, fà duopo ora ſpiegare come ſi poſſa eſtrarre la radice quadrata di qualſivoglia

Cap. II. Dell' eſtrazione della radice quadrata.

voglia dato numero, riſerbandoci di parlare dell'eſtrazione della radice cubica nel *Capo quarto*. Sia dunque propoſto di ritrovare la radice quadrata del numero 2401, vale à dire ſia propoſto * di ritrovare un numero, che moltiplicato per ſe medeſimo produca ò eſattamente, ò proſſimamente il numero 2401. Si metta primieramente ſotto la prima figura 1 (cominciando dalla parte deſtra) un punto, ed un'altro ſe ne metta ſotto la terza figura 4; e ſe il numero dato coſtaſſe di più figure ſi mettano ancora i ſuoi punti ſotto la quinta, ſettima, nona figura, &c. vale à dire ſotto à tutte le figure che occupano i luoghi ſpari 1. 3. 5. 7. 9. 11, &c.

* *num.* 261

CCLXVII.

Fatto queſto ſi cerchi la radice ò eſatta; ò proſſima ſino all'ultimo punto: come nel noſtro eſempio ſi cerchi la radice di 24, la quale è 4, e ſi noti à deſtra del numero 2401: e perchè il di lui quadrato è 16, ſottratto queſto quadrato da 24, l'avanzo ſarà 8, il quale ſi deve notare ſotto alla figura 4, ſiccome vedeſi quì ſotto:

49	2401
89	. .
	801
	000

CCLXVIII. Paſ-

CCLXVIII.

Cap. II. *Dell' eſtrazione della radice quadrata.*

Paſſando più innanzi, ſi aggiugnerà all' avanzo 8 la figura ſeguente 0, e ſe ne comporrà il numero 80. Si duplicherà la radice già ritrovata 4, ed il doppio 8 ſi ſcriverà ſotto l'iſteſſa radice 4, per lo qual doppio ſi dividerà il ſuddetto numero 80; e perchè il quoziente della diviſione è 9, ſi metterà queſto quoziente così appreſſo la radice 4, come appreſſo il ſuo doppio 8, e ſe ne comporranno i numeri 49, ed 89. Finalmente ſi moltiplicherà il ſecondo numero 89 per lo quoziente 9, ed aggiunta prima l'ultima figura 1 del numero propoſto ad 80, ſi ſottrarrà dal numero 801 il prodotto, che naſce dalla ſuddetta moltiplicazione, il qual prodotto è 801; e perchè l'avanzo è 0, ne ſiegue che il numero 49 ſia la vera e giuſta radice del numero propoſto 2401 ſenza che reſti alcuna coſa: e di fatto 49 moltiplicato per ſe medeſimo rende il ſuddetto numero 2401, il quale perciò è un quadrato perfetto.

CCLXIX.

Sia in oltre propoſto di ritrovare la radice quadrata del numero 38456. Si mettano i punti ſotto la prima terza, e quinta figura, vale à dire ſotto 6, 4, e 3, e ſi cerchi la radice proſſima fin'all'ultimo punto, vale à dire di 3, la quale è 1, e notiſi queſta

radi-

Cap. II. *Dell' eſtrazione della radice quadrata.*

radice à ſiniſtra dell'iſteſſo numero, ſiccome ſi vede quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo.

196	38456
29	· · ·
386	284
	2356
	·.40

CCLXX.

Poi ſi formi il quadrato della radice 1, il quale è 1, e ſi ſottragga da 3, e l'avanzo 2 ſi noti ſotto il ſuddetto numero 3, al quale s'aggiunga la ſeguente nota 8, acciocchè ſi componga il numero 28. In oltre ſi duplichi la radice 1, e ſi divida il numero 28 per lo doppio 2 della radice, ed il quoziente 9 ſi ſcriva così appreſſo la radice 1, come appreſſo il di lei doppio 2. Finalmente ſi moltiplichi 29 per 9, ed il prodotto 261 ſi ſottragga (dopo aver aggiunta al dividendo 28 la ſeguente figura 4 fin'al ſecondo punto) dal numero 284, e ſi noti l'avanzo 23 ſotto il ſuddetto numero 284. Poi ricominciando l'iſteſſa operazione da capo, ſi aggiunga all'avanzo 23 la ſeguente figura 5, e ſi formerà il numero 235. Si duplichi la radice 19, e ſi divida il numero 235 per lo doppio 38 della radice 19, ed il quoziente 6 ſi ſcriva così appreſſo la radice 19, come appreſſo il ſuo doppio 38. Finalmente ſi molſi moltiplichi il numero 386 per lo quoziente 6, ed il prodotto 2316 ſi ſottragga (dopo aver aggiunta la ſeguente figura 6 al dividendo 235) dal numero 2356. E ſiccome l'avanzo è 40, ne ſiegue che la radice proſſima del numero 38456 ſia 196, e che l'avanzo ſia 40.

Cap. II. *Dell' eſtrazione della radice quadrata.*

CCLXXI.

Sia in oltre propoſto di ritrovare la radice del numero 56624834 coſtante di otto figure. Si mettano i punti ſotto la prima figura 4, ſotto la terza 8, ſotto la quinta 2, e ſotto la ſettima 6, ſiccome ſi vede quì ſotto:

7524	56624834
145	. . . .
1502	762
15044	.3748
	.74434
	14258

e ſi cerchi la radice di 56, ſin'all'ultimo punto, la qual radice è 7, che ſi deve ſcrivere à ſiniſtra del numero dato. Poi il di lei quadrato 49 ſi deve ſottrarre dal numero 56, e l'avanzo 7 ſi deve mettere ſotto la figura 6; al quale avanzo ſi aggiugnerà dopo la figura ſeguente 6, ed il numero 76, che quindi riſulta, ſi dividerà per 14 doppio della radice 7: e ſiccome il quoziente è 5, ſi noterà queſto quoziente così dopo la

Cap. II. *Dell' eſtrazione della radice quadrata.*

radice 7, come dopo il di lei doppio 14. Fatto ciò ſi moltiplicherà 145 per 5, ed il prodotto 725 ſi ſottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo 76 la ſeguente figura 2) dal numero 762 e ſi noterà l'avanzo 37. Poi ſi ricomincerà l'iſteſſa operazione da capo: cioè ſi aggiugnerà all'avanzo 37 la ſeguente figura 4, ed il numero 374, che quindi riſulta, ſi dividerà per lo doppio della radice 75, il quale è 150: e ſiccome il quoziente è 2, ſi noterà queſto quoziente così dopo la radice 75, come dopo il di lei doppio 150. Fatto ciò ſi moltiplicherà il numero 1502 per 2, ed il prodotto 3004 ſi ſottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo 374 la ſeguente figura 8) dal numero 3748, e ſi noterà l'avanzo 744. Indi ſi ricomincerà di bel nuovo la medeſima operazione da capo: cioè ſi aggiugnerà all'avanzo 744 la figura ſeguente 3, ed il numero 7443, che quindi riſulta, ſi dividerà per lo doppio della radice 752, il qual doppio è 1504: e ſiccome il quoziente è 4, ſi noterà coteſto quoziente così dopo la radice 752, come appreſſo il doppio di eſſa 1504. Fatto ciò ſi moltiplicherà il numero 15044 per 4, ed il prodotto della moltiplicazione 60176 ſi ſottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo la ſeguente figura 4) dal numero 74434, e ſi noterà

l'avanl'avanzo 14258. E non eſſendovi più figure nel numero propoſto 56624834, ne ſiegue che la ſua radice proſſima ſia 7524, e che l'avanzo ſia 14258.

Cap. II.
Dell' eſtrazione della radice quadrata.

CCLXXII.

Finalmente ſia propoſto di ritrovare la radice quadrata del numero 864905456345 coſtante di dodici figure. Si mettano li punti ſotto la prima, terza, quinta, ſettima, nona, ed undecima figura, e ſi cerchi la radice di 86 ſin'all'ultimo punto; e perchè la radice è 9, ſi noterà queſta radice 9 à ſiniſtra del numero, e ſi ſottrarrà il ſuo quadrato 81 dal numero 86.

930002	864905456345
183	. . . . . .
1860002	549
	00005456345
	1736341

e ſi noterà l'avanzo 5, al quale avanzo ſi aggiugnerà la figura ſeguente 4, e ſi dividerà il numero 54, che quindi riſulta, per 18 doppio della radice 9: e ſiccome il quoziente è 3, ſi metterà queſto 3 così appreſso la radice 9, come appreſso il di lei doppio 18. Poi ſi moltiplicherà 183 per 3, ed il prodotto 549 ſi ſottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo 54 la ſeguente figura 9) dal numero 549, dalla quale ſottrazione non avanza alcuna coſa. Si prenderà dunque la

Dell' eſtrazione della radice quadrata.

ſeguente figura 0, e ſi duplicherà la radice 93, ed il ſuo doppio ſarà 186, e non potendoſi far la diviſione, ſi piglieranno le due altre figure ſeguenti 5, e 4, e ſi metterà un zero così nella radice, come nel ſuo doppio: e non potendoſi ancora far la diviſione, eſſendo il numero 54 minore di 1860, ſi prenderanno due altre figure ſeguenti 5, e 6 e ſi metterà un'altro zero così nella radice 930, come nel ſuo doppio 1860; e non potendoſi ancora dividere il numero 5456 per lo numero 18600, ſi prenderanno due altre figure ſeguenti 3 e 4, e ſi metterà un terzo zero così nella radice, come nel ſuo doppio: poi ſi dividerà 545634 per 186000, e ſiccome il quoziente è 2, ſi metterà queſto quaziente così nella radice 93000, come nel ſuo doppio 186000; Finalmente ſi moltiplicherà 1860002 per 2, ed il prodotto 3720004 ſi ſottrarrà (dopo aver aggiunta al dividendo la ſeguente figura 5) dal numero 5456345, e ſi noterà l'avanzo 1736341: dacche ſiegue, che la radice proſſima del numero dato ſia 930002, e che l'avanzo ſia 1736341.

CCLXXIII.

Io non parlo quì della maniera di eſtrarre le radici quadrate da' rotti, perchè ſe ne tratterà appreſſo in un *Capo ſeparato*. Nè dico ancora come ſi poſſa eſaminare queſta

ope-

operazione; poichè ancora di queſto ſe ne tratterà in un *Capo ſeparato*.

Cap. III. *Dell' approſsimazione della radice quadrata.*

CAPO TERZO.

Dell'approſſimazione della Radice quadrata.

CCLXXIV.

È Stata nel *Capo antecedente* addotta la regola, per ritrovare la vera e giuſta radice de' numeri quadrati, e la proſſima de' numeri non quadrati, vale à dire quella radice, la di cui differenza dalla radice vera è minore di 1: diremo in queſto *Capo terzo* il modo d'approſſimarſi quanto ſi vuole alla ſuddetta radice vera. Imperciocchè quantunque ſia impoſſibile il ritrovare la vera e giuſta radice de' numeri non quadrati, nulla però di manco poſsiamo accoſtarci quanto ci piace alla ſuddetta radice, cioè poſſiamo minorare all'infinito quella picciola differenza della radice proſſima dalla radice vera.

CCLXXV.

Coteſta approſſimazione ſi fà per via di *frazioni decimali*, vale à dire per via di frazioni, che anno per denominatore ò 10, ò 100, ò 1000, ò 10000 &c. ſecondo la proporzione decupla: ed ecco come. Sia pro-

Cap. III. *Dell'approſſimazione della radice quadrata.*

poſto il numero 384, la di cui radice è 19, e l'avanzo è 23, e vogliaſi avvicinare ſempre più alla ſua vera radice, la quale non è 20, perciochè il quadrato di 20 è 400, molto maggiore di 384. Si aggiungano all'avanzo 23 due zeri, ſiccome vedeſi quì ſotto:

19 . 595	384
29	. .
38 . 5	284
39 . 09	2300
39 . 185	37500
	231900
	. 35975

e ſi continui l'operazione avanti nell'iſteſſa maniera, che ſi fà per ritrovare la radice proſſima; cioè ſi duplichi la radice 19, e ſi divida il numero 230 per il di lei doppio 38, ed il quoziente 5 ſi ſcriva (ſeparato però con un punto) così appreſſo la radice 19, come appreſſo il ſuo doppio 38: finalmente ſi moltiplichi il numero 385 per 5, ed il prodotto ſi ſottragga dal numero 2300, l'avanzo della quale ſottrazione ſarà 375. Fatto ciò ſi dirà, che la radice più proſſima del numero dato 384 ſia 19 intieri, e *cinque decimi*: di fatto ſe ſi forma il quadrato della ſuddetta radice 19 e *cinque decimi*, ſi troverà che ſia 380$\frac{1}{4}$, il quale è poco lontano dal numero propoſto 384.

CCLXXVI.

Dell'approſſimazione della radice quadrata.

Volendoſi poi approſſimare più alla radice vera, ſi aggiugneranno all'avanzo 375 due altri zeri, e ſi formerà il numero 37500: poi ſi dividerà il numero 3750 per lo doppio della radice 19.5 il qual doppio è 39.0, e ſiccome il quoziente è 9, ſi metterà eſſo così doppo la radice 19.5, come dopo il ſuo doppio 39.0. Finalmente ſi moltiplicherà il numero 39.09 per 9, & il prodotto ſi ſottrarrà dal numero 37500, e ſi avrà l'avanzo 2319: fatto ciò ſi dirà che la radice molto più proſſima ſia 19 intieri *cinque decimi* e *nove centeſimi*, ovvero 19 intieri e *cinquantanove centeſimi*.

CCLXXVII.

E chi ſi voleſſe più inoltrare verſo la radice vera, dovrebbe aggiugnere all'avanzo 2319 due altri zeri, e fare l'iſteſſa operazione; ma il numero 5, che guadagnaria di più colla giunta de' nuovi zeri, diſegnerà non decimi, non centeſimi, ma milleſimi; imperciocchè quel che proviene dall'unione dalla prima coppia di zeri, ſono decimi: quello che proviene dall'unione della ſeconda coppia, ſono centeſimi; quello che proviene dall'unione della terza coppia, ſono milleſimi, e così conſeguentemente all'infinito: onde ſi dirà qui che la radice proſſima del numero 384 ſiano

CAP. IV. *Dell'eſtrazione della radice cubica.*

19 intieri *cinque decimi, nove centeſimi*, e *cinque milleſimi*, che tutti inſieme fanno 19 intieri e *cinquecento e novantacinque milleſimi*: e ſe più innanzi ſi voleſſe andare, ſaria biſogno mettere nell'avanzo 35975 un' altra coppia di zeri, ed operare nell'iſteſſa maniera, che ſi è operato prima.

CAPO QUARTO.

Dell'eſtrazione della Radice cubica.

CCLXXVIII.

TEmpo è ora mai di moſtrare, come ſi poſsa eſtrarre la radice cubica da qualſivoglia numero propoſto. Sia dunque propoſto di ritrovare la radice cubica del numero 38645, vale à dire ſia propoſto di ritrovare un numero, che moltiplicato per ſe medeſimo, ed il prodotto moltiplicato di bel nuovo per l'iſteſſo numero produca ò eſattamente ò proſſimamente il numero 38645. Si metta primieramente ſotto la prima figura 5 (cominciando dalla parte deſtra) un punto, ed un'altro punto ſi metta ſotto la quarta figura 8: e ſe il numero dato coſtaſse di più figure, ſi mettano ancora i ſuoi punti ſotto la ſettima, decima, decima terza figura, &c. ſempre coll'intervallo di due figure.

Dell'eſtrazione della radice cubica.

CCLXXIX.

Fatto queſto ſi cerchi la radice cubica o eſatta, o proſſima ſin'all'ultimo punto: come nel noſtro eſempio ſi cerchi la radice cubica di 38, la quale è 3, e ſi noti à deſtra del numero 38645: e perchè il di lui cubo è 27, ſottratto queſto cubo da 38, l avanzo ſarà 11, il quale ſi deve notare ſotto il numero 38, ſiccome vedeſi quì ſotto:

33	38645
9	• •
27	11645
—	• 2708
27	
81	
81	
—	
8937	

CCLXXX.

Paſsando più innanzi, ſi aggiugnerà all' avanzo 11 la ſeguente figura 6, e ſi comporrà il numero 116: ſi triplicherà la radice già ritrovata 3, ed il triplo 9 ſi noterà ſotto la radice 3: indi ſi moltiplicherà la radice 3 per lo ſuo triplo 9, ed il prodotto 27 ſi ſcriverà ſotto il triplo della radice 9. Per queſto prodotto 27 ſi dividerà il ſuddetto numero 116; e perchè il quoziente della diviſione è 3, ſi metterà queſto quoziente appreſſo la prima radice 3, e ſe ne

Cap. IV. *Dell'eſtrazione della radice cubica.*

comporrà il numero 33. Poi ſi farà in primo luogo il cubo del quoziente 3, il quale è 27, e ſi ſcriverà più ſotto, tirata prima una linea per ſepararlo dagli altri numeri. In ſecondo luogo ſi moltiplicherà il quadrato del quoziente 3, il quale è 9, per lo triplo della radice 9, ed il prodotto 81 ſi ſcriverà ſotto il numero 27, laſciando però una figura, ſiccome ſi coſtuma nella moltiplicazione de' numeri compoſti. Finalmente ſi moltiplicherà il quoziente 3 per lo prodotto 27, nato dal moltiplicare la radice 3 per lo ſuo triplo 9, & il prodotto 81 ſi ſcriverà più ſotto, laſciando ancora una figura. Fatto ciò ſi uniſcano in una ſomma queſti trè numeri, la quale ſomma ſi trova eſsere 8937, ed aggiunte prima al numero 116 le due ultime figure 45 del numero propoſto, ſi ſottrarrà dal numero 11645 la ſuddetta ſomma; e perchè l'avanzo è 2708, ne ſiegue che il numero 33 ſia la radice cubica proſſima del numero propoſto 38645, e che l'avanzo ſia 2708.

CCLXXXI.

Sia in oltre propoſto di ritrovare la radice cubica del numero 9845632. Si mettano i punti ſotto la prima, quarta, e ſettima figura, vale à dire ſotto il 2, ſotto il 5, e ſotto il 9, e ſi cerchi la radice cubica proſſima fin'all'ultimo punto, vale à dire di 9,

la

CAP. IV. *Dell'eſtrazione della radice cubica.*

la quale è 2, e notiſi queſta radice à ſiniſtra dell'iſteſſo numero, ſiccome ſi vede quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo.

```
        214          9845632
         6           •  •  •
        12           1845
       ____          •584632
         1            •45288
         6
       12
      ____
      1261
      ____
        63
      1323
      ____
        64
     1008
    ,5292
    ______
    539344
```

CCLXXXII.

Poi ſi formi il cubo della radice 2, il qual cubo è 8, e ſi ſottragga da 9, e l'avanzo 1 ſi metta ſotto il ſuddetto numero 9, al quale ſi aggiunga la ſeguente figura 8, per comporne il numero 18. In oltre ſi triplichi la radice 2, ed il triplo 6 ſi moltiplichi per l'iſteſſa radice 2, ed il prodotto 12

ſi ſcriſi ſcriva ſotto il triplo 6 della radice 2. Per queſto prodotto ſi deve dividere il ſuddetto numero 18: e perchè il quoziente della diviſione è 1, ſi metterà queſto quoziente appreſso la prima radice 2, per comporne il numero 21. Poi ſi farà in primo luogo il cubo del quoziente 1, il quale è 1, e ſi ſcriverà più ſotto, tirata prima una linea per non confonderlo cogli altri numeri. In ſecondo luogo ſi moltiplicherà il quadrato del quoziente 1, il quale è 1, per lo triplo della radice 6, & il prodotto 6 ſi ſcriverà ſotto al numero 1, laſciando però un luogo, ſiccome ſi coſtuma nelle moltiplicazioni de' numeri compoſti. Finalmente ſi moltiplicherà il quoziente 1 per lo prodotto 12 nato dal moltiplicare la radice 2 per lo di lei triplo 6, & il prodotto 12 ſi ſcriverà più ſotto, laſciando ancora una figura. Fatto ciò ſi uniranno in una ſomma queſti tre numeri, la quale ſomma ſi trova eſſere 1261, ed aggiunte prima al numero 18 le due ſeguenti figure 45 fin' al punto ſeguente, ſi ſottrarrà dal numero 1845 la ſuddetta ſomma, e l'avanzo ſarà 584, al quale ſi unirà la ſeguente figura 6, e ſi comporrà il numero 5846, che ſervirà per la diviſione.

CCLXXXIII.

Per ritrovare il diviſore di queſta diviſione,

ſione, ſi triplicherà nell'iſteſſa guiſa la radice 21, e ſi noterà il triplo 63, il quale ſi moltiplicherà per l'iſteſſa radice 21, ed il prodotto 1323 ſi noterà ſotto il medeſimo triplo: per queſto prodotto ſi dividerà il ſuddetto numero 5846: e perchè il quoziente è 4, ſi noterà queſto quoziente 4 appreſſo alla radice 21, per comporne il numero 214. Poi ſi farà in primo luogo il cubo del quoziente 4, il quale è 64. In ſecondo luogo ſi moltiplicherà il quadrato 16 del ſuddetto quoziente 4 per lo triplo 63 della radice 21. Finalmente ſi moltiplicherà l'iſteſſo quoziente 4 per il numero 1323 nato dal moltiplicare la radice 21 per lo ſuo triplo: e notati debitamente queſti tre numeri l'un ſotto l'altro con laſciare ſempre un luogo, la loro ſomma 539344 ſi ſottrarrà (dopo aver però prima aggiunto al numero 5846 le due ultime figure 32 del numero propoſto) dal numero 584632; e perchè l'avanzo è 45288, ne ſiegue, che la radice cubica proſſima del numero propoſto ſia 214, e l'avanzo ſia il ſuddetto numero 45288.

CCLXXXIV.

Finalmente ſia propoſto di ritrovare la radice cubica del numero 730458453214 coſtante di 12 figure. Si mettano li punti ſotto la prima, quarta, ſettima, e decima figura, e ſi cerchi la radice cubica di 730

ſino

ſino al punto: e perchè la radice è 9, ſi metterà queſto 9 à ſiniſtra del numero dato, e ſi ſottrarrà il ſuo cubo 729 dal numero 730, e ſi noterà l'avanzo 1, al quale avanzo ſi aggiugnerà la figura ſeguente 4, e ſe ne comporrà il numero 14, ſiccome vedeſi quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo.

9005	730458453214
2700	. . . .
2430000	1458453214
———	242778089
125	
67500	
12150000	
———	
1215675125	

CCLXXXV.

Poi per ritrovare il diviſore della diviſione, ſi triplicherà la radice 9, ed il triplo 27 ſi moltiplicherà per l'iſteſſa radice 9, ed il prodotto 243 ſarà il diviſore; ma nõ potendoſi il numero 14 dividere per 243, ſi aggiugneranno ad eſſo le due ſeguenti figure 58 ſino al punto, e di più l'altra, che ſiegue immediatamente al punto, vale à dire 4, e ſi comporrà il numero 14584. Ma nell'iſteſſo tempo ſi metterà un zero così appreſſo la radice 9, come appreſſo il ſuo triplo 27, e nel prodotto 243 ſi noteranno due zeri, per comporre il numero 24300, il quale ſervirà

Cap. IV.
Dell' eſtrazione della radice cubica.

per la diviſione. E perchè il ſuddetto numero 14584 non ſi può dividere per lo numero 24300, ſi aggiugneranno ad eſſo le trè ſeguenti figure 532, e ſi comporrà il numero 14584532. Poi ſi metterà un zero nella radice 90, un'altro nel ſuo triplo 270, e due ſe ne metteranno nel prodotto 24300, ed il numero 2430000 ſervirà per la diviſione. Si dividerà dunque il numero 14584532 per 2430000: e perchè il quoziente è 5, ſi noterà queſto quoziente nella radice.

CCLXXXVI.

Fatto tutto queſto, ſi farà il cubo del quoziente 5, il quale è 125; ſi farà in oltre il quadrato dell'iſteſſo quoziente, che è 25, e ſi moltiplicherà per lo triplo 2700 della radice. Finalmente ſi moltiplicherà l'iſteſſo prodotto per lo numero 2430000 nato dal moltiplicare la radice 900 per lo di lui triplo 2700, e notati queſti tre numeri debitamente l'uno ſotto l'altro, laſciando ſempre una figura, ſi ſottrarrà la ſua ſomma, la quale è 1215675125 (avendo prima aggiunte al dividendo le due ultime figure del numero propoſto, le quali ſono 14) dal numero 1458453214; e ſiccome l'avanzo è 242778089, ne ſiegue che la radice cubica proſſima del numero dato ſia 9005, e che l'avanzo ſia il ſuddetto numero 242778089.

CA-

Cap. IV.
Dell'approſſimazione della radice cubica.

CAPO QUINTO.

Dell' approſſimazione della Radice cubica.

CCLXXXVII.

È Stata nel *Capo antecedente* addotta la regola per ritrovare la radice cubica proſſima de' numeri non cubici, vale à dire quella radice la di cui differenza dalla vera è minore di 1: diremo ora in queſto *quinto Capo* il modo di approſſimarſi quanto più ſi vuole alla radice vera. Imperciocchè quantunque ſia impoſſibile il ritrovare la vera e giuſta radice de' numeri non cubici, nulla però di manco poſſiamo accoſtarci quanto ci piace alla ſuddetta radice, cioè poſſiamo minorare all'infinito quella picciola differenza della radice proſſima dalla radice vera.

CCLXXXVIII.

Coteſta approſſimazione ſi fà per via di *frazioni decimali*, vale à dire per via di frazioni, che anno per denominatore ò 10, ò 100, ò 1000, ò 10000 &c. ſecondo la proporzione decupla: ed ecco come. Sia propoſto il numero 1384, la di cui radice proſſima è 11, e vogliaſi avvicinare ſempre più alla ſua vera radice, la quale non è 12: per-

chè

chè il cubo di 12 è 1728 molto maggiore di 1384. Si aggiungano all'avanzo 53 trè zeri, ſiccome ſi vede quì ſotto:

11 . 1	1384
3	. .
3	384
	53000
1	16369
3	
3	
331	
33	
363	
1	
33	
363	
36631	

e ſi continui l'operazione avanti, nell'iſteſſa maniera, che ſi fà per ritrovare la radice proſſima: cioè ſi triplichi la radice 11, e ſi moltiplichi il triplo 33 per l'iſteſſa radice 11, ed il prodotto deve ſervire per la diviſione. Si divida dunque il numero 530 per 363, ed il quoziente 1 ſi ſcriva (ſeparato però con un punto) dopo la radice 11. Poi ſi faccia primieramente il cubo del quo-

CAP. V. *Dell'approſſimazione della radice cubica.*

ziente 1, il quale è 1. In ſecondo luogo ſi moltiplichi il quadrato dell'iſteſſo quoziente 1 per lo triplo 33 della radice 11. Finalmente ſi moltiplichi il quoziente 1 per il numero 363, nato dal moltiplicare la radice 11 per lo di lei triplo 33: e notati queſti trè numeri debitamente l'uno ſotto l'altro, ſi ſottragga la loro ſomma 36631 dal numero 53000, e ſi avrà l'avanzo 16369. Fatto ciò ſi dirà che la radice più proſſima cubica del numero 1384 ſia 11 intieri & *un decimo*: di fatto ſe ſi forma il cubo di queſta radice, ſi ritroverà che ſia 1367 e *ſeicento trentuno milleſimi*, il quale è poco lontano dal numero propoſto 1384.

CCLXXXIX.

Volendoſi poi approſsimare più alla radice vera, ſi aggiugneranno all'avanzo 16369 trè altri zeri, e ſi formerà il numero 16369000: indi per ritrovare il diviſore ſi triplicherà la radice 11. 1, ed il triplo 33.3 ſi moltiplicherà per l'iſteſſa radice 11.1: il prodotto 36963 ſarà il diviſore, per lo quale ſi dividerà il numero 163690, e ſiccome il quoziente è 4, ſi metterà eſſo dopo la radice 11.1. Finalmente ſi farà primieramente il cubo del quoziente 4, il quale è 64: poi ſi moltiplicherà il quadrato dell'iſteſſo quoziente, il quale è 16 per lo triplo della radice cioè per 333, ed il

CAP. V. Dell'approſſimazione della radice cubica.

prodotto è 5328 : in fine ſi moltiplicherà l'iſteſſo quoziente 4 per 36963 , qual numero nacque moltiplicando la radice per lo ſuo triplo : ed ordinati queſti tre prodotti debitamente , la loro ſomma 14838544 ſi ſottrarrà dal numero 16369000 , e ſi avrà l'avanzo 1530456 . Fatto ciò ſi dirà, che la radice molto più proſſima ſiano 11 intieri *un decimo* e *quattro centeſimi* ; ovvero 11 intieri e *quattordici centeſimi*.

CCXC.

E chi ſi voleſſe più inoltrare verſo la radice vera, dovrebbe aggiugnere all'avanzo 1530456 trè altri zeri, e fare l'iſteſſa operazione : ma il numero , che quindi ſi accreſce alla radice, diſegnerà non *decimi* , non *centeſimi* , ma *milleſimi* : imperciocchè quel che proviene dall'unione della prima terna de' zeri, ſono *decimi* ; quello che proviene dall'unione della ſeconda terna, ſono *centeſimi* : quello che proviene dall'unione della terza terna, ſono *milleſimi*, e così conſeguentemente all'infinito . E ſe più innanzi ſi voleſſe andare , ſaria biſogno mettere nell'avanzo un'altra terna di zeri , ed operare nell'iſteſſa maniera , nella quale ſi è operato prima.

Cap. VI.
Del modo di eſtrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

CAPO SESTO.

Del modo di eſtrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

CCXCI.

RESta à vedere come ſi poſſano eſtrarre le radici quadrate e cubiche dalle frazioni. La regola è queſta: volendoſi eſtrarre la radice quadrata dalla frazione $\frac{4}{9}$, ſi eſtragga la radice quadrata prima dal numeratore 4, e poi dal denominatore 9, e dalle radici, che ſono riſpettivamente 2, e 3 ſe ne componga il rotto $\frac{2}{3}$, il quale ſarà la radice quadrata di $\frac{4}{9}$. Coll'iſteſſa regola ſi troverà che $\frac{4}{7}$ è la radice quadrata di *ſedici quarantanoveſimi*, e $\frac{7}{9}$ è la radice quadrata di *quarantanove ottantuneſimi*. Similmente dovendoſi eſtrarre la radice cubica dalla frazione $\frac{1}{8}$, ſi eſtrarrà la radice cubica prima dal numeratore 1, e poi dal denominatore 8, e dalle radici, che ſono riſpettivamente 1 e 2, ſe ne comporrà il rotto $\frac{1}{2}$, il quale ſarà la radice cubica di $\frac{1}{8}$. Coll'iſteſſa regola ſi troverà, che $\frac{3}{4}$ ſia la radice cubica di *ventiſette ſeſſantaquattreſimi*, e che $\frac{5}{8}$ ſia la radice cubica di *cento venticinque cinquecento dodiceſimi*.

CCXCII. Se

CCXCII.

Se occorreſſe di eſtrarre la radice quadrata dal numero $6\frac{1}{4}$, il quale è un' rotto anneſſo ad un'intiero, ſi ridurrà eſſo primieramente al rotto *venticinque quarti*, e poi ſi eſtrarrà la radice, la quale ſi troverà eſſere $\frac{5}{2}$, ovvero $2\frac{1}{2}$. Parimente dovendoſi eſtrarre la radice cubica dal numero 49 ed *otto ventiſetteſimi*, il quale è un rotto anneſſo ad un'intiero, ſi ridurrà eſſo primieramente al rotto *mille trecento trentuno ventiſetteſimi*, e poi ſe ne eſtrarrà la radice cubica, la quale ſi troverà eſsere *undici terzi*, ovvero $3\frac{2}{3}$.

CCXCIII.

Potrebbe accadere, come accade il più delle volte, che ò il numeratore, ò il denominatore, ò entrambi non ſiano quadrati, ovvero cubi perfetti: in tal caſo biſogna ritrovare la radice proſſima così del numeratore, come del denominatore, e poi dividere l'una per l'altra; imperciocchè il quoziente ſarà la radice proſſima del rotto propoſto. E volendoſi approſſimare più alla vera radice, ſarà duopo approſſimarſi quanto ſi può alle radici del numeratore, e del denominatore. Ma ſarà aſsai meglio, prima di fare l'operazione, rendere ò il numeratore, ovvero il denominatore quadrato perfetto, ſe ſi tratta di eſtrazione di radice qua-

Cap. VI. *Del modo di eſtrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.*

drata, ovvero cubo perfetto; ſe ſi tratta d'eſtrazione di radice cubica: ciocche ſi fà così. Sia propoſto di eſtrarre la radice quadrata del rotto *trentatrè ottavi*, nel quale rotto nè il numeratore, nè il denominatore è quadrato perfetto. Si moltiplichi così il denominatore, come il numeratore 33 per lo denominatore 8, e da' prodotti 64, e 264 ſe ne componga il rotto *dugentoſeſſantaquattro ſeſſantaquattreſimi*, il quale è eguale al rotto propoſto *trentatrè ottavi*; ſiccome ſi può ſcorgere dal ridurlo à minimi termini: nel qual rotto il denominatore 64 è quadrato perfetto.

CCXCIV.

Fatto ciò, ſi trovi la radice quadrata (uſando l' approſsimazione ſpiegata nel *Capo terzo*) del numeratore 264, la quale è 16 intieri e *ventiquattro centeſimi*, ovvero 16 intieri, e *ſei venticinqueſimi*, e ſi divida queſta radice per la radice quadrata 8 del denominatore 64, e perchè il quoziente e 2 e *tre centeſimi*, ne ſiegue che queſto ſia la radice quadrata proſsima del rotto propoſto *trentatre ottavi*, ovvero di $4\frac{1}{8}$. E di fatto il quadrato della ſuddetta radice è 4 con un rotto, che ha 609 per numeratore, e 10000 per denominatore. Similmente dovendoſi eſtrarre la radice cubica dal rotto *ventiquattro quinti*,

nel

Del modo di eſtrarre le radici quadrate, e cubiche dalle frazioni.

nel quale nè il numero 24, nè il denominatore 5 ſono cubi perfetti, ſi moltiplicherà così il numeratore 24, come il denominatore 5 per lo quadrato dell'iſteſso denominatore 5, vale à dire per 25: in tal modo la frazione *ventiquattro quinti* sarà ridotta à quest'altra *ſeicento centoventicinqueſimi*, in cui il denominatore 125 è un cubo perfetto. Fatto ciò eſtraggaſi la radice cubica così dal numeratore (uſando l'appropſſimazione ſpiegata nel *Capo antecedente*), come dal denominatore 125, e le radici ſaranno riſpettivamente $8\frac{2}{5}$ e 5: poi ſi dividerà la prima per la ſeconda, e ſiccome il quoziente è il rotto *quarantadue venticinqueſimi*, ne ſiegue che queſto ſia la radice cubica proſſima ricercata.

CCXCV.

Del rimanente ſi vuol quì avvertire, che l'iſteſſo ſaria, ſe il numeratore e denominatore della frazione ſi moltiplicaſſero per lo numeratore, e non già per lo denominatore; ſe non che allora il numeratore degenerarebbe in quadrato, ovvero in cubo, e non già il denomeratore. Eſſendo dunque l'iſteſsa coſa, ſi moltiplicherà per quello de' due, che è più picciolo dell'altro, per non imbarazzare molto l'operazione.

Cap. Ult.
*Eſame dell'
eſtrazione
delle radici
quadrate, e
cubiche.*

CAPO ULTIMO.

Eſame dell'eſtrazione delle radici quadrate, e cubiche.

CCXCVI.

Finalmente per compimento di queſta *Sezione* diremo, come ſi poſſa eſaminare l'eſtrazione delle radici quadrate, e cubiche; vale à dire come poſſa conoſcerſi ſe la radice quadrata, ò cubica ritrovata colle regole fin'ora preſcritte ſia giuſta ò nò. Conviene dunque ſapere, che per accorgerſi ſe la radice quadrata è giuſta, ſia duopo formare il quadrato dell'iſteſſa radice: imperciochè ſe aggiunto ad eſſo l'avanzo, proviene giuſtamente il numero, dal quale è ſtata eſtratta la radice quadrata, queſto ſarà ſegno indubitato, che non ſi ſia errato nell'operazione; ſe proviene più ò meno, ci ſarà errore, e biſognerà per conſeguente rifare tutta l'operazione da capo.

CCXCVII.

Come dovendoſi eſaminare, ſe il numero 328 ſia la radice quadrata proſſima del numero 108046, e ſe l'avanzo ſia 462, ſi formerà il quadrato della radice 328, il qual quadrato è 107584, e ſi aggiugnerà ad eſſo l'avanzo 462; e perchè il numero 108046,

che

che quindi riſulta, è preciſamente eguale al numero dato, ne ſiegue che non ſi ſia errato nell'operazione. Tutto ciò ſi vedrà meglio quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo.

CAP. ULT. *Eſame dell'eſtrazione delle radici quadrate, e cubiche.*

```
      328          108046
      328           . . .
    -----          180
     2624            5646
     656             .462
    984
      462
  -------3
  108046
```

CCXCVIII.

Per accorgerſi poi, ſe la radice cubica ſia giuſta, fà duopo formare il cubo dell'iſteſſa radice; imperciocchè ſe aggiunto ad eſſo l'avanzo proviene giuſtamente il numero, dal quale è ſtata eſtratta la radice cubica, queſto ſarà ſegno indubitato, che non ſi ſia errato nell'operazione; ſe proviene più ò meno, ci ſarà errore, e biſognerà rifare l'operazione da capo.

CCIC.

Come dovendoſi eſaminare ſe il numero 28 ſia la radice cubica proſſima del numero 22134, e ſe avanzo ſia 182, ſi farà il cubo della radice 28, il quale cubo è 21952, e ſi aggiugnerà ad eſſo l'avanzo

182,

CAP. ULT.
Eſame dell' eſtrazione delle radici quadrate, e cubiche.

182; e perchè il numero 22134, che quindi riſulta, è preciſamente eguale al numero propoſto, ne ſiegue che non ſi è errato nell'operazione. Tutto ciò meglio appariſce quì ſotto, dove tutta l'operazione è poſta in diſteſo.

```
    28          22134
    28           .  .
   ----         14134
   224            182
   56
   ----
   784
    28
   ----
  6272
 1568
   182
 ------
 22134
```

dove ſi vede che aggiunto l'avanzo 182 al cubo di 28, eſce fuori il numero propoſto 22134.

IL FINE.

IN

INDICE

DELLE SEZIONI, E DE' CAPI.

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

SEZIONE QUARTA.

FINE.

TAVOLA PITTAGORICA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
C	9	18	27	36	45	54	63	72	81	D

Pag. 49.