
INVENTA LEVETUR
FRANCISCUS PRÆPOSITUS CANN.
REGG. IN POLLING Anno 1744
QUONIAM SUSCEPISTI ME
EXALTABO TE
PS. 29
Jungwierth sc. Mon.

<36636392570012

4° Physic: gen. ~~175~~ 170. (1

Physica. Systemata & methodi 164.

R

SCIENZA
DELLA
NATURA
GENERALE.

SCIENZA
DELLA
NATURA
GENERALE

DEL

P. D. GIO: MARIA DELLA TORRE
C. R. SOMASCO
Professore di Fisica nel Liceo Arcivescovile, e Membro dell' Accademia Reale Napoletana.

PARTE PRIMA.

IN VENEZIA
MDCCL.

PRESSO GIO: BATTISTA RECURTI
CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

PREFAZIONE.

1. L'Umano sapere tutto si raggira intorno alle due diverse sostanze, che noi troviamo aver l'essere, e proprietà distinte una dall'altra, come dagli effetti, che queste producono andiamo argomentando. La prima di tali sostanze è quella, che sperimentiamo in noi stessi chiamata *Spirito*, *Mente*, o *Anima ragionevole*, per mezzo della quale pensiamo, o vogliamo qualche cosa, e ci determiniamo ad operare. Di questa, delle sue proprietà, e operazioni, che produce, noi siamo convinti coll'*intimo sentimento*, detto da' Filosofi *coscienza interiore*, o pure *sperienza interna*. Vasto è il campo, che abbraccia questa parte di umana dottrina, quale meritamente può dirsi *La Scienza della Ragione*. Imperocchè se dà le regole per ben giudicare, e discorrere delle cose, vien detta *Logica*, se parla principalmente della natura di nostra mente, e quindi per analogia delle altre sostanze spirituali, la chiamano *Metafisica;* se discorre delle operazioni nostre relativamente ai doveri, che abbiamo con Dio, *Morale Teologica*, o *Divina*, se parla de' doveri verso noi stessi, i domestici, e gli altri uomini co' quali in società viviamo,

le

le han dato il nome di *Morale umana*. Queſte due ſpecie di Morale preſuppongono alcune *Leggi* date agli uomini, che loro ſervono di regola per operare, le quali ſe ſono ſtabilite da' Miniſtri di Dio, la diſciplina, che tratta di queſte vien detta *Legge Canonica*; Ma ſe queſte leggi le hanno impoſte altri uomini ſaggi, e di autorità ſopra gli altri per lo buon governo della Società, ſi chiama *Scienza Civile*, o *Criminale*. Lungo ſarebbe il voler numerare tutte le parti di queſta Scienza della Ragione, e non conveniente al noſtro Iſtituto.

2. Non minore della prima e l'eſtenſione di quella parte di umana ſcienza, che tratta della ſeconda ſpecie di ſoſtanze, che attualmente troviamo eſſere *eſteſe*, *reſiſtenti*, e *mobili*; chiamati *Corpi*, o *ſoſtanze materiali*. Quella diſciplina, che tratta di eſſe è ſtata meritamente detta *Fiſica*, o *Scienza della Natura*. Quante ſono le proprietà, o affezioni de' corpi, quanta è la diverſità de' medeſimi in queſto vaſto ſiſtema di coſe, tante altresì ſono le diverſe parti, che tompongono la ſcienza naturale. E ſiccome l'interna ſperienza è quella per mezzo della quale diſcorrer poſſiamo con fondamento dell'eſſenza, e attributi degli ſpiriti; così nella ſcienza Fiſica l'unico mezzo per iſcoprire la natura, e proprietà de' Corpi deve eſſere l'*Eſperienza eſteriore*. Acciocchè poſſiamo formar giuſta idea della noſtra mente biſogna, che entriamo in noi ſteſſi, col mezzo della *Rifleſſione*, e vediamo ciò che in noi accade cotidianamente. Non così però avviene ſe contemplar vogliamo le ſoſtanze corporee, dobbiamo uſcir da noi ſteſſi; ſervirci del mezzo de' *Senſi*, co' quali eſaminiamo ciò che accade fuori di noi. Per formar l'idea degli Spiriti, ci appartiamo da tutti, per entrar in noi ſteſſi, e impediamo più che è poſſibile le impreſſioni degli oggetti eſteriori. Se con queſto modo voleſſimo eſaminar la natura de' Corpi, ſaremmo di eſſi perfettamente all'oſcuro.

3. Nell'eſame, che da noi ſi fa di queſti poſſiamo conſiderare ſemplicemente quella proprietà a tutt'i corpi comune, che è di *aver parti*; e in queſto caſo ſi forma una ſcienza particolare, detta comunemente *Matematica univerſale*, *Algebra*, ovvero *Analiſi*; il di cui ſcopo è contemplare la *Quantità*, cioè tutto quello, che ſi concepiſce di parti compoſto. Si può inoltre contemplare ciò che ha parti una fuori dell' altra,

che si chiama *esteso*, e allora nasce la *Geometria*. Così ancora se queste parti si concepiscono da noi, attualmente esistenti, e separate una dall'altra, onde perciò si possono numerare, vien formata allora la *Scienza de' Numeri*, detta comunemente *Aritmetica*. Quando poi il nostro pensiero si ferma a ponderare le parti separate tra loro, ma che una all'altra succede, e perciò variano luogo, o si muovono, facciamo in tal caso la *Scienza del Moto*, che si chiama *Meccanica*. Ecco in qual maniera per mezzo di moltissime contemplazioni è nata la *Matematica universale* e le sue tre Parti cioè *Geometria*, *Aritmetica*, e *Meccanica*. Scopo della Matematica generale è il considerare la *Quantità*, o pure questa comune affezione de' corpi di aver parti; scopo della Geometria è di contemplare la *Quantità continua*, della Aritmetica la *Discreta*, della Meccanica la *Successiva*.

4. Quindi si ricava la necessità, che ha la Fisica di servirsi delle Matematiche, per esaminare con sicurezza la natura de' Corpi, e gli effetti da essi prodotti col mezzo dell'Esperienze. Tutto quello, che operano i Corpi, lo fanno coll'ajuto delle parti delle quali vengono dotati, e che formano la loro Essenza. So che molti Autori per dimostrare la necessaria connessione della Matematica colla scienza naturale si servono di particolari argomenti; Ma questi devono ricavarsi dallo scorrere ciascuna parte della medesima, nè sono universali. Questa necessità si conferma di fatto considerando la scienza della natura dalla sua prima origine, fino a' tempi presenti. Quando la Fisica regnò tra' Greci, ed Alessandrini, siccome la univano con le Matematiche fece ancor nascente progressi di considerazione specialmente nelle Scuole di Democrito, e di Epicuro. Passata poi fin dal secolo settimo dopo la nascita del Redentore nelle mani degli Arabi, e vestitasi nel secolo undecimo l'abito delle Scuole in vece di sempre più avanzarsi, deteriorò molto di condizione, perchè que', che la professavano, non curarono più le Matematiche discipline; riputando bene spesso dati alla Magia, que' che ne facevano studio. Ma dopo che Galileo Galilei Fiorentino verso il fine del secolo decimo sesto tornò di nuovo a riunire insieme queste due scienze indivisibili, si vide rifiorire la Fisica, che ora si trova coll'industria de' suoi seguaci, sto per dire al suo supremo grado avanzata.

5. Vi-

5. Vista l'origine delle Matematiche discipline ; e lo stretto legamo, che hanno colla scienza naturale de' Corpi, resta ora di dare un breve saggio delle parti, che la compongono. Sul bel principio si propongono i Fisici di esaminare le Proprietà prime de' Corpi, cioè la loro *Estensione*, *Resistenza*, e *disposizione a muoversi*; quindi passano a trattare delle proprietà seconde, di quelle cioè, che nascono dalle prime, come il *caldo*, il *freddo*, la *fluidità*, la *durezza*, la *mollezza*, e le molte altre, per mezzo delle quali son prodotti i maravigliosi effetti, che tutto giorno vediamo. Così compiscono la prima parte di *Fisica*, che vien detta *Generale*.

6. Nella *Fisica particolare* danno un breve saggio della natura de' corpi particolari, e fanno dirò così un compendio di molte Scienze, ciascuna delle quali da per se sola potrebbe stare. In questa parte adunque parlano della terra dove esaminando ciò, che nelle sue viscere si contiene, spiegano i Principj della *Chimica*. Quindi passando ai corpi, che sono sulla superficie trattando delle Piante si fanno strada alla *Botanica*, dell' Uomo all' *Anatomia*, degli Animali alla *Zoologia*; toccano anche i principali fondamenti del *Trattato delle acque*, o *Idrografia*, e di quello dei *Monti*. Scorrendo poi nella regione dell' Aria insegnano l'*Aerometria*, le *Meteore*, l'*Ottica*, o trattato della Luce, e l'*Acustica*, o *Musurgia* del suono. Dalla terra salgono a contemplare i Corpi celesti, e il loro moto, e così coll' *Astronomia* conchiudono il Trattato dei Corpi particolari racchiusi in questo vasto spazio, che noi Mondo chiamiamo. Ecco diciferata l'origine delle Scienze tutte, che derivano dai due copiosi fonti dell' umano sapere, cioè dalla *Scienza della Ragione*, e da quella *della Natura*. Con ciò si vede ancora in un solo prospetto lo stretto vincolo, che passa fra tutte le scienze, per mezzo del quale una riceve maggior lume dall' altra.

7. Quantunque dalle cose finora dette appaja manifestamente, che per ben trattare de' Corpi sia necessaria una lunga serie di sperienze, e osservazioni, dalle quali coll' ajuto delle Matematiche devono ricavarsi le Affezioni, che hanno, per poi spiegarne gli effetti; ciò non ostante l'ingegno umano, che è vario, e ansioso al sommo di penetrare con poca fatica negli arcani della natura, ha tentato varie strade, ideandosi così poter giugnere facilmente al suo intento.

8. A

8. A tre ridur si possono i *Metodi* finora tenuti dai Fisici per stabilire i veri Principj della loro scienza, e farne l'applicazione. Il primo lo chiamerò *Ideale*, il secondo *Verisimile*, il terzo *Reale*. Chiamo Metodo *Ideale* quello di alcuni Filosofi, che si appoggiano solamente sopra la possibilità delle cose, e quindi si fingono realmente esistente quello, che è una pura nostra idea, o maniera di concepir qualche cosa. Dico *Verisimile* l'ordine, che altri tengono di fingersi qualche Ipotesi, o causa degli effetti apparente, che non dipende, se non dalla nostra immaginazione. Il terzo Metodo, che è il *Reale*, lo adoperano que' Filosofi, i quali consultando l'esperienze, e osservazioni fatte da molti de' più accreditati, e quindi ricavano le vere proprietà de' Corpi, e il lor modo di operare, ajutati non dal possibile, o dalla immaginazione, ma dalle sode cognizioni, e Metodo dei Matematici. Tutte tre queste maniere di parlare delle cose naturali sono state adoperate da' Filosofi d'ogni tempo, e di nazioni diverse, come si ricava dalla Storia della Filosofia.

9. Tre sono gli stati ne' quali si può considerare la Fisica, e le dottrine filosofiche. Il *primo* comincia dal principio del Mondo, abbraccia tutto il Regno de' Greci, e arriva fino verso il fine del secolo sesto dalla fondazione di Roma, accaduta nel 752. avanti la nascita del Redentore. Il *secondo* ha principio dal secolo settimo di Roma, e si stende fino al secolo decimoquarto dopo la venuta di Cristo. Il *terzo* comincia da questo tempo, e arriva fino al nostro secolo decimo ottavo, in cui siamo.

10. Nella prima età della Filosofia se consideriamo *gli uomini avanti il diluvio*, che accadde nel 1656. dopo il Mondo creato, questi si applicarono più tosto, e molto rozzamente alle verità pratiche, che riguardano la felicità del genere umano tanto concernente a' doveri dell' uomo, che all' esercizio delle arti necessarie alla vita; di quello che facessero studio profondo per investigare le ragioni delle cose. Se riflettiamo alle Nazioni dette da' Greci *Barbare*, come erano nell' Oriente gli Ebrei, i Caldei, i Persiani, gl' Indiani, gli Arabi, ed i Fenici; verso il Mezzo giorno gli Egiziani, e gli Etiopi; all' Occidente i Galli, i Britanni, i Tedeschi, e i primi Romani; verso il Settentrione gli Sciti, i Traci, e i Geti, tra queste Nazioni troviamo certamente molto più avanzate, che prima del diluvio le cognizioni concernenti alle sostanze

ze ſpirituali, e corporee; ma la loro Filoſofia fu al parere de' dotti una ſerie di dottrine ſeparate, che paſſavano per tradizione ſenza farne un eſame rigoroſo. Si aggiunge a queſto l'incertezza di alcune dottrine, per la dubbia Storia che abbiamo di queſti tempi tanto da noi lontani.

11. Quindi la vera origine della Filoſofia la dobbiamo ai Greci, i primi ſapienti de' quali per accomodarſi al naturale di queſta nazione ſul principio aſſai rozza, e dedita alle dottrine oſcure, e recondite, coprirono le verità ricevute da' barbari ſotto Favole, e Allegorie, onde nacque la Filoſofia Mitologica, e Politica. Ma col progreſſo del tempo altri ſaggi uomini tra' Greci, ridotte in buon ordine varie dottrine raccolte di quà, e di là, cominciarono a formare alcune parti della Filoſofia, e ſtabilire fondati Siſtemi. Tra queſti il primo, che cominciò a formare Siſtema ſpecialmente in Fiſica fu Talete, capo della Setta chiamata *Jonica* nato a Mileto nella Grecia l'anno 634. avanti Criſto. Queſti ſeguì più toſto il ſecondo Metodo di filoſofare del *veriſimile*; perchè ſtabilì come primo elemento di tutti i corpi l'acqua, eſaminando con probabile ragione le coſe tutte naturali, nella compoſizione delle quali ſenſibilmente ſi vede entrar l'acqua. Seguì l'ordine di Talete Anaſſimene, Anaſſimandro, e più di tutti Anaſſagora con molti altri, che furono della Setta Jonica. Il Metodo *Ideale* fu molto coltivato da Platone, che formò la Setta degli *Accademici* nato in Atene l' anno 426. avanti l'Era Criſtiana. Queſti concepì la materia de' corpi, come un aſtratto ſoggetto di tutti gli accidenti, ma eſſa ſenza alcuna qualità, e diſtintivo.

12. Quegli poi tra i Greci, che unì inſieme con qualche frutto tutti e tre queſti Metodi di diſcorrere fu Ariſtotele nato in Stagira Città della Tracia l'anno 386. prima del Salvatore. I ſuoi ſeguaci furono chiamati Peripatetici, per l'uſo frequente, che faceano di diſcorrere in materia di Filoſofia, più che altre Sette aveſſero fatto. Seguì Ariſtotele per lo più il Metodo Ideale, miſchiandovi anche il veriſimile ne' quattro Libri di Fiſica, che abbiamo di lui, e in quelli che hanno per titolo *Parva Naturalia*; l'ideale poi interamente, negli otto Libri *De Phyſico Auditu*. Ma ne' nove Libri della Natura degli Animali, e ne' quattro delle loro parti, e ne' cinque della generazione ſi ſervì del Metodo Reale, come anche nelle Sezzioni trentotto dove ſcioglie molti Problemi, e ne' quattro Li-

bri

bri delle Meteore; sebbene molte cose non vere abbia scritto in questi Trattati, perchè non sono fatica da addossarsi a un solo Autore. Si vede però da questi ultimi Libri, e dalle Questioni Meccaniche, che fa separatamente aver Aristotele seguito in parte nella Fisica il vero Metodo di ragionare della natura de' Corpi.

13. Nella seconda età della Fisica, dal secolo settimo, dalla fondazione di Roma fino al secolo decimo quarto, dell Era nostra, gli Arabi, o Saraceni risuscitarono la Filosofia Peripatetica, e altri risvegliarono diverse di quelle Sette, che abbiamo già numerate tra' Greci. Finalmente nel secolo duodecimo comparvero in iscena gli Scolastici, che l'Aristotelica Filosofia interpretando, tutta la rivoltarono al loro ideale sistema. Per nome di Scolastici s'intese in questo secolo tutti quelli, che furo o condotti con stipendio, o obbligati di educar i giovani nelle Scienze. L'Istoria degli Scolastici diffusamente si vede trattata da Adamo Tribbecovio nel Trattato delle Dottrine Scolastiche ristampato a Jena nel 1719. dall'Eumanno, e da Giacomo Bruchero nel tomo terzo dell'Istoria Critica Filosofica.

14. La Terza Età vide sul principio rifiorire il buon gusto della Fisica, ma non fece questa molti avanzamenti, che dal secolo decimosesto fino al presente. Manuele Crisolora nato in Costantinopoli, benchè originario di Roma, fu il primo, che nel 1387. cominciò ad introdurre il genio della lingua Greca in Italia, che poi passò negli altri Paesi di Europa; onde intrapresero i Dotti a far esatte traduzioni degli Autori Greci, specialmente Filosofi, e in questa forma spogliati molti della barbarie introdotta dagli Scolastici si esposero fedelmente i pensieri degli antichi Greci Filosofi. Quindi insorse Nicola Leonico Tomeo nato in Venezia nel 1457. Pietro Pomponazio di Mantoa nel 1462. Agostino Nifo suo emolo, Francesco Piccolomini in Siena, l'anno 1520. Daniele Barbaro nato in Venezia nel 1529. e molti altri, che tutti si impiegarono a far risorgere le vere sentenze di Aristotele non Arabo Scolastico, ma Greco. Il primo però che facesse rifiorire la Fisica fu Bernardino Telesio nato in Cosenza del Regno di Napoli l'anno 1508. Questi avendo osservato il poco frutto, che apportava la Filosofia di Aristotele, intraprese ad esporre quella di Parmenide da molto tempo sepolta. Seguì perciò molto il Metodo Reale, ma frammischiato ancor molto del verisimile ammettendo tre Principj di tutte le cose, due incorporei ma operanti cioè il caldo, e il freddo, uno inattivo che è la materia. Fiorì con-

temporaneo a Telesio, Girolamo Cardano, nato in Pavia nel 1508. e morto prima di esso nel 1576. successe a questo Giordano Bruno da Nola, fiorito nel 1582. verso il fine della vita di Telesio. Amendue portati dal loro caldo temperamento seguirono i trasporti della Fantasia, e un misterioso modo di ragionar delle cose. Quegli però, che diede miglior faccia alla Fisica, seguendo la scorta de' sensi, o l'esperienza, fu Francesco Bacone, Baron di Verulamio nato in Inghilterra nel 1571. come apparisce dalle varie sue opere naturali, e Tommaso Campanella, che nacque in Calabria nel 1568. e vestì l'abito di S. Domenico assai giovane. Non minor lode di questi si acquistò nel riformare la Fisica Tommaso Obbes nato a Carlstat in Inghilterra nel 1588. come apparisce dal suo Libro *De Corpore*, che diede alla luce nel 1655.

15. Ma quei, che più di tutti riformò la Fisica fu Galileo Galilei nato in Pisa nel 1564. Questi oltre il metodo reale, che seguì con parlare delle proprietà de' corpi per mezzo dell'esperienze fu il primo, che applicò con frutto la Meccanica, e le Matematiche alla considerazione de' Corpi. Nè minor avanzamento fece la Fisica, e più l'Astronomia nel tempo stesso per opera di Giovanni Keplero nato a Vila nel Ducato di Virtenberg l'anno 1571. Dopo che questi due primi lumi della Fisica rischiarirono il metodo, che si dovea tenere, sorsero molti altri, che diedero nuovo lume a questa Scienza. Pietro Gassendo nato in una piccola Città del Vescovato di Dignes nel 1592. si pose a riformare la Fisica di Democrito, e di Epicuro. Renato Cartesio nato all'Aja in Turena l'anno 1596. appoggiandosi molto al Metodo del Verisimile si fece Autore di un nuovo Sistema in Fisica, ma nel tempo stesso diede molti lumi, e somministrò a' Fisici occasione di pensare alla vera natura delle sostanze corporee. Seguaci e Uditori di Gassendo furono molti, tra i quali Francesco Bernier, e Michele Neureo. A questi si devono aggiungere Gualtieri Charleton Inglese, Volfredo Senguerdo, e Stairio, che seguì in parte il Gassendo, e in parte il Cartesio. Que' poi che seguirono il Cartesio, o la maggior parte delle sue dottrine furono tra più celebri il Mariotte, Giacomo Roault, Pietro Silvano Regis, Nicolò Mallebranche, Antonio le Grand e molti altri. Gofredo Guglielmo Leibnizio nato in Lipsia nel 1646. seguì alcune sentenze di Cartesio non ammettendo come esso alcun luogo voto, e ponendo i Vortici, e la Materia sot-

ti-

tile; nel resto però de'suoi Principj Fisici seguì un Sistema perfettamente ideale, o vogliam dire le dottrine Scolastiche con nuove parole, e metafore adornate. Ma que'che trai Moderni seguì più di tutti il vero Metodo di ragionare de'corpi fu Isacco Newton nato in Cambrigde nel 1642. questi lasciate da parte tutte le idee de' possibili, e ciò che ha solo del verisimile, si applicò tutto alle sperienze, e osservazioni, cavando da queste colla guida della più sublime Geometria la vera costituzione della materia de'corpi, e spiegandone maravigliosamente i loro effetti. Comparve il suo libro dei Principj Matematici della Filosofia naturale per la prima volta l'anno 1687. e il suo compiuto sistema di Ottica non prima si vide perfezionato, che l'anno 1704. in Inglese. Finalmente dopo varie altre Opere date alla luce di Algebra, e Cronologia cessò di vivere nel 1727. Molti seguaci ebbe nella sua maniera di ragionare, tra i quali Guglielmo Giacomo Gravesande, David Gregori, Samuel Claarke, Giorgio Keine, Errico Pemberton, Gioanni e Giacomo Keil, Pietro Musschenbroek, e tutti que', che si dilettano di esaminare non quel che può, ma quello che veramente opera la Natura.

16. Dato un breve saggio de' Metodi adoperati dalli Filosofi d' ogni tempo, resta ora, che qualche cosa stabiliamo intorno a questi, e se possano, e come devono adoperarsi nell'esame de' Corpi naturali. Quanto al Metodo *ideale* ognuno ben volentieri accorda, che non deve aver luogo dove si tratta di proprietà reali de'corpi; ma quando poi siamo alla pratica, molti ci sono, che lo adoperano, e pretendono, che senza questo non si possa ben fondatamente discorrer de' corpi. Quattro a mio credere sono le più generali, e comuni cause di questo. *Il natural desio di sapere*, *il Possibile*, l'*Idee Astratte*, le *Voci*. La strada delle Esperienze, e Osservazioni naturali è piena di molte difficoltà, assai lunga, e tediosa, nè opera di un sol Filosofo, o di una età solamente. Dall'altra parte la Mente umana è naturalmente desiderosa di sapere, e fare spicco in poco tempo di ciò, che ha studiato. Quindi è, che tediandosi di dover molto aspettare a decidere della natura delle cose, supplisce alla realità delle medesime col formarsi sistemi ideali, e chimerici. Il freno però di quest'innato desiderio deve essere il pensar, che se bene non possiamo arrivare a formare un compiuto sistema de'corpi; ciò non ostante il piacere che si

ha

ha nel vedere, e ammirare la tanta varietà di effetti naturali, abbastanza compensa il dispiacere di non poterli perfettamente comprendere. Quel poco almeno, che sapremo sarà ben fondato, e reale.

17. Quanto alla seconda cagione credono gli uomini per lo più, che la Filosofia sia la Scienza de' Possibili come tali, e suppongono essere principal incombenza di un Filosofo lo stabilire i limiti del Possibile, ed Impossibile. Ma in ciò conviene distinguere due sorte di effetti; quelli che nascono da una sola, o al più tre, o quattro cagioni costantemente, e quelli che dipendono da una moltiplicità di cause la più parte incerte, e incostanti; e che diciamo *effetti accidentali*, a differenza de' primi, chiamati *necessarj*. La Fisica si occupa tutta nell'esaminare la prima specie di effetti. Quella parte poi di Morale umana, che insegna la maniera di conoscere il naturale degli uomini, e la maniera di portarsi con loro per lo più si appoggia sopra eventi non intieramente certi, e sicuri. Ora in questa sorta di Scienza deve aver in parte luogo la dottrina de' possibili, non già per fermarsi sopra di questi, ma per quindi passare a ciò che è più verisimile. L'entrare a discutere ciò, che è Possibile, o Impossibile non deve aver luogo ove si tratta di effetti determinati, e di nostra mente, che non comprendendo l'intima natura delle cose, nè sapendo tutte le combinazioni possibili delle medesime, deve ricavare il vero solamente da ciò che vede. La Mente è limitata, nè può godere del privilegio di una mente infinita, che è di possedere una Scienza perfetta, e senza alcun limite. Questa è stata una delle principali cagioni, per le quali è restata la Fisica molti secoli sterile di conseguenze, nè ha potuto avanzarsi, come a tutti è ben noto dalla storia della Filosofia. Nè minor danno ha ricevuto da questi Possibili la Scienza della Teologia, nella quale dovendosi ricavare tutte le dottrine sulle quali si fonda la nostra credenza, dalla S. Scrittura, dalla Tradizione non interrotta da' Canoni de' Concilj Generali, dalla voce viva dei Pontefici, che spiegano il vero senso dei Misterj della Fede, e dalla conforme Dottrina di più SS. Padri; per averci i Teologi Scolastici mischiate molte questioni intorno a' Possibili, si confusero queste in maniera tale con i Dogmi della Chiesa, che non stentò poca fatica il Concilio di Trento a separarle. Perciò la regola sicura da praticarsi contro questa questa specie di Filosofi, che vanno in traccia di tutto ciò, che è possibile, sarà di conceder loro francamente, *che tutto è possibile*,

se

se riguardiamo la limitazione di nostra mente, e la Potenza di Dio, che è infinita; ma noi non cerchiamo quello, che è possibile, ma ciò, che è di fatto.

18. Due altri abbiam detto essere i fonti del Sistema ideale, cioè l' *Astrazione*, e i *Vocaboli*. Dopo, che la nostra mente dalle impressioni fatte su i sensi, si è fornita di molte idee degli oggetti esterni, le paragona insieme, e trovandone alcune, che tra loro convengono in qualche proprietà, quando vuò pensare a questa solamente, se gli presentano avanti anche quelle altre idee, che partecipano di tale affezione. Così formiamo quelle idee comunemente dette *astratte*, e *universali*. Ora siccome la maggior parte de' Filosofi ha creduto, che queste idee fossero nell'anima distinte affatto dalle particolari, non già formate come ora abbiam detto; così alcuni Filosofi hanno creduto reale, quello che non era altro, che un semplice paragone delle idee, fatto da noi. In ciò si sono maggiormente confermati osservando i vocaboli particolari co' quali sogliamo esprimerle; Quasichè ad ogni voce dovesse necessariamente rispondere una cosa realmente esistente. Questo è il modo di filosofare scolastico, e pur troppo lo stesso vien fomentato al giorno d'oggi ancora da quelli, che coltivano la maniera di pensare del Leibniz. Quindi son nate quelle Frasi comuni tra i Filosofi, che la *materia riceve la forma dopo aver ricevuta l'esistenza. Che la forma è un atto, la materia è una potenza. Che i principj de' corpi non sono atomi di mole, o estesi, ma atomi di natura, o sostanze semplici*, e molte altre espressioni, che sono puri accozzamenti di parole, denotanti qualche riflessione di nostra mente. E queste più d'ogni altro hanno impedito gli avanzamenti della Fisica, unite ad alcuni generali Assiomi che niente significano di positivo. Ora per evitare tali inciampi è necessario *esprimere con parole semplici, e non metaforiche le verità naturali, e nel proferirle aver sempre riguardo alle particolari osservazioni, o esperienze dalle quali si sono ricavate.*

19. Il Metodo del *Verisimile*, adoperato da molti Filosofi non può intieramente escludersi dalla Fisica, purchè si adoperi con somma parsimonia. Dove si può arrivare colla sperienza, bisogna stare a questa. Ma dove mancasse questa, o le conseguenze, che se ne ricavano, fossero dubbiose, allora coerentemente alle sperienze è lecito fare un' Ipotesi, purchè questa non si tenga come Materia di fatto. Ma il pretendere di stabilire per cagione di qualche effetto, quello che da al-

alcuna sperienza non si ricava, quantunque appaja verisimile, questo è un lasciarsi trasportare dalla propria immaginazione.

20. Resta perciò, che il vero Metodo di trattare la Fisica, e che noi seguiremo, sia quello di consultar prima le operazioni della Natura, e da esse ricavare solo quelle conseguenze, che ne vengono immediatamente. Da queste poi dedurre le leggi colle quali si muovono, e la spiegazione per mezzo di esse degli altri effetti naturali. Questo discorso Fisico se sia accompagnato dalla scorta delle Matematiche, potrà condurre una volta la Fisica al più alto grado di perfezione.

21. Parrà forse ad alcuno, che questo Metodo di trattare la Fisica faccia la stessa un' Arte manuale più tosto, che una Scienza, e così intieramente si perde la speranza di stabilire una *Scienza universale della Natura*, che molti più volte hanno preteso di stabilire. Si lusingano questi, che possa darsi tale Scienza astratta, e generale per cui mezzo si debba discorrere con proposizioni certe, e universali della natura di tutti i corpi. E siccome nelle Matematiche c'è l'Algebra, che da precetti generali intorno la quantità astratta, prescindendo dalla discreta, continua, e successiva, così credono altresì, che lo stesso accader debba nella Fisica. Ben volentieri però lascio questi tali in una lusinga così perniciosa per l'avanzamento delle Scienze, ogni qual volta, non restano persuasi dalle evidenti ragioni finora portate. Solamente loro avvertirò, che errano di molto quando suppongono, che siasi trovata la Matematica universale. Il contrario giudica Cristiano Volfio nella sua Prefazione all' Aritmetica Elem. di Matem. tom. 1. e con ragione, perchè quando noi tentiamo nell' Analisi colle lettere dell' Alfabeto esprimere la quantità in generale, e le sue affezioni, ci accorgiamo poi in pratica, che sovente si deve entrare nell'Aritmetica, o pure per concepire quel che si dice dobbiamo applicarlo a qualche caso particolare geometrico, o meccanico. Lo stesso appunto vedremo accadere nelle Fisiche, quando non vogliamo lasciarci lusingare dalle parole, e dalle idee astratte, o per dir meglio chimeriche.

22. Ora dovendosi in Fisica servire del Metodo esperimentale, è necessario dir qualche cosa della maniera di fare l'osservazioni, ed esperienze. Qualunque effetto naturale si presenta a' nostri occhi, senza, che noi cooperiamo alla produzione di esso, si chiama *Osservazione;* quantunque per farla con esattezza ci serviamo per lo più di particolari stromenti. Come quando osserviamo il nascer del Sole, la sua Ecliffe, o quella della Luna, e tutti gli altri effet-

ti

ti prodotti in Cielo, o nell' aria. *Esperienza* chiamasi quell' effetto naturale prodotto da' Corpi, quando noi applichiamo uno all'altro, come l' effetto della Calamita di tirare il ferro quando a questo si avvicina; di diriggersi al Polo del Mondo, quando si sospende liberamente in aria, e somiglianti. *Fenomeni naturali* diciamo tutti gli effetti prodotti da' Corpi senza l' azione di sostanza spirituale. Voglio alzar un braccio, e questo si alza; il moto di questo braccio non è effetto naturale, perchè dipende dalla mia volontà. Di fatto se mi cercano perchè lo muovo, risponderò perchè voglio; ma come al mio volere sta unito il moto del braccio, perchè, rispondono d' accordo i Filosofi, ha stabilito Dio questa armonia tra le operazioni dell' anima, e quelle del corpo. Un Leibniziano certo risponderà, che il moto del braccio non viene dalla mente, ma dalla macchina corporea, che sviluppa con un ordine determinato le sue operazioni. Ma se interrogo questo, perchè ora muova più il destro, che il sinistro coerentemente al desiderio della mente, non me ne assegnerà alcuna particolare cagione. All' incontro si muove d' improviso il mio braccio destro, contra mia voglia; subito andrò cercando la causa di ciò nella costituzione del mio sangue, de' muscoli, o di qualche cosa esteriore; questo è un effetto naturale.

23. Nel fare qualunque sperienza, e osservazione dobbiamo riguardare quattro cose. I *Sensi*, gl' *Istromenti*, le *Circostanze*, e l' *Illazione*.

24. Per mezzo de' cinque sentimenti giudichiamo di tutto ciò, che è fuori di noi. Sono perciò i sensi come fedeli mezzi, che ne portano le impressioni fatte dagli oggetti esterni. Ciò non ostanste ben spesso ci inganniamo, non già perchè essi siano fallaci, ma per l' uso cattivo, che ne facciamo. La natura ha dato al nostro corpo l' abilità di parlare; se uno parla oscuramente, non per questo deve imputarsi questo difetto alla facoltà di parlare, ma al cattivo uso, che se ne fa. Per evitar l' errore in cui possiamo cadere dobbiamo aver riguardo a tre cose. Primo che i nostri sensi non siano debilitati, o viziati da qualche causa. Un uomo, che abbia una febbre a freddo, o che sia stato in una fornace di Vetrajo, giudicherà fredda una camera di aria temperata; perchè nel primo caso la sensazione del freddo sta nelle sue fibre, nel secondo comunica, e non riceve dall' aria della camera le parti-

celle di fuoco, onde perdendone esso, deve sentire del freddo. Secondo bisogna osservare, che non ci sia qualche causa fuori di noi, che turbi le impressioni de' corpi. Vediamo sovente a cielo aperto la Luna piena, e le Stelle di notte mandar poco lume, questo dipende dai vapori de' quali è ingombrata l'aria di quel luogo. Non si vedono mai le Stelle così lucide, che ne' siti eminenti di montagne, o quando spira la tramontana. Terzo si deve lo stesso effetto provare più volte, adoperando più sensi, e in più maniere diverse. Guardando un picciolo corpo con un Microscopio non solo si vede ingrandito, ma scopriremo in esso una quantità prodigiosa di parti, tutte diversamente figurate a prima vista. Si metta lo stesso a varj lumi, e si guardi l'oggetto in varie positure, allora ci accorgeremo, che molte di quelle da noi giudicate parti, e molte delle loro figure non dipendeano, che dalle ombre mandate dalle medesime, e da noi prese per oggetti reali.

25. La seconda cosa da osservarsi sono gl' *Istromenti* che devono esser fatti da perito Artefice, e dobbiamo saperli ben maneggiare. Per giudicare della loro esattezza conviene riflettere bene al fine per cui sono destinati. A luoghi opportuni si darà un breve saggio di essi, e della maniera di costruirli.

26. La terza cosa da considerarsi sono le *Circostanze*, che accompagnano l'esperienza. Queste sono molte, e necessarissime da notarsi diligentemente, dipendendo per lo più da esse la spiegazione de' fenomeni; come vedremo nel farne l'applicazione. Le principali in generale sono le Circostanze del *luogo* in cui si fa l'esperienza; il conoscere cioè la natura, e costituzione di quell' aria, del *tempo* in cui si vede quell' effetto, se di giorno, o di notte, di estate, o d' inverno ec.

27. L'ultima osservazione da farsi è l'*illazione*, che si fa dalle Sperienze. Per lo più ci mettiamo a far esperienze per confermare qualche nostra opinione, o sistema, e allora non consultiamo la natura, ma noi stessi, e l'impegno ne fa travedere. Acciocchè non ci inganniamo deve esser l'*illazione*, che si fa, *naturale*, e non sforzata, *immediata*, e non come si suol dire stiracchiata; e dopo averne fatte alquante, sopra di queste dobbiamo fondare il nostro discorso non prevenuti da sistema, o affetto per qualche opinione particolare.

INDICE

DELLE SEZIONI, E DE' CAPI.

INDICE DELLE PROPOSIZIONI.

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del P. *Fra Paolo Tommaso Manuelli* Inquisitor Generale del Santo Uffizio di Venezia nel Libro intitolato: *Scienza della Natura del Padre D. Gio: Maria della Torre Somasco*, non vi esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi, concediamo Licenza a *Gio: Battista Recurti Stampator di Venezia*, che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di Stampe, e presentando le solite copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 5. Settembre 1749.

(Gio: Emo Proc. Rif.
(
(Marco Foscarini Cav. Proc. Rif.

Registrato in Libro a Carte 11. al Num. 105.

Michiel Angelo Marino Seg.

Adi 22. Luglio 1750.
Registrato nel Magistrato Eccellentissimo degli Esecutori contro la Bestemmia.

Alvise Legrenzi Seg.

SCIEN-

SCIENZA GENERALE
DELLA NATURA.

QUesta prima parte, chiamata comunemente Fisica generale, la distribuiremo in cinque Sezioni. Nella prima si parlerà della *Materia*, nell'altra dell'*Estensione*, nella terza della *Resistenza*, nella quarta del *Moto*, e nella quinta delle *Qualità sensibili*. L'ordine, che ora teniamo nel distribuire la Fisica apparirà chiaramente in appresso. Ciascuna di queste Sezioni sarà distribuita in varj capi, secondo, che porterà il bisogno. Siccome abbiamo osservato nella Prefazione §. 7. il vero metodo di trattare la scienza naturale è di fare continue esperienze, e osservazioni, dalle quali coll'ajuto delle scienze matematiche si deve ricavare il proprio sistema fisico; così con questo doppio metodo tratteremo ciascuna sezione, e ogni capo particolare di essa; prima esponendo le dottrine naturali col *Metodo esperimentale*, e quindi estendendo le stesse col *Metodo matematico*. In questa maniera spero, che si renderà utile questa Fisica anche a quelli, che non sanno le matematiche, o non ne vogliono fare uno studio profondo. Avranno questi, ciò non ostante, in quest'opera un' idea esatta delle forze, e degli effetti naturali più sorprendenti.

SEZIONE I.

Della Materia.

1. QUella Sostanza, di cui sono composti i Corpi tutti, che vediamo nelle viscere della terra, sopra la sua superficie, nell'aria, e nel Cielo si chiama *Materia*. L'intima essenza di questa finora non è stata scoperta; quello che di essa sappiamo sono le Proprietà, che si osservano ne'corpi dopo lunghe, e accurate osservazioni. Ma quantunque la natura di questi dedur si debba dalle sperienze; ciò non ostante non possiamo farle sopra di tutti. Si trovano in natura corpi così sottili, che sfuggono ogni vista, ogni senso benchè dilicato, come sono i corpicciuoli dell'aria, della luce, del fuoco. Ce ne sono degli altri, che sebbene assai grossi, pure

come molto lontani da noi non poſſono ben diſtinguerſi, e di queſta ſpecie ſono le Stelle, i Pianeti, e le Comete. E' vero, che l'Ottica coll'invenzione de' Microſcopj ne ha reſo ſenſibili alcuni de' primi, e per mezzo de' Cannocchiali ne ha di molto avvicinati i ſecondi; ma ciò non oſtante non ci laſcia ſenza oſcurità circa la natura di amendue. Perciò dopo che ſi è da noi fatto un competente numero di oſſervazioni, è neceſſario, che ci ſiano alcune regole generali, col mezzo delle quali poſſiamo per induzione diſcorrere della natura di quelli, ſopra i quali non ſiamo capaci di fare delle ſperienze.

2. Quantunque i noſtri *ſenſi* ſiano tali, che adoperando le cautele eſpoſte *par.* 24. della Prefazione ne conducano all'evidenza, non già matematica, che è un'immediata percezione delle coſe, ma all'evidenza, che dicono *Morale;* ciò non oſtante un ſolo Filoſofo per diſcorrere della natura de' corpi deve appoggiarſi ancora agli altri due fondamenti dell' evidenza morale, che ſono i *Teſtimonj*, e l'*Analogia*. Finchè poſſiamo arrivare a ſperimentare noi ſteſſi, conviene farlo; ma queſto campo è aſſai vaſto, e breve è il viver noſtro; onde conviene allora ſcegliere tra' Fiſici le ſperienze fatte da' più accreditati, e adottarle. Il lungo uſo di fare eſperienze ne darà facilmente la regola per ſcegliere tra' Fiſici i più rinomati. Quando quello, che riferiſce dell'eſperienze fatte da ſe, è uomo di cui ſia nota altronde l'*ingenuità*, e *ſpaſſionatezza*, e che in quelle *ſperienze* da lui fatte, e *ripetute* da noi, ſi è trovato *veridico*: Quando le ha *ripetute* più volte, e nota con *molta accuratezza* tutte le *circoſtanze* nell'eſporle: Quando le abbia fatte in *preſenza di accademie*, o di *molti*, o pure che di profeſſione ſia *eſperimentatore*, allora poſſiamo ſicuramente ſervircene, e preſtargli tutto il credito.

3. Ma i *ſenſi*, e i *teſtimonj* non ſervono per giudicare della natura di que' corpi ſopra i quali gli uomini non arrivano a fare eſperienze §. 1. In queſto caſo dobbiamo ſervirci dell' *Analogia*, o proporzione, che oſſerviamo eſſere tra' Corpi. E' queſta una maniera di diſcorrere, colla quale oſſervate tutte le circoſtanze nel determinare la natura di qualche coſa ſoggetta a' noſtri ſenſi, argomentiamo da queſte la natura di quelle coſe, che a noi non ſono ſoggette. Il *fondamento*, ſu cui diſcorriamo per Analogia ſono le *uniformi*, e *coſtanti leggi*, colle quali continuamente ſi oſſerva eſſer regolata la generalità delle coſe. Siccome queſta ſpecie di argomentare è di ſomma utilità per eſtendere l'umana cognizione, così

è al-è altretanto facile a farci cadere in errore. Ogni Filosofo nell' esporre il proprio sistema si serve dell' Analogia; ma il più delle volte questa è ideata dalla nostra mente, e non ha alcun fondamento reale; onde rende il discorso possibile, o al più verisimile. Quindi nasce, che in ogni libro Fisico, quantunque di sistema diverso dagli altri, ci troviamo argomenti, che ci capacitano, finchè non passiamo a leggerne un altro di sistema contrario. Lo stesso accade ne' libri di Metefisica, e con più forte ragione.

4. La *regola* adunque, per poter servirsi con sicurezza dell'Analogia, sarà questa. *Si osservino attentamente le circostanze di que' Corpi su i quali si fanno esperienze, e quelle, che si possono osservare ne' corpi non soggetti a' nostri sensi, se trovansi tra loro simili, allora potremo discorrere di questi ultimi con una Analogia molto verisimile, come abbiamo fatto de' primi per mezzo di molte esperienze. Questa poi diventerà evidenza morale, quando possiamo in appresso confermare il discorso fatto su i corpi insensibili, almeno con qualche esperienza.* Poche esperienze certamente non bastano per discorrere della natura di qualche cosa; ma quando abbiamo parlato di questa con una Analogia ben fondata, come ora abbiamo detto, bastano in tal caso alcune osservazioni, per giudicarne con sicurezza.

5. Ma per discendere più al particolare in questa regola, dobbiamo da essa ricavarne tre altre, che siano di un uso più immediato per discorrere della natura de' Corpi. Esporrò pertanto quelle, che pone il Neuton ne' suoi Principj Matematici della Filosofia naturale, nel cominciare il Libro terzo. Le prende egli come Postulati, o proposizioni facili da concedersi, anzi ammesse da tutt' i Filosofi per poter discorrere delle Sostanze materiali. Il loro fondamento è lo stesso, che quello dell'Analogia §. 3. A questa pur troppo estesa maniera di argomentare abbiamo giudicato, almeno per la Fisica necessario, il porre qualche limitazione colla regola precedente §. 4., dalla quale si ricavano le susseguenti regole Neutoniane.

REGOLA I.

6. *NON devono ammettersi come cause degl' effetti naturali, se non quelle, che si può dimostrare esservi realmente, e sono sufficienti per ispiegarli.*

7. Sogliono dire comunemente i Filosofi, che la natura niente ope-

opera indarno, ed è cosa vana il fare per le vie lunghe, ciò che brevemente si può eseguire. Questi Assiomi gli hanno dedotti dalla costante osservazione, come dicemmo al *par.* 3. E per vero dire tolta di mezzo questa regola, dobbiamo introdurre immediatamente i possibili, già esclusi dalla Fisica (*pref. par.* 17.) Imperocchè fingiamo di aver trovata la vera, e reale cagione, colla quale si spieghi bene un Fenomeno; se non dovesse ammettersi questa regola, potrebbe opporsi sempre, che ne è possibile un'altra; e finchè non si è dimostrata l'impossibilità di tutte le altre, non dovrebbe ammettersi quella, quantunque realmente esistente in natura. Questo sarebbe lo stesso, che distruggere in Fisica tutto il discorso de' Corpi, e tutte le cause degli effetti naturali. Noi però lasceremo, che questi oziosi uomini si lambicchino a lor talento il cervello sopra i possibili, e passeremo alle cose reali. Con maggior fondamento adunque mi dimanderà qualcuno, che debba intendersi per cagione *vera*, e *reale*; a questo dico, che allora si può dir tale, quando è confermata da un buon numero di accurate osservazioni.

8. Da questa regola ne siegue, che quantunque si spieghi il Fenomeno ottimamente per qualche cagione, pure dovrà questa mettersi solamente nel numero delle possibili, se non può confermarsi colle sperienze. Tutto è possibile (*pref. par.* 17.) onde può essere ancora, che lo stesso effetto possa nascere non solo dalla causa da noi trovata, ma anche da qualche altra diversa. Così vediamo, che il moto dell'indice dell'orologio si faccia per mezzo di una molla chiusa dentro questo, o di un peso, che tira giù la prima ruota, o di arena, ovvero acqua, che cade sopra di essa; qualunque di queste cause spiega bene l'effetto. Ma se ci venisse portato un orologio, e senza aprirlo volessimo giudicare, che si muove col peso, quando poi realmente guardandolo trovassimo, che una molla lo anima, saremmo giudicati poco circospetti, quantunque fosse stato da noi bene spiegato il suo moto; e moveressimo a riso i circostanti, quando per difendere la nostra ideata causa, contrastar volessimo, ch'è possibile.

R E G O L A II.

9. *Gli effetti naturali simili, o della stessa natura, devono nascere dalle stesse cagioni.*

10. Questa è una immediata conseguenza della prima; imperocchè se due effetti istessi nascessero da due cause diverse, allora dovrebbero

bero ammetterſi più cauſe in natura, contro la regola prima: Dobbiamo uſare tutte le cautele nel ricercare una o più cauſe di qualche effetto; ma toſto, che l'abbiamo rinvenute, con queſte ſolamente i fenomeni conſimili è lecito eſporre. Onde ſe vi è qualche principio, con cui ſi ſpieghi la diſceſa de'corpi verſo la terra in Europa, queſto ſteſſo ſervir deve per iſpiegare la loro caduta in Africa, in Aſia, e in America; così ancora la ſteſſa ſarà la cauſa della reſpirazione nell'uomo, e negli animali; del caldo nel fuoco di legna, e nel ſole. Sovente però ſi trovano alcuni fenomeni così compoſti, che quantunque pajano a prima viſta ſimili, pure non ſono tali realmente, e quando ſi conſiderano per più verſi. I venti a prima faccia pare, che tutti ſiano gli ſteſſi, non eſſendo altro, che un'agitazione dell'aria; ma ſe conſideriamo, che un fluido come l'aria può eſſere agitato in più maniere, e ſe riflettiamo, che non tutt'i venti ſono della ſteſſa natura, allora non diremo, che ſono effetti ſimili, ma diverſi; e per conſeguenza poſſono aſcriverſi a più cagioni.

REGOLA III.

11. *LE Proprietà, e qualità, che ne' corpi non ponno eſſere accreſciute, o diminuite, e che le oſſerviamo in tutti quei, ſopra i quali poſſiamo fare dell'eſperienze, dobbiamo giudicarle univerſali, cioè comuni anche a quelli, che non ſono ſoggetti a'noſtri ſenſi.*

12. La ragione di queſta regola è evidente. Se le troviamo in tutti quei, che poſſiamo eſperimentare, e non ponno accreſcerſi, nè diminuirſi, non ſaranno nè anche capaci di eſſer diſtrutte, perchè non ammettono diminuzione; dunque dovranno trovarſi anche ne'corpi, ſu i quali non poſſiamo fare eſperienze. Per mezzo di queſta regola noi giudichiamo con ſicurezza, che i corpi celeſti, e le minime parti, che compongono tutt'i corpi, ſiano *eſteſe*, *reſiſtenti*, e *mobili*; nè abbiamo altro modo per reſtar perſuaſi di queſte tre loro proprietà prime. Onde tolta queſta regola dalla Fiſica, non poſſiamo più diſcorrere della natura de'corpi.

13. Queſto aumento, o diminuzione ſi deve intendere della proprietà principale del corpo, non già dell'effetto, che potrebbe produrre Quando ho detto, che ogni corpo a me noto ha parti, e queſte ſono reſiſtenti, e capaci di mutar luogo, cioè che ogni corpo ha l'Eſtenſione, la Reſiſtenza, la Mobilità; ho detto tutto ciò,

to ciò, che poteva dire, per far distinguere il corpo dallo spirito, nè un corpo si potrà dire più corpo di un altro, perchè conterrà più parti, resisterà, o sarà più atto a muoversi di questo. Tanto è corpo una particella d'aria, quanto un grano di arena, una montagna, e la terra tutta. Che i corpi siano di figure diverse, contengano maggiore, o minor numero di parti, resistano più, o meno, si muovano più presto, o più tardi, sono tutti effetti della loro *estensione*, *resistenza*, e *mobilità*; i quali ponno accrescersi, e diminuirsi; ma non già queste loro proprietà.

14. Quindi avviene, che questa regola non si può applicare generalmente alle qualità secondarie, che nascono dalle tre ora commemorate (*pref. par.* 5.), come sarebbe la gravità o propensione de'corpi verso la terra, il caldo, il freddo, la durezza, mollezza, e fluidità ec. Considerando ciò non ostante più in particolare le qualità sensibili può aver qualche volta luogo la regola terza anche in queste, quando osserviamo, che tali qualità sempre si trovano ne' corpi, poste alcune particolari condizioni, e circostanze. Ma per adoperare sicuramente tal regola in questi casi dobbiamo servirci di quella generale §. 4. da noi data per gli argomenti d' Analogia. Così quantunque la gravità sia di quelle affezioni, che proveremo a suo luogo accrescersi, e diminuirsi, pure siccome posto qualunque corpo sollevato da terra, e slontanato l'impedimento di qualche piano, che lo appoggi, o dell'aria, che lo ritardi, osserviamo, che si porta verso terra, accelerando il suo moto; e ciò accade in qualunque di queste due circostanze, quindi deduciamo per analogia, che la gravità sia in tutt'i corpi. Ma questa conseguenza non passerebbe i limiti del verisimile, se non fosse dopo confermata con un'immediata osservazione, che si fa sopra la luna, dalla quale apparisce, che questo satellite gravità attualmente verso la terra. Lo stesso accade quando vogliamo giudicare della virtu di qualche pianta, che nasce in paesi diversi. Se troviamo, che la qualità del terreno, dell'aria, del caldo ec. siano le stesse in questi varj paesi, allora possiamo concludere, che anche la virtù sarà la stessa.

15. Ecco dimostrate ad evidenza le tre fondamentali regole, delle quali tacitamente facciamo uso continuo nel discorrere della natura de' corpi. Nel tempo stesso abbiamo esposto le cautele, che si ricercano acciocchè non facciamo di esse un cattivo uso nell'applicarle. Queste regole adunque potremo ora prenderle meritamente per *Assiomi*

Fi-

Fisici; o proposizioni certe, sulle quali si fonda il naturale raziocinio. Giacomo Roault nella sua Fisica *Tom.1. part.1.c.5.* pone otto de' più generali Assiomi fisici, i quali, quantunque se gli accordasse, come egli pretende, che siano veri Assiomi, cioè proposizioni per se manifeste; ciò non ostante molti di essi non sono in pratica di così esteso uso, come le regole Neutoniane, nè così fecondi di conseguenze. Gli Assiomi sono i seguenti. *Il niente non ha alcuna proprietà. Dal niente non può nascere qualche cosa. Niuna cosa può da per se stessa andar in niente. Ogni effetto deve aver qualche causa. Se noi non siamo cagione di qualche effetto, deve questo dipendere da qualche altra causa. Ogni corpo conserva il proprio stato. Ogni mutazione nasce da causa esteriore. Ogni mutazione è proporzionale all'efficacia della causa.* Giovanni Keill nella sua Introduzione alla vera Fisica, e Astronomia stampata a Leiden 1739. nella Lezione ottava pone sedici Assiomi fondamentali, a molti de'quali si può dare la stessa eccezione, che a quelli di Roault; alcuni altri sono leggi di moto, o teoremi, che spiegheremo a suo luogo.

16. Esposte le tre fondamentali regole, sopra le quali appoggiare si deve ogni fisico raziocinio, quando l'esperienze mancano, o perchè noi non abbiamo tempo bastante di farle, o per la difficoltà di trattare a modo nostro que'corpi, de'quali si discorre, è conveniente, che prima d'ogni altra cosa esaminiamo, se possa dimostrarsi con certezza l'esistenza della materia. Sebbene questa disputa niente conduca ad avanzare la Fisica, o deteriorarla; perchè quantunque non ci fossero realmente i corpi; ciò non ostante non possiamo negare le impressioni, che da noi si sentono tutto giorno, e queste appunto sono i *Fenomeni naturali*, de'quali disputano i Fisici, da qualunque cagione abbiano la loro origine: ciò non ostante per non tralasciare alcuna cosa, che conduca all'erudizione naturale, e per ben concepire i sistemi de'Filosofi, ho giudicato opportuno esaminar questo punto.

PROPOSIZIONE I.

I Corpi esistono.

17. OSservazioni. Se ognuno riflette a ciò che prova in se stesso troverà, che la mente si può solo considerare in due stati diversi. Il primo, che chiamerò di *Pensiero*, è quando essa ha presente qualche idea, che bene si accorge dipendere interamente da se; il secon-

condo, che dirò stato di *sensazione*, è quando sente di aver qualche idea, ma nel tempo stesso è portata a credere, che fuori di se ci sia qualche cosa, che la ecciti, e la produca. Perciò se realmente questi due stati dipendono dalla mente, allora fuori di noi non ci sarà un'altra sostanza, che li produca; ma se il secondo stato non dipende da noi, sarà ad evidenza dimostrato, che fuori del nostro spirito si trova una sostanza, che produce queste idee, la quale faremo vedere in appresso aver l'estensione, il moto, e la resistenza; essere cioè un Corpo. Ora che le sensazioni non dipendano dall'anima nostra è chiaro dalle seguenti.

18. *Osservazioni*. Se la mente si trova nel primo stato non è difficile a distinguerlo, accadendo sempre quando l'uomo sta desto. Voglio pensare a me stesso, alle facoltà, che ho d'intendere, di volere, di ricordarmi, e di determinarmi, lo posso fare quando voglio, come voglio, e finchè mi piace. Voglio ricordarmi degli amici, e de' nemici, de' viaggi fatti di una Città lontana, di varie idee, o sensazioni avute, posso farlo nella stessa maniera.

19. *Osservazioni*. Ma quanto diverso trovo il secondo stato dal primo. Si avvicina la State, non dipende da me il farla venire; giunta che è, devo sentire il caldo; procuro di evitarlo, e mi riesce spesso, ma non sempre. Viene l'Inverno, non è in poter mio d'impedirlo, sono forzato a sentire il freddo. Mi prefiggo di non sentire la resistenza, che mi fanno i corpi, onde mi alzo dalla sedia ove sono, e ciò non ostante sento sotto i piedi la resistenza del pavimento. Qualunque positura io prenda, sempre sono forzato a sentire la resistenza, che mi fanno i Corpi. Mi determino di non provare il peso del mio corpo, nè tampoco sono capace di farlo. E' in mio potere di non accostarmi al fuoco, e perciò non provare il caldo di esso, ma quando mi ci sono accostato devo sentirlo, e non come voglio io, ma a proporzione della sua intensità. Avvicino all'odorato una rosa, devo sentire quel tale odore, e questo gagliardo, o debole, secondo la qualità di essa, e la disposizione dell'odorato. Ho avanti questa carta bianca, posso fingere sopra di questa, che caratteri voglio. Prendo la penna, e ci scrivo varie cose; non posso ora più impedire di vedere certi determinati caratteri impressi sopra di essa, qualunque sforzo faccia colla mia mente. Mi mancano gli occhi, e voglio aver idea del lume: ho perso l'udito, e voglio aver idea del suono; non posso farlo. Me l'immaginerò, ma molto debolmente, e diversi affatto da quando aveva gli occhi, e l'udito; e se questi stromenti non gli ho mai

avu-

avuti, non potrò formare affatto idea della luce, e del suono. Mi pongo a giacere sul letto, e chiudo gli occhi per dormire, se il sonno non viene da se, non dormirò mai; voglio stare svegliato, quando mi viene un sonno gagliardo, non posso farlo se non con grande stento, e con sommo mio incomodo. Ora queste, ed altre osservazioni abbastanza dimostrano, che lo stato in cui siamo bene spesso di *sensazione*, non solo è diverso dal primo, ma, che ancora dipende da una sostanza diversa dalla nostra mente, la quale ha tutte le proprietà, che esperimentiamo continuamente ne' corpi, come l'esser *estesi*, *resistenti*, e *potersi muovere*.

20. Ciò non ostante si può opporre, che alle volte certuni ad occhi aperti prefiggendosi di pensare a qualche cosa, è arrivata la loro immaginazione a tanto, che gli è parso aver presente la cosa a cui pensavano, o loro ha fatto una sensibile impressione. Molti di questi esempj si vedono nel *lib.* 2. della ricerca della verità *tom.*1., *ediz. di Parigi* 1735. In tutte tre le parti di questo libro il P. Malebranche Prete dell' Oratorio di Gesù nato in Parigi nel 1638., esamina diffusamente la forza dell'immaginazione umana. Fa vedere nella prima parte con probabili ragioni il moto, che fanno gli spiriti nelle fibre del cervello, da'quali dipende la forza d'immaginarsi. Passa nella seconda a descrivere la forza, che ha l'immaginazione delle donne, e specialmente per imprimere nel feto qualche segno di durata. Esamina anche il potere della fantasia, negli uomini, e ne'vecchi, ne'Letterati, ne'Commentatori, e inventori di nuovi sistemi. Discende nella terza parte a esaminare la forza dell'immaginazione di quegli Autori, che colla fantastica disposizione delle loro idee, ed espressioni, delle quali si servono, obbligano i lettori a prestarle tutto il credito, preoccupando la loro fantasia. Tra questi enumera Tertulliano, Seneca, e Michele di Montagna. Ora se questi uomini di calda immaginazione credevano reale ciò che non era; abbiamo fondamento anche noi di dubitare, che tutto ciò che vediamo sia un puro effetto della nostra fantasia.

21. A questa obbiezione ricavata dall'immaginazione umana, della quale si serve il Malebranche nel sesto rischiaramento, *tom.*4. della Ricerca della Verità per dimostrare, che non può provarsi l'esistenza de' corpi, rispondo accordandogli essere assai grande la forza della fantasia negli uomini. Alle volte fissandosi uno in qualche pensiero è arrivato a travedere, a sentir delle voci, a figurarsi di aver uno presente, sentirsi urtare, e che so io. Questa apparisce specialmente

negli uomini di temperamento caldo, e vivace, o ne'deboli di spirito come sono alcune donne, e questi tali sogliamo chiamarli uomini *visionarj*. Se poi una tale fantasia dura sempre, ed è sopra cose apertamente contrarie al credere comune, li diciamo allora *pazzi*. Bisogna però riflettere in primo luogo, che quando in questi il semplice pensiero degenera in viva immaginazione, o sensazione, allora quantunque non ci sia corpo esteriore, che produca questa impressione; ciò non ostante ogn'uno conviene, che nasce dalla disposizione del proprio corpo. E di fatto non è in poter nostro impedirla, e non dipende più dalla nostra mente. In secondo luogo la nostra mente da lì a poco, o pure dopo qualche tempo, come accade ne'pazzi si accorge dell' illusione. Anzi se gli uomini volessero confessare il vero, nel tempo stesso, che sono preoccupati dall'immaginazione, riflettono alla loro follìa. Lo stesso accade a chi è dominato dalle passioni di sdegno, d'invidia, o di amore, che sono le più gagliarde. Lo stesso avviene a que', che sognano, i quali bene spesso avendo qualche sogno funesto riflettono nello stesso sogno, che fanno, per evitare la malinconia in loro prodotta, che attualmente dormono, e si sognano. Onde il *Fanatismo* meritamente si può chiamare un sogno fatto cogli occhi aperti.

22. Un'altra obbiezione fa il Malebranche nel sesto rischiaramento cavata dall'incertezza delle impressioni, che riceviamo da'sensi. Questi, se a loro credessimo, ne fanno giudicare, che le qualità tutte, come il caldo, il freddo, il sapore, l'odore ec. siano ne'corpi, della stessa maniera, che noi sentiamo; quando in questi non ci è altro, che la disposizione a muover le fibre del nostro cervello in un modo determinato. Di più ne fanno commetter errori intorno la grandezza, la figura, e il moto de'corpi. Ora perchè non può accadere lo stesso riguardo all'estensione, resistenza, e mobilità, cioè all'esistenza di quella sostanza, che noi chiamiamo corpo.

23. A questo si risponde, che molti certamente sono gli errori, come vedremo nel decorso della Fisica, ne'quali ci fanno cadere i sensi, per quello che riguarda la vera costituzione de'corpi fuori di noi; ma ciò non ostante tutt'i sensi ne fanno accorgere, che queste impressioni non dipendono da noi, ma da una sostanza, che è fuori della nostra mente §. 19., e in ciò tutti convengono. Sento delle impressioni, e queste vedo chiaramente comunque siano, che non dipendono da me, dunque fuori della mia mente ci deve essere una sostanza, che le produca, cioè i Corpi.

24. L'ul-

24. L'ultima conſeguenza però rivoca in dubbio il Malebranche nel luogo citato, e Michel Angelo Fardella nato a Trapani il 1650., che fu Profeſſore in Padova, nella ſua Logica ſtampata l'anno 1696. Sarà, dicono, ben provato, che le ſenſazioni naſcano da una ſoſtanza diverſa da me, ma non già che queſta debba eſſer corpo. Sarà forſe uno ſpirito maligno, che ſi vorrà burlar di noi. Altro è ſentir le impreſſioni, altro è che queſte debbano naſcere da'corpi.

25. Ora a queſta difficoltà cavata da' Poſſibili brevemente riſponderò, che chiamino queſta ſoſtanza ſpirito maligno, o che vogliono; ſe non rinunziano alle continue impreſſioni, che ſentono, mi dovranno accordare per l'eſperienza cotidiana, che una tale ſoſtanza è eſteſa, cioè ha parti, ovvero qualche figura determinata, reſiſte e paſſa da luogo in luogo. Queſte proprietà, da noi ſempre eſperimentate, fanno che una tale ſoſtanza io la chiami *Corpo*. Per loro ſarà uno ſpirito, ma queſto però eſteſo, reſiſtente, e mobile, cioè Materiale.

26. Pietro Bayle nato a Carla nella Contea di Foix in Francia l'anno 1647. nel ſuo Dizionario Iſtorico, e Critico *Tom.*4. articolo *Zenone*, alla nota ſegnata colla lettera H dell'edizione d' Amſterdam, e Leiden 1730., pretende, che poſta la verità de'due Aſſiomi fiſici; *la natura niente fa in darno, e in vano ſi fa per le vie lunghe, quello, che ſi può far per le corte* §.7. non ſi poſſa difendere l'eſiſtenza de'Corpi. Può, dice eſſo, ſupplire Iddio tutte le impreſſioni ſenſibili ſenza biſogno di creare i Corpi, che le producano; tanto più, che non comprendendo come queſti operino nella mente, convengono molti Filoſofi, che queſti ſiano una mera occaſione, non vera cauſa dell'idee nell' anima.

27. Manifeſto è l'abuſo, che fa il Bayle de'due Aſſiomi Fiſici, perchè ſi laſcia traſportare dagli argomenti poſſibili §.17.; ma quì ſi tratta di materia di fatto. Dovea perciò argomentare in queſta maniera. I ſenſi mi provano evidentemente, che ſi danno i Corpi; dunque realmente eſiſtono. Ma Iddio niente ha fatto in vano, dunque ha avuto qualche fine in crearli, e queſta era la via più breve nel preſente ordine di coſe. Non ſempre la via più compoſta, è la più lunga. Se ſi ha da elevare un peſo aſſai grande, e che ci ſia pericolo di romperſi, adoperar devo una macchina compoſta, ma tra queſte ho da ſciegliere la più atta, e compendioſa. Non comprendiamo certamente come il corpo, che è materiale, poſſa agire ſopra lo ſpirito; ma queſto non fa, che noi non ſiamo realmente perſuaſi delle impreſſioni, che riceviamo da'Corpi.

 28. Un

28. Lo stesso Autore *art. cit.* lettera G per convalidare l'opinione di Zenone, che non ammetteva il moto, dice, che potrebbe un Zenonico negare, che si dia l'estensione, e per conseguenza il luogo, onde anche il passaggio da luogo a luogo. Ora riflette in questa occasione, che i Filosofi antichi, e moderni non hanno mai provato, che si dia estensione; ma solo, posto questo principio, che *quando in tre maniere si può determinare un fatto, e due di queste sono impossibili, la terza per necessità deve esser vera*; hanno ricavato, che l'estensione non potendo esser composta di punti indivisibili, o democriti, nè di punti mattematici; debba per necessità essere divisibile in infinito, e per conseguenza si dia l'estensione che è di tal natura. E di fatto l'Arriaga questione 16. della Fisica, Sezione 11. *n.* 241. confessa di non poter sciogliere una difficoltà propostasi contro la divisibilità in infinito, e ciò non ostante fondato su quel principio non la mette in dubbio. Ora un Zenonico potrebbe far così l'argomento. Se l'estensione esiste, deve esser composta di punti mattematici, o indivisibili, o divisibili; ma nissuna di queste tre cose si può dire; Dunque non c'è. Quindi si estende diffusamente a provare il terzo punto.

29. A tale difficoltà rispondo, che i migliori Filosofi hanno provato diversamente da quello, ch'esso dice, l'esistenza della materia, come si vede nel *Lib.* 4. *c.* 11. del saggio sopra l'umano intendimento, fatto da Giovanni Lock Inglese nato a Wrington l'anno 1632., dove adoperando sodi argomenti, con evidenza morale dimostra l'esistenza de'corpi. Lo stesso apparisce nel libro delle vere, e false idee stampato in Colonia nel 1683. da Antonio Arnaldo nato a Parigi nel 1612. In esso espone otto argomenti per l'esistenza de'corpi; e quantunque il Malebranche nella risposta che fa a questo libro le chiami pruove buone, ma molto studiate dimostrazioni; ciò non ostante l'Arnaldo nella risposta, che fa a queste eccezioni, stampata in Colonia nel 1684. si difende bene dalle risposte dategli dal Malebranche. Per quello poi, che riguarda il Principio, di cui si sono alcuni serviti per provare la divisibilità della materia all'infinito, apparirà nella Sezione seguente, che non da esso, ma dalla natura stessa dell'estensione ciò si ricava. In questo luogo ancora scioglieremo le obbiezioni portate dal Bayle contro la divisibilità della materia.

30. L'altro argomento, che fa il Bayle per dimostrare, che non si da l'estensione, lo prende dalla Storia di questa, paragonata con quella delle qualità sensibili. Molti Filosofi hanno negato le qualità sensibili

bili

bili ne' corpi, come sono tutt' i Moderni, molti come gli Scolastici le hanno ammesse per cose reali, e non pure impressioni fatte da' Corpi. Così ancora la maggior parte de' Filosofi ha posta l'estensione come cosa realmente esistente fuori di noi; ma molti ancora hanno detto, che non si può dimostrare, tra' quali il Malebranche, il Fardella, e il P. Lami Benedettino, nella Cognizione di se stesso *tom. 2. pag.* 112. Altri, che sia un' impressione fatta nella mente per certe leggi determinate, che sono nella natura, come Giorgio Berkelei, che nel 1734. era Vescovo di Cloyne in Irlanda, nel suo trattato della Cognizione. Molti poi hanno giudicato, che l'estensione fosse un Fenomeno naturale prodotto da certe sostanze semplicissime, chiamate *Monadi*, come il Leibniz, Gotlieb Hanschio nel Teorema 104. de' suoi Principj Leibniziani geometricamente dimostrati, che uscirono in Lipsia nel 1728., e Cristiano Volfio nella sua Ontologia. Ora siccome i Moderni Filosofi negano, che le qualità sensibili siano reali ne' corpi, perchè lo stesso sapore per esempio ad alcuni parendo dolce, ad altri amaro; non avrà perciò nè l'una, nè l'altra qualità, e per conseguenza il sapore sarà una pura impressione; così ancora i Corpi non apparendo a tutti della stessa estensione; questa sarà un mero Fenomeno della natura. Un corpo può apparire sotto qualche colore determinato, quantunque non l' abbia; così ancora potrà comparire sotto un'estensione, sebbene realmente non sia esteso. Non vedo, diceva il Leibniz, Hansch. Scol. 1. teorema 104., per qual ragione il tatto debba esser più privilegiato della vista. I colori dell'Iride non sono reali; e perchè l' estensione resistente deve esserlo?

31. Che ci siano de' Filosofi, i quali hanno negato l'estensione, non ne resto sorpreso; mi sarebbe maraviglia se non ce ne fossero; perchè la Dottrina de' Possibili a questa conseguenza ne porta §. 7. I Filosofi Moderni con ragione dicono, che le qualità sensibili non sono reali, perchè esperimentano tutto giorno, che queste impressioni non nascono, che dalla figura, dal moto, e resistenza delle parti de' corpi. Onde col negarle vengono più tosto a confermare l'esistenza reale della estensione, senza la quale non si può concepire alcun' effetto naturale. Perciò l' Estensione è una vera e reale causa di tutte le impressioni, che noi abbiamo, dunque non può essere un Fenomeno. La grandezza de' corpi non apparisce la stessa in tutti, è vero; perchè per rendersi a noi sensibile si ricerca la luce, e una determinata disposizione degli occhi; e queste sono diverse, secondo i tempi, e la struttura

degli

degli uomini; ma tutti però convengono, che le impreſſioni, che abbiamo, dipendono dalla eſtensione diverſa, dal moto ec. A ciò, che dice il Leibniz, che non vede per qual ragione il tatto debba eſſere più privilegiato della viſta, riſpondo; perchè il colore viene ſolo dalla viſta, ma l'eſtensione reſiſtente, che ſentiamo per mezzo del tatto, ne viene confermata dallo ſteſſo colore, e da tutti gli altri ſentimenti. Ciò poi, che ſoggiunge il Bayle, che i corpi poſſono apparirci ſotto un'eſtensione, benchè non l'abbiano, come il corpo roſſo appariſce tale, quantunque non abbia queſto colore; confeſſo il vero, che non l'intendo. Quello, che fa nella mia mente queſte impreſſioni, deve eſſere ſoſtanza realmente eſiſtente, e ſeparata da me, che penſo §. 19.; vedo in eſsa ſempre l'eſtensione, e il moto, o la quiete, e la reſiſtenza; e per mezzo di queſte vedo ancora, che produce nella mia mente le impreſſioni del caldo, del freddo, de'ſapori ec. Dunque concludo, che queſta ſoſtanza di cui non ho alcuna idea, come dimoſtreremo nella Sezione ſeguente, ha però certe proprietà, cioè l'eſtensione, la reſiſtenza ec. le quali ſono inſeparabili da eſsa; di modo che non vedendole, ſubito conchiudo con certezza, che non ci è più alcun corpo fuori di me. Se poi levate queſte impreſſioni di eſtensione ec. poſsa ancora reſtare una Soſtanza, che non ſia eſteſa, dalla quale erano prodotti queſti effetti; accorderò di buon grado, che può accadere; ma ugualmente mi dovranno concedere, che poſte le impreſſioni nella mia mente, la ſoſtanza, che le fa, è eſteſa, reſiſtente, e mobile, e perciò da me si chiama Corpo.

32. Giorgio Berkelei dopochè nel 1710. diede alla luce i *Principj dell'umana cognizione*, nel 1713. ſtampò a Londra la ſeconda parte di queſto Trattato, diviſa in tre dialogi tra Ila, e Filonoo. Queſt'ultimo perſonaggio pretende dimoſtrare ad Ila, che non ci ſiano corpi, ma ſolamente ſoſtanze ſpirituali. Per provare un tale aſſunto il Berkelei, che ſta coperto ſotto nome di Filonoo, diſtingue le proprietà della materia in prime, e ſeconde. Pruova in primo luogo, che le proprietà ſeconde, come ſarebbe il caldo, il freddo, il ſuono ec. non ſono dentro i corpi, ma ſolo nella mente noſtra. Soggiunge di più, eſſere aſſurdo il dire, che per eſempio il ſuono sia un moto; perchè queſto non lo ſentiamo, che per mezzo della viſta, o del tatto, e non mai per le orecchie. Poteva a mio credere riſparmiare il Berkelei ſul bel principio di provare, che le qualità ſenſibili non ſono ne' corpi; perchè ognuno glie lo accorda. Non già però, che il ſuono

sia

sia un moto; e questo un effetto prodotto dal moto, ma non lo stesso moto; siccome sono tutte le altre sensazioni, che abbiamo. E' vero, che le idee eccitate nell'anima non hanno niente di comune col moto delle fibre de' nervi, che le produce; ma ciò non ostante, non possiamo ripugnare all'esperienza, che così ne insegna. Passa in secondo luogo il Berkelei a dimostrare, che ancora le Proprietà prime sono semplici idee della mente. Questa seconda parte per quello, che riguarda la figura, e grandezza de'corpi, con tre argomenti pretende di renderla manifesta. Il primo così l'espone. Un corpo nel tempo stesso non può avere figure, e grandezze diverse; ma questo accaderebbe continuamente, posti i corpi; dunque non devono ammettersi i corpi. La seconda proposizione facilmente si dimostra paragonando la vista di varj uomini, ed animali, ne'quali è diversa, in alcuni essendo più acuta, in altri più debole; onde lo stesso oggetto a' primi comparirà picciolo, a'secondi grande. A questo primo argomento non è difficile il rispondere, con accordargli come vero, che gli oggetti non appariscono a tutti gli occhi della stessa figura, e grandezza; ma ciò non distrugge la esistenza de'corpi. Ognuno sa per esperienza, che per vedere un oggetto è necessaria la luce, e i sensi su i quali faccia impressione. Ora secondo la maggiore o minor forza della luce, e del mezzo per cui deve passare cioè dell'aria; secondo la diversa tessitura degli occhi, ognuno facilmente comprende, che devono anche le viste dello stesso oggetto essere diverse. Se due uomini guardassero un oggetto, il primo in un'aria chiara, l'altro per un' aria piena di fumo, e vedendolo nel primo caso chiaro, nel secondo oscuro, si volesse argomentare così. Un oggetto nel tempo stesso non può essere chiaro, e oscuro; ma si vede tale; perciò questo non è un oggetto reale; ognuno certo avrebbe ragione di ridersi della conseguenza. I Filosofi moderni non si servono di questo argomento, come vedremo, per dimostrare, che le qualità sensibili sono pure impressioni prodotte dalle proprietà prime de'corpi. E se alcuni lo fanno, non discorrono bene; perchè come riflette dottamente il Giornale de'Letterati nel Tomo I. stampato all'Aja 1715., *art.* 14. con questo argomento si proverebbe ancora, che le Potenze dell'anima, anzi quest'istessa non esiste. La memoria per esempio ritiene alcune idee, e d'altre si dimentica; ma è impossibile, che una facoltà ritenga, e non ritenga; dunque non c'è la memoria. Lo stesso si può dimostrare delle altre facoltà di nostra mente. Niente diverso da questo

è il

è il secondo, e terzo argomento di Berkelei. Lo stesso corpo secondo la maggiore, o minore vicinanza ad esso, ora pare grande, ora picciolo; ma la grandezza è una qualità inerente al corpo; onde mutandosi questa ogni momento, lo stesso deve anche accadere al corpo; questo è assurdo; dunque non ci sono corpi. Se io metto tutte due le mani nell'acqua, e una di queste sia calda; l'altra fredda; quest' acqua parerà fredda alla prima mano, e calda alla seconda; dunque l'acqua non è calda, nè fredda; così ancora, se pare ad un mio occhio qualche oggetto liscio, e picciolo, all'altro poi scabroso, e grande, dovrò concludere ancora, che non è nè grande, nè picciolo, cioè non è esteso. Lo stesso argomento adopera il Berkelei per distruggere il *moto*, e la *solidità*. Il moto è misurato dal tempo, in cui si muove il corpo; il tempo lo misurano le idee della mente, che una succede all' altra; ma queste non in tutti gli uomini si succedono egualmente; dunque il moto sarà nel tempo stesso veloce, e tardo, lo che è assurdo. Così ancora la solidità de' corpi è diversa secondo, che il tatto degli animali è più, o meno delicato; quello, che a un uomo è molle, sarà duro per riguardo d'una formica. Per conchiudere poi tutti questi argomenti contro l'esistenza delle affezioni prime, dimostra, che non c'è affatto *Estensione* fuori di noi, con questo argomento. L'estensione non può stare senza le qualità sensibili, di fatto ogni corpo deve avere qualche colore, essere caldo, o freddo ec. ma queste non sono che idee; dunque sarà tale ancora l'estensione. Facilmente ognuno vedrà, che questi argomenti si sciolgono tutti come il primo. Soggiungo solamente, che con essi il Berkelei non pruova altro, se non che l'assoluta quantità delle cose non la possiamo sapere; come anche noi dimostreremo a suo luogo; e che le impressioni eccitate ne' sensi dallo stesso corpo, dipendono da varie cose, tutte però fuori della nostra mente. Mai però fa vedere, che è assurdo il dire, che l'autore della natura si sia servito di questi mezzi per comunicarne le idee sensibili; nè questo poteva dimostrare, perchè la quotidiana esperienza pruova il contrario.

33. Si serve bene spesso questo autore ne' suoi dialogi di un argomento più che Metafisico, e che pretende esser capace di decidere solo la questione. L'argomento è questo. Tutto ciò, che è sensibile, deve esser percepito immediatamente; ma quello, che noi concepiamo immediatamente è un idea, la quale per conseguenza non può stare in una Sostanza come è il corpo; dunque le cose sensibili sono idee. Di più un'idea non può rassomigliarsi, che a un'altra; onde quello,

che

che ci rappresentano le nostre idee, non può essere, che in qualche altro spirito; e in fatti il corpo, che non pensa, non può esser causa del pensiero. A questa ragione si risponde in primo luogo, che la prima proposizione è contraddittoria in se stessa. Quando io dico sensibile una cosa, intendo subito, che debba essere concepita da me, non immediatamente, ma per mezzo di un'altra. Le sole operazioni nostre, e le facoltà dell'anima noi percepiamo immediatamente. Alle altre difficoltà dico, che dimostrano solamente non poter noi concepire come i corpi possano *agire* nello spirito; il che non si niega; ma non per questo dobbiamo rinunziare all'esperienza, che ci convince cotidianamente dell'azione de' corpi, o pure occasione, che ci danno di pensare. Queste difficoltà svaniranno, se riflettiamo all'infinita Potenza, che ha l'autore della natura.

34. Sentiamo per ultimo il Leibniz, e con esso l'Hanschio §. 30., che pretendono essere di necessità l'ammettere una sostanza semplice, non composta di parti, chiamata Monade, dalla quale sia prodotta in noi l'impressione della contiguità delle parti, cioè dell'estensione. *Niente si fa, senza una ragione sufficiente;* questo è l'Assioma fondamentale, stabilito dal Leibniz per la sua Metafisica, che l'Hanschio luogo citato §. 30. così espone. Di tutto quello, ch'esiste, vi è una ragione sufficiente, per la quale esista più in una maniera, che in un'altra. Ciò posto, l'esperienza quotidiana dimostra, che si danno i Composti; dunque ci devono anch'essere le parti di questi. Ma se queste fossero estese all'infinito, sarebbero anch'esse composte; dunque il Composto, che da queste nasce, non trova la ragione della sua esistenza in queste parti estese, o *Atomi di mole*; perciò le parti ultime, che compongono i Corpi, sono *Sostanze semplici*, *Unità*, *o Monadi*, *Entelechie prime*, *Forme Sostanziali*, *Punti Metafisici*, *o Atomi di natura*, come li chiama il Leibniz nel Giornale de' Saggi del 1695. carte 446., e nella Raccolta di diverse Operette Tom. 2. carte 365. Così vediamo ancora, che il numero è un aggregato di unità, cioè d'indivisibili; e quantunque l'unità non sia numero, pure di essa questo è composto.

35. Accordo ben volentieri a' Leibniziani, che di tutto vi è una ragione sufficiente; perchè Iddio come sapientissimo non poteva altrimente creare le cose; non però di tutto possiamo sapere il perchè. Convengo, che si diano i Composti, ma però *relativi*, e non *assoluti*. *Composto assoluto* chiamo quello, che è formato da parti assolute, cioè semplicissime; *relativo*, che nasce da parti semplici relativamente al com-

posto; ma in se stesse però composte ancora. L'unità rispetto al numero 2. 3. 4. ec. si dice indivisibile, e semplice; ma in se stessa non è tale, perchè si può dividere non in altre unità, ma bensì in parti, che diciamo Frazioni. Incombe perciò a' Leibniziani dimostrare, che si danno Composti, e unità assolute, il che non hanno finora fatto. Una sola unità assoluta io trovo, che è Dio; le menti umane sono dirò così parti infinitesime rispetto ad essa, e perciò non semplicissime a suo riguardo. Onde servendomi dello stesso Assioma, così argomenterò contro a' Leibniziani. La natura dell'estensione consiste nell'aver sempre parti una fuori dell'altra; levate queste, non ci è più estensione; ma d'ogni cosa c'è la sua ragione; dunque l'estensione ha per ragione sufficiente della sua esistenza le parti, che vanno sempre all' infinito; cioè gli *Atomi* di *mole*, non già di natura.

36. Dimostrata l'esistenza di una sostanza dalla nostra mente distinta, che ha l'*Estensione*, la *Resistenza*, e la *Capacità* di moversi, detta *Mobilità*, abbiamo nel tempo stesso poste fuori d'ogni dubbio le tre *principali affezioni*, che sono a tutt'i corpi *communi*, e *costantemente* in essi si trovano. Dall' estensione nascono due effetti nel corpo, cioè la *Figurabilità*, e *Divisibilità* del medesimo. Imperocchè essendo i corpi estesi, possono per conseguenza ricevere diverse figure, e le loro parti distinguersi una dall'altra. Dalla resistenza nasce l' *Impenetrabilità*, e *Solidità*; perchè resistendosi vicendevolmente le parti della materia, ne siegue, che quando sono vicine, una non può occupare il luogo di un' altra, senza escluderla da questo, o che è lo stesso, non può penetrarla. Quindi nasce, che varie parti unite non penetrandosi formano un composto di più parti, ovvero un *solido*. Onde meritamente il Locke nel Sag. dell'Intend. *lib.2.c.4.*, §. 2. dice, che i corpi per mezzo della solidità occupano il luogo. Dalla mobilità nasce il *Moto attuale*, e la *Gravità*, che dimostreremo commune affezione di tutt' i corpi. Da questi sei effetti delle tre primarie proprietà de' corpi sono prodotte tutte le *Proprietà secondarie*, che ancora si chiamano *Qualità sensibili*, come il caldo, il freddo, la *mollezza*, la fluidità, la durezza ec.

SEZIONE II.

Della Estensione.

37. Essere esteso, ed aver parti una fuori dell'altra, che formano qualche lunghezza, e profondità, sono lo stesso. Fingetevi una Sostanza, che non abbia parti; questa per conseguenza non potrete più concepirla estesa. Ma che cosa è questo *aver parti?* Ciò appunto è totalmente a noi ignoto; qualunque spiegazione ne diamo, se non ci lasceremo ingannare dalle parole, si vedrà, che a fondo significa lo stesso, che l'*Estensione*. Onde meritamente asseriscono i Metafisici, che l'intima essenza dell'estensione non è da noi conosciuta. Vedi Locke Sag. dell'Intend. *lib.* 2. *c.* 13. *par.* 15. *c.* 23. *par.* 23. Ora che questa estensione si trovi sempre, dove c'è materia, si rende noto dalle seguenti.

38. *Osservazioni*. Prendete qualunque corpo, per esempio un sasso, vedrete, che ha una determinata estensione, figuriamoci di un palmo solido; dividetelo in due metà, si diminuisce la sua estensione, ha meno parti, ma ne ha: dividetelo in tre, o in quattro, in cento, in mille ec. sempre osserverete, che si diminuisce l'estensione, e il numero delle parti; ma sempre è esteso. Finalmente si riduca una di queste parti impalpabile, e invisibile, giudicherete allora di avergli levata tutta l'estensione, e pure non ostante ne ha molta; perchè esposto sotto un Microscopio perfetto, ci troverete ancora una quantità prodigiosa di parti; e apparirà a' vostri occhi sotto la stessa estensione di prima. Nè questa grandezza è una mera apparenza; perchè quando sentiamo alcune impressioni, che non dipendono da noi, è necessario, che ci sia fuori di noi una sostanza realmente estesa, che le produca §. 19. Il Microscopio non fa altro, che rendere efficaci all'occhio quei raggi riflettuti dalle minime particelle de' corpi, che per l'estrema sottigliezza di queste, non sono rimandati in dietro con molta forza. Prendete ora la più minima parte veduta con un perfettissimo Microscopio; questa esposta ad un altro più perfetto ancora stromento se far si potesse coll'arte, s'ingrandirà di nuovo; e in essa nuove parti distinguerete. Ciò forse accaderà agli occhi sottili delle mosce, delle formiche, e molto più di que' animaletti, che si trovano nel formaggio, nell'aceto, e negli altri fluidi, e per l'estrema loro picciolezza non vediamo. La potenza della vista non è in tutti gli animali la stessa; più piccoli sono, più perfettamente vedono: onde scoprendosi in natura ani-

animali minimi coll'ajuto delle lenti di vetro; è necessario, che vi siano ancora parti di materia proporzionate a queste viste diverse. Ma per conchiudere più brevemente, più che dividete un corpo, piu diminuisce l'estensione; dunque arrivando a una parte non più composta di parti, il che però è impossibile, come dimostreremo in appresso, questa nè anche sarà più estesa; e perciò non sarà più quella sostanza, di cui parliamo, cioè *Materia:* Onde dove c'è Materia, ivi ancora si troverà l' Estensione.

39. All' Ipotesi delle Monadi Leibniziane, che sono per essi i primi elementi de'corpi, sufficientemente abbiamo risposto nel par. 35. Anzi contro sua voglia lo stesso Leibnizio ammesse le Monadi, per ispiegare l'estensione della materia, è obbligato a concepirla come un aggregato di esse. Così dice in una lettera scritta all' Hanschio li 4. Settembre 1716., *chiamo sostanziato*, *la unione di più Monadi*. Ora queste quando sono contigue, non si confonderanno insieme, ma saranno una fuori dell' altra; e perciò formeranno il *continuo*, ovvero un estensione reale, non già immaginaria.

40. Dopo avere ad evidenza dimostrato, che dove c'è materia, ivi ancora ci debba essere l' estensione; può meritamente dimandarsi *se dove c'è l'estensione*, *debba necessariamente trovarsi ancora la materia*. Tale questione si riduce a queste due, *se possa concepirsi*, *o se realmente si dia uno spazio senza materia*. La prima riguarda le nostre idee, la seconda è questione di fatto. Quanto alla prima, che ora esporremo, si vedrà chiaramente, che noi abbiamo idea di due sorte di estensione reale. La prima si chiama *Estensione pura*, *Spazio*, o *Vuoto*; l'altra *Estensione resistente*, *Materia*, o *Corpo*.

PROPOSIZIONE II.

L'idea dell'Estensione pura è diversa da quella dell'Estensione resistente.

41. *Osservazioni*. Non è difficile il concepire due pezzi di marmo di quattro palmi in quadro insieme uniti. Supponete ora che si separino, e che Dio impedisca l'aria di non entrarci in mezzo; il che accaderebbe, se levasse all'aria il peso, e l'elaterio, per le quali cause corre ad occupare il sito occupato prima da' marmi. Ognuno facilmente concepirà la distanza, che è tra loro due, la quale ha larghezza, e lunghezza, e profondità senza esser corpo; questa è

l'idea

l'idea dell'Estensione pura, distinta affatto dalla resistente. Di un simile argomento si serve Lucrezio Caro nato in Roma novant'anni prima della venuta di Cristo, ne' sei libri *de Rerum Natura*, per dimostrare l'esistenza del vuoto. *Lib.* 1. *verso* 385.

Postremo duo de concursu corpora lata
Si cita dissiliant: nempe aer omne necesse est
Inter corpora quod fiat, possidat inane.
Is porro, quamvis circum celerantibus auris
Confluat: haud poterit tamen uno tempore totum
Compleri spatium. Nam primum quemque necesse est
Occupet ille locum, deinde omnia possideantur.

Quantunque una tale ragione non serva per dimostrare l'attuale esistenza del vuoto; perchè risponde un Cartesiano, che l'aria sottilissima penetrando i pori tutti de'marmi, nel mentre che si separano, viene nel tempo stesso ad occupare tutto il luogo da essi lasciato; ciò non ostante è ragione, che pruova la possibilità del vuoto, se concepiamo, che i marmi siano perfettamente solidi, cosicchè non diano passaggio nè anche all'aria sottilissima, e così lisci, che quando si toccano, perfettamente combacino. In tal caso certamente nel separarsi per esempio un dito, non può l'aria nello stesso momento scorrendo da ogni parte descriver due palmi di spazio; onde in mezzo a questi marmi resterebbe la pura estensione. Così ancora ognuno può idearsi, che da una camera perfettamente chiusa Iddio levi l'aria, e impedisca, che nuova non entri, in tal manierà concepirà ancora il vuoto. Dirà un Cartesiano, che in tal caso i muri si toccherebbero; benchè non veda, perchè debbano toccarsi, la consistenza de' quattro muri d'una camera dipendendo dall'essere perpendicolari alla terra, di calcina tenace, e ben connessi insieme, non già dall'aria di dentro; ciò non ostante loro concedendo tutto, devono altresì accordarmi, che noi possiamo concepirlo. E di fatto nasca da' pregiudizj dell'infanzia, o da altro motivo, se attentamente consideriamo ciò che accadeva in noi quando eravamo piccioli, vedremo, che abbiamo costantemente giudicato, che le camere erano vuote d'ogni corpo, quando non spirava alcun vento; dunque concepivamo uno spazio senza materia.

42. *Osservazioni*. Vediamo i corpi bene spesso muoversi, o passare da luogo in luogo; ora in questo caso sempre concepiamo il luogo, in cui passano come vuoto d'ogni corpo. Perchè movendosi un corpo, o che il luogo in cui va, è corpo, o niente, o uno spazio reale: se è

corpo,

corpo, allora due corpi si penetrerebbero, lo che è assurdo; se *niente*, allora il corpo movendosi anderebbe nel niente; cioè si distruggerebbe; dunque il luogo in cui passa un corpo, quando si muove, deve essere una reale capacità, cioè un'estensione non resistente.

43. Dirà forse un Cartesiano, che movendosi un corpo, passa dalla vicinanza di quelli, che prima lo toccavano, alla vicinanza di altri, che non lo toccavano; onde resta sempre in se stesso; e questa è l'idea del luogo. Dirà qualcuno col Leibniz Tom. 1. *du Recueil*, lettera 5. a Samuele Clarcke, che il luogo non è altro, che una somiglianza di relazione di diverse cose, le quali nel tempo stesso esistono una fuori dell'altra.

44. Ciò che avanzano i Cartesiani, o il Leibniz, si può loro francamente accordare, non essendo altro, che riflessioni fatte dalla nostra mente sopra lo spazio. Ma quando un corpo si avvicina ad un altro, e muta relazione tra'corpi, se resta in se, allora non ha fatto altro, che girare intorno a se stesso, e perciò non tocca nuovi corpi, ma solamente que'di prima; onde non si è mosso con quella specie di moto, che si chiama *locale*. Dunque per concepire questo, è necessario immaginarsi un luogo. Ma replicheranno col Leibniz, nel luogo citato, e nel Tom. 2. dove risponde al Bayle: Non può darsi un continuo dell'istessa specie, tale sarebbe la pura estensione, tutte le parti della quale sono omogenee; Dunque l'estensione pura, come anche il tempo assoluto, e il moto uniforme sono finzioni dell'immaginazione nostra. L'impossibilità di questo continuo la dimostra Hanschio nel teor. 19. de'suoi Principj Leibniziani. Ne'composti troviamo delle variazioni; di modo che è impossibile trovare due cose perfettamente simili; onde anche gli elementi di questi composti devono essere dissimili. Perciò deduce Hanschio nel teor. 20. che non si dà un composto perfettamente omogeneo. Ora chi non vede apertamente il circolo vizioso di questa dimostrazione? Non ho dubbio, che in molti composti si trovano delle variazioni; ma in quelli che nascono da parti della stessa natura, non vedo come possa esserci, quando queste siano in tutto perfettamente simili, come appunto sono le parti dell'estensione pura, e del tempo assoluto. Nè mai dimostra l'Hanschio l'impossibilità di tali parti. Dunque non sono mere finzioni dell'immaginazione, ma noi nel concepirle ne abbiamo fondamento; e sebbene fossero immaginarie, a buon conto potressimo immaginarci questa estensione pura, lo che basta al nostro assunto §. 40.

45. *Osservazioni*. Due idee allora sono realmente diverse, quando

do hanno attributi totalmente contrarj; ma tali sono l'idea dello spazio, e del corpo; perciò devono essere distinte. L'estensione pura non si può concepire *finita*, assolutamente parlando. Imperocchè o è limitata da un'altra estensione pura, o da un'estensione resistente; in amendue i casi fuori d'essa vi è ancora estensione; perciò la pura estensione, assolutamente parlando, sempre si concepisce non limitata: cioè *infinita*. Se qualcuno dicesse, che quest'estensione può essere limitata dal *niente*, allora farebbe di questa parola *niente* una cosa reale, oppure una tale proposizione avrebbe questo senso, *niente limita l'estensione*; cioè l'estensione pura è *illimitata*. All'incontro possiamo concepire agevolmente l'estensione resistente limitata dall'estensione pura. Porto la mano sopra una tavola, sento resistenza; arrivato che sono all'estremità d'essa non ne sento più: ecco finita l'estensione resistente. Ripiglierà qui alcuno, quando siete colla mano nel puro spazio, tornate in dietro verso la tavola; subito che arrivate ad essa non potete per la resistenza andar più avanti; ecco dunque finita l'estensione pura, e per conseguenza limitata dalla resistenza. A ciò rispondo, che è limitata l'estensione pura relativamente alla mia mano, la quale non può più andare avanti, perchè trova una resistenza, cioè non può penetrarsi colla tavola. Non così però accade del mio pensiero; onde assolutamente parlando, cioè secondo la realità delle cose, che dalla mente umana sono considerate, l'estensione ancora va avanti; altrimenti bisognerebbe dire, che la resistenza incontrata dalla mia mano non avesse alcuna estensione; cioè fosse una monade Leibniziana, già abbastanza dimostrata per chimerica. In secondo luogo l'estensione pura è *immobile*, la resistente può concepirsi in moto. Fingete che il puro spazio si muova; nel luogo, che lascia, o ci resta niente, o l'estensione: se il primo, dunque l'estensione, che si è mossa, era nel niente, cioè non v'era; se c'è restata ancora estensione, è segno che questa non si è mossa. E in vero la pura estensione è il primo luogo di tutt' i corpi, nel quale sono collocati per riguardo al diverso sito, che occupano: in quella forma che il tempo si dice essere quel luogo, dove le cose create sono poste per l'ordine, col quale una succede all'altra. Ora è impossibile idearsi, che il luogo primo si muova; quando ciò accadesse, si muoverebbe per così dire da se stesso, cioè si distruggerebbe. Per lo contrario comprendiamo facilmente, che un corpo passi da luogo a luogo, ogni qual volta che la resistenza da noi sentita quì, la sperimentiamo altrove. Per terzo zo finalmente l'Estensione pura è *insettile*, ovvero non possiamo figurarci le sue parti separate una dall'altra. Imperocchè per potere una parte segregarsi da un'altra, è necessario, che tra esse ci s' interponga qualche cosa diversa; ma qualunque cosa si collochi tra le parti dello spazio, sarà estesa, e perciò spazio; dunque la pura estensione è insettibile. Questa ripugnanza a potersi dividere nasce dalla sua immobilità. Ma all'incontro le parti resistenti sono *settili*, perchè tra esse possiamo concepire una distanza senza alcuna resistenza.

46. Sufficientemente parmi dimostrato, che abbiamo l'idea distinta di due specie di estensione, e perciò lo spazio puro non è una mera relazione d'un corpo a'suoi vicini, come il Cartesio, e Leibnizio pretendono. Ma sopra ciò possono vedersi le lettere di Leibnizio raccolte da Cristiano Kortolto, stampate in quattro volumi a Lipsia negli anni 1738. e 1742. o la raccolta Francese di Maizeauz delle dissertazioni tra Leibniz, Clarcke, e Newton in due tomi stampati in Amsterdam nel 1720.

47. Lo *Spazio* è *assoluto*, o *relativo*. Quando io considero questa vasta estensione, in cui è situato il Sole, la Terra, i Pianeti, e le Stelle, senza però aver riguardo ad essi, anzi concependo, che non ci siano; questo è lo *Spazio assoluto*, che è in tutte le sue parti *simile*, *infinito*, *immobile*, e *insettile*. Ma se questa stessa Estensione la riguardo relativamente ad uno, o più corpi, allora si dice *Spazio relativo* §.45. Onde tale sarà la distanza tra la terra, e 'l sole, lo spazio occupato dall'aria, che è intorno la terra; quello che si concepisce nelle viscere di essa ec. Questo spazio relativo è lo stesso in ispecie, e in grandezza, che l'assoluto, essendo una parte di esso considerata relativamente a' corpi. Perciò siccome questi si muovono, così anche lo spazio relativo si muoverà, o per dir meglio non resterà sempre lo stesso di numero. Movendosi la terra, muta con essa ancora luogo quello spazio vuoto, che si trova nelle sue viscere; cioè non è più la stessa parte di spazio assoluto. Di piu quest'estensione è limitata, e settibile per l' interposizione di più corpi; nel mentre che lo spazio assoluto resta sempre lo stesso.

48. Il *Luogo* è quella parte di spazio, che viene occupata da un corpo; onde il luogo *assoluto* sarà una parte dello spazio assoluto, il *relativo* del relativo. Il luogo non è il sito, nè la relazione di un corpo tra più corpi, o pure un aggregato di siti, come pretende il Leibniz. Il sito non è che un'affezione del luogo, o una positura particolare

del

del corpo, che già occupa il luogo; la relazione d'un corpo è un atto o rifleſſione della noſtra mente, fatta ſopra il corpo già collocato. Di più non ſi può dire, che ſia il corpo ſteſſo, o la ſuperficie, che immediatamente circonda il corpo. Così pretende il Carteſio, dicendo ne'Principj della Filoſofia parte 2. §.15. tradotti in Italiano in Napoli nel 1722., che il luogo altro è interiore, altro è eſteriore; il primo è lo ſteſſo, che il corpo, il ſecondo, che la ſuperficie. Lo ſteſſo afferma Giacomo Rohault nato a Amiens nel 1620., morto nel 1675. nella ſua Fiſica, ediz. Veneta 1740. parte 1. *Cap.*8. §.4. Quanto al primo è ſtato abbaſtanza diſcuſſo nella Prop. 2.; che poi il luogo eſterno non ſia la ſuperficie, è chiaro dall' oſſervare, che un bicchiere, una ſcatola, una caraffa poſſono eſſere della ſteſſa capacità, o contenere la ſteſſa quantità d'acqua, vale a dire occupare luogo uguale; e pure le loro ſuperficie ſaranno diſuguali. Infiniti eſempj di due ſolidi uguali fra loro, e che hanno le ſuperficie ineguali, ci ſomminiſtra la Geometria ſolida. Per lo contrario due corpi poſſono avere le loro ſuperficie uguali, e i luoghi che occupano non eſſere tali. Così nella prop. 26. de' Teoremi ſcelti d'Archimede dimoſtra il P. Andrea Tacquet Geſuita, che ſe intorno ad una sfera ſi deſcrive un Cilindro, la ſua ſuperficie è uguale a quella di eſſa; ma la ſolidità del Cilindro è a quella della sfera come il numero 3. al numero 2., come pruova nella prop. 32. del libro citato.

49. Dunque il *Luogo occupato da un corpo è interno al corpo, è in tutto il corpo, ma realmente da eſso diſtinto*, come appariſce evidentemente, quando il corpo ſi muove. Onde interrogati, ſe il Mondo tutto ſia in un luogo, riſponderemo affermativamente; perchè occupa una parte di queſto immenſo ſpazio, nè faremo come Ariſtotele, che nel libro 4. *de Phyſico auditu* ediz. Veneta 1546. teſto 46. dice, che il Mondo non è nel luogo. *Eſt autem locus, non cœlum, ſed cœli quiddam, ultimus ſcilicet, & tangens mobile corpus, terminus quieſcens: & ob hoc terra quidem in aqua eſt, hæc vero in aere: hic autem, in æthere, & æther in cœlo; cœlum autem non amplius in alio eſt.*

50. Lo ſpazio, e il luogo aſſoluti non ſono ſoggetti a' noſtri ſenſi, ma ſolo i relativi. Se voglio concepire uno ſpazio, devo ſubito per immaginarmelo fare, che ſia determinato da più corpi, o parti di materia, che lo circondano. Quindi avviene, che per miſurare lo ſpazio e il luogo aſſoluto ci ſerviamo de' relativi, i quali il volgo prende per aſſoluti, quantunque non ſiano tali. Il luogo occupato per eſem-

pio dalla terra in questa vasta e infinita estensione del Mondo lo determinano i seguaci di Tolomeo relativamente alle stelle fisse, che suppongono essere nella superficie di quella sfera, il di cui centro è occupato dalla terra. Per lo contrario i Copernicani, che suppongono il Sole collocato nel centro del Firmamento, o Cielo stellato, stabiliscono il luogo, che occupa la terra col misurare la distanza di essa dal Sole, che concepiscono come immobile.

CAPO I.

Divisibilità dell' estensione.

51. Dimostrammo nel §.38., che dove c'è materia, quivi ancora deve esserci l'estensione: ora si può cercare se prendendo un' estensione, e dividendola col pensiero nelle sue parti; finalmente dobbiamo arrivare a tali parti, che di altre non siano composte, ma si concepiscano come *punti indivisibili*, così chiamati, perchè ulteriormente non possono dividersi. Giudicarono alcuni Filosofi, tra' quali si numera Zenocrate, e per alcuni Zenone, che il *continuo*, o l'estensione tanto pura, che resistente fosse composta di punti e linee indivisibili, i quali chiamavano punti matematici, perchè privi d'ogni dimensione. Questi sono diversi affatto dalle Monadi Leibniziane, perchè non si distinguono tra loro, che nel solo numero; là dove quelle hanno per Leibniz un principio di moto ciascheduna, e particolari qualità; come dimostra Hanschio nel Teor. 18. de' Principj Leibniziani. Poco diversamente pensarono Leucippo, e Democrito giudicando, che gli Atomi, de'quali i corpi sono composti, non avessero altrimente parti. Galileo nel Dialogo I. Tomo III. delle sue opere stampate in Padoa nel 1744. ammette anch'esso le parti indivisibili non quante; ma queste però dice esser nè finite, nè infinite nell' estensione, ma tali, che corrispondono ad ogni dato numero. Non ammette egli un numero infinito, parendogli ripugnante il concederlo; ma vuole, che queste parti siano senza limite; cioè se si dimanda se sono duemila, un milione, mille milioni ec. sempre si potrà rispondere di sì. Questa appunto è l' idea che abbiamo dell'infinito, non potendo comprender la nostra mente un numero infinito, ma bensì un numero, che vada in infinito. Ma che ripugni un numero infinito; dimostreremo il contrario nella soluzione delle obbiezioni; intanto ora col comune di tutti i Filosofi stabiliamo che l' estensione non è composta d' indivisibili.

PRO-

PROPOSIZIONE III.

L'Estensione pura, e resistente sono divisibili in infinito.

52. L'Estensione è quella Sostanza, che è composta di parti; dunque la sua natura è tale, che sempre dove essa si trova, devono anche esserci delle parti; e perciò se la concepiamo dividersi, non terminerà mai questa divisione. Onde l'estensione è composta di parti divisibili in infinito.

53. L'indivisibile è quello, che non ha parti, e perciò non è esteso. Si mettano contigui due di questi punti, siccome essi non occupano luogo separatamente presi; così nè anche uniti l'occuperanno; e perciò due punti, e lo stesso si può dire di tre, quattro, cento, e infiniti presi insieme non potranno comporre alcuna estensione. Onde dicono comunemente i Geometri, che due punti non fanno, che un solo punto. Quindi l'estensione non può esser composta di punti indivisibili, ma deve concepirsi la loro divisione illimitata.

54. Ma replicherà alcuno, siccome il numero è composto di non numeri, cioè unità, che non sono numero, ma principio di numero; così l'esteso può esser composto da non estesi, ovvero indivisibili. Rispondo, che la disparità è manifesta dalla definizione di ammendue. Numero si dice un aggregato di unità, o di cose, che si concepiscono non divise; se fossero divise sarebbero numero, e non unità. Per nome di Esteso intendiamo quello, che ha parti una fuori dell'altra; Dunque i suoi elementi dovranno ancora essere estesi, e occupare un luogo; altrimenti nè anche l'estensione l'occuperebbe.

55. L'Estensione o è in lungo, e si chiama *linea*; o in lungo, e largo, e si dice superficie; o in lungo, largo, e profondo, ed è *solido*, o *capacità*. Prendete una linea, e dividetela per metà, il punto della vostra divisione sarà la metà della linea distante dalla sua estremit. Questa mezza linea tagliatela di nuovo per metà, sarete lontano dal suo termine la quarta parte di essa. Questa quarta parte dividetela in due, sarete discosto dal suo estremo l'ottava parte della prima linea; e così facendo in infinito, vedrete, che sempre siete lontano dall'ultimo della data linea la metà di quel che resta di essa. Onde non si può mai col dividerla giugnere al suo fine, e perciò si diminuirà sempre in infinito. Lo stesso accade, se la tagliate in tre in

in tre parti, e l'ultima di queste di nuovo in tre ec. lo stesso se la dividete in 4. in 5. ec., e così all'infinito. Dunque nell'estensione si concepisce un infinito numero di parti; e queste saranno *infinitamente picciole*, ovvero minori di qualunque altra. Quello che si è detto della linea, si può ancora applicare alla superficie, ed al solido.

56. Da questa dimostrazione si ricava, che ogni quantità si concepisce composta d'un numero infinito di parti *infinitesime*, o d'una sottigliezza non determinata, decrescenti sempre in infinito; e che queste avranno tra loro le stesse porzioni, che passano tra' numeri finiti, cioè quella stessa, che hanno i corpi, da' quali si prendono; onde una potrà essere doppia, tripla, quadrupla, ec. d'un'altra. Tale dottrina ci dà il fondamento del *Metodo infinitesimale*, di cui si servono i moderni Matematici, per iscoprire le più recondite proprietà di qualunque specie di quanto.

57. Potrà però qualcuno opporre, che se ciò fosse, ogni quantità sarebbe infinita, perchè composta d'un numero infinito di parti, o di estensioni, le quali non possono dare, che un'estensione infinita.

58. La stessa dimostrazione porta con se la risposta. Dividendo sempre per metà il resto della linea, o arriviamo al suo estremo punto, e allora non abbiamo diviso il penultimo restante in due metà, contro l'ipotesi; o non ci arriviamo mai, e allora questa linea, che abbiamo presa finita dal principio, deve concepirsi in vigore della dimostrazione composta d'un infinito numero di parti.

59. Questa dimostrazione però è una di quelle, delle quali il nostro intendimento resta *convinto*, perchè deve assentire sempre al vero, quando è tale; ma non resta però *illuminato*. Gli si fanno avanti tante difficoltà in un colpo, che la giudica una proposizione sorprendente, e non intelligibile, ovvero un *Paradosso*, quantunque ne resti persuaso. Ora per illustrarla quanto è possibile, convien riflettere, che dividendo una linea, o qualunque altra quantità per esaurirla, ed arrivare alla sua estremità, conviene prendere in essa parti *uguali* sempre, e *limitate*. Per esempio, se la linea sarà di dodici dita, prendendo un dito per volta, o mezzo dito, o un quarto ec. arriverò finalmente al suo ultimo termine. Ma ciò seguirà sempre più tardi, quanto più picciola sarà la parte prima, che prendo di essa. Onde prendendo alla prima un dito, dopo averne scorsi dodici, sarà finita la linea; pigliando un mezzo dito, dopo averne passati ventiquat-

tiquattro mezzi ec. Dunque se prenderò alla prima una parte minore di qualunque si possa assegnare, cioè non terza, nè quarta, nè quinta parte di un dito; ma infinitesima, non arriverò mai alla sua estremità. Perciò questa linea, e *ogni altra quantità è composta d'un numero infinito d'infinitesime*. Può darsi ancora, che le parti da me prese d'una linea siano finite, e che non siano ugualmente grandi, ma continuamente *decrescenti*. Anche in questo caso *Ogni quantità finita potrò concepirla composta d'un infinito numero di parti finite decrescenti*. Se prendo infinite linee lunghe tutte un dito, queste mi daranno una linea infinita, cioè infiniti dita. Ma se la prima parte è lunga un dito, l'altra mezzo, la terza un quarto, la quarta un ottavo di dito; e così andando sempre per metà pigliando, ognuno facilmente concepisce, che resterò di gran lunga sotto l'infinito; e perciò la linea da me presa sarà finita, quantunque il numero delle parti, che prendo, sia infinito.

60. Ora giacchè siamo sul discorso degl'infinitesimi, e degl'infiniti, possiamo ancora dimostrare, che negl'infiniti ancora si danno le stesse relazioni, che tra i finiti. Concepisco un infinito numero di passi, un altro di piedi, un altro di dita. Ma il passo fa 60. dita, il piede 12.; dunque il primo infinito sarà cinque volte maggiore del secondo, questo dodici volte maggiore del terzo, o del numero infinito di dita.

61. Si osservi però, che tutti questi infiniti sono *relativi*, non *assoluti*. *Infinito assoluto* si chiama quello, che da ogni parte è infinito, e però di questo non ce n'è che uno. *Infinito relativo* è quello, che per riguardo ad un'altra quantità è tale, in se però è finito. Così nel misurare l'altezza d'una montagna, se qualche vento portasse via un grano d'arena dalla sua cima, ciò non ostante diremo d'averla misurata esattamente, perchè la sua elevazione è infinita rispetto all'altezza d'un grano d'arena. Ora quest'altezza, anzi tutto il diametro della terra è infinitesimo rispetto alla distanza, che c'è tra noi e le Stelle fisse; perchè quantunque siamo sulla superficie terrestre, pure vediamo sempre la metà del Cielo, dimodochè la curvità della terra non ci impedisce, e perciò è insensibile, e come un punto la terra tutta paragonata colla gran palla del Mondo. Ecco in un'occhiata tre linee finite, il diametro della sfera mondana, quello della terra, e d'un granello d'arena, che una rispetto all'altro è infinita.

62. Ma questo accade solamente per riguardo de' nostri sensi, che

che non sono infinitamente piccioli; non già se consideriamo le tre accennate linee colla mente; avranno queste una relazione tra loro determinata; non già quella che ha l'infinitamente picciolo col suo infinito, che abbiamo già definito §. 55. L'infinitesimo non è assegnabile, è quanto; ma la sua quantità si concepisce, che sempre si diminuisca senz'alcun limite, onde non ha alcuna quantità determinata. Immaginatevi due linee disuguali, e che la più picciola vada insensibilmente crescendo per uguagliare la maggiore si diminuirà ogni momento la differenza, che passa tra esse. Questa differenza diviene *infinitesima*, non prima che le due linee si facciano uguali, non dopo, che lo sono, ma nell'atto stesso, che vi diventano. Queste parti infinitamente picciole sono state già adombrate dal Galileo dial. 1. citato, ove dice, che non son quante, ma indivisibili, ed infinite ne' corpi, non si è così bene espresso come il Newton, e il Leibniz, ma avendole poste infinite, non potea certo parlare degl' indivisibili, o punti geometrici, ma di parti infinitesime, o minori di qualunque assegnabile.

63. Dimostrata la divisibilità infinita dell'estensione pura, resta anche provata quella della *materia*; e perciò sono impossibili gli Atomi, che ammetteva Democrito. Imperocchè ogni parte di materia occupa luogo, ed ha qualche figura, ma il luogo è divisibile in infinito; tale dunque ancora deve essere la materia de' corpi. Immaginatevi, se può accadere, una particella di materia indivisibile, non più composta di altre parti. Concepitela posta tra due piani di marmo, perfettamente lisci, e stringeteli. O questi si toccano in tutt'i loro punti, o no. Se il primo, dunque niente c'è di mezzo, e perciò la particella indivisibile è niente. Se il secondo; ne viene in conseguenza, che questa particella avrà almeno due facce, con una delle quali toccherà il marmo destro, coll'altra il sinistro; e ciò potendosi dire di qualunque di queste metà, si deduce chiaramente, che ogni parte di materia per picciola che sia, è composta di parti infinite. Che più, abbiamo dimostrato §. 38., che dove c'è materia, si trova ancora l'estensione; ma questa è divisibile in infinito; dunque tali anche saranno i corpi.

64. Pietro Bayle nell'articolo di Zenone alla lettera G, come accennammo al §. 29. contro la divisibilità dell'estensione così argomenta. 1. Un infinito numero di parti estese, ciascuna delle quali occupa luogo separatamente dall'altre, non può capire nel luogo occupato da

una

una particella cento mila milioni di volte più picciola d'una centomillesima parte d'un grano d'orzo. A ciò rispondiamo, che l'argomento è vero, se queste parti hanno un'estensione finita ed uguale; ma non già se questa è infinitesima, o pure sebbene finita, sono sempre decrescenti queste parti, come abbiamo dimostrato §. 55. 59. 2. Posta la divisibilità in infinito non potrebbero più le parti della materia essere contigue. Imperocchè ogni parte d'estensione sarebbe separata dalle altre per un infinito numero di parti; e perciò l'immediato contatto di due parti non lo avressimo nè nella prima, nè nella seconda ec. ma andrebbe in infinito, onde sarebbe impossibile. A questo si risponde, che siccome ciascuna parte quantunque ne contenga infinite altre, ciò non ostante, prese insieme queste non fanno, che una parte finita, che ha i suoi limiti; così questa colla sua estremità potrà toccare quella d'un'altra; dal che si spiega la *contiguità* de' corpi. 3. Posta la divisibilità conviene ammettere la *penetrabilità* de' corpi. Si muova un globo sopra una tavola, nel punto, in cui la tocca, si compenetra con essa. Perchè quel punto del globo, e quello della tavola, che si toccano sono divisibili in infinito per lungo, largo, e profondo; dunque o non si toccano, il che è assurdo, perchè il globo cammina sulla tavola, e non in aria; o si toccano secondo tutte tre le loro dimensioni, o che è lo stesso, si penetrano. Dalle cose dette precedentemente non è difficile il vedere, che queste parti avendo le loro estremità, si toccheranno secondo queste, e perciò non è necessario, che si penetrino; lo che è impossibile posta la natura resistente della materia. Il globo toccherà in più punti la tavola, perchè è impossibile fare un globo, e un piano perfettamente lisci; ma ciascuno di questi toccherà il suo corrispondente colla sua estremità.

65. Evidentemente dalle cose dette resta dimostrato, che l'Estensione, o sia pura, o resistente, è divisibile in infinite parti, siano queste *infinitesime*, *o finite ma decrescenti*, e perciò ogni corpo, e parte di esso sarà composta d'un infinito numero di parti minori. Parlando poi della materia, questa non solo sarà divisibile, ma di più si potrà una parte di essa *staccare attualmente* da un'altra, e ciò in infinito, a differenza dell'estensione pura, le di cui parti non ponno separarsi come abbiamo dimostrato §.45. Questa attuale separazione delle parti della materia andrà in infinito, almeno per l'Onnipotenza Divina; ma non già però si potrà attualmente mai compire. Imperocchè ripugna un'*attuale infinita separazione di parti infinite*. La divisione

in

in infinito è quella, che non si compisce mai: dunque non si potrà mai giugnere all'attuale infinita separazione, come altrove anche dimostreremo. Perciò la materia si dice da'Filosofi solamente *divisibile*, e *separabile* in infinite parti, non già attualmente divisa.

66. Ora questa dottrina dà luogo a nuove difficoltà, che si possono fare. 1. Essendo un corpo maggiore d'un altro, ed ognuno composto d'un numero infinito di parti, si darebbe un infinito maggiore d'un altro; ma questo è impossibile, perchè l'infinito è quello, a cui niente si può aggiungere; dunque ec. Tale difficoltà si scioglie con dire, che ciò è vero §. *61.* parlando dell'infinito assoluto, non già del relativo. Ora il numero delle parti ne'corpi è un infinito relativo, perchè o prendiamo parti decrescenti, e queste possono essere metà, terze, quarte parti ec. §. 55., o prendiamo infinitesime, e queste non sono uguali in tutt'i corpi §. 56. ma se questi saranno tra loro come i numeri, 1. 2. 3. 4. ec. la stessa proporzione conserveranno ancora questi infinitesimi elementi. Ne seguirebbe per lo contrario, che un grano di sabbia sarebbe uguale alla terra tutta; supponete, che Iddio dividesse e l'uno, e l'altro, non mai terminerebbe la divisione. Supponete, che delle parti d'un grano volesse riempire lo spazio occupato dalla terra, questo è possibile, perchè trova nel grano di sabbia quante parti vuole. Confesso che la divisione in tutti due va in infinito, ma ogni parte minima, che stacca dalla terra è tanto maggiore di quella, che separa dal grano di sabbia, quanto quella è più grande di questo; onde sebbene si terminasse questa divisione, il numero infinito de'minimi elementi della sabbia, non occuperà più luogo di quello d'un grano, purchè non si frappongano de'vuoti tra le parti d'esso. L'argomento proposto è simile a questo; Un braccio, uu passo, un piede, un dito si possono dividere in dieci, cento, mille, un milione ec. e in parti infinite; dunque tutte queste misure sono uguali fra loro. Siccome è manifestamente falso questo raziocinio, così tale è ancora la difficoltà proposta. 3. Ripugna un numero attualmente infinito; ogni numero è pari, o dispari, se l'infinito è pari aggiungendoci uno diverrà dispari, se è dispari, accrescendolo d'uno, si farà pari; ma all'infinito niente si può aggiungere, dunque non può essere nè pari nè dispari, e perciò ripugna un numero infinito. Rispondo, che un tale numero non si può da noi comprendere è vero, ma non è assurdo, che attualmente si dia, e non sarà nè pari nè dispari. Questa divisione cade sopra i numeri finiti; ma l'infinito

è quel-è quello che supera tutt'i pari, e i dispari, dentro di se gli abbraccia, onde non è alcuno di essi, ma tutt'insieme. Se cominciando dall'1. vado considerando il 2. il 3. e tutta la serie de' numeri naturali, osserverò, che il primo numero è dispari, il secondo pari, il terzo dispari, il quarto pari ec. in maniera tale che i dispari, e i pari alternativamente si succedono; ma questa serie va in infinito; dunque l'infinito trascende tutt'i pari, e dispari, e dentro li contiene. Quantunque colla nostra mente non possiamo comprenderlo, pure si concepisce questa serie, che non ha mai fine.

67. Finalmente contro l'infinita divisione così discorrono alcuni, posta questa non si darebbe alcun determinato elemento de' corpi; ciascuno, che s'assegnasse, sarebbe composto di parti ancora minori, e d'altri elementi; perciò non essendoci gli elementi, non ci sarebbero i Corpi, che di questi sono composti. A questa obbiezione si potrebbe rispondere, che noi non possiamo comprendere questi elementi; perchè tanto gl'infiniti, quanto gl'infinitesimi ci sono inconcepibili; ma non già così l'infinita sapienza; e ciò basta perchè si diano gli elementi de' corpi. Ma per rispondere più adequatamente, dico non essere le parti infinitesime elementi de' corpi, ma della materia, gli elementi di quelli, come vedremo in fine della Fisica generale; sono parti insettili, non perchè non siano di altre composte, ma per la loro forte coesione, che da alcuna forza naturale non può essere superata. Spiegati così gli elementi de' corpi, ognuno potrà agevolmente concepirli.

CAPO II.

Divisibilità dell' Estensione Matematicamente.

68. LE verità naturali quando sono bene dedotte dalle osservazioni, e dimostrate con ordine portano la scienza fisica alla sua perfezione; ma se il semplice raziocinio è ajutato dalle matematiche, molto più si avanza questa scienza, e sale dirò così a quell' alto grado, che mai si possa desiderare. L'Analisi, la Geometria, e l'Arimetica, sono quelle, che corroborano maggiormente i discorsi fatti per mezzo delle sperienze, e ci aprono un campo più vasto per ritrovare il vero ascoso sotto il velame della materia inerte. Suppongo il Lettore già instruito nell'Aritmetica, e Geometria, e che sappia almeno le prime operazioni algebraiche, che si fanno sulle lettere dell'Alfabeto, come su i numeri.

69. Siano le due linee AC, DL equidistanti tra loro, o paralle- Tav. I. Fig. I. le; calata la perpendicolare ad esse BE, si prenda un punto ad arbitrio nella parallela di sopra, per esempio A, e sopra la EL si piglino i punti arbitrarj I, H, G, F, L ec. dal punto A, a tutti questi si tirino le linee AI, AH, AG, AF, ec. le quali passando per BE, taglieranno da essa le parti Mn, nr, rs, ec. La linea EL si può concepire prolungata in infinito; e perciò in essa potremo prendere infiniti punti andando da E verso L; onde dal punto A a tutti questi punti si potranno ancora tirare infinite linee. Ma tutte devono passare per MB, e tagliarla in parti; dunque la linea MB sarà divisibile in infinito. Fingete se può accadere, che l'ultima di queste linee tirata dal punto A, ad un punto per esempio L, della parallela EL, finalmente passi per B non tagliando più MB. Essendo tirate da' due punti A, B due linee ABC, ABL devono queste due linee combaciarsi, altrimenti avrebbero la parte AB comune contro la Geometria; ma la linea ABL è tirata dal punto A al punto L; dunque la parallela DL concorrerà con la parallela AC, contro l'Ipotesi. Perciò niuna linea tirata dal punto A ad un altro preso sopra EL, potrà mai passare per lo punto B; onde sempre la MB si diminuirà senza non mai consumarsi interamente.

70. Nel tempo stesso si concepisce come la superficie AMB si divida in parti infinite; perchè il triangolo ASB diventa sempre più picciolo, ma non può ridursi in niente. Così ancora, se concepiamo il triangolo BAM girarsi intorno la linea BM immobile, verrà da questa rotazione prodotto un solido, chiamato cono; e anch'esso sarà diviso in parti, che andranno in infinito. Dunque tutte tre le dimensioni dell'estensione §. 55. sono composte d'un infinito numero di parti. Non molto diversa è la dimostrazione fatta da Giovanni Keill Lez. 3. dell'Introduzione alla vera Fisica, e Astronomia.

71. Data qualunque linea CB, si ponga ad essa a qualsisia angolo CA. Questa può slungarsi in infinito; e quantunque sia prolun- Tav. 2. Fig. I. gata potremo da qualunque estremo punto d'essa tirare una linea al punto B. Ma nella CA possiamo prendere infiniti punti, perchè va in infinito; e dall'ultimo, dirò così, al punto B si può condurre sempre una linea; e da tutti gli altri presi a, c, e, g, i, ec. altrettante parallele ad AB; dunque BC sarà divisibile in parti infinite; perchè tutte queste parallele essendo equidistanti tra loro, non potranno

mai

mai unirsi, ma dovranno per necessità tagliare la BC. Data perciò qualunque linea, sarà sempre divisibile in parti.

72. Sia la retta BC, si prenda di essa una parte indivisibile se può darsi Bg, che per evitare la confusione la prendiamo più grande di quello, che sarebbe. Applicata BA a qualunque angolo prendete in essa ad arbitrio tre parti uguali Bc, cb, ba; tirata ag, dal punto c si meni ce parallela a questa; taglierà necessariamente Bg, e in maniera tale che Be sarà la terza parte di Bg, come Bc lo è di BA. Perchè essendo eBC, gBa triangoli simili; sarà secondo il *lib.6.* d'Euclide *prop.9.* Be: Bg :: Bc: Ba. Dunque di Bg abbiamo trovato la terza parte; e perciò non era indivisibile. Colla stessa maniera prendendo nel BA quattro, cinque ec. parti uguali; troveremo la quarta, quinta ec. parte di Bg; e così in infinito; dunque Bg sarà senza alcun limite divisibile. Tav. 2. Fig. 2.

73. Immaginatevi d'avere trovato una parte di BC minore di qualunque assegnabile, collo stesso Metodo poco fa esposto, e sia questa la Bg; potrete di Bg trovare la metà, la terza, quarta ec. parte, e anche l'infinitesima, che essendo infinitesima di Bg infinitamente picciola per ipotesi, si dovrà chiamare infinitesima di secondo ordine. Andando di questo passo è chiaro, che non solamente tra l'infinitesime si danno le stesse relazioni di metà, terza parte ec. come tra le finite, secondo quello che dimostrammo (56); ma ancora dovranno ammettersi nell'estensione, e perciò nella materia (38), varj ordini di parti infinitamente picciole, e ciò all'infinito.

74. E' noto presso i Geometri, e lo dimostra Euclide *prop.ult. lib.* 10., che si trovano delle linee tra loro *incommensurabili*, la ragione delle quali non si può esprimere con numeri. Una di queste è la diagonale del quadrato paragonata col lato di esso. Non è difficile a dimostrarlo coll'Analisi, se il lato AB, ovvero BC si chiami a; per la 47 del 1 d'Euclide sarà $a^2 + a^2 = \overline{AC}^2$ onde $AC = \sqrt{2a^2}$, e perciò $AC = a\sqrt{2}$; ma la radice quadrata del numero 2 non c'è; dunque la diagonale AC non si può esprimere con numeri; e nè anche la relazione tra essa e il lato AB. Tav. 1. Fig. 2.

75. Posti gl'incommensurabili si discorre così. Fingete, che l'estensione fosse composta d'indivisibili. Ciascuna linea conterrebbe un numero determinato di queste parti; a motivo che non ci sarebbe nè la metà, nè la terza ec. parte di esse. Onde la diagonale AC sa-

rebbe composta anch'essa d'un numero determinato di tali indivisibili; e perciò la relazione, che ha col lato AB si potrebbe per numeri determinare, e non sarebbero incommensurabili, contro la dimostrazione §.74.

76. Giambattista du Hamel nato a Veron nella bassa Normandia il 1624., pretende nella sua Filosofia antica e moderna ristampata in sei tomi a Amsterdam nel 1700., e più volte dopo in Venezia, che non possiamo applicare gli argomenti geometrici alle cose fisiche; perchè quelli sono ideali, e queste reali; l'Ipotesi de' Geometri non sono vere, nè possibili. Il Geometra dice, che il punto è quello in cui non si concepiscono parti; una tal cosa nè si da, nè è possibile. E che ciò sia vero viene confermato dall'osservare, che sebbene il Geometra cerchi di potere dal punto A tirare più linee a diversi altri punti presi sopra EL, ciò non ostante in pratica appena trenta se ne potranno fare, che non coprano immediatamente tutta la linea MB, e tra loro si confondano. Così ancora una sfera perfetta sopra un simile piano non si toccherebbero, che in un solo punto indivisibile; ma in pratica non troverete mai un caso simile. Altro è il corpo matematico, altro è il corpo fisico; il primo è divisibile in infinito, non così il secondo.

Tav. 1. Fig. 1.

77. Rispondo che l'applicare gli argomenti geometrici a fisici, non è un fare passaggio dallo stato ideale al reale. Sono ugualmente reali le Ipotesi de' Geometri, che quelle di Fisica. Ogni corpo ha i suoi limiti, i quali sono superficie; queste considerate come l'ultimo confine del corpo sono senza alcuna profondità; e perciò solamente lunghe, e larghe; come appunto è una superficie geometrica. Se avessero qualche profondità non sarebbero ultime; onde avressimo altre superficie per limiti di quelle. Dimanderò di nuovo, se queste hanno alcuna profondità; e così andando all'infinito, o che i corpi andranno in infinito, o pure saranno limitati da superficie indivisibili. Queste superficie sono terminate da linee, e tali linee considerate come limiti di esse sono una semplice lunghezza per la stessa ragione. Così ancora estremità delle linee sono i punti, e questi senza parti; altrimente non sarebbero gli ultimi. Dunque realmente si trovano in natura i *punti*, le *linee*, e le *superficie geometriche*; onde non solo è possibile, ma fisica e reale l'Ipotesi adottata dagli antichi Geometri per esaminare le proprietà dell'estensione.

78. Questi punti però, linee ec., non sono parti della linea, superficie ec., ma bensì modificazioni di esse, cioè l'ultime loro estre-

estremità; sono materiali, perchè nella materia, ma non sono materia. Quindi i Geometri dicono, che dallo scorrere d'un punto viene descritta, o determinata, ma non composta la linea, dal muoversi di questa è delineata la superficie, e questa scorrendo determina il corpo, o solido, geometrico. La superficie si può considerare andando all'in su, cioè fuori del corpo, e allora è l'ultimo limite di esso, indivisibile; o pure all'ingiù, ovvero verso il corpo, e in questo caso è parte componente d'esso, infinitamente picciola, e il primo suo elemento. La prima è l'Ipotesi degli antichi geometri, colla quale si posero a contemplare le proprietà dell'estensione. L'altra è l'Ipotesi de' Moderni, colla quale trattano le matematiche. Considerando questi i veri elementi della quantità, apparisce la ragione manifesta de' felici progressi di queste scienze a tempi nostri. In una simile considerazione cadevano ancora gli antichi geometri col profondarsi nelle speculazioni di Geometria; quindi osservarono, che un Poligono di lati infiniti termina finalmente, o si confonde col circolo. Si veda sopra di ciò Archimede fiorito nel 252. prima dell'era Cristiana ne' suoi libri *De Sphæra, & Cylindro* esposti da Isaaco Barrow nato a Londra il 1630. e stampati nel 1675. nella stessa Città.

79. Quindi apparisce, che il corpo fisico, e geometrico per riguardo all'estensione sono lo stesso, si distinguono per le affezioni, che trovansi nel corpo fisico, delle quali il Geometra lo concepisce spogliato. Il non potere noi tirare da un punto più linee, senza che si confondano, non fa che realmente ciò non si possa fare. Gl'Istrumenti de' quali ci serviamo sono grossolani, la vista nostra è limitata, nè arriva a vedere le parti minime, e molto meno le loro estremità. Di più come dimostreremo parlando degli elementi de' corpi, si danno i *minimi naturali*, insettili non perchè non composti di altre parti minori in infinito; ma per la loro perfetta solidità. Ora questi ancora sono a noi d'impedimento, che da un punto non possiamo tirare molte linee, senza che si confondano; quindi nasce ancora, che una sfera da noi fatta non toccherà mai un piano in un punto. Non perciò possiamo concludere, che in natura non ci sia una superficie, e una palla perfettamente liscia; ma dobbiamo più tosto dire, che si dà il minimo punto, che noi vediamo, il minimo, che tocchiamo ec. Il carattere quando è ben formato, pare che copra esattamente di nero la carta che occupa; guardatelo con un acuto Microscopio, e trove-

rete

rete infiniti vuoti bianchi non coperti dall'inchioſtro; in maniera tale, che ſtenterete a più riconoſcere il carattere ſteſſo.

80. Si può ciò non oſtante opporre, che gli argomenti geometrici quantunque fondati ſopra ipoteſi poſſibile, e reale, ugualmente dimoſtrano, che ſi diano ancora quantità indiviſibili. Di più in Geometria ci ſono de' Paradoſſi, che non ſi poſſono ſpiegare; forſe uno di queſti ſono tutte quelle dimoſtrazioni, colle quali pretendono alcuni provare la diviſibilità infinita. In conferma di ciò eſporrò i paradoſſi dell' *angolo del contatto*, e quello riferito da Galileo.

81. Al Diametro BG ſia BC perpendicolare, che perciò toccherà il cerchio in B. Euclide che aprì Scola di Matematica in Aleſſan-
Tav. 2. Fig. 3. dria nel 272. prima della venuta di Criſto, e fu il primo a raccogliere in quindici libri i penſamenti de' migliori Geometri; dimoſtra nella *prop.* 16. del *lib.* 3., che tra la tangente BC, e la periferia BO non ſi può tirare alcuna linea retta, che non tagli come DB il cerchio; e pure ci poſſono paſſare infinite linee circolari; come Ac, Ae, Ah, Inoltre l'angolo miſtilineo CBO è minore di qualunque rettilineo acu-
Tav. 2. to; e l'angolo del ſemicircolo GBO maggiore di qualunque acuto.
Fig. 4. Da ciò ne ſiegue, che l'angolo del contatto CBO è indiviſibile, perchè da niuna linea retta può eſſere diviſo. Ma di più ricava Andrea Tacquet nel ſuo Euclide, che l' Angolo retto CBG contiene infiniti angoli del contatto, eſſendo infinitamente maggiore di eſſo; e queſto minore di qualunque acuto. Queſte verità geometriche non ſolo ſono paradoſſe, ma dimoſtrano, che ſi danno alcune quantità indiviſibili.

82. A tali difficoltà riſpondo primieramente, che nella Geometria, qualunque conſeguenza ſorprendente, e oſcura ſi ricavi, non deve eſſere capace di farne rinunziare ad altre verità dimoſtrate con tutta chiarezza. Potrà ſolamente ſervire per confermarci, che la noſtra mente è limitata nel ſuo ſapere; ma non già per farci rinunciare ad una verità evidente.

83. In ſecondo luogo dico, che le propoſizioni paradoſſe ſi trovano ſoltanto dimoſtrando le verità di Geometria col metodo degli antichi; ma ſe adoperiamo quello de' moderni, conſiderando i punti, le linee, e ſuperficie non come eſtremità, o ſegni dell' eſtenſione; ma come veri elementi di eſſa; non ſarà allora difficile convincere inſieme, e illuminare l'intelletto; lo che è uno de' migliori pregi della Matematica preſente.

84. Coll' iſcrivere nel cerchio prima un triangolo equilatero, poi un quadrato, un pentagono, eſagono ec. ſi fa manifeſto, che accre-

crescendo il numero de'lati nella figura iscritta, sempre l'area di questa si accosta più a quella del cerchio. Onde aumentando in infinito il numero de'lati, cioè inscrivendo nel cerchio un Poligono di lati infiniti; coinciderà questo coll'area circolare. Da ciò ne siegue, che la periferia del circolo è un aggregato di linee rette infinitesime, che tra di loro formano angoli infinitamente ottusi; perchè come dimostra Euclide nel quarto degli Elementi, maggiore è il numero de' lati in un poligono, maggiore è ancora l'angolo da questi formato. E siccome gli angoli formati da Pentagoni, di qualunque grandezza sono tutti gli stessi; e così que'degli Esagoni tra loro; così lo stesso ancora sarà di quegli angoli, che sono formati da' lati infinitesimi della periferia circolare. Dunque la diversità, che passa tra la periferia di un maggiore, e minor cerchio, non consisterà negli angoli fatti da' loro lati infinitesimi; ma bensì nella lunghezza diversa di questi: perchè anche ne'Poligoni finiti della stessa specie, maggiore è il Poligono, più lunghi ancora sono i lati, che lo compongono.

85. Questa dottrina del cerchio ben nota agli antichi, come apparisce dalli due libri d' Archimede *De Sphæra*, *&* *Cylindro*; porta con se la soluzione de'dubbj intorno all'angolo del contatto. E in primo luogo la tangente BC non sarà altro che uno di questi lati infinitesimi della periferia circolare, prolungato; e perciò cadrà tutta fuori del cerchio. 2. Se per angolo del contatto si voglia intendere quello, dove la periferia tocca la tangente, questo sarà nullo. Onde così avrà ragione Giacomo Peletier nato a Mans nel 1517., che lo giudica non angolo, nell'Apologia contro Cristoforo Clavio Bambergese stampata con altri suoi opuscoli a Parigi nel 1559. Con esso ancora diranno bene Giovanni Vallis Inglese fiorito nel 1649., volume 2. delle sue Opere, carte 605., e Guglielmo Wiston nelle note alla *prop.* 16. del *lib.* 3. d' Euclide del Tacquet. 3. Per angolo del contatto si deve prendere solamente quello formato dal primo elemento del cerchio prolungato, o dalla tangente, e secondo elemento dello stesso cerchio. Onde essendo questo l'angolo esterno del Poligono, siccome l'interno è infinitamente ottuso; così l'angolo del contatto sarà infinitamente acuto, e perciò minore di qualunque assegnabile. Onde in quest'ordine minore di esso non potrà trovarsi. E perciò si potrà chiamare incomparabile con qualunque rettilineo, ma non già eterogeneo, come lo fa Cristoforo Clavio nelle note alla *prop.* 16. *lib.* 3. del suo Euclide.

Tav. 2. Fig. 3.

86. Quar-

86. Quarto tutti gli angoli del contatto in qualunque circolo saranno uguali fra loro, come dicea Peletario contro il Clavio; perchè gli angoli interni del poligono sono tutti uguali §. 84. 5. L'angolo retto GBC conterrà infiniti angoli del contatto. 6. Da qualunque punto tra O, e C si tiri una linea retta, questa taglierà il circolo, ma se farà con CB un angolo infinitamente picciolo uguale a quello del contatto, allora questa linea si unirà col secondo elemento della periferia, cioè sarà la seconda tangente del cerchio, dopo il punto B. Ma se facesse colla CB un angolo minore di quello del contatto, o pure infinitamente picciolo di secondo ordine; allora taglierebbe l' angolo del contatto; e perciò questo non sarà indivisibile in se stesso; ma bensì riguardo alla Geometria degli antichi, che considera soltanto le linee finite, e non le infinitesime o inassegnabili. 7. Se si tirano
Tav. 2. Fig. 4. al punto A varj cerchi Ac, Ae, Ah questi tutti confonderanno il loro elemento al punto A con quello del cerchio AaG, il di cui centro è in C. Ma il circolo Ac, il di cui centro è in D, essendo maggiore del cerchio Aa, avrà anche il suo elemento maggiore di quello di Aa; onde quello uscirà fuori dell'elemento di Aa; e perciò il cerchio Ac non dividerà l'angolo del contatto; ma bensì lo spazio angolare mistilineo BAaG. Lo stesso deve dirsi degli altri circoli Ae, Ah, i centri de' quali sono E, F.

87. Un altro paradosso geometrico, e che dimostra più tosto l' indivisibilità dell'estensione, viene esposto dal Galileo nel Dialogo primo Tom. III. delle sue Opere nella seguente maniera. Sia il semicircolo ANC, intorno al quale il rettangolo AMOC si cali dal centro B
Tav. 2. Fig. 5. il perpendicolo BN, il quale essendo uguale alla BC, ed alla BA, è manifesto, che dividerà il rettangolo in due quadrati uguali. Si tirino in oltre le Diagonali BM, BO, si concepisca tutto il rettangolo AMOC, girare intorno la perpendicolare BN, come suo asse. Questo descriverà un cilindro; il punto A una periferia di cerchio; e la linea ABC un cerchio, il di cui semidiametro sarà BA. Nel tempo stesso il semicircolo AMC formerà una mezza sfera, e il triangolo MCO produrrà un cono. Tirata la linea DL ovunque, purchè parallela alla linea MO, anche questa descriverà un cerchio, il di cui diametro sarà DL e parimenti EH formerà un cerchio, il di cui semidiametro sarà GE.

88. Concepite dal cilindro levata la mezza sfera descritta dal semicerchio ANC, resterà una scudella, che viene formata dalla figura AMNOC. Ora le linee DF, IL nel girare il rettangolo intorno

no

no l'asse BN producono una fascia circolare. Questa si dimostra sempre uguale al cerchio descritto dalla EH. Imperocchè tirando BF, abbiamo per la 47 del primo libro d'Euclide $\overline{FB}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{GB}^2$. Ma il raggio $FB = AB = DG$, che gli è parallela; e di più essendo $BN = NM$ §. 87. sarà anche dal corollario della proposizione 4. del *lib.6.* $GB = EG$. Onde sostituendo nell'equazione prima, avremo $\overline{DG}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{EG}^2$; e multiplicando tutto per 4, sarà $4\,\overline{DG}^2 = 4\,\overline{FG}^2 + \overline{EG}^2$; ovvero $2DG \times 2DG = 2FG \times 2FG + 2EG \times 2EG$. Cioè $\overline{DL}^2 = \overline{FI}^2 + \overline{EH}^2$. Ma i circoli sono tra loro come i quadrati de' diametri (*prop.* 2. *lib.* 12. *Eucl.*) Dunque il cerchio fatto dal diametro DL sarà uguale alli due FI, EH. Leviamo il comune cerchio FI; resterà la fascia prodotta dalla DF uguale al cerchio EH, come dovea dimostrare.

89. Fingasi ora, che la linea DL si accosti alla AC, si andranno sempre diminuendo la fascia, e il cerchio; ma però si darà tra loro perpetua uguaglianza. Quando DL è arrivata sopra AC, la fascia degenera in una periferia di cerchio descritta dal punto A, e il cerchio fatto dalla EH si muta nel punto B. Dunque la periferia d'un cerchio è uguale a un punto. Supponiamo che AC, MO vadano in infinito, sarà la periferia descritta dal punto A maggiore sempre, e maggiore; e ciò non ostante sempre uguale al punto.

90. Acciò diamo una chiara soluzione a questi dubbj conviene riflettere alle due serie decrescenti una di fasce descritte dalle linee DF, IL, che vanno diminuendosi in infinito; e l'altra di cerchi formati dalla EH, che anch'essa sminuendosi termina finalmente in un punto. Ciascun termine della prima serie è uguale al suo corrispondente nella seconda. Onde anche l'ultima zona, o fascia vicino al punto C sarà uguale al cerchio fatto sopra l'ultima linea vicina al punto B. Nè ciò deve recare maraviglia, perchè quantunque l'ultima fascia formata sia più diffusa del picciolo cerchio vicino al punto B; ciò non ostante ha una larghezza infinitamente picciola, perchè sta dentro l'angolo del contatto ICL. Ma se consideriamo la periferia descritta dal punto C, questa non è l'ultimo termine della serie nelle fasce; ma l'estremità dell'ultima fascia; così ancora il punto B non è l'ultimo cerchio, ma di questo l'estremità in se stessa raccolta, cioè il suo centro indivisibile. Onde sebbene tutt'i termini delle due serie sono uguali ciascuno a ciascuno, ciò non ostante le

le loro estremità non la sono, nè è necessario, che siano tali; perchè sono modificazioni di questi termini.

91. Da ciò che fin'ora abbiamo detto, apparisce evidentemente, che gli argomenti cavati dalla Matematica possono sicuramente applicarsi alla Fisica per ritrovare con più sicurezza le proprietà de' corpi. Questa loro infinita divisibilità dimostrata finora con argomenti Geometrici, si comprova ancora per mezzo de'numeri, e delle quantità indeterminate dell'Algebra.

92. E' noto appresso quelli, che hanno parlato delle serie Aritmetiche decrescenti in infinito, che la somma di ciascheduna quantunque infinita è uguale a qualche numero determinato. Si trovano le regole per determinare la somma di ciascheduna serie nel Tomo I. degli Elementi Matematici di Wolfio *part.* 2. *sez.* 5. *c.* 1.; nel Tomo I. delle Opere di Wallis *cart.* 365., dove parla diffusamente dell' Aritmetica degl'Infiniti. Fu questa Aritmetica di Wallis diffusamente commentata da Ismaele Bullialdo nel 1682. Più chiaramente ancora espone le stesse regole Giacomo Bernoulli nato a Basilea il 1654. nel trattato delle serie infinite, che sta dopo l' *Ars conjectandi* stampata nel 1713. a Basilea da Nicola Bernoulli suo Nipote.

93. Ma per darne una chiara idea anche a' meno provetti dimostreremo, come queste nascano dalla divisione de' numeri. Sia il numero 1 da dividersi per se stesso; il quoziente sarà 1, ovvero $\frac{1}{1}$. Questa istessa divisione si può continuare in infinito facendo al modo degli Algebristi. Il divisore 1 si esprima così 2 — 1; Quindi dividendo 1, per 2 — 1 secondo le regole Analitiche, nascerà per quoziente $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ ec. in infinito; cioè una serie di frazioni decrescenti in infinito in ragione doppia, la quale sarà uguale ad $\frac{1}{1}$ ovvero all' unità. Ecco come si dimostra, che qualunque cosa, la quale sempre si può concepire come una, dividasi in parti decrescenti secondo la ragione doppia.

94. Se dividiamo 1 per 2 il quoziente sarà $\frac{1}{2}$ secondo l'Aritmetica; ma esprimendo il divisore 2, per 3 — 1, e dividendo Analiticamente troveremo per quoziente una serie infinita decrescente in ragione tripla $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}$ ec. Onde si vede, che la metà di qualunque cosa può dividersi in parti, ciascuna delle quali sia suttripla dell'altra, e ciò in infinito. Con lo stesso metodo si trova esprimendo il numero 3 per 4 — 1 che $\frac{1}{3}$ è uguale a questa serie infinita in ragione subquadrupla $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}$ ec.

Par-

95. Parlando generalmente ſupponiamo, che la lettera n ſignifichi un numero infinito; l'infiniteſima parte di qualunque quantità ſarà eſpreſſa generalmente pe $\frac{1}{n}$. Perchè ſe dividiamo l'unità per qualunque numero, quanto più grande è queſto, tanto più piccolo è il quoziente che naſce; così un $\frac{1}{5}$ è minore di $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$ e minore di $\frac{1}{5}$; E di tanto è minore, di quanto il 12 è maggiore di 5. Perciò ſe un numero di ſotto ſarà infinito, cioè n, la frazione $\frac{1}{n}$ ſarà infiniteſima.

96. Queſta maniera di eſprimere le infiniteſime è di grand'uſo per determinare le proprietà di queſte, e dimoſtrare le verità ad eſſe concernenti. Quindi ricaviamo che *un infinito numero d'infiniteſime dà un numero finito*; perchè moltiplicando con l'Algebra $\frac{1}{n}$ per n il prodotto è $\frac{n}{n}$ cioè 1.

97. *Un infiniteſimo moltiplicato per ſe ſteſso produce un infiniteſimo ſecondo, o d'ordine inferiore*; perchè $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n}$ fa $\frac{1}{n^2}$. Che $\frac{1}{n^2}$ eſprima un infiniteſimo di ſecondo ordine, ſi può dimoſtrare colla regola di proporzione. Un numero infinito deve eſſere all'unità, come l'infiniteſimo primo, alla ſua parte infiniteſima, cioè all'infiniteſimo ſecondo. Onde ſarà $n : 1 :: \frac{1}{n} : x$. La lettera x eſprime il quarto proporzionale, che ſarà l'infiniteſimo di ſecondo ordine. Per la nota proprietà della proporzione geometrica ſarà $nx = \frac{1}{n}$, e perciò $x = \frac{1}{n^2}$. Onde l'infiniteſimo terzo ſi denoterà così $\frac{1}{n^3}$ il quarto per $\frac{1}{n^4}$ ec. onde $\frac{1}{n^n}$ ſignificherà un infiniteſimo d'ordine infiniteſimo.

98. Collo ſteſſo metodo troveremo, che i varj ordini degl' Infiniti ſi eſpongono con queſta ſerie n, n^2, n^3, n^4, n^5 ec. ed n^n ſignifica un' infinito d'ordine infinito. Si determinerà ancora il quoziente, che naſce *dividendo un infiniteſimo per ſe ſteſso, che ſarà una quantità finita*; perchè $\frac{1}{n}$ diviſo per $\frac{1}{n}$ fa $\frac{n}{n} = 1$. Così *un infiniteſimo di primo ordine diviſo per uno di ſecondo produce un infinito*; eſſendo $\frac{1}{n}$ per $\frac{1}{n^2} = \frac{n^2}{n} = n$. All' incontro un *infiniteſimo ſecondo diviſo per un primo fa un infiniteſimo primo*, perchè $\frac{1}{n^2}$ per $\frac{1}{n} = \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}$. Da ciò che finora abbiamo detto ſi può abbaſtanza ricavare il metodo univerſale per diſcorrere degl' Infiniti, e degl' infiniteſimi ſenza pericolo d'errare.

99. Vittorio Stancari, che fiorì nel 1704. giudicava, che l'infinito ſi doveſſe eſprimere per $\frac{a}{0}$, cioè per a finito diviſo per zero; l' infinito ſecondo per $\frac{aa}{0}$ ec., come riferiſce il Grandi nel libro *de infinitis infinitorum* Annotazione alla Prop. 12. Queſta eſpreſſione però abbiamo giudicata alquanto oſcura ed equivoca, quantunque da

molti adottata; perchè il zero in quest' espressione non deve significare il niente assoluto, ma il relativo, cioè l'infinitesimo; altrimenti $\frac{1}{0}$ esprimerebbe un infinito assoluto, non un infinito relativo. Trattanto di questo zero ci serviremo ora per adombrare in qualche modo il mistero della creazione dal niente. La perfezione di un'opera fatta da qualche artefice dipende dalla sua abilità, o potenza, dalla perfezione della materia, e dal tempo, che impiega per usarci più diligenza. Onde se l'opera si chiami e, la materia m, la potenza p, il tempo t; sarà e: pmt, cioè in ragione composta di queste tre quantità. Applicando ciò alla creazione del Mondo troviamo p = n perchè è infinita la potenza di Dio; m = o perchè la materia era niente assolutamente, prima d'esser creata; e supponiamo il tempo infinitamente picciolo cioè $\frac{1}{1}$; avremo e : $\frac{on}{1}$; cioè il Mondo sarà uguale ad un finito diviso per un finito; perchè o n cioè un infinito assoluto moltiplicato per un niente assoluto, mi dà un finito. Onde applicandosi l'infinita potenza di Dio al niente, in un tempo infinitesimo, deve produrre un effetto finito, cioè il Mondo.

100. Se qualcuno desiderasse ulteriori notizie intorno la dottrina degl' Infiniti può consultare il libro *de infinitis infinitorum, & infinite parvorum ordinibus* stampato a Pisa l'anno 1710. dal P. Abbate Guido Grandi Camaldolese, nato in Cremona nel 1675. O pure gli Elementi della Geometria dell' infinito di Bernardo de Fontenelle, a Parigi 1724., e il rischiaramento fatto sopra la prima parte di quest' opera inserito nel tomo 16. del Giornale Letterario dell' Aja, dell' no 1730. Degno anche da leggersi è il libro intitolato, *Introductio in Analysin Infinitorum Auctore Leonardo Eulero Profess. Regio Berolinensi, & Accademiæ Scient. Petropolitanæ socio*; in quarto volumi 2. a Lausanna 1748.

CAPO III.

Sottigliezza delle parti de' Corpi.

101. NE' due capi precedenti abbiamo a lungo dimostrato, che non si può trovare parte di materia per picciola che sia, nella quale non si debbano concepire altre parti; e perciò che realmente non sia di altre composta. Nel tempo stesso però osservammo al §. 65. che questa infinita divisibilità non si può mettere in esecuzione, per

perchè è contraddittorio l'andare in infinito, e il terminarsi. Onde ne viene in conseguenza, che la natura ha dovuto fermarsi finalmente in alcune parti, che sono gli elementi de'corpi, e noi diciamo minimi naturali §. 67. 79. Ora alcuno più sottilmente può dimandarne fino dove si estenda questa divisibilità. A questo rispondiamo, che non si può determinare; perchè non sappiamo fin dove arrivano le forze dal Creatore poste nella materia; nè abbiamo stromenti acutissimi per distinguere le parti *estremamente sottili della materia*. Quello però, che possiamo asseverare si è, che la Materia de'Corpi soffre una prodigiosa divisione.

PROPOSIZIONE IV.

La Materia si divide in parti estremamente sottili.

102. OSservazioni. Il primo argomento dell'estrema sottigliezza, che hanno alcune parti di materia, lo ricaviamo dagli *odori*. La cinquecensettantesima parte di un'ocia, ovvero un grano d'incenso, di mastice, storace, o altro odore posto sul fuoco si scioglie in un fumo odoroso, che si diffonde per un ampio spazio, e riempie d'odore gratissimo un lungo spazio d'aria. I fiori d'aranci, del rosmarino, e dello spigo ne' lidi della Provenza, e Linguadoca riempiono d'effluvj odorosi vasti spazj di mare. Alla distanza di 20. o 30. miglia dall'Isola di Ceilan si sente da' naviganti la fragranza delle sue campagne. Ora i fiori, e l'erbe odorifere diffondono lontanissimo il loro odore, e questo invisibile, nè patiscono detrimento sensibile nella loro freschezza.

103. *Osservazioni*. L'altro argomento si deduce dalla *soluzione*, che si fa d'alcuni corpi nell'acqua, o in qualche spirito. Una porzione di gomma lacca, o di cocciniglia quanta può stare in una scorza di noce, se si scioglie collo spirito di vino, o nell'acqua, può tingere mille fogli di carta; ne'quali per conseguenza ci sono infiniti punti visibili. E' la cocciniglia un cimice, che si pasce dell'Opunzia spinosa in America, lo uccidono nell'acqua fresca, e poi lo seccano; e di questo si fa il colore scarlatto. Un grano di questa sciolto nello spirito di urina colora sei vasi d'acqua, ciascuno de'quali ne contiene 43. once, e mezza. Un grano di fosforo cavato dall'urina rende luminose nelle tenebre più di 147840. goccie di spirito di vino rettificato, cia-

ciascuna delle quali contiene molte parti visibili. Infiniti altri di questi esempj si vedono comunemente, e pieni ne sono i libri Chimici.

104. *Osservazioni*. Il terzo argomento lo abbiamo dal contemplare l' estrema sottigliezza delle parti della luce. Tutto ciò che vediamo, lo vediamo per mezzo de' raggi lucidi, che si riflettono da' corpi. Si chiuda una camera perfettamente, e fatto un picciolo buco alla finestra, diasi per esso il passaggio ad un sottilissimo raggio di luce. Dipingerà questo nel muro opposto i vaghi prospetti delle campagne, delle case, e de' monti, che corrispondono a quella finestra; e tutti questi oggetti saranno dipinti con somma distinzione. Per far ciò adunque è necessario, che passino per quello stretto foro infiniti torrenti di parti lucide, senza che una impedisca l'altra nel suo corso. Onde conviene, che queste particelle sieno di una estrema sottigliezza, la quale non solo sfugge ogni nostra vista, ma ancora ogni nostro intendimento. La stessa sottigliezza si deduce dall'osservare la unione di molti raggi lucidi fatta per mezzo di uno specchio lucido metallico in un punto, distante da esso la quarta parte del diametro della sfera, di cui lo specchio è porzione. Questo raccoglimento condensa in forma tale le parti della luce, che sono capaci non solo di accendere qualunque legno, ma di fondere, e calcinare i metalli. Ciò non ostante le particelle lucide, che sono in un numero quasi infinito raccolte nel picciolissimo spazio occupato dal fuoco dello specchio, non si possono distinguere con l' occhio nudo separatamente una dall'altra.

105. *Osservazione*. Il quarto argomento lo somministrano i Microscopj, i quali ingrandiscono prodigiosamente le minime parti de' corpi a pena visibili ad occhio nudo, che rendono a noi sensibili alcuni animaletti, i quali con la semplice vista non iscorgiamo. Quanto più prodigiosa sarà la sottigliezza de' fluidi, che scorrono ne' minimi organi di questi animaletti. Ma sopra ciò si può leggere quello, che diffusamente ne lasciò scritto Roberto Boyle Ibernese fiorito nel 1657. nelle due dissertazioni inserite ne' tre tomi delle sue opere, *De Atmosphæris corporum consistentium*; e nell'altra *De Mira subtilitate effluviorum*.

CA-

CAPO IV.

Portentosa sottigliezza della Materia Matematicamente.

106. Molti corpi odorosi si trovano, che alla distanza di cinque piedi tutto intorno mandano i loro effluvj. Il muschio senza diminuzione sensibile di peso fa sentire il suo odore a molto maggiore distanza per lungo tempo. Il piede è di 12. dita; onde il corpo odoroso farà intorno a se una sfera di parti, che avrà 120. dita di diametro. Supponiamo che in ogni quarta parte di un dito solido ci sia una particella d'odore, il che è molto minore del vero; perchè non potrebbero, essendo così rare, vellicare le minime fibre de'nervi destinati a odorare. Moltiplicando 120. per 4, sarà il diametro della sfera odorosa di parti 480. Il diametro sta alla circonferenza del cerchio secondo Giacomo Mezio come 100 : 314. Si faccia dunque la proporzione 100 : 314 :: 480 : x, e sarà $x = 1507.\frac{1}{5}$ il qual numero esprime la circonferenza del circolo massimo nella sfera odorosa. La superficie della sfera si ha moltiplicando la periferia del cerchio massimo per lo diametro; onde la superficie di questa sfera sarà 723456. La solidità della sfera si determina moltiplicando la superficie d'essa per la terza parte del semidiametro; perciò l'ultimo numero moltiplicato per 80, darà 57876480, che sono quarte parti di un dito cubico, ovvero particelle, nelle quali continuamente si scioglie un corpo odoroso.

107. Roberto Boyle nella dissertazione della natura e sottigliezza degli Effluvj, sciolse un grano di rame nello spirito di sale ammoniaco; quindi mischiò la soluzione con grani 28534 d'acqua distillata, la quale si tinse d'un colore celeste carico. L'acqua, che pesa un grano ha di volume $\frac{37}{10000}$ d'un dito cubico; onde per la regola del tre facendo $1 : \frac{37}{10000} :: 28534 : x$ troveremo, che grani 28534. hanno di volume dita cubici $105 \frac{5758}{10000}$. Essendo il colore celeste visibile in tutte le parti di questa quantità d'acqua, è necessario, che il grano di rame si sia diviso in tante parti visibili, da questo dipendendo il colore. Ora una particella, che sia lunga $\frac{1}{100}$ di dito è visibile; e molto più lo sarà il suo quadrato $\frac{1}{10000}$; e maggiormente il suo cubo $\frac{1}{1000000}$. Questa frazione esprime una millionesima parte di detto cubico. Onde in esso ci sarà un millione di tali parti; e perciò in 105. diti cubici ce ne sono 105000000; ed in $\frac{5758}{10000}$ di

dito

dito cubico ce ne saranno 575800., moltiplicando cioè questa frazione per 1000000. Perciò in dita cubici 105. $\frac{5758}{10000}$; ci saranno parti di rame assai visibili 105575800., e questo appunto è il numero di parti visibili, in cui si è diviso un grano di rame.

108. Antonio Leeuwenhoek Olandese nel suo libro intitolato *Arcana naturæ* stampato a Delft in Olanda nel 1695., che è un' unione di Lettere, nella 64. scritta il 1688. alla Società reale d' Inghilterra esaminò con perfettissimi Microscopj i latti del pesce merluzzo, che secondo un esatto computo trova uguali in volume a quasi pollici cubici 40. d' Olanda; ed in essi distinse una prodigiosa quantità d'animaletti più di trenta volte maggiori di tutti gli uomini, che sono sulla terra. Giovanni Keill nella quinta lezione fisica determina la loro vera grandezza uguale a $\frac{27}{1000000000000000}$ d'un pollice cubico. Imperocchè la sperienza ha insegnato, che un oggetto, le di cui parti non possiamo distinguere, e perciò ne apparisce come un punto, si vede da noi sotto un angolo fatto da raggi visuali, non maggiore d'un minuto primo di cerchio. La maggior parte di questi picciolissimi animaletti guardati con una lente, il di cui foco, o distanza dall' oggetto, sia d'una decima parte di dito, si vedono come un punto. Sia dunque in D una tale lente; AB la vera lunghezza dell' oggetto; AD sia $\frac{1}{10}$ di dito;
Tav. I. Fig. 7. l'angolo ADB fatto da raggi visuali AD, BD, sotto il quale si vede l'oggetto, è d'un minuto primo; AD distanza della lente dall' oggetto è $\frac{1}{10}$ di dito. Nel triangolo rettangolo BAD, essendo noto l' Angolo D, e il lato AD troveremo per la Trigonometria BA $=\frac{3}{10000}$ d'un dito. Dunque tanta sarà la vera lunghezza d'un animaletto di Leeuwenhoek; e perciò la sua solidità deve essere come il cubo di questo numero, il quale è il numero di sopra posto; cioè ventisette, mille billionesime parti di un dito cubico. Ora questo animaletto non è una parte di materia, ma un corpo organico, composto di picciolissime membrane, fibre, nervi, vene, arterie, cuore, ec. e dentro di questi vasi scorre il sangue, o un fluido le di cui parti devono essere molto più sottili de' vasi stessi, e perciò d'una stupenda sottigliezza.

109. Lo stesso Keill nel luogo citato con tedioso, ma chiaro calcolo trova, che la solidità d'un globo sanguigno di tali animaletti è minore di $\frac{8}{100000000000000000000000000000000000}$ parti d'un dito cubico. Si dimostrerà nella Fisica particolare, che il sangue è un composto

posto di globetti notanti in un trasparente liquore. Computa poi il numero delle arene contenute nel monte dell'Isola Teneriffa detto il Pico de Terrario, e lo trova di 1218750000000000000000000. Posta l'altezza perpendicolare d'esso di tre miglia Italiane, che sia di figura conica; e posto che un grano d'arena sia la centesima parte d'un dito, dieci de'quali suppone, che formino un piede. Onde ne viene, che la solidità d'un grano d'arena sia la milionesima parte d'un dito cubico. Perciò se la solidità dell'accennato globo sanguigno, cioè il numero $\frac{8}{1000000000000000000000000000000000}$ divida la solidità d'un grano d'arena, o il numero $\frac{1}{1000000}$, il quoziente 125000000000000000000000000. esprimerà il numero delle volte, che un globetto di sangue degli animaletti di Leeuwenhoek entra in un grano d'arena, anzi sarà ancora maggiore di questo; e perciò un grano d'arena contiene dieci mila ducento cinquanta sei volte più di tali globi, che il monte della Teneriffa grani d'arena. Onde un granello d'arena si potrebbe realmente dividere in così stupendo numero di parti; essendo che tali le troviamo separate una dall'altra nel sangue degli animaletti contenuti ne'latti del merluzzo.

110. Quantunque la natura di molto superi l'arte nel dividere attualmente le parti della materia; ciò non ostante, anche questa le assottiglia d'una maniera prodigiosa. Ciò apparisce specialmente nell'oro, che è il più duttile di tutt'i corpi naturali. I filatori dell'oro ponendo un'oncia di questo tra due pelli di bufalo, a forza di batterci sopra lo riducono in una grandissima sfoglia, dalla quale ne cavano 2730. sfoglie quadrate, ciascun lato delle quali è uguale a 34. linee, è la linea $\frac{1}{144}$ del piede Parigino. I ritagli, che restano pesano quasi mezz'oncia; perciò una mezz'oncia, e poco più d'oro si divide in 2730. fogli quadrati: essendo ogni lato d'essi uguale a linee 34., moltiplicando 34. per 34. il prodotto 1156. esprimerà le linee quadrate contenute in ognuna di queste sfoglie. Ogni linea quadrata è uguale al picciolo quadrato B. Si uniscano di nuovo le 2730. sfoglie, cosicchè formino una sola superficie; moltiplicando 2730. per 1156. il prodotto 3155880. esprimerà le linee quadrate visibili contenute in mezz'oncia, e poco più d'oro ridotto in foglio. Supponiamo, che la terza parte d'esso sia andato in ritagli; a questo numero s'aggiunga il terzo, che è 1051960.; avremo 4207840. linee quadrate uguali a B, contenute in un'oncia d'oro. Ciascun

Tav. I. Fig. 2.

lato d'esso si può con una sottile punta dividere almeno in sei parti; e perciò tutta la superficie B in 36. Multiplichiamo quest'ultimo numero per 36.; il prodotto 151482240. esprimerà il numero delle parti visibili, nelle quali è stata divisa coll' arte un' oncia d'oro.

111. Di piu il peso dell'oro è a quello dell'acqua come 19 : 1. Un piede cubico Parigino d'acqua pesa libre 71. di Parigi. Onde un piede cubico d'oro avendo dicianove volte più peso, sarà di libre 1349. Posta la libra Francese di 16. oncie; il piede cubico d'oro conterrà oncie $16 \times 1349. = 21584.$ Inoltre essendo la linea a un piede, come 1 : 144.; elevando tutti due questi numeri a cubo, sarà la linea cubica al piede cubico, come 1 : 2985984. Perciò un piede cubico conterrà linee cubiche 2985984. Ma il piede cubico d'oro contiene oncie cubiche 21584.; dunque per questo numero dividendo l'antecedente, il quoziente $138. + \frac{7392}{21584}$ esprimerà quante linee cubiche contenga un' oncia d'oro di peso. Se dunque facessimo un cubo d'oro, che pesasse un'oncia, conterrebbe questo linee cubiche 138. ec. Se da questo numero colla frazione, si estragga la radice cubica, che sarà prossimamente $5. + \frac{1}{6}$, sarà questo un lato del cubo d'oro, che pesa un'oncia. Ora questo peso d'oro si è diviso §.110., in linee quadrate 4207840.; dunque se quadreremo il numero $5. + \frac{1}{6}$, sarà $26. + \frac{25}{36}$ la base del cubo d'oro. Onde dividendo 4207840 per $26. + \frac{25}{36}$, il quoziente 159092., esprimerà quante volte un' oncia d'oro divisa in linee quadrate 4207840., contenga la base del cubo; o che è lo stesso in quante lamette quadrate si divida un cubo d'oro alto linee $5. + \frac{1}{6}$. Lo che sembra maraviglioso.

112. L'altra osservazione che si fa sulle parti dell'oro la riduce a calcolo Giacomo Rohault nella Fisica *part.* 1. *cap.* 9. §. 11. nella seguente maniera. Prese un Cilindro d'argento massiccio, il di cui peso era libre 8. La sua lunghezza era due piedi, e otto pollici Parigini, ovvero linee 384. Essendo il piede di 12. pollici, e questo di 12. linee. La circonferenza della base di questo cilindro era linee 33. La superficie di esso, che si ha moltiplicando la periferia della base per l'altezza; *Cor.* 1. *Prop.* 10. *Teor.* scelti d'Archimede dal Tacquet, commentati dal Wisthon, era di linee quadrate $33. \times 384. = 12672.$ Tutta questa superficie la fece indorare con mezz' oncia d'oro. Quindi passato il cilindro per la trafila, lo fece a poco a poco assottigliare in uno di que' fili, co' quali sogliono coprire la seta per fare i ricami o altri lavori d'oro. Il peso di 150. piedi di questo filo d'argento indo-

rato,

rato, fu di grani 36. meno $\frac{1}{64}$. La libra è di 16. oncie Francesi, questa d'8. dramme, la dramma di 3. scrupoli, questo di 2. oboli, l'obolo di 12. grani. Onde la libra di Francia conterrà grani 9216. Perciò tutto il cilindto si estese in un filo, la di cui lunghezza fu piedi 307200. Imperocchè essendo stato il peso di tutto il cilindro libre 8., cioè grani 73728.; dicendo, se grana 36. mi danno piedi 150.; grani 73728., che daranno, troveremo essere piedi 307200. Quindi il cilindro si slungò 115200. volte di più di quello, ch'era prima. Perchè essendo la sua prima lunghezza pollici 32., se questo numero multiplica 115200., il prodotto in pollici sarà 3686400.; questo diviso per dodici, cioè per un piede, produce la lunghezza del filo già ritrovata di piedi 307200. Tutto questo filo d'argento guardato col microscopio si trova coperto d'oro secondo le osservazioni fatte nelle Memorie dell'Accademia Reale di Parigi all'anno 1713. Dunque una mezz'oncia d'oro è stata dall'arte divisa in tante parti visibili, quante sono le linee contenute in 307200. piedi. Ma ciascuna linea di Parigi essendo uguale alla retta B, è facile divider questa con una sottile punta in 8. parti visibili; e siccome piedi 307200. fanno linee Parigine 44236800., multiplicando questo numero per 8., sarà una mezz'oncia d'oro divisa in parti visibili 353894400. Questo filo sogliono acciaccarlo passandolo per la trafila, per potere più comodamente vestirne li fili di seta. Da questo compianamento ne nasce, che possiamo commodamente distinguere nel filo coll'occhio nudo quattro volte più parti visibili due sopra, e due sotto, onde moltiplicando l'ultimo numero per quattro, la mezz'oncia d'oro sarà divisa di più in parti visibili 1415577600.; lo che è molto sorprendente. Si esponga questo filo ad un microscopio, che ingrandisca cento volte il diametro degli oggetti avremo parti visibili 141557760000., nelle quali sarà divisa una mezz'oncia d'oro con l'arte. Tav. 1. Fig. 2.

CAPO V.

Misure dell'Estensione.

113. Niente è più necessario per l'uso civile, e per le scienze, che il misurare le diverse estensioni de' corpi, e d'alcune distanze. Ciò si fa con prendere qualche parte dell'Estensione, che si concepisce non divisa in altre, ed a questa come unità riferire

tutte l'altre estensioni. Quindi la *misura d'una lunghezza*, sarà una linea presa ad arbitrio come unità; alla quale si riferiranno tutte l' altre lunghezze, osservando quante volte in queste sia contenuta. Ma siccome è difficile incontrare una lunghezza, che la contenga esattamente; così questa prima misura di nuovo si divide in altre minori, e ciò fino che ci riduciamo a parti insensibili, delle quali poi non si fa più conto. Per misurare a cagion d'esempio la distanza tra una Città, e l'altra si sono servite comunemente le nazioni del miglio; ma riducendo questo all'attuale misura, non sempre hanno trovato, che la distanza tra una Città, e l'altra fosse d'un numero determinato di miglia; sarà stata tante miglia, e qualche parte d'esso; perciò hanno concepito il miglio diviso in mille parti, chiamate passi. Ciascuno di questi lo suddivisero in cinque parti, detti piedi ec.

114. La *misura di qualunque superficie* sarà una superficie regolare, che si prende ad arbitrio come unità. Così per misurare la superficie ABCD si prende il picciolo quadrato B, osservando quante volte in essa è contenuto. La *misura d'un solido*, o di qualche capacità sarà un altro picciolo solido regolare, che si prende come unità. Onde per misurare la capacità del vaso ABCDFHGE si prende il picciolo vaso regolare m a b c d e.

Tav. 1. Fig. 2.

Tav. 1. Fig. 3.

115. Da quello, che fin'ora abbiam detto, che è fondato su l'esperienza, evidentemente ricavasi, che non possiamo sapere la vera grandezza delle cose, ma solamente la relazione che passa tra loro. Per meglio ciò concepire fingiamo, che abbia misurata la lunghezza di una camera, e sia questa di venti palmi de'miei. Impicciolisca Iddio questa camera, e la faccia uguale ad una scatola, ma nel tempo stesso faccia piccioli a proporzione tutti li corpi in essa contenuti; di modochè conservino rispetto alla camera la stessa relazione di prima. E' certo, che se in questo caso tornerò a misurare la camera col mio palmo impicciolito a proporzione, la troverò di venti palmi della presente mia mano, e perciò quantunque la grandezza reale e assoluta della camera siasi di molto diminuita, ciò non ostante non lo potrò conoscere, e giudicherò, che abbia conservata la stessa grandezza di prima. Lo stesso accaderebbe, se questa camera fosse per divina potenza ingrandita. Dunque l'assoluta grandezza delle cose non può essere dererminata da alcuno, e quelle, che noi misuriamo, sono le grandezze relative.

116. Tutte

116. Tutte le misure di qualunque nazione sono state ricavate da quelle della statura degli uomini. Ciò lo dimostra in primo luogo i nomi di passo, braccio, piede, pollice, dito, che sono parti del corpo umano. In secondo luogo la simetria, o proporzione, che passa tra le parti di questo. Per esempio li quattro dita della mano uniti insieme fanno tre dita grossi, o pollici della stessa mano, si chiama questa misura da molti il palmo. Dodici di questi, o nove pollici fanno un dodrante, volgarmente detto palmo, cioè la distanza, che passa tra l'estremità del pollice, e del dito picciolo, quando la mano è stesa. Sedici dita formano il piede di ciascheduno, ventiquattro il gomito, e sei piedi, o quattro gomiti la propria statura, la quale anche è uguale alla lunghezza delle braccia stese in croce.

117. Con questa dottrina si spiega per qual cagione quegli oggetti, che abbiamo veduti da piccioli, se li torniamo a vedere quando siamo cresciuti, pare a noi, che siano diventati minori; perchè per riguardo alla nostra statura veramente sono tali. Si spiega in oltre il diverso giudizio, che fanno gli uomini delle grandezze, guardando lo stesso oggetto. Ciascuno misura la grandezza visibile de' corpi co' proprj palmi, quando non viene ad alcuna misura attuale. Nella stessa maniera si spiega la diversità, che presentemente troviamo nelle misure di tutte le nazioni. Ciascheduna probabilmente ha scelto per misura propria quell'uomo di sua nazione, che aveva una statura più proporzionata, e conveniente degli altri.

118. Questa diversità nelle misure cagionerebbe troppo grande confusione, se gli uomini accorti non l'avessero prevenuta col trovare il modo di paragonarle tutte tra loro, o pure di ridurle ad una misura comune. Due metodi sopra ciò abbiamo.

119. Il primo è di quelli, che pongono sopra qualche superficie di carta, o pietra, o metallo le lunghezze di tutte le diverse misure per poterle così agevolmente paragonare tra loro. Questo metodo però può servire semplicemente per fare la relazione tra esse, ma non già per sapere la vera quantità di ciascheduna. Ogni corpo come c'insegna la sperienza, si dilata nel caldo, e si contrae nel freddo; la carta poi si scorta nel caldo, e si dilata nell'umido. Ora la temperie dell'aria è diversa in tutti li paesi, e nelle varie stagioni dell'anno; perciò le misure non restano mai dell'istessa grandezza, quantunque in queste mutazioni conservino sempre la stessa pro-

por-

porzione tra loro. Ciò non oſtante, dove non ſi ricerca una ſcrupoloſa accuratezza, e in alcuni altri caſi poſſiamo ſervirci con frutto di queſto metodo, ſpecialmente ſe le facciamo incidere ne' marmi più toſto, che ne' metalli.

120. Adamo Kochanski Geſuita Polacco negli atti di Lipſia del 1687. oſſerva tra le carte quale è meno ſoggetta a mutazione. Per *lungbezza* di carta s' intende quella, dove ſi vedono in lungo ſteſi i veſtigj de' fili di rame, de' quali è compoſto il cribro per formare li fogli, e queſti ſono viciniſſimi uno all' altro. Per larghezza s' intende quella, dove ſi vedono ſteſi in lungo i veſtigj più ſenſibili, degli altri fili di rame, che tengono conneſſi i primi, e ſono tra loro diſtanti un pollice avantaggiato. Dalla tavola ſeguente apparirà quanto ſi slunghi, e slarghi ciaſcuna carta quando è bagnata, onde ſi vedrà, che quella di Danzica è la più perfetta di tutte, perchè meno ſoggetta a mutarſi, e che meglio è ſegnare le miſure nella larghezza, di quello che nella lunghezza. I numeri ſignificano centeſime parti del Pollice Renolandico.

Le ſeguenti carte bagnate crebbero.	in lungo.	in largo.
La bianca, e ſoda di Foligno.	10.	7.
La Spagnuola, di cui ſi ſervì Villalpando nella miſura del cogno Romano	10.	5.
La Fiorentina per le lettere	13.	8.
La Genoveſe con l'impreſa del Tridente	10.	9.
Una d'Italia, ſottile con l'aſta	17.	10.
La Franceſe con la cornetta da Corriere	10.	9.
L'Olandeſe, che imita la precedente.	11.	8.
La Boema bianca, e ſottile della valle Gioacchimica	20.	13.
Quella di Uratislavia, o Breslavia Capitale della Sleſia	13.	10.
La Reale, e groſſa di Boemia	14.	9.
Quella di Danzica groſſa, con l'inſegna del Peſce Carpione.	9.	7.
L'antica reale Italiana	10.	9.

Queſta tavola può ſervire così all' ingroſſo per formare idea della mutazione, che accade nella carta diverſa, non già per darne una regola ſicura della bontà di eſſa, la quale varia ſecondo la diligenza degli artefici.

121. Più

121. Più accurati della carta sono i metalli, e i marmi, perchè meno soggetti a mutazione. Tra metalli migliore di tutti è il ferro, purchè si custodisca dalla ruggine, il che si fa con prima cuocerlo nell'olio. L'ottone si dilata più di tutti al fuoco, secondo l'esperienze di Musschenbroek nell'aggiunta alla nona esperienza dell'Accademia Fiorentina. Ma più sicura di tutti i corpi è la creta bianca d'Inghilterra, che si dilata tredici volte meno del ferro esposta al fuoco. Ora il ferro secondo il Musschenbroek esposto alla fiamma dello spirito di vino con picciolo stuppino, si stende solamente $\frac{80}{11500}$ parti di pollice, e perciò non è molto sensibile la sua dilatazione alla fiamma, e molto meno lo sarà al calore dell'aria; di modochè non si commetterà errore considerabile se imprimeremo le misure in grosse lastre di ferro, o pure per più sicurezza su la creta d'Inghilterra.

122. Tralascio il vano modo di trasmettere a i posteri le misure pensato dal Kochanski nel luogo citato. Si prenda, dic'egli, una penna dell'ala di un passaro, la quale essendo composta d'altre minori, tra loro lontano un determinato, e sempre istesso intervallo, potrà prendersi questo come parte determinata d'un pollice arbitrario, che può servire di misura comune per ridurre a questo tutti gli altri. Il solo aver esposto questa maniera, basta per essere confutata.

123. Il secondo metodo è quello, che dottamente pensarono gli Accademici di Parigi; per mezzo del quale si può facilmente in ogni paese determinare senza alcuna misura la vera lunghezza del piede Parigino, posta la quale per mezzo d'una tavola da porsi in appresso, si determina la lunghezza di tutte l'altre misure. Per concepirla è necessario notare le seguenti cose. Il *pendulo* è un sottile filo di seta cruda, attaccato ad un levigato chiodo, da cui pende un picciolo globo. Se si alza questo a qualche altezza, col proprio peso discenderà dove prima stava, e per la velocità concepita nel discendere al punto più basso, salirà dall'altra parte ad uguale altezza, se si detraggono tutte le cause della resistenza. Questa discesa, e salita si chiama l'intiera *oscillazione*, o *vibrazione* d'un pendolo. Cristiano Huygens Signore di Zuylichem nato all'Aja in Olanda nel 1629., nella sua Opera intitolata, *Horologium Oscillatorium*, stampata a Parigi l'anno 1673., ed inserita anche nell'*Opera varia*, stampata in quarto a Leiden 1682. osserva nella parte quarta proposizione 25., che in Parigi acciocchè un pendolo faccia una vibrazione intera in un mi-

minuto secondo d'ora, conviene, che sia lungo piedi Parigini 3., linee $8\frac{1}{2}$. La lunghezza di questo pendolo la chiama *piede Orario*. Più accuratamente viene questa lunghezza determinata da Dortone Mairan nelle memorie dell'Accademia Reale dell'anno 1735., e la stabilisce di piedi 3. linee 8. $\frac{167}{1000}$.

124. Il piede Regio Parigino si divide in dodeci parti uguali, che chiamano *pollici*. Il pollice in dodeci parti uguali dette *linee*. La linea in dieci uguali, chiamate *particelle*. BC è la misura d'un
Tav. 1. Fig. 2. pollice, B d'una linea. Quindi in un piede ci saranno 144. linee, e 1440. particelle. Onde il piede orario di Huygens conterrà linee 440. e mezza, ovvero 881. mezze linee.

125. Supponiamo ora, che si debba quà in Napoli determinare la vera lunghezza del piede Regio. Preso un filo di arbitraria lunghezza col suo picciolo globo attaccato si faccia oscillare alzandolo a mediocre altezza. Quindi s'osservi per mezzo di un esatto orologio a pendolo quanto sta a fare ciascuna vibrazione. Se la compie in più d'un minuto secondo si scorti il filo, che così accelererà il suo moto; se compie la vibrazione in meno d'un secondo, si slunghi il filo, e in questa maniera andrà più tardi, secondo le regole de' pendoli. Ciò si tenti fino che si riduca a vibrare in un secondo. Allora saremo certi, che la lunghezza del filo è 881. mezze linee di Parigi. Data la lunghezza di mezza linea potremo § 124. determinare la lunghezza del piede di Parigi.

126. Due difficoltà però s'incontrano nell'accennato metodo degli Accademici. La prima come osserva il Signor De la Hire nelle memorie di Parigi dell'anno 1703. dipende dallo slungamento prodotto nella verga metallica del pendolo dell'orologio dal maggior calore in un paese, che in un altro, dal quale nasce il ritardamento nel moto; onde non possiamo determinare la vera durata del minuto secondo di tempo, che si ha, conformando l'orologio alla rivoluzione di una delle stelle fisse intorno la terra. Se il luogo sarà freddo s'accorcerà il pendulo, e perciò l'orologio camminerà più veloce. Pretende De la Hire, che un'asta di ferro lunga sei piedi esposta al Sole di Estate, diventi più lunga $\frac{2}{3}$ parti di linea.

127. A tale difficoltà si può ovviare primo data la grossezza d'un'asta di ferro determinando con l'esperienza quanto si slunghi ad un determinato grado di caldo, misurato col termometro, e quindi formandone una tavola. Secondo tenendo l'orologio in una camera

l'aria

d'aria temperata al grado stesso, che suol essere a Parigi. Terzo conformando l'orologio al moto delle stelle. Quarto sebbene non si usassero queste cautele, l'errore, che si commette, sarebbe affatto insensibile essendo l'asta di ferro §. 121.

128. La seconda difficoltà più considerabile di questa, riguarda non la misura del tempo, o il pendolo dell'orologio, ma le vibrazioni, che fa il pendolo sciolto. Osservò primo di tutti Richer nell' Isola di Cajenna, che la gravità intrinseca dello stesso corpo ne' luoghi vicini all' Equatore, è più picciola, e perciò lo accelera meno quando scende verso la terra, di quello che ne' luoghi più lontani. Onde lo stesso globo del pendolo, che in Parigi oscillava a secondi, trasportato in un luogo più vicino all' Equatore, diminuendosi la sua gravità, farà le oscillazioni sue più tardi, quantunque resti della stessa lunghezza, che a Parigi. Perciò per fare, che oscilli in un secondo converrà scortarlo di qualche linea; onde non sapendo la lunghezza di questa, non potremo col metodo Parigino ricavarla sicuramente.

129. Questa diminuzione di gravità, la quale porta, secondo osserveremo parlando di essa, almeno due linee di differenza nella lunghezza del pendolo, è stata già computata da molti, come si può osservare nelle Transazioni Anglicane del 1734. tradotte a Parigi dal Bremonte l'anno 1740., o nella tavola, che dà il Maupertuis nella sua figura della Terra stampata a Parigi il 1739. *lib. 3. c. 6.* §. *6.* In questa determina secondo la latitudine diversa di più luoghi andando verso il polo, quanto si accresca la gravità, si acceleri il pendolo, e per conseguenza quante linee, o parti di linea debba slungarsi, perchè oscilli a secondi. Posta questa tavola non è difficile per mezzo di essa aggiungere in qualunque luogo dato alle 881. mezze linee quel di più, che si ricerca nella lunghezza del pendolo secondo la tavola, e dividere con questa proporzione la lunghezza del filo per trovare la vera misura della mezza linea Parigina.

130. Determinata con questo metodo la lunghezza del piede di Parigi, si può per mezzo della tavola seguente stabilire la lunghezza di tutti gli altri. Questa tavola cavata per lo più dalle osservazioni di Gasparo Eisenschmidio nel trattato *De ponderibus, & Mensuris* ristampato in Argentina nel 1737., è fatta supponendo il piede di Parigi diviso in particelle 1440. secondo il §. 124., acciocchè sia diviso nelle sue minime parti, e perciò qualunque errore diventi insensi-

sensibile. Il piede di Parigi adunque essendo diviso in 1440. particelle, di queste il piede Renolandico per esempio ne conterrà 1391. $\frac{2}{10}$, onde sarà di esso minore; il piede di Costantinopoli avendone 3140. sarà due volte e più maggiore di esso.

Tavola delle misure diverse riferite al Piede Parigino.

MISURE.	Particelle	MISURE.	Particelle
Piede Regio Parigino ---	1440.	Piede Egizzio, o Alessandrino - - - - - - - - - -	1589 $\frac{2}{5}$.
Piede di Costantinopoli --	3140.	Palmo Romano Architettonico - - - - - - - -	990.
Piede Renolandico, o del Reno, o di Leiden ---	1391 $\frac{2}{10}$.	Palmo Romano de' Mercanti, otto de' quali fanno una canna - - - - -	1102 $\frac{1}{2}$.
Piede Romano antico ---	1324 $\frac{1}{2}$.	Palmo Napoletano - - - -	1200.
Piede Romano moderno --	1320.	Palmo Genovese - - - - -	1113.
Piede di Londra - - - - -	1350.	Palmo Palermitano - - - -	1073.
Piede di Argentina di Città -	1282 $\frac{8}{23}$.	Palmo di Spagna - - - - -	919.
Piede di Argentina di Campagna - - - - - - - - - -	1309.	Gomito Ebreo - - - - -	2384.
Piede di Norimberga di Città - - - - - - - - - -	1346 $\frac{3}{4}$.	Gomito Fiorentino - - - -	2597.
Piede di Norimberga di Campagna, o de' Lavoranti -	1226.	Braccio Bolognese - - - - -	2640.
Piede di Danzica - - -	1271 $\frac{1}{2}$.	Braccio Fiorentino degli Agrimensori - - - - - - -	2430.
Piede di Danzica, o di Asnia - - - - - - - - -	1403 $\frac{2}{5}$.	Braccio di Parma, e Piacenza - - - - - - - - - - -	2423.
Piede di Svezia - - - - -	1316 $\frac{1}{2}$.	Braccio di Reggio di Modena - - - - - - - - - - -	2348 $\frac{1}{2}$.
Piede Romano del Campidoglio - - - - - - - -	1306 $\frac{2}{3}$.	Braccio Milanese - - - - -	2166.
Piede Geografico - - - - -	1650.	Braccio di Brescia - - - - -	2075.
Piede Bolognese - - - - -	1682 $\frac{1}{5}$.	Braccio di Mantova - - -	2062.
Piede Veneziano - - - - -	1540.	Braccio Spagnuolo detto *Vara* di *Castiglia* - - - - -	3676.
Piede d' Ala - - - - - - -	1320.	Braccio di Argentina - - -	2386.
Piede d' Amsterdam - - -	1258.	Braccio Parigino di merci a minuto - - - - - - - -	5268.
Piede Greco Erculeo, o Olimpico - - - - - - - - -	1379 $\frac{3}{4}$.	Braccio Parigino di Lana --	5256.

Oltre la tavola precedente, può essere ancora in più congiunture di grande uso la seguente del Signor Daviler cavata da' migliori Autori Snellio, Riccioli, Scamozzi, Petit, Picard, e altri Geometri, e Architetti. Viene questa esposta nel tomo 4. del Dizionario universale Francese, e Latino, detto comunemente di Trevoux stampato a Parigi nel 1732. Sono tutte le misure paragonate al piede regio di Parigi detto di *Chatelet*.

PIE-

PIEDI ANTICHI.	Pollici.	Linee.	Parti.
Il Piede d'Alessandria	12	2	2
D'Antiochia	14	11	2
D'Arabia	12	4	
Di Babilonia	12	1	5
Lo stesso secondo Capello	14	8	5
Lo stesso secondo Perrault	12	10	5
Di Grecia	11	5	5
Lo stesso secondo Perrault	11	3	
Ebreo	13	3	
Romano secondo Riccioli, e Villalpando	11	1	8
Lo stesso secondo Luca Peto, come riferisce Perrault	10	10	6
Come riferisce Picard	10	10	6
Lo stesso secondo Petit	11		
PIEDI MODERNI.			
Il Piede d'Amsterdam	10	5	3
D'Anversa	10	6	
D'Avignone, e d'Aix nella Provinzia	9	2	
D'Ausburg in Germania	10	11	3
Di Baviera	10	8	
Di Besanzone nella Franca Contea	11	5	2
Di Bologna, che è Braccio secondo Scamozzi	14		
Lo stesso secondo Picard	14	1	
Di Brescia, che è Braccio secondo Scamozzi	17	7	5
Lo stesso secondo Petit	17	5	4
Del Cairo, detto Derub	20	6	
Di Colonia	12	2	
Di Franca Contea, e Dola antica Capitale d'essa	13	2	3
Della Cina	11	8	6
Il Piede di Costantinopoli	24	5	
Di Copenaghen	10	9	9
Di Cracovia	13	2	
Di Danzica secondo Petit	10	4	6
Lo stesso secondo Picard	10	7	
Di Digione in Borgogna	11	7	2
Di Fiorenza, che è Braccio secondo il Maggi	20	8	6
Lo stesso secondo Lorini	21	4	5
Lo stesso secondo Scamozzi	22	8	
Lo stesso secondo Picard	22	4	
Di Genova, ch'è palmo secondo Petit	9	2	
Di Ginevra	18		4
Di Granoble nel Delfinato	12	7	2
Di Heidelberga in Germania secondo Petit	10	2	
Lo stesso secōdo una misura originale	10	3	5

	Pollici.	Linee.	Parti.
Di Lipsia - - - - - - - - - -	11	7	7
Di Leyden - - - - - - - - - -	11	7	
Di Liegi - - - - - - - - - -	10	7	6
Di Lione secondo Petit - - - - -	12	7	2
Lo stesso secondo una misura originale - - - - - - - - - -	12	7	5
La tesa di Lione fa 7. piedi e mezzo.			
Di Lisbona - - - - - - - - - -	11	6	7
Di Londra secondo Picard - - -	11	3	
Ovvero - - - - - - - -	11	2	6
Lo stesso secondo una misura originale - - - - - - - - - -	11	4	5
Il pollice Inglese si divide in 10. parti, o linee, e secondo altri è --	12	4	5
Di Lorena - - - - - - - - - -	10	9	2
Di Manheim nel Palatinato del Reno-	10	8	7
Di Mantova secondo Scamozzi - -	17	4	
Di Macon in Borgogna - - - - -	12	4	3
La tesa qui è di piedi 7$\frac{1}{2}$			
Di Marocco, e Fez, ch'è palmo --	8		
Di Magonza - - - - - - - - -	11	1	5
Di Mildeburg in Zelanda - - -	11	1	
Di Milano è un braccio - - - -	22		
Il Piede di Napoli è un palmo, secondo Riccioli di -	8	7	
Di Padova secondo Scamozzi - -	13	1	
Di Palermo è palmo - - - - - -	8	5	
Di Parma è un braccio - -- --	20	4	
Di Praga in Boemia - - - - --	11	1	8
Del Reno secondo Snellio, e Riccioli -	11	5	3
Lo stesso secondo Petit - - --	11	6	7
Lo stesso secondo Picard - - -	11	7	
Lo stesso secondo una misura originale - - - - - - - - - -	11	7	5
Di Savoja - - - - - - - - - -	10		
Di Roano simile a quello del Re.			
Di Sedano - - - - - - - - - -	10	3	
Di Siena, è un Braccio - - - --	21	8	4
Di Stokolm in Svezia - - - - -	12	1	
Di Strasburg - - - - - - - - -	10	3	5
Di Toledo, o Castiglia secõdo Riccioli-	11	2	2
Lo stesso secondo Petit - - -	10	3	7
Di Treviso secondo Scamozzi - -	14	6	
Di Venezia secondo Scamozzi, e Lorini - - - - - - - - - -	12	10	
Lo stesso secondo Petit - - -	12	8	
Lo stesso secondo Picard - - -	11	11	
Di Verona è lo stesso, che di Venezia.			
Di Vicenza secondo Scamozzi - -	13	2	
Di Vienna in Austria - - - -	11	8	
Di Vienna nel Delfinato - - -	11	11	
D'Urbino, e Pesaro secondo Scamozzi -	13	1	

131. La

131. La quarta parte del Piede Parigino, e degli altri più usitati, che contiene tre pollici l'uno, l'abbiamo espressa nella tavola seconda Tav. 2.
per maggior comodità di quelli, che non ricercando una somma Fig. 6. 7.
accuratezza, hanno prontamente bisogno delle sopradette misure. 8. 9. 10. &c.
Per maggior lume delle precedenti tavole conviene trattenersi qualche poco nella diversità delle medesime.

132. Oltre il piede Reale dell' Accademia si trova in Parigi ancora il Braccio, che se è delle merci minute, contiene piedi Parigini 3., linee 10. $\frac{4}{5}$, se è de'panni piedi 3., pollici 7., linee 9. $\frac{1}{5}$. La tesa, che è composta di 6. piedi. La pertica detta in latino *Decempeda* di piedi 10. La pertica per misurare i territorj di piedi 22. La lega di piedi 7500., ovvero passi 1500.

133. Il piede del Reno, del quale si servono ne' paesi bassi, e nella Germania, lo dividono in 1000. parti. La pertica appresso d'essi contiene piedi 12. Il piede di Parigi contiene 1035. millesime parti di quelle del Reno. Questo si divide in 12. pollici, e il pollice in 10. linee.

134. L'antico piede Romano con due mezzi l'hanno stabilito. Primo per mezzo de' pesi e misure solide degli antichi, secondo cogli antichi edificj, e lunghezze delle strade. Il Signor Auzout ha trovato, che la porta della Rotonda detta *Pantheon* fabbricata da Agrippa Genero d'Augusto è larga piedi parigini 18., pollici 4. $\frac{1}{2}$. Se supponiamo per prendere un numero piano, che gli antichi l'avessero fatta di 4. passi, o piedi 20. Romani, competerà a ciascun piede antico particelle del Parigino 1324. $\frac{1}{2}$. Cassini nelle memorie dell' Accademia Reale del 1702. trovò la distanza tra Nimes, e Narbona due celebri colonie degli antichi Romani, di piedi Parig. 405000. Strabone dà a questa distanza miglia antiche Romane 88., ovvero piedi antichi 440000., essendo ogni miglio di 5000. piedi, o 1000. passi. Dal che si ricava, che ad ogni piede Romano antico competono 1325. particelle, e mezzo. Tra Bologna, e Modena il P. Riccioli, e Grimaldi Gesuiti trovarono piedi Parigini 114882., insieme con Domenico Cassini. A questa distanza attribuiscono la descrizione del viaggio d' Antonino, e le tavole di Peutinger miglia Romane 25., o piedi antichi 125000. Da questo si ricava il piede Romano antico di particelle 1323. $\frac{1}{5}$. Perciò tra queste prese l' Eisensceimid la misura mezzana, come apparisce nella tavola.

135. Niente pregiudicano alla misura stabilita le due pietre sepul-

pulerali, una di Tito Statilio Misuratore, che sta nell'Orto Vaticano detto Belvedere; l'altra di Cossuzio, che è negli Orti de'Signori Mattei, nella prima delle quali il piede Romano antico è di 1311., nell' altra di 1315. particelle: imperocchè amendue le pietre come osservò Auzout sono un poco corrose. Niente altresì pregiudica l'esemplare del piede Romano di Vespasiano, che fu inciso in Campidoglio 141. anno in circa con l'autorità di Luca Peto ricavato dal cogno di Bronzo, che è in Roma nel Palazzo Farnese, e da altri modelli ritrovati tra le antiche ruine. Questo è di 1306. $\frac{2}{3}$. Imperocchè Villalpando dallo stesso cogno ricava, che sia di 1328., e Riccioli di 1335. Tutti tre però si sono ingannati non avendo osservato, che essendo il cogno corroso di dentro, contiene più quantità d'acqua di quella di prima. Di più Villalpando si è servito per pesare l'acqua in esso contenuta d'una bilancia fallace, secondo che riferisce Savoto nel discorso delle antiche monete *parte* 3. *cap.* 32. e 38. Peto si servì della Statera, che è un istrumento fallace.

136. L'antico piede Romano si divideva in 4. dodranti, o palmi, il palmo in 4. dita ec. secondo i seguenti versi di Hunčter *lib.* 1. della Cosmografia.

Quatuor ex granis digitus componitur unus.
Est quater in palmo digitus, quater in pede palmus.
Quinque pedes passum faciunt; passus quoque centum,
Quinque, & viceni, stadium dant; at miliare
Octo dabunt stadia, & duplatum dat tibi leucam.

Per nome di grano intendevano un grano d'orzo preso secondo la sua larghezza; ovvero 12. linee sottili tirate con la penna, e poste vicine. Oltre queste misure avevano ancora il gomito composto di sei palmi, o 24. dita. Il dito era la quarta parte della larghezza de' quattro dita della mano uniti insieme. Il braccio detto da loro *Ulna*, e da Greci *orgyia* era la distanza de' bracci stesi a forma di Croce. Queste misure Romane per l'accurata proporzione, che tra loro conservano, sono state ancora chiamate *Geometriche*.

137. Oltre di questa divisione, ne avevano un'altra, colla quale distribuivano il piede in 12. parti uguali chiamate Oncie. Avevano poi varie parti del medesimo, che esprimevano co' nomi seguenti. *Deunx* erano $\frac{11}{12}$ di piede, *Dextans* $\frac{5}{6}$, *Dodrans* $\frac{3}{4}$, o nove oncie, *Bes* $\frac{2}{3}$, cioè 8. oncie, *Septunx* $\frac{7}{12}$. *Semis* $\frac{1}{2}$, cioè 6. oncie, *Quincunx* $\frac{5}{12}$, *Triens* $\frac{1}{3}$ o quattro oncie, *Quadrans* $\frac{1}{4}$ o tre oncie. *Sextans* $\frac{1}{6}$, *Sexcuncia* $\frac{1}{8}$,

ovve-

ovvero un'oncia, e mezza. L'oncia avea anch'essa le sue parti, che sono le seguenti *Semuncio* mezz'oncia, *Duella* $\frac{1}{3}$, *Sicilicus* $\frac{1}{4}$, *Sextula* $\frac{1}{6}$, *Scripulus* $\frac{1}{24}$. Nomi tutti de' quali si servivano anche per dividere l'asse; onde apparisce ulteriormente la proporzione, che regnava anche tra le misure, e i pesi.

138. Il piede di Londra si divide come il Parigino in 12. pollici, e il pollice in 12. linee; sta al Parigino com 16. a 15. La misura di 6. piedi la chiamano *Fatomo*. Il miglio Inglese è passi Parigini 1250., o piedi 6250.. Il Piede Inglese è composto di tre pugni; un pugno di 4. *inch*, un *inch* di tre grani. Un piede e mezzo fa un gomito; due gomiti un *yard*; un yard e un quarto fa un braccio. Cinque piedi fanno un passo, sei piedi una tesa; sedici e mezzo una Pertica, detta Verga; 40. pertiche fanno un *furlong*; otto *furlong* un miglio.

139. Il piede d'Argentina di Città contiene 922. millesime del Renolandico. Lo dividono in 12. pollici, e questo in 100. particelle. La pertica è di piedi 10. Il piede di campagna contiene 941. parti di quelle del Reno. Il braccio è un piede, 10. pollici, $\frac{12}{100}$, ovvero piedi di Parigi 1., pollici 7., linee 10$\frac{1}{3}$.

140. Il piede di Norimberga di Città contiene 968. millesime di quelle del Renolandico, e si divide in 12. pollici. Il piede detto d'opere, di cui si servono in campagna, e li Scarpellini, è un pollice minore del primo. Il piede di Danzica contiene 914. parti di quelle del Renolandico.

141. Il Piede di Danimarca contiene 1008 $\frac{1}{2}$. parti millesime del Renolandico. Il piede di Svezia ne contiene 946 $\frac{1}{2}$. Si divide in 10. pollici, e questo in 10. linee. Oltre il piede Bolognese, che è nella Gran Sala de' Collegj, ce n'è un altro, che contiene particelle del Parigino 2826.

142. Il piede Veneto contiene 1107. millesime del Renolandico. Il braccio Fiorentino d'un altra specie contiene 2580. particelle del Parigino. Il gomito Fiorentino contiene un piede Renolandico, 10. pollici, e 4. linee; ovvero 2597. particelle di quello di Parigi.

143. Le misure, delle quali si servivano i Greci, poco sono diverse da quelle de' Romani, avendole questi prese da essi. Λιχάς era la distanza tra l'estremità del pollice, e del dito indice composta di 10. dita. Questa ora da Veneziani vien chiamata la *quarta*, perchè è la quarta parte del loro braccio mercantile. Ορθόδωρον era d'undeci dita, cioè l'intervallo dal carpo della mano all'estremità delle dita. Il piede era di 16. dita; uguale a 992. millesime del Renano. Il gomito di 24. dita, cioè l'estensione dalla piegatura del braccio, detta gomito sino all'

estre-

estremità del dito di mezzo della mano. Avevano due altri gomiti, cioè Πυγμὴ di dita 18., cioè la distanza dal gomito all'estremità del metacarpo della mano; da questa voce Πυγμὴ si denominarono i Pigmei. Πυγὼν era di dita 20., cioè l'estensione dal gomito, fino al nodo di mezzo del dito medio; uguale a questo il *palmipiede* Romano. Il passo Geometrico Greco era di piedi 5., il passo semplice di piedi $2\frac{1}{2}$. Il braccio di 6. piedi; il *plettro* di piedi 100.; Lo stadio di piedi 600.; che equivalgono a 575. piedi Parigini; Il miglio di 8. stadj. Tutte queste misure le chiamarano Olimpiche.

144. Il piede Egiziano stava al Romano, come 6. a 5. Il gomito conteneva particelle di Parigi 2384. Lo stadio conteneva tese Parigine $110\frac{1}{2}$. L'*Arura* misura rustica era di 100. cubiti Egiziani. E' celebre ancora la *Parasanga* de' Persiani, che secondo Strabone conteneva stadj Egiziani 60.

145. Le misure degli Ebrei furono l'istesse, che quelle degli Egizj, i quali li tennero per lungo tempo in servitù. Onde il gomito Ebraico trovato da Bernard nel gran Cairo, che contiene parti Parigine 2462., e forse una misura introdotta da i Califi degli Arabi. I Rabbini, gli Arabi, e gli altri Orientali attribuiscono al dito Ebraico 6. grana d'orzo posto per largo, al palmo detto da essi *Tophach* grana 24., al gomito 6. palmi. Contenendo il piede di Parigi 87. grana d'orzo, apparisce perchè nella tavola precedente §. 130. abbiamo stabilito il gomito Ebraico 2384. parti. La *Spitama* detta dagli Ebrei *Zereth* era mezzo gomito. Secondo la Scrittura il Gigante Golia essendo di gomiti 6., ed una spitama, la sua altezza fu di piedi Parigini 10., ed un palmo maggiore avantaggiato. Ebbero anche gli Ebrei la canna detta da essi *Kaneh*, che era di 6. gomiti. Il viaggio del Sabbato di gomiti 200.; non potendo essi secondo il loro rito fare maggior viaggio in una giornata.

146. Determinate le misure delle lunghezze non è difficile a concepire quelle delle superficie, e le solide, dipendendo l'une dall'altre. Ma siccome intorno alle misure solide dette comunemente Cave, c'è qualche variazione, così di queste parleremo a parte.

147. Essendo BC il pollice Parigino, se sopra di esso si faccia il quadrato BADC, si dice questo pollice quadrato, e serve per misurare le superficie non molto grandi. Le maggiori si misurano quadrando nella stessa maniera il piede, o la tesa, Bc è la linea Parigina. Facendo il quadrato sopra di essa Babc, sarà questo la linea quadrata

Tav. 1. Fig. 2.

drata, con la quale si misureranno le picciole superficie. Sopra il pollice quadrato BGHC si alzino a perpendicolo quattro quadrati AC, DH, FG, EB ad esso uguali, questo sarà il pollice cubico, col quale si misurano le solidità, o capacità de' corpi non molto grandi. Con lo stesso metodo m a b c d e si faccia di cinque quadrati uguali alla linea quadrata, sarà questa la linea cubica, che è la più picciola tra le misure cave. Il moggio di Parigi detto anche *Bosello* è un cubo, che ha ciascun lato lungo 8. pollici 7. $\frac{11}{12}$ di linea; questa misura serve per vendere il grano. Contiene perciò pollici cubici 644. $\frac{68}{1000}$. Il mezzo sestiere contiene pollici cubici 12. Il sestario 24., la pinta 48. Ci è un altro sestario, che contiene 8. pinte. La botte di Parigi è di piedi cubici 8., cioè 36. sestarj, ovvero 288. pinte. Tav. I. Fig. 3.

148. In Argentina si servono dell' *Anfora*, che dividono in 24. misure, o cantari, e contiene pollici cubici 3287. $\frac{465}{1000}$, o pollici cubici Parigini 2324. $\frac{114}{1000}$. La misura contiene pollici cubici d' Argentina 136. $\frac{986}{1000}$, Parigini 96. $\frac{812}{1000}$. La misura si divide in 4. Scopine; 24. *Anfore* formano una *Veggia*, o *Carro*, e con queste misurano i fluidi. Per gli solidi poi hanno il moggio di Città, che contiene pollici d' Argentina 1306. $\frac{866}{1000}$, e Parigini 923. $\frac{853}{1000}$. Ci è la quarta, e la decima sesta parte d' esso. Il moggio di villa contiene pollici cubici d' Argentina 1347. $\frac{725}{1000}$, Parigini 952. $\frac{733}{1000}$.

149. Gl' Inglesi hanno il *Galone* da vino, che contiene pollici cubici di Londra 227. $\frac{144}{1000}$, o pollici cubici Parigini 184. $\frac{306}{1000}$. Il *Galone* del formento pollici cubici di Londra 272. $\frac{550}{1000}$; Parigini 224. $\frac{571}{1000}$. La *Pinta* da vino pollici cubici di Londra 28. $\frac{123}{1000}$, Parigini 23. $\frac{14}{1000}$. La *Pinta* del grano pollici cubici di Londra 34. $\frac{60}{1000}$, Parigini 28. $\frac{71}{1000}$. Il *Busello* pollici cubici 2180. $\frac{400}{1000}$, Parigini 1796. $\frac{576}{1000}$. Il *Pecco* 545. $\frac{122}{1000}$, Parigini 449. $\frac{143}{1000}$.

150. Le misure cave de' Romani furono l' *Anfora*, che era un piede cubico Romano, conteneva 80. libre d'acqua, e 1348. pollici cubici Parigini. Il *Sacco*, detto da essi *Culeus* era di pollici cubici Romani 34560., e Parigini 26960.. L' *Urna* composta di 864. pollici Romani, e 674. Parigini. Il *Cogno*, Romani 216., Parigini 168. $\frac{1}{2}$. Il *Sestiere*, Romani 36., Parigini 28. $\frac{1}{12}$. La libra di misura detta *Hemina*, o *Cotyla* pollici cubici Romani, 18. Parigini 14. $\frac{1}{24}$ La *Quarta* era la metà d' essa: L' *Acetabulo* poll. cub. Rom. 4. $\frac{1}{2}$ Parigini 3. $\frac{49}{96}$. Il *Bicchiere* Romani 3, Parigini 2. $\frac{49}{144}$. La *Linguetta* detta da essi *Ligula*, Romani $\frac{1}{4}$, Parigini $\frac{117}{596}$. E queste erano misure de'

liquidi. Per le biade adoperavano le stesse, ma in vece del *Sacco*, *Urna*, e *Cogno* avevano il moggio, che conteneva pol. cub. Rom. 576., Parigini 449.$\frac{1}{5}$, ed il mezzo moggio.

151. Le misure de' Greci non differivano da quelle de' Romani avendole questi prese da essi. Le misure cave degli Ebrei sono il *Bato*, che conteneva pol. cub. Rom. 2592., Par. 2022. *Hin* Rom. 432., Par. 337. *Logo* Rom. 36., Par. 28. $\frac{1}{7}$.. L'*Ovo Rabbinico* Rom. 6. Par. 4. $\frac{11}{17}$. Così fu detto, perchè i Rabbini solevano determinare la sua misura dalla capacità d'un ovo di Gallinaccio.

CAPO VI.

Della Figurabilità.

152. MOlti degli antichi Scolastici, quantunque non negassero la figura de' corpi, perchè l'occulare esperienza li convinceva; negarono però quella delle parti de' medesimi. L'acqua per esempio dicevano è tutto un corpo creato da Dio d'una natura fluida; e così sono ancora tutti gli altri liquori. Il loro errore nasceva dal non avere ben letto, o meditato i problemi d'Aristotele, e dal non fare esperienze. Questa idea troppo materiale, ch'ebbero per lungo tempo delle parti, che compongono i corpi, nata dal considerarli superficialmente, fu sgombrata dalle Scuole da Bernardino Telesio Prefazione §. 14.; e successivamente da tutti gli altri moderni.

153. Per nome di *Figura* non s'intende altro, che la determinata estensione, che ha qualche corpo, o parte di materia. Abbiamo già dimostrato §. 38. che dove c'è materia, quivi ancora ci deve essere estensione. Questo basterebbe per dimostrare, che ogni parte di corpo deve essere figurata. Ma siccome alcuno potrebbe dubitare, che ne' corpi queste parti figurate non ci siano, se non che dopo con l'attuale divisione si sono determinate; perciò per mezzo delle osservazioni si deve determinare questo punto.

154. *Osservazioni*. Se si guardano tutt' i corpi co' microscopj, si osserveranno le parti d'essi quantunque unite, distinte però una dall' altra. Ciò accade osservando le superficie de' metalli, quelle delle pietre, le terre di specie diversa, tutte le arene, i sali, i solfi diversi, e gli altri fossili. Nè diverso sarà il prospetto di tutte le piante, degli animali, e delle loro parti. Così ancora guardati i fluidi sempre si vedrà dentro essi una quantità prodigiosa di parti-

celle, che hanno figura diversa, nuotanti dentro un'acqua. Per distinguere poi le parti di questa, basterà metterla al fuoco a svaporare dentro una camera perfettamente chiusa, dove altro non entri, che un raggio di sole, e osservando il vapore a traverso di quel raggio, appariranno le parti dell'acqua di figura perfettamente rotonda, staccate dal semplice urto delle particelle del fuoco. Tutte queste osservazioni saranno particolarmente esposte ne' luoghi convenienti della Fisica, dove si parlerà de' corpi in particolare, o di qualche loro proprietà.

155. Da queste osservazioni possiamo ragionevolmente conchiudere, che anche quelle parti de' corpi, le quali sfuggono i più perfetti microscopj, quantunque unite insieme, abbiano ciò non ostante una figura determinata. Non credo però, che dobbiamo con questo metodo andare all'infinito; forse il primo fattore ha creato i primi elementi de' corpi composti d'altre parti in infinito, ma queste tutte unite danno una figura determinata all'elemento, che compongono; ciascheduna però d'esse se attualmente non si concepisce divisa, non la ha. Quindi meritamente possiamo conchiudere, che non solo tutt'i corpi, ma anche le loro parti elementari, dette minimi naturali §.79. hanno una figura determinata. Dalla diversità di queste dipendono le proprietà diverse, che veggiamo ne' corpi sensibili.

156. *Osservazioni*. Se si raccolgono gli effluvj mandati fuori da' corpi col fuoco, o naturalmente, si vede, che conservano la stessa indole del corpo da cui sono usciti. Di questa ragione sono i vapori dell'acqua uniti per mezzo d'un corpo freddo, i fumi del Mercurio, il fiore del solfo, gli efluvj della canfora, e di tutte le resine, di tutt'i fiori, e legni odorosi ec. Producendo queste parti de' corpi un effetto determinato, e per lo più simile a quello del corpo, da cui sono uscite, conviene concludere, che abbiano non solo divise, ma anche unite una determinata natura; e perciò dentro lo stesso corpo hanno la loro figura particolare, che conservano ancora staccate da esso. Molte esperienze sopra ciò si possono vedere nelle Opere di Roberto Boyle, *de Natura determinata effluviorum*; *de productione, & reproductione formarum*; *de exquisitis salium figuris*. Martino Lister molto anche dice nel trattato *de Fontibus Medicatis Angliæ exercitatio prior Cap*. 1. Erasmo Bartolino nato a Roschild Città di Danimarca il 1625. nelle sue 13. questioni accademiche *De Naturæ*

turæ mirabilibus stampate a Copenaghen nel 1674. Giovanni Freind nato a Cotrone Città della Contea di Northampton l'anno 1675., nelle sue *Prælectiones Chymicæ*, *Præl.* 9. *de Crystalliz*: stampate a Amsterdam nel 1710.

157. Quindi ne siegue, che quando dividiamo un corpo, purchè non si faccia tutto in un colpo, ma a poco a poco, non si fa altro, che staccare una dall'altra le minime parti componenti, che erano già figurate. Nel dividerlo si diminuisce la sua solidità; ora si cerca se con la stessa proporzione si diminuisca la superficie; o pure che è lo stesso, se i corpi grandi abbiano tanto più di superficie de' piccioli, quanto li superano in solidità. Indipendentemente dalla Geometria è manifesto il contrario. Sia il cubo ACFG composto di sei pollici quadrati di superficie ABCD, DCHF, FHGE, EGBA, EADF, GBCH. Si divida in due parti uguali per mezzo d'un piano, che tagli in due i lati EA, GB, FD, HC. Questo piano sarà anch'esso d'un pollice quadrato, uguale cioè al quadrato ABCD. La metà di questo cubo avrà ancora la metà meno di solidità di tutto intero; dunque la sua superficie dovrebbe essere 3., perchè prima quella di tutto il cubo era 6. Ma pure la cosa va altrimenti; la superficie del mezzo cubo è 4., essendo contenuto dal pollice quadrato ABCD, e da un altro corrispondente in faccia, da due mezzi quadrati laterali, e da altri due, un mezzo di sopra, e un mezzo di sotto. Onde il mezzo cubo contiene più superficie a proporzione della sua solidità, che il cubo intero. Lo stesso si può facilmente applicare a qualunque altro corpo regolare, o irregolare, quando si divide in parti. E la ragione è naturale; attesocchè nel dividerlo si rendono cospicue le superficie delle parti, che prima si toccavano, ed erano dentro il corpo. Onde preso lo tutto, quando è ridotto in parti, troveremo la sua superficie maggiore, e la solidità la stessa; presane ciascuna parte, troveremo certamente la superficie, e solidità minori di prima, ma la superficie, relativamente alla solidità d'una parte avrà molto maggiore proporzione, che la superficie di tutto il corpo intero, relativamente alla solidità del medesimo.

Tav. 1. Fig. 3

CA-

CAPO VII.

Figurabilità Matematicamente.

158. IL Signor Pitot è stato il primo che nelle memorie dell'Accademia Reale di Parigi del 1728. ha determinato la proporzione tra le superficie, e solidità di corpi diversi; quantunque il Galileo nel Dialogo 1. tomo 3. delle sue opere il primo sia stato, che osservasse questo accrescimento di superficie.

PROPOSIZIONE V.

In due Solidi simili, di grandezza diversa, la superficie del picciolo ha maggiore ragione alla sua solidità, che quella del grande alla sua; e le superficie sono tra di loro inversamente come i lati omologi.

159. SOlidi simili si dicono quelli, che hanno un numero uguale di lati, e questi tra di loro la stessa ragione ciascuno a ciascuno. Questi lati corrispondenti si chiamano omologi.

Per meglio concepire il Teorema siano due paralellepipedi, cioè due solidi contenuti da tre lati; e siano simili tra loro.

I tre lati del primo siano a, b, c.

I tre lati del secondo, dovendo essere più piccioli, s'esprimeranno per qualche frazione. Perciò se il primo lato corrispondente al primo del solido maggiore si chiamerà $\frac{a}{n}$, il secondo per la simiglianza de' solidi sarà $\frac{b}{n}$, il terzo $\frac{c}{n}$.

La base del primo sia a b, quella del secondo sarà $\frac{ab}{n^2}$.

L'altezza del primo sarà c, quella del secondo $\frac{c}{n}$.

Le superficie de' solidi si hanno per la Geometria, multiplicando ciascun lato della base per l'altezza, e a questi prodotti aggiugnendo un'altra volta gli stessi, e due volte la base.

Onde la superficie del primo sarà $2ac + 2bc + 2ab$.

La superficie del secondo $\frac{2ac}{n^2} + \frac{2bc}{n^2} + \frac{2ab}{n^2}$; cioè ridotte le frazioni $\frac{2ac + 2bc + 2ab}{n^2}$.

La solidità del maggiore sarà per la Geometria a b c. Quella del minore $\frac{abc}{n^3}$.

La ragione, che passa tra la superficie del primo, e la sua

so

ſolidità ſi eſprime dividendo quella per queſta, e perciò ſarà come $\frac{2ac + 2bc + 2ab}{abc}$.

Collo ſteſſo metodo ſi troverà per le regole delle frazioni, che la ragione della ſuperficie nel ſolido minore ſta alla ſua ſolidità, come queſta frazione $\frac{2acn + 2bcn + 2abn}{abc}$.

Se queſte due ragioni ſi moltiplichino per abc, allora le ragioni di ſuperficie a ſolido ſi eſprimeranno per $2ac + 2bc + 2ab :$ $2acn + 2bcn + 2abn$.

Ma la prima quantità, come chiaramente ſi vede, è minore della ſeconda, ed eſprime la ragione della ſuperficie al primo ſolido; dunque nel ſolido maggiore la ſua ſuperficie alla ſolidità ha minor ragione, che la ſuperficie del ſolido minore alla propria ſolidità. Lo che era primo.

$2ac + 2bc + 2ab : 2acn + 2bcn + 2abn :: \frac{a}{n} : a$; ovvero $\frac{c}{n} : c$; ovvero $\frac{b}{n} : b$, come appariſce moltiplicando gli eſtremi, e i mezzi. Dunque la ſuperficie del maggiore, riſpetto alla ſua ſolidità, ſta alla ſuperficie del minore riſpetto alla ſua, come ciaſcun lato omologo del minore a ciaſcuno del maggiore, cioè inverſamente come i lati omologi. Lo che dovea dimoſtrare per ſecondo.

160. Queſta propoſizione ſi può facilmente applicare a tutte le figure ſolide terminate da piani uguali, o diſuguali, purchè ſiano ſimili tra loro. Onde ſi verificherà ne' cubi, ne' priſmi, e in tutte le altre ſpecie di figure regolari, e irregolari della ſteſſa maniera, quando ſono ſimili. Quindi lo ſteſſo Teorema ſi verificherà ancora in tutti que' ſolidi terminati da ſuperficie curve regolari, o irregolari, quando ſono ſimili; cioè ſi concepiſcono nati da infinitamente piccioli ſolidi di qualunque ſpecie, che abbiano tra loro perfetta ſomiglianza. Molti de' corpi fiſici li troviamo tra loro ſimili, perchè la natura ſempre opera in una maniera coſtante, onde a queſti potremo con frutto applicare la *precedente* verità matematica.

161. Ci ſiano due corpi, uno de' quali ſia uguale a un piede cubico, l'altro a una linea. Il lato del primo o ſia in lungo, o in largo, o in alto è d'un piede, cioè di 144. linee; il lato del ſecondo è di una linea; onde la ſuperficie del primo corpo riſpetto alla ſua ſolidità, ſarà a quella del ſecondo riſpetto alla ſua, come 1. ſta a 144.; cioè il corpo più picciolo conterrà cento quarantaquattro volte più ſuperficie, riſpetto alla ſolidità, che ha, di quella del primo paragonata colla propria ſolidità.

162. Quin-

162. Quindi potremo ancora dato il numero delle parti, in cui è stato diviso un corpo, determinare quanto siasi accresciuta la sua superficie con questa divisione sopra quella, che prima avea; giacchè nel dividere un corpo resta sempre la stessa solidità, perchè rimane lo stesso numero di parti. La radice cubica del numero delle parti esprimerà, quante volte sia cresciuta la superficie. Per esempio se un corpo si dividerà in otto parti si accrescerà due volte la sua superficie, essendo 2. radice cubica di 8. Se un corpo sarà diviso in mille parti, la sua superficie si sarà accresciuta dieci volte più di quello che era, perchè dieci è radice cubica di mille. Se un corpo sarà diviso in un milione di parti, la sua superficie si sarà accresciuta cento volte, perchè cento è la radice cubica di un milione. Onde se un numero si dividerà in parti infinite, la sua superficie sarà prodigiosamente accresciuta.

163. La ragione di ciò è manifesta, perchè se prendiamo due cubi il primo d'otto pollici, e il secondo d'un pollice, la superficie del picciolo rispetto alla sua solidità sta a quella del grande, come la radice cubica di otto alla radice cubica d'uno, cioè, come due ad uno, §. 161. Fingiamo ora, che il picciolo pollice cubico fosse l'ottava parte del grande; concepiamo il grande diviso in otto pollici cubici, la superficie di ciaschedumo rispetto alla propria solidità sta alla superficie di tutto il cubo grande rispetto alla sua, come due ad uno. Prendiamo il lato del cubo 8., sarà 2., il di cui quadrato essendo 4., la superficie di tutto il cubo, che è composta di sei quadrati, sarà 24. pollici quadrati. Ogni pollice cubico ha sei pollici quadrati di superficie; onde 8. pollici cubici avranno 48. poll. quad. di superficie; perciò la superficie di tutt'i piccioli sarà a quella del cubo grande, come 48. : 24., ovvero come 2. : 1.

164. Questi corollarj sono di un infinito uso nella Fisica; noi ne daremo qualche esempio. L'Aria dimostreremo, che pesa sopra tutte le superficie de' corpi, e questa pressione tanto è maggiore, quanto è più estesa la superficie de' medesimi. Un uomo, e un fanciullo si possono prendere come due solidi simili; supponiamo, che i lati omologi di essi siano come due ad uno, la superficie del fanciullo rispetto alla sua solidità sarà a quella dell'uomo rispetto alla sua come due ad uno. Ma le pressioni, che ricevono dall'aria sono come le superficie; dunque il fanciullo rispetto alla sua solidità sosterrà due volte più pressione dall'aria di quella, che

che sostenga l'uomo. Ora quanta sarà la pressione, che pruova un picciolo animaletto. Per resistere a questa pressione dell'aria si ricerca maggiore solidità, o consistenza nel corpo. Onde essendo la mosca più picciola d'una gallina, dovrà per volare avere i muscoli molto più consistenti per riguardo alla massa, che trasporta, di quelli della gallina relativamente alla propria.

165. Un vento, che non può inalzare un piede di marmo cubico, che pesi 188. libre, lo inalzerà, se si riduca in grani d'arena, ciascuno de' quali è uguale per l'ordinario all'ottava parte d'una linea. Imperciocchè essendo un piede di 144. linee, multiplicando queste per otto, conterrà 1152. ottave parti di linea o granelli d'arena. Dunque §. 162. tanto si sarà accresciuta la superficie del piede cubico diviso in grani; e perciò la forza del vento sarà 1152. volte maggiore di prima; ed essendo 188. libre uguali ad oncie 2256., posta la libra di 12. oncie, se il vento prima avea forza d'inalzare poco meno di 2. oncie, ora inalzerà tutte le 188. libre.

166. Abbia una palla di moschetto 6. linee, o mezzo pollice di diametro, e un'altra abbia 6. pollici, la prima palla avendo 12 volte più superficie incontrerà nell'aria 12. volte più resistenza; onde la palla più grossa andrà più lontano della picciola; e ciò è conforme all'esperienza degli Artiglieri.

167. Quindi si dimostra ancora il maggiore uso, che hanno le barche più grosse delle picciole per trasportare le mercanzie. Le resistenze, che incontrano queste nell'acqua rispetto alla loro solidità sono reciprocamente, come le loro lunghezze, o larghezze, quando siano barche simili per la proposizione precedente. Se dunque per trasportare una barca larga 25. piedi contro la corrente d'un fiume si ricercassero 12. cavalli; volendo trasportare la stessa mercanzia con barche simili di 5. piedi di larghezza, incontrando queste 5. volte più resistenza della grande, si ricercherebbero 60. cavalli. Gli altri eccellenti usi di questa proposizione s'esporranno ne' luoghi proprj della Fisica.

SEZIONE III.

Della Resistenza.

168. LA sola estensione non fa la materia; perchè possiamo per la Prop. 2. §. 41. concepirla senza, che ci sia alcun corpo. Dove veggiamo corpi, quivi ancora si sente una resistenza, per la quale non possiamo subentrare nel luogo da loro occupato senza escluderli dal medesimo. I fluidi stessi come l'acqua ci cedono il luogo, se in essi vogliamo entrare. Ecco in qual maniera si forma l'idea dell'*Impenetrabilità*, che ha la materia; ed è questa una conseguenza del resistere, che vicendevolmente si fanno i corpi. Onde quando siamo fanciulli, non giudichiamo, che l'aria sia corpo, perchè non proviamo alcuna resistenza §. 41., sentendo poi la resistenza del vento, siamo soliti dire, benchè impropriamente; *il vento è venuto*; quando questo altro non è, che l'aria, d'intorno la quale ora viene agitata da qualche cagione.

169. Questa resistenza, e impenetrabilità de' corpi perpetuamente la sperimentiamo stando in piedi, o a giacere, camminando, o facendo qualunque altra funzione, sempre sentiamo un corpo, che ci sostenta. E' tale proprietà de' corpi una di quelle, che noi continuamente sperimentando riconosciamo benissimo essere il loro distintivo, e l'essenza; ma non la comprendiamo chiaramente, se non quando ci facciamo un poco di riflessione. Essendo sempre in noi, si confonde colla sensazione, o coscienza, che di continuo abbiamo di vivere; come accade a tutte le altre impressioni, che proviamo ogni momento. Di questa ragione è il moto del cuore, de' polmoni, la circolazione del sangue ec. da noi non sentite, perchè continue. Ma se si accelera, o ritarda il loro moto, questa mutazione a noi si rende sensibile; così ancora se all'improvviso a noi manca l'appoggio del nostro corpo, tosto ci accorgiamo della resistenza, che ci facevano gli altri corpi a non cedere.

170. Quantunque tali dottrine siano chiarissime, pure hanno preteso alcuni Filosofi di rivocarle in dubbio. La prima sentenza è della maggior parte degli Scolastici, che pretendono non essere essenziale alla materia la resistenza. Concepiscono questi, che la materia da per se stessa considerata sia informe, e capace di ricevere qualunque determinazione. Sopraggiungendo ad essa la quantità, si de-

determina la materia ad estendersi per riguardo al luogo; sopravvenendo la forma, viene determinata a rappresentare qualche corpo particolare. Questa quantità, ch'entra nella *materia* detta da loro *prima*, produce in essa l' impenetrabilità; onde questa è un effetto prodotto dalla quantità in ogni tempo, e continuamente ne' corpi. Quindi naturalmente non si può levare l'impenetrabilità a' corpi; perchè è un effetto sempre prodotto dalla quantità; come dal Sole il riscaldare naturalmente. Ma per Divina Potenza si può togliere l'impenetrabilità da'corpi, essendo questa un effetto naturale, ma non essenziale della quantità. La natura di questa consiste nell'esigere l'impenetrabilità, non già nell'esserlo attualmente. Perciò l'essenza della materia non è d'essere attualmente resistente, ma solamente capace di resistere. Confermano la loro sentenza con alcuni miracoli, da'quali apparisce, che il corpo di nostro Signore penetrò le porte del Cenacolo in Emaus dove erano i suoi Discepoli congregati; la lapide sepulcrale quando risorse ec.

171. Questa dottrina de' Peripatetici, che ha avuta l'origine dalla astrazione *Pref.* §. 18., dimostra bene quanto ha di forza l'immaginazione umana per rendere reale, e vero, ciò che non è altro, che un effetto di varie riflessioni fatte da noi sopra i corpi. Io non cerco la natura della materia non ancora creata; questa si può definire una *Sostanza, che può esistere; ricerca d'occupar luogo, e d' essere impenetrabile*; ma la materia realmente esistente deve essere *Sostanza attualmente estesa, e impenetrabile*. Una materia come la definiscono i Peripatetici è poco dissimile dalle Monadi Leibniziane, delle quali abbiamo già dimostrato l'insussistenza §. 35. Ma replicherà alcuno; se Iddio togliesse l'impenetrabilità attuale a un corpo, che resterebbe? rispondo, che rimarrebbe un corpo possibile, ideale, e metafisico; non già attuale, reale, e fisico. Noi per ora cerchiamo, che cosa è la materia, non quello, che può essere, abbastanza abbiamo esaminato la natura della materia nella Proposizione I. §. 17., e seguenti.

172. All'argomento, che portano ricavato da' Miracoli, potremmo rispondere, che noi definiamo ciò che accade naturalmente, non quello, che è sopra la natura. Delle verità naturali siamo convinti per mezzo d'una esatta dimostrazione; le soprannaturali le crediamo fondati sull'autorità di chi ce le ha rivelate. Molto diversi sono i limiti della ragione da quei della fede; nè

biso-

bisogna insieme confondere due cose disparatissime. Ma siccome per lo più le Scuole sogliono dare alle dottrine moderne la taccia di poco sane, e sospette; conviene per questa, e consimili difficoltà loro rispondere più determinatamente.

173. Il Miracolo è un effetto da Dio prodotto non *contro l' ordine naturale*, o le leggi, che il primo fattore liberamente si è prefisso nella creazione del Mondo. Se ciò fosse, come chiaramente si vede, opererebbe Iddio contro se stesso, e sarebbe mutabile; lo che è contro l'idea, che d'esso abbiamo. Sarà perciò il Miracolo un effetto *sopra l'ordine* della natura, cioè fuori del consueto modo d'operare, che hanno le cose create. Posto ora che abbia stabilito l'impenetrabilità come essenza d'un corpo, levando questa, per necessità dovrà ancora distinguersi il corpo, altrimente Iddio opererebbe contro il primo stabilimento; se vorrà tolta l'impenetrabilità far restare una sostanza, lo potrà fare; perchè tutto è possibile *Pref.* §. 17.. ma questa non sarà materia, perchè abbiamo supposto una contraria determinazione in lui. Leggasi sopra di ciò S. Agostino nel Trattato 24. sopra S. Giovanni: *Miracula, quæ fecit Dominus noster Jesus Christus, sunt quidem divina opera &c.*, e poco dopo; *secundum ipsam suam misericordiam servavit sibi quædam, quæ faceret opportuno tempore præter usitatum cursum, ordinemque naturæ: ut non majora, sed insolita videndo stuperent, quibus quotidiana viluerant. Majus enim miraculum est gubernatio totius Mundi, quam saturatio quinque millium hominum de quinque panibus. Et tamen hoc nemo miratur: illud mirantur homines, non quia majus est, sed quia rarum est.*

174. Se qualcheduno curiosamente investigasse, come poteva nostro Signore entrare a porte chiuse; rispondiamo in infinite maniere, e tutte fuori dell'ordine naturale; ma saremmo troppo arditi decidendo, che più tosto in questa, che in un'altra maniera ha fatto. Alcune solo ne accenneremo per appagare l'umana curiosità. Potea miracolosamente far apparire il suo corpo di là dalle porte; Potea annientire queste, e tornarle a creare; Potea aprire miracolosamente, e invisibilmente le porte, e tornarle a chiudere ec. Ma il voler obbligare il Signore d'entrare nel Cenacolo col togliere l'impenetrabilità alle porte, e conservarle, per confermare l'immaginata sentenza intorno la natura della materia, è troppo presunzione. Pur troppo però siamo deviati dal nostro istituto.

175. La seconda opinione intorno la resistenza della materia, è d'alcuni tra moderni Filosofi, che ammettono l'impenetrabilità attuale di tutte le parti della materia, ma negano, che questa resistenza sia una forza ne' corpi, per mezzo della quale conservano il moto, o la quiete, che hanno, e ugualmente resistono all'uno e all'altra. I corpi, dicono essi, non si possono penetrare, ma la forza, colla quale si resistono al non penetrarsi, dipendente dalla loro massa, è infinitamente picciola. Ogni resistenza, che fanno deriva dalla loro gravità, dall'aria, o altro mezzo, in cui si muovono, dall'elaterio, attrazione, e qualunque altra forza, che loro è impressa. Detratte queste, tanto sarebbe resistenza a muoversi una montagna, quanto un grano d'arena; e colla stessa facilità si ridurrebbero di nuovo alla quiete se si movessero.

176. Imperocchè nè per mezzo de' fenomeni, nè co' raziocinj metafisici si può dimostrare questa forza di resistenza; e neppure determinarsi se la materia sia indifferente al moto, e alla quiete ugualmente; lo che si ricerca per quelli, che ammettono la forza di resistenza. Non colle osservazioni, perchè non mai per loro mezzo dimostreremo, che l'attrazione vicendevole delle parti de' corpi, la gravità, la forza elastica non siano naturali, ed essenziali alla materia, non potendosi quelle levare da questa. Molto meno si può determinare se i corpi, che si muovono, non tendano naturalmente alla quiete. Perchè tutte l'esperienze, che facciamo sono ne' mezzi resistenti dell'aria, o di questa assai rarefatta; la quale ritardando il moto de' corpi, è cagione della loro quiete; e perciò non possiamo sapere, se da per se stessi sebbene più tardi non si ridurrebbero in riposo. Nè colla Metafisica si potrà mai determinare questa resistenza; perchè della natura de' corpi parliamo metafisicamente per mezzo de' fenomeni, nè ancora con questi siamo arrivati ad una perfetta cognizione di essi.

177. Prima di esaminare, se questa opinione sia vera, è necessario dimostrare, che non solo ogni corpo, *ma ogni minima particella di materia è attualmente impenetrabile, e solida*. 1. Se assottigliandosi la materia diventasse penetrabile, sarebbe allora una pura capacità; ma questa è lo stesso, che lo spazio Prop. 2. §. 41.; dunque la materia resterebbe distrutta; e perciò ogni parte di essa deve essere impenetrabile. 2. Lo stesso argomento del §. 63. d'una particella posta tra due marmi, si può applicare per dimostrare l'impene-

tra-

trabilità della materia; se si toccassero perfettamente i marmi non ci sarebbe niente di mezzo; e perciò la materia penetrabile è niente, o un puro spazio.

178. Quindi se tra due lastre si metta una goccia d'acqua, non potranno queste toccarsi perfettamente, se non resta esclusa la stessa. La solidità dell'acqua apparisce evidentemente, quando si congela dal freddo; la sua solidità è uguale a quella del marmo. Con ciò si spiega ancora, perchè cadendo un piatto di creta sopra l'acqua, non di taglio, si rompe in pezzi, quasi come cadesse su d'una dura pietra. L'aria stessa ha una solidità considerabile, come ora proveremo.

179. *Esperienza*. In un vaso pieno d'acqua si metta a galleggiare un pezzetto di legno A. Quindi sopra di esso calisi il vaso di vetro aperto in A, e chiuso in B perpendicolarmente; a misura, che si fa discendere nell'acqua osserveremo, che la superficie di essa, che sta sotto il vaso, si abbassa, e poca quantità n'entra dentro; come il legno A dimostrerà evidentemente. Ma dentro il vaso non c'è altro, che l'aria; dunque questa è solida, e resistente. Tav. 3. Fig. 1.

180. Quindi se dentro un vaso si deve mettere qualche liquore, bisogna dar adito all'aria, che esca, nel tempo, che si versa il medesimo. Onde se l'imbuto, col quale si riempiono i fiaschi di vino, chiuderà esattamente il collo de' medesimi, non potrà il liquore scendere nel fiasco. Così ancora per riempiere d'acqua alcune caraffe di collo sottilissimo, bisogna prima col fuoco scaldarle, per farne uscire porzione d'aria, e in questa maniera dar luogo all'aria esterna, che prema, e spinga l'acqua dentro il vaso.

181. *Esperienza*. Se dentro il vaso d, immergiamo il cannello DC, il liquore, che c'è dentro salirà nel tubo a proporzione, che s'immerge. Serve questo stromento per levare il liquore da un vaso, che non si possa muovere dal sito, in cui si trova. Ma se prima d'immergerlo si chiuda col dito in c, allora il liquore non entrerà per d, a motivo, che l'aria di dentro non potendo uscire per c, resiste colla sua solidità. Così ancora se dopo, che si è immerso il tubo, si chiuda l'apertura c, il liquore non uscirà dal cannello, perchè essendo la bocca d stretta, la picciola superficie del liquore, che sta per uscire dal buco d, viene trattenuta dalla solidità dell'aria di fuori, non premendo molto la stessa, per la sua picciolezza. Molte altre di queste sperienze esporremo parlando della pressione, che fa l'aria su i corpi, la quale non potrebbe esercitare, se non fosse impenetrabile. Tav. 3. Fig. 2. Tav. 3. Fig. 3.

182. *Es-*

182. *Esperienza*. La luce stessa, le di cui parti dimostreremo più sottili di quelle dell'aria, è impenetrabile, imperocchè battendo sulle parti solide de'corpi, da queste si riflette, e così veggiamo gli oggetti. Viene ribalzata ancora, e raccolta in un punto da' specchi concavi metallici, o di vetro detti *Ustorj*, perchè brugiano i corpi. Ma tutti questi effetti non sarebbero prodotti, se le minime parti della luce non fossero solide; dunque queste, e ogni altra minima particella di materia è impenetrabile. Perciò *questa proprietà si trova sempre, dove c'è materia*.

183. Dimostrata l'Impenetrabilità, resta ora, che contro alcuni moderni proviamo, che tale proprietà nasce da una forza de'corpi, per la quale resistono a qualunque mutazione del loro stato; e che questa dipende dalla loro massa, ed è sempre proporzionale a questa in corpi diversi, e nello stesso è corrispondente alla forza impiegata in mutare il loro stato. Questa forza detta dal comune delle Scuole, ma impropriamente §. 36. *Solidità*, o *Impenetrabilità*, la nomina Giovanni Keplero *Resistenza*, o *Forza d' Inerzia*; e Newton *forza inerente a' corpi*. Si chiama *Resistenza*, se consideriamo il corpo, che procura di conservare il suo stato; *Forza*, ovvero *Impeto*, se riflettiamo, che il corpo non può ciò eseguire, senza far forza di mutare lo stato della causa, che in lui opera. Il volgo certamente attribuisce resistenza a' corpi, che stanno quieti, e forza a quei, che si muovono; ma queste non devono distinguersi, che relativamente. Conobbe questa forza di resistenza ancora Lucrezio con Epicuro, così parlando del Vuoto nel *Lib.* I.

Quod si non esset, nulla ratione moveri
Res possent. Namque officium, quod corporis extat
Officere, atque obstare, id in omni tempore adesset
Omnibus.

184. Per farsi strada a concepire questa Resistenza ne' corpi conviene esaminare un corpo, che abbia un principio intrinseco di moto, o una forza di determinarsi, quale è il corpo umano, che per mezzo dell'anima può muoversi. Supponete che un uomo vi venga incontro, e voi vogliate spingerlo in parte contraria, sentirete che vi fa una considerabile resistenza. Fingete ora, che quest'uomo stia fermo, ma faccia sforzo per non andare avanti, e voi lo vogliate spingere per avanti; pruoverete poco minore resistenza di prima. Immaginatevi ora, che cammini già avanti spontaneamente,

te, e voi colla stessa forza, colla quale si muove vogliate urtarlo, non sentirete alcuna resistenza, e perciò col moto, che volevate imprimergli, caderete boccone. Considerate ora, che il corpo di questo sia indifferente a' muoversi per qualunque verso; ciò non ostante esperimenterete nell'urtarlo della resistenza minore del primo, e secondo caso, ma però considerabile ancora, e proporzionale alla massa del suo corpo. In quest'ultimo solo caso vi resiste per la forza d'inerzia, che ha; ma nel primo, e secondo oltre questa c'è ancora il moto, o l'attuale sforzo, che fa il corpo di muoversi. Questa è quella forza, che m'accingo a dimostrare nella seguente.

PROPOSIZIONE VI.

Ne' Corpi c'è una forza di Resistenza, dipendente dalla loro massa, e a questa proporzionale.

185. OSservazioni. Per muovere un corpo da un luogo ad un altro, è necessario imprimere ad esso una forza determinata, la quale deve essere tanto maggiore, quanto più grande è il numero delle parti da trasferirsi. Imperocchè nè la natura del corpo richiede più tosto il moto, che la quiete; concependo noi ugualmente un corpo, o si muova, o stia fermo in qualche luogo; Nè osserviamo, che i corpi siano più tosto inclinati al moto, di quello, che alla quiete; esperimentando tutto giorno, che ci vuole ugual forza per comunicare al corpo un grado di moto, che per levarglielo, quando attualmente si muove, e ciò accade se bene il corpo prima si movesse verso qualche parte, per mezzo di qualche forza sua naturale o impressa, come osserveremo più avanti. Dunque ogni corpo di propria sua natura è indifferente al moto, e alla quiete, e perciò inerte. Questa inerzia considerata come una negazione d'ogni forza, non suppone nel corpo alcuna forza particolare; e perciò in questa parte hanno ragione alcuni de' moderni, i quali hanno detto, che la forza d'inerzia non è niente di positivo. Ma se poi consideriamo, che nel muoversi un corpo dobbiamo sempre trasferire una determinata massa, che di natura sua non è determinata al moto, o almeno a quel grado, che gli vogliamo comunicare; mi pare evidentissimo, che quanto maggior massa deve trasportarsi, tanto maggiore resistenza dobbiamo incontrare.

Age-

Agevolmente ognuno vede, che detratta anche la gravità da una montagna, e ogni altra forza di resistenza, proveremo nientedimeno molto maggiore intoppo a muoverla di quello, che un grano d'arena, per la semplice quantità di materia molto maggiore nella prima, che nel secondo. Per muovere un corpo devo introdurre una nuova disposizione, che in esso non era; dunque se questo sarà infinitesimo, mi sarà una resistenza infinitesima, se finito, finita, se infinito non potrò introdurci questa nuova modificazione. Introdotta che l'ho, la stessa massa di sua natura inattiva la tratterrà con forza ad essa proporzionale.

186. Leonardo Eulero nel tomo I. della sua Mecanica stampata a Pietroburgo nel 1736., inerendo al principio Leibniziano della ragione sufficiente, dimostra un poco più chiaramente dell'Anschio nel Teorema 102. de' suoi principj Leibniziani questa forza d'inerzia. Nel *cap. I. propos. 7.* dice, che un corpo quieto assolutamente, sempre resterà in tale stato, se da qualche causa esteriore non viene posto in moto; perchè in uno spazio vuoto non c'è alcuna ragione sufficiente, per cui debba più tosto muoversi per un verso, che per un altro. Questo difetto di ragione sufficiente nella determinazione d'un corpo, quantunque non sia la vera, ed essenziale cagione del rimanere quieto un corpo; ciò non ostante indica, che nella natura di esso c'è una ragione intrinseca, per cui sempre rimarrà quieto. Onde posto il corpo nel Mondo, e perciò in uno spazio, che contiene materia, non cesserà questa ragione intrinseca, che è nel corpo: dunque essendo quieto, così rimarrà perpetuamente, se disturbato non viene. Da questo si deduce, che un corpo una volta quieto, detratta ogni causa esteriore non solo sempre così starà, ma ancora sempre è così stato. Perciò un corpo, che una volta assolutamente si muove, mai potrà da per se stesso ridursi alla quiete. Fingiamo, che per propria natura cessi di muoversi, secondo ciò, che ora abbiamo dimostrato, bisognerebbe, che anche prima fosse sempre stato quieto; il che è contro l'ipotesi. In questa maniera l'Eulero dimostra la naturale inerzia della materia. Ma siccome sveglia più difficoltà questa dimostrazione, e dall'altra parte non pare, che perfettamente ci convinca di questa resistenza attuale, che fanno i corpi alle mutazioni del loro stato; così passiamo alle esperienze.

187. *Esperienza*. Sia il vaso MN di creta, che si riempia per

metà

metà d'acqua, ed avendo il suo fondo E liscio, si ponga sopra una tavola piana, e levigata; in maniera che facilmente, senza trovare intoppo, scorra sopra di essa. Si tiri adagio da M verso A, l'acqua salirà verso N, e s'abbasserà dalla parte M; senza interrompere il moto si seguiti a tirare, osserverete poco dopo, che l'acqua torna ad essere orizontale, come prima del moto; e seguita sempre così. Fermate allora il bacino, vedrete l'acqua salire verso M, e qualche volta ancora uscir fuori di esso. Questi tre effetti si vedranno più sensibili, quanto maggiore quantità d'acqua conterrà il Bacino. Tav. 3. Fig. 4.

188. Cinque possono essere le cagioni di questi tre effetti contrarj. Il moto del vaso, il peso, l'urto, l'aria, e l'inerzia. Non il moto del vaso, perchè si fa verso A, e l'acqua si muove in contrario, cioè verso N. Non il peso, perchè l'acqua sale contro la direzione de' corpi gravi, che sempre discendono. Ne vale il dire, che l'acqua resiste a muoversi per lo peso, che ha, e da questa renitenza nasce il primo salire in N. Perchè essendo il piano orizontale, non trasportiamo l'acqua più lontano da terra, e perciò contro la tendenza naturale, che le da il peso; onde questo non può contrastare il moto, che le diamo; ugualmente gravita nel luogo dove è, che in quello dove successivamente va passando. Di più, il peso è una forza attiva ne' corpi, per la quale continuamente si sforzano di discendere; onde se nel primo momento facesse ostacolo al moto, lo farebbe sempre; e perciò non si quieterebbe l'acqua, e fermando il vaso, non salirebbe mai in M, il che è contro la direzione della propria gravità. Non può essere l'urto, perchè il piano si suppone non scabroso, e così anche il fondo E, che per evitare ogni strofinamento si fa circolare a modo d'un anello, acciocchè in pochi punti tocchi il piano. Inoltre l'urto essendo irregolare, farebbe increspare l'acqua, il che non si vede; non già alzare in N. Molto meno può rifondersi nell'aria; perchè l'orizontale preme solo il lato del vaso ME, non l'acqua in esso contenuta; la pressione perpendicolare sopra l'acqua non può far salire questa in N, e poi nel moto noi non andiamo contro la pressione dritta, ma contro l'orizontale. A tutto questo s'aggiugne, che se l'aria resistesse all'acqua, farebbe almeno provata la forza d'inerzia in essa, come più avanti dimostreremo.

189. Perciò la causa del fenomeno si deve solamente ripetere dalla naturale inerzia, o inattività della materia. Sul principio l'acqua

resiste al moto, cioè si sforza di star quieta nello spazio MEN; ma intanto il vaso si avanza verso A; dunqne non può questa sforzarsi di rimanere nello spazio assoluto MEN; se nel relativo, cioè nel vaso non s'alza verso N. A poco a poco acquista finalmente l'acqua il moto del vaso, e si distrugge in essa l'inattività a muoversi; onde camminando colla stessa velocità del vaso, sta in questo ferma, in una situazione orizontale. Se allora si ferma il vaso, essendo già il moto dentro l'acqua verso A, per la stessa inattività d'essa, proseguirà a muoversi. Ma il vaso è fermato; dunque salir deve verso M. Questi effetti sono maggiori, quanto più grande è la quantità d'acqua contenuta nel vaso; perciò la *Forza d'inerzia si dà, ed è proporzionale alla materia de' corpi*.

190. La stessa forza d'inerzia è causa, che stando a sedere in carrozza, quando questa comincia a muoversi, e che noi non lo preveniamo, quei, che sedono dalla parte di dietro, urtano colla schiena nella carrozza; que' che sedono dalla parte de' cavalli s'abboccano; sempre cioè movendosi in parte contraria al moto della carrozza. Quando questa cammina tutti stanno quieti; se allora d'improvviso si ferma, que' di dietro si abboccano, que' d'avanti danno indietro; ciascuno sforzandosi di seguire il moto già ricevuto.

191. *Osservazioni*. Sia la palla A di piombo sospesa dal lungo,
Tav. 3. Fig. 5. e sottile filo AC, e la palla B attaccata a un altro filo BC, e simile in tutto alla prima, la urti con quattro gradi di moto. Se la palla A, che prima era quieta non facesse alcuna resistenza alla pala B; ammendue dopo l'urto si moverebbero con quattro gradi di moto verso a, b; perchè la resistenza sola è quella, che annienta il moto; onde questa mancando, il moto resterebbe come prima. Ma l'esperienza dimostra il contrario, come vedremo nella Dinamica, perdendo la palla B porzione del suo moto, ed altrettanto acquistandone A; dunque realmente resiste la palla A, che sta quieta,
Tav. 3. Fig. 6. nell'atto, che l'altra la urta. La palla A diventi trenta, o quaranta volte maggiore di massa, e B minore, le venga incontro colla stessa forza, non la spingerà così lontano come prima, ma assai meno. Se la palla B non dovesse levare da A, che la privazione del moto, tanto nel primo, quanto nel secondo caso, nascerebbe lo stesso effetto; dunque la palla A resiste realmente, e ciò a proporzione della massa, che contiene.

192. Dirà forse qualcuno, che questa resistenza nasce dall'aria,

che

che A deve spingere quando si muove: ma se ciò fosse, in un luogo voto d'aria quanto a nostri sensi, accaderebbe diversamente; ma la sperienza dimostra quasi lo stesso; perciò non può dipendere molto la resistenza della palla A da quella dell'aria. Di più se questa fosse la cagione di resistere, per accrescere in A del doppio la resistenza, converrebbe farla di superficie doppia, allora escluderebbe due volte più aria di prima. Ma la sperienza fa vedere, che basta accrescere del doppio il peso della palla; e per far ciò non si ricerca doppio volume in essa, ma minore; dunque la principale causa della resistenza è la massa stessa della palla, non l'aria. Ma concesso, che l'aria sola fosse la primaria cagione; perchè questa resiste al moto di A, se non per la sua densità, o massa. Imperocchè l'elaterio dell'aria non può aver parte nella resistenza; attesochè tanto è rispinta la palla A dalla forza elastica dell'aria davanti, quanto è spinta da quell'aria di dietro; perciò l'elaterio dell'aria in questo caso non deve computarsi.

193. Può ricavare però qualcuno, che tutta la resistenza della palla A nasce dal suo peso, il quale è proporzionale alla massa, e sforza la palla a star tesa, e nel sito perpendicolare alla terra. Ma nè anche il peso può essere cagione principale della resistenza. La palla A attaccata al filo AC lo stende col suo peso; e questo col chiodo C, per la tenacità delle loro parti, sostentano tutta l'azione del peso; e perciò questo diventa zero, quando la palla è verticale come nella figura. Dunque o la palla sia grande, o picciola, quando è in tal sito, la sua gravità, e perciò la resistenza, che fa, sarà la stessa, perchè uguale a zero. Ma noi osserviamo, che la resistenza è sempre proporzionale all'intera massa della palla, e cresce come si augmenta questa, cala come si diminuisce; dunque la resistenza dipende dalla massa, e non dal peso. E di fatto, se con una mano si leva la palla dal sito verticale non si sente sul principio, che picciola porzione del peso, che ha; a misura, che si alza, tenendo sempre il filo AC tirato, il peso cresce; finochè quando il filo è orizontale, sentiamo allora l'intero peso della palla. Non così però accade della resistenza, che fa all'urto della palla B; se A diventa doppia, tripla ec. doppia anche, e tripla è la resistenza fatta da essa al globo B, nel momento dell'urto, sebbene descriva A un piccolissimo arco, nè molto si discosti dalla situazione perpendicolare. In una parola, se la resistenza di A procedesse dal solo peso, qua-

lunque fosse questo, ad ogni minimo urto di una anche picciolissima palla, si smoverebbe dal sito verticale; ma ciò è falso; dunque ec.

194. A tutto ciò aggiungete, che i corpi, se resistessero solamente col peso, non farebbero resistenza, che per una linea perpendicolare alla terra, essendo questa la direzione de' gravi; e sol quando si volessero discostare da essa. Ma noi tutto giorno osserviamo, che ci resistono per qualunque direzione, siano quieti, o si muovano; resistono anche quando attualmente scendono verso terra, come dimostreremo; dunque la loro massa è principale cagione della resistenza.

195. *Esperienze*. Quando il globo A si muove in un fluido, sente una continua resistenza, per qualunque direzione si muova. Ora questa nasce o dalla tenacità, e aderenza delle parti d'un fluido, o dalla densità, e materia, che contiene. La prima causa si può diminuire attenuando le parti del liquore; ma la seconda si trova sempre proporzionale alla sua densità. Newton nella questione 28. al libro terzo della sua Ottica ristampata in Ginevra
Tav. 3. Fig. 5. nel 1740. ha trovato per mezzo de' pendoli AC, ovvero BC, che facendoli oscillare in liquori diversi, ma quasi della stessa densità, come sono l'acqua, lo spirito di vino, di trementina, l'olio caldo ec. la resistenza, che provavano, era quasi la stessa. All'incontro la resistenza, che il pendolo incontra nell'acqua è tredici, o quattordici volte minore di quella, che incontra nell'argento vivo oscillando, e l'acqua di tanto appunto è meno densa del mercurio. La resistenza, che fa l'aria è ottocento, o novecento volte minore di quella dell'acqua; e di tanto appunto è più picciola la densità dell'aria. Che più, nello stesso fluido come l'aria, diminuendo la sua densità, a proporzione si diminuisce ancora la resistenza, che fa al pendolo; inoltre scaldando l'acqua si assottigliano sensibilmente le sue parti, e perciò si diminuisce la sua tenacità; ma la resistenza come ha sperimentato il Newton resta quasi la stessa. La resistenza, che fa l'aria ad una piuma, è considerabile, perche scende da alto più tardi d'una palla di piombo; ma in una campana alta di cristallo, diminuendo la densità dell' aria quasi in infinito, per mezzo della macchina detta Pneumatica, la piuma scende nel tempo stesso della palla, e perciò anche la resistenza dell'aria è diminuita in infinito. Onde la resistenza de' fluidi essendo per ogni direzione principalmente proporzionale alla

loro

loro densità, cioè alla maggior massa, che contengono sotto lo stesso volume; ne siegue, che si dà realmente questa forza d'inerzia, dipendente dalla massa de' corpi principalmente.

196. *Esperienze*. Caschino da un altezza più globi uguali in volume, ma di materia diversa, uno di carta, l'altro di legno, il terzo di marmo, il quarto di piombo ec. si percuotono all'ingiù tutti colla stessa forza, per dar loro maggiore velocità di quella, colla quale discendono. La mano, che li spinge, proverà resistenza da tutti, maggiore però dal piombo, che dal marmo; più da questo, che dal legno, e minima di tutti dal globo di carta. Quantunque la mano li spinga secondo la direzione della loro gravità, ciò non ostante resistono, perchè la velocità è maggiore di quella, che loro dà il proprio peso; dunque di questa resistenza non può esser causa il peso, che naturalmente li determina all'ingiù, ma deve essere la loro massa, che la obblighiamo a scendere con maggiore velocità della già ricevuta nella prima creazione delle cose. Nè questa velocità maggiore è contraria al peso, che a poco a poco tale, e anche più grande la communicherebbe al corpo; attesochè ogni momento questo accelera il moto suo come dimostreremo parlando della gravità. Dunque la maggiore velocità è contraria solo alla massa del corpo, la quale movendosi in quel momento con un determinato grado di velocità ricevuta dal peso, resiste ad un altro maggiore di esso.

197. La resistenza che fanno i globi cadenti truovasi proporzionale alla loro massa; dunque non dipendendo, come ora dimostrammo, dal peso, deve la forza d'inerzia ne' corpi essere proporzionale alla materia, che contengono.

198. *Esperienza*. Lo stesso si conferma in questa maniera. Sia la macchina della figura 7., come l'espone l'Abbate Nolet nel tomo I. delle Lezioni fisiche stampate a Parigi nel 1745. D è un picciolo martello d'avorio teso dalla molla C, che per mezzo de' denti si può caricare più o meno. Tirando la corda EF si scarica la molla, e il martello D bate sopra un pezzo d'avorio, e questo spinge la palla B d'avorio. Nel tempo stesso cade la palla A attaccata colla cera alla B, e uguale ad essa. La palla A scende col proprio peso; ma B cade inoltre coll'impulso ricevuto dal martello, e perciò accelera la sua discesa; onde quando A si truova in a, B si è già avanzata in b, se il martello si carica più forte contro B, questa accelera più il suo moto.

Tav. 3. Fig. 7.

199. Quan-

199. Quando le due palle si staccano una dall'altra, e cominciano a cadere liberamente, se non secondassero altro, che il proprio peso, essendo in tutto uguali, scenderebbero nel tempo stesso. Ma b precede, e a proporzione del colpo, che ha; dunque ha ricevuto il moto tutto del martello D; e perciò quantunque scenda liberamente per lo suo peso, ciò non ostante resiste alla maggiore velocità, che gli comunica il martello, perchè tutta la riceve, e perciò l'annientisce nel martello. Non potrebbe annientirla, se non resistesse.

200. Dimostrato ad evidenza, che la sola materia de' corpi per la indifferenza, che ha al moto, e alla quiete, resiste attualmente a qualunque mutazione dello stato suo; resta ora, che ne ricaviamo alcune utili conseguenze per la spiegazione de' fenomeni naturali.

201. E in primo luogo quando un corpo sta in quiete, non essendoci in esso alcuna determinazione, resisterà a proporzione della sua materia al grado di moto, che devo in esso introdurre, come sopra dimostrammo. Supponiamo ora, che il corpo abbia già ricevuto questo grado di moto; per mezzo della mia forza l'ho levato dalla indifferenza, che aveva alla quiete; onde il suo presente stato è di muoversi, che perpetuamente conserverà per la stessa sua inattività naturale, la quale è proporzionale alla massa. Perciò se dal moto vorrò di nuovo rimetterlo alla quiete; troverò, che la stessa massa mi fa ora uguale resistenza, per conservare il presente suo stato di moto. Proverò ancora una uguale resistenza, se in vece di ridurlo alla quiete, vorrò communicargli un nuovo grado di moto uguale al primo già datogli, secondo la stessa direzione. Perchè resistendo attualmente il corpo a conservare per la sua inerzia lo stato presente d'un moto determinato, deve resistere al nuovo stato, a cui lo voglio far passare.

202. In secondo luogo, se qualche forza sarà comunicata a' corpi fin dal principio della creazione, perpetuamente questa conserveranno, resistendo a qualunque accrescimento o diminuzione di celerità, che voglia in essi introdursi. Perciò la forza di gravità, d'attrazione, e altre, che troviamo ne' corpi, saranno da essi conservate per la stessa forza d'inerzia. Questo finora abbiamo pruovato dimostrando nel §. 196., e seg., che i gravi resistono al loro acceleramento maggiore. Onde §. 175. 176. a torto alcuni Filosofi moderni dall'osservare queste forze attive nella materia, pretendono

di

di distruggere la naturale inerzia di essa. Acciocchè naturalmente potessero accadere tutt'i fenomeni sorprendenti, che continuamente vediamo nel Mondo, era necessario, che Iddio ponesse nella materia alcune forze attive, che dassero il primo moto a' corpi; ma queste non si conserverebbero, se in essi non ci fosse una forza passiva per ritenerle; e questa appunto è la inerzia di cui parliamo.

203. In terzo luogo questa forza d'inerzia è proporzionale alla materia, che contengono i corpi; come si deduce dalle osservazioni, e sperienze finora portate. Quindi se crescerà in un corpo la materia, a proporzione si aumenterà la resistenza che fa. Onde se crescesse la materia in infinito, la resistenza sarebbe infinita. Fingiamo ora, che un corpo sia tutto circondato da materia, oppure, che sia dentro un fluido sottilissimo, ma che riempia esattamente ogni minimo voto. Se si vuole muovere, dovrà superare una resistenza infinita.

204. In quarto luogo la stessa forza d'inerzia sarà nello stesso corpo proporzionale alla forza ad esso comunicata. Perchè §. 201. il corpo resiste ad ogni nuovo grado di accelerazione, che gli si dà successivamente; dunque resisterà a proporzione del numero de' gradi, che vogliamo dargli, quantunque se gli communichino in un istante. E di fatto altro è lo stato, in cui metto un corpo dandogli un grado di moto, altro quando glie ne comunico cento. Ma il corpo resiste ad ogni mutazione del proprio stato; dunque ad uno stato maggiore farà più resistenza, che ad un minore. Una goccia d'acqua, che pare di picciolissima resistenza, ciò non ostante posta tra due marmi, essendo impenetrabile, fa una resistenza infinita, se quelli con tanta forza sono compressi. Lo stesso ancora si dimostra dall'osservare, che la forza comunicata ad un corpo da un altro, la perde questo; ma non potrebbe perderla, se non trovasse una resistenza proporzionale; perchè non essendoci resistenza, la forza resterebbe per l'inerzia nel corpo che urta: dunque la resistenza è proporzionale alla forza comunicata. Quindi si ricava, che la resistenza è il fondamento della comunicazione del moto ne' corpi.

205. Opporrà qualcuno, che se a un corpo infinitamente picciolo fosse comunicata una forza infinita, dovrebbe fare una resistensa infinita, locchè è assurdo. Questo appunto è quello, che deve provarsi, cioè che un infinitesimo non può fare un'infinita resistenza; quando noi vediamo, che una particella d'acqua compressa

dà

da un'infinita forza, per la ſua impenetrabilità reſiſte infinitamente. Ed ecco come dall'inerzia ha la ſua origine l'impenetrabilità della materia.

206. Oltre la reſiſtenza, che naſce dalla propria inerzia della materia, abbiamo molte altre cagioni, per le quali s'accreſce queſta reſiſtenza; e 1. Una *forza impreſsa* al corpo; onde vediamo, che più reſiſtenza ci fa una palla, che ne viene incontro con un moto determinato, che una quieta, ſe vogliamo ſpingerle. 2. Qualche forza inerente a' corpi, come la *Gravità*; perciò più reſiſtenza ci fa una palla, che da alto ſta per cadere, ſe vogliamo ſpingerla in alto, di quello, che una palla ſopra un piano orizontale poſta. 3. La *Scabroſità* del piano, ſopra cui ſi muove un corpo; onde una palla ſi muove più facilmente d'un dado ſopra un piano ſcabroſo, perchè toccando il globo in pochi punti il piano, meno ſcabroſità incontra, più facilmente ancora ſi muove una palla ſopra un piano liſcio, che ſopra uno ſcabroſo. 4. La *Coerenza* delle parti ne' corpi; e perciò più facilmente ſi ſupera la reſiſtenza d'un legno nello ſpezzarlo, che d'un ferro; perchè le parti in quello ſtanno meno inſieme attaccate, che in queſto.

207. Ma quì ragionevolmente alcuno può dimandare, ſe la reſiſtenza della maſſa forſe non dipende dalla coeſione delle parti de' corpi. A queſto riſpondo, che la coeſione fa ſolamente, che il corpo non ſi diſperda, e tutto unito reſiſta all'impulſo; quando io mi prefiggo di ſolamente muovere, e non dividere un corpo. Ma non produce quella reſiſtenza, che dipende dalla maſſa, come vediamo ne' fluidi §. 195., dove la reſiſtenza principalmente dipende dalla denſità di eſſi.

SEZIONE IV.

Della Mobilità, e del Moto.

208. Ogni corpo è atto a muoverſi, e queſta proprietà, che è inſeparabile da eſſo, e primaria, nè può eſſere accreſciuta, o diminuita, ſi chiama *Mobilità*. Non però da queſto ne ſiegue, che neceſſariamente debba muoverſi, o avere il *moto attuale*.

209. Sebbene ogni azione de' corpi ſi faccia per mezzo del moto; onde ben cominciò Ariſtotele il *Lib.3. de Phyſico auditu*. *Cum autem*

ipſa

ipsa natura motus, quietis, mutationisque principium sit: nostra autem doctrina sit de natura, non lateat nos oportet, quidnam sit motus. Nam si ignoretur ipse, naturam etiam ignorari necesse est. Pure ciò non ostante ci furono alcuni tra gli antichi, che o per bizzarria, o per troppo sofisticare con la mente negarono il moto. Tra questi connumera Plutarco *De Placitis Philosophorum lib.* 1. *cap.* 19. Parmenide, Melisso, e Zenone; come anche Sesto Empirico *Advers. Mathem. lib.* 9. *de Motu; Advers. Physica lib.* 2.; *Hypothyposis Pyrrhon. lib.* 2. *cap.* 22., e *lib.* 3. *cap.* 8., che aggiunge a que' di sopra Diodoro Crono sofista.

210. Diodoro Crono si serviva di questo argomento. Tutto ciò che si muove, o si muove nel luogo in cui è, o in quello in cui non è. Se il primo non esce da quel luogo, e perciò non si muove con moto locale; se il secondo, questo è impossibile; perchè dove il corpo non è, nè anche può operare. Dunque i corpi non si muovono. A questo argomento facile è il rispondere, che il corpo non si muove nel luogo, in cui è, nè in quello, in cui non è; ma da luogo a luogo; in questo appunto consiste la natura del moto; perciò comincia il moto nel luogo, in cui è il corpo, e termina dove non era. La natura di esso non esiste tutta in un tempo, essendo il moto una quantità successiva, e non continua come l' estensione, *prefazione* §. 3. Molto a proposito al dir di Sesto Empirico, il Medico Ermofilo convinse lo stesso Crono, che essendosi slogato una spalla ricorse ad esso, perchè glie l'accomodasse; rispose Ermofilo, che secondo lui era impossibile, che si fosse mossa. Ma a questo Diodoro Crono vinto dal dolore soggiunse, che lasciate le arguzie gli facesse il piacere di rimetterla nel suo luogo.

211. L'altro argomento chiamato Achilleo, per isciogliere il quale scrissero gli Scolastici interi trattati, l'esponeva Zenone in questo modo. Achille, che Omero lo descrive come velocissimo nel correre, sia lontano da una testuggine un miglio, ed abbia 100. volte più velocità di essa; Achille non raggiungerà mai la tartaruga; imperocchè quando Achille descrive un miglio la testuggine descriverà $\frac{1}{100}$ di miglio; mentre il primo descrive questa, la seconda percorrerà una centesima di centesima, cioè $\frac{1}{10000}$ di miglio; e andando con questa progressione nel terzo istante farà una millionesima; e negli altri istanti, sempre cento volte meno d' Achille. Onde essendo l'estensione divisibile in infinito Prop. 3. §. 52. Achille non raggiungerà mai

la testuggine. Ma nel moto attuale de' corpi sempre osserviamo, che il più veloce arriva il meno veloce; dunque quello, che noi vediamo non è vero moto, perchè non corrisponde alla vera idea, che se ne deve avere; e perciò non si dà moto.

212. Per rispondere a questo argomento varie insussistenti dottrine inventarono le Scuole; la più rinomata è quella d'alcuni trattenimenti, detti da essi *morule*, che concepivano esserci nel moto della tartaruga, per mezzo delle quali finalmente Achille dovea raggiungerla. Ma chi non vede, che questi trattenimenti sono immaginarj, e quantunque servissero ne' corpi animati; in due inanimati, come due palle, che si inseguissero, non sarebbero d'alcun uso; perchè se la palla più tarda si ferma per un momento; dovrà perpetuamente quietarsi per la Sez. 3.

213. Questa difficoltà si scioglie facilmente colla dottrina degl' infinitesimi, e delle serie §. 59., 92. Siccome lo spazio è divisibile in infinito: così ancora il tempo si può dividere in infinito; e siccome in quello una serie infinita decrescente è uguale ad una quantità finita: così anche in questo. Gli spazj descritti formano una serie decrescente di frazioni, ciascuna delle quali è cento volte maggiore della seconda; e per conseguenza ha la stessa proporzione, che il denominatore della prima 100., al suo numeratore 1. Ora per sommare una serie infinita di frazioni, che hanno tra loro questa ragione, la regola, che da il Wolfio tom. 1. Matem. Parte 2. Sez. 5. Cap. 1. Probl. 147., è di partire 1. per lo denominatore del primo termine diminuito d'uno. Onde la somma di tutti quegli spazj sarà uguale ad 1. diviso per 100. meno uno, cioè per 99.; e perciò tutti gli spazj infiniti di numero descritti dalla testuggine saranno $\frac{1}{99}$ di miglio. Laonde se Achille per camminare un miglio ci mette un quarto d'ora, e perciò per descrivere $\frac{1}{99}$ di miglio, $\frac{1}{99}$ d'un quarto; arriverà la tartaruga dopo un quarto, e $\frac{1}{99}$ d'un quarto; non facendo questa più d' $\frac{1}{99}$ di miglio.

214. *Lo stesso tempo, in questo, e simili casi si può determinare analiticamente, per que', che si dilettano di tali studj in questa maniera. Achille impiega un quarto, per descrivere un miglio; dunque la testuggine, che è 100. volte meno veloce, in un quarto farà $\frac{1}{100}$ di miglio. Achille deve arrivare la testuggine §. 213.; il tempo, in cui l'arriverà si chiami x. Achille deve ancora muoversi; se dunque in un quarto descrive 1. miglio; in tempo x, per la regola del tre descriverà mi-*

glia x. *La testuggine ha descritto già un miglio, perchè tanto è lontana da Achille; se in un quarto fa* $\frac{1}{100}$ *di miglio, in tempo* x, *lo spazio da essa descritto sarà* $\frac{x}{100}$. *Quando Achille arriva la testuggine, amendue hanno descritto lo stesso spazio; e perciò quello d' Achille essendo* x, *della testuggine* $1 + \frac{x}{100}$; *avremo* $x = 1 + \frac{x}{100}$; *e moltiplicando per* 100., *sarà* $100.\, x = 100. + x$; *onde* $99.\, x = 100.$; *ed* $x = \frac{100}{99} = 1. + \frac{1}{99}$. *Lo che dovea determinarsi*.

215. Melisso Scolaro di Parmendide vedendo, che un corpo non si può muovere senza il voto, nè potendo concepire il voto, si pose a negare ancora l'esistenza del moto. Pietro Bayle all' Artic. Zenone, lettera I delle note, si diffonde riferendo la sentenza di Melisso a dimostrare l'insussistenza del voto. 1. Perchè non si può concepire un estensione immobile, indivisibile, e infinita, quale è il voto §. 45. Ma a questo sufficientemente abbiamo provveduto nella Prop. 2. §. 41., e nel luogo ora citato. 2. Il vacuo sarebbe o Sostanza, o Modo. Se è modificazione, deve determinarsi la sostanza di cui è modificazione. Se è sostanza sarà creata, o increata. Non il primo, perchè potrebbe distruggersi, e ciò non ostante resterebbero i corpi; lo che è assurdo, non potendosi concepire allora, che un solo corpo, e questo situato nel niente; e perciò insieme coll'estensione dovrebbero distruggersi anche i corpi; onde quella non sarebbe sostanza, ma una cosa annessa al corpo. Non si può dire increata; perchè o sarebbe la stessa suprema essenza, lo che è assurdo; o qualche cosa separata, da questa; e ciò ancora è contradditorio; perchè non si può trovare altro, che un Ente necessario, che è Iddio.

216. Alla seconda difficoltà francamente rispondo, che l'estensione pura è una vera sostanza; perchè è una reale capacità nella quale sono ricevuti, e si muovono continuamente i corpi. E' stata creata da Dio prima di essi; ed era conveniente, che i corpi trovassero il luogo per situarsi, e specialmente per poter muoversi. Questo è ciò che sappiamo dell' estensione, oltre le altre proprietà negative esposte al §. 45., per altro, che sia questa sostanza non lo sappiamo §. 37. Quindi probabilmente la *materia* non è altro, che una sostanza estesa, a cui Iddio ha dato la forza di resistere. Se mi interrogano, se questa sostanza sia finita, o infinita, risponderò con uguale franchezza, che non lo sò. Poteva Iddio crearla infinita; poteva anche probabilmente crearla finita. La nostra mente è

M 2 indu-

indubitato, che non può concepirla limitata §.45., ma se realmente sia tale o nò, chi mai lo determinerà; secondo la Regola data Pref. §.17.

217. Da quello che finora abbiamo esposto apparisce evidentemente, che si dà il moto in natura; e l'idea di esso la riceviamo per mezzo de' sensi. Perciò sarà *semplicissima*, come tutte l'altre idee sensibili. Quindi non essendo composta d'altre idee, non potremo definirla; perchè nella definizione si pongono tutte l'idee, delle quali una è composta.

218. Onde nasce, che tutte le pretese definizioni date da Filosofi del moto, o sono oscurissime, o vero semplici *descrizioni*, le quali con sinonimi vocaboli esprimono lo stesso. Della prima sorte è quella d'Aristotele nel *lib. 3. de Physico auditu*, che volendo abbracciare tutte le mutazioni, le quali possono accadere ad un corpo, nella sostanza, nella quantità, nelle qualità, e nel luogo, definisce nel testo 6. il moto *actus ejus quod potentia existit, quatenus hujusmodi*. Un poco forse più chiaro s'esprime nel testo 17. dello stesso libro dicendo, che il moto *est actus mobilis, quatenus mobile existit*. Poteva però Aristotele risparmiarsi la pena d'abbracciare tutte le specie di mutazioni; bastava che definisse il moto locale; perchè qualunque generazione, alterazione, o mutazione naturale si fa per mezzo di questo.

219. La più comune e semplice descrizione, che del moto si possa dare è questa. *Il moto è un passaggio d'un corpo da luogo a luogo*. Questo è quello che continuamente vediamo per mezzo de' sensi, quando i corpi si muovono. Questa definizione ancora abbraccia tutte le specie di moto come in appresso si vedrà chiaramente.

220. Cartesio ne' principj della Filosofia Parte 2. §.25., dell'edizione Francese delle sue Opere fatta a Parigi in 13. volumi in dodeci dall'anno 1724. fino al 1729. dice che il moto è il *trasporto d'una parte della materia, o d'un corpo dalla vicinanza di que', che immediatamente lo toccano, e si riguardano come in riposo alla vicinanza d'altri*. Poco diversa da questa è quella, che ne da Roault Parte 1. Cap. 10. §. 2. della sua Fisica ristampata in Venezia nel 1740., dicendo, che il moto *è l'applicazione successiva d'un corpo a diverse parti di que', che immediatamente lo toccano*. Amendue queste descrizioni spiegano solamente il moto relativo, cioè il passaggio da un luogo relativo all'altro §.48., ma non già il moto assoluto; perciò non possono ammettersi; vero è, che tanto queste, quanto la comune

mune data di sopra sono tutte pure descrizioni. *Passaggio*, *trasporto*, *applicazione* sono lo stesso, che il moto attuale.

221. Pietro Silvano Regis nato nella Contea d'Agen nel *1632*., nella sua Fisica, che sta col suo corso Filosofico stampato in tre tomi a Parigi nel *1691*., si sforza nel *lib*. 1. *par*. 2. *cap*. 1. di sostenere come unica, e migliore di tutti la definizione di Cartesio. Tale sarebbe non ammesso il voto, o lo spazio assoluto. Giovanni le Clerc nato a Ginevra nel 1657., nella sua Fisica, che abbraccia il terzo e quarto tomo delle sue Opere Filosofiche ristampate a Amsterdam più copiose nel 1722., al *lib*. 5., *cap*. 5. *par*. 3. oppone a torto contro la descrizione Cartesiana, che un danaro tenuto in mano non si moverebbe nel camminare un uomo; e non meno le acque d'un fiume, che le rive, e il suo alveo camminerebbero posta tale descrizione. Imperocchè quanto al primo, la moneta non si muove essa, ma la mano in cui sta; onde il suo moto è comune, non già proprio. Ma il Cartesio questo non volea, che fosse propriamente moto, e quindi pretendeva, che la terra siccome è trasportata dal suo vortice intorno al Sole, propriamente non si dovesse dire in moto. E per verità non ammessa l'idea dello spazio, non si può realmente chiamare moto. Onde il Cartesio nel §. 24. del luogo citato riflette bene su questo proposito, avendo già nel §. 16. antecedentemente asserito, che lo spazio è un puro niente; errò in questo, ma non nell'idea del moto. Quanto alla seconda difficoltà ottimamente la scioglie il Regis dicendo, che il moto è un applicazione attiva, e non passiva d'un corpo; o pure secondo Cartesio è un attuale trasporto del corpo. Perciò essendo l'acque quelle, che si trasportano, e s'applicano successivamente alle rive con una vera azione; non già le rive ad esse; si deve dire, che l'acque, e non le rive si muovono.

222. Se in qualunque corpo si distrugge il moto, che ha, immediatamente si riduce alla quiete; onde non sarà altro la *Quiete*, che una privazione di moto, e perciò non può dirsi cosa reale ne' corpi. Da questa opinione si è slontanato il Regis *lib*. 1. della Fisica *part*. 2. *cap*. 5., dove asserisce, che non meno si può dire la quiete privazione del moto, che questa privazione della quiete; e perciò la quiete sarà qualche cosa di reale ne' corpi.

223. Quest'idea della quiete è insostenibile; perchè la quiete non è altro, che la durata d'un corpo nel luogo stesso, o lo stare un corpo nella stessa parte di spazio; o pure con Roault Parte prima della

la

la Fisica *cap.* 10. §.2. una *continua applicazione d' un corpo a diversi parti di quelli, che gli sono d' intorno*. Ora quando un corpo sta in un luogo non può starci più, o meno; e perciò la quiete è una mera privazione di moto.

224. Non bisogna in questo luogo confondere la quiete, cioè il non muoversi, colla forza d'inerzia, che è quella per mezzo della quale un corpo si sforza di conservare il proprio stato, sia di quiete, o di moto, che egli abbia. Fingete, che un uomo stia a sedere, e si sforzi di così mantenersi; un altro stia a sedere, ma però sia indifferente anche a camminare. Tutti e due stanno ugualmente quieti; ma non però fanno uguale sforzo per starci; il primo ne fa più del secondo; ma amendue stanno quieti ugualmente, cioè non si muovono. Così un grano di sabbia, una palla, un grosso sasso, una montagna stanno ugualmente quieti, cioè non si muovono; ma se vorrete trasportarli, maggiore resistenza sentirete nell'ultimo, che negli antecedenti.

225. Il confondere la quiete collo sforzo di conservarla, ha fatto credere, che il Cartesio l'abbia presa come una cosa reale. Dice certamente nella *part.* 2. al §. 26., che si ricerca ugual forza per muovere un corpo, che per fermarlo; ma questo non proverebbe altro, se non che egli ha riconosciuta prima de' Newtoniani la forza d'inerzia, già da noi dimostrata nell'antecedente Sezione. Nel §.36. asserisce è vero, che Iddio abbia creato una determinata quantità di moto, e di quiete nella materia, e che la conservi; ma da ciò non vedo come si ricavi, che abbia preso la quiete separatamente dal corpo per cosa reale, e positiva. Con questo ha solamente preteso dire, che Iddio ad un determinato numero di parti ha dato il moto attuale, e un altro numero determinato lo ha lasciato senza alcun moto. Ecco la determinata quiete, che c'è nella materia. In fatti nel dimostrare il suo assunto fa menzione solamente del moto, come d'una modificazione reale. Pretendono in oltre di ricavare questa loro imaginata sentenza dalla spiegazione, che fa il Cartesio della durezza nel §. 54. *Le parti de' corpi duri talmente sono l'une all'altre accostate, che non si possono separare senza una forza, la quale sia bastante a rompere questo congiungimento*. Dal che ricavano, che spieghi la durezza per la sola quiete delle parti. Ma siccome abbiamo detto di sopra, che oltre la quiete riconosce uno sforzo nelle parti, che devono esser mosse; così Cartesio ripone la durezza nella forza

za

za d'inerzia, e non nella quiete. Perciò nè il Cartesio, nè Claudio Perrault nato a Parigi l'anno 1613., ne'suoi Saggi di Fisica stampati a Parigi in quattro tomi nel 1680., e 1688. sono stati mai di parere, che la quiete fosse da per se stessa qualche cosa di reale.

C A P O I.

Della Natura, e Causa del Moto.

226. QUella scienza, che parla del moto si chiama *Meccanica*. Gli antichi sotto nome di Meccanica intendevano quella scienza, che insegnava l'arte di misurare le tre dimenzioni de' corpi, e di muoverli. In due parti la dividevano. La prima detta *razionale* era trattata da loro dimostrativamente. La seconda con meno accuratezza; perciò a questa riducevano tutte le arti manuali. Questa distribuzione della Meccanica fatta da Erone al riferire di Pappo Alessandrino nella Prefazione al libro ottavo delle raccolte Matematiche stampate a Pesaro nel 1602. dal celebre Commandini d'Urbino, col progresso del tempo ricevette nomi diversi; e la parte razionale fu detta Geometria, la Pratica Meccanica. Ma come osserva il Newton nella Prefazione de'suoi Principj Matematici della Filosofia ristampati in quattro tomi a Ginevra nel 1739. e seguenti anni, co' perpetui, e dotti Comenti de'Reverendi Padri dell'Ordine de'Minimi Tomaso le Seur, e Francesco Jacquier; la poca accuratezza, e gli errori, che si commettono non sono dell' arte, ma degli artefici; così per questa sola ragione non potea mutarsi il nome alla prima parte della Meccanica. Di fatto la Geometria istessa è fondata nella pratica Meccanica. Cerca il Geometra, che da un punto ad un altro si possa tirare una linea, e dato un intervallo descrivere un cerchio; e ciò non insegna a farlo, ma lo suppone dalla Mecccanica. Ma siccome per lo più le arti manuali insegnano a muovere i corpi; quindi è nato, che la Geometria ha avuto principalmente per oggetto la misura di tutte le grandezze; e la Meccanica è stata destinata a trattare del moto de' corpi.

227. Gli antichi nella Meccanica trattavano solamente dell'Equilibrio de' moti varj, che osserviamo; onde in essa spiegavano solo i cinque stromenti manuali dette Potenze Meccaniche, delle quali si parlerà a suo luogo. Noi dopo la scorta di Galileo intendiamo per

Mec-

Meccanica, l'intera Scienza del Moto tanto necessaria per la spiegazione degli effetti naturali. Quindi è nato, che *Filosofi Meccanici* sono stati chiamati tutti quelli, i quali hanno spiegato i fenomeni naturali per mezzo delle leggi del moto.

228. Dopo aver trattato in questo capo della Natura, e Causa del Moto passeremo a spiegare *le varie leggi*, che conservano i corpi nel muoversi; quindi *le diverse specie di moto*, e finalmente *le forze motrici*, che si trovano attualmente ne' corpi. Questo potrà servire per una generale introduzione all' intera scienza del moto. Gli altri capi saranno destinati alle varie parti della Meccanica, che senza questa generale introduzione non possono concepirsi. Tali parti sono la *Statica*, che tratta dell' equilibrio de' solidi, e delle macchine per muoverli. L'*Idrostatica*, che parla dell' equilibrio de' fluidi, e l'*Idraulica* delle macchine per trasportarli, e inalzarli. Il *moto de' pendoli*. La *Balistica*, ovvero il moto de' projetti. La *Dinamica*, che determina ciò che deve accadere nell' urto de' corpi; ed ultimo di tutti sarà il trattato delle *forze centrali*.

229. Intorno alla natura del moto credettero comunemente le Scuole, che fosse una qualità sensibile; e siccome queste le riputavano mezze entità reali, della stessa maniera concepivano anche il moto. Ma siccome non hanno mai determinato, che cosa fossero queste mezze entità; così noi non siamo obbligati di discorrerne d' avantaggio, la stessa loro descrizione facendole abastanza vedere chimeriche, e legittimo parto dell' idee astratte.

230. Cartesio nella *part.* 2. de' principj *art.* 27. concepisce il moto come una modificazione del corpo; o un diverso modo, che ha in tutto il tempo, che muta luogo. Dello stesso sentimento è Roault nella *part.* 1. della Fisica *cap.* 10. §. 6., aggiungendo, che il moto è nel corpo quello stesso, che la figura. Questo sentimento è stato abbracciato da tutt' i moderni Filosofi, i quali non riconoscono nella natura delle cose altro che *sostanze*, cioè *esseri*, che da per se stessi sono, e *modificazioni* de' medesimi. Di questa natura appunto troviamo essere il moto, che non può concepirsi senza il corpo, che si muove, anzi è lo stesso corpo mosso.

231. Quantunque Cartesio chiaramente si fosse espresso in questa parte; ciò non ostante avendo detto nella *par.* 2. *art.* 36., che Iddio sul principio ha creato una determinata quantità di moto, viene acremente ripreso dal Signor Gamaches Canonico Regolare di Santa

tà Croce nella Differtazione 1. dell' Aſtronomia Fiſica ſtampata a Parigi nel 1740. Carteſio, dice queſt'autore, ſupponendo, che una determinata quantità di moto, e di quiete abbia Dio creato ne' corpi, fa il moto non più modificazione, ma qualche coſa di aſſoluto, e reale ſeparato dal corpo, e perciò torna ad introdurre le qualità Peripatetiche, felicemente eſcluſe dalla Fiſica. Ma per vero dire non ha ragione di condannare in queſto il Carteſio. Non tutt'i corpi in natura ſono rotondi, o quadrati ec., ma vi è una determinata quantità di figure rotonde, e quadrate; e pure con queſta eſpreſſione non ſi dice, che la figura ſia qualche coſa di aſſoluto, ma una ſemplice modificazione de' corpi; lo ſteſſo ſi deve applicare al moto.

232. Vediamo s'egli ſia più felice nello ſpiegarlo. Dice queſt' autore, che il moto è un effetto della Divina volontà ne' corpi, per mezzo del quale non ſi fa altro, quando un corpo s'accoſta, o ſi slontana da un altro, che mutare la relazione della diſtanza, che prima v'era tra corpi. Così pretende di concepire il moto come una ſemplice relazione, perchè non caſca realmente ne' corpi, ma nella loro diſtanza. Non ſi è avveduto però, che eſſo come Carteſiano non ammettendo alcuno ſpazio voto, deve perciò concepire la diſtanza come corpo; onde il moto cadendo in queſta, ſi riceverà per conſeguenza in un corpo.

233. Quantunque il moto ſia una modificazione de' corpi, ciò non oſtante ha molte proprietà non comuni alle medeſime, le quali rendono perfettamente oſcura la natura, che ha. Noi eſporremo tutto ciò, che in eſſo ſi oſſerva. Primo, il moto ſenza il corpo non ſi può concepire; onde per queſta parte è una vera modificazione. Secondo, il moto ſi accreſce, e ſi diminuiſce, perciò è quantità; nè da queſto ſi può dedurre, che ſia qualche coſa di realmente ſeparato dal corpo, perchè anche tutte le altre qualità poſſono eſſere accreſciute, e diminuite. Terzo, quando un corpo urta un altro, porzione di queſto moto paſſa in quello, perchè quantunque ſeparato da eſſo ſeguita a muoverſi. S'introduce nella ſoſtanza del corpo non paſſando per gli pori, ma per le parti ſolide, perchè la comunicazione del moto ſi fa con l'urto delle parti ſolide. Queſto appunto è ciò che noi diciamo ineſplicabile. Quarto, ſe due corpi molli ſi vengono incontro con moto uguale, dopo l'urto ſi fermano; e perciò in amendue ſi diſtrugge il moto: ſe ſono elaſtici ſi riflettono collo ſteſſo moto. Dove va il moto, che periſce, e come fa a diſtruggerſi;

gersi; è molto difficile il concepirlo. Questa comunicazione si fa per mezzo del contatto, ma questo non è causa del passaggio, che fa il moto, perchè se due corpi si toccano, non per questo si comunicano moto; è necessario, che uno di questi prima si movesse. Quinto la comunicazione del moto non si può dire come Cronlando, che sia un'idea la quale passa per mezzo dell'anima ne'corpi. Imperocchè il moto, che produce il Sole, le parti terrestri, che fermentano, la gravità, e la forza elastica de'corpi certamente non dipende da sostanza spirituale. Sesto non bene asseriscono alcuni, che il moto realmente non passi da un corpo ad un altro, ma solamente che sia eccitato dal corpo, che si muove, l'attuale moto in un altro, e a misura di questo eccitamento perda il corpo, che si movea, porzione della sua forza reale. Pretendono questi tali, che nell'urto di due corpi l'aria interna, ed esterna, che sta in un moto continuo perda il suo equilibrio, dal che nasca un nuovo moto in essa, e perciò tanto di moto perda il corpo che urta, quanto n'acquista l'urtato. Ma questo perdimento d'equilibrio nell'aria non si può fare senza nuova introduzione, o perdita di moto, che essa faccia, e perciò il moto sempre deve comunicarsi a'corpi. Settimo quantunque il moto sia una modificazione, ciò non ostante i suoi effetti sono diversi da quelli delle altre modificazioni. Per esempio la figura rotonda d'un corpo non passa in un altro, se non che poste alcune condizioni, cioè che il corpo urtato sia molle, e quello che urta si muova; e poste anche queste il corpo urtato riceve la figura concava non la convessa di quello, che urta. All'incontro il moto si trasfonde subito che un corpo urta l'altro.

234. Gli esposti dubbj, che giudico insolubili affatto, sono il motivo, per cui niente possiamo determinare intorno la natura del moto; ma se in tanta oscurità può aver luogo la congettura, esporrò un Sistema il più tollerabile. Sentiamo in noi la forza di muover il nostro corpo, e per mezzo d'esso ancora gli altri. Questa forza viene determinata, ma non invincibilmente dalle impressioni sensibili, e invincibilmente dalla nostra volontà. In alcuni casi però osserviamo, che questa potenza dalle cause esteriori, è violentata a determinarsi, come accade ne'frenetici, e pazzi. In questi ancora c'interviene la volontà, ma non liberamente; allora la mente *vuole*, *perchè il corpo è mosso*; nel primo caso *si muove il corpo*, *perchè la mente vuole*. Ora è molto probabile, che questa *Potenza* di muovere i corpi da

Dio

Dio comunicata all'umana mente, l'abbia data ancora agli altri animali, non già *libera* come all'uomo, ma *necessitata* a determinarsi dalle impressioni sensibili. In quest'ipotesi adunque si trova negli animali una potenza di muovere i corpi; ma lo stesso non si può dire de' corpi vegetanti, e inerti, come sono le piante, i sassi, l'acque, l'aria, il fuoco ec. In questi, come dimostrammo nella Sezione terza, non troviamo alcuna *potenza attiva*, ma *la passiva*, cioè una forza di resistere a qualunque mutazione. Perciò osservando, che questi si muovono, dobbiamo conchiudere, che Iddio loro abbia dato il moto attuale; ma siccome questo non sappiamo concepire, che sia, così non lo distingueremo dalla *conservazione* delle cose. La *creazione* del Mondo è un atto della volontà Divina, col quale cavò dal nulla ciò, che vediamo. Quest'atto continuando, seguitano tutte le cose ad esistere, quindi meritamente alcuni dissero, che la *Conservazione* delle sostanze è una creazione continuata. Volle però Iddio da principio non solamente, che fossero creati i corpi, ma ancora producessero varj effetti, ed ecco la necessità di non conservarli sempre nel luogo stesso, dal che nasce il passaggio da un luogo ad un altro, ovvero il *moto*. Se dunque il primo Motore conserva un corpo nella stessa parte di spazio, sta *quieto*; se in diverse, si *muove*, se in niuna, si *annichila*. Onde il muoversi non è cosa distinta dalla conservazione.

235. Perciò la *prima cagione* del moto è Iddio stesso, che nel conservare i corpi li modifica diversamente, secondo che si ricerca per produrre tutti gli effetti naturali, e a misura delle condizioni, colle quali gli è piaciuto di creare la materia de' corpi.

236. Cerca in tal'occasione Cartesio *part*.2. de' Principj §.36. se si conservi nel Mondo la stessa quantità di moto, che Iddio prima creò. Pretende egli di sì; perchè essendo Iddio immutabile, siccome conserva costantemente la stessa quantità di materia, così ancora deve mantenere lo stesso moto. E di fatto nell'urto de' corpi quanto moto perde quello che urta, tanto ne acquista l'urtato. Dello stesso sentimento è Roault *part*. 1. della Fisica *cap*. 10. §. 13. La ragione però di Cartesio suppone, che il primo motore siasi prefisso di dover conservare perpetuamente lo stesso moto; in questo solo caso sarebbe mutabile, se operasse diversamente. Ma se ha stabilito il contrario, allora non si potrà chiamare mutabile, siccome non lo è, quantunque la figura, il colore, il sapore, e le altre qualità de' corpi continua-

mente si variino, come dottamente osserva Wolferdo Senguerdo nella Filosofia Naturale Atomistica stampata a Leiden nel 1681. alla *par.* 1. *c.* 5. §. 20. Che di fatto la cosa sia diversamente, è manifesto dall'osservare le due forze da Dio poste in natura, l'*attiva*, cioè il moto; e la *passiva*, o la resistenza; questa indica non aver Iddio voluto, che si conservasse sempre in natura lo stesso moto. Inoltre parlando dell'urto de' corpi, vedremo, che in più occasioni attualmente perisce il moto. Se due palle di creta molle ugualmente pesanti si vengono incontro colla stessa velocità, nel punto dell'urto si fermano. Se hanno tanto di forza elastica, quanto basta per far risorgere la metà del moto, e ribalzare, ne perdono la metà. Ma di ciò diffusamente nella Dinamica.

237. Leibniz negli atti di Lipsia del 1686. fa vedere, che bisogna distinguere tra la quantità del moto, e la forza motrice, e pretende, che la prima si muti, non già però la seconda. Perchè come osserva nella lettera a Remond *tom.* 2. *Du Recueil pag.* 135. e Gotlieb Anschio nel Teorema 123. le monadi, e la loro forza motrice non possono essere distrutte, che per annichilazione. Queste però sono ipotesi, che non hanno alcun fondamento reale.

238. Gli Epicurei che supposero la materia non essere stata creata, ma che gli atomi da tutta l'eternità siano stati, concepiscono, che questi perpetuamente si siano mossi nell'immenso, e infinito spazio. Una lunga descrizione del loro moto, e formazione del Mondo fa Lucrezio nel *lib.* 2. *De rerum Natura*.

Nunc age, quo motu genitalia materiai
Corpora, res varias gignant, genitasque resolvant,
Et qua vi facere id cogantur, quæve sit ollis
Reddita mobilitas, magnum per inane meandi.

Non portavano però essi di quest'eternità del moto, e della materia altro argomento, che l'impossibilità della creazione del Mondo. Per altro si accorgevano ancor essi d'essere obbligati ad ammettere gli atomi, e il moto eterni, e questi immutabili, acciocchè non si riducessero in niente. Ora molto più ragionevole è l'ammettere, che questa sostanza immutabile, ed eterna avendo due principali infiniti attributi, non sia la materia, e il moto, che sono composti imperfetti, ma una sostanza semplicissima, dotata d'un'infinita intelligenza, che è Dio.

239. Abbiamo per lo contrario ragioni, per le quali manifestamente

mente

mente si pruova, che il moto non è stato eterno, nè è essenziale alla materia. 1. Se ciò fosse, quando si concepisce un corpo in quiete, non sarebbe più corpo, perchè privato d'una proprietà, cioè del moto, senza il quale non può stare. Lo che è contro la comune esperienza, e contro ciò che abbiamo dimostrato dell'inerzia, che si trova ne' corpi. 2. Questa proposizione, *il moto è essenziale alla materia*, distrugge se stessa. Imperocchè non basta, che un corpo si muova, ma si ricerca in oltre, che cammini per qualche direzione. Sia dunque un corpo quieto, le direzioni, per le quali può andare d'ogni intorno, sono infinite. Ora se il moto fosse d'essenza della materia, o che dovrebbe questa muoversi per qualche direzione particolare, e in questo caso non si potrà mai provare, che una direzione più tosto che un'altra le sia necessaria, anzi tutte le saranno ugualmente essenziali. O che la materia si muove per tutte le direzioni, e in questo caso il corpo starà in una perfettissima quiete; perchè è impossibile, che nel tempo stesso si muova, e si ritrovi in tutt'i luoghi possibili. Dunque il moto non è essenziale alla materia, e questa proposizione è distruttiva di se stessa. Ben prevvide ciò Lucrezio, il quale disse, che tutti gli atomi si muovono in questo immenso spazio col proprio peso, cioè verso la parte inferiore; e perchè potessero col loro accozzamento produrre le cose, fece, che non scendessero per linee paralelle, ma un poco inclinate; benchè di questo peso, e di tale declinazione, che si trova negli atomi, non renda alcuna ragione. Così s'esprime nel *lib.* 2.

Illud in his quoque te rebus cognoscere avemus:
Corpora cum deorsum rectum per inane feruntur,
Ponderibus propriis incerto tempore firme,
Incertisque locis spatio decedere paullum:
Tantum, quod nomen mutatum dicere possis.
Quod nisi declinare solerent, omnia deorsum,
Imbris uti guttæ caderent per inane profundum:
Nec foret offensus natus, nec plaga creata
Principiis: ita nil unquam natura creasset.

240. Lo stesso si deve dire, se in vece del moto, si concepisca nella materia uno sforzo uguale a muoversi da per tutto; allora starà in una quiete perfetta, equilibrandosi tra loro questi uguali sforzi; come accade nell'acqua posta in un vaso.

241. Quindi si scuopre il manifesto errore di Tommaso Obbes, che

che nelle sue Opere Filosofiche stampate in due tomi in Amsterdam nel 1668., alla *par.* 1. *c.* 26. della Fisica, per dimostrare l'eternità del moto, si serve di questo argomento. Tutto ciò che si muove, si muove per mezzo d'una sostanza, che è in moto; dunque il moto è eterno. Agevole è la risposta, che ciò, che si muove, o viene spinto da una sostanza, che attualmente si muove, o da una sostanza, che ha la potenza libera di muovere i corpi per qualunque direzione, come le piace, e quando le piace. Questa potenza libera è totalmente diversa dall'attuale sforzo, che si potrebbe concepire, come poco fa dicevamo nella materia, perchè questo sforzo è una vera, e reale quiete, essendo sforzo necessario, non libero per tutte le direzioni.

242. Dopo avere osservato quale debba essere la *prima cagione* del moto, si può cercare quale sia la *seconda*, *o immediata*, dalla quale dipendono immediatamente tutti i movimenti de'corpi naturali. Contemplando gli effetti, che abbiamo quotidianamente sotto degli occhi, ci portano questi invincibilmente a giudicare, che ci sia una molla, la quale animi questa macchina del Mondo, o sia la primaria origine de' moti corporei.

243. Renato Cartesio, Principj Parte terza §. 49., e seguenti, e con esso Roault, Fisica Parte Prima in tutto il Capo 21.; e Malebranche Tomo 4. Ricerca della verità dopo il rischiaramento 16., a carte 464. ediz. di Parigi 1736., giudicano, che tutti gli spazj lasciati voti da'corpi siano occupati dall'aria grossa; e quelli, che tale aria non può riempire, siano posseduti da un' *aria sottilissima*, chiamata da essi *Etere*, le di cui parti essendo attualmente separate in infinito, siano in un continuo moto, e agitazione. Questa è per gli Cartesiani la prima cagione movente, che anima l'Universo creato.

244. Portarono la stessa opinione molti degli Antichi Filosofi, tra i quali gli Egiziani al riferire di Diodoro Siciliano ammettevano per Elementi lo *spirito*, il *fuoco*, il *secco*, l'*umido*, e l'*aria*. Aristotele nel tomo 1. *De Cælo lib.* 1. *c.* 3. *Æther primum corpus diversum a terra, igne, aere, atque aqua*. Platone nel Timeo *Aeris limpidissima pars, quæ Æther dicitur, species ignis est*.

245. Ma sebbene i Cartesiani per mezzo del loro Etere, come ne'luoghi opportuni vedremo, spieghino la maggior parte de'fenomeni naturali; ciò non ostante non portano mai alcuna sperienza certa, colla quale dimostrino la sua esistenza. Non ho dubbio, che

al

al comparire del Sole muta faccia la terra, e di torpida, che era la notte, nel giorno si ravviva; dal che si potrebbe ricavare, che la luce del Sole, è la principale immediata cagione di tutt'i movimenti. Ma bisogna dall'altra parte esaminare, se questo lume abbia le stesse proprietà, che decantano i Cartesiani della materia sottile. Noi per mezzo d'accuratissime osservazioni vedremo, che le sue proprietà sono molto diverse da quelle dell'Etere.

246. Non dimostrando adunque i Cartesiani con alcuna immediata osservazione l'esistenza di questa materia, e dall' altra parte secondo che dimostrammo §. 65., ripugnando una materia attualmente divisa in parti infinite, quale dopo il Malebranche suppongono l'etere tutt'i seguaci di Cartesio; resta che lo mettiamo nel numero delle cause possibili, e ipotetiche; non già tra le reali, e vere. S'aggiungerà peso a questo, quando nella spiegazione de' fenomeni particolari dimostreremo inoltre l'insufficienza dell'Etere, per rendere ragione di essi.

247. Newton co' suoi seguaci avendo prima dimostrato, che i corpi maggiori del Mondo gravitano uno verso dell'altro; e ne' fenomeni della terra, che tutte le parti della materia vicendevolmente si attraggono; stabilita un' *Attrazione universale* tra le parti tutte della materia, dalla quale nasce quella de' corpi maggiori, ha giudicato, che questa sia la principale sorgente de' fenomeni naturali. Vedendo inoltre, che di questa non si può dare una competente spiegazione; stimò più a proposito giudicandola Legge universale, e Proprietà non meccanica, per mezzo d'essa spiegare i principali movimenti de' corpi celesti, e gli effetti, che in que' della terra vediamo. Così felicemente riuscì in questo, che pare oramai non ci sia più, che cosa desiderare. Ciò apparirà evidentemente quando parleremo verso il fine dell'introduzione meccanica, delle forze attuali, che troviamo in natura, e nello spiegare i fenomeni.

248. La terza dimanda, che sogliono fare i Filosofi intorno alla cagione del moto; *quale sia la causa del moto continuato*. Getto una palla sopra un piano, finochè questa è nella mia mano si muove per la stessa cagione, che il mio corpo è mosso dalla mente; cioè per la facoltà da Dio ad essa comunicata di muovere i corpi in una maniera determinata; la quale Potenza essendo spirituale, non entra perciò nel numero de' *Fenomeni naturali*; onde il Fisico non è tenuto a renderne ragione. Ma dopo che la palla è dalla mano divisa;

cer-

cercano i Filosofi, perchè seguiti ancora a moversi; ecco che cosa intendono per causa del moto continuato.

249. Gli Aristotelici col loro Maestro giudicano, che la causa della continuazione del moto ne' corpi sia l'aria da essi divisa nel muoversi, la quale di nuovo chiudendosi dietro il corpo, o per l'orrore del voto, o per lo moto impressole già dal corpo, come vogliono altri Scolastici, mantiene la prima spinta, o il primo moto, che ha ricevuto da questo. L'aria dunque è quella, che nella sua corrente acquistata dal primo muoversi del corpo, porta lo stesso, come l'acque d'un fiume, qualche legno in esse gettato.

250. Questa opinione però non è vera; perchè. 1. Se l'aria fosse cagione del moto continuato ne' corpi nel primo momento, lo sarebbe sempre; e perciò un corpo perpetuamente si moverebbe quando è gittato nell'aria. 2. Dove l'aria è più rarefatta, o appena s'è il moto, meno durerebbe, o subito cesserebbe; ma le sperienze dimostrano tutto il contrario, che dove l'aria è meno densa, quivi più dura il moto de' corpi &c. §. 195. dunque l'aria più tosto è cagione del ritardamento. 3. Le piume, che si pongono dietro i dardi, quando questi si scagliano, si slargherebbero nel mentre, che si movono nell'aria; ma la sperienza fa vedere, che si stringono intorno al legno della saetta, e non si dilatano; dunque non solo l'aria non spinge da dietro, ma più tosto resiste davanti. Lo stesso accaderà a una palla cinta d'ogni intorno di sottili fili pendenti, se in aria si getta, que' da dietro si stendono, e stanno uniti, que' davanti si calcano contro la superficie della medesima. Molte altre cose osserva accuratamente secondo il suo costume intorno a questa opinione Alfonso Borelli nel suo Tratto *De Vi percussionis* ristampato a Leiden nel 1686. in tutto il capo terzo.

251. Guglielmo de Stair nella sua Fisiologia nuova, esploraz. 3. Sez. 9. avendo adottato un sistema di mezzo tra quello di Cartesio, e di Gassendo, giudica, che l'elaterio dell'aria sia la cagione del moto continuato. Che l'aria sia elastica lo dimostreremo parlando d'essa; per mezzo di questa forza, l'aria si distende in tutti que' luoghi, che trova voti. Ora quando il corpo lascia il suo primo luogo; l'aria subentrandovi immediatamente col suo elaterio, torna a communicargli lo stesso moto, che aveva poco prima ricevuto da esso; ed ecco in qual maniera continua a muoversi.

252. Oltre le ragioni di sopra addotte, che militano ancora contro

tro questa spiegazione; soggiungo di più, che questa forza elastica tanto rispinge il corpo indietro, quando questo s'avanza, quanto lo spinge avanti, quando l'aria occupa il luogo da esso lasciato; e perciò la sua azione elastica rispetto alla continuazione del moto è nulla.

253. Lascio d'esporre l'opinione di Democrito, e di Epicuro, che giudicarono continuare un corpo nel suo moto per gli effluvj, i quali usciti dalla mano, lo seguitavano a spingere; essendo questa una manifesta petizione di principio.

254. Cartesio nella *part.* 2. de' principj *art.* 37. stabilisce, che Iddio ha posto una legge ne' corpi, per mezzo della quale conservano il loro stato di moto, o di quiete, se non vengono disturbati da qualche causa esteriore. Questa legge si ricava dalla sperienza; e dimostrato che abbia luogo nella natura, all' *art.* 38. conchiude, che la cagione del moto continuato, non è altra, se non che la stessa prima causa, che ha mosso il corpo da principio, in vigore della legge già di sopra stabilita.

255. Dello stesso sentimento è il Borelli nel luogo citato al *cap.* 4. osserviamo, dice esso, colla sperienza, che i corpi dopo urtati, o spinti si muovono da per se; ma questa continuazione di moto non può nascere dal fluido ambiente, come ho dimostrato nel *cap.* 3. del luogo già detto; dunque deve nascere dalla forza stessa comunicata. Nello stesso capo paragona il moto impresso a' corpi inerti, con la forza movente, che hanno i corpi animati, come gli uomini sulla terra, i pesci nell'acqua, e gli uccelli nell' aria, e trova, che gli effetti prodotti dalla potenza motrice in questi, e dal moto in quelli sono gli stessi. I corpi animati ad ogni loro voglia mutano la direzione del loro moto; a gl' inerti si può far loro mutare disponendoli in una maniera diversa; come alla nave piegando il timone, se la fa mutare il corso. Ma i corpi animati qualunque direzione prendano, seguitano questa per la forza motrice naturale, che hanno; dunque anche gl' inerti per la stessa forza impressa devono seguitare il loro moto; e perciò realmente hanno in essi tal forza. Se continuassero a muoversi per cagione dell' aria, non seguirebbero prontamente la nuova direzione, che loro si dà.

256. Newton co' suoi seguaci asseriscono anch' essi, che la causa della continuazione del moto in un corpo è la stessa forza, che ad esso s' imprime. Ma entrando ad esaminare, come questo moto re-

sti dentro il corpo, dicono, che la forza d'inerzia è quella, che lo trattiene; e questa essendo proporzionale alla massa, se questa sarà maggiore in un corpo anche il moto con maggior forza sarà in esso trattenuto. Avendo già dimostrato nella Sezione terza, che ne'corpi realmente si dà questa resistenza, ne viene in conseguenza, che questa deve essere la vera cagione per la quale il moto si conserva ne'corpi, se da qualche causa esteriore non viene loro tolto, o modificato. Onde non hanno bene intrapresa i Filosofi questa questione. Non doveano cercare per qual ragione *un corpo conservi il moto impresso;* siccome da alcuno non si cerca, perchè un corpo conservi la figura rotonda, cubica, o piramidale, che gli abbiamo data. Doveano più tosto cercare la causa, per la quale un corpo, a cui ho impresso una volta il moto, dopo qualche tempo lo perde, o lo muta in un altro.

157. Da ciò ne siegue, che dando ad un corpo qualunque velocità, non potrà mai perderla, ma dovrà muoversi in infinito; se non incontra qualche resistenza, che gli diminuisca il moto, o l'estingua.

CAPO II.

Leggi del Moto.

158. Per *Leggi del Moto* s'intendono quelle regole ricavate dalla natura dato da Dio alla materia, per mezzo delle quali si muovono i corpi. Sono state chiamate ancora *Leggi della Natura*, intendendo per natura la vasta macchina di questo Mondo, composta d'infinite altre minori, tutte tra di loro proporzionate. E' necessario in questo luogo distinguere le *Leggi della Creazione*, dalle *Leggi della Conservazione*. Le prime sono quelle, che adoperò Iddio nel creare, e dotare di proprietà diverse i vasti corpi dell'universo, e i minori, de'quali questi sono composti. Tali leggi sono totalmente a noi incognite, non potendo la nostra mente finita penetrare nelle vaste idee del Creatore; quindi è che per mezzo delle leggi del moto a noi note, non possiamo rendere ragione della disposizione de' corpi celesti, e terrestri, del loro numero e proprietà, e degli effetti, che producono. Chi mai rese ragione dell'Estensione, della Resistenza, e del Moto, che hanno i corpi; perciò queste *Proprie-*

tà si chiamano *immecaniche*. Chi potrà definire, perchè gli Animali, le Piante, e i Corpi inerti abbiamo una figura determinata. Diverse però dalle Leggi di Creazione, sono quelle della *Conservazione*, per mezzo delle quali ha voluto il supremo Motore, che si regolassero i movimenti, e i fenomeni delle cose create. Queste appunto sono le Leggi della Natura, e del Moto, che ora esporremo, secondo il metodo Newtoniano.

LEGGE PRIMA.

259. *Ogni corpo dura nel proprio stato di quiete, o di moto per una direzione, se da qualche forza impressa non è obbligato a mutare lo stato proprio.*

LEGGE SECONDA.

260. *Ogni mutazione di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e si fa sempre secondo la direzione, con la quale questa opera.*

LEGGE TERZA.

261. *Ad ogni azione corporea vi è sempre una reazione ad essa uguale; ovvero le azioni di due corpi sono sempre uguali, e dirette in parti contrarie.*

262. Nella Sezione terza abbiamo dimostrato la forza d'inerzia; in questa sono fondate le tre leggi, colle quali si regolano i moti de' corpi. Essendo ogni parte di materia di natura propria inerte, non potrà da per se stessa darsi alcuna determinazione; dunque *ogni corpo persevererà nel suo stato ec.* Che è la legge prima. Non potendo i corpi mutare il loro stato, o la direzione, che hanno avuta, ne viene in conseguenza, che qualunque mutazione loro accade dev'essere prodotta da qualche causa, e perciò *proporzionale ad essa*; che è la legge seconda.

263. Quando un corpo urta in un altro o per muoverlo, se sta quieto, o per fermarlo, se si muove, la sua azione tende a superare la resistenza, che fa il secondo alla mutazione del proprio stato, superata questa deve mutarlo. Onde il primo non impieghe-

rà tutta la forza, che ha contro il secondo, ma solamente quella porzione, che uguaglia la resistenza di questo; perciò l'azione sarà uguale alla reazione; essendo la resistenza, che fanno i corpi una vera azione §. 183. Quantunque abbondantemente siano dimostrate le tre leggi del moto per mezzo della forza d'inerzia, ciò non ostante possono ancora ricavarsi immediatamente dalle osservazioni, ed esperienze; ed è utile il farlo, non solamente per confermare tanto più questa forza d'inerzia, che si trova ne' corpi, ma ancora per concepirle meglio, ed acciocchè la mente umana resti nel tempo stesso convinta, ed illuminata §. 59.

264. *La prima legge* si dimostra colle continue osservazioni fatte su i corpi, dalle quali apparisce evidentemente, che mai un corpo da per se stesso s'è veduto passare dalla quiete al moto, o dal moto alla quiete, senza una causa manifesta. Siamo tutti così intimamente persuasi di questa legge, che vedendo qualche corpo non animato avere mutato il sito, dove l'avevamo posto, quando non possiamo rinvenirne la cagione, lo crediamo un effetto portentoso, tanta è la forza, che hanno in noi le osservazioni continue fatte sopra i corpi naturali non animati. Il vedere un corpo inerte muoversi senza che possiamo penetrarne la cagione, produce in noi la stessa maraviglia, che se vedessimo una palla di marmo trasformarsi da se stessa in piramide. Vediamo certamente crescere le piante, produrre le foglie, e frutti, ma di questi moti ne troviamo le cause manifeste. Si muovono i corpi animati, ma de' loro movimenti ritroviamo l'origine, o nelle impressioni fatte sopra i loro sensi, o in qualche sostanza, che si truova in essi dotata dal Creatore della facoltà di muovere il corpo. Siamo perciò intimamente persuasi dall' osservare i corpi, che questi non hanno facoltà alcuna di darsi il moto. Se abbiamo qualche proclività di dubitare di questa legge, è più tosto per riguardo al passaggio, che vediamo continuamente fare i corpi dal moto alla quiete. Ma questo dubbio ci viene tolto dalle sperienze di Fisica, per mezzo delle quali ci accertiamo, che ogni corpo si riduce alla quiete, o per la propria gravità, o per la scabrosità del piano, su di cui camina, o per la resistenza dell'aria, e altro mezzo, in cui si muove, o per altre cause, che producono qualche resistenza. Imperocchè osserviamo tutt' i corpi conservare più tempo il loro moto, se si diminuiscano le cause, che a poco a poco vanno estinguendo il loro moto. Onde un pendolo fatto con accuratezza, e

che

che oscilli nel voto, fa molte più oscillazioni, che nell'aria libera.

265. Da questa prima lege ne siegue. 1. Che ogni moto deve farsi per una linea retta. Imperocchè per potere un corpo descrivere una linea curva, dovrebbe ogni momento deviare dalla linea retta, e perciò mutare la propria direzione da per se stesso. La linea curva è quella, che ogni momento si slontana dalla sua tangente, o linea retta, che la tocca in quel punto §. 84. Quindi se noi osserviamo alcuni corpi, come sono i Pianeti, e le Stelle, descrivere linee curve, possiamo sicuramente concludere, che devono almeno da due forze essere spinti, una per linea retta, l'altra che ogni momento li rimova da questa. Perciò è falsa la sentenza delle Scuole, che il moto circolare, o curvo è connaturale a' corpi, e può nascere da una sola forza.

266. In secondo luogo da questa legge se ne ricava l'*Inerzia* della massa, già di sopra dimostrata; e che nè il moto, nè la quiete sono alla materia essenziali. Se lo fosse alcuno di questi, i corpi naturalmente tenderebbero alla quiete, o al moto, contro questa prima legge del moto.

267. *La seconda legge* si ricava non solamente dalla prima, ma ancora dall'osservare, che forza doppia doppio moto comunica al corpo stesso, tripla, triplo ec. o gli dia questi gradi di moto tutti in un colpo, o successivamente. Se un corpo si muove, e un altro lo spinge secondo la stessa direzione, accresce il suo moto, se in contraria direzione, lo diminuisce; se obliquamente l'urta, l'obbliga a prendere una strada di mezzo, e ciò sempre a proporzione della forza, che ha il corpo, che urta.

268. Da questa legge si ricava l'impossibilità del moto perpetuo nel presente stato di cose. Acciocchè questo si dia, è necessario, che la stessa quantità di moto passi per una serie non interrotta di corpi dal primo all'ultimo, per ritornarne da questo nel primo senz'alcuna diminuzione. Ma ogni moto si fa in mezzi resistenti, e con macchine imperfette; dunque il moto deve sempre diminuirsi nel passaggio, che fa da un corpo ad un altro; se pure non vogliamo contro questa legge ammettere, che il moto comunicato diventi maggiore della forza, che lo ha comunicato, per compensare il dispendio, che fa d'esso per le continue resistenze, che incontra.

269. *La terza legge* deve intendersi in questa maniera. Per mezzo della vicendevole azione di due corpi nascono uguali mutazioni

nel

nel moto. *L'azione*, che esercita un corpo sopra d'un altro non è tutta la forza di esso, ma quella porzione di forza, che impiega nell'operare un corpo sopra d'un altro. Questa azione è diretta semplicemente a superare la resistenza, che trova nel corpo, su cui opera. Ciò si fa manifesto col seguente esempio. Se un uomo fa alla lotta con un suo pari, impiega molto maggior forza, che se lotterà con un altro, che abbia minor età di lui, perchè nel primo trova più resistenza, che nel secondo. Adopererà in oltre più forza lottando con un giovane, che con un fanciullo. Lo stesso accade, se abbia da trasportare pesi diversi, a proporzione di questi adopera la forza, o esercita l'azione per trasportarli. Così ancora minor forza usiamo nello stringere un bicchiere di vetro sottile, che un vaso di metallo; se l'adoprassimo uguale si spezzerebbe il bicchiere, essendo minima la coesione delle sue parti. Quindi accade, che trasportando un vaso di vetro quantunque sottile non lo rompiamo, ma se sia ripieno di qualche liquore lo spezziamo facilmente; perchè il maggior peso, ha obbligato noi ad adoperare maggior forza nel trasportarlo, alla quale non ponno reggere le parti del vetro.

270. Per verità ogni azione corporea ricerca un ostacolo, o una resistenza; levata questa non si può concepire più alcuna azione; se ci fosse caderebbe nel niente, e perciò resterebbe distrutta. Se l'azione d'un corpo in moto verso un altro è maggiore dell'ostacolo, allora quel di più dell'azione sarà niente; se poi l'azione si fa minore della resistenza, essendo questa un azione contraria §. 183. la reazione agirà in parte senza ostacolo, e perciò quel di più sarà nulla. Dunque ogni azione deve essere perpetuamente uguale alla reazione.

271. *Osservazioni*. Questa legge evidentemente apparisce nelle azioni, che esercitano *i corpi animati* sopra gl'inerti. Un cavallo tiri un cocchio, o supera la sua resistenza, e lo *trasporta*, o non la supera, ed ammendue stanno *quieti*. Nell'uno, e nell'altro caso l'azione, e la reazione sono uguali. Per misurare queste, basta osservare gli effetti da esse prodotti. Nel secondo caso il cavallo, e il cocchio stanno ugualmente quieti, questo è effetto delle vicendevoli loro azioni; dunque anche queste saranno uguali fra loro. Nel primo caso l'effetto del cavallo sopra il cocchio è il farlo avanzare, l'effetto della resistenza, che fa il cocchio al cavallo, è ritardare il moto del medesimo, il quale ritardamento lo produce, non quando il cavallo sta fermo, ma quando si muove, cioè quando il cocchio va appresso

al

al cavallo. Ora quanto si promuove il cocchio, tanto viene ritardato il cavallo; perchè se quando il cavallo cammina, e seco strascina il cocchio, si aggiunga peso sopra di questo viene a proporzione ritardato il moto del cavallo; se si tagliano improvisamente le corde, che lo tengono unito al cocchio, si accelera il moto del cavallo, di modochè bene spesso osserviamo, che trabocca in terra per la maggiore velocità da esso non preveduta. Dunque essendo uguali l'avanzamento del cocchio, e il ritardamento del cavallo, ancora le loro azioni vicendevoli devono essere uguali. Questa uguaglianza si dà allora che amendue si muovono; onde per lo stesso motivo appunto che il cocchio cede alla forza del cavallo, le vicendevoli azioni si uguagliano. Se il cavallo non avesse forza maggiore della resistenza, che fa il cocchio, non potrebbe strascinarlo appresso; ma nell'atto che lo conduce non adopera tutta la forza, che ha; il che si fa manifesto dall'osservare, che battendosi il cavallo, in tal caso il cocchio cammina più velocemente, e il cavallo perciò deve impiegare maggior forza. Ma anche in questo caso l'avanzamento maggiore del cocchio porta un maggiore ritardamento nel cavallo.

272. *Osservazioni*. Se un uomo stando dentro una picciola barca ne tiri un'altra uguale, e dello stesso peso con una corda; amendue si verranno incontro, unendosi nel punto di mezzo della loro distanza. Devono le barche essere simili, acciocchè §.164. abbiano la stessa resistenza dall'acqua. Se la barca tirata è due volte più pesante, quella che tira descriverà due volte più spazio dell'altra, e perciò s'uniranno alla terza parte della distanza. Se la barca tirata è tre volte più pesante, quella che la tira a se, farà tre volte più spazio ec. onde se la barca, che è tirata avrà un peso infinito, quella che la tira descriverà uno spazio infinitamente maggiore di essa, e perciò questa movendosi per uno spazio infinitesimo, non sarà sensibile il suo moto.

273. Questa osservazione conferma evidentemente la terza legge. Ogni azione de'corpi consiste nel moto, che hanno; il moto, come dimostreremo in appresso, quando si muovono nel tempo stesso, si determina per mezzo del peso loro, e dello spazio, che descrivono. Dimodochè se due corpi hanno lo stesso peso, e descrivono lo stesso spazio, è segno evidente, che hanno lo stesso moto. Così ancora se quanto un corpo supera in peso un altro, altrettanto questo lo supera nello spazio, che descrive, anche in questo caso i moti,

che

che hanno sono uguali; perchè il peso minore del secondo, viene compensato dallo spazio maggiore, che questo descrive. Ma nella sperienza, ora riferita, abbiamo questa compensazione; dunque le due barche in tutt'i casi si muovono con moto uguale; e perciò le loro vicendevoli azioni sono uguali.

274. Il caso d'una barca, che pesa infinitamente più di quella, che tira, l'abbiamo, quando si attacca a qualche rupe, che è alla riva del mare, una corda, e poi stando dentro una barca tiriamo questa, per accostare la barca alla riva. Allora tiriamo a noi tutta la terra, colla quale sta invincibilmente attaccata la rupe; ma la terra è d'un peso infinito rispetto alla rupe; dunque il suo moto verso la barca sarà impercettibile, mentre la barca con una velocità infinita rispetto alla terra, ma però finita in se stessa, si accosterà al lido. Che se il corpo, a cui s'attacca la corda nel lido, sia una colonna piantata in terra; non stando questa insuperabilmente attaccata alla stessa cederà, e staccherassi per uno spazio infinitesimo da terra; e finalmente, come spesso vediamo accadere, si svellerà dal lido.

275. In tutte queste osservazioni possiamo dimostrare l'uguaglianza dell'azione, e reazione ancora coll'osservare la corda, colla quale il cavallo tira il cocchio, e una barca l'altra, che è ugualmente tesa e dalla parte del cavallo, e da quella del cocchio; e vicino a tutte due le barche. Questa tensione della corda nasce dalle azioni di questi due corpi; ma è uguale dalla parte di tutti due; dunque ancora le loro azioni devono uguagliarsi.

276. *Osservazione*. Lo stesso si deduce dall'osservare le azioni di due *corpi inerti*, quando s'urtano. Insegneremo a determinare nella Dinamica il moto, che si comunicano, e vedremo colla sperienza, che tanto moto comunica il primo al secondo, altrettanto ne perde. Ma il moto comunicato è effetto dell'azione d'un corpo, la perdita è effetto della resistenza, che fa l'altro; dunque l'azione si trova perfettamente uguale alla reazione, quando i corpi si comunicano il loro moto. Si avverta quì, come l'esperienze dinamiche confermano la teoria di questa legge; e per mezzo di questa si possono ancora dimostrare, o determinare le sperienze. Nel che consiste il maraviglioso ordine Newtoniano, col quale da un competente numero d'osservazioni, e sperienze si ricavano le leggi del moto naturali; e poi per mezzo della Teoria di queste, si determinano, e spiegano gli altri fenomeni della Natura.

Espe-

277. *Esperienze*. Newton nell'annotazione, che fa dopo i corollarj delle leggi del moto, dimostra la legge terza nell'attrazione magnetica. Siano A, B due pezzi di suvero uguali di volume, e di peso, notanti in un vaso lungo d'acqua. Sopra A si metta un pezzo di calamita, e sopra B un pezzo di ferro. Quindi s'accostino a quella distanza, alla quale è solita la calamita tirare il ferro. Si verranno tutti due incontro, e venuti all'immediato contatto si fermeranno, uno non spingendo più l'altro: così Newton; al che soggiungo, che se il pezzo di calamita pesa ugualmente, che il ferro, si verranno tutti due incontro nel punto di mezzo della loro distanza; se la calamita peserà tre volte più del ferro, questo lo vedrete descrivere tre volte più spazio di quella ec. lo stesso accaderà, se il ferro pesi tre volte più della calamita, allora questa farà uno spazio triplo del ferro. Le stesse esperienze accaderanno tra calamita, e calamita; e in qualunque caso nel punto del contatto si fermeranno. Tav. 1. Fig. 4.

278. Da tali sperienze si ricava, che non solamente la calamita tira il ferro, ma ancora il ferro la calamita; perchè tutti due si vengono incontro; e siccome descrivono spazj uguali, se hanno ugual peso, disuguali, e che compensano i loro pesi, se non pesano ugualmente; così §. 173. i loro moti, e perciò le loro azioni devono altresì essere uguali. Ciò si conferma ancora dall'osservare, che in qualunque caso dopo essersi urtati si fermano. Se l'azione del più pesante, o di quello, che si muove con più velocità fosse maggiore dell'azione dell'altro; allora dopo l'urto non si fermerebbero, ma notando liberamente nell'acqua, quello che meno agisce sarebbe spinto dall'altro, e amendue andrebbero verso la parte del minore; ma l'esperienza dimostra, che si fermano; dunque sostengono le loro azioni vicendevoli, che sono uguali.

279. La stessa legge ha luogo in due corpi, che vicendevolmente si tirino in uno spazio libero. Quantunque si vengano incontro con velocità diversa, ciò non ostante essendo queste velocità in proporzione contraria delle masse, i moti di essi, e perciò le azioni saranno uguali; onde nel punto del contatto si fermeranno; se accadesse il contrario, accelerando sempre il moto andrebbero in infinito.

280. Quindi si ricava, che dalle velocità diverse, colle quali due corpi agiscono uno contro l'altro, non si può ricavare la disuguaglianza delle loro azioni, essendo sempre le velocità in ragione reciproca delle masse, come dimostreremo in appresso.

281. Lo stesso dimostra il NeWton nella vicendevole gravità delle parti terrestri. Si prenda la parte HIK molto più piccola dell' altra parte di terra HFK. Se si separassero una dall'altra, per la vicendevole azione della gravità tornerebbero ad unirsi, come fa qualunque sasso sollevato da terra. Ora queste due azioni sono fra loro uguali; primo perchè se la parte HFK sarà un milione di volte più pesante della parte HIK, questa per lo contrario andrà verso la maggiore con un milione di volte più velocità; e perciò dandosi la compensazione, i moti saranno uguali, onde ancora l'azioni. Secondo dalla parte maggiore si tagli EFG uguale alla minore HIK; la parte di mezzo EHKG, che è la differenza tra la maggiore, e la minore, deve riputarsi come un ostacolo posto in mezzo tra le due azioni uguali delle parti EFG, HIK. Perciò la parte EFG tanto premendo quella di mezzo verso I, quanto HIK spinge la stessa verso F; la HEGK starà quieta; e perciò tutta la terra starà ferma sostenendo le azioni delle sue parti o uguali, o disuguali; se accadesse il contrario la parte minore cederebbe alla maggiore, e tutta la terra con un moto rettilineo camminerebbe in infinito andando verso I contro le osservazioni. Dunque l'azione della parte HFK maggiore è uguale all'azione della minore HIK.

Tav. I. Fig. 5.

282. Siccome dall'inerzia della massa nascono queste tre leggi, così da queste nasce tutto ciò che si dice de'moti semplici, o composti de'corpi, del loro urto ec. In queste è fondata l'intera Meccanica, come di ciò dà qualche esempio lo stesso Newton dopo averla esposta, e Errico Pemberton, che conobbe questo celebre Filosofo, e conversò molto con lui negli ultimi anni della sua vita, nel Saggio della Filosofia Newtoniana tradotto dall'Inglese, e ristampato a Venezia nel 1733. Ma non potendosi l'intera Meccanica racchiudere in pochi corollarj; perciò nell'esposizione di questa scienza, vedremo l'uso delle leggi del moto.

CAPO III.

Delle varie specie di Moto.

283. QUando un corpo passa da un luogo, ad un altro, deve, se si muove naturalmente, passare per tutt'i luoghi, che ci sono di mezzo. Se ciò non fosse dovrebbe il corpo essere

nel

nel tempo stesso annichilato nel luogo ove è, e tornato a creare in quello dove ha da passare. Non può concepirsi altra maniera di muoversi senza passare per gli luoghi, che sono di mezzo. Ma l'annichilazione, e la creazione non sono effetti naturali, dunque quando un corpo si muove, ha da passare per tutt'i luoghi di mezzo. Da ciò si ricava, che è impossibile naturalmente *il moto istantaneo*. Ogni moto adunque *si fa in tempo*; e perciò in qualunque movimento, deve computarsi sempre il tempo, in cui il corpo si muove. Imperocchè dovendo il corpo passare per tutt'i luoghi di mezzo, qualunque minima porzione di tempo impieghi a descrivere ciascheduno; sempre per passare da luogo a luogo impiegherà un tempo determinato.

284. Nel muoversi, che fa un corpo, osserviamo sempre in esso un'energia, per mezzo della quale in un tempo determinato percorre uno spazio determinato. Questa energia, che sempre gli viene comunicata esteriormente, quando è urtato da un altro, non è sempre la stessa. Perchè osserviamo, che alle volte lo stesso spazio lo descrive più presto, alle volte più tardi. Questa energia, che non sappiamo che cosa è, viene comunemente da'Filosofi chiamata *Velocità*, o *Celerità*. Essa adunque altro non è, che una disposizione, o affezione, per mezzo della quale si rende atto il corpo di percorrere uno spazio determinato, in un tempo determinato. Quindi meritamente dal Wolfio nella Meccanica viene detta *un grado della forza motrice*.

285. La forza motrice, che osserviamo §. 234. nelle menti umane non è infinita, ma limitata. Se la mente vuole innalzare il suo corpo da terra, non può farlo, che all'altezza di pochi piedi. Se vuole spingere un corpo, non può farlo, che ad una distanza determinata. Ma proviamo ancora, che ne' limiti da Dio ristretti a questa forza, può la mente più speditamente, o più tardi muovere i corpi. Alle volte adopera più della sua forza, alle volte meno. Questa impressa al corpo, gli dà quell'energia, che noi in esso chiamiamo velocità; onde meritamente questa si può chiamare grado della forza movente.

286. Questa energia entrando nella materia, si deve distribuire ugualmente in tutte le parti di essa; perchè tutte per la Sez. 3. hanno opposto un ostacolo uguale per riceverla; nè c'è maggior ragione, per la quale una parte di materia ne debba ricevere più d'un'altra, quando siano uguali. Tutte queste parti della materia avendo ricevuta un'uguale energia, per la stessa forza d'inerzia, e per la legge 1.

del moto §. 264. la conserveranno con una forza uguale, se sono uguali, e proporzionale alla loro massa se sono disuguali.

287. L'energia al muoversi, o la velocità distribuita per la massa del corpo si chiama *Moto*. Onde questo non é altro, che l'energia stessa ricevuta nel corpo. Prendiamo un minimo naturale §. 79., e comunichiamogli un grado d'energia, cioè una forza determinata, farà una resistenza determinata a riceverla, che noi non possiamo determinare, perchè l'assoluta quantità delle cose c'è affatto ignota §. 155. La stessa energia diamola a un minimo naturale doppio del primo, resisterà questo il doppio §. 203., e conserverà ancora con doppia forza questa energia. Se lo stesso grado 1. d'energia lo do ad un minimo naturale, che sia tre volte maggiore, la resistenza che fa sarà 3., e con forza 3. lo conserverà dopo che l'ha ricevuto. Se grado 1. lo comunico a un minimo naturale 4., resisterà come 4., e lo conserverà come 4. ec. Non v'è dubbio, che lo stesso grado di moto se si diffonde per maggiore massa, a ciascuna parte d'essa ne toccherà minore porzione; di modochè prese tutte queste porzioni insieme, non faranno, che un grado di moto. Ma però questo grado essendo conservato da maggior massa, sarà trattenuto in essa con forza proporzionale alla stessa.

288. Si comunichi ora un grado di velocità ad un minimo naturale; quindi 2. gradi allo stesso minimo, farà in questo secondo caso doppia resistenza nel riceverli §. 204., ma ricevuti, che li ha, li conserverà con forza 1., cioè proporzionale alla massa. Se allo stesso minimo darò gradi 3. di forza, resisterà come 3., ma conserverà questi 3. con forza 1. Se gli ne do 4. resisterà come 4., ma li conserverà con forza 1. Perchè uguale forza sperimentiamo, che si ricerca §. 185. a muovere un corpo, che a levargli il moto dato. Quando lo vogliamo muovere ci resiste la massa, quando lo fermiamo ci resiste la forza stessa impressagli, se la massa non s'è mutata. Se un minimo naturale ricevendo forza 4., e avendo resistito come 4., trattenesse anche come 4. questa forza, allora nel volergliela levare non provereſsimo più resistenza 4., come sperimenteressimo nel dargli il moto, ma sentiressimo resistenza 4. volte 4., cioè 16. volte maggiore; perchè forza 4. sarebbe trattenuta dal corpo con forza 4. Ma questo è contro la quotidiana sperienza; dunque *restando la stessa massa del corpo, se accresco la forza, che gli comunico, resisterà come è l'accrescimento della forza, ma acquistata, che l'ha, la conserverà per la propria inerzia, però sempre con ugual*

for-

forza, qualunque sia l'accrescimento, purchè resti la stessa massa.

289. Quantunque l'esperienza così c'insegni; ciò non ostante pare alquanto duro il concepire, come la stessa materia debba fare qualunque resistenza al moto, e nel conservarne qualunque grado debba adoperare la stessa forza, cioè proporzionale sempre alla sua massa; che supponiamo non mutarsi. Si diminuirà la difficoltà, se riflettiamo, che quando un corpo stesso riceve una velocità data, deve ricevere una nuova modificazione, o stato, a cui non è portato naturalmente, quantunque sia capace di riceverlo. Onde quanto maggiore è questa modificazione, tanto maggiore resistenza opporrà nel riceverla, per la propria inerzia in cui è. Ma quando l'ha già ricevuta, e perciò non se gli oppone più, allora tutta la forza attiva, che ha attualmente, la deve a questa energia, che è in esso introdotta; quindi la resistenza, che farà alla nuova mutazione dello stato, che in esso vogliamo introdurre, sarà solamente proporzionale a questa forza attiva, che è in esso, supponendo sempre, che non cresca di massa; che se questa si aumentasse, allora §.287. diverrebbe maggiore la forza, con cui resiste. Era necessario, che mi diffondessi più del dovere ad esaminare la forza d'un corpo, che restando sempre lo stesso, gli comunichiamo diverse velocità; perchè da questo punto non bene esaminato dipende l'errore de' Leibniziani intorno alla maniera di misurare le forze de' corpi, che sono in moto, come diffusamente vedremo a suo luogo.

290. Data una giusta idea della *velocità* §.284., e del *moto* §.287., è dovere esporre le varie specie, che di esso si ritrovano. Il moto §.219., è un passaggio d'un corpo da un luogo a un altro; il luogo §. 48. è assoluto, o relativo; perciò ancora il moto riceverà una tale denominazione. *Moto assoluto* è il passaggio d'un corpo da un luogo assoluto ad un altro; *Relativo* da un luogo relativo ad un altro; e siccome per concepire il luogo relativo si ricercano i corpi relativamente a' quali si determina il moto; così ancora lo stesso sarà per riguardo al moto relativo.

291. Se i corpi, a' quali si riferisce quello, che è in moto, sono lontani da esso, allora si chiama *Moto relativamente comune* dal Clark nelle note a Roault Fisica *part.* 1. *c.* 10. *art.* 2. Così nel sistema Copernicano essendo il Sole nel centro del Mondo, e la terra girando intorno ad esso, se consideriamo il moto di questa relativamente al Sole, che è un corpo lontano, si dirà moto relativamente comune. Se i corpi, a' quali riferiamo il moto di qualche altro, sono vicini a quel-

lo,

lo, che si muove allora si dice *moto relativamente proprio*. Questa appunto è quella specie di moto, che ha descritta il Cartesio. Così relativamente a' muri della camera, o a' lati della nave si muove un uomo con moto relativamente proprio, e nella stessa guisa un pesce si muove nell'acqua.

292. Dalla spiegazione del moto assoluto, e relativo si può ricavare facilmente, che il vero moto è solamente l'assoluto, e qualche volta ancora il relativo; ma bene spesso un corpo, che realmente si muove apparirà relativamente quieto, e un corpo, che relativamente si muove, in realtà poi starà fermo. Non potendo però noi distinguere co' sensi le parti dello spazio assoluto, non potremo perciò misurare il moto assoluto. Dunque per determinare il moto de' corpi ci serviremo del luogo, e moto relativo. Così per concepire come tutti questi corpi celesti si muovano, ne fissiamo uno, che concepiamo come immobile; i Tolemaici pongono la Terra come fissa nel centro del Mondo; i Copernicani il Sole; e così nell'uno, e nell'altro sistema determinano i moti di tutti gli altri corpi relativamente a questi. Ma se il Sole, o la Terra andassero per linea retta camminando in questo spazio infinito, il che non possiamo determinare, in questo caso quantunque il moto relativo resterebbe sempre lo stesso, perchè non si varierebbe la relazione tra i corpi celesti; ciò non ostante, sarebbe diverso il moto assoluto di tutti.

293. Quindi apparisce, che cosa sia la *quiete assoluta*, e la *relativa*. Quando un corpo resta nella stessa parte di spazio assoluto, allora veramente sta quieto; quando resta nella stessa parte di spazio relativo, allora sta quieto relativamente. Stia un uomo quieto dentro una nave, e ancora la terra stia ferma nella sua parte di spazio, che occupa. La nave all' incontro si muova nel mare. Siccome la nave si muove assolutamente, cioè nello spazio mondano, e relativamente, cioè rispetto alle rive, così anche l'uomo parteciperà di questi due moti; ma relativamente a' lati della nave starà quieto, perchè non si muove con moto relativamente proprio. Se fingiamo, che anche la terra si muova, allora il moto dell' uomo sarà composto dell' assoluto moto della terra, e del relativo della nave in terra. Se nel tempo stesso ancora l' uomo si muova nella nave; il moto di questo nascerà dall' assoluto della terra nello spazio infinito, e da' relativi della nave in terra, e dell' uomo nella nave. Se tutti tre questi moti si faranno secondo la stessa direzione, dovremo prendere la somma d' essi per avere l' intero

tero

vero moto reale dell' uomo. Onde se la terra andasse da Occidente in Oriente con gradi di velocità 10010., e la nave anch'essa secondo la stessa direzione si muovesse nel mare con 10. gradi; e l' uomo per lo stesso verso camminasse nella nave con un grado di velocità; essendo tutti tre questi moti cospiranti, l'uomo realmente camminerà verso Oriente con 10021. gradi di velocità. Ma se la nave andasse verso Occidente con 10. gradi di velocità, e l' uomo nella nave verso Oriente con un grado; allora il moto assoluto dell' uomo sarebbe verso Oriente di gradi 10001.; e il moto relativo dello stesso nella terra sarebbe verso Occidente di gradi 9.; perchè la nave cammina verso Occidente con gradi 10., de'quali uno ne distrugge l'uomo camminando nella nave verso Oriente.

294. Supponiamo ora, che la terra sia ferma, e la nave cammini verso Oriente; e un uomo dalla prora tiri verso la poppa, cioè verso Occidente un sasso colla stessa velocità della nave. In tal caso egli vedrà il sasso muoversi col moto relativo nella nave, uguale al moto assoluto della medesima. Realmente però il sasso starà quieto d'una quiete assoluta; perchè quanto la nave di moto comune lo trasporta verso Oriente, altrettanto egli di moto proprio va verso Occidente. Perciò un uomo, che stia fuori della nave lo vedrà quieto cadere per una linea perpendicolare alla terra spinto dalla propria gravità. L'uomo che sta nella nave guardando il sasso scagliato da esso verso poppa relativamente a' lati della nave, s'accorge, che realmente va accostandosi alla poppa. Ma quello, che sta di fuori nel tempo stesso, che vuole osservare il moto del sasso, che è in aria, vede la poppa della nave colla stessa velocità venire incontro al sasso; e perciò non può accorgersi d'alcun moto, onde a lui pare, che il sasso non si muova, come di fatto sta quieto.

295. Fingiamo che andando la nave ad Oriente, il sasso sia in essa scagliato verso Occidente con minore velocità della nave; quei che stanno nella nave vedranno per la stessa ragione di sopra andare il sasso verso poppa colla velocità ricevuta. Ma chi sta al lido osserverà il sasso andare verso Oriente colla differenza, che è tra la velocità della nave, e quella del sasso. Perchè la poppa va incontro al sasso con velocità maggiore di quella, che il sasso vada contro essa; onde il sasso andrà verso Orizonte col moto comune della nave.

296. Queste considerazioni del moto relativo servono per ispiegare i moti tutti de' corpi, nell' ipotesi Copernicana della terra, che

gira

gira intorno il suo asse, nello spazio di 24. ore ponendo in vece della nave la terra stessa. Dal che si ricava, che anche in questo sistema i moti de' corpi rispetto a noi, che siamo in terra accadono nella stessa maniera, o che questa stia quieta, o che si muova. Onde ricaviamo una regola generale, *che i moti tutti de' corpi sono apparentemente gli stessi, sebbene il luogo, in cui si fanno, si muova.*

297. Ogni moto si fa in qualche tempo §.283.; questo è assoluto, e relativo. Il *Tempo assoluto, vero, e matematico* è quello, che si concepisce scorrere sempre ugualmente, sebbene non ci fosse alcun corpo in natura, che si movesse, o alcuna mente, che pensasse. Non si distingue questo, nè è diverso dalla durata, o conservazione di tutte le cose create. Onde eruditamente Lucrezio nel *lib.* I.

Tempus item per se non est, sed rebus ab ipsis
Consequitur sensus; transactum quid sit in ævo,
Tum quæ res instet, quid porro deinde sequatur.
Nec per se quemquam tempus sentire fatendum est
Semotum ab rerum motu, placidaque quiete.

298. Il *Tempo relativo, volgare, e fisico* è una parte del tempo assoluto misurata col moto di qualche corpo, o colla successione dell' idee nell' anima. Questo solo è soggetto a' nostri sensi, e può essere da noi misurato. Sono convenuti tra loro gli uomini di misurare il tempo vero per mezzo del moto del Sole intorno la terra, e questo lo chiamano anno, mese, giorno, ora ec. Ma il Sole or accelera, ora ritarda il suo moto; perciò non può essere un' esatta misura del tempo assoluto. Procurano ciò non ostante gli Astronomi di ridurre il tempo relativo all' assoluto, col fingere un Sole, che equabilmente si muova; e ciò si dice *Equazione Astronomica del tempo*, della quale in Astronomia parlerassi.

299. Il Moto altro è *semplice*, altro *composto*. *Moto semplice* è quello, che nasce da una o più cause, le quali operano in un corpo secondo la stessa direzione. *Moto composto* è quello, che nasce da due o più cause, che spingono nello stesso tempo un corpo per direzioni diverse.

300. Di qualunque specie sia il moto, o è *Uniforme*, ed *Equabile*, o *Variabile*, e *Inequabile*. Il primo è quello, in cui la velocità resta sempre la stessa nel corpo; il secondo, in cui la velocità si muta, accrescendosi, o diminuendosi sempre.

301. Se nel moto variabile la celerità cresce, si dice *moto accelera-*

lerato, se diminuisce *ritardato*. Quando la velocità cresce nella stessa ragione del tempo, in cui si muove un corpo, si chiama allora *moto uniformemente accelerato*; se cala come il tempo, *uniformemente ritardato*.

302. In ogni moto devono considerarsi quattro cose. *La quantità della materia*, o la *massa* del corpo, che si muove; la *velocità*, che ha, lo *spazio*, che descrive, e il *tempo*, in cui lo descrive.

303. La *materia* d'un corpo si determina in due maniere; Primo per mezzo della densità, e del volume; Secondo col peso, che ha, essendo questo come dimostreremo proporzionale alla massa.

304. Per riguardo al primo modo il *volume* d'un corpo, non è altro, che l'espansione del corpo in lungo, largo, e profondo. La *densità* è la massa d'esso relativamente al volume, che occupa. Se ho due palle uguali una di legno, l'altra d'oro, questa si chiama più densa di quella, perchè sotto la stessa mole contiene più materia della prima; e quella di legno è più *rara* per riguardo a quella d'oro, perchè ne contiene meno. Quindi apparisce, che cosa sia la *rarezza* d'un corpo.

305. Poste queste definizioni non è difficile il dimostrare la seguente verità. *La Massa è uguale al volume d'un corpo moltiplicato per la sua densità*. Quanto più denso è un corpo, tanto maggior massa contiene §. 304., posto che resti lo stesso volume. Quanto maggiore volume ha, dovendo restare la stessa densità, tanto più di materia ci deve essere nel corpo §. 37., e seguenti. Dunque se crescerà del doppio la densità d'un corpo, doppia materia ancora conterrà; o se di più cresca del doppio il volume senza diminuirsi la densità, avrà il corpo quattro volte più massa di prima. Perciò la materia si determina moltiplicando la massa, nel suo volume.

306. Quindi se l'aria si condensa del doppio in qualche luogo, ci sarà in esso due volte più aria; se si condensa nella stessa maniera, ma in un luogo due volte più grande, allora in questo avremo quattro volte più aria di prima, che si condensasse. Lungo sarebbe il ricavarne tutt'i corollarj; questo per mezzo dell'analisi si renderà molto più facile, ed universale.

CAPO IV.

Cognizioni Matematiche per lo moto, e la massa.

307. QUanto utile apporti alla Fisica l'Algebra, lo dimostrano le considerabili correzioni fatte nella Scienza naturale, e le nuove scoperte, dopo che furono dal Galileo applicate le Matematiche alla Fisica, e in appresso la Scienza dell'Analisi. Di questa scienza nota ad Euclide, e ad altri antichi pervennero a noi i primi fondamenti per mezzo di Diofanto Alessandrino fiorito dopo Euclide, prima dell'era volgare, o secondo altri a tempi di Nerone; la ridusse universale Francesco Vieta nato nel secolo decimo quinto a Fontaine nella Provincia di Poitou, come apparisce dalle sue Opere Matematiche ristampate in un volume a Leiden nel 1646. Con essa non solo si trovano facilmente tutte le verità meccaniche, ma inoltre si determina prontamente la verità, o falsità di qualunque Teorema meccanico a noi proposto. Dovendoci perciò servire ben spesso di questa scienza nell'esporre le dottrine del moto, ho giudicato opportuno notare in breve le più essenziali cose dell'Analisi per rinfrescarne la memoria a chi le sa, e darne un saggio a quelli, che ne sono affatto all'oscuro.

308. L'Analisi dovendo esporre la proprietà della quantità, in generale Pref. §. 3., non può servirsi per significarle de'numeri, e delle linee, che sono quantità particolari. Quindi scelsero gli Analisti le lettere dell'Alfabeto, che da per se stesse non significano cosa alcuna, acciocchè con esse potessimo esprimere qualunque numero, estensione, o moto. Le prime lettere dell'Alfabeto a, b, c, d ec. fino ad x esprimono sempre le quantità a noi note, le ultime x, y, z le quantità incognite, che andiamo ricercando; così sono tra loro arbitrariamente convenuti gli Analisti.

309. Hanno inoltre adottato alcuni segni particolari, per mezzo de'quali indicano in breve le proprietà, e operazioni, che si fanno sopra le quantità. Questo segno + prefisso a qualche lettera, o pure niuno, indica, che la lettera è *positiva*, cioè pone, o afferma qualche quantità. Questo — indica che la lettera distrugge qualche quantità, e fa la lettera *negativa*. Il primo si chiama segno del *più*, il secondo del *meno*. Onde a, ovvero + a esprime qualche cosa positiva,

tiva, — a diſtrugge quello che a avea poſto. Queſto ſegno $=$ poſto tra due quantità eſprime, che ſono uguali; perciò $a-a=o$ ſignifica che a meno a, è uguale al zero. Queſta breve eſpreſſione dell' uguaglianza di due coſe viene detta *Equazione*. Se tra due lettere ſi pone queſto ſegno $>$ ſi vuò eſprimere, che la prima ſignifica una quantità maggiore della ſeconda; ſe queſt'altro $<$ una quantità minore. Onde $a>b$, $8>5$ ſignifica, che a è maggiore di b, 8 è più grande di 5. Per lo contrario $b<a$, $5<8$, che b è minore di a, e il 5 minore di 8. Queſto ſegno ∞ denota una quantità infinita; perciò $n=\infty$ ſignifica n eſſere uguale ad un numero infinito. Queſto $\times$, ovvero un punto poſto tra due lettere indica, che ſono inſieme moltiplicate; Se tra eſſe ſi pongano due punti ſignifica, che la prima è diviſa per la ſeconda. Onde $a:b$ vuol dire a diviſo per b; l'eſprimono ancora così $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ec. Se una o più lettere ſi pongono ſotto queſto ſegno $\sqrt{}$, che ſi chiama ſegno radicale, allora ſi vuò denotare, che da eſſe deve cavarſi la radice quadrata, detta anche radice ſeconda; onde $\sqrt{9}=3$, la radice quadrata del 9, è 3. Quando ſi vogliono eſprimere l'altre radici ſopra il ſegno radicale ſi pongono i numeri, che le denotano. La cubica, o terza s'eſprime col numero 3, la quarta col 4 ec. Onde $\sqrt{8}^{3}=2$, vuol dire, che la radice cubica d'8 è 2; $\sqrt{16}^{4}=2$ ſignifica che il 2 è la radice quarta del 16. Queſto ſegno $\backsim$ tra due lettere denota, che una è ſimile all'altra; $a \backsim b$, a ſimile b.

310. L'Algebra fa le ſteſſe operazioni ſopra le lettere, che ſopra i numeri l'Aritmetica. Per *ſommarle*, baſta metterle vicine cogli ſteſſi ſegni, che hanno; onde $a+b$ ſommato con $c-d$, così ſi ſcrive $a+b+c-d$. Per *ſottrarle* muta tutt'i ſegni alle lettere ſottraende; ſe dalla quantità $a+b$ deve levarſi $c-d$; il Reſto ſarà $a+b-c+d$. Per *moltiplicarle*, le mette vicine, o c'interpone un punto, o queſto ſegno $\times$. Dovendo multiplicare a per b, ſcrive ab; ma ſe le lettere moltiplicande ſono majuſcole come A, B ſcrive A. B, ovvero $A \times B$; così ancora ſe tutto $a+b$ deve moltiplicarſi per $c-d$, ſcrive $\overline{a+b} \times \overline{c-d}$; ovvero $\overline{a+b}.\overline{c-d}$. Per *dividerle* ci pone due punti, in mezzo, o una linea, ſcrivendo il dividendo ſopra, e il diviſore ſotto. Sia da dividerſi $a+b$ per $c-d$; ſi farà così $\frac{a+b}{c-d}$ ovvero $\overline{a+b}:\overline{c-d}$. La linea, che ſi pone ſopra, indica, che tutta la prima quantità deve dividerſi per la ſeconda; che ſe foſſe ſcritto $a+b:c-d$; allora il b ſolamente ſarebbe diviſo per $c-d$.

311. Avanti le lettere ſovente c'è qualche numero, che ſi dice il loro *coefficiente*, ſu queſto s'opera come ne' numeri; onde $2\,a \times 3\,b = 6\,ab$. Alle volte dopo la lettera un poco più ſopra d'eſſa c'è un numero, che ſi chiama *Eſponente*, perchè eſprime, ſe la quantità è quadrato, cubo ec. così a^2 vuò dire il quadrato di a, ed a ovvero a^1 è la prima potenza, o la radice quadrata, o il lato di a^2. Quando nella *moltiplicazione* ci ſono eſponenti nelle ſteſſe lettere ſi ſommano inſieme; onde $2\,a^3 \times 4\,a^2\,b = 8\,a^4\,b$; $2\,a^3 \times 4\,a = 8\,a^5$. Quando nella *diviſione* ſi trovano eſponenti alle lettere ſteſſe, ſi ſottrae l'eſponente del diviſore da quello del dividendo, eſſendo le medeſime lettere. Perciò $4\,a^3 : 2\,a^2 = 2\,a^1$ ovvero $2a$; $6\,a^3 : 2\,a^3 = 3\,a^{3-3} = 3\,a^0 = 3$; perchè a^0, cioè a coll' eſponente zero ſignifica 1. Se dovremo eſtrarre qualunque radice da una lettera, baſterà dividere l'eſponente della lettera, per quello della radicale. Onde $\sqrt[3]{a^2}$ ſarà $a^{\frac{2}{3}}$; $\sqrt[4]{a^4} = a^{\frac{4}{4}}$ ec.

312. *Ragione* è il paragone, che ſi fa d'una quantità con un' altra. *Proporzione* è il paragone di due ragioni uguali tra loro. Quando ſi paragonano due quantità, e s'oſſerva la loro differenza, diceſi *Ragione Aritmetica*. Queſta differenza, che ſi ſcuopre per mezzo della ſottrazione, ſi chiama *Eſponente della Ragione*. La differenza tra 7 e 3, è 4; tra 15, e 9 è 6. Quindi le ragioni Aritmetiche s'eſprimeranno così $a - b$, $c - d$ ec. Quando paragoniamo due quantità per oſſervare quante volte una contiene, o è contenuta nell' altra, queſta è *Ragione Geometrica*. Il quoziente, che ſi manifeſterà colla diviſione, ſi dice *Eſponente della Ragione*. Onde $\frac{6}{3}$, $\frac{a}{c}$, ovvero $6 : 3$; $a : c$ eſprimono diviſione, e ragione geometrica tra queſte due quantità.

313. Proporzione eſſendo il paragone di due ragioni uguali; ſe $a - b = c - d$, queſta ſarà *Proporzionale Aritmetica*, la quale s'eſprime ancora in queſta maniera $a : b \,\because\, c : d$, e ſignifica, che la differenza tra la quantità a, e la b, è uguale a quella, che paſſa tra c, e la quantità d. Se però foſſe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, che s'eſprime così $a : b :: c : d$; quante volte a contiene, o è contenuta in b; tante volte c contiene, o è contenuta in d; allora ſi chiamerebbe Proporzione Geometrica. Queſta ſi dice *diſcreta* quando i quattro ſuoi termini ſono diverſi, come nell'eſempio di ſopra, e in queſt' altro numerico appariſce, $4 : 8 :: 16 : 32$; chiamaſi *continua*, ſe i due di mezzo ſono lo ſteſſo termine, come in queſta. $8 : 4 :: 4 : 2$, dove il termine di mezzo è ripetuto.

314. La

314. La Proporzione Geometrica ha queſta proprietà, che il prodotto degli eſtremi termini, è ſempre uguale a quello de' medj; $4 \times 32 = 8 \times 16$; $8 \times 2 = 4 \times 4$.

315. Una *quantità ſegue la ragione ſemplice diretta* d'un'altra; quando creſce eſſa o cala a miſura di queſta. Così oſſerviamo ne' traffici, che il frutto è direttamente, come il capitale; perchè ſe ſcudi 100 rendono ogni anno ſcudi 5; ſcudi 200 renderanno 10, che è il doppio. Se il frutto di qualunque conſiderazione ſia lo chiameremo f, e qualſiſia capitale c, per eſprimere, che il frutto è come il capitale, ſi ſcriverà f : c.

316. Una *quantità ſegue la ragione ſemplice inverſa* d'un'altra, quando eſſa creſce, mentre queſta cala, e ſi diminuiſce, ſe queſta creſce. Nel fare qualche edificio particolare, il numero de' fabbricatori è inverſamente, come il tempo, che s'impiega a farlo; più operaj ſono, più preſto ſorge la fabbrica, meno operaj, più tardi ſi fa, cioè più tempo s'impiega, minore è il numero de' fabbricatori. Supponiamo, che gli uomini ſi chiamino v, il tempo t, la ragione inverſa ſi eſprimerà così $v : \frac{1}{t}$, ovvero $t : \frac{1}{v}$, ciò ſignifica, che gli uomini ſono reciprocamente, come il tempo, o pure queſto è reciprocamente, come il numero degli uomini. Eccone la dimoſtrazione.

317. Se abbiamo queſte quantità 6, 5, 4, 3, a, b; le inverſe di queſte ſaranno $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$. Perchè moltiplicando un numero per un altro, diventa il primo tanto maggiore, quante unità erano nel ſecondo. Ma la diviſione è contraria alla multiplicazione, dunque dividendo un numero per un altro verrà il primo tanto minore di ſe ſteſſo, quante unità ſono nel diviſore. Onde ſe moltiplicando 4 per 2, il prodotto 8, è maggiore due volte di 4; dividendo 4 per 2, il quoziente 2 ſarà due volte minore di 4. Perciò ſe dividiamo l'unità per le quantità di ſopra 6, 5, 4 ec. i quozienti $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$ ec. ſaranno le inverſe di 6, 5 ec. E di fatto quanto 6 è maggiore d'uno, tanto un ſeſto è minore.

318. Una *quantità ſegue la ragione compoſta diretta di molte altre*, quando creſce o cala, come il prodotto di queſte. Ne' traffici il frutto è in ragione compoſta diretta del capitale, e del tempo, che ſi tiene impiegato. Se doppio è il capitale, doppio ancora eſſer deve il frutto in un anno; onde in due anni ſarà due volte doppio, in tre anni tre volte doppio ec., e in genere il frutto ſarà ſempre come il prodotto del capitale nel tempo. Quindi è lo ſteſſo mettere a frutto

to 200 ducati per un anno, che 100 per 2; perchè nel primo caso s'arrischia 200 per un anno; nel secondo s'arrischia la metà, ma per due anni; onde è conveniente, che anche in questo caso il frutto sia doppio. Perciò se il frutto sia f, il capitale c, il tempo t, avremo $f : ct$. Se qualunque quantità m cresca come varie altre b, c, d, e la ragione composta s'esprimerà così $m : bcde$.

319. Una *quantità siegue la ragione parte diretta, parte inversa di molte altre*, quando cresce, come alcune di queste crescono, e cala rispetto alle altre, e vicendevolmente. Supponete, che debba scavarsi una fossa. Il numero degli uomini è direttamente, come l'altezza della fossa, e inversamente, come il tempo, che s'impiega a scavarla. Più alta è la fossa, più uomini si ricercano; ma se viene concesso più tempo per farla, minore numero d'uomini si ricerca. Perciò se gli uomini siano v, l'altezza a, il tempo t; sarà $v : \frac{a}{t}$. Poniamo, che b sia direttamente come c, d, e, e inversamente come g, i, m, n; s'esprimerà così $b : \frac{cde}{gimn}$.

320. *Equazione* è l'espressione dell'uguaglianza, che passa tra due quantità; onde essendo 24 uguale al 12 moltiplicato per 2; potrà esprimersi così $24 = 12 \times 2$; così ancora $10 + 8 = 6 + 4 + 14 - 6$. Data qualunque equazione, possiamo senza distruggere l'uguaglianza fare varie mutazioni in essa, dalle quali, come vedremo in appresso, dipende la maggior parte delle dimostrazioni de' Teoremi meccanici. Le quantità, che sono avanti il segno d'uguaglianza, si chiamano il *primo membro*, quelle dopo il *secondo membro* dell'equazione. Ciò posto ecco *l'Assioma generale* per non errare nel fare varie mutazioni sopra qualunque equazione. *Se sopra i due membri dell'equazione considerati come due sole quantità, si facciano uguali mutazioni, non si toglie l'uguaglianza, e perciò l'Equazione resta come prima.*

321. Dunque potremo *aggiungere* o *sottrare* dall'uno, e dall'altro membro le stesse quantità, o pure uguali, e l'equazione resterà come prima. Onde se $a = b$, sarà ancora $a + c = b + c$, ed altresì $a - c = b - c$; e supponendo che $c = d$, avremo ancora $a + c = b + d$; $a - c = b - d$.

322. Dal che si ricava, che *per far passare una quantità da un membro in un altro*, basta scassarla da quello, e scriverla in questo, ma col segno mutato. Sia $x + 4 = 9$; e dobbiamo per trovare il valore di x, trasportare il 4 dalla parte del 9; si scriva $x = 9 - 4 = 5$.

Per-

Perchè §. 321. ſottraendo dall'uno, e l'altro membro il 4, abbiamo $x + 4 - 4 = 9 - 4$, cioè $x = 9 - 4$. Queſta operazione ſi chiama *Traſpoſizione*.

323. Si potrà inoltre *multiplicare*, o *dividere* e l'uno e l'altro membro; o pure ciaſcun termine de' medeſimi per le ſteſſe quantità, o per uguali, e l'equazione non ſi muterà §. 320. Se $a = b$, ſarà ancora $ac = bc$, ovvero $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$. Se $a + b = c + d$, avremo ancora $m \times \overline{a + b} = m \times \overline{c + d}$, ed altresì $\frac{a+b}{m} = \frac{c+d}{m}$; ovvero $am + bm = cm + dm$, e parimenti $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{c}{m} + \frac{d}{m}$.

324. Da ciò ſi ricava il modo di liberare una quantità da qualcuna, *che la multiplica*, dividendo tutta l'equazione per quella; o da qualcuna, *che la divide*, multiplicando l'equazione per la ſteſſa. Perciò ſe $8x = 16$ ſarà $\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$, cioè $x = 2$; ſe $\frac{x}{4} = 3$ ſarà $\frac{4x}{4} = 3 \times 4$; cioè $x = 12$. Col quale metodo ſi trova il valore dell'incognita x, che in altra maniera non potrebbe trovarſi. Queſte operazioni ſi dicono, *Liberare l'incognita, e l'equazione dalle frazioni*.

325. Potremo inoltre *elevare a qualunque potenza*, *o eſtrarre* dall'uno, e l'altro membro conſiderati, come due ſole quantità, *qualunque radice*. Perciò ſe foſſe $x = \sqrt{2}$, ſarà elevando l'uno e l'altro a quadrato, $x^2 = 2$. Se foſſe $x^2 = 16$, ſarà eſtraendo la radice quadrata, $x = 4$. Queſta operazione ſi chiama, *liberare l'equazione dalle potenze, e dalle radicali*. In eſſa non poſſiamo operare, come nella precedente, in cui multiplicavamo, e dividevamo per la ſteſſa lettera non ſolo i due membri, ma anche ciaſcun termine di eſſi, e veniva lo ſteſſo; in queſta poſſiamo operare ſolamente ſopra i due membri interi, non ſopra le loro parti.

326. Inoltre in qualunque Equazione *poſſiamo ſoſtituire in uno o tutti due i membri un uguale, per un uguale*. Sia $x = a + b$, ſupponiamo, che $a = 3$, $b = 5$, ſarà $x = 8$; onde con ciò verremo in cognizione della quantità incognita x. Poſſiamo inoltre data un' *Equazione riſolverla in proporzione*, e *vicendevolmente* in vigore del §. 314. Sia $ax = bc$; ſarà ancora $a : b :: c : x$; ovvero $x : c :: b : a$; perchè in tutti queſti caſi il prodotto degli eſtremi, e de' mezzi ſono ſempre gli ſteſſi. Quindi qualunque proporzione ſi può per lo contrario mutare in un'equazione.

327. Se a queſte regole aggiungiamo la ſeguente, avremo tutto quaſi l'artificio, di cui ſi ſervono gli Analiſti per iſciogliere i Problemi, e dimoſtrare i Teoremi matematici. Se abbiamo una ragione di due quan-

quantità, per esempio di a : t, *potremo multiplicare*, o *dividere* l'uno, e l'altro termine per la stessa, o per uguali quantità; potremo inoltre *sostituire* in vece d'esse un *eguale*, o pure un *proporzionale*, il che è proprio solamente delle ragioni, e non già delle equazioni. Onde essendo a : t, resterà la stessa ragione ancora, se farò ac : tc, ovvero $\frac{a}{c} : \frac{t}{c}$; ovvero essendo c = b; ac : tb; $\frac{a}{c} = \frac{t}{b}$, supponiamo inoltre, che t fosse direttamente come un'altra quantità s: essendo a : t, per ipotesi, e il t : s; avremo ancora a : s; lo che è proprio solamente delle *Ragioni*. L'uso di queste regole lo vedremo in tutta la Meccanica, nella quale ancora si comprenderanno meglio, che presentemente.

PROPOSIZIONE VII.

La Massa d'un corpo è come il prodotto del suo volume nella densità; ovvero come il suo peso.

328. LA prima parte di questa proposizione è dimostrata nel §. 305., la seconda si dimostrerà parlando della gravità de' corpi. Si chiami la massa, o quantità materia di qualunque corpo q, il suo volume v, la densità d; il peso p. Avremo §. 318. q = vd, e ancora q : vd; di più sarà ancora q : p. Lo che dovea dimostrare.

329. Dunque §. 323., $\frac{q}{d} = v$, ovvero $\frac{q}{v} = d$. Onde il volume d'un corpo è direttamente, come la sua massa, e reciprocamente, come la densità §. 319. e la densità de' corpi è in ragione diretta della massa, e inversa del volume; che sono due Teoremi meccanici di sommo uso per giudicare del volume, e della densità de' medesimi.

330. Quindi se restando la massa, voglio accrescere il suo volume, dovrò diminuire la densità; perchè q non variandosi si reputa sempre la stessa quantità, e perciò come unità; dipendendo tutta la mutazione dalla densità, e dal volume. Ciò apparisce in una palla di cera, o di piombo, quando vogliamo ingrandire la stessa palla, dobbiamo assottigliarla. Si vede ancora nell'acqua, che sciolta in vapori occupando maggior volume, ha meno densità, ed è più rara. Così ancora restando la stessa densità, se prendo doppio, o triplo volume, avrò due o tre volte più materia di prima. Ciò apertamente lo vediamo in tutt'i corpi omogenei, cioè quelli, che da per tutto sono ugualmente densi.

331. Essen-

331. Essendo q :· p §. 328., sarà ancora p: vd §. 327. Cioè il peso d'un corpo sarà come il suo volume, e la densità unitamente. Quindi anche $\frac{p}{d}$:· v, e di più $\frac{p}{v}$:· d §. 327.

332. Esaminando queste, e le precedenti ragioni, e proporzioni, si può facendo più supposizioni, come abbiamo accennato nel §. 330. ricavare infiniti teoremi, sopra i quali si fonda il discorso meccanico. Ma siccome la nostra mente è limitata, nè può ritenere, che un determinato numero di cose con buon ordine, così dimostrato il teorema fondamentale, accenniamo solamente il modo di ricavarne degli altri; perchè ognuno poi secondo le occasioni, o la necessità possa, quando fa d' uopo dedurne le bisognevoli verità, che riguardano il moto de' corpi, per non errare nella maniera di spiegare i fenomeni della natura.

333. La massa d'un corpo sia Q, il volume V, la densità D, il peso P; d'un altro q, v, d, p. Essendo §. 328. Q :· VD; q : vd; avremo ancora Q: q : : VD : vd. Fingiamo ora, che due corpi abbiano uguale densità, e perciò D = d, dividendo VD, vd per D, o per d §. 327., avremo Q : q : : V : v. Onde due corpi d'uguale densità, hanno le masse come i volumi. Ciò apparisce in tutt'i fluidi omogenei. Se V = v, sarà Q : q : : D : d. Due corpi d'egual volume hanno le masse come le densità. Fingiamo che Q = q, sarà anche VD = vd; e perciò risolvendo quest'equazione in proporzione §. 326., avremo V : v : : d : D; cioe due corpi di massa uguale hanno i loro volumi reciproci alle masse; e perciò se i volumi di due corpi si possono dimostrare in ragione inversa delle loro densità, avranno amendue uguale massa. Essendo Q :· P; q :· p sostituendo §. 327. questi valori avremo P : p : : VD : vd; e perciò una nuova serie di teoremi meccanici, secondo la particolare supposizione, che facciamo. Hanno qui i principianti da esercitarsi molto, e con somma facilità nell'Analisi, e nella Meccanica.

CAPO V.

Del Moto *semplice uniforme.*

334. LA velocità è un'energia §. 284., che si comunica a' corpi, per mezzo della quale descrivono uno spazio determinato in un tempo determinato; e perciò l'effetto di questa velocità, quan-

do è sempre la stessa nel corpo, come appunto ora l'esaminiamo §. 300.; sarà lo spazio, che il corpo descrive, il quale quanto è maggiore, restando lo stesso tempo, tanto ancora più grande dovrà essere la celerità; e perciò sarà direttamente come lo spazio §. 315. Ma se il corpo in tempo minore debba descrivere lo stesso spazio, quanto più piccolo è il tempo, tanto maggiore dovrà essere la sua velocità; se all'incontro dovrà percorrere lo stesso spazio più tardi, non avrà bisogno di tanta celerità. Dunque la velocità seguirà la ragione inversa del tempo, che impiega il corpo a muoversi §. 316.

335. Quindi se due corpi descrivono spazj uguali in tempi uguali, avranno uguale velocità. Se il primo descriverà più spazio del secondo avrà più velocità d'esso; ma se descrivendo lo stesso spazio del secondo, c'impieghi più tempo, la sua celerità sarà minore; perchè questa, come abbiamo dimostrato, è in ragione inversa del tempo. Collo stesso metodo si troveranno molte altre verità, che concernono la velocità de'corpi.

336. La *quantità del moto* in qualsisia corpo non essendo altro, che la velocità diffusa per la materia del corpo, secondo che osservammo §. 287., ne siegue, che per determinarla converrà aver riguardo alla massa, e celerità attuale de'corpi. Onde maggiore sarà la materia d'un corpo, più grande ancora a proporzione sarà il suo moto; il quale crescerà inoltre a proporzione dell' energia, che gli diamo, o velocità impressa. Dunque se ad un corpo darò doppia velocità di prima, acquisterà doppio moto; e se accrescerò del doppio ancora la massa, il suo moto sarà due volte due, cioè quattro volte maggiore del primo.

337. Ma la massa d'un corpo è proporzionale alla densità, e al volume dello stesso §. 305., dunque se in un corpo si aumenta la densità, crescerà il moto, e così ancora se s'accrese il volume. La quantità della materia, o il peso d'un corpo sia 3, d'un altro sia 4; abbia il primo velocità 2, il secondo 3; sarà il moto del primo espresso per lo numero 6, del secondo per 12; onde il secondo avrà doppio moto del primo.

338. Applicando questi teoremi a'corpi, si trovano esattamente conformi all'esperienza. Contiene più materia una palla di piombo, che una uguale di legno; onde quantunque amendue ci vengano incontro con uguale velocità, maggiore impressione riceviamo dalla prima, che dalla seconda, perchè ha moto maggiore §. 336.

Una

Una palla di piombo gettata contro un legno non lo passa; se si mette in uno schioppo lo sbuca, perchè la polvere dandoci una considerabile velocità, accresce il suo moto, e perciò l'azione contro il legno.

339. Siano due caraffe della stessa grossezza, e in una ci sia dell'argento vivo, nell'altra dell'acqua; si scuotano amendue colla stessa forza, la prima si spezzerà, e non la seconda. Il Mercurio è più denso dell'acqua, onde ha più moto, e perciò urta il vetro della caraffa con maggior forza. Empite d'acqua un bicchiere, e un vaso assai grande di vetro della stessa grossezza; agitateli amendue colla stessa velocità, il vaso grande corre rischio di rompersi, non già il bicchiere; perchè dove è maggior volume, restando la stessa densità, quivi è maggior moto §. 337.

CAPO VI.

Moto semplice uniforme matematicamente.

PROPOSIZIONE VIII.

La Velocità è come lo Spazio diviso per lo tempo.

340. La celerità de' corpi è in ragione composta diretta dello spazio percorso, e inversa del tempo, in cui si descrive §. 334. Perciò se la celerità si chiami c, lo spazio s, il tempo t, avremo $c = \frac{s}{t}$ §. 319. Come dovea dimostrare.

341. Dunque $s = ct$ §. 324. cioè lo spazio descritto da un corpo è come la velocità moltiplicata nel tempo. Così ancora sarà $t = \frac{s}{c}$, §. 324., ovvero il tempo direttamente come lo spazio, e inversamente come la velocità.

342. Siano due uomini, e il primo faccia 6. miglia in un'ora; l'altro 6. in due ore, la velocità del primo sarà $\frac{6}{1} = 6.$; del secondo $\frac{6}{2} = 3$; perciò il primo avrà doppia velocità del secondo. Un altro corra 4. miglia in una mezza ora; e il secondo 6. miglia in 3. ore ovvero 6. mezze ore. Per poter paragonare questo tempo col primo dobbiamo ridurre l'ore in mezze. La celerità del primo sarà $\frac{4}{1}$; del secondo $\frac{6}{6} = 1.$; perciò il primo è quattro volte più veloce del secondo.

343. La celerità d'un corpo qualunque sia chiamiamola C, lo spazio S, il tempo T; d'un altro corpo c, s, t. Abbiamo $C = S : T$,

§. 340.; $c = \frac{s}{t}$; e perciò C : c : : (S : T) : $\frac{s}{t}$ Supponiamo, che amendue descrivano uguali spazj, sarà C : c : : (1 : T) : $\frac{1}{t}$; concependo i due ultimi termini divisi per S, ovvero s, essendo per ipotesi S = s. Onde abbiamo un teorema: Se due corpi fanno la stessa strada, le loro velocità sono reciproche a' tempi. Supponiamo che gli spazj siano diversi, e nel tempo stesso si muovano. Essendo T = t, multiplicando i due ultimi termini per T, avremo C : c : S : s. Quando due corpi nel tempo stesso si muovono, le velocità sono come gli spazj descritti, in tempo uguale.

344. Quindi rivoltandosi una rota sopra un piano, le parti, che sono alla circonferenza, sono più veloci di quelle verso il centro, descrivendo un cerchio maggiore; e l'uomo, che cammina sopra la gran palla della terra, ha più velocità nel capo, che ne' piedi. Se intorno un asse girerà un vetro ovale, le parti di mezzo descrivendo un maggior cerchio, avranno più velocità, che le laterali.

345. Supponiamo ora, che C = c, sarà ancora S : T = $\frac{s}{t}$ e togliendo le frazioni §. 324.; St = Ts; e risolvendo in proporzione §. 326.; S : s : : T : t. Cioè se due corpi mossi con moto uniforme hanno velocità uguale, gli spazj, che descrivono sono come i tempi; e se gli spazj saranno come i tempi, avranno uguali celerità. Per mezzo di questo secondo teorema scorgiamo facilmente, quando due corpi hanno la stessa celerità, guardando la proporzione, che passa tra gli spazj, che descrivono, e i tempi, che impiegano a descriverli.

346. Quello che per mezzo dell'Analisi abbiamo dimostrato in Meccanica, può farsi ancora per mezzo delle linee geometriche, e delle figure. Essendo §.341., s = ct, supponendo s multiplicata per 1., Tav. 1. Fig. 7. sciogliendo in proporzione l'equazione data, avremo t : s : : 1 : c. Per esprimere con questa proporzione il valore della velocità in linee. Essendo data la relazione, che passa tra 'l tempo, e lo spazio si faccia t : s : : AB : BC. Quindi presa AD arbitrariamente, si applichi in A a qualunque angolo DAB. Uniti i punti BD, e prolungata AD indefinitamente, dal punto C si tiri CE parallela a BD, la quale taglierà AD prolungata, in E; dico che DE esprimerà la celerità del corpo. Perchè *Cor. Prop.4. lib. 6.* d'Euclide del Tacquet colle note di Wiston AB : BC : : AD : DE; cioè per la costruzione t : s : : 1 : c. Con questo metodo possiamo esprimere qualunque quoziente d'un numero diviso per un altro; giacchè $c = \frac{s}{t}$ è stato espresso per mezzo della linea DE. Supponiamo t : s : : 1 : 4. Presa AB d'arbitraria lunghezza,

za, si faccia BC=4. AB. Quindi presa AD=6. AB, o quantesivoglia AB, che poco importa, avremo DE, misurandola con l' unità AD, o coll' unità dell' unità AB.

347. Essendo s=ct; se vorremo esprimere geometricamente lo spazio, basterà prendere BA=t, e applicarci ad angolo retto BC=c; supponiamo, che t:c :: 3:2, dovrà essere AB: BC :: 3:2. Tav. 1. Fig. 6.
Il rettangolo ABCD esprimerà lo spazio descritto dal corpo. Quindi abbiamo un teorema geometrico meccanico. Nel moto equabile, *le spazio viene espresso per un rettangolo*. Risolvendo in proporzione l'equazione avremo 1:c :: t:s. Presa AB arbitrariamente come unità, BC esprima la velocità, e la AD il tempo, che già si suppongono noti; tirata la BD, si operi come sopra. La linea DE esprimerà lo spazio. Quindi ricaviamo, che lo spazio quantunque sia il prodotto della velocità nel tempo; ciò non ostante si può esprimere con una sola linea geometrica. Tav. 1. Fig. 7.

348. Lo stesso si può applicare alla Prop. 7. intorno alla massa d'un corpo, e per mezzo delle proprietà, che dimostrano i geometri delle suprrficie, e linee geometriche, ricavare le verità spettanti al moto de' corpi; non però colla stessa facilità, come abbiamo osservato farsi per mezzo dell' Analisi. Utile ciò non ostante è il metodo geometrico, e necessario ancora, come vedremo in appresso, in molti casi meccanici.

349. Perciò stimiamo opportuno l'osservare, che nel rettangolo ABCD, le linee BC, AD, e tutte ad esse parallele si chiamano da Geometri *Ordinate* della figura; le linee CD, BA, e tutte le loro parallele, e porzioni si chiamano *Ascisse*. Ora quella figura geometrica, in cui le ordinate esprimono le velocità, le ascisse i tempi, si dice *Piano della velocità*. Se le ordinate esprimono le velocità, le ascisse gli spazj descritti dal corpo, allora la figura geometrica, che ne nasce, si chiama *Scala della velocità*. In una parola se lo spazio, la Velocità, e la Massa s' esprimono per le ordinate; e l'ascisse rappresentino i tempi; la figura geometrica, che ne nasce, si chiama sempre *Piano* di quello, che è espresso per l'ordinate. Ma se l'ascisse esprimono gli spazj; allora si chiamerà *Scala* di quello, che dalle ordinate vien espresso. Onde se BC significa lo spazio, BA il tempo, la figura si dirà *Piano degli spazj*; se BC esprime il tempo, BA lo spazio; la figura viene chiamata *Scala de' tempi*. Tav. 1. Fig. 6.

PRO-

PROPOSIZIONE IX.

Il moto d'un corpo è come il prodotto della massa nella sua velocità.

350. LA quantità del moto è proporzionale alla maſſa, e velocità del corpo §. 336., dunque ſe il moto ſi dica m, la quantità di materia q, la celerità c; ſarà §. 318., $m = qc$. Come dovea dimoſtrare.

351. Onde avremo $q = \frac{m}{c}$; ovvero la maſsa di qualunque corpo ſi determina dividendo il ſuo moto per la celerità, che ha; eſſendo direttamente come il moto, e inverſamente come la celerità. Quindi ancora $c = \frac{m}{q}$. Cioè la velocità d'un corpo è direttamente come il ſuo moto, e inverſamente come la maſsa. Perciò quanto maggiore materia contiene un corpo, con tanto minor velocità ſi moverà, quanto minore materia, tanto andrà più veloce.

352. Naturale è, che lo ſteſso grado di velocità comunicato a due corpi diſuguali in maſsa, faccia andar più veloce il più piccolo, che il maggiore. Perchè la ſteſsa energia dovendo traſportare una maſsa più piccola per lo ſteſso ſpazio, lo farà più preſto, che ſe la maſsa foſse maggiore. Quindi ſe un corpo ſi diminuiſce nella materia, che ha, la ſua velocità ſempre s'accreſcerà; di modo che diminuendolo in infinito, la velocità diventerà infinita; non conſiderata in ſe ſteſſa, perchè non ſi muta per ipoteſi, ma conſiderata relativamente alla materia del corpo. Perciò quanto più piccole ſono le parti de' corpi, tanto più atte ſono a muoverſi, detratta ogni eſteriore reſiſtenza.

353. Nell'equazione del teorema poſſiamo in vece di q metterci p §. 327., 328., avremo nuovi teoremi. Cioè ſarà $m = pc$; $c = \frac{m}{p}$, $p = \frac{m}{c}$. Il moto d'un corpo, è come il peſo moltiplicato nella celerità. Queſta è direttamente come il moto, e inverſamente come il peſo del corpo. Il peſo è direttamente come il moto, e inverſamente come la velocità.

354. Si metta ancora invece di q, la quantità vd, §. 328. avremo ancora $m = vdc$. Onde $\frac{m}{v} = dc$; $c = \frac{m}{vd}$, $d = \frac{m}{vc}$ ec.

355. In vece di c poſſiamo ſoſtituire $\frac{s}{t}$ §. 326. 340. avremo una nuova ſerie di teoremi $m = \frac{qs}{t}$, $m = \frac{ps}{t}$; $m = \frac{vds}{t}$. Sopra le quali tre equazioni ſi fanno molte mutazioni, e ſi paragonano in molti modi.

356. Sia-

356. Siano ora due corpi e il moto del primo sia M, la celerità, C, la quantità della materia Q; così ancora nel secondo siano m, c, q; avremo M = QC; m = qc. Onde M: m :: QC : qc Supponiamo Q = q, sarà M : m :: C : c §. 327. Se due corpi uguali di massa si muovono, i loro moti sono come le velocità. Ma se fosse C = c; avressimo M : m :: Q : q, e perciò due corpi, che vanno colla stessa velocità, hanno i moti proporzionali alle loro masse. Se fosse M = m; sarà ancora QC = qc; e perciò §. 326. Q : q :: c : C. Due corpi, che si muovono con moto uguale, hanno le masse reciproche alle velocità; e se queste sono reciproche alle masse, è segno che hanno ugual moto. Ciò è quello che abbiamo supposto ne' §. 279. 280.

357. In vigore de' §. 353. 354. 355. si sostituisca in vece di Q, P, ovvero DU; in vece di C (S : T), potremo ricavare molti altri utili teoremi. Per esempio, se in vece di C si ponga (S : T), e di c, $\frac{s}{t}$, avremo M : m :: (QS : T) : $\frac{qs}{t}$; supponiamo che M = m, T = t sarà QS = qs; onde Q : q :: s : S, ovvero P : p :: s : S, e perciò se due corpi hanno ugual moto, e nel tempo stesso si muovono, le loro masse, o i pesi sono reciproci agli spazj, che descrivono; e se quelli sono in ragione inversa degli spazj, e si muovono nello stesso tempo, avranno moto uguale; come fu da noi supposto nel §. 273.

358. Questi teoremi della quantità del moto equabile possiamo inoltre esprimerli con linee, e figure geometriche, per mezzo della Figura 6. 7. Tav. 1.; come abbiamo fatto nella velocità uniforme, al §. 346., e ne' seguenti. Dunque il moto uniforme de' corpi s'esprimerà per lo rettangolo della massa, o del peso nella velocità.

CAPO VII.

Del Moto semplice variabile.

359. FInora abbiamo considerato il Moto de' corpi, quando la velocità, o energia comunicata loro, resta sempre la stessa in tutto il tempo, che si muovono. Ora passiamo ad esaminare il moto d'alcuni corpi, ne' quali la velocità continuamente s'accresce o diminuisce per qualche causa, che è dentro, o fuori del corpo, che si muove. A cagione delle forze inerenti a' corpi, come è la gravità, l'elaterio ec. §. 202., e dell'aria, nella quale si fanno tutt'i moti, e d'altre cause, che fanno resistenza; se vogliamo parlare matematicamente

camente, non si dà alcun moto semplice, ma tutti sono o continuamente accelerati, o ritardati. Quindi si vede la necessità di parlare di questa seconda specie di moto semplice. Quando però vogliamo discorrere fisicamente, o per riguardo de' nostri sensi, molti sono i moti uniformi che troviamo; perchè la resistenza, che fanno i mezzi, ne'quali si muovono i corpi sovente da'nostri sensi non può essere distinta; o pure è tanta quanta è l'accelerazione, che ricevono i corpi in moto dalle loro forze interiori; onde è che in quel moto non si darà alcun acceleramento, o ritardazione.

360. Non è così agevole trattare il moto variabile, come il costante. La forza, che varia il moto nel corpo può operare in molte maniere, dandole, o levandole una velocità proporzionale al tempo, in cui si muove il corpo, o proporzionale allo spazio, che descrive, o a qualunque potenza del tempo, o dello spazio. La variazione della velocità può inoltre essere proporzionale alla materia del corpo stesso; o seguire qualunque altra ragione. Dalla multiplicità di questi casi nasce la principale difficoltà, che s'incontra nel concepire il movimento de'corpi, che si muta ogni momento. Noi perciò ci ristringeremo in questo capo a fare alcune considerazioni sopra il moto uniformemente variabile §. 301. giacchè questo ha luogo in tutt'i corpi, quando esaminiamo il moto, che viene prodotto dalla loro gravità. Quando un corpo grave cade da qualche altezza, accelera il suo moti in proporzione del tempo, che impiega a cadere, come dimostreremo colla sperienza parlando della gravità de'corpi.

361. Quando la celerità d'un corpo cresce, qualunque sia questo accrescimento, il primo che riceve il corpo si chiama da'Fisici comunemente *Grado di velocità*. L'assoluta quantità di esso, è a noi, come di tutte l'altre cose, perfettamente incognita §. 115. Onde la sua natura la conosciamo paragonandolo cogli altri gradi, che il corpo riceve successivamente.

362. Nel moto uniformemente accelerato, o ritardato, la velocità deve crescere, o diminuirsi a proporzione del tempo; perciò in doppio tempo il corpo acquisterà, o perderà due volte più velocità, che in un solo tempo; in tempo quadruplo, il suo aumento, o diminuzione sarà quadrupla, ec. Dunque se in un minuto di tempo con un grado di velocità dato descrivesse il corpo un piede di spazio; e perciò restando in esso lo stesso grado, in due minuti facesse due piedi; se supponiamo, che nel secondo minuto s'aggiunga al corpo un nuovo grado

do di celerità, in vece di fare due piedi, ne camminerà 4, in due minuti di tempo. Onde siccome non crescendo la velocità nel corpo, che si muove, gli spazj, che descrive, sarebbero proporzionali al tempo, che impiega a muoversi; così crescendo in esso la velocità come il tempo; saranno gli spazj da esso descritti proporzionali al tempo insieme, e alla velocità, che acquista; o pure al tempo considerato due volte, o alla velocità considerata due volte.

363. Dal che si ricava, che gli spazj percorsi da un corpo col moto uniformemente accelerato sono come il tempo nel tempo o come le velocità nella velocità. Ma il prodotto d'un numero in se stesso, si chiama quadrato; dunque *gli spazj con moto equabilmente accelerato descritti sono come i quadrati del tempo, ovvero della celerità, che ha il corpo.*

364. Essendo il moto de'gravi cadenti da un' altezza uniformemente accelerato, se per mezzo dell'esperienza sapremo quanti piedi descriva un sasso cadendo in un minuto secondo; potremo con questo teorema fondamentale determinare gli altri spazj tutti, che percorrerà in due, tre minuti ec. Supponiamo, che da alto cadendo una pietra faccia in un minuto secondo di tempo 15. piedi parigini; in due minuti dovrà per l'antecedente paragrafo descrivere quattro volte tanto, o piedi 60.; in tre minuti, nove volte tanto, o piedi 135.

365. Se noi contempleremo i numeri, che esprimono gli spazj descritti in più tempi, posta questa legge d'accelerazione potranno ricavarsi altre proprietà del moto uniformemente accelerato. Per esempio essendo 60. piedi, lo spazio percorso in due minuti, se da questo numero leveremo i piedi 15. del primo minuto, farà il corpo nel solo secondo minuto piedi 45.; così ancora da 135. piedi levando i 60. fatti ne'due primi minuti, resteranno per lo terzo minuto piedi 75. Onde il corpo cadente se nel primo tempo fa piedi 15., nel secondo ne farà 45. nel terzo 75. Ma questi tre numeri sono tra loro come questi altri 1, 3, 5, che si chiamano *numeri in serie dispari naturale; dunque gli spazj da un grave descritti in ciascun tempo sono come la serie naturale de'numeri dispari* 1, 3, 5, 7, 9, 11. ec.

CAPO VIII.

Moto ſemplice variabile matematicamente.

366. QUando ſi cangia la velocità d' un corpo, per formare idea di queſta mutazione, e delle particolari leggi alle quali è ſoggetta §. 361., dobbiamo neceſſariamente ricorrere a'minimi cangiamenti, che riceve in un tempo infiniteſimo. Conoſciuta la relazione, che paſſa tra queſti minimi elementi della celerità, non è difficile il far paſſaggio a contemplare l'intiera velocità, che naſce dall'aggregato di queſte infiniteſime variazioni. Onde quà è di neceſſità richiamare a memoria ciò, che nel §.56., e ſeguenti, e nel §.94. e ſeguenti abbiamo dimoſtrato delle parti infiniteſime della materia.

367. Per maneggiare comodamente qualunque ſpecie d'infiniteſime il Leibniz, e il NeWton trovarono quaſi contemporaneamente una maniera particolare d'eſprimerle, e di computarle. Per eſprimere il NeWton l'elemento infiniteſimo della celerità ſe queſta ſi chiamerà c, mette ſopra la lettera un punto; onde $\dot{c}$ ſignifica l'elemento di c. Così ancora s ſignificando lo ſpazio, ſarà $\dot{s}$ il ſuo minimo elemento, e ancora $\dot{t}$ ſi dirà l'elemento del tempo. Ma ſiccome facilmente gli Stampatori ſi dimenticano un punto, così è più ſicuro il modo inventato dal Leibniz.

368. Eſprime queſt' Autore qualunque minimo elemento, col mettere avanti la quantità, la lettera d. Onde dc, ds, dt ſignifica gli elementi della velocità, dello ſpazio, e del tempo. E ſiccome il Newton li chiama *fluſſioni*, o *quantità fluenti*; perchè concepiſce, che le quantità finite nell'accreſcerſi, o diminuirſi ſcorrano, o pure ſi muovano; così il Leibniz li dice *Differenze* §. 62. Ora il trattato di queſte infiniteſime forma la ſeconda parte dell'Algebra, che comunemente dicono *Analiſi degl'Infiniti*.

369. Queſta ſpecie d'Analiſi è appoggiata ſu due Computi, o *Calcoli*. Il primo detto *Calcolo differenziale* inſegna, data qualunque quantità trovare il ſuo minimo elemento, o differenza. Il ſecondo è il *Calcolo integrale*, per mezzo del quale data una differenza, ſi trova la quantità di cui è elemento. Ciò ſi fa ſommando §.96. tutt'i dati elementi. Per eſprimere la loro ſomma ſogliono prefiggere alla differenza queſta lettera ∫.

370. Lo

370. Lo stesso discorso, che si fa delle quantità finite relativamente alle *infinitesime loro prime*, si può fare di queste relativamente alle infinitesime, delle quali si possono concepire composte §.61.97. In questo caso l'infinitesima prima relativamente al suo elemento sarà infinita, e questo paragonato colla prima quantità finita vien detto *infinitesimo secondo*. Lo stesso si può applicare agl'*Infinitesimi terzi*, *quarti ec.* senz'alcun limite, come abbiamo dimostrato della quantità estesa Sez. 2. Cap. 1. 2. Ora siccome il Leibniz la differenza prima di c l'esprime per dc, così la seconda per ddc, ovvero d^2c §. 311.; la differenza terza per d^3c ec.

371. Non è nostro istituto il dar regole per le due specie di calcoli degl'infiniti; ne toccheremo alcune le più necessarie per la Fisica. *Per trovare la differenza d'una o più quantità sommate, o sottratte basta premettere a ciascuna lettera il* d. Onde la differenza di c sarà dc, di s, sarà ds; di $c+t$, sarà $dc+dt$, di $c-s$, sarà $dc-ds$, e così dell'altre. La lettera d sempre accompagnar deve quella, a cui è prefissa; nè si può staccare da essa, se non quando la lettera stessa è distrutta da un'eguale a lei, o viene ad essere integrata.

372. *Per determinare la differenza, o elemento di due, o più lettere multiplicate, si multiplichi la differenza di ciascuna per le altre, e si sommino questi prodotti.* Onde la differenza di ct, sarà $cdt+tdc$; di cst, sarà $csdt+ctds$, stdc. La differenza di c^2, ovvero cc, sarà $cdc+cdc=2cdc$. Da quest'ultimo differenziale ricaviamo una regola particolare per differenziare le lettere elevate a potenza. *L'esponente della lettera si moltiplichi nel coefficiente della stessa, e si scriva questa elevata alla stessa potenza meno uno, quindi scrivasi il differenziale della lettera semplice.* Perciò la differenza di $\frac{1}{2}c^2$ sarà $2.\frac{1}{2}c^{2-1}dc=cdc$; la differenza di $x^n = nx^{n-1}dx$.

373. *Di qua si deduce il metodo di trovare la differenza delle quantità radicali.* Sia $\sqrt[3]{a^2}$, si cavi la radice, che è §. 311. $a^{\frac{2}{3}}$; quindi per la regola precedente si differenzj, e sarà $\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{3}}da$, la differenza di $\sqrt[3]{a^6}$, essendo $\sqrt[3]{a^6}=a^{\frac{6}{3}}=a^2$, sarà 2ada.

374. *Per differenziare due quantità, che si dividono, o le frazioni. Primo si multiplichi la differenza del dividendo per lo divisore, e la differenza del divisore nel dividendo. Secondo dal primo prodotto si levi il secondo; e questo resto dividasi per lo quadrato del divisore.* Onde la differenza di $\frac{s}{t}$ sarà $\frac{tds-sdt}{tt}$. Quella di $\frac{m}{q}$ sarà $\frac{qdm-mdq}{qq}$ ec. Ma se la quantità, di cui deve trovarsi la differenza sarà costante, al-

lora questa differenza sarà uguale a zero. Perciò se una quantità espressa per t fosse costante; esprimesse per esempio il diametro d' un cerchio determinato, allora sarà $dt = o$.

375. Date le regole del calcolo differenziale, dovremmo in breve esporre quelle dell'integrale, ma ciò non è possibile. Come è facile data qualunque quantità differenziarla; così non sempre è facile data una differenza, trovare la somma di essa, o quella quantità finita, di cui è differenza. Lo stesso accade ne'numeri; è agevole dato qualsisia numero elevarlo a qualunque potenza; ma dato qualunque numero estrarne la radice non è così facile, e il più delle volte non si può, che per approssimazione.

376. Fratanto dalle regole date non sarà difficile ricavare, che l'integrale, o la somma infinita di dc deve essere c; onde $\int dc = c$. Così ancora l'integrale di $cdt + tdc$ sarà ct; quello di $2cdc$, sarà c^2, e così delle altre facili integrazioni, le quali non sorpasseremo nella Fisica per maggiore facilità de'principianti.

377. Posti alcuni preliminari nell'Analisi degl'infiniti, non sarà ora difficile il farne l'applicazione al moto variabile. In questo la velocità continuamente s'accresce, o diminuisce per qualche causa, che dà continuamente una nuova energia al corpo. Tale accrescimento, e lo stesso deve dirsi della diminuzione, se lo consideriamo in uno spazio, e tempo infinitesimi si può sicuramente trascurare, perchè essendo una quantità infinitesima, o inassegnabile §.62. di tale natura sarà ancora l'errore, che si commette nel lasciarlo. Ma un errore di natura propria inassegnabile, o minore di qualunque assegnabile, non è errore; dunque l'accrescimento, che riceve la velocità in uno spazio, e tempo infinitesimi si potrà sicuramente trascurare. Perciò *la velocità variabile se considerasi in uno spazio, e tempo infinitamente piccioli, si può riputare uniforme*.

378. La velocità, che ha un corpo considerata in uno spazio, e tempo infinitesimi, sempre è finita, perchè è espressa per lo spazio diviso dal tempo, cioè per $\frac{ds}{dt}$; ma questo è un quoziente finito §.60.; dunque la velocità sarà finita. Non così però deve dirsi dell'accrescimento, che riceve, il quale viene espresso per dc; perchè quantunque questo faccia percorrere al corpo lo spazio ds, nel tempo dt; e perciò $dc = ds : dt$, cioè sia in se stesso una quantità finita anche esso; ciò non ostante rispetto alla c, è infinitesimo, o inassegnabile, come abbiamo supposto nel §. antecedente. Queste considerazioni, colle

colle quali ogni moto variabile si riduce facilmente a uniforme, le dobbiamo a Pietro Varignon nato a Caen in Francia nel 1654., morto a Parigi nel 1722.; come apparisce nelle Memorie dell'Accademia Reale delle Scienze in Parigi all'anno 1700. e nella storia allo stesso anno premessa da Bernardo de Fontanelle perpetuo Segretario della suddetta. Dal fin quì detto si raccoglie, che la celerità in uno spazio e tempo infinitesimi, benchè sia $c + dc$; non ostante si reputa c.. Nel secondo momento di tempo sarà $c + 2dc + d^2_c$, ricevendo un grado d'accrescimento uguale al dc, e di più un altro accrescimento infinitesimo rispetto al primo, e perciò espresso per d^2_c; la quale quantità non s'aggiugnerebbe, se la velocità fosse come il tempo, allora essa nel secondo momento s'esprimerebbe solamente per $c + 2dc$.

PROPOSIZIONE X.

La velocità variabile considerata in uno spazio, e tempo infinitesimi, è come lo stesso spazio diviso per lo tempo.

379. LA velocità variabile così considerata, si può riputare uniforme §. 377.; ed è finita §.378., onde chiamandola c, il suo accrescimento dc lo trascureremo, perciò sarà $c = \frac{ds}{dt}$ §.340. come dovea dimostrare.

380. Dunque $cdt = ds$, e ancora $dt = \frac{ds}{c}$; cioè l'elemento dello spazio è uguale alla velocità moltiplicata nell'elemento del tempo; e di più questo è uguale all'elemento dello spazio diviso per la velocità. Possiamo inoltre paragonare insieme le celerità di due corpi, e nuovi teoremi ricaveremo.

381. Ma il fermarsi in generale su queste equazioni differenziali, sarebbe un perdere inutilmente il tempo; perciò è necessario applicare a' casi particolari; ovvero a qualche particolare legge d'accelerazione.

382. Esaminiamo l'ipotesi, che fa Galileo intorno l'accelerazione, che ricevono i corpi dalla gravità, quando cadono da qualche altezza; la quale ha realmente luogo in essi, come dimostreremo in appresso. La celerità, che acquistano in cadere è sempre in tale ipotesi proporzionale al tempo, che impiegano a discendere. Dunque sarà $c : t$, e perciò $dc : dt$.

383. So-

383. Soſtituiamo nel §.380. queſto valore avremo cdc : ds, ovvero tdt : ds. Integrando amendue le ragioni §.372., avremo $\frac{1}{2}c^2 : s$, $\frac{1}{2}t^2 : s$; e ancora $\frac{1}{2}ct : s$. Quindi naſce un *Teorema*; nel moto equabilmente accelerato gli ſpazj deſcritti da un corpo ſono come i quadrati delle celerità, o de' tempi; perchè la ſteſſa ragione hanno tra loro i quadrati, che le loro metà. Ma ſe il moto foſſe equabile, §.341. lo ſpazio s ſi eſprimerebbe per ct; dunque lo ſpazio deſcritto con velocità equabile, è doppio di quello, che fa il corpo con velocità uniformemente accelerata. Onde ſe il corpo grave aveſſe ſul principio del moto avuto quella celerità, che ha acquiſtato in cadere, e queſta ſempre coſtante, avrebbe nel tempo ſteſſo percorſo doppio ſpazio, o altezza.

384. Eſſendo $\frac{1}{2}ct : s$, ſarà ancora $c : (s : \frac{1}{2}t)$, e perciò la celerità in queſta ipoteſi è come lo ſpazio diviſo per la metà del tempo; ovvero $c : \frac{2s}{t}$; cioè la velocità come il doppio ſpazio diviſo dal tempo.

385. Inoltre $s : c^2$, $s : t^2$; dunque ancora ſarà $\sqrt{s} : c$; $\sqrt{s} : t$; onde abbiamo, che la velocità, e il tempo ſono come le radici quadrate de' ſpazj deſcritti. Queſto può ſervire di *Teorema fondamentale* per determinare ne' moti uniformemente accelerati, la velocità del corpo.

386. Quindi ſe la velocità d'un corpo ſi dica C, lo ſpazio dS, il tempo piccolo dT; e del ſecondo c, ds, dt; avremo CdC : cdc :: dS : ds, e ancora TdT : tdt :: dS : ds; e perciò $C^2 : c^2$, ovvero $T^2 : t^2$ :: S : s ec. Col qual metodo paragoneremo due corpi, che ſi muovono con moto equabilmente accelerato.

387. E' molto a propoſito, anzi il più delle volte neceſſario trattare geometricamente il moto variabile. Bene ſpeſſo non poſſiamo trovare l'integrale di qualche quantità ſenza eſprimerlo per mezzo di linee, e ſpecialmente di linee curve, che rappreſentano eſattiſſimamente qualunque legge d'accelerazione ci fingiamo. Accade qua lo ſteſſo, che nella Geometria comune; alcune quantità bene ſpeſſo non poſſiamo eſprimerle con numeri, e in queſto caſo §.74. ci ſerviamo delle linee dette incommenſurabili.

388. La linea AE, che ſi chiama Aſciſſa, o Aſſe eſprima il tempo impiegato dal corpo nel muoverſi con celerità mutabile. La velocità, che ha dopo il tempo AP qualunque ſia, potrà eſprimerſi con una linea, e queſta ſia MP. Creſcendo queſte celerità dovranno ſempre le ordinate parallele ad MP eſſere maggiori; onde le loro
Tav. I. Fig. 8.

eſtre-

estremità M, m, S formeranno qualche linea curva, o retta secondo l'ipotesi, che facciamo. La Linea AMmS si chiama *Luogo delle velocità*. AP esprima il tempo, e perciò sia eguale t. Si prenda il suo elemento, che sia Pp; avremo Pp=dt. Tirata pm, infinitamente vicina a PM; e calata la perpendicolare MG, essendo Gp=MP, se questa si chiami c, sarà mG=dc. La porzione Mm quantunque fosse d'una curva, sarà però linea retta §. 84. potendosi ogni curva come il cerchio concepire come un Poligono di lati infiniti rettilinei; ed essendo mp infinitamente vicina ad MP. Dunque il triangolo mGM=$\frac{1}{2}$ dcdt, perchè mG=dc, GM=Pp=dt. S' esprime cioè per due differenziali primi insieme moltiplicati; onde §.97. sarà un infinitesimo di secondo ordine. Il rettangolo MGpP s'esprimerà per cdt, e questo sarà uguale allo spazio descritto nel tempo dt §.380. 341.; perchè lo spazio dovrebbe essere espresso col trapezio PMmp; ma per essere mGM infinitesimo secondo, è una quantità da non curarsi §. 370. 377. rispetto all'infinitesimo cdt, ovvero MGpP. Si concepisca ora tutta PA divisa ne' suoi infinitesimi elementi, che tutti saranno uguali alla Pp, e infiniti di numero; non curando i triangoli simili ad mGM, avremo un'infinita serie di rettangoli decrescenti tutti simili ad MGpP, i quali uniti insieme ne daranno l'area finita mpA. Trascurando tutti gl'infiniti triangoli decrescenti simili ad mGM, trascuriamo solamente un infinitesimo primo; perchè essendo tutt' infinitesimi secondi, la loro somma infinita non può dare che un infinitesimo primo §.97. Onde ∫cdt=mpA. Collo stesso metodo se ES esprima la velocità, e perciò sia c, ed EA il tempo t; avremo ∫cdt=SEA. Ma l'area SEA si chiama §. 349. il Piano della velocità; dunque abbiamo un Teorema fondamentale per tutt' i moti variabili. *Lo spazio descritto da un corpo con moto qualunque variabile, è come il piano della sua velocità.*

389. Sia ora l'ipotesi di Galileo; in questa abbiamo c∶t, e perciò facendo ES=C, EA=T; PM=c; PA=t avremo C:T::c:t; ovvero ES:EA::PM:PA; e perciò essendo PM, e tutte l'altre ordinate parallele ad ES proporzionali alle ascisse corrispondenti, avremo la nota proprietà de' triangoli rettilinei, che sono simili tra loro. Perciò in tal caso la linea AMmS, che termina tutte le velocità, che ha il corpo ogni momento, s'esprimerà per la linea retta AzS; la quale sarà una linea retta solamente, perchè ancora AP, AE per la costruzione sono una sola linea retta.

390. Quin-

390. Quindi nel moto uniformemente accelerato, lo ſpazio deſcritto da un corpo s'eſprimerà per un triangolo, eſſendo §. 388. lo ſpazio, come il piano della velocità.

391. Gli ſpazj eſſendo eſpreſſi per triangoli ſimili, ciò che ſi dimoſtra di eſſi da Geometri, potrà applicarſi ancora al moto equabilmente accelerato. E in primo luogo eſſendo ALS la metà del rettangolo AaSL; ſe il corpo cadente ſul principio dello ſcendere, cioè in A aveſſe avuta la velocità LS acquiſtata nel fine, ovvero la velocità Aa, avrebbe deſcritto uno ſpazio eſpreſſo dal rettangolo AaSL, e perciò doppio di quello, che colla velocità creſcente ha deſcritto.

Tav. 1. Fig. 9.

392. In ſecondo luogo eſſendo CBA : DFA :: $\overline{AB}^2$: $\overline{FA}^2$; ovvero come $\overline{BC}^2$: $\overline{FD}^2$ Euclide *lib. 6. prop.* 19. Gli ſpazj percorſi con queſta ſpecie di moto ſaranno tra loro come i quadrati de' tempi, o delle velocità.

393. Quindi le velocità, e i tempi ſaranno come le radici quadrate degli ſpazj deſcritti da' gravi cadenti; perchè ſe quattro ſuperficie ſono tra loro proporzionali; avranno ancora qualche proporzione i loro lati.

394. In terzo luogo ſi divida la linea AL, che rappreſenta il tempo in 4 parti uguali AB, BF, FH, HL, lo ſpazio deſcritto nel tempo AB, ſe da principio aveſſe avuto la velocità AV=BC, ſarebbo AVCB, doppio di ACB §. 390. 391., che realmente deſcrive. Nel ſecondo momento di tempo BF uguale al primo, deſcriverà colla velocità acquiſtata BC, lo ſpazio eſpreſſo dal rettangolo BCEF=BAVC, e perciò doppio del primo ſpazio BCA. Ma in queſto ſecondo tempo acquiſta ſecondo l'ipoteſi un grado di velocità ED, uguale al primo BC; dunque colla velocità nuova percorrerà un altro ſpazio DEC uguale al primo CBA. Perciò nel ſecondo tempo BF colla celerità acquiſtata, e con quella, che acquiſta deſcriverà uno ſpazio eſpreſſo dal Trapezio BCDF; ma queſto è compoſto di tre triangoli DEC, ECB, EBF; uguali ciaſcuno al primo CBA; dunque nel ſecondo tempo uguale al primo percorrerà il corpo tre volte più ſpazio del primo. Collo ſteſſo metodo troveremo, che nel terzo momento FH deſcriverà 5 volte più ſpazio, nel quarto HL, 7 volte più ſpazio ec. Onde gli ſpazj percorſi col moto uniformemente accelerato ſaranno in ciaſcun tempo uguale come i numeri diſpari 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 ec.

395. Sogliono alcuni tirando a BC infinite parallele come ml, che

che esprimono le velocità successivamente acquistate dal corpo in ciascun tempo infinitesimo, dimostrare ciò che noi nel §. 389. abbiamo provato, che lo spazio deve esprimersi nel primo tempo finito AB, col triangolo ABC; e quindi successivamente dedurne tutte le conseguenze finora da noi esposte.

396. Fingiamo ora, che AE rappresenti lo spazio, e le ordinate PM, ES ec. come prima, le velocità acquistate. Avremo §. 392. questa proporzione $AP : AE :: \overline{PM}^2 : \overline{ES}^2$; cioè le ascisse saranno tra loro come i quadrati delle ordinate. Ma questa è una proprietà, che compete a quella linea curva chiamata da' Matematici Parabola; dunque nel moto uniformemente accelerato il luogo delle velocità, che nel piano di essa era una linea retta §. 389.; nella scala della velocità §. 349. sarà una Parabola Apolloniana. Tav. I. Fig. 8.

397. Tutto ciò che abbiamo dimostrato del moto accelerato, si può applicare, ma in contrario senso, al moto uniformemente ritardato. Se un corpo grave colla velocità LS sia scagliato in alto, la sua gravità, che nel discendere gli dava tanta celerità da descrivere gli spazj in proporzione de'numeri dispari naturali 1, 3, 5, 7 ec. nel salire gli toglierà tanta celerità, che gli spazj percorsi, se sono quattro tempi uguali saranno tra loro come 7, 5, 3, 1 ec. e in A sarà zero; onde il corpo perduta tutta la velocità comunicatagli ricadrà per la propria gravità. Se il tempo si divida in cinque parti uguali, gli spazj saranno come 9, 7, 5, 3, 1. Quindi facilmente si possono applicare gli altri teoremi già dimostrati nell'accelerazione; prendendo qui solamente gli spazj decrescenti, dove prima li consideravamo crescere. Tav. I. Fig. 9.

398. Quello che un corpo riceve da un altro è un energia §. 284. detta velocità, che diffondendosi nella massa produce il moto §. 286. 287. Ciò non ostante si può concepire il moto come un aggregato d'infiniti elementi di moto, che chiameremo *sollicitazioni al moto*. Ora il moto prodotto nel tempo infinitesimo dt può concepirsi come nato da infiniti *sforzi elementari*, o sollicitazioni.

PROPOSIZIONE XI.

Il Moto variabile in uno spazio, e tempo infinitesimi è, come il differenziale della velocità nella massa, o come la sollecitazione al moto nel tempo infinitesimo.

399. IN un tempo e spazio infinitesimi il moto si può prendere come uniforme §. 377.; onde se la quantità della materia si chiami q, la celerità infinitesima dc, il moto prodotto nel tempo infinitesimo dt, si chiami m; la sollecitazione al moto si dica g; avremo $m=qdc$. E siccome il moto prodotto dalla sollecitazione, nasce dall'operare, che fa questo in tutto il tempo dt, così sarà inoltre lo stesso moto $m=gdt$. Come dovea dimostrare.

400. Paragonando insieme questi due valori dello stesso moto abbiamo $qdc=gdt$; onde $q=\frac{gdt}{dc}$; e ancora $g=\frac{qdc}{dt}$ ec.

401. Per far uso di queste formole differenziali, è necessario prefiggersi qualche ipotesi particolare. Sia perciò di nuovo quella di Galileo, in cui $c:t$, e perciò $dc:dt$. Sostituendo questo proporzionale nella terza equazione precedente abbiamo $g:\frac{qdc}{dc}$; onde $g:q$. E perciò in questa ipotesi la sollecitazione al moto sarà come la massa d'un corpo. Ma la sollecitazione al moto ne'corpi gravi gli vien data dalla loro Gravità. Dunque *se la Gravità accelera i corpi uniformemente, sarà proporzionale alla loro massa.*

402. Sia ora $c:t^2$; sarà ancora differenziando, $dc:2tdt$ §.372., onde essendo $g:\frac{qdc}{dt}$ §.400., sostituendo in vece di dc il suo proporzionale, avremo $g:\frac{2qtdt}{dt}$; e perciò $g:2qt$. Ma prima che il corpo si muova il tempo è nullo, e perciò $2t=0$; onde ancora $2qt=0$; e ancora $g=0$. Se g esprima la gravità d'un corpo, in tale ipotesi la gravità d'esso prima che si muova sarà zero; ma questo è contro la sperienza, colla quale vediamo, che un corpo benchè non si muova, è grave, e preme realmente il piano, su cui s'appoggia; dunque l'ipotesi della celerità in ragione duplicata de'tempi, parlando della gravità de'corpi, è impossibile. Quindi si vede l'uso singolare dell'Analisi, che non solo ci determina le proprietà del moto, ma ancora ci dà a dividere quale ipotesi sia possibile, e quale no.

403. In generale sia $c:t^n$ avremo $dc:nt^{n-1}dt$ onde $g:(qnt^{n-1}dt:dt)$; e perciò $g:qnt^{n-1}$; che può servire di formola generale per qualunque ipotesi facciamo del tempo; restando solo in questo canone da so-

ſoſtituire in vece di n il ſuo valore; ſe per eſempio $n=1$, ſarà $nt^{n-1}=t^0=1$ e perciò $g:q$, come abbiamo veduto §.401.

404. Giambattiſta Baliani diſcepolo del Galilei, e di nazione Genoveſe ſuppoſe, che la gravità ſollecitaſſe i corpi a diſcendere con una celerità proporzionale agli ſpazj, che deſcrivevano. In tale ipoteſi ſarà $c:s$, s, onde $dc:ds$. Perciò eſſendo $g:\frac{qdc}{dt}$ avremo $g:\frac{qds}{dt}$; ma $\frac{ds}{dt}=c$ §. 379.; dunque in queſta ipoteſi ſarà $g:qc$ ovvero $g:qs$. Ma lo ſpazio deſcritto da un corpo prima di cadere è nullo; dunque $s=0$; e perciò $g=0$, cioè la gravità d'un corpo ſarebbe nulla. Lo che eſſendo contro l'eſperienza, l'ipoteſi di Baliani è impoſſibile. Quindi queſta ſuppoſizione ſarà ſempre aſſurda, quando ſi tratta di forze inerenti a' corpi, quale è la gravità de' medeſimi.

405. Eſſendo $g=\frac{qdc}{dt}$ §.400. ſarà ancora $gdt=qdc$; onde $dt=\frac{qdc}{g}$. Ma $dt=\frac{ds}{c}$ §.380., dunque avremo $\frac{qdc}{g}=\frac{ds}{c}$, e levando le frazioni, $gds=qcdc$. Giacomo Ermanno di Baſilea nella ſua Foronomia, o Trattato delle forze e moti de' corpi ſtampato in Amſterdam nel 1716., nel *lib.* 1. *Sez.* 2. *c.* 1. *Prop.* 17. §.132. chiama gds il momento della ſollecitazione, e cdc, momento della velocità. Quindi abbiamo dimoſtrata la ſteſſa propoſizione, come da eſſa è proferita. *Il momento della ſollecitazione è uguale alla maſsa nel momento della velocità.* Sopra queſto Teorema fonda eſſo quaſi l'intera Mecanica, come aſſeriſce nella *Sez.* 4. del *lib.* 2., o ultimo della ſua opera.

406. Paragonando inſieme i moti, e le velocità variabili di due corpi, e le tre equazioni delle propoſizioni 10., e 11., poſſiamo dedurne infiniti altri Teoremi, e ciò che Eulero diffuſamente eſpone ne' due tomi della ſua Mecanica; lo che ſarebbe troppo lungo d'eſporre.

CAPO IX.

Del moto compoſto equabile, e variabile.

407. MOto *compoſto* allora ſi dice §.299. quando l'azione eſercitata da due corpi contro un altro tende a direzioni diverſe. Imperocchè ſe un corpo è ſpinto da più altri verſo la ſteſſa parte, l'effetto è più ſollecito, di quello che ſe foſſe urtato da un ſolo; ma però ſempre è diretto ad un luogo. Il contrario avviene quando il corpo verſo luoghi diſparati viene determinato; non è così facile a prima viſta lo ſtabilire, che ſtrada deve battere per ſecondare

le due azioni, dalle quali nel tempo ſteſſo viene agitato; è ciò ſi chiama la *Compoſizione del Moto*. Quando due corpi ſi uniſcono per agire contro d'un terzo, la loro azione dipende dall'energia, o celerità, che hanno, e dalla materia loro §.284. 286., onde è, che operano contro il corpo di mezzo col loro moto; ma ciò, che gli comunicano, non è altro, che porzione della loro energia.

408. Relativamente all'urtarſi, che fanno i corpi tre diverſe ſpecie di eſſi noi ritroviamo. Alcuni dopo urtati cedono, e mutano la loro figura, come la cera, e la creta, e queſti ſi chiamano *molli*; alcuni non cedono affatto, e più toſto ſi ſtaccano le loro parti, e queſti ſi dicono *duri*, altri poi cedono nell'urto, e mutano la loro figura per quel momento, ma poi ſi reſtituiſcono nel loro ſtato di prima, e queſti ſono *elaſtici*. Da che naſcano queſte tre qualità, l'eſamineremo parlando delle proprietà ſecondarie de' corpi.

409. Tre caſi poſſono accadere, quando un corpo da due forze diverſe è urtato. Quello che di due ſole dimoſtriamo, potrà applicarſi agevolmente a più forze, che nel tempo ſteſſo agiſcano contro qualche corpo determinato. Primo; ſia il globo A urtato da una forza, la di cui azione, o energia eſercitata contro A §.269., ſi eſprima per la linea AD; e da un'altra forza eſpreſſa per la MD; ed amendue diriggano A verſo il luogo C. Queſte due forze ſi chiamano *coſpiranti*; perchè operano ſecondo la ſteſſa linea, o direzione MDA. Facile è il comprendere §. 260. che in queſto primo caſo il corpo A deve andare verſo C con una forza eguale alle due AD, DM, ſe ſi detraggano tutte le reſiſtenze, e la forza, che perdono nell'acciaccarſi, quando ſono molli; delle quali parleremo nella Dinamica.

Tav. 4. Fig. 1.

410. Il ſecondo è quando il corpo A foſſe ſpinto nel tempo ſteſſo dalla forza CA verſo D, e dalla DA verſo C; e queſte forze foſſero in una ſteſſa linea CAD; allora ſi dicono *forze contrarie*, *e oppoſte*. In tal caſo ſe l'azione di queſte due forze è uguale; il corpo o ſia molle, o duro, o elaſtico ſtarà quieto. Perchè dovendo ſecondare per la legge ſeconda del moto, la forza CA, dovrebbe trovarſi in D dopo un dato tempo, dovendo inſieme ſecondare la forza DA, dovrebbe eſſere in C nel tempo ſteſſo. Ma le azioni, colle quali è ſpinto in D, e C ſono uguali, e in parti totalmente oppoſte; dunque non potendo nel tempo ſteſſo trovarſi in D; e C; nè eſſendovi maggior ragione, per cui vada più in D, che in C, per l'eguaglianza delle forze, neceſſariamente ſi fermerà in A.

411. Le

411. Le due azioni CA, DA de'due corpi, che urtano A possono essere uguali tanto, se i medesimi essendo d'ugual peso, spingono A con velocità uguale, quanto venendogli incontro con velocità reciproche a'loro pesi, se sono corpi diversi. Ora in qualunque maniera siano uguali l'azioni contro il corpo A, se tutti tre saranno *molli*, le loro azioni si perderanno nell'acciaccamento vicendevole. Se sono *elastici*, si perderanno nella compressione, e poi torneranno a risorgere, onde il corpo A restando immobile, ribalzeranno i corpi urtanti colla stessa velocità. Se tutti e tre sono *duri*, amendue le velocità si comunicheranno al corpo A nel tempo stesso, e non potendosi impiegare a comprimerlo, perchè secondo l'ipotesi è incompressibile; nè a muoverlo, perchè non c'è maggior ragione, per cui vada più tosto verso D, che verso C, essendo uguali le azioni, per necessità si eserciteranno a superare la coesione, che hanno le parti del corpo A. Quindi osserviamo, che se A sarà di vetro, o d'altra materia fragile, si spezza; se di materia più coerente, introna. Perciò in tutti e tre i casi il corpo A starà quieto; e di più quando i corpi non sono elastici, le loro azioni si consumeranno, o distruggeranno.

412. Ma se l'azione AD fosse maggiore di AC, uguale per esempio ad AM; allora distrutta nel primo, e terzo caso la porzione AD=AC, il corpo A cederà all'azione maggiore movendosi verso C colla differenza delle velocità DM. Perchè se fossero uguali si distruggerebbero; dunque distrutte l'azioni uguali, resterà la loro differenza, e con questa si moverà il corpo verso quella parte, dove è diretta la maggiore velocità.

413. Il terzo caso si dà, quando le direzioni della velocità non sono nè cospiranti come nel primo caso, nè contrarie come nel secondo; non formano una sola linea retta, ma qualche angolo tra loro. Questo può essere *retto*, come nella Figura 10. Tav. 1., acuto, come nell' 11., o pure ottuso, come nella 1. della Tav. 4. Sia dunque il corpo A spinto da un'azione espressa per AE verso E; e da un'altra espressa per AD verso il punto D. Cercano meritamente i Filosofi, essendo la celerità uniforme, che direzione prenderà il corpo, e quale sarà la velocità, con cui si muove dopo l'urto.

414. Se EA fosse nella direzione di CA, e spingesse il corpo A verso D, e DA verso C, certo che sarebbero le due forze CA, DA §.410. totalmente contrarie. Immaginatevi ora, che la direzione CA si sollevi un poco, e non sia più in linea retta con AD, ma Tav. 4. Fig. 1.

faccia

faccia un angolo infinitamente ottuso con essa; e spinga il corpo verso d, è certo altresì, che non si potrà chiamare più totalmente opposta ad AD, e perciò in parte dovrà cospirare con AD a muovere il globo A. Se AC più s'innalza, meno sarà contraria, e più cospirante; onde finalmente quando CA caderà sopra AD; amendue le azioni CA, DA influiranno insieme a spingere A verso C, e perciò cesserà ogni opposizione, e saranno perfettamente cospiranti. Concepite ora, che di nuovo CA s'alzi sopra DA, e faccia perciò con esse un angolo infinitamente acuto, non saranno più interamente cospiranti, ma cominceranno ad essere opposte; e si diminuirà questa cospirazione, crescendo l'opposizione, più che s'ingrandirà l'angolo; e finalmente essendo CA tornata nel sito, in cui è scolpita nella figura, cesserà ogni cospirazione, e diventerà di nuovo perfettamente opposta con DA.

415. Onde abbiamo due serie di Cospirazioni, e Opposizioni. Da CA andando verso DA la serie delle cospirazioni cresce, e cala quella delle opposizioni; se andiamo dalla DA verso CA la serie delle cospirazioni cala, e cresce quella delle opposizioni. Di più quando l'angolo delle direzioni è acutissimo, la cospirazione è massima, l'opposizione comincia, e perciò è minima; quando l'angolo è ottusissimo, l'opposizione è massima, la cospirazione è minima, perchè allora principia. Dunque se l'angolo sarà retto, essendo questo un angolo di mezzo tra l'acutissimo, e l'ottusissimo, ancora l'opposizione, e cospirazione sarà mezzana tra la massima, e la minima; e perciò ci saranno. Quindi le azioni saranno in uno stato di mezzo tra la massima, e minima cospirazione, tra la massima, e minima opposizione.

*Tav. 1. Fig. 10.

416. Perciò non molto a proposito pensa Giacomo 's Gravesande nel tomo 1. de' suoi Elementi di Fisica ristampati con aggiunte la terza volta a Leiden nel 1742., alla *par.* 2. *lib.* 2. *c.* 7., §. 1151. pretende, che quando le direzioni AE, AD formano angolo retto, l'azioni non siano nè cospiranti, nè contrarie, perchè l'impressione, colla quale si muta dall'azione seconda il moto, niente ha di comune colla prima azione; e perciò quella per AE non può diminuire quella per AD.

417. Lo stesso pretende provare con una simile ragione l'Abbate Nolet nel tomo 2. delle Lezioni di Fisica esperimentale stampate a Parigi nel 1745. Dice nella Sezione 1. della 5. Lezione, che quando l'azioni AE, AD fanno angolo retto, sono reciprocamente indifferenti. Imperciocchè AD tende a slontanare il corpo A dalla AE per la

la distanza, che è espressa dalla AD, perchè secondo l'ipotesi è perpendicolare ad AE; dunque se ciò accada in D, o in B, poco importa per riguardo all'azione AD; così ancora AE tende a slontanare il globo A dalla AD, per la linea AE, nè preme molto che ciò succeda in E, o in B; non perdono niente amendue l'azioni, se il corpo andrà in B; onde non saranno nè cospiranti, nè contrarie. Non così però accade, se le forze AE, AD fanno angolo ottuso; allora l'azione AD obbligando il corpo ad iscostarsi dall'AE, per misurare questa distanza, converrà calare Ae perpendicolare sopra AD, misurandosi ogni distanza per la linea brevissima, o per la perpendicolare. Ma il corpo di moto composto realmente va in B, come dimostreremo; dunque la forza AD viene diminuita della Dd; ovvero Bb, ovvero eE; perchè in vece di trovarsi in D, o in b, si truova in B. Perciò l'azioni in questo caso non sono indifferenti. Tav. 5. Fig. 1.

418. La ragione però ci convince in contrario, e primieramente avendo dimostrato, che ci sono due serie di cospirazioni, e opposizioni, una crescente, l'altra calante, §.415. quando passiamo dall'ottuso all'acuto, e per lo contrario, facilmente ognuno si persuade, che l'opposizione, o cospirazione continuamente crescente, o calante, non può tutt'in un colpo nel mezzo diventare nulla; come accadrebbe, se nell'angolo retto non ci fosse. In secondo luogo amendue le azioni s'uniscono realmente a muovere il corpo; e in tutti e tre i casi l'azione composta è espresa per la diagonale AB, come ora dimostreremo; ma questa è sempre minore delle forze componenti; perchè i lati AD, DB d'un triangolo sono maggiori del terzo AB; per la Geometria; dunque l'azioni dovranno in parte cospirare, ed in parte essere opposte.

419. Quanto alla ragione del Nolet rispondo, che non sono altrimente indifferenti le azioni, quando formano angolo retto, perchè realmente s'uniscono, e obbligano il corpo a descrivere AB, che è minore di tutte due l'azioni insieme. Nè vale il dire, che quando l'angolo è ottuso calata la perpendicolare Ae, colla quale si misura la distanza AD della prima azione, questa si truova diminuita, giacchè in vece di ritrovarsi il corpo A in D, o in b, si truova in B, e perciò l'azione AD cala di Bb, perchè rispetto ad Ae cala; ma riguardo al punto E, dove l'azione AE dirigge il corpo A, si truova questo nella stessa posizione, essendo Ee uguale alla Bb. In una parola per misurare la distanza, alla quale viene trasportato A dalla forza AD, bisogna

ſogna calare DC perpendicolare ſopra l'altra direzione AE prolungata, queſto è il vero slontanamento, che produce la forza AD ſopra il corpo A, ſcoſtandolo dalla direzione AE. Se dunque ancora da B caliamo BM perpendicolare ſopra la direzione AE, troveremo BM uguale alla DC. Quindi appariſce, che determinando queſta diſtanza per la Ae, ſtabiliamo lo slontanamento del corpo dal luogo A, non già dalla direzione AE.

420. Eſpoſto ciò, ch'era neceſſario per intendere la dottrina del moto compoſto; conviene ora eſaminare, che direzione, e con quale velocità debba muoverſi un corpo quando è ſpinto da due forze, che operano nel tempo ſteſſo ſecondo diverſe direzioni per muoverlo. Tre caſi in ciò biſogna diſtinguere, che abbracciano tutti gli altri poſſibili. 1. Quando le due forze ſono comunicate tutte in un colpo; e perciò hanno tra loro una determinata relazione, e ſono finite, o quando ſono infiniteſime, e operano a poco a poco, ma conſervano ſempre tra loro la ſteſſa ragione nello ſpingere il corpo in ciaſcun momento. 2. Quando amendue ſono comunicate in un colpo, e finite, ma una di queſte per qualche cauſa eſteriore s' accreſce, o diminuiſce continuamente. 3. Quando una è finita, e ſi comunica tutta inſieme al corpo; l'altra è infiniteſima, e opera ogni momento in eſſo coſtantemente, o pure variando ſempre la velocità. Nel primo caſo abbiamo il Teorema.

PROPOSIZIONE XII.

Tav. 1. Fig. 10. 11. Tav. 4. Fig. 1.

Se il corpo A qualunque, ſia ſpinto da due forze AE, AD che fanno angolo, come nel primo caſo, deſcriverà la diagonale retta AB del Parallelogrammo fatto ſu queſte direzioni, nel tempo ſteſso che farebbe i lati AE, AD; e queſta eſprimerà la forza compoſta.

421. IL corpo A è ſpinto da due velocità, che in parte coſpirano, §. 415. perciò deve ſecondare per quanto può le direzioni, che gli danno. Se foſſe moſſo ſolamente dalla AE dopo un tempo determinato, ſi troverebbe in E, lontano da AD, per la retta AE, nella Fig. 10., o per la perpendicolare tirata da E ſopra AD. Se non ci foſſe, che la velocità AD, ſi ſcoſterebbe dalla AE per AD, o per lo perpendicolo dal punto D tirato. Ma nel tempo ſteſſo è moſſo dalle

EA,

EA, AD, e deve secondarle; dunque essendo impossibile, che si truovi insieme in E, e in D si troverà in B, dove sarà lontano dalla AE per BE uguale alla AD; dalla AD, per BD uguale ad AE; e passerà dal punto A in B facendo una linea retta per la legge prima §.259. Dunque dovendo essere BE, BD uguali alle DA, EA, la figura sarà un Parallelogrammo per la Geometria, e BA sarà la diagonale. Ma le forze AE, AD, s'uniscono realmente, e nel tempo stesso, nel corpo A a fargli percorrere lo spazio AB; dunque AB esprimerà §.267., 414. la forza composta. Come dovea dimostrare.

422. La stessa dimostrazione sarà, se le forze AE, AD a poco a poco muovano il corpo. Imperocchè sia spinto dalle forze minime Am, Ad nel primo momento descriverà Aa. Arrivato in a dovendo esser spinto da due forze simili alle prime; avranno la stessa ragione, che Ad alla Am; e perciò prolungata ma, fino che venga ad essa uguale, e tagliata dalla ae, un eguale alla da, il corpo si porterà per Aa prolungata. Perciò in fine si troverà aver percorso AB, come prima. Tav. 1. Fig. 10.

423. Quindi bene osservò Aristotele nel principio della sua Meccanica, che un corpo, il quale viene mosso da due forze, che hanno sempre tra loro la stessa proporzione, deve muoversi in linea retta, e questa sarà la diagonale delle direzioni. Imperocchè dovendo per l'ipotesi esser sempre Ad alla da, come AD, alla DB, saranno Ada, ADB triangoli simili; e perciò Aab sarà linea retta, e diagonale de' Parallelogrammi, che sono il doppio di questi triangoli.

424. Si può esemplificare questo moto, se concepiamo che AD sia una riga fissa, ed AE cammini sopra di essa; e nel tempo stesso un piccolo animale vada sopra la riga AE; dimodochè, si truovi in E, quando tutta la riga AE è arrivata sopra DB. Ognun vede, ch'essendo la riga AE giunta in ed, l'animale sopra la riga sarà in m, avendo descritto Am, che abbia la stessa ragione ad AE, di Ad, alla sua AD. Ma la riga AE è passata in ed, dunque l'animale si troverà in a; e perciò non avrà descritto nè Ad, nè Am, ma la diagonale Aa.

425. *Esperienze*. Per dimostrare la precedente proposizione del moto composto coll'esperienza si faccia la tavola AIGB perpendicolare all'Orizonte. Sopra cb si stendano due fili d'ottone ce, ba tra loro paralleli. Sopra questi possa camminare liberamente la piccola carruccola d'ottone Gg, che si tira col filo eM. Attaccato il filo HGgF Tav. 5. Fig. 2.

in H, che passa per la rotella g, si sospenda da esso il peso F. Quindi tirando la rotella Gg verso e, questa solleverà il filo HgF, e il corpo F spinto da due forze eg, gF descriverà di moto composto la diagonale Fa.

426. *Esperienze*. Possiamo ancora coll'ajuto della seguente macchina verificare in pratica tutta la teoria precedente, che abbiamo esposto del moto. Sia il tavolino AcBO col piede armato di tre viti FFF per poterlo situare orizontale, ovunque si ponga. In A, B ci siano due rotelle d'ottone, che non solo girino intorno al proprio asse, ma ancora intorno a se stesse, quando il corpo piano rotondo CC si tira in a, in G, in c. S'attacchino i fili CBD, CAE co' pesi uguali D, E, il corpo CC non si partirà dal mezzo del circolo AGBO delineato sul tavolino, perchè è tirato da forze uguali. In E si metta un peso due volte maggiore di D, il corpo CC andrà verso A con forza 1.; se E sarà tre volte maggiore di D, andrà verso A con forza 2. ec. Queste forze si misurano mettendo sotto il peso E una cassetta, dove ci sia sevo liquefatto, o piena di creta molle, e spianata. Nello scendere il peso E farà delle fosse dentro il sevo, o la creta, l'altezze delle quali saranno 1, 2, ec.

Tav. 5. Fig. 3.

427. Si tiri il corpo CC in a, le direzioni delle forze aA, aB faranno angolo ottuso, si tiri in G lo faranno retto, perchè l'angolo AGB è nel semicerchio; si tiri in c, lo faranno acuto; onde delineando sulla tavola le diagonali del parallelogrammo col gesso, l'esperienza dimostrerà che il corpo CC descrive queste secondo la ragione, che passa tra il peso E, e il peso D. Supponiamo, che E sia doppio di D, e il corpo CC sia portato in a; divisa aA in due parti uguali in m, si prenda am uguale alla na, e fatto il parallelogrammo aneA, il corpo C descriverà la diagonale ae. Collo stesso metodo si faccia in tutti gli altri casi, e troverete la sperienza conforme sempre alla teoria.

428. *Esperienze*. Adattata ancora al nostro intento è un'altra macchina, la di cui costruzione è la seguente. Sia il trucco ABCD, sopra il quale s'adattino le due ale circolari Eab, Fcd per mezzo delle viti b, d, che sono inserite nell'apertura ebdf della sbarra attaccata in h, g, a' lati del trucco. I due martelli c, a, pendano liberamente da' forami m, e. Le ale nella loro periferia Fi, Em siano divise in gradi, come insegneremo nella Dinamica, e possano inclinarsi vicendevolmente, così che, esse, e per conseguenza ancora i martelli, c, a, formino tra loro qualunque angolo si vuole. Posto il

Tav. 5. Fig. 4.

globo

globo H sul piano del trucco, s'alzino i martelli c, a, tenendoli sempre accosto alle ale iF, mF, ad altezze uguali; e il martello c, spinga H secondo la direzione HM, l'altro a, secondo HN, il globo spinto nel tempo stesso descriverà HI. Alzando l'estremità E dell' ala Em, potremmc diriggerla col martello, verso HK, HB ec. ad arbitrio; così ancora si potrà fare della Fi. Sollevando i martelli, c, a, a diverse altezze, e lasciandoli cadere, daremo ad essi diverse forze da spingere il globo H, come vedremo nella Dinamica.

429. *Esperienze*. Lo stesso uso ha la macchina descritta dallo s' Gravesande nella Fisica. Le viti FFF servono per piantare sopra qualsisia piano la macchina perpendicolarmente. I due piani triangolari CQ, CQ s'aprono, e si chiudano per mezzo de' due bracciuoli uniti in A, e in B, fortemente attaccati a' piani stessi. La loro costruzione è espressa a parte in bab, dove b, b sono le parti d'essi, che s' inseriscono ne' piani in m, m. Pendono i due globi Q, Q da' fili lmQ, lmQ attaccati alle viti l, l, per poterli alzare, o abbassare, finochè siano alla stessa altezza col terzo globo P, che pende dal filo Pht, il quale passa per lo cannello vuoto t, ed esce di fianco, e s'attacca in m; questo globo P non tocca il bracciuolo R, che è lungo, e si volta in giro, per delineare la diagonale, che ha da descrivere il globo P, spinto dalle due forze laterali Q, Q. Questi globi s'alzano e s' abbassano secondo la velocità, che si vuol dare al terzo globo P, e le punte a, b servono per essere sicuri delle altezze, alle quali s' innalzano i globi QQ, e per poterli regolare. Tav. 6. Fig. 1. Tav. 6. Fig. 2.

430. Confermata colle sperienze la Teoria del moto composto, si spiegano quindi varj fenomeni. La barca A tirata da due corde Da, Ca; e perciò spinta da due forze secondo le direzioni aD, aC, che è lo stesso, si muove per la linea di mezzo aB; quando gli uomini C, D tirano con ugual forza; ma se C tira più forte, la diagonale aB si volterà verso C. Se A fosse una carrozza, che andasse verso D, e un uomo volesse buttarsi da essa mentre cammina per la direzione AE perpendicolare alla AD, o che faccia angolo acuto, corre rischio d'andare sotto la rota di dietro; sarà però sicuro se si getterà per AE, che faccia angolo ottuso. Tav. 5. Fig. 5. Tav. 1. Fig. 10. 11. Tav. 4. Fig. 1.

431. La velocità composta essendo espressa per la diagonale AB, e questa essendo minore delle due AE, AD, ovvero EB, perchè due lati d'un triangolo sono minori del terzo, per la Geometria, ne viene in conseguenza, che sarà *equivalente* solamente alle velocità

componenti. Si deduce in oltre, che nel Mondo non si conserva sempre la stessa quantità di moto, perchè la velocità, che nasce dalle due componenti, è sempre minore. Onde se mentre la nave cammina, un uomo vuole camminare lateralmente, sentirà la sua forza diminuita dall'impulso, che gli dà per avanti la nave; se andrà verso prora, camminerà felicemente ec.

432. Se il globo A sia spinto, o tirato da tre forze Ab, AE, AD e non si muova, queste forze avranno tra loro la stessa ragione, che i lati del triangolo ADB, che si forma prendendo AD d'arbitraria Tav. 4. Fig. 2. lunghezza, e tirando DB parallela alla AE, quindi prolungando bA in B. La ragione è manifesta; perchè qualunque sia la velocità comunicata dalla forza, che opera per AD, sempre si potrà esprimere per una linea retta come AD. Tirando DB parallela all'altra direzione AE, compito il parallelogrammo ADBE, il corpo A deve muoversi per la diagonale AB, onde AD esprimendo non solo la direzione, ma ancora la forza, AE altresì esprimerà la forza per AE. Ma le tre forze AD, AE, Ab s'equilibrano; dunque Ab deve essere uguale alla AB; e perciò le tre forze Ab, AD, AE s'esprimeranno per gli lati del triangolo ADB, essendo DB uguale ad AE per la nota proprietà de' parallelogrammi.

433. Quindi se tre forze s'equilibrano, non solamente la relazione, che passa tra esse, s'esprimerà per gli lati del triangolo ADB formato da rette parallele alle direzioni delle forze; ma ancora per gli seni degli angoli di questo triangolo ADB. Imperocchè nella Trigonometria si dimostra, che i lati di qualunque triangolo sono tra loro nella ragione stessa de seni degli angoli.

434. Sopra queste dottrine è fondata la *Composizione*, e *Risoluzione* delle forze, per mezzo della quale si determinano molte verità nella Meccanica. Se un corpo sarà mosso da due forze qualunque, si determinerà, come abbiamo veduto nella Prop. 12. la forza composta, e la sua direzione. Se sia mosso da tre forze, che s'equilibrano, si determinerà §. 432. facilmente la relazione, che passa tra esse; e lo stesso si dica se le forze siano quattro, cinque ec. purchè s'equilibrino, e il corpo non si muova. Per esempio, se fossero cinque forze equilibrate Ab, Ae, Ac, Am, An; ridotte Ae, Ac nella sola AE composta; Am, An nella sola AD; e quindi AE, AD nella AB §. 432. non movendosi il corpo per ipotesi, dovrà essere AB uguale, e nella stessa direzione della Ab; altrimente se facesse angolo con Ab,

il

il corpo di moto composto descriverebbe la diagonale del parallelogrammo formato dalla direzione delle forze, e perciò si muoverebbe contro ciò, che abbiamo supposto.

435. Quindi ancora data una forza, colla quale si muove qualche corpo, potremo determinare le forze componenti, dalle quali si concepisce nata. Urti la palla A colla velocità BA sopra il piano AD. Sopra BA possiamo tirare due linee BE, AE che formino angolo retto, Tav. 4. Fig. 2. o pure due altre ad arbitrio, che formino qualsisia angolo ottuso, o qualunque acuto; in una parola intorno alla BA come diagonale si può colla Geometria formare qualunque specie di parallelogammo. Perciò la forza, o velocità AB si può concepire come nata da molte altre velocità combinate tra loro diversamente. Ma in pratica però non dobbiamo così a caso sciogliere la forza composta, ma sempre coerentemente alla verità, che dobbiamo investigare. Si debba per esempio determinare la velocità, colla quale A urta obbliquamente il piano AD. Da ciò che abbiamo dimostrato di sopra, quando l'urto è diretto, allora solamente c'è intera opposizione; e l'azione sempre suppone un ostacolo §. 270. Dunque calata la perpendicolare BD, il piano DA farà ostacolo secondo la direzione DB, e perciò la palla A agirà contro il piano solamente per la direzione, e colla parte di sua forza BD. L'altra parte di forza BE, ovvero DA, in cui si risolve la composta BA essendo parallela, e secondo la direzione stessa del piano DA, non opererà contro d'esso. Perciò la palla A urtando obbliquamente il piano DA, lo comprime solamente colla forza BD, come dovea determinarsi.

436. Per mezzo della risoluzione delle forze si determina ancora la forza composta, e la direzione, che deve prendere il corpo B, quando è spinto, o tirato da più forze AB, CB, DB, EB, che non si equilibrano tra loro, e perciò il corpo si muove, trovando una che equivaglia a tutte. Per far questo è necessario determinare il centro di gravità di tutt'i punti A, C, D, E, ne'quali terminano le tendenze, o direzioni delle forze; concependo tutte le forze AB, Tav. 6. CB ec. come unite ne' punti A, C ec. quasi che in ciascuno d'essi A, Fig. 3. C ci fosse un peso equivalente alla forza AB, BC ec. Dunque si riduce il Problema a trovare posti più pesi B, C, D, E, sospesi in questi punti, ed equivalenti alle forze, AB, CB, DB, EB un punto per esempio F, dove si devono concepire tutti uniti, in maniera tale, che sostentandosi questo, si venga a sostenere tutti'i pesi

A, C,

A, C, D, E; e tal punto si chiama *Centro di gravità comune*. Ora di questo parleremo a parte in appresso; per ora supponendone il metodo di trovarlo, daremo la regola per trovare la direzione, e forza composta.

437. Trovato adunque il centro di gravità, o comune delle quattro forze AB, CB, DB, EB, che sia F s'unisca questo col centro B del corpo spinto, colla linea FB. Quindi prolungata BF in L indefinitamente, si trasporti BF tante volte in BL, quante sono le forze, nel nostro caso, essendo quattro le forze, dovrà essere LB uguale a quattro FB. Questa linea BL esprimerà la direzione, e la quantità della forza composta, colla quale si muoverà B spinto da quattro forze.

438. Collo stesso motodo, se oltre le quattro forze già esposte, fosse il corpo B mosso ancora dalle forze Ba, Bb, Bc, Bd; lo stesso sarà il metodo. Si truovi tra gli otto punti A, C, D, E, d, c, b, a il centro comune di gravità; che sia per esempio lo stesso F; unita FB, si trasporti FB otto volte in BFL prolungata, esprimerà questa la direzione, e la quantità della forza.

439. Imperocchè quanto al primo caso, essendo F il centro comune di gravità di tutt'i pesi A, C, D, E, ovvero di tutte le forze, che spingono, o tirano il globo B, quivi devono tutte concepirsi unite. Onde o la forza composta tiri il corpo B, o lo spinga, agirà secondo la direzione BF. Tirata per lo centro B una linea qualunque Hg, si calino sopra d'essa le perpendicolari Ao, Cr, Fs, Du, Et. Ciascuna forza sarà risoluta nelle sue componenti; per esempio AB, nelle due Ao, oB; CB nelle due Cr, rB ec. Paragonando insieme queste forze laterali, si vede, che le perpendicolari Ao, Cr, Du, tE, essendo tra loro parallele non sono contrarie, e perciò tra di loro non possono distruggersi. Non così però accade di oB, rB, che tirano B verso H, e di tB, uB, che lo tirano verso g; se il corpo B fosse spinto solamente da queste, le più forti prevalerebbero; onde se tB, uB fossero maggiori di rB, oB, il corpo verrebbe verso g, coll' eccesso delle seconde sopra le prime §. 412. si termini il parallelogrammo sFmB; essendo Fs uguale mB, e ancora sB uguale Fm, le due mB, mF esprimeranno le forze componenti FB. Resta ora a dimostrare, che le forze perpendicolari Ao, Cr, Du ec. sono espresse per 4mB, ovvero lB, e le medie oB, rB, tB ec. per 4mF, ovvero lE, quindi per la simiglianza de' triangoli BmL, BlL ne verrà in conseguenza, che la forza composta BL sarà uguale 4FB,

con-

conforme alla costruzione fatta nel §. 437. Ciò dimostreremo parlando del centro di gravità di più corpi, dipendendo da quello la dimostrazione.

PROPOSIZIONE XIII.

Se un corpo è spinto nel tempo stesso da due forze finite, e una d'esse varia sempre, o una è finita, l'altra infinitesima lo spinge ogni momento, descriverà una linea curva.

440. SIA il globo A spinto dalla forza finita, e comunicata tutta in un colpo AM, e da altra forza finita AI, anch'essa nel tempo stesso data tutta al corpo, descriverà la diagonale AB del parallelogrammo AMBI, fatto sopra le direzioni AM, AI §. 421.; Tav. 4. Fig. 3. ma supponiamo, che durando sempre la forza AM, la forza AI, in B si muti, accrescendosi, o diminuendosi; dunque sarà lo stesso, che la forza AI fosse in B una nuova forza applicata al corpo B secondo la direzione di prima, cioè per una direzione BE parallela ad AI. Perciò il globo B, che seguitando le forze AM, AI come prima, avrebbe proseguito per ABC, essendo in B come spinto dalla nuova forza BE, cioè dalla forza AI, che s'è mutata, prenderà la nuova direzione AD. Lo stesso accaderà in D, in G ec. Dunque il globo A ogni momento muta direzione, e si discosta dalla linea retta, che prima descrivea; ma questa è la definizione della linea curva; il corpo adunque descriverà di moto composto una curva. E per verità §. 388. ogni curva è un poligono di lati infiniti di numero. Come dovea per primo dimostrare.

441. Sia in secondo luogo la forza AM finita, AI infinitesima, ma continuamente applicata, dopo che il corpo di moto composto ha percorso AB, di nuovo la forza infinitesima AI per ipotesi lo spinge verso la stessa direzione; onde fatta BE uguale ad AI, il corpo B sarà obbligato a mutar direzione nel secondo momento, e portarsi in BD, invece di proseguire in BC; dunque ancora in tal caso descriverà il corpo una linea, che ogni momento cangia la prima direzione; ma questa appunto è l'idea, che abbiamo d'una curva; a differenza della linea retta, che sempre va per una direzione; Perciò il corpo A si porterà per una curva. Come dovea dimostrare per secondo.

442. Se

442. Se la forza AM fosse uguale ad AH, e la AI, finita ma variabile ovvero infinitesima, accaderebbe lo stesso, dopo avere cominciato a descrivere una infinitesima della diagonale Aa, cangierebbe direzione. Tutta Aa non potrebbe descriverla, perchè non avrebbe campo la forza finita AH di operare interamente, a cagione di AI infinitesima, che ogni momento sollecita il corpo A. Questa in ogni istante diverte la forza finita, e la ripartisce in varj momenti.

443. Quindi se un corpo cammina per una linea curva deve necessariamente essere spinto da due forze almeno, che operino come abbiamo esposto nella Proposizione. Se fosse una sola forza, o due costanti, descriverebbe una linea retta §. 259. Onde i Pianeti, che intorno al Sole, la luna intorno alla terra si muovono per linee curve, devono essere spinti almeno da due forze. Su di questa Prop. è fondato il Trattato delle forze centrali. Quindi se la corrente d'un fiume sia da E verso F, e voglia un Marinajo traversarla per andare in R, non dirigge la punta della barca A verso R; perchè allora si troverebbe in S; ma verso T, così a poco a poco per una linea curva PaR arriverà in R. Perchè la barca è mossa dalla forza della corrente, che in quel luogo è costante, e diretta verso F, e dagl'impulsi, che continuamente le da il Marinajo col remo spingendola verso T, dalle quali due forze, come abbiamo dimostrato, deve descrivere una curva PaR.

444. Questa curva però descritta con tali forze, sarà diversa, secondo la ragione varia, che hanno tra loro le forze componenti. Noi qui esamineremo i principali casi. Siano al globo A comunicate due energie una per AO costante, che obblighi il corpo a descrivere spazj uguali AE, EB, BC, CO in tempi uguali. L'altra per AD variabile, che di continuo s'accresca e obblighi il corpo a descrivere lo spazio AM qualunque siasi nel primo momento, che descriverebbe AE colla forza AO; nel secondo momento lo spazio MN tre volte maggiore di AM; nel terzo lo spazio NH come 5., nel quarto lo spazio HD, come 7. ec. secondo la serie de' numeri dispari naturali. Si termini il parallelogrammo AOLD, e gli altri AEFM, ABGN ec. è chiaro, che essendo AM, ovvero EF, 1.; sarà AN, ovvero BG, 4., così ancora AH sarà 9., AD, 16. Per lo contrario AB, o NG sarà 2. rispetto d'AE. AC ovvero HI sarà 3.; DL sarà 4. Dunque AM : AN : : $\overline{FM}^2 : \overline{GM}^2$; e

anco-

ancora AN: AH :: $\overline{NG}^2$: $\overline{HI}^2$ ec. Dunque le ascisse saranno tra loro come i quadrati delle ordinate; e perciò §. 396. la diagonale AFGIL sarà la *Parabola d' Apollonio* Pergeo. Questo caso l'abbiamo in una palla spinta dalla polvere di canone. Sia la palla A mossa dalla forza costante della polvere per la retta AO, se la resistenza dell'aria non ritardasse la forza della polvere, essendo questa uniforme, descriverebbe la palla in momenti uguali spazj uguali AE, EB ec. perchè la velocità resta sempre la stessa §. 345. Ma nel primo momento la gravità della palla operando di continuo, l'obbliga a descrivere lo spazio EF; dunque la palla si troverà in F, e non in E. Dopo il secondo momento la stessa gravità le fa descrivere lo spazio BG uguale a 4EF, dunque la palla sarà in G; e così discorrendo si troverà, che in fine del moto la palla A non computando la resistenza dell'aria avrà descritto la parabola AGIL. Tav. 4. Fig. 4.

445. Sia il globo A spinto da due forze AC, AB, cosicchè gli spazj AO, AO, che è obbligato a descrivere ogni momento per la forza AC siano sempre mezzi proporzionali tra gli spazj AN, AM, e i loro residui NB, NB, che descriverebbe per la Forza AB. Si compiano i parallelogrammi AOMN, AOMN; essendo AO uguale ad MN, avremo per ipotesi AN: NM :: NM: NB in ogni momento; dunque la curva AMMB sarà un *circolo*, la proprietà del quale è, che le perpendicolari MN al diametro siano sempre mezze proporzionali tra le parti AN, NB del diametro. Tav. 4. Fig. 5.

446. Sia il corpo A spinto da due forze AC, AB in tal maniera operanti, che gli spazj AN, AN descritti dalla forza AB siano come la serie aritmetica de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ec. e perciò la forza AB sia costante; perchè obbliga il corpo a descrivere in uguali momenti spazj uguali AN, NN, NN ec. Ma gli spazj AO, AO ec. descritti per la seconda forza AC siano tra loro in qualche proporzione geometrica; §. 313. per esempio come 1, 2, 4, 8 ec. o pure come 1, 4, 16, 64 ec. Si terminino i parallelogrammi AOMN, essendo AN uguali ad OM saranno le ascisse AO in serie geometrica, e le ordinate OM in serie aritmetica. Ma questa è la proprietà di quella curva detta da sublimi geometri *Logaritmica*, dunque il corpo descriverà la *Logaritmica* MMMM. Collo stesso metodo, chi è informato delle proprietà di tutte le curve; potrà determinare in ogni ipotesi particolare, che si faccia, la curva da descriversi dal corpo. Tav. 4. Fig. 6.

Capo X.

Delle Forze de' Corpi.

447. Tutt'i Meccanici, e Filosofi hanno creduto comunemente, che la forza d'un corpo non dipendesse da altro, che dalla velocità ad esso comunicata, e in diversi da questa, e dalla loro massa §. 287. Se imprimo a un corpo una velocità determinata, la mia mano è la causa movente, la velocità è l'effetto prodotto da questa causa. Ma quando la celerità diffusa nella materia del corpo, l'obbliga a muoversi, o superare qualche ostacolo; allora la stessa velocità impressa è la causa, o forza motrice del corpo, e il moto prodotto, o la resistenza superata è l'effetto. Quindi non hanno mai creduto i meccanici di poter dubitare, che ogni forza ne'corpi dovesse dipendere dalla sola celerità loro comunicatagli.

448. Leibnizio però fu il primo, che negli Atti di Lipsia del 1686. avvisò i meccanici, che altrimente dovevano misurare le forze de' corpi in moto. Il titolo della sua dissertazione è questo. *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii, & aliorum circa legem naturæ, secundum quam volunt a Deo, eandem semper quantitatem motus conservari; qua & in re mechanica abutuntur* §. 237. Dice egli, che altra è la *forza morta*, altra è la *forza viva* de'corpi. La prima non è altro, che lo sforzo loro a muoversi, e questa è lo stesso, che la quantità del moto, onde si misura colla velocità, parlando dello stesso corpo. La forza viva è quella, che va unita col moto attuale del corpo, e questa è diversa dalla quantità del moto, e deve misurarsi dal quadrato della velocità, con cui il corpo si muove. Se una palla penda da un filo, si sforza di discendere, e con questo sforzo tiene il filo teso, questa è la forza morta; se si taglia il filo, e la palla cade attualmente; questa è la forza viva. Così ancora una molla compressa ha la forza morta, quando si libera dalla compressione, allora esercita la forza viva. Nella stessa maniera i Molinai chiamano acqua morta quella, che ristagna, e viva quella, che si muove.

449. Occasione di questa nuova sentenza intorno le forze de' corpi diede al Leibnizio la questione celebre, che verteva tra l' Ugenio in Olanda, e l'Abbate Catalano in Francia. Il primo nella parte 4. del suo Orologio oscillatorio, avea dato una regola per deter-

determinare in un pendolo composto il centro d'oscillazione, e perciò la forza del medesimo. Contro questa regola scrisse l'Abbate Catalano nel Giornale Francese di Decembre del 1681. Cominciato era questo giornale in Parigi dal Signor di Sallò nel 1665. sotto titolo di Giornale degli Eruditi; e lo continuò fino al 1674. il Signor Gallois, ed indi il Signor de la Roque. Alle eccezioni di Catalano rispose l'Ugenio nello stesso Giornale al mese di Giugno del 1682. e a Luglio dello stesso anno replicò di nuovo Catalano. In questa controversia, che durò fino all'anno 1690. come apparisce dall'ultimo scritto d'Ugenio nell'Istoria delle opere de' Sapienti, che Errico Basnage nato a Roven nel 1656. la cominciò nel 1687. terminandola nel 1709. colla sua morte; molte cose furono da amendue questi celebri Autori discusse intorno alle forze de' corpi in moto, le quali diedero occasione al Leibnizio della citata dissertazione. Anzi pretende Giacomo Ermanno nella dissertazione della misura delle forze al §. 13. che Ugenio abbia misurato le forze vive col quadrato della velocità prima di Leibnizio, lo s' Gravesande però nella prefazione alla terza edizione degli Elementi di Fisica osserva, che nel 1682. Ugenio era ancora del sentimento comune, e solamente nell'ultimo scritto del 1690. asserì, che nel Mondo il moto si diminuisce, e accresce, non già però la forza motrice, che è uguale al quadrato della velocità. Di sentimento contrario è stato Giovanni Bernulli nel discorso delle leggi della comunicazione del moto stampato a Parigi nel 1727. e negli Atti di Lipsia del 1735., giudicando che Ugenio abbia sempre misurate le forze della semplice celerità. Ebbero principio gli Atti di Lipsia nel 1682. e tutttavia continuano dando ogni anno un tomo alla luce, e di tanto in tanto alcuni tomi di supplemento. Una ristampa di questi Atti cominciò a Venezia nel 1740. dove cinque, o sei tomi li raccolgono in uno solamente, non inserendoci, che le dissertazioni spettanti alle scienze, e alla Filologia, e lasciandone tutte quelle che sono d'altro soggetto.

450. Che che sia dell'opinione d'Ugenio a questa nuova materia di misurare le forze ne' corpi diede nome, e peso il Leibnizio colla citata dissertazione, e la dimostrazione, che in essa distende. Contro la dissertazione di Leibniz scrisse Catalano nelle Novelle della Repubblica letteraria dell'anno 1687. a carte 579. per difendere il Cartesio, e l'antico modo di misurare le forze. Autore di queste novelle fu il Bayle, che le cominciò nel 1684. continuandole per qualche

tempo. A Catalano rispose il Leibniz, come apparisce nelle stesse Novelle di quell'anno. Prese le parti di Cartesio, e Catalano Dionisio Papino membro della Società reale d'Inghilterra, come apparisce negli Atti di Lipsia del 1689. al mese d'Aprile nella dissertazione *de causa gravitatis*. Rispose ad esso il Leibniz con una dissertazione dello stesso titolo negli Atti del 1690. Molte altre cose gli oppose di nuovo Papino in quelli del 1691. nella dissertazione *de Viribus motricibus*. Contro questa scrisse Leibnizio nel Settembre dell'anno stesso, e Ferdinando Elfrico Lichtscheid d'Ottobre colle considerazioni intorno l'altezza, e velocità de'Pendoli. Altri scritti concernenti a tale questione si trovano negli stessi Atti di Lipsia nel 1695.

451. Tutte queste cose diedero motivo a molte celebri dissertazioni, che uscirono a favore dell'una, e l'altra sentenza. Seguirono quella di Leibniz tra i più rinomati, Giovanni Bernoulli nelle già citate dissertazioni; il Marchese Giovanni Poleni pubblico professore di Matematiche in Padova nel suo libro *de Castellis aquarum*, ivi stampato nel 1718., e in una lettera particolare scritta all'Abbate Conti Veneziano. Giacomo Ermanno nella sua Foronomia, e in una dissertazione inserita nel tomo 1. de'Comentarj dell'Accademia di Pietroburgo uscito alla luce per la prima volta nel 1728.; il titolo d'essa è *De Mensura Virium*. Nello stesso tomo se ne vede un altra *De Viribus Corpori moto insitis, & illarum mensura*, di Giorgio Bernardo Bulffingero, e due di Nicola, e Danielle Bernoulli col titolo *De Motu Corporum ex percussione; Examen principiorum Mechanicæ*. Niente inferiore a queste è quella di Cristiano Wolfio nel tomo stesso intitolata *Principia Dynamica*. Quest'Autore pretende ancora dimostrare la misura delle forze Leibniziana nel *c.* 7. della sua Meccanica al Teorema 49. Diffusamente ancora ne parla nella sua Fisica lo s'Gravesande nel tomo 1. ediz. 3. *lib.* 2. *part.* 1. *cap.* 2. 3.; e nella Repubblica delle Lettere all'anno 1733. Pietro Musschenbroek anch'egli nella sua Fisica stampata nel 1739. al tom. 1. cap. 6. 12. molte cose unisce per potere stabilire l'opinione di Leibniz. A questi meritamente aggiugner si deve Bernardo Zendrini Matematico della Repubblica Veneta, nel suo celebre trattato *Delle Leggi, e Fenomeni delle acque correnti*, uscito alla luce nel 1741., e la Signora Marchese di *Chastellet* nell'ultimo capo del primo tomo delle Istituzioni Fisiche, che diede alla luce in Parigi nel 1740.

452. Non minori fautori ha trovato l'antica opinione sostenuta

dal

dal Galileo, Borelli, Cartesio, ed altri. Tra questi oltre Catalano, e Papino si numera Errico Pemberton Inglese nella sua lettera contro la sperienza di Poleni, scritta al Dottore Mead, che fu tradotta dopo il suo Saggio della Filosofia Newtoniana, stampato a Venezia nel 1733. per opera del P. D. Gian-Bernardo Pisenti Chierico Regolare Somasco. A questa lettera rispose il Poleni con una particolare dissertazione, il di cui estratto si vede ivi dello stesso traduttore del Saggio; si vedono ancora ad essa annesse alcune illustrazioni del traduttore, e un argomento, che è dello stesso Newton, come ne avvisa lo stesso Pemberton nella prefazione al suo Saggio. Pietro Varignon anch'esso in molti luoghi delle Memorie dell'Accademia Reale delle Scienze siegue l'antica misura delle forze, e con esso il Fontanelle nella storia premessa a ciascun moto delle Memorie. Il P. Abbate Grandi Camaldolese nella sua Meccanica stampata in Firenze nel 1739. Samuele Claarke nato a Norkich in Inghilterra nel 1675. e morto nel 1729. nel tomo I. *Du Recueil des diverses Pieces*, Amsterdam 1720. e in una dissertazione posta nelle Transazioni d'Inghilterra dal 1720. al 1730. Giovanni Eames anch'esso in una dissertazione inserita nello stesso luogo delle Transazioni. Il Cavaliere de Louwille nella dissertazione posta al tomo del 1721. delle Memorie dell' Accademia Reale delle scienze. Il P. D. Giovanni Crivelli C. R. Somasco nella sua dissertazione diretta all'Abbate Conti. Il celebre Hausen Professore di Matematica a Lipsia nella dissertazione *De Viribus Motricibus*. Dortone Mairan nella compiuta dissertazione della misura delle forze posta nelle Memorie del 1728., e di nuovo stampata a parte nel 1741. con una lettera di risposta alla dissertazione di Chastellet, alla quale questa erudita dama risponde con un'altra lettera stampata lo stesso anno a Brusselles, e inserita dopo la dissertazione sulla natura del fuoco stampata a Parigi nel 1744. A tutte queste meritamente aggiungiamo la dissertazione *De Viribus Corporum*, *quæ moventur* stampata in Napoli nel 1741. da Pietro de Martino Real Professore d'Astronomia, nella quale espone con nuovo metodo, e chiarezza dimostrativamente la sentenza Newtoniana intorno all'antica misura delle forze.

453. Premessa una breve Storia dell'origine, e progressi di questa celebre questione meccanica a giorni d'oggi, per poter stabilire qualche cosa di certo su questo punto, è necessario di separare quello che è dubbioso, da ciò in cui tutti unanimamente convengono.

454. *Forza motrice* è tutto quello, che si trova in un corpo, quando questo produce qualche effetto in se stesso, o fuori di se stesso. Perciò la forza ne'corpi deve concepirsi come una Possanza in essi, che quando opera, si dice causa di quell'effetto, che da essa è prodotto. Cadendo un corpo grave da un'altezza, acquista per la propria gravità una nuova energia, colla quale può produrre fuori di se un effetto maggiore di prima. Questa celerità acquistata da esso si chiama effetto della gravità, che viene da essa prodotto nel corpo stesso. Se poi colla celerità ricevuta, cadendo sopra la creta ci produca una fossa, si dirà allora tale celerità una nuova Forza, o Potenza nel corpo, e la fossa scavata si chiamerà effetto di questa nuova forza.

455. L'*effetto* prodotto da qualunque forza può essere di tre spezie solamente; o deve essere qualche *Resistenza* superata, o *Velocità* prodotta, o *Spazio* descritto. Fuori di questi effetti non ne trovo altri, che siano prodotti da'corpi. Alle volte ce n'è un solo, spesso due, e ancora tutti e tre insieme. Il corpo A spinga il corpo B, se trova una resistenza uguale, tutta la sua forza l'impiegherà solamente a superare la resistenza; ma se questa è minore della forza impiegata dal corpo A, allora comunicherà al corpo B qualche velocità, ed egli con quella, che gli resta descriverà uno spazio determinato. Nel primo caso, l'effetto della forza A è la resistenza, che vince; nel secondo caso è la resistenza vinta, la celerità data, e lo spazio, che descrive. Ma se il corpo A non trovasse alcun altro corpo, allora l'effetto intero della forza sarà solamente quello spazio, che percorre; questo accaderebbe in un luogo perfettamente voto.

456. Pretende Dionisio Papino negli Atti di Lipsia del *1691.*, che lo spazio descritto da un corpo non possa realmente dirsi effetto della forza motrice; perchè quando un corpo si muove nel voto deve §. 259. perpetuamente muoversi, e perciò descrivere uno spazio infinito, il quale sarebbe effetto di una forza finita, lo che è impossibile; onde per esso ogni effetto deve supporre qualche resistenza, ovvero ostacolo. Meritamente però lo riprende il Wolfio ne'Principj Dinamici sopra citati, osservando nel §. 14., che ciò è contro il senso comune. Chi mai dirà, che un uomo il quale trasporta un corpo da un luogo in un altro, realmente non produca qualche effetto; lo stesso dunque si deve dire d'un corpo, che trasporta se stesso. Nell' uno e l'altro caso si deve prima superare la propria inerzia, e quindi nasce il trasporto. E di fatto tutto ciò che di nuovo osserviamo in

na-

natura, si chiama un nuovo effetto; dunque il descrivere qualche spazio, che fa un corpo, si chiamerà effetto prodotto dalla forza motrice. Quanto poi alla difficoltà, che una causa finita produrrebbe un effetto infinito, non c'è alcuno assurdo, quando questa causa operi in un tempo infinito, come vedremo in appresso.

457. Dalla dottrina poco fa esposta si ricava, che tre specie d'effetti possiamo distinguere; *nocenti*, *innocenti*, e *favorevoli*. Quando la forza d'un corpo l'obbliga a superare qualche resistenza, o comunicare velocità a qualche altro, l'effetto allora è nocivo, perchè pregiudica, o diminuisce la forza. Quando il corpo si muove nel voto, l'effetto è innocente, perchè niente di forza perde il corpo. Quando questo cade da qualche altezza, l'effetto è favorevole, perchè acquista una velocità determinata, e perciò accresce la sua forza naturale.

458. Si deduce inoltre, che sono di due sorte le forze ne' corpi. La prima è forza *costante*, o *uniforme*, che resta sempre la stessa; e per lo più è *estrinseca*, o *comunicata* al corpo; di questa specie sono tutti gl'impulsi, che diamo al medesimo, i quali resterebbero sempre gli stessi detratte le resistenze esteriori. La seconda si può chiamare forza *variabile*, *acceleratrice*, o *inerente*, come la forza di gravità, d'attrazione ec., che dà continuamente nuovi impulsi a' corpi.

459. Ogni forza innata, se viene impedita nell'operare, ciò non ostante produce nel corpo uno sforzo determinato, che viene detto *pressione*. Di tal natura è la pressione, ch'esercitano tutt'i corpi, quando stanno sopra un piano orizontale, che sostentando il loro peso gl'impedisce discendere. Ma se leviamo il piano orizontale, allora il corpo attualmente cadendo riceverà tanti impulsi dalla propria forza di gravità, che arrivato a terra, troveremo la sua forza sensibilmente accresciuta. Questa è stata chiamata dal Galilei, da Evangelista Torricelli suo discepolo, da Renato Cartesio, e da Alfonso Borelli *forza di percussione*, la quale paragonata colla pressione è infinita a parere di questi celebri autori. Anzi il Cartesio nella lettera 74. della prima parte scritta al Padre Mersenno la chiama *eterogenea*, cioè di specie diversa, e perciò non paragonabile colla pressione, come una linea, con una superficie. Dello stesso parere è il Borelli nel trattato *De Vi Percussionis cap.* 33. *cart.* 199. dell'Edizione di Leiden 1686.

460. Meritamente hanno ciò detto; perchè la pressione è infinitamente piccola, cioè il primo elemento della forza, che acquistano

no i corpi cadendo; onde tra la pressione, e la forza della percossa c'è la stassa ragione, che tra l'infinitesimo, e il finito. Si può ciò non ostante opporre, che se la pressione fosse infinitesima, un corpo pesantissimo potrebbe essere sostentato da un sottilissimo filo ugualmente, che un corpo leggiero; perchè la coerenza delle parti del filo quantunque piccola è sempre finita rispetto alla pressione, che è infinitesima. A questo però si risponde, che la pressione è infinitesima rispetto alla forza, che acquisterebbe un corpo nel discendere; ma in se stessa però è una quantità finita, cioè proporzionale alla massa del corpo, e alla prima velocità iniziale, che la gravità dà al corpo. Perciò può essere molto maggiore della coesione d'un filo. Se qualcuno dimanda, perchè alcune corde, o piani orizontali sostentando pesi considerabili non si spezzano immediatamente, ma dopo qualche spazio di tempo, si risponde, che la pressione prima esercitata da essi per superare la coesione delle parti della corda è minore di questa; ma ciò non ostante obbliga la corda a distendersi, o il piano su cui appoggiano a cedere un poco; quindi il corpo pesante attaccato alla corda, o appoggiato sopra il piano, descrive uno spazio, e con ciò acquista della velocità, per cui §. 454. s'accresce la sua forza, e perciò si stende più la corda, a cui è attaccato, onde è obbligato di nuovo a percorrere uno spazio, e acquistar così nuova forza. Andando di questo passo, a poco a poco supera tutta la coesione, e finalmente si spezza d'improvviso la corda, o cede la tavola, su cui stava appoggiato il corpo pesante.

461. Posti tali preliminari non è difficile, qualunque specie di forza sia, morta, o viva, uniforme, o variabile dimostrare la seguente verità. *Qualsisia forza è proporzionale all'effetto prodotto; ma però siegue la ragione contraria del tempo, in cui opera*. Imperocchè la forza motrice qualunque siasi, è reputata come causa §. 454.; ma ogni effetto è proporzionale alla causa; di modo che, se questa sarà due volte maggiore, ancora l'effetto sarà doppio, se tripla è la causa, triplo sarà l'effetto. Di più lo stesso effetto è proporzionale al tempo, in cui la forza agisce; perchè se restando la stessa forza, opera questa in maggior tempo, anche l'effetto, che produce sarà maggiore. Perciò ogni effetto è proporzionale all'intensità della causa, e al tempo, in cui è prodotto. Onde essendo l'effetto direttamente come la causa, e il tempo, ne siegue che la causa sarà direttamente come l'effetto, e in ragione contraria del tempo, in cui lo produce. E di fatto quanto mag-

maggiore è l'effetto prodotto, tanto più efficace deve essere la causa, ma se questa tarda ad operare, e più tempo impiega, più debole ancora viene giudicata, meno tempo impiega, è segno, che ha maggiore attività.

462. Quindi osserviamo tutto giorno, che un effetto considerabile sarà prodotto da una causa debolissima, perchè questa avrà impiegato molto tempo nell'operare. Così una goccia d'acqua cadendo più volte sopra una pietra, finalmente la buca. Per superare la coesione delle parti d'una pietra, si ricerca una forza considerabile, ma basterà ancora la debole, se impiega molto tempo. Così ancora un inesperto artista arriva a fare quello, che fa un valente artefice, se ci stà più tempo. Da ciò apparisce come uno spazio infinito possa essere effetto d'una piccolissima forza nel voto §.456., perchè questa opera in un tempo infinito; e perciò equivale ad una forza infinita, che si ricercherebbe per descrivere uno spazio infinito.

463. Per giudicare adunque delle forze corporee è necessario non solamente considerare l'effetto da esso prodotto, ma ancora il tempo, in cui operano. Dal non voler considerare il tempo ove si ricerca, è nato, che i Leibniziani in più casi hanno trovate le forze de' corpi come il quadrato della velocità moltiplicato nella loro massa. Col Teorema di sopra esposto §.461. *Si dimostra l'antica maniera di valutare le forze dalla massa, e velocità*, e si sciolgono le obbiezioni, che possono farsi.

464. Imperocchè ogni effetto deve essere proporzionale alla causa, che lo produce, quando il tempo è lo stesso §.461. La forza di qualunque corpo dipende dalla massa, che ha, e dalla sua energia, o velocità comunicatagli. Perchè ogni corpo di natura propria è inerte, come abbiamo dimostrato nella Sezione 3. e perciò tutta la forza de' corpi dipende dal loro moto, cioè dalla massa, e velocità §.336. Dunque la forza prodotta in un corpo da qualunque causa sia §.458. sarà come la *massa* del corpo, che la riceve, e la *velocità*, che gli comunica. Fuori di queste due cose non truovo altro nel corpo, che si muove; se pure non vogliamo ammettere le Monadi di Leibnizio, o certe forze motrici immaginarie in ciascuna particella della materia, contro ciò che abbiamo dimostrato ne' §§. 35. 237. Se dunque la forza d'un corpo dipendesse dalla massa, e dal quadrato della velocità, questa forza dipenderebbe in parte dal nulla; perchè nel corpo non ci è altro di reale, che la sua massa, e l'energia comunicatagli, la

quale cresce certamente più tempo sta ad operare la causa movente; ma sempre è proporzionale alla velocità, che gli comunica in un dato tempo.

465. Troviamo non ho dubbio, che nelle acque correnti la loro forza si misura, non computando la massa, dal quadrato della velocità, con cui si muovono. Ma questo argomento è più tosto contrario a'Leibniziani. Maggiore è la velocità dell'acqua, che corre, maggior quantità d'acqua corre nel tempo stesso per lo dato canale; perciò essendo la massa in questo caso proporzionale alla velocità, e la forza come la massa, e la velocità multiplicate, ne viene in conseguenza, che la forza delle acque correnti può derivarsi ancora dal semplice quadrato della velocità. Se fosse vera la sentenza de'Leibniziani, siccome la forza è come la massa moltiplicata nel quadrato della velocità, sarebbe la forza come il cubo della velocità, che è contro la sperienza. Le ragioni, che portano i Leibniziani per comprovare il loro assunto dipendono dalle matematiche, perciò le riserbiamo al capo che viene.

CAPO XI.

Forze de' Corpi matematicamente.

466. PRima d'entrare nella discussione delle obbiezioni, è necessario esporre il Teorema fondamentale §. 461. e alcune altre dimostrazioni de'Newtoniani a favore degli antichi.

PROPOSIZIONE XIV.

Ogni forza movente è come l'effetto, che produce, direttamente, e il tempo in cui opera, inversamente.

467. LA forza si chiami f, l'effetto e, il tempo t. Abbiamo $e : ft$ §. 461.; dunque sarà ancora $f : \frac{e}{t}$. Come dovea dimostrare.

468. Supponiamo ora, che l'effetto prodotto dalla forza sia sempre lo stesso, essendo $e = 1$, cioè potendosi riputare come uno, perchè è sempre lo stesso, sarà $f : \frac{1}{t}$, cioè la forza inversamente come l'effetto. Così se un artefice nel fare la stessa opera più volte, oggi impiega meno tempo di domani, concludiamo che oggi ha più forza del gior-

giorno appresso. Se $t=1$, sarà $f: e$; cioè se il tempo, in cui opera una forza è sempre lo stesso, sarà la forza proporzionale all'effetto, che produce.

469. Supponiamo, che un'altra forza sia F, il suo effetto E, il tempo impiegato T; avremo ancora $F : f :: (E:T) : \frac{e}{t}$.

470. Si muova un corpo nel voto con una piccola forza, l'effetto prodotto, cioè lo spazio percorso è infinito, e il tempo, che c'impiega è infinito; perciò essendo $f: \frac{s}{t}$, sarà la forza come un infinito diviso per un infinito, e perciò la forza sarà finita §. *96*.

471. Se l'effetto sarà solamente lo spazio percorso da un corpo, avremo $f: \frac{s}{t}$; onde essendo per lo Teorema ottavo §. 340. $\frac{s}{t}=c$; sarà parlandosi dello stesso corpo $f:c$. Onde la forza d'un corpo, che si muove con moto equabile, sarà proporzionale alla velocità, che ha; e perciò non può essere uguale al suo quadrato, come pretendono i Leibniziani. Lo stesso si può dimostrare ancora, quando un corpo urta in un altro, purchè si consideri solamente la forza, che gli resta dopo l'urto. Ma se la forza supera una resistenza, comunica velocità a qualche corpo, e di più obbliga il corpo, in cui è a descrivere qualche spazio; chiamando la resistenza r, la celerità comunicata c, l'intero effetto di questa forza sarà rcs; e perciò avremo $f: \frac{rcs}{t}$.

472. Sia data qualunque forza, che produca qualche velocità nel corpo, o fuori d'esso; qualunque sia la variazione, che riceve la celerità, potrà sempre questa riputarsi costante, se si considera nel primo momento di tempo §. 378. In questo caso essendo $e : c$ sarà ancora $f: \frac{c}{t}$; ma c, uguale $\frac{s}{t}$ §. 340. 379., dunque $f: \frac{s}{tt}$. Dalla quale equazione si ricava uno de' Teoremi fondamentali per le forze centrali. *Qualunque forza su'l principio del moto è direttamente, come lo spazio descritto, e inversnmente come il quadrato del tempo.* Questo è il corollario quarto del Lemma 10. Sez. 1. *lib.* 1. de' Principj Matematici di Newton. Si noti però, che in questo caso s, t sono infinitamente piccoli.

473. Si debbano ora paragonare le forze di due corpi: chiamandosi la massa del primo Q, del secondo q; avremo secondo il Teorema delle forze $F : f :: (QE : T) : \frac{qe}{t}$.

474. Stabilito il Teorema fondamentale intorno le forze de' corpi, principalmente per isciogliere le obbiezioni de'Newtoniani, resta ora che prima dimostriamo, come la forza di qualunque corpo deve misurarsi dalla semplice velocità.

PROPOSIZIONE XV.

Ogni forza movente è proporzionale alla massa, che ha il corpo, e alla velocità con cui si muove.

PRIMA DIMOSTRAZIONE.

475. Quando due corpi hanno le masse reciproche alle velocità, hanno ancora uguale moto §. 356. e nell' urto si devono fermare §. 411. come la stessa sperienza c'insegna. Dunque in essi non solo non ci resterà più alcun moto, ma resteranno ancora distrutte le loro forze, altrimenti seguiterebbero a muoversi. Ma se le forze si ripetessero da' quadrati delle velocità, dovrebbero anche questi essere reciproci alle masse; dunque le velocità avrebbero la stessa ragione de' loro quadrati. Questo è contro la Geometria, ove si dimostra, che i quadrati sono in ragione duplicata de' lati, non in ragione di uguaglianza; dunque è assurda l'ipotesi de' Leibniziani; e perciò le forze devono misurarsi dalle semplici velocità, e dalle masse.

SECONDA DIMOSTRAZIONE.

476. Questa dimostrazione, che è del celebre D. Gaetano Marzagaglia nella nuova difesa dell'antica misura delle forze motrici stampata in Verona nel 1746. si propone in questo modo. Siano tre corpi elastici uguali F, A, L; e i due F, L con velocità uguali, FA, LA urtino il corpo A; prolungandosi queste linee in D, e B dimodochè AD, AB siano uguali tra loro, e alle linee AF, AL; è chiaro §. 421. che il corpo A descriverà la Diagonale AC del quadrato. Si misurino ora le forze secondo il metodo antico, unendo i punti F, L, e prolungando CA in E, le due velocità FA, LA saranno sciolte nelle laterali FE, EA, LE, EA; ed essendo FE = LE per la natura del quadradato LAF; queste due velocità si distruggeranno quando i corpi F, L urtando A, s'urtano ancora tra loro. Onde amendue comunicheranno al corpo A solamente la velocità 2AE = AC per la natura del quadrato. Ciò è conforme alla sperienza, e i globi F, L ribalzeranno per l'Elaterio colle

Tav. 7. Fig. 1.

colle velocità AN, AM uguali alle prime EF, EL, colle quali si sono urtati. Si misurino ora le forze per gli quadrati delle velocità. Essendo le tre linee FE, EA, EL uguali tra loro, la forza di F s'esprimerà per $2\overline{AE}^2$, e la forza L parimenti per $2\overline{AE}^2$; onde la forza intera de' corpi F, L avanti l'urto sarà $4\overline{AE}^2$. Dopo l'urto i corpi elastici riflettono in N, M colle velocità AM, AN uguali alle velocità EF, EL che nell'urto si distrussero; onde amendue le forze di essi si esprimeranno per $2\overline{AE}^2$. La velocità del corpo A dopo l'urto sarà AC uguale 2AE; onde la sua forza sarà $4\overline{AE}^2$; la quale unita alle forze de' corpi F, L dopo l'urto darà $6\overline{AE}^2$; e perciò si troverà questa forza, che prima era $4\overline{AE}^2$ accresciuta senza alcuna nuova causa contro la legge prima del moto. Dunque le forze devono misurarsi dalle semplici velocità.

TERZA DIMOSTRAZIONE.

477. UN corpo molle, che ha 1 di massa, o di peso, con velocità 8 urti in un corpo ad esso uguale, e quieto; amendue dopo l'urto si muovono, come l'esperienza, e la teoria insegna nella Dinamica, con velocità 4 per ciascheduno. Misurando le forze dalle semplici velocità, saranno queste dopo l'urto come $1 \times 4 + 1 \times 4$; cioè 8, come erano avanti l'urto. Ma se le misuriamo dal quadrato della velocità sono avanti l'urto $8 \times 8 = 64$; dopo l'urto $16 + 16 = 32$; dunque nell'urto s'è perduta la metà della forza, contro ciò che stabiliscono i Leibniziani, i quali vogliono, che la quantità di moto si diminuisca, ma le forze restino le stesse, prima, e dopo l'urto. Qui accade tutto al contrario, il moto resta sempre lo stesso, la forza si minora. Dunque non è coerente a se stesso il nuovo modo di misurare le forze. Collo stesso metodo secondo le regole, che daremo in Dinamica, se la massa del primo sia 2, la velocità 4, la massa del secondo 2 la velocità nulla; dopo l'urto andrà ciascuno con velocità 2; e perciò la forza avanti l'urto secondo i Leibniziani era 32; dopo l'urto si troverà 16, onde la forza s'è diminuita di nuovo per metà; ma il moto resta sempre lo stesso, cioè avanti l'urto era 8, dopo l'urto 8. Se la massa del primo e del secondo cresca del doppio, e diventi 4, e urti l'altro quieto con la velocità 2, e perciò due volte minore di prima; la forza prima dell' urto era 16, dopo l'urto trovandosi colla stessa regola, che si muovono con la velocità 1, la for-

za

za d'entrambi sarà $4+4=8$; e perciò di nuovo per metà diminuita, mentre la quantità del moto resta 8 come prima. Andando di questo passo crescendo la massa del doppio, e diminuendo del doppio la velocità del corpo, che urta, diminuiremo la forza dopo l'urto in infinito, e resterà ciò non ostante la stessa quantità di moto; ma questo è assurdo, perchè il moto è effetto della forza motrice; dunque è contraria alla ragione la sentenza de'Leibniziani.

QUARTA DIMOSTRAZIONE.

478. Sia un globo A, che cada dall'altezza AC, e debba determinarsi la forza da esso acquistata in B, e in C. Supponendo, come in appresso dimostreremo, che la gravità acceleri unifor-
Tav. 4. memente i corpi, colla forza acquistata in B risalirebbe a doppia al-
Fig. 7. tezza BA, e con quella in C a due volte CA §. 391. se nel risalire perdesse tutta la gravità, nè la resistenza dell'aria gli ostasse. Dunque l'effetto della forza ricevuta in B sarà 2AB, quello di C, 2AC. I tempi, che impiegherebbe a risalire sono espressi per $\sqrt{AB}$, $\sqrt{AC}$ §.393. Perciò se la forza in B si chiami f, in C si dica F; avremo per la Prop. 14. f: F :: (2AB : $\sqrt{AB}$) : (2AC : $\sqrt{AC}$). Ma il quadrato diviso per lo suo lato, dà lo stesso lato: così $\frac{a^2}{a}=a$, $\frac{c^2}{c}=c$ §. 311.; dunque AB diviso per la sua radice $\sqrt{AB}$, darà $\sqrt{AB}$; e perciò sarà f : F :: $\sqrt{AB}$: $\sqrt{AC}$, dividendo per 2, gli ultimi due termini. Onde le forze acquistate in cadere, colle quali risalirebbe il corpo A, sono come le radici quadrate delle altezze, o de'spazj descritti, e perciò come le semplici velocità §. 393.

479. Lo stesso si può ancora dimostrare in questa maniera. Arrivato il corpo A in B, descriva nel tempo infinitesimo, Bb, arrivato in C nello stesso tempo faccia Cc, che sarà maggiore. Essendo i tempi uguali, sarà f: F :: Bb : Cc §. 468. Ma chiamandosi c la velocità in B, e C quella avuta in C; avremo ancora c : C :: Bb : Cc §. 379. 343. dunque f: F :: c : C; e perciò le forze acquistate sono come le velocità, colle quali scende.

480. Molte altre dimostrazioni si potrebbero fare per l'antica misura delle forze, le quali omettiamo, perchè alcune d'esse si proporranno nella esposizione delle obbiezioni.

481. Il primo argomento a favore delle forze vive come il quadrato della velocità, e del Leibniz negli Atti di Lipsia del 1686. che

così

così la discorre. Ugual forza si ricerca per innalzare il corpo A all'altezza EA di 4 piedi, che il corpo B di libre 4 all'altezza DB Tav. 4.
d'un piede. Di più l'esperienza c'insegna, che se i due corpi A, B Fig. 9.
saranno elastici, cadendo dalle altezze AE, BD sopra i piani EC, DF, detratta la resistenza dell'aria, risaliranno in A, e in B. Dunque il corpo A cadendo dalla AE ha acquistato tanta forza da poter elevare se stesso, cioè una libra, ad altezza 4; e il corpo B tanta da innalzare se stesso, cioè libre 4 ad altezza 1; perciò nel discendere amendue i corpi hanno acquistata ugual forza. Ma queste forze non si trovano uguali, che prendendole proporzionali a' pesi e all'altezze; e perciò a' quadrati delle velocità §. 392. dunque la stessa ragione seguiranno le forze. Il prodotto di A, che è 1, nell'altezza AE, che è 4, sarà 4; quello di B, che è 4, in BD, che è 1, sarà parimente 4; e perciò le forze sono uguali. Ma se queste si misurano dalle velocità, essendo come le radici delle altezze §. 393. la forza di A sarà 2, quella di B sarà 4; e perciò non uguali, come devono essere. Dello stesso argomento si serve il Wolfio nel Teorema 49. della sua Meccanica.

482. All'argomento rispondiamo, che ci vuole ugual forza per alzare peso 1 ad altezza 4, e peso 4 ad altezza 1, quando ciò si debba fare nel tempo stesso; ma se al primo è concesso due volte più tempo per alzare peso 1, basterà allora, che impieghi la metà meno di forza del secondo. Ciò tutto giorno osserviamo; operaj forti in poco tempo faticano molto; operaj deboli in molto tempo fanno lo stesso de' primi. Ad ogni passo nella Statica insegneremo il modo d'elevare gran pesi con pochissima forza, ma con molto dispendio di tempo; e in ciò sono fondate tutte le macchine. Ora il globo A nello scendere ha acquistata una forza proporzionale alla sua velocità, cioè alla radice di AE; il tempo, che impiegherà a risalire, essendo lo stesso §. 393. che ci ha posto a discendere s'esprimerà ancora per $\sqrt{AE}$; onde la sua forza 2 adoperandola in tempo 2, equivalerà a forza 4 §. 462. e perciò sarà la stessa, che quella di B, il quale risale in tempo 1; perchè $\sqrt{BD} = \sqrt{1}$. La forza però reale acquistata dal corpo A, sarà per la Prop. 14.; $AE \times A : \sqrt{AE} = A \times \sqrt{AE} = 2$; quella di B sarà $BD \times B : \sqrt{BD} = B \times \sqrt{BD} = 4$. Supposta la misura delle forze Leibniziana, ne seguirebbe, che la gravità nel salire non sarebbe più proporzionale alla massa, o costante contro il §. 401. Supponiamo AE di 9 piedi, il corpo A nello scen-

dere

dere descriverà gli spazj, o le parti di AE, che saranno come 1, 3, 5 §. 394. dunque nel risalire gli spazj distrutti dalla gravità dovranno essere come 5, 3, 1 §. 397. e perciò nella stessa proporzione sarà la gravità, onde non più costante.

483. Il secondo argomento lo fa s'Gravesande nel §. 750. e seg. della Fisica terza ediz. Esprima Ax il tempo, in cui opera qualche forza, per esempio più corpi elastici, o molle per ispingere qualche
Tav. 4. corpo verso qualche luogo. Si divida ne' tempi infinitesimi Ab, bc,
Fig. 10. cd, ec. in ciascuno d'essi la forza sarà morta, e non viva, perchè opera in tempi infinitesimi; e perciò proporzionale alla velocità, che in essi acquista. Siano queste successive velocità, o forze acquistate, espresse per bo, cr, ds, ec. e l'ultima per xz. Dunque tutta la forza acquistata nel tempo Ax s'esprimerà col triangolo Axz, che è la somma di tutte le celerità avute in ciascuna particella di tempo. Ma secondo la prop. 20. del *lib. 6.* d'Euclide, Axz : Ads :: $\overline{xz}^2 : \overline{ds}^2$; Dunque la forza acquistata in d, a quella acquistata in x sarà come il quadrato della velocità in d, a quello della velocità in x. Per concepire come la forza in ogni tempo infinitamente piccolo cresca, conviene riPettere, che non può essa comunicare al corpo il secondo grado di velocità cp, se non si muove ancora essa con un grado di velocità, per potere andar appresso al corpo, che già ha ricevuto il grado primo bo. Quindi per comunicare al corpo il secondo grado cp, si ricerca, che la forza sia doppia; per comunicare il terzo tripla, il quarto quadrupla ec. onde meritamente abbiamo supposta la velocità intera del secondo momento cr, del terzo ds ec. Così ancora osserviamo, che se un corpo comunica a un altro un grado di velocità, e poi seguita a muoversi appresso il primo, per dargli il secondo grado, deve muoversi con due gradi di velocità; perchè se si movesse con un solo, andando colla stessa velocità del primo non potrà mai comunicargli il secondo.

484. All'argomento di s'Gravesande rispondiamo, che sebbene per comunicare a un corpo il secondo grado di moto si ricercasse forza 2, per dargli il terzo forza 3 ec. ciò non ostante la forza non sarebbe mai come il quadrato della velocità, ma proporzionale all'intero effetto prodotto. In tale supposizione si ricerca forza 2 per dare il secondo grado al corpo, perchè il corpo ha già velocità 1, e perciò cammina con un grado di velocità, onde consuma ancora la forza un grado di velocità nell'inseguirlo; così ancora nel secondo momento

il

il corpo ha 2 gradi di velocità, e perciò la forza per ſopragiungerlo deve anch'eſſa conſumarne 2, ec. Onde ſe vogliamo conſiderare tutto l'effetto, chiamandolo e, la forza f, lo ſpazio da eſſa deſcritto s; la velocità comunicata c, il tempo t; avremo per la prop. 14. di ſopra eſpoſta e = cs; onde f: $\frac{cs}{s}$; ma lo ſpazio deſcritto dalla forza è in queſta ipoteſi come la celerità; dunque s : c, onde f: $\frac{c^2}{c}$; ma la celerità viene comunicata al corpo in proporzione de' tempi infiniteſimi Ab, bc ec. dunque c : t; e perciò f: $\frac{cc}{c}$ = c; cioè la forza ſarà proporzionale alla velocità comunicata. Lo ſteſſo troveremo ſe ſi conſiderano i triangoli Ads, Axz; eſprimendo queſti l'effetto, e le linee Ad, Ax, i tempi, che impiega la forza ad operare; ſe la forza per Ax ſi chiami F, avremo F : f :: (Axz : Ax) : (Ads : Ad); e perciò F : f :: xz : ds, cioè le forze acquiſtate ſaranno come le velocità. (Axz : Ax) = xz, perchè un rettangolo diviſo per un ſuo lato, dà per quoziente l'altro; onde ba eſprimendo un rettangolo, abbiamo $\frac{ba}{a}$ = b, e ancora $\frac{ba}{b}$ = a.

485. Ma il fatto è, che la velocità ricevuta dal corpo dopo il tempo dA, s'eſprime per ds ſolamente, a motivo che dopo 3 tempi il corpo non riceve che tre gradi; gli altri ſono diſtrutti dallo ſpazio, che deſcrive la forza. Perciò malamente viene eſpoſta la velocità per lo triangolo Ads, il quale come abbiamo veduto parlando della gravità de' corpi §. 390. eſprime lo ſpazio deſcritto. Così ancora la velocità acquiſtata dal corpo, dopo il tempo Ax, ſarà xz, non già il triangolo xAz.

486. Tutta queſta riſpoſta, e la difficoltà ha luogo, quando la forza, che dà la velocità, è eſtrinſeca al corpo; ma non già ſe ſia forza interna, e dentro la maſſa del corpo; in tal caſo opera queſta continuamente, e va colla ſteſſa maſſa; onde non è obbligata di deſcrivere, ſe non quello ſteſſo ſpazio, che eſſa obbliga il corpo a percorrere. Perciò in tal caſo la forza comunica ſolamente velocità al corpo, e niente altro. Ciò appunto accade ne' corpi gravi cadenti, i quali ſono ſtimolati a ſcendere dalla loro forza gravitante.

487. Il terzo argomento lo fa s'Graveſande nel *lib.* 2. *cap.* 13. §. 1340. Ci ſiano più molle uguali di forza, che ſucceſſivamente dilatandoſi comunichino al corpo A in tempi uguali gradi uguali di velocità eſpreſſi per le linee Ab, bc, cd ec. Dopochè il corpo A ha ricevuto il primo grado di velocità Ab, camminando con queſta la molla ſeconda deve impiegare altrettanto di velocità per raggiungerlo;

perciò per conferirgli il secondo grado di velocità bc, si ricercano due molle; così per dargli il terzo tre molle ec. Onde il numero delle molle sarà come i rettangoli Abog, bcrh, cdsi. Ma l'azione di queste è continua, e non interrotta; dunque diminuendosi in infinito questi rettangoli, le linee Agohrisltmunz, degenereranno in una linea retta Az; e perciò la forza intera sarà espressa col triangolo Axz, il quale essendo come il quadrato della velocità Ax, apparisce, che nella stessa ragione era la forza delle molle. Poco diverso da questo è l' argomento fatto da Pietro Musschenbroek nel Saggio di Fisica Tomo 1. *c.6.* §186. Suppone egli, che Ax rappresenti i tempi, ne' quali opera una forza inerente, come la gravità in qualche corpo cadente, e le ordinate bo, cr ec. significhino le velocità. E' chiaro §.391. che i triangoli Abo, Acr ec. rappresenteranno gli spazj descritti; i quali essendo come i quadrati delle velocità, ed effetti della forza inerente, apparisce, che anche questa deve essere come il quadrato della velocità.

488. La risposta all' argomento di s'Gravesande è la stessa, che quella data al §. 484. La forza è sempre proporzionale all'effetto da essa in un dato tempo prodotto, se questo è la velocità solamente, sarà come la velocità; se la velocità è la resistenza, la forza sarà proporzionale all' uno, e all'altro insieme. Lo stesso si risponde a ciò che dice Musschenbroek la forza di gravità è costante §.401. la forza prodotta nel corpo dopo essere caduto è proporzionale all' effetto, che produrrà § 454. nell' uno e l'altro caso la forza è sempre come il quadrato della velocità.

489. Il quarto argomento sia quello di Giovanni Bernoulli nella dissertazione sulle leggi del moto, che si truova nella raccolta di molti trattati de'Signori dell' Accademia Regia Pariggina, al *c.9.*
Tav. 4. Fig. 11. Questi dopo 20. anni, che la sentenza Leibniziana era andata quasi in dimenticanza, col seguente raziocinio tornò a risuscitarla. Sia il globo C, che colla velocità CL urti obbliquamente la molla L con 2 gradi di velocità. Per ispiegare questa molla si ricerchi 1 grado di celerità. L'angolo CLP con cui urta, sia di 30. gradi. Calato *il* perpendicolo CP, sarà questo uguale $\frac{1}{2}$ CL $=$ 1; perchè CP è seno dell' angolo CLP, e questo per la Trigonometria deve essere la metà del seno tutto CL $=$ 2. Dunque il corpo C consumerà tutta la velocità CP $=$ 1 per piegare la molla L, e colla restante velocità PL continuerà il suo moto. Per la 47. *lib.* 1. Euclide $\overline{CP}^2 + \overline{PL}^2 = \overline{CL}^2$; on-

$\overline{CL}^2$; onde $\overline{PL}^2 = \overline{CL}^2 - \overline{CP}^2$; Ma $CL = 2$, $CP = 1$; Dunque $\overline{LP}^2 = 4 - 1 = 3$, e perciò $PL = \sqrt{3}$. Si faccia $LM = PL$, e in M ci sia una molla uguale alla prima L, che sia urtata dal corpo C. Calata la perpendicolare LQ, la velocità LM sarà risoluta nella due laterali LQ, QM. Essendo $LQ = 1$, con questa velocità urterà nella molla M, e gli resterà ancora $QM = \sqrt{2}$. Perchè $\overline{LQ}^2 + \overline{QM}^2 = \overline{LM}^2$; onde $\overline{QM}^2 = 3 - 1$, e perciò $QM = \sqrt{2}$. Fatta $MN = QM$ con questa velocità MN urti la terza molla N uguale alla prima L. Risolvasi MN nelle due componenti MR, RN, essendo $MR = 1$, sarà $RN = 1$. Perchè $\overline{MR}^2 + \overline{RN}^2 = \overline{MN}^2$, onde $\overline{RN}^2 = 2 - 1$, e perciò $RN = 1$. Onde colla velocità RN, ovvero NO urterà ancora la quarta molla O, dopo la quale perderà tutto il moto. Dunque il globo C, che aveva velocità 2, ha prodotto essendo in moto effetto 4; e perciò la sua forza deve essere come il quadrato della velocità.

490. Per concepire l'adequata risposta alla difficoltà del Bernoulli, è necessario riflettere ciò, che nel §. 409., e seguenti abbiamo dimostrato della composizione, e risoluzione del moto. La velocità CL, che ha realmente la palla C, è uguale a gradi 2; ma nel risolverla si concepisce nata dalla velocità CP, che è 1, dalla PL, che è $\sqrt{3}$, le quali unendosi a muovere il globo C s'elidono in parte §. 415., e la velocità composta non è $\sqrt{3} + 1$, ma più piccola, e uguale a gradi 2. Perciò non è maraviglia, che, sciogliendo la velocità CL nelle sue componenti, si truovi uguale a' gradi 4; realmente però queste velocità componenti non sono nel corpo, onde colla velocità 2 potrà piegare due molle solamente. Supponiamo ciò non ostante, come bene riflette il Sig. Marzagaglia nella dissertazione citata §. 476., al Capo 2, §. 27., che il globo C sia capace di piegare 4 molle; per ciascuna delle quali si ricerca un grado di velocità. La forza viva del globo C è proporzionale al numero delle molle secondo tutt' i Leibniziani; ma questo è come i gradi di velocità, che si ricercano a piegarle; dunque la forza viva è proporzionale alla velocità, non già al suo quadrato. Perciò la difficoltà di Bernoulli, è una dimostrazione dell'antica opinione.

491. Non avrei per altro alcuna difficoltà d'accordare al Bernoulli, che il globo C urtando sempre obbliquamente le molle, potesse con velocità 2 spingerne più di 2; e la ragione mi pare manifesta. Quando la molla L si urta direttamente, allora fa resistenza 1 per ipotesi; ma se s'urta obbliquamente, certo che farà minore resistenza ad aprirsi,

si, e perciò con meno d'un grado di velocità potrà aprirsi. Questo l'osserviamo tutto giorno negli urti de' corpi, se si comprimono per avanti, fanno una massima resistenza, se l'urto è obbliquo, è minore; così ancora nell'elevare alcune molle proviamo minore resistenza, se si prendono lateralmente, che se si sforzano per diritto. In questa spiegazione ricercandosi minor forza d'un grado, per aprire la molla L, è chiaro, che il globo C più di due molle potrà spingere, e la sua forza sarà sempre proporzionale al numero delle molle, che apre, cioè alla velocità da esso consumata.

492. In conferma di quello, che ora abbiamo esposto, fa il Signor Marzagaglia il seguente raziocinio. Sia la molla CD, per piegare la
Tav. 7. Fig. 2. quale direttamente, si ricerchi velocità $\sqrt{2}$. Fatta CA perpendicolare alla CD, si risolva nelle componenti AB, BC ciascuna uguale ad 1; sarà per la 47 d'Euclide AC $=\sqrt{2}$, e con tale velocità il globo A supererà la molla CD. Si stabiliscano due altre molle NC perpendicolare alla forza componente BC, e la molla CO perpendicolare alla forza BA; levata CD, se per aprire direttamente ciascuna d'esse si ricerca 1 grado di velocità, e perciò per tutte due, gradi 2, è chiaro, che il globo A urtando solamente colla velocità AC $=\sqrt{2}$, potrà aprirle amendue; perchè la sua azione AC è obliqua rispetto alle molle CN, CO; onde queste fanno una resistenza minore di 2.

493. Il quinto argomento è di Giovanni Bernoulli nel capo 13. della citata dissertazione §. 449, dove diffusamente espone la Teoria
Tav. 8. Fig. 1. de' corpi elastici. Si prenda la molla abc, che per lo suo elaterio possa stendersi finochè faccia un angolo retto. Ponete l'ostacolo fisso a a, e dall'altra parte un ostacolo nel punto c uguale al primo; la molla tra questi compressa eserciterà uguale azione contro amendue; perciò la metà dell'azione andrà contro c, l'altra metà contro aa. In vece dell'ostacolo c, si ponga un'altra molla c d e uguale, e simile alla prima a b c; contro quella eserciterà la molla a b c, metà della sua forza; e così ancora la molla c d e, con mezza la sua forza urterà a b c, e con mezza l'ostacolo posto nel punto f. Dunque il globo f spinto da due molle, è come fosse spinto da una sola, perchè riceve solamente metà della forza. Lo stesso discorso si può fare, unendo più molle
Tav. 8. Fig. 1. 2. insieme per ispingere una palla. Perciò quando le molle si sforzano di aprirsi, la loro forza è sempre la stessa, qualunque sia il numero delle medesime, purchè siano tra loro simili, e uguali. Ma se in vece d'un corpo fisso si ponga il globo f, allora dilatandosi attualmente

te

te le molle, la loro forza, che prima era morta, o una semplice pressione, mutandosi in forza viva, sarà diversa secondo il numero delle molle. Onde essendo tutte uguali, e simili, se le molle b, d siano due, e le molle b, d, f, h, l, n, p, r siano dodici, e i globi f, t uguali, se gli angoli abc, cde, efg, ghi, ilm, mno ec. dell'apertura loro siano parimente uguali, la forza comunicata al globo f, sarà a quella del globo t; come 2 : 12; cioè le forze saranno tra loro come il numero delle molle. Ma le forze morte erano uguali; dunque le forze morte, e le vive sono di gran lunga diverse. Cercando poi matematicamente le velocità impresse a' globi dalle molle, truova, che queste non sono come 2 : 12, ma come $\sqrt{2} : \sqrt{12}$; quindi le forze vive, che hanno la stessa ragione del numero delle molle, saranno tra loro come i quadrati delle velocità. Tralascio la dimostrazione matematica di questo, perchè in essa non consiste la difficoltà.

494. Alla opposizione del Bernoulli si risponde, che è verissima la differenza, che passa tra la pressione, e l'impulso, come ancora noi abbiamo osservato §. 460. L'impulso, o la forza comunicata al globo dalle molle, è come il primo elemento, o la pressione multiplicata nel tempo, in cui ciascuna si dilata; e da ciò nasce, che la forza comunicata sia come il numero delle molle. Ciascuna d'esse non si dilata in un istante, ma ricerca del tempo per ispandersi, e questo tanto è maggiore, quanto è maggiore il numero delle molle; se non si dilata il primo cde, non ha spazio il secondo abc, per dilatarsi; perciò se il primo ci mette un minuto secondo, tutti e due ce ne porranno due. Ma l'effetto è proporzionale alla forza multiplicata nel tempo §. 467. dunque la forza impressa sarà come la velocità iniziale ripetuta tante volte, quanto è il tempo impiegato dalle molle per aprirsi. Da questo però non siegue, che la forza viva sia come il quadrato della velocità, ma come la semplice velocità multiplicata nel tempo, cioè come la somma di tutte le velocità iniziali. Se si concepissero le molle infinitesime, e infinite di numero, la loro espansione essendo infinitamente piccola, si potrebbero prendere gl'impulsi fatti in ciascuna espansione come costanti; e perciò la serie delle molle potrebbe paragonarsi colla forza di gravità, che accelera i corpi; onde siccome in essa abbiamo dimostrato, che la forza acquistata, è come la semplice velocità; così ancora in queste deve accadere.

495. Il sesto argomento è dello stesso Bernoulli nella dissertazione, *de vera notione virium vivarum*, che sta negli Atti di Lipsia

del

del 1735. Siano più molle uguali, e simili, tra due globi disuguali A, B; dilatandosi queste comunicheranno nel tempo stesso a' medesimi velocità, che saranno reciproche alle loro masse §. 351. Se dunque la massa del globo A si chiami A, la velocità ricevuta a; quella di B sia B, la sua velocità b; avremo A: B::b:a; onde Aa=Bb;
Tav. 8. Fig. 3. cioè le palle avranno moto uguale. Tra i due globi si darà un punto, che dividerà la loro distanza in ragione inversa de' pesi; sia questo il punto C; maggior numero di molle s'eserciterà contro B minore, che contro A maggiore, e il punto C, perchè spinto da uguali quantità di moto, starà quieto. Quindi avremo BC: AC::A:B, ovvero come b:a. Il globo A riceve la sua forza dal numero delle molle AC, e il globo B dal numero BC. La forza della palla A chiamisi K, quella di B, sia R; avremo R: K :: BC: AC. Onde avremo ancora R: K :: b:a. Si multiplichino i due ultimi termini per le quantità uguali Bb, Aa, avremo R: K :: Bb^2 : Aa^2; e perciò le forze comunicate a' globi saranno come le masse, e i quadrati delle velocità.

496. A questo raziocinio rispondo, che le velocità comunicate a' globi dalle molle, non le ricevono nel tempo stesso §. 494. perchè il punto C è immobile, e fa le veci di ostacolo, e le molle non sono uguali di numero. Quanto poi al computo analitico si può ritorcere l'argomento. Per Giovanni Bernoulli abbiamo R: K :: Bb^2 : Aa^2; ma Bb=Aa; dunque riducendo l'ultima ragione a minore espressione col dividerla per quantità uguali, avremo R: K :: b: a; cioè le forze vive saranno come le velocità. Per dirla brevemente, essendo Bb=Ab, sarà ancora $B^2 b^2 = A^2 a^2$, e perciò R: K :: $B^2 b^3$: $A^2 a^2$, cioè le forze come i quadrati delle masse, e i cubi delle velocità.

497. Pietro Musschenbroek nel capo 6. della Fisica, §. 181. e s' Gravesande nel *lib.* 2. *c.* 2. §. 724. 725. per evitare la risposta cavata dal tempo, s' ingegnano di provare, che nell'espansione delle molle non si deve considerare il tempo. L'intero effetto della molla dipende dalla forza, con cui si dilata, dalla velocità, e il tempo, in cui s'espande. Onde essendo E l'effetto, C la celerità, T il tempo, V la forza, avremo E: VCT. Prendete ora una molla, che si dilati con doppia velocità, lo farà in due volte meno di tempo; perciò sarà E: 2 CV $\times \frac{1}{2}$ T; onde E: CVT; dunque il tempo sia maggiore, o minore non deve considerarsi, perchè l'effetto è sempre lo stesso.

498. Non discorrono bene però questi Autori, quando oltre la forza, vogliono ancora computare la velocità. Ancora per essi la forza

za comunicata, o l'effetto prodotto è come la forza, o velocità elementare multiplicata nel tempo; non già come la forza, e velocità insieme multiplicate nel tempo. Con maggiore velocità si dilata la molla, maggiore ancora è il minimo elemento di essa comunicato al corpo nel primo istante; ma per avere la somma di tutti, bisogna sempre multiplicare questo in tutto il tempo, che impiegano le molle a dilatarsi. Se non dovesse computarsi il tempo, quando nella molla si suppone cresciuta la velocità istantanea, come potressimo determinare l'intera forza, senza computare il tempo. Certamente se l'elemento della velocità dato dalla seconda molla sia doppio di quello dato dal primo, e tutte due operino in tempo uguale, per avere la forza intera basterà prendere la stessa ragione, che passa tra le velocità; ma se operino in tempi diversi, sarà necessario computare i tempi.

499. Bernoulli nella citata dissertazione osserva, che la considerazione del tempo è affatto inutile parlandosi delle forze. Cada il globo A dall'altezza AC, e un altro B dalla BC. S'applichi in C la mezza cicloide CFEI; hanno dimostrato i Geometri, che gli archi cicloidali di qualunque grandezza, sono equidiuturni. Se dunque i due globi A, B colla forza acquistata nel discendere risalissero per gli archi cicloidali CFE, CF, li descriverebbero nel tempo stesso; dunque essendo le forze come gli spazj descritti in salire, è inversamente come il tempo §. 482. non dovendosi questo computare, saranno le forze, come le altezze, da cui caddero, cioè come i quadrati della velocità. Tav. 4. Fig. 8.

500. Accordo ben volentieri, che quando un corpo risalisse per archi della cicloide, o pure per le corde CG, CH del circolo, che ha generato la cicloide, allora il tempo non deve porsi in computo; ma da questo stesso si ricava un argomento fortissimo a favore de' Newtoniani.

501. E' la cicloide CFEI una curva, che si concepisce determinata da un punto preso sulla periferia d'un cerchio, che girando sopra una linea retta, descrive intanto con questo punto la cicloide. Se dunque il circolo, che si chiama genitore CHGD, da principio col punto C avesse toccato l'estremità I, e quindi si fosse a poco a poco innalzato, finchè tutt'i punti della periferia del cerchio CHGD avessero toccati i punti della linea ID, il punto C avrebbe delineato la curva IEFC, che si chiama mezza cicloide. Camminando in questo mo-

modo il circolo dal punto I verso D, è chiaro, che la mezza circonferenza DGHC sarà uguale alla DI. Supponiamo ora che i globi AC, BC cadendo risalgano per gli archi cicloidali CFE, CF, s'inalzeranno certamente fino in E, F ad uguali altezze CA, CB, e non ne ho dubbio. Sia AC=4, BC=1, la celerità acquistata per AC, starà a quella per BC come 2: 1 §. 393. Lo stesso accaderebbe a'globi, se in vece degli archi cicloidali risalissero per le corde CG, CH; essendo ancora queste descritte nel tempo stesso, come si dimostrerà nella Statica. La stessa ragione seguono ancora le forze; e perciò saranno proporzionali alle semplici velocità. Imperocchè essendo i globi A, B uguali di massa, e risalendo in tempi uguali, saranno le loro forze acquistate in discendere, come gli spazj CFE, CF, che descrivono in risalire; non già come l'altezze CA, CB, secondo, che dicono i Leibniziani, perchè quantunque trovandosi in E, F si trovino ad uguali altezze A, B; ciò non ostante i veri spazj percorsi sono gli archi cicloidali CFE, CF, per descrivere i quali impiegano ugual tempo. Ma CFE: CF :: 2 : 1; dunque la forza di A, alla forza di B come 2: 1; cioè le forze sono come le velocità acquistate.

502. Mi resta a dimostrare, che CFE : CF :: 2 : 1; il che faccio così. Il rettangolo DCA $=\overline{CG}^2$; DCB $=\overline{CH}^2$, perchè $\overline{CG}^2 = \overline{GA}^2 + \overline{CA}^2$, 47. lib. 1. Euclid., $\overline{GA}^2 =$ CAD rettangolo, coroll. prop. 13. lib. 6.; onde $\overline{CG}^2 =$ CAD $+ \overline{CA}^2$; ma CAD $+ \overline{CA}^2 =$ DCA rettangolo, prop. 3. lib. 2.; dunque DCA $=\overline{CG}^2$. Dalle due prime equazioni abbiamo DCA : DCB :: $\overline{CG}^2 : \overline{CH}^2$; e dividendo i rettangoli per DC loro lato, sarà AC : BC :: $\overline{CG}^2 : \overline{CH}^2$; ma AC : BC :: 4 : 1 §. preced. Dunque $\overline{CG}^2 : \overline{CH}^2$ :: 4 : 1, ed estraendo la radice quadrata CG : GH :: 2 : 1. Ma per la natura della cicloide 2CG = CFE, 2CH = CF; dunque ancora CFE : CF :: 2 : 1.

503. Musschenbroek nel tom. 1. della Fisica in idioma Francese c. 6. §. 18. per evitare la considerazione del tempo, così discorre. Quando nel corpo la forza è determinata, non dobbiamo aver conto del tempo. Se uno avesse forza 100., consumata la quale dovesse morire, sarà lo stesso se la consuma presto, o tardi; sempre dopo un giorno, un'ora, o un minuto, in cui l'impieghi si troverà, che ha descritto lo stesso spazio, perchè la forza è 100. Inoltre ci siano due uomini, e il primo abbia forza 100., consumata la quale muoja; e porti il peso d'una libra, che trasportandolo per un piede di distanza, ci consumi un

gra-

grado di forza, il secondo abbia forza 100, ma porti un peso di 4 libre, onde nella distanza d'un piede perda quattro gradi di forza. Si muovano questi due uomini tardi, o presto, poco importa; il primo sempre morrà dopo aver camminato 100 piedi; il secondo dopo 25.

504. Questi argomenti non provano altro, che quando si sa la quantità della forza, e che è in arbitrio di quello, che l'ha, d'esercitarla in che tempo vuole, allora non dobbiamo considerare il tempo. Ma ne'casi dove abbiamo computato il tempo, era necessario considerarlo, perchè la forza acquistata da'corpi dovea impiegarsi in un tempo determinato, il quale se si fosse mutato, si serebbe ancora variata la forza stessa. Anzi negli stessi esempj di Musschenbroek, se volessimo misurare la forza impiegata da tutti due dopo 4 minuti di tempo, sarebbe necessariissimo avere ad esso riguardo. Perchè se tutti due fanno un piede in un minuto, avrà il primo consumato 4 di forza, e il secondo 16; se fanno 2 piedi in un minuto, avrà il primo consumato 8, il secondo 32, e perciò sarà già morto. Se il primo fa 3 piedi in un minuto, il secondo 1; avrà il primo consumato 12 di forza, il secondo 16. Collo stesso metodo apparirà, che ancora negli esempj riferiti si deve moltissime volte considerare il tempo per determinare la forza impiegata, e quella che loro resta. Brevemente dirò, se non si computa il tempo, la parte di meccanica, che insegna ad innalzare con piccola forza un peso considerabile, diverrà miracolosa, e sopranaturale.

505. Il settimo argomento lo fece il Marchese Poleni nel Trattato *De Castellis Aquarum* già mentovato al numero 118. Sia la macchina DABC, ove le colonne AD, BC hanno nella loro lunghezza segnati alquanti palmi, e la tavola EF possa ad arbitrio alzarsi, o abbassarsi a qualunque altezza, e quivi resti fissata dalle viti E, F. G è una molla assai levigata, che può contenere qualunque globo, per esempio a. Il globo H s'attacca al filo Hc, il quale passa per la girella c, e la sua punta si mette tra la palla a, ed il legname cF. Aprendosi la molla, nel tempo stesso cade il globo a, e si libera la punta del filo dalla compressione, in cui era, onde ancora la palla H scende da quella altezza, in cui era posta. Il tiratore LI è pieno di sevo liquefatto, o di creta molle spianata: cadendo i globi a, H imprimono in questa sostanza molle delle fosse, con quella forza, che hanno acquistata cadendo. Le viti m, m, m, servono per collocare la macchina in un piano orizontale, e perciò le altezze DA, CB perpendicolari all'orizzonte. Tav. 7. Fig. 3.

506. Poſta queſta macchina ſi poſſono facilmente ripetere le ſperienze fatte dal Poleni, che ſono le ſeguenti. Sia il globo C di 2 libre, A d'una; l'altezza oa ſia 2, uc s'uguagli a un piede. Amen- Tav. 8. Fig. 4. due queſti globi abbiano ugual volume; i peſi loro in queſto caſo hanno la ragione reciproca delle altezze. Laſciandoli cadere amendue produſſero ſopra il ſevo uguali foſſe, che ſono eſpreſſe per gdh, mfn. Ciò poſto così argomenta il Poleni. Le foſſe ſono effetti delle forze, ma quelle ſono uguali per la ſperienza; dunque i globi nel cadere hanno acquiſtato forze uguali. Le forze non ſono uguali, che miſurandole da' peſi multiplicati nell'altezze, cioè ne' quadrati delle velocità acquiſtate §. 392. dunque la ſteſſa ragione devono ancora ſeguire le forze. Miſurando le forze col metodo antico, la forza di A ſarà $1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$; la forza di C ſarà $2 \times \sqrt{1}$ cioè 2; e perciò non uguali; ma ſe ſi prendono dalle altezze avremo $1 \times 2 = 2 \times 1$, onde le forze ſaranno uguali. La ſteſſa ſperienza ſi verifica in qualunque altra ragione reciproca ſi prenda; peſi A lib. 1, oa ſia 4 piedi; peſi C lib. 4., uc ſia un piede, le foſſe, e perciò le forze ſaranno uguali. Ma prendendole come le radici quadrate delle altezze, ſono diſuguali, perchè la prima è 2, la ſeconda è 4; all'incontro miſurandole dalle altezze, amendue ſono 4; dunque da' quadrati delle velocità hanno da ripeterſi le forze, non dalle velocità ſemplici.

507. Prima di riſpondere all'argomento, è neceſſario l'eſporre due eſperienze fatte primo di tutti da Pietro de Martino nella citata diſſertazione, e ripetute collo ſteſſo ſucceſſo nell'Accademia Napoletana, l'anno 1742. Siano due globi A, B d'ugual volume, e maſſa, che cadano dalle altezze oa, rb come 2 : 1, la foſſa gdh, ſta alla foſſa iel come $\sqrt{2} : 1$. Cadano i due globi B, C, i peſi de' quali ſono 1 : 2, da altezze uguali rb, uc, le foſſe iel, mfn ſaranno tra loro come $1 : \sqrt{2}$. Se nella ſperienza oa = 4, rb = 1, ſaranno le foſſe come 2 : 1. Se nella ſeconda il peſo B ſia 4, C ſia 1; ſaranno le foſſe come 2 : 1. ſempre, cioè come le radici delle altezze nel primo caſo, e de' peſi nel ſecondo.

508. Per miſurare le foſſe s'è ſervito l'autore del preſente metodo. Si prenda il diametro de' globi eſattamente; facendo ſopra un pezzo di ſodo cartone più circoli concentrici, e tagliandoli ad uno ad uno nel mezzo, finochè il globo paſſi eſattamente dentro il circolo tagliato. Avuto il diametro eſatto di eſſi, col ſemidiametro, ſi faccia un circolo in carta, porzione del quale ſupponiamo, che ſia l'ar-

co

cò gdh, iel, mſn. Tirati ſulla larghezza della foſſa due fili, che ſi taglino ugualmente, ſi prenda così la loro larghezza, gh, il, mn. Applicate queſte come corde a' circoli ora deſcritti col ſemidiametro delle palle, e diviſe ugualmente in a, b, c, per gli centri de' circoli ſi tirino ad, be, cf; le foſſe fatte ſaranno tra loro come le altezze ad, be, cf. Imperocchè le foſſe prodotte ſono tra loro come le cavità gdh, iel, mſn, ovvero come queſte porzioni delle ſuperficie sferiche; ma tali porzioni ſono come le ſaette, o parti del diametro ad, be, cf Prop. 27. de' Teoremi ſcelti d'Archimede dal Tacquet; dunque queſte altezze eſprimeranno la proporzione, che hanno tra loro le foſſe.

509. Miſurate le altezze, ſi trovano nella prima eſperienza di Martino come $\sqrt{2}:1$, nella ſeconda come $1:\sqrt{2}$. Per vedere la proporzione, che hanno tali linee, ſi prenda nella prima ſperienza la più piccola be, e ſopra eſſa fatto un quadrato, eſſendo queſta 1, ſarà per la 47 d'Euclide la ſua diagonale uguale $\sqrt{2}$; e ſi troverà con non poca ammirazione, che da ſarà appunto la diagonale del quadrato; lo ſteſſo ancora accaderà della cf nella ſeconda ſperienza.

510. Ora nella prima ſperienza del Martino; l'effetto di A s'eſprime per la foſſa gdh, ovvero per la ſua altezza ad; l'effetto di B per la foſſa iel, ovvero per la ſua altezza be. Prendiamo per più facile intelligenza oa = 4, rb = 1. La velocità, colla quale A urta nel ſevo è 2, cioè come la radice quadrata dell'altezza oa §. 393. Quella, con cui urta B, è per la ſteſſa ragione 1. Si divida da, in parti minime tra loro uguali, e così ancora be. Tutta ad, è doppia di be; dunque ancora a 2 ſarà doppia di b4. Le linee 1 2; 34 eſprimano le velocità, che reſtano ne' globi dopo aver deſcritto gli ſpazj a2, b4. I tempi ſono come gli ſpazj diviſi per le velocità §. 380.; dunque il tempo impiegato dal globo A per deſcrivere a2, o per ſuperare la reſiſtenza del ſevo, ſtarà al tempo impiegato da B per deſcrivere b4, come $\frac{2}{2}:\frac{1}{1}$, onde in tempi uguali deſcriveranno amendue i globi i loro ſpazj, cioè formeranno le foſſe nel ſevo. Perciò eſſendo le forze come gli effetti, e le maſſe direttamente, e come il tempo inverſamente per la Prop. 14., eſſendo i tempi, e le maſſe uguali, ſaranno le forze come gli effetti, o foſſe ſcavate; ma queſte ſono tra loro come le radici quadrate delle altezze oa, rb; dunque ancora le forze ſaranno come le radici quadrate delle altezze, cioè come le ſemplici velocità.

511. Nella seconda sperienza del Martino i globi BC, cadendo da altezze uguali, con pari velocità urtano nel sevo; perciò gli spazj minimi saranno come i tempi §.345. 379., e perciò sarà c6; b4 come il tempo, in cui descrive l'altezza c6, al tempo in cui descrive b4. Ma cf, è dupla della be; dunque il tempo che impiega C nel cavare la fossa mfn è doppio di quello, che adopera B per formare iel. La forza di C sarà per la prop.14. uguale $\frac{4 \times 2}{2}$; quella di B uguale $\frac{1 \times 1}{1}$; onde le forze saranno come 4: 1. Ma C pesa quattro volte più del globo B; dunque le forze impiegate da essi, nel cavare le fosse, saranno come le loro masse. Ma quando due corpi hanno velocità uguali, i loro moti sono come le masse §.356. Dunque le forze impiegate da amendue i globi sono proporzionali al moto, che essi hanno; e perciò forza, e quantità di moto sono lo stesso ne' corpi.

Tav. 8. Fig. 4.

512. S'uniscano amendue queste sperienze, e cadano i globi A, C disuguali di massa, da altezze reciproche a' loro pesi, avremo la spiegazione della sperienza del Poleni. Le forze acquistate da' globi A, C saranno come le loro masse multiplicate nelle radici delle altezze, o velocità semplici; e perciò pesando A, libra 1, e cadendo dalla altezza oa, ch'è 4, acquisterà forza 2; pesando C, lib. 4, e cadendo dall'altezza uc, che è 1, acquisterà forza 4; onde le forze saranno come 1 : 2. Ma quantunque le forze siano disuguali, ciò non ostante gli effetti prodotti, o le fosse scavate saranno eguali. Perchè sebbene per riguardo alle altezze diverse dovrebbero impiegare lo stesso tempo nel formarle §.510. pure a riguardo delle masse diverse devono, come abbiamo dimostrato §.511. impiegare tempo diverso nello scavarle. Onde è vero, che la forza di C è doppia di quella del globo A, ma C impiega due volte più tempo in operare, e perciò la perdita, che fa, deve essere doppia della perdita di A. I globi A, C perdono la loro forza a proporzione della resistenza, che ricevono, come saggiamente osserva Pietro di Martino, nella lodata dissertazione. La resistenza è in ragione composta della superficie, immersa e del tempo impiegato dalla forza. Perchè quanto maggiore è la superficie del corpo, tanto maggior numero di parti della sostanza molle, o del sevo operano contro d'esso. Nel nostro caso le superficie de' globi A, C sono uguali; perciò la resistenza, che incontrano, sarà come i tempi impiegati a sprofondarsi nel sevo; ma C sta due volte più di A; dunque sebbene abbia doppia forza, con tutto ciò incontrando due volte più resistenza, produrrà lo stesso effet-

to

to di A; perlochè le fosse saranno uguali. Che le fosse debbano essere eguali, la stessa ipotesi lo porta con se. Secondo il Poleni abbiamo A : C :: uc : oa; dunque ancora $\sqrt{A} : \sqrt{C} :: \sqrt{uc} : \sqrt{oa}$; e perciò $\sqrt{A} \times \sqrt{oa} = \sqrt{C} \times \sqrt{uc}$; ma questi due prodotti esprimono le fosse scavate §. 510. 511; dunque ancora queste saranno uguali.

513. Alla sperienza del Poleni molti autori hanno risposto, adducendo molti argomenti per potere spiegare l'addotta sperienza, ma per quanto abbiano detto, il Pemberton, Mairano, Crivelli, e gli altri tutti, non potevano arrivare al segno d'un' intera, e chiara soluzione; avendo sempre supposto, che quando corpi uguali in molle, e in peso cadono da altezze diverse, le fosse scavate fossero proporzionali alle altezze. Forse non hanno mai pensato di metter ciò sotto l'esame delle sperienze, come primo di tutti l'ha fatto il giá lodato Pietro di Martino trovando, che le fosse seguono sempre la ragione sudduplicata delle medesime altezze.

514. Il dottissimo Marzagaglia nella citata dissertazione §. 45. per rispondere all'argomento del Poleni accorda, che dalla sperienza si deduca, che le fosse scavate da un corpo grave cadente da altezze diverse siano come le stesse, e perciò proporzionali a'quadrati delle velocità. Da ciò ricava, che il moto, con cui le formano, è uniformemente ritardato; onde siccome nel moto uniformemente accelerato, le forze sono come le masse, e le velocità; così ancora lo stesso accaderà nel moto uniformemente ritardato; e perciò le forze da'globi cadenti acquistate saranno come le masse, e le velocità. Ottima, e nuova sarebbe la risposta all'argomento del Poleni, se la sperienza d'un corpo cadente da altezze diverse non dimostrasse il contrario, cioè che le fosse sono come le radici delle altezze.

515. Collo stesso metodo, che abbiamo risposto all'argomento del Poleni, si spiegano l'altre sperienze fatte dallo s'Gravesande nel tomo I. della sua Fisica, ad imitazione di quella del Poleni, e si rende ancora ragione di quella, che leggesi nel tomo II. carte 391. de'Commentarj dell'Istituto di Bologna. L'istituto delle Scienze, e delle arti fondato nel 1708. dal General Marsili, e l'Accademia delle Arti liberali stabilita in casa d'Eustachio Manfredi fino dal 1690. s'unirono insieme, e formarono un corpo solo nel 1714.; ma il primo tomo de'Commentarj non uscì, che nel 1731.

516. I primi, che intrapresero ad esaminare le forze de'corpi, che sono in moto, furono il P. Marino Mersenno dell'Ordine de'Minimi,

nimi, nato nel Borgo d'*Oysè*, nella *Maine*, l'anno 1588. e il P. Gianbattiſta Riccioli della Compagnia di Gesù. Si servì il primo, come riferiſce nel libro *Cogitata Phyſico-Matematica* ſtampato a Parigi nel 1644. d'una bilancia, da un lato della quale attaccava ſucceſſivamente varj peſi, e ſopra l'altro braccio della bilancia facea cadere lo ſteſſo peſo da altezze diverſe; avendo oſſervato, che queſto cadendo da altezze, ch'erano tra loro come 1, 4, 9, 16 ec. acquiſtava tanta forza da poter ſollevare diverſi peſi attaccati, e che corriſpondevano alle radici quadrate delle altezze, cioè erano ſucceſſivamente come i numeri 1, 2, 3, 4 ec. ne ricavò, che le forze acquiſtate erano come le radici quadrate delle altezze, o come le ſemplici velocità.

517. Il P. Riccioli nell'Almageſto nuovo al lib. IX. ſez.4. n.13. c.16. provò lo ſteſſo, facendo cadere una palla di legno dentro vaſi d'acqua alti once 7, e 14. Nel primo caſo per toccare il fondo dovea cadere da 7 once d'altezza, nel ſecondo per toccare il fondo nel vaſo d'once 14, dalla altezza di 106. once. Fu ripetuta queſta ſperienza dal P. Franceſco Lana della ſteſſa Compagnia nel tom. I. della ſua Opera intitolata *Magiſterium Naturæ, & Artis*, carte 163. Eſper. 5. facendo cadere un globo di cera da mezzo piede d'altezza in un vaſo alto un piede, e pieno d'acqua; s'immerſe in eſſa 16. linee, e cadendo da un'altezza ſedici volte maggiore, cioè d'otto piedi s'immerſe ſolamente linee 32. Un globo di legno dalla prima altezza s'immerſe 8 linee, dalla ſeconda 16. Lo ſteſſo Riccioli riferiſce un'eſperienza fatta da eſſo conficando una punta competentemente alta di ferro nel butiro; indi ſopra eſſa laſciando cadere una palla di legno da altezze diverſe, trovò, che ſe le altezze erano come 1, 4, 9, 16, i profondamenti della punta nel butiro ſi facevano colla ſeguente legge 40, 115, 196, 278. Da queſta ſperienza però, come ſaggiamente oſſerva il Rev. P. Abbate Orlandi Profeſſore di Fiſica eſperimentale nella Reale Univerſità di Napoli, nella nota ſeconda al Capo 6. §.174. *Elementorum Phyſicæ tom.* I. di Muſſchenbroek riſtampati in Napoli nel 1745. ſi dovrebbe ricavare più toſto, che le forze non ſono come le velocità ſemplici; perchè in tal caſo dovrebbero eſſer ſtati i profondamenti, come 40, 80, 120, 160. Quindi meritamente non abbiamo, che per ora fatto menzione di queſte ſperienze di Merſenno, Riccioli, e Lana, perchè non fatte con tutta l'accuratezza;

quan-

quantunque da esse prima del Leibnizio tutt'i Fisici ricavassero la misura delle forze colle semplici velocità.

518. Per compiere adunque questa breve dissertazione della misura delle forze; resta che concludiamo sicuramente, che *Ogni forza corporea sia viva, o morta debba misurarsi dalla velocità del corpo, e dalla sua massa*. Onde in appresso promiscuamente ci serviremo delle parole *forza motrice*, e *moto*, o parlando dello stesso corpo di velocità. Resterà ancora intatta la maniera comune di esprimere nel moto composto le forze, o velocità per mezzo de' lati, e diagonale del parallelogrammo; e la velocità iniziale di qualunque corpo sarà sempre proporzionale alla pressione, o potenza movente. Daniele Bernoulli morto il corrente anno 1748. nella dissertazione *Examen Principiorum Mechanicæ*, che sta nel 1. tomo degli Atti di Pietroburgo pretende dimostrare un altro metodo, per la composizione delle forze, che meritamente ho tralasciato, perchè è fondato sulla misura Leibniziana delle forze. Fu Daniele fratello di Nicola Bernoulli, che nacque a Basilea nel 1695. e morì nel 1726. prima di Daniele. Amendue furono figli di Giovanni Bernoulli, e nipoti di Giacomo suo fratello, che nacque a Basilea nel 1654. e morì nel 1706.

519. Compiremo questa parte generale della Meccanica con un Problema del celebre Varignon nelle Memorie dell'Accademia Reale di Parigi del 1700. Ebbe questa la sua origine nel 1666. sotto gli auspicj di Ludovico XIV. colla direzione di Gianbattista Colbert, di cui fu Segretario Giambattista du Hamel, e dopo la sua rinnovazione successa nel 1699. Bernardo Fontenelle. La Storia, e le Memorie, o dissertazioni degli Accademici dal suo principio a tutto il 1698. colle tavole de' volumi dalla sua origine fino al 1730. sono stampate a Parigi in 18 volumi in quarto. La Storia, e le Memorie dal 1699. fino al 1742. compresi i seguenti trattati; La figura della terra 1718. la Geometria degl' infiniti 1725. l' Aurora boreale 1731. la Meridiana dell' Osservatorio verificata 1740. sono comprese in 48. volumi in quarto a Parigi. Queste stesse Memorie compariscono in ciascun anno ristampate in Olanda. Oltre tali volumi hanno ancora insieme raccolte tutte le Macchine, e Invenzioni approvate dall' Accademia in 6 tomi in quarto, e le dissertazioni, che dall' anno 1733. fino al presente, hanno riportato il premio dall' Accademia, che sono al numero di nove.

PRO-

PROPOSIZIONE XVI.

Data la Forza, o Velocità, o Spazio, o il Tempo nel moto variabile, trovare il resto.

Tav. 6. Fig. 4. 520. TUtti gli angoli della figura sono retti. Si diano sei curve di qualunque specie; di modoche AH, che è ascissa comune alle tre prime rappresenti gli spazj descritti dal corpo; la semiordinata TH, e tutte le parallele ad essa significhino il tempo; le semiordinate VH, VG denotino le velocità; le semiordinate FG, FH, FE esprimano le forze impiegate dal corpo a muoversi; essendo le curve FM, VB, TD ec. di qualunque natura, è chiaro, che colle loro ordinate potranno esprimere qualsisia ragione, che passi tra le forze, velocità, e tempi, per riguardo agli spazj. La curva TD ovunque vada a terminare o in A, o più sopra, si chiamerà curva de' tempi, le due VB, VK curve delle velocità; e le tre FN, FO, FM curve delle forze.

521. Gli spazj s'esprimano per s, i tempi per t, le velocità siano c, le forze y. Sarà ds lo spazio infinitesimo percorso con la velocità iniziale, che si reputa uniforme c; sia dc l'accrescimento d'essa, nel tempo infinitesimo dt; sarà d_s lo spazio con esso descritto §.378. Onde avremo $c = \frac{ds}{dt}$; e supponendo il tempo sempre lo stesso, cioè costante, sarà §.374. 379., $dc = \frac{dds}{dt}$. Di più §.472. sarà inoltre $y = \frac{dds}{dt^2}$; ovvero essendo $\frac{dds}{dt^2} = \frac{dds}{dt} \times \frac{1}{dt}$; e $\frac{dds}{dt} = dc$; avremo ancora $y = \frac{dc}{dt}$. Quindi si ricavano i Canoni seguenti, co' quali dato lo spazio, o il tempo ec. si ritrovano gli altri.

Canone 1.	Canone 2.
$c = \frac{ds}{dt}$	$y = \frac{dds}{dt^2} = \frac{dc}{dt}$

522. Sia data ora l'ipotesi di Galileo; in questa gli spazj sono come i quadrati della velocità; e perciò $s : c^2$; onde $\sqrt{s} : c$; sostituendo nel primo canone abbiamo $\sqrt{s} : \frac{ds}{dt}$; ovvero $dt : (ds : \sqrt{s})$; questa ragione integrata mi da $t : 2\sqrt{s}$; onde $\frac{1}{2} t : \sqrt{s}$; $\frac{1}{4} t^2 : s$; e perciò $4 . s : t^2$, onde non solo la curva VB delle velocità; ma ancora TD de' tempi essendo applicate agli spazj AH saranno Parabole Apolloniane. All'incontro VK curva delle velocità, che ha per ascissa GA = TH, che esprime il tempo sarà una linea retta; perchè essendo $\sqrt{s} : c$; $\sqrt{s} : t$; sarà ancora $c : t$; e perciò VG : GA in qualunque pun-

punto della linea VK, saranno le ordinate come le ascisse; dunque la linea, che termina le ordinate VG sarà retta, come abbiamo trovato ancora nel §.396. Per esser certo, che l'integrale di ($ds:\sqrt{s}$) sia $2\sqrt{s}$; si faccia $\sqrt{s}=s^{\frac{1}{2}}$ §.311.; e poi si differenzii $2.s^{\frac{1}{2}}$ §.373.

523. Essendo in tale ipotesi $c: \sqrt{s}$, differenziando avremo $dc: (ds: 2\sqrt{s})$. Sostituito questo valore nel secondo canone, in vece di dc, avremo $y=(ds: 2dt\sqrt{s})$; ma §.522., $\sqrt{s}: \frac{1}{2}t$; $s: \frac{1}{4}t^2$, e differenziando questa ragione $ds: \frac{1}{2}tdt$; dunque sostituiti i valori di $\sqrt{s}$, ds nella formula precedente avremo $y: (\frac{1}{2}tdt: tdt)=\frac{1}{2}$, dunque nell'ipotesi Galileana essendo la forza uguale a un numero determinato, sarà *costante*.

524. Collo stesso metodo, che abbiamo trovato la forza costante, dati gli spazj come i quadrati delle velocità §.522.; potremo ancora trovare questa ragione, che passa tra gli spazj, se supporremo, che sul principio ci sia data l'ipotesi d'una forza costante. Perchè in tale ipotesi FH, FG, FE, che esprimono le forze, sono sempre le stesse; onde le curve FM, FN, FO si muteranno in linee rette, essendo dunque y costante, e per lo canone 2; $y=\frac{dc}{dt}$, avremo ancora $dt=\frac{dc}{y}$, ma $c=\frac{ds}{dt}$ canone 1; dunque in vece della dt, sostituendo il suo valore ritrovato, avremo $c=\frac{yds}{dc}$, onde $cdc=yds$, e perciò integrando sarà $ys=\frac{1}{2}c^2$, ovvero $2ys=c^2$, la quale equazione essendo d'una parabola, in cui c esprime l'ordinata, s l'ascissa, 2y il parametro della parabola, che è costante; la curva VB sarà una parabola. Collo stesso metodo si troverà, che anche la curva TD de' tempi è Parabola.

525. Giova inoltre da questo stesso problema ricavare la dimostrazione della 1 parte della prop. 39. lib. 1. de' principj Matematici di Newton, acciocchè sempre più apparisca il suo uso singolare. Rappresentando FH la forza y, se si prende il suo minimo elemento, e prolungando $AH=s$, si prende il minimo elemento ds, dello spazio AH, avremo un minimo rettangolo, se si multiplicano amendue insieme. L'area dunque FAH sarà un aggregato d'infiniti di questi rettangoli, onde avremo $\int yds=AFH$ §.388. Dal primo canone abbiamo $dt=\frac{ds}{c}$, dal secondo $dt=\frac{dc}{y}$; dunque $\frac{ds}{c}=\frac{dc}{y}$; e perciò $yds=cdc$; e integrando $\int yds=\frac{1}{2}c^2$; onde $\int 2yds=c^2$; e ancora $\sqrt{\int 2yds}=c$; onde $c=\sqrt{2AFH}$. Cioè qualunque sia la forza variabile d'un corpo, *la sua velocità sarà sempre come la radice quadrata dell'area compresa tra lo spazio*

descritto AH, *la forza* FH, *e la curva delle forze* FM; come appunto dimostra il Newton nel luogo citato.

CAPO XII.

Delle Forze inerenti a' Corpi.

526. Finora esaminando la terza proprietà primaria de' corpi, detta Mobilità, abbiamo discorso generalmente del moto, dell'energia, che hanno a muoversi, e delle forze, che non sono distinte dal loro moto attuale. In questo capo scendiamo più al particolare, esaminando quelle forze, o principj di moto, che attualmente si trovano ne' corpi, per mezzo delle quali producono quegli effetti, che noi vediamo. La principale tra queste è la *Gravità*, che è una forza per mezzo della quale osserviamo i corpi incessantemente portati verso la terra; se sono liberi cadono attualmente; se sostentati da un filo, o appoggiati sopra qualche piano, stirano il filo a cui s'attaccano, o premono il piano, su cui son posti. La gravità adunque è una forza inerente ad ogni minimo naturale, del quale il corpo è composto; e l'aggregato di questi minimi naturali siccome produce la massa d'un corpo, così l'unione delle loro forze gravitanti forma quello, che noi chiamiamo *Peso*. Conviene perciò seriamente distinguere la *Gravità*, dal *Peso*, quella è la forza di scendere verso terra, questo è l' effetto prodotto dalla medesima in una massa determinata.

527. Quantunque la gravità, come tutti gli altri moti non siano al corpo essenziali, perchè di natura propria è inerte, come abbiamo dimostrato nella Sezione terza a carte 73; ciò non ostante si truova in tutti quelli, sopra i quali si possono fare delle sperienze; onde per la regola d'analogia §. 4. 14. ricaviamo, che questa forza debba competere a tutti gli altri corpi grandi da noi lontani, e alle minime parti, che compongono quelli, che sono sotto i nostri occhi. Dello stesso sentimento è stato Platone nel suo Timeo, e Democrito come ne espone Lucrezio Caro nel *lib.* 2. *De Rerum Natura*.

Nunc locus est (ut opinor) in his illud quoque rebus
Confirmare tibi, nullam rem posse sua vi
Corpoream sursum ferri, sursumque meare.
Nec tibi dent in eo flammarum corpora fraudem.

Sur-

Surſus enim verſus gignuntur, & augmina ſumunt:
Et ſurſum nitidæ fruges, arbuſtaque creſcunt,
Pondera, quantum in ſe eſt, cum deorſum cuncta ferantur.
Nec cum ſubſiliunt ignes ad tecta domorum,
Et celeri flamma deguſtant tigna, trabeiſque
Sponte ſua facere id ſine vi ſubigente putandum eſt:
Quod genus, e noſtro cum miſſus corpore ſanguis
Emicat exultans alte, ſpargitque cruorem.
Nonne vides etiam, quanta vi tigna, trabeiſque
Reſpuat humor aquæ? nam quam magi' merſimus alte
Directa, & magna vi multi preſſimus ægre:
Tam cupide ſurſum revomit magis, atque remittit,
Plus ut parte foras emergant, exſiliantque.
Nec tamen hæc quantu' eſt in ſe, dubitamus, opinor,
Quin vacuum per inane deorſum cuncta ferantur.
Sic igitur debent flammæ quoque poſſe per auras
Aeris expreſſæ ſurſum ſuccedere, quamquam
Pondera, quantum in ſe eſt, deorſum deducere pugnent,
Nocturnaſque faceis cæli ſublime volanteis,
Nonne vides longos flammarum ducere tractus,
In quaſcunque dedit parteis, natura meatum?
Non cadere in terram ſtellas, & ſidera cernis?
Sol etiam ſummo de vertice diſſupat omneis
Ardorem in parteis, & lumine conſerit arva.
In terras igitur quoque ſolis vergitur ardor.
Tranſverſoſque volare per imbreis fulmina cernis:
Nunc hinc, nunc illinc abrupti nubibus ignes
Concurſant, cadit in terras vis flammea volgo.

528. Di contrario parere è ſtato Ariſtotele, come appare nel *lib.*4. e 8. *Phyſicorum*. Giudica, che ci ſiano due luoghi, *inferiore*, e *ſuperiore;* al primo tendono coſtantemente i corpi denſi, e che hanno una maſſa conſiderabile, come la terra, e l'acqua; al ſecondo vanno per lo contrario coloro, che hanno poca denſità, come l'aria, il fuoco, ec. Onde nella ſua opinione non ſolo ſi dà la *Gravità*, ma ancora la *Leggerezza naturale*. Di queſta aſſoluta leggerezza non rende eſſo altra ragione, che l'addotta de' luoghi, la quale è una mera petizione di principio.

529. Contro tale opinione dottamente ſcriſſe il Wallis nella

disquisizione geometrica *De Gravitate, & Gravitatione*, volume 2 delle sue Opere carte 705, Osford *1693*. L'Accademia del Cimento nella sua Opera intitolata *Tentamina Experim. natural. &c.* nella parte 2, *Exper. probantia non dari levitatem* ristampati a Leiden nel 1731. colle aggiunte di Pietro Musschenbroek.

530. Dopo il 1565. Bernardino Telesio fondò l'Accademia Cosentina, una delle prime d'Europa, che diede stimolo all'altre, che le succedettero; onde poi nacque l'Accademia del cimento, fondata in Firenze a'tempi del Galilei dal Principe Leopoldo di Toscana. A simiglianza di questa nel 1652. sotto l'Imperadore Leopoldo I. cominciò l'Accademia *Naturæ Curiosorum*, che nel 1670. principiò a stampare, sotto il titolo di *Miscellanea Curiosa, Medico-Physica*. Nel 1663. sotto Carlo II. Re d'Inghilterra la *Società Reale*, la di cui Istoria espose Tommaso Spraat nel 1665. in Inglese, e nel 1667. in Francese. Gli atti della medesima stese dall'anno 1665. Oldenburgio in Inglese; e il compendio di questi fino a'tempi presenti Giovanni Lowthorp, Beniamino Motte, e Giovanni Gray. Gl'interi Atti d'Oldenburgio avea intrapreso di trasportare in Francese il Bremond, avendone già mandato fuori un volume nel 1738. di quelli del 1735. 1736. un volume nel 1739. che abbracciava la tavola delle materie dal 1665. al 1735. e il terzo volume nel 1740. che comprende gli Atti del 1733. 1734. prevenuto però dalla morte non ha potuto continuarne la traduzione. Nacque poi nel 1666. l'Accademia di Parigi, come già abbiamo esposto. Nel 1682. gli Atti di Lipsia. Nel 1700. per opera di Leibniz sotto Federico I. Re di Prussia quella di Berlino. Nel 1723. sotto Pietro I. Imperadore di Moscovia l'Accademia di Pietroburgo, che perfezionò Caterina nel 1725.

531. Contro l'assoluta leggerezza ancora scrisse diffusamente Alfonso Borelli nel *cap. 4. De Motibus Naturalibus, a gravitate pendentibus* stampato a Leiden nel 1686. e Samuele Claark nelle note alla Fisica di Roault *part. 1. cap. 16.*

532. Renato Cartesio col nuovo Sistema de'Vortici fu di parere, che qualunque corpo per la propria natura non fosse nè grave, nè leggiero; ma spinto da una materia, che gira continuamente, e compone un vortice intorno la nostra terra, diventasse grave; e perciò fosse da questo continuo impulso ogni corpo determinato a discendere verso la terra. Onde nella presen-

te

te costituzione di cose ogni corpo ha una estrinseca gravità, se si eccettua quella materia, che è cagione della medesima. Contro Aristotele, e i Cartesiani dimostreremo per mezzo delle osservazioni, *che ogni corpo, e minima parte di esso sono gravi; e che perciò questa Gravità è una proprietà universale*, sebbene non d' essenza de' corpi.

533. *Osservazioni*. Qualunque corpo grande, o piccolo, denso, o raro, di qualunque figura, o tessitura interna; e qualunque parte d' esso ovunque si lasci liberamente nell'aria, osserviamo, che quivi non si ferma, ma scende verso terra, e sempre per una linea perpendicolare alla superficie di questa, e nel discendere accelera il moto suo. Questa gravità noi l' osserviamo costantemente in tutt'i corpi, e le loro minime parti componenti, osservando continuamente, che tutte non restano da per loro nell'aria senza qualche manifesta cagione di questo star sospeso, come ora dichiareremo.

534. *Osservazioni*. Se prendiamo un pezzo di legno, lasciato questo nell'aria libera cade immediatamente; ma se lo mettiamo dentro un vaso d'acqua più non scende, e galleggia. Si paragoni allora il peso d'un volume d'acqua uguale a quello del legno, e lo troveremo maggiore di questo. Ma la forza minore non può superare la maggiore; dunque andando l'acqua con più forza verso terra del legno, non potrà questo dividerla, e perciò obbligarla a salire, ma resterà galleggiante. Quello stesso, che accade al legno relativamente all'acqua, ha luogo in molti altri corpi piccoli per riguardo dell'aria. Un volume d'acqua lasciato da alto cade per mezzo all'aria; ma se io prendo una menoma parte d' essa, si può dare il caso, che dilatandola pesi meno di quello, che pesa un uguale volume d'aria; quindi è che dovrà restare in essa sospesa, come fa il legno nell'acqua, non già per la propria sua leggerezza, ma per la gravità maggiore, che ha l'aria.

535. *Osservazioni*. Questo viene confermato dall'osservare, che le minime parti esalate nell'aria da'corpi animali vegetanti, e inerti diminuiscono il loro peso, come osservò primo di tutti il Santorio nella sua Medicina Statica, Giacomo Keil nella Medicina Statica ristampata a Leiden nel 1730. Gorterio, e Steffano Hales nella Statica de' vegetabili. Anzi l'ultimo autore trovò il modo di pesare la continua insensibile traspirazione delle piante, che trovò essere di più libre, come vedremo parlando di queste. Dunque

que le parti insensibili traspirate da'corpi, sebbene realmente salgano nell'aria, sono ciò non ostante pesanti, e questa loro salita dipende non dalla propria leggerezza, ma da qualche forza, che in alto le spinge.

536. *Osservazioni*. L'aria stessa, ch vien supposta senza peso da'Cartesiani, e cagione di esso, dimostreremo nella Fisica particolare, che pesa. Il fumo, e la fiamma, che pajono leggieri, perchè sono nell'aria più pesante di loro, se si ritrovano nel luogo voto, scendono a terra come tutti gli altri corpi. Parlando della natura del fuoco, con esperienze dirette proveremo ad evidenza la sua gravità. E' perciò questa un affezione universale di tutte le parti della materia.

537. Quindi è senza alcun fondamento l'opinione de'Cartesiani moderni, i quali giudicano, che la materia sottile cagioni la gravità, e perciò essa ne sia priva. La sua insussistenza apparirà nelle varie spiegazioni della gravità, che finora hanno date i Filosofi. Per ora dimandiamo a'Cartesiani, con quale esperienza dimostrano, che l'aria sottile non pesa. Certamente non hanno altra ragione di ciò, se non che quest'aria sottilissima cagiona la gravità; ma questo è un supporre ciò che deve provarsi, e non s'accorda, come in appresso vedremo, colle sperienze. Questa materia sottile nasce dalla divisione de'corpi, o delle prime particelle, nelle quali sul principio distinse Iddio la materia. Quanto più s'assottigliano le parti d'un corpo, tanto più s'avvicinano alla natura della materia sottile; se diminuiscono in infinito, ecco la materia, di cui parliamo. Ma le parti grosse della materia pesano; dunque lo stesso ancora deve dirsi delle infinitamente piccole. Sarà la loro gravità minima, e proporzionale alla massa, ma ciò non ostante saranno gravi. Il dire il contrario è un formarsi un sistema totalmente immaginario, e contro le costanti osservazioni, o analogia della natura; tanto più, che con immediate sperienze si dimostra la gravità delle parti sottilissime traspirate da'corpi dell'aria, e del fuoco, quantunque pajano dotate di leggerezza.

538. Dimostrata la gravità come un affezione comune a tutte le parti della materia, resta ora d'osservare, con quali leggi operi ne'corpi. *Tre sono le leggi*, colle quali vediamo tutto dì operare la gravità.

PRI-

PRIMA.

La Gravità accelera i corpi uniformemente, nelle distanze, alle quali possiamo arrivare da terra.

SECONDA.

La Gravità è proporzionale alla massa.

TERZA.

La Gravità in maggiori distanze da terra è inversamente, come i quadrati delle distanze.

539. QUanto alla *prima legge;* gli Antichi ancora hanno conosciuto, che il moto de' corpi cadenti s'accelera, quindi nacque l'assioma loro meccanico, *motus in fine velocior*. Ma che la gravità accelerasse i corpi uniformemente, ovvero dasse loro gradi di velocità al tempo proporzionali, Galileo Galilei fu il primo a dimostrarlo col raziocinio, e confermarlo per mezzo dell' esperienze nel Dialogo 3 tomo 3. delle sue Opere ediz. di Padova 1744.

540. Sappiamo dalle osservazioni, che la gravità d'un corpo sollevato a qualunque distanza da terra è sempre la stessa, e perciò costante; onde opererà questa ne' corpi sempre in proporzione del tempo; dimodoche in tempi uguali darà loro gradi uguali di velocità, in disuguali, saranno i gradi proporzionali a' tempi. Il moto adunque de' corpi gravi è uniformemente accelerato. Ciò posto esamina il Galileo le proprietà del medesimo, e truova, che gli spazj con questo moto descritti devono essere in duplicata ragione de' tempi, prendendoli da principio; e in ciascun tempo in particolare, come i numeri dispari ec. secondo che noi ancora abbiamo dimostrato nel capo 7, e 8 precedenti.

541. *Esperienza*. Data una giusta idea de' Teoremi fondamentali di questa specie di moto, passò a dimostrare colla seguente sperienza, che ne' corpi gravi cadenti realmente ha luogo questa specie di moto. Porta l'esperienza dopo il Cor. 1. del Teorema 2. Prese un regolo di legno lungo 12 braccia fiorentine, largo 3 dita, e alto

alto mezzo braccio. Nella larghezza fece incavare per lungo un canale largo un dito, e dopo eſſere ben pulito, c'incollò di più dentro una carta pergamena liſcia, e luſtrata. Quindi alzato da una parte il regolo all'altezza d'uno, o due braccia da terra, dimodoche formaſſe un piano inclinato, faceva ſcorrere per dentro il canale una palla di bronzo ben rotonda, e liſcia, da altezze diverſe, della ſua lunghezza. Prima fece più volte ſcendere la palla dalla cima del canale, per aſſicurarſi del tempo, che impiegava la palla a ſcorrerlo tutto; quindi laſciò andare la ſteſſa dalla quarta parte del canale, e miſurando eſattamente il tempo, trovò, che queſta impiegava la metà del tempo, che avea adoperato nel percorrerlo tutto. Perciò chiamata 1 la lunghezza del canale, e 1 il tempo impiegato a ſcorrerla; ſi vede chiaramente che 1 ſta ad $\frac{1}{4}$ della detta lunghezza; come 1 tempo al quadrato di $\frac{1}{2}$, che è il tempo ſecondo. Paragonando inoltre il tempo impiegato dalla palla nello ſcorrere l'intero canale con quello, che ci voleva per iſcendere ſolamente da $\frac{2}{3}$, da $\frac{1}{4}$ d'eſſo; trovò, ripetendo ben cento volte l'operazione, che ſempre gli ſpazj erano tra loro, come i quadrati de' tempi. Ma la gravità opera nel piano inclinato, come nelle altezze perpendicolari, conforme dimoſtreremo nella Statica; dunque il moto de' corpi gravi cadenti è uniformemente accelerato §. 363. Si ſervì del piano inclinato perchè in eſſo diminuendoſi la gravità del corpo fin dal principio della caduta, ſi poſſono più agevolmente miſurare i tempi, che impiega a diſcendere.

542. La ſperienza fatta dal Galilei diede occaſione a' Meccanici di eſaminarla, e con ciò verificare con nuove ſperienze la prima legge de' corpi gravi cadenti. Tra queſti abbiamo il P. Riccioli Geſuita nato in Ferrara nel 1598. che la verificò facendo cadere varj corpi da altezze perpendicolari, nel modo ſeguente.

543. *Eſperienza*. Il P. Riccioli come riferiſce nella parte prima dell' Almageſto nuovo, per confermare la Teoria Galileana ſi ſervì della Torre degli Aſinelli in Bologna; la di cui altezza è di piedi romani 280. Avea diviſa la ſteſſa in tanto numero di piedi, che dal piano della piazza potevano facilmente ſcorgerſi le diviſioni. Quindi da una fineſtra, che ſta vicino alla ſua cima laſciò andare un globo di creta peſante 8 once Romane, nel tempo ſteſſo, che due altri dalla piazza notavano il primo i piedi, che deſcriveva, il ſecondo il tempo, che impiegava a deſcrivere un determinato numero de'

me-

medesimi. Si servivano per la misura del tempo d'un pendulo, che faceva ogni oscillazione in 10 minuti terzi, cioè nella sesta parte d'un minuto secondo; e dopo avere adoperata una somma attenzione e diligenza, trovarono, che gli spazj e i tempi erano nella seguente ragione.

Vibrazioni del pendolo.	Piedi scorsi.
5	10
10	40
15	90
20	160
25	250

dividendo i numeri delle vibrazioni per 5, e i numeri degli spazj per 10, resterà ciò non ostante tra i tempi, e gli spazj la stessa proporzione; ed avremo queste ragioni.

Tempi.	Spazj.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

dalla qual tavola chiaramente apparisce, che sempre gli spazj sono tra loro come i quadrati de' tempi; come appunto porta la teoria di Galileo. Con un altro globo ripetè di nuovo la sperienza, e i tempi, e gli spazj furono come i seguenti.

Minuti secondi.	Piedi descritti.
1"	15
2"	60
3"	135
4"	240

Se si quadrino i tempi, s'osserverà, che questi sono in proporzione cogli spazj descritti; onde 1 : 4 :: 15 : 60, e ancora 1 : 9 :: 15 : 135. ec. Le stesse sperienze riferisce il P. Grimaldi Gesuita collo stesso successo, avendole fatte insieme col P. Riccioli. La Teoria di Galileo fu inoltre confermata dalle Accademie di Parigi, e di Londra in più occasioni, e il P. Sebastiano, come riferisce Fontenelle nella Istoria dell'Accademia 1699. inventò una macchina, col cui mezzo potesse esattamente misurarsi lo spazio in ciascun tempo descritto. Noi descriveremo alcune macchine più adattate allo stesso uso secondo lo s'Gravesande, e il Nolet.

544. *Esperienza*. Si formi la macchina IDEI di legno, dimodocche la superficie curva AF, BF la di cui altezza è in circa pollici 9, sia cicloidale; ma da F, in G, G sia piana, cioè tangente della superficie cicloidale; lunga un piede, e divisa in molte parti uguali; da F, F verso A, B sia divisa la superficie cicloidale in parti tra loro disuguali, ma corrispondenti a parti uguali dell'altezza NM. Ci siano i suoi ripari HH, LL, H d'un altezza competente; i ripari O, O si possano fermare ovunque nella lunghezza FG colle viti. Stabilita la macchina orizzontale per mezzo delle viti C, C, e del pendulo NM, che sta in mezzo di BA, si mettano i ripari O, O in F, F; quindi nel primo spartimento A, e nel secondo B si lascino nel tempo stesso due palle d'ottone levigate da altezze diverse, nel tempo stesso descriveranno gli archi cicloidali, e arriveranno in F, F. Quindi si dimostra la proprietà degli archi cicloidali, che sono percorsi in tempi uguali. Ciò posto si ponga l'ostacolo primo O al quarto punto della divisione, da F, e l'ostacolo O al punto sesto della divisione computando da F. Il primo globo nello spartimento AF si lasci da altezza 4, il secondo in BF da altezza 9; amendue arrivano nel tempo stesso agli ostacoli OO. Le altezze dalle quali cadono, sono tra loro come 4: 9; gli spazj descritti FO, FO colle velocità acquistate, e che essendo percorsi nel tempo stesso, esprimono le velocità stesse §. 343. sono tra loro come 4: 6, e dividendo per 2, come 2: 3; dunque le velocità acquistate nello scendere, sono come le radici quadrate delle altezze. Ma questa è proprietà del moto uniformemente accelerato §. 385. tale perciò deve esser quello de' gravi cadenti.

Tav. 9. Fig. 1.

545. *Esperienza*. Per confermare la stessa Teoria descrive il Nolet la macchina seguente. Si stendano due corde di metallo parallele AB, CD, che facciano con CP un angolo di gradi 22 $\frac{1}{2}$, e siano lunghe 12 pollici. Si divida AB in 9 parti uguali. Il pendulo fH giri intorno due perni Aa, e sia di tale lunghezza, che faccia una vibrazione, nel tempo, che il peso G scende da A fino ad 1. Per esser certi di ciò, sotto il pendolo si fissi un sonoro campanello I, che il pendolo leggermente toccandolo colla punta sottile nel muoversi lo faccia sonare. Il peso G, che ha il suo centro di gravità sotto la corda A, per mezzo d'una rotella scorra facilmente per la corda AB, e con un filo sottilissimo si tenga attaccato in a, dimodoche muovendosi il pendolo, questo colla sua punta f, liberi il peso G, accioc-

Tav. 7. Fig. 4.

chè

chè possa scendere. Sopra il punto 1, si fermi con vite il piccolo campanello K, che il peso G passando colla sua punta sottile faccia sonare. Dato moto al pendolo fH, sarà subito sonare il campanello I, e libererà nel tempo stesso il peso G; se quando il pendolo fH fa sonare la seconda volta il campanello I, il peso G faccia sonare il suo K, saremo certi, che in una vibrazione di pendolo, va il peso da A in 1. Preparata così la macchina, movendo il pendolo si troverà, che al secondo suono di I, il peso sta in 1, al terzo si trova in 4, al quarto sarà in 9. Dunque nel primo momento descrive 1, nel secondo 3, nel quarto 5 spazj; e perciò il moto del grave cadente è uniformemente accelerato §. 394.

546. *Esperienza*. S'uniscano insieme due tavole perpendicolari AC, CD sopra un base di legno, e si scavi nella prima il canale curvo AB, e bene levigato. Si divida BD in tre parti uguali, e l'altezza BC in tre parti disuguali, che siano come 1, 3, 5; compiti i parallelogrammi, si piantino negli angoli tre anelli a, E, F, voltati coll'apertura verso B; e tali, che per essi possa passare il globo, che si lascia cadere dal punto A. Lasciato il globo dal buco A, quando arriva in B, avrà acquistato una determinata velocità, colla quale scorrerà in tempi uguali spazj uguali, se camminasse per la linea BD, non essendovi nuova causa, che acceleri. Supponiamo, che in un secondo di tempo, o in minuto terzo, o in qualunque altro tempo descriva B 1, nel secondo tempo sarà 1, 2; nel terzo 2, 3; tutti uguali al primo spazio B 1. Ma quando è in B si truova il globo cadente in aria, onde oltre la forza di gravità, è ancora spinto dal proprio peso; perciò se questo ne'tempi uguali a'primi sarà obbligato dalla gravità a descrivere spazj, che siano come 1, 3, 5, descriverà di moto composto la parabola BaEF §. 444. nella quale le ascisse B1, B3 ec. sono tra loro, come i quadrati delle ordinate 1a, 3E ec. Ma l'esperienza dimostra, che il globo passa per tutti tre gli anelli a, E, F; dunque realmente la Gravità lo accelera uniformemente §. 444. Con questa sperienza si spiega la seguente, che è di molto uso nella spiegazione di molti fenomeni fisici. Tav. 7. Fig. 5.

547. *Esperienza*. Sopra due corde ben tese e c, d b possa facilmente scorrere la tavola ML. Abbia questa in mezzo un piccolo mortaro come da bomba L, il quale di sotto in vece di fondo ha un pezzo di cilindro di legno, che può muoversi in su, e in giù, ma non già uscire, nè cadere dal mortaro. Sotto questo s'attacchi un Tav. 7. Fig. 6.

piccolo martello a molla, il cui manico corrisponde in O; deve essere talmente fatto, che alzandosi tenda la molla, e lasciandolo, questa lo faccia dare con impeto, contro il fondo del mortaro. Si carichi il martello, e in O ci sia una piccola punta, attaccata al filo a O, che trattenga il manico d'esso, e lo tenga caricato. Posta la tavola ML vicino a, dentro il mortaro L si metta una palla d'avorio, che ci vada commodamente; quindi attaccata la tavola al filo MN, che passa per la girella N, si tiri più ugualmente, che si può la tavola sopra le corde tese, e con tale velocità, che in un secondo di tempo faccia 8, o 10 piedi di cammino. Quando la tavola è arrivata come in figura si rappresenta, esce la punta attaccata al filo a O, dal buco della tavola L, si scarica colla molla il martello contro il fondo mobile del mortaro, e questo spinge in aria la palla; allora si continui a muovere la tavola, finochè faccia due volte ancora tanto cammino, quanto ne ha fatto, e vedrete che la palla imboccherà nel mortaro arrivato in S. La palla nell'uscir dal mortaro ha due forze una del martello secondo la direzione Pp, l'altra della tavola, che cammina, secondo la linea MS; perciò va in aria colla direzione PQ, ovvero PR; a misura, che la forza MS è maggiore, o minore di Pp §. 421. Ma essendo in aria, la gravità opera ogni momento, e l'obbliga a descrivere la curva PTS, che è una parabola §. 546. e perciò a imboccare di nuovo il mortaro, quantunque abbia camminato.

548. Per fare l'applicazione di quest' utilissima esperienza, se camminando un vascello si getti dalla sommità dell'albero di mezzo una pietra al suo piede, o da questo si tiri un' archibusata alla cima, il sasso, e la palla caderanno al piede dell'albero, quantunque questo si muova insieme colla nave, e que'che stanno dentro il vascello vedranno muoversi il sasso, e la palla perpendicolarmente, ma quei che stanno alla riva, li vedranno descrivere una linea curva. Dottamente sopra di ciò parla il Galilei nella sua Opera intitolata il Dialogo, alla Giornata seconda, tom. 4. delle sue Opere in Padoa 1744. e il Gassendi con replicate esperienze l'ha confermato. Quindi se camminasse la terra da Occidente in Oriente con velocità da fare 250. tese Parigine in un secondo, e si scaricasse un cannone perpendicolarmente, la palla tornerebbe a imboccarlo, nel discendere. Questa dottrina unita a quella del §. 293. e seguenti, serve per determinare i moti composti relativi, e gli effetti da essi prodotti in

più

più circostanze, e il modo con cui si debbono contemperare, per produrre un effetto determinato.

549. Confermata abbastanza la prima legge Galileana della gravità, conviene esporre alcune difficoltà, che furono mosse contro di essa. Il P. Francesco terzo de Lanis Gesuita nel tom. I. del suo *Magisterium Naturæ, & Artis Tractatu* 3. *lib.* I. dal capo I. al 4., pretende con molte proposizioni, e sperienze dimostrare l'insussistenza della teoria di Galilei. Nella prop. 71. pretende dimostrare, che l'accelerazione geometricamente considerata, cioè supponendo, che la prima velocità iniziale sia infinitamente piccola, deve esprimersi per un triangolo, le di cui ordinate, parallele alla base rappresentino le velocità crescenti; ma parlando fisicamente va altrimenti la cosa, perchè la natura opera sempre determinatamente, e perciò la prima velocità, che da al corpo sarà determinata non infinitesima; onde gli spazj non per triangoli, ma per rettangoli dovranno esprimersi; e perciò gli spazj seguiranno la proporzione de' numeri semplici naturali 1, 2, 3, 4, 5 ec. non già de' numeri dispari 1, 3, 5, 7 ec. come vuole Galileo. A questa difficoltà abbastanza abbiamo ovviato nell' esposizione del moto accelerato, e si potrebbe al già detto soggiungere, che la natura corporea opera certo determinatamente, ma non per salti. Comincia dal zero, e va per una serie continuamente crescente, con una ragione determinata, e invariabile, salendo dall' insensibile al sensibile; altrimente se tralasciasse qualche grado di velocità, e lo saltasse, in quel momento diventerebbe inerte, e perciò resterebbe perpetuamente così per la sez. 3. Ottimamente a questo proposito dice Lucrezio *lib.* 2. *De Rerum Natura*.

Prima moventur enim per se primordia rerum,
Inde ea, quæ parvo sunt corpora conciliatu,
Et quasi proxima sunt ad vires principiorum,
Ictibus illorum cæcis impulsa cientur:
Ipsaque, quæ porro paullo majora lacessunt.
Sic a principiis ascendit motus, & exit
Paullatim nostros ad sensus, ut moveantur,
Illa quoque in solis, quæ lumine cernere quimus:
Nec quibus id faciant plagis apparet aperte.

550. Lo stesso de Lanis nella prop. 76. pretende, che dalle sperienze tanto si ricavi la proporzione degli spazj come i quadrati de'

tem-

tempi, quanto quella degli spazj come i numeri naturali 1, 2, 3, 4 ec. Se un corpo cada da un'altezza in 32 minuti quarti; posto il primo spazio 1, l'ultimo sarebbe 1024, quanto è il quadrato di 32; nella seconda ipotesi l'ultimo spazio s'esprimerebbe per 528, quanta è la somma di tutt'i numeri naturali 1, 2, 3, 4 ec. fino a 32. La differenza tra 1024, 528 è considerabile certamente, ma in pratica non possiamo distinguere i minuti quarti, e perciò dobbiamo prendere un tempo più sensibile: per esempio quattro minuti quarti insieme; onde il tempo di 32 minuti sarà diviso in 8 parti solamente; lo spazio descritto nel primo tempo sarà 10; onde dopo 8 tempi sarà $64 \times 10 = 640$, che s'accosta molto più al 528 nato dall'ipotesi degli spazj secondo i numeri naturali 1, 2, 3, 4 ec. Dunque prendendo il tempo sensibile, dall'esperienza tanto si ricava l'ipotesi del Galilei, quanto quella de' numeri naturali. Finalmente computando ancora la resistenza dell'aria, conclude il P. Lana nella prop. 82. che deve in Fisica aver luogo la seconda ipotesi. In conferma di questa opinione, che è del P. de Chales Gesuita *Tom. 2. Mundi Mathemat. lib. 2. Staticæ, prop.* 11. ripete il Lana l'esperienza già fatta da questo Autore, che osservò, facendo cadere un corpo da alto, la seguente proporzione.

Minuti secondi.	Piedi.
$\frac{1}{2}$	$4 + \frac{1}{2}$
1	$16 + \frac{1}{2}$
$1 + \frac{1}{2}$	36
2	60
$2 + \frac{1}{2}$	90
3	123

551. A questa seconda ragione di Lana rispondiamo, che benchè si conceda, che un minuto quarto non sia sensibile, e perciò si debbano prendere quattro di essi, o ancora maggior tempo, sempre però sarà sensibile il divario d'amendue l'ipotesi, quando si paragonino gli stessi tempi. Per esempio diviso il tempo in 8 parti, nell'ipotesi Galileana l'ultimo spazio sarà 640, in quella di de Chales sarà 360, quanta è la somma di 8 numeri nella serie naturale 1, 2, 3, 4 ec. posto il primo spazio 10; perciò il divario sarà sempre sensibile, essendo poco meno della metà. Quanto all'esperienza fatta dal de Chales, e ripetuta dal Lana diciamo, che si sono serviti di globi d'un gran volume, e piccolo peso; onde la resistenza dell'aria ha perturbato l'esperienza sensibile. De Chales non fa menzione del loro peso, ma bensì il Lana dicendo, che

al-

alcuni erano di piombo, e pesavano grana $25\frac{1}{2}$, cioè $\frac{1}{22}$ d'oncia in circa, essendo l'oncia composta di 576 grana. Altri globi erano galle di quercia, il peso delle quali era di grana 46, e perciò $\frac{1}{13}$ d'oncia in circa. Dal che apparisce il loro piccolo peso, e gran volume aver prodotto tutte quelle irregolarità, che s'osservano nella tavola di de Chales. Di fatto ridotta a minore espressione dividendo i tempi, per $\frac{1}{2}$, e gli spazj per 4, avremo la seguente proporzione.

Tempi.		Spazj.
1	————————	$1 + \frac{1}{16}$
2	————————	$4 + \frac{1}{8}$
3	————————	9
4	————————	15
5	————————	$22 + \frac{1}{2}$
6	————————	$30 + \frac{1}{4}$

Nella teoria galileana gli spazj dovrebbero essere stati i seguenti. 1, 4, 9, 16, 25, 36; paragonandoli cogli antecedenti, si vedrà, che la differenza si fa maggiore nel fine della caduta, dove appunto la resistenza dell'aria è diventata maggiore.

552. Avendo dunque realmente luogo in natura l'ipotesi di Galileo, a' corpi gravi cadenti, se si concepisca detratta la resistenza dell'aria, potremo applicare tutto ciò che abbiamo dimostrato del moto uniformemente accelerato dal §. 382. a tutto il 397. Come dalle sperienze di Galileo, e Riccioli si deduca, che il moto de' gravi è uniformemente accelerato, oltre i paragrafi citati, si può ancora nel seguente modo ricavare. Secondo quelle sperienze abbiamo $s : t^2$; onde differenziando sarà $ds : 2tdt$; e dividendo per dt avremo $\frac{ds}{dt}$, ovvero $c : \frac{2tdt}{dt} = 2t$; perciò $c : t$, cioè la velocità deve essere come il tempo, onde il moto sarà uniformemente acceleto §. 301.

553. Quindi *dato il tempo in cui un grave descrive qualche spazio, possiamo determinare quelli descritti in ciascun momento*. Sia il tempo t, lo spazio a, quello descritto nel primo momento 1, sia x. Avremo gli spazj come i quadrati de' tempi; onde $t^2 : 1 :: a : x$, e perciò $t^2 x = a$, onde $x = \frac{a}{t^2}$, e questo sarà il primo spazio; ma gli altri sono come 3, 5, 7 ec. §. 365.; dunque il secondo spazio sarà $\frac{3a}{t^2}$, il terzo $\frac{5a}{t^2}$ il quarto $\frac{7a}{t^2}$ ec. Il globo del Riccioli fece in 4 minuti secondi piedi 240, ond $t = 4$, $a = 240$.; perciò il primo spazio descritto dal globo fu $\frac{240}{16} = 15$; il secondo $\frac{720}{16} = 45$; il terzo $\frac{1200}{16} = 75$;

il

il quarto fu 105; uniti tutti inſieme danno 240. Ciò è conforme alla ſteſſa ſperienza del Riccioli.

554. Quindi ancora *dato il tempo, in cui un grave deſcrive uno ſpazio dato cadendo, poſſiamo determinare il tempo, che impiegherà a cadere da una data altezza*. Sia il tempo t, l'altezza deſcritta a, la altezza da percorrerſi c, il tempo da impiegarci x; avremo $a : c :: t^2 : x^2$; e perciò $ax^2 = ct^2$, onde $x^2 = \frac{ct^2}{a}$; $x = \sqrt{ct^2 : a}$. Il globo del Riccioli fa 240 piedi in minuti 4; cerco in quanti minuti deſcriverà piedi 135 lo ſteſſo globo eſſendo $a = 240$, $c = 135$, $t = 4$; avremo $x = \sqrt{2160 : 240}$; e perciò $x = \sqrt{216 : 24} = \sqrt{9} = 3$; dunque in 3 minuti ſcenderà dall'altezza di piedi 135.

555. Quindi *dato lo ſpazio deſcritto da un grave in un tempo dato, poſſiamo determinare lo ſpazio da deſcriverſi in un altro tempo*. Sia lo ſpazio percorſo a, il tempo impiegato per eſſo T, lo ſpazio da deſcriverſi x, il tempo dato per deſcriverlo t; avremo $T^2 : t^2 :: a : x$, onde $T^2 x = at^2$; e perciò $x = at^2 : T^2$. Si prenda l'eſperienza del Riccioli, in eſſa abbiamo lo ſpazio $a = 240$, il tempo $T = 4$, il tempo dato t ſia 2 minuti, ſarà $x = \frac{960}{16} = 60$; onde il globo del Riccioli in due minuti farà 60 piedi, come appunto portò l'eſperienza. Queſta prima legge dell'uniforme accelerazione ha luogo ſe i corpi cadenti ſotto un piccolo volume contengano molto peſo; di modo che la reſiſtenza dell'aria non poſſa pregiudicar loro nell'accelerazione, che ricevono dalla gravità; ma ſe i corpi cadenti abbiano un gran volume, e poco peſo, allora reſterà ſenſibilmente perturbata queſta legge d'accelerazione; come oſſerviamo ne' pezzi di legno, ſovero, o piume cadenti da alto. Anzi può diventare tale reſiſtenza dell'aria riſpetto alla forza gravitante, che quanto queſta loro comunica di velocità ogni momento, tanto lor venga tolto dalla reſiſtenza dell'aria. In queſto caſo un corpo non accelererà più il ſuo moto nel diſcendere, ma ſeguiterà a ſcendere con una velocità equabile. Queſt'ultima velocità diventata uniforme, ſi chiama *maſſima*, e dall'Ugenio *terminale*.

556. *Eſperienza*. Galilei fu il primo, che nel dialogo 4 del moto tom. 3. delle ſue Opere 1744. giudicò, che una palla tirata con un archibuſo da alto ſopra una pietra farebbe più colpo, ſe veniſſe da due gomiti d'altezza, che da cento. Queſta ſperienza non fatta dal Galilei, fu poi eſeguita dall'Accademia del Cimento parte 2, Eſperienza 3 intorno al moto de' projetti, carte 117 ediz. di Leyden 1731. Oſſervarono, che

che le fosse fatte da una palla tirata da minore altezza contro una corazza di ferro erano maggiori, che quando la palla scendeva da altezza maggiore; quantunque l'accelerazione della gravità dovesse essere maggiore in questa seconda, che nella prima. Ora questo pruova evidentemente, che l'aria più ritarda un corpo cadente, di quello che la gravità lo acceleri; e perciò questa celerità diviene finalmente equabile.

557. *Esperienza*. Il Signor Frenicle al riferire di Du Hamel Istor. dell' Accad. Reale lib. 1. sez. 5. cap. 3. fu il primo, che coll' esperienza dimostrò, che i gravi cadenti riducono finalmente ad equabilità il loro moto. Un globo formato del midollo di sambuco, che avea 4 linee di diametro, dopo avere scorsi 20 piedi non accelerò più discendendo il suo moto. Il gozzo d'un gallinaccio liberato dal grasso, e gonfiato d'aria, dopo aver descritti piedi 12, seguitò a cadere con moto equabile. Molte sperienze sopra ciò fece il Newton, come riferisce nella prop. 40. *lib. 1. Principiorum Philos. Natur.* colle quali dimostrò, che i gravi cadenti acquistano in qualunque fluido una velocità massima.

558. *Esperienza*. Giovanni Teofilo Desaguliers nato a Londra nel *1683*. in presenza di Newton, Halley, Jurin, Foulkes, e Graham fece cadere dall'altezza di piedi Inglesi 272. varie vessiche gonfiate d'aria, e altri globi, in tutti osservando, che la velocità in esse prodotta dalla gravità era maggiore in quelle di maggior peso, e minore in quelle di peso minore; e ciò tutto nasceva dal ritardamento dell'aria, che quantunque posti i corpi d'ugual volume sia lo stesso, ciò non ostante diminuisce più la forza acceleratrice d'un corpo meno pesante, che di uno più pesante, come ora spiegheremo; onde finalmente può ridurre a niente questa forza acceleratrice, e fare, che il corpo scenda senza più accrescere la propria velocità.

Diametri	*delle vesiche.*		
In Pollici.	millesime.	Grani di peso.	Minuti secondi della caduta.
5	3	128	$19\frac{1}{8}$
5	193	156	$17\frac{1}{4}$
5	33	$137\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{4}$
5	26	$97\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{8}$
5	2	$99\frac{1}{8}$	$21\frac{5}{8}$

Ne' globi di carta

5	5	1800	$6\frac{1}{2}$
5	1	1320	$7\frac{1}{8}$
5	1	1520	7

Ne' globi di vetro.

5	42	2610	$6\frac{1}{4}$
5	55	2910	6

559. Per concepire come corpi dello ſteſſo volume, ma di gravità diverſa nell'aria ricevano una diminuzione diverſa nella loro forza gravitante, che li accelera; ſiano due palle A, B, e la gravità della prima A ſia 1, della ſeconda B ſia 4; eſſendo amendue le palle di ugual volume, riceveranno dall'aria la ſteſſa reſiſtenza, perchè eſcludono uguali volumi di queſta, ſia queſta reſiſtenza $\frac{1}{2}$, dunque nella palla A dopo il primo momento reſterà forza acceleratrice $\frac{1}{2}$, nella ſeconda B, $3\frac{1}{2}$; dopo il ſecondo momento nella palla A non ci ſarà più forza acceleratrice, e ſeguiterà a ſcendere colla velocità acquiſtata, ſenza più accelerarſi; perchè quanto le vorrà dare d'accelerazione la gravità, tanto le ne ſcemerà l'aria; e nella palla B reſterà ancora 3 di forza acceleratrice. Lo ſteſſo che accade a' corpi dello ſteſſo volume, e diverſa gravità, accaderà ancora a quelli di volume diverſo, e ugualmente denſi; perchè eſſendo uguali le denſità, avrà §. 159. la ſuperficie del piccolo maggior ragione alla ſua ſolidità, o materia, che quella del grande alla ſua; onde incontrerà maggior reſiſtenza, §. 166., e perciò più preſto ſcenderà il corpo più voluminoſo, che quello meno.

560. Da queſte ſteſſe ſperienze ricaviamo, che s'è di molto ingannato Ariſtotele quando ha penſato, che le velocità di due gravi cadenti nell'aria ſiano proporzionali al peſo de' medeſimi. Perchè il globo di vetro, che peſava grana 2610. cadde dall'altezza di piedi 272 in minuti ſecondi $60\frac{1}{4}$; la veſſica, che peſava grana $137\frac{1}{2}$, cadde dalla ſteſſa altezza in ſecondi $18\frac{1}{4}$. Il peſo del primo ſta a quello del ſecondo come 19 : 1; la velocità del primo è a quella del ſecondo, come il tempo di queſto, al tempo di quello, §. 343. cioè come 3, 1.

561. Il moto de' gravi cadenti riducendoſi ad equabile, ſi ſpiega per qual ragione la pioggia, la grandine ec. quantunque ſcendano da una conſiderabile altezza, ciò non oſtante, non offendano colla loro velocità i minimi organi delle piante. Se la loro velocità non ſi riduceſſe ad equabile, ma ne acquiſtaſſero in ragione ſudduplicata dell'

altez-

altezza, sarebbe tale, e tanta la loro percossa, che danneggerebbero ancora i corpi più resistenti. Ma quantà è la *velocità*, che dà a' corpi la propria gravità; o per meglio dire quanto spazio fa oro descrivere in un tempo determinato. Ciò determineremo colla seguente.

562. *Esperienza*. Cristiano Ugenio trovò per mezzo di replicate osservazioni, che qualunque corpo grande, o piccolo detratta la resistenza dell'aria, in un minuto secondo fa piedi parigini 15, pollici 1, linee 2 $\frac{1}{18}$. Che l'accelerazione, che ricevono i corpi dalla gravità sia uguale in tutti, detratta la resistenza dell'aria, lo dimostreremo nella seconda legge; per ora basti l'osservare, che tanta celerità riceve ogni corpo dalla gravità propria, che percorre in un secondo piedi 15$\frac{1}{12}$ in circa; e perciò in un minuto primo, ovvero 60 secondi descriverà §. 555. piedi 54300.; perchè $1 : 3600 :: 15\frac{1}{12} : 54300$. Lo stesso ha confermato il Newton nella prop.40., e Mairano ultimamente nelle memorie dell' Accademia Reale del 1735.

563. Col mezzo di questa sperienza, e co' problemi §. 553. 554. 555., si può determinare facilmente qualunque altezza incognita. Si lasci cadere da essa un grosso sasso a perpendicolo, e si noti il tempo, che sta a giungere in terra o con un esatto orologio, o colle battute di polso, computandosi ciascuna un minuto secondo, quando l'uomo è sano, nè alterato dal cibo, o cammino. Supponiamo, che c'impieghi 4 secondi. Si faccia, §. 562. 555., questa proporzione $1 : 16 :: 15\frac{1}{12} : x$, avremo $x = 241\frac{1}{3}$ piedi parigini; e tanta appunto sarà l'altezza data.

564. *La seconda legge della gravità è, che questa è proporzionale alla massa*. Questa legge è una conseguenza della prima, §. 401.; ma inoltre può dimostrarsi col raziocinio, e colla sperienza.

565. Quanto al primo siano due corpi A, B, che cadano dall'altezza s; il tempo, in cui cade il maggiore A, sia T, quello, in cui cade il minore B, sia t; abbiamo $T : t :: \sqrt{s} : \sqrt{s}$ §. 393.; ma $\sqrt{s} = \sqrt{s}$; dunque ancora $T = t$. Perciò due corpi quantunque disuguali in peso cadono dalla stessa altezza, nello stesso tempo, e colla stessa velocità. Ma quando due corpi disuguali di massa si muovono nel tempo stesso, e colla stessa velocità, i loro moti, ovvero le forze sono proporzionali alle masse §. 356.; dunque nel nostro caso cadendo i due corpi A, B dalla stessa altezza, colla stessa velocità, e nel tempo stesso, bisogna, che siano spinti dalla forza di gravità proporzionale alla loro

maſſa. Ogni corpo era indifferente a qualunque moto; dunque per determinare un corpo di maggior maſſa ad andare verſo terra, ſi ricercava più gravità, che a ſpingere uno di minor maſſa. Come appunto ſe vedeſſimo due corrieri uno aſſai pingue, e l'altro agile fare la ſteſſa ſtrada, nel tempo ſteſſo; concluderemmo, che quello, che ha più materia, impiega ancora più forza per andare equiveloce al ſecondo. Sia il corpo A il doppio peſante di B; dividete A in due parti uguali B; ciaſcuna d'eſſe ſeparatamente andrà colla ſteſſa velocità di B; perchè ſpinta da gravità uguale; dunque ſe s'uniſcano inſieme, e formino il corpo A, che è doppio di B, andranno altresì colla ſteſſa velocità di B; perchè ſebbene ſia doppia la gravità, è doppia ancora la parte da traſportarſi.

566. Queſta caduta di qualunque corpo nel tempo ſteſſo dalla altezza ſteſsa Lucrezio ſenz'alcuna ſperienza ricavò anch' eſso col ſemplice raziocinio, ove dimoſtra, che i gravi cadenti in un mezzo reſiſtente, cadono con velocità diverſa; ma ſe ſi detraeſſe la reſiſtenza, ſarebbero equiveloci. *Lib.* 2. *De Rerum Natura*.

Nem per aquas quæcumque cadunt, atque aera deorſum,
Hæc pro ponderibus, caſus celerare neceſſe eſt;
Propterea, quia corpus aquæ, naturaque tenuis
Aeris haud poſsunt æque rem quamque morari;
Sed citius cedunt gravioribus exuperatæ.
At contra nulli, de nulla parte, neque ullo
Tempore inane poteſt vacuum ſubſiſtere rei;
Quin ſua quod natura petit, concedere pergat.
Omnia quapropter debent per inane quietum
Æque, ponderibus non æquis, concita ferri.

Più col raziocinio ancora, che coll'eſperienza il Galilei nel dialogo 1 del moto tomo 3. dell'Opere 1744., deduſse lo ſteſso, avendo oſservato, che una palla d'oro non previene una di rame, cadendo dall'altezza di 100 braccia, di 4 dita; quantunque la ſopravanzi di gran lunga nel peſo; lo ſteſso ancora oſservò accadere in palle di piombo, porfido; ec. dal che deduſſe, che tutta la diverſa celerità, non dipendeſse dal peſo diverſo, ma dalla diverſa ragione, che ha la reſiſtenza dell'aria a peſi diverſi; di modo che, ſe i gravi cadeſsero nel voto, andrebbono colla ſteſsa velocità. Si riputerebbero felici amendue queſti autori, ſe al preſente oſservar poteſsero verificato colla ſperienza nel voto il lor ſentimento.

567. *Eſpe-*

567. *Esperienza*. Si adattino sopra il piatto di metallo della macchina da votar l'aria, varj cilindri tutti alti come AD uno sopra l'altro; acciocchè formino l'altezza di 6, o 7 piedi; e si connettano con cera, resina, e olio liquefatti prima insieme, così l'aria non potrà entrarci dentro. Sopra il tubo DA s'inceri il vaso parimenti di cristallo AEH. Resti questo coperto da un piatto metallico FF. A questo sta fissata la colonnetta G, che è espressa più in grande nella figura 3 dalle lettere GL. Escano da questa le due grosse lastre HH segnate colle stesse lettere in amendue le figure. Per esse passi la vite perpetua IP, che col braccio N esce fuori del piatto, e al foro dove esce ci sono varj cerchi di pelle ingrassata con olio, e acqua acciocchè l'aria non ci penetri, quando si ha da girare la vite. Girandosi questa vite, si gira ancora la ruota dentata K, e con essa l'asse M, e la ruota Q, che è composta di due pezzi, cioè del pezzo piano Q, e del pezzo S, che le sta attaccato dalla parte di sotto come si vede nella fig. 2. Questo pezzo è composto di varie molle R, che vicino ad M, tutto d'intorno sono fermate con viti al pezzo piano Q, e sono incurvate. Tra la molla R, e il suo pezzo piano corrispondente Q si può mettere qualunque corpo, perchè la molla lo terrà. S'inserisca adunque tra essi il pezzo di piombo a, e una piuma c: essendo sei molle, sotto ciascuna si metta un pezzo di piombo, e una piuma. Quindi s'adatti la macchina, come si vede nella figura 2., il grosso filo d'ottone TVX ritorto, e che poi termina in una punta fatta a foglia d'olivo; possa calcandosi in giù spingere tra la molla R, e il piano Q, s'aprirà questa, e nel tempo stesso lascerà cadere la piuma c, e il piombo a. Votati tutt'i cilindri perfettamente d'aria; calcando il filo TVX, aprirà questo la molla, caderanno il piombo a, e la piuma c, nel tempo stesso sul piatto della macchina. Per mezzo della vite NI si rivolti la ruota X, acciocchè un altro pezzo di piombo, e di piuma corrispondano alla parte di sotto della ruota, potremo in questa maniera ripetere per sei volte l'esperienza, e ciò sempre collo stesso successo. Dunque ogni corpo grande, o picciolo, detratta ogni resistenza, è accelerato dalla gravità nella stessa maniera; e perciò scendendo tutt'i corpi dalla stessa altezza con velocità uguali, in tempi uguali, è necessario, che abbiano forze gravitanti proporzionali alle masse. Quindi resta confermato coll'esperienza, che la gravità è proporzionale alla massa, come dovea dimostrarsi nella seconda legge della gravità.

Tav. 9. Fig. 2.

Tav. 9. Fig. 3.

Tav. 9. Fig. 4.

Fig. 2.

568. Que-

568. Questa stessa sperienza si verifica ancora nell'aria stessa; purchè scegliamo corpi, che abbiano non molto grande il volume, ma considerabile la densità. Quindi due grossi pezzi di marmo, quantunque disuguali di peso, nel tempo stesso s'osserveranno cadere da una data altezza.

569. Essendo adunque per questa seconda legge la gravità proporzionale alla massa, sarà questa una forza dipendente dal numero delle particelle, che formano la materia del corpo. Onde restando questo non si diminuirà l'intera forza gravitante del corpo, quantunque il peso, cioè l'effetto di essa possa diminuirsi, come vedremo in appresso nell'Idrostatica. Dunque la *gravità* non dipende dalla *forma*, nè dalla *tessitura*, nè dalla *figura* delle particelle, nè dalla *superficie* del corpo. Perchè mutati questi, si cangerebbe ancora la gravità, quantunque restasse la stessa massa; onde non sarebbe a questa proporzionale.

570. La terza legge di gravità è che questa a distanze considerabili da terra si truova variabile, ed è inversamente come il quadrato della distanza, che ci è tra 'l corpo gravitante, e quello verso il quale gravita. Supponiamo, che lo stesso corpo sia posto successivamente a diverse distanze da terra, che siano tra loro come i numeri seguenti; 1, 2, 3, 4 ec. la gravità d'esso verso terra in queste successive distanze sarà come i numeri seguenti 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$ ec. cioè nella seconda distanza sarà una quarta parte della prima gravità, a distanza tre volte maggiore sarà la nona parte della prima gravità ec. Perchè i quadrati di questi numeri 1, 2, 3, 4 sono 1, 4, 9, 16; e gl'inversi sono §. 317.; 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$.

671. Ricavò questa terza legge il Newton dall'esame delle forze, colle quali i Pianeti sono trattenuti nelle loro orbite, che intorno al Sole descrivono. I. i Pianeti descrivono linee curve; dunque devono essere portati in giro da due forze una, che chiameremo *centripeta*, e tende a quel corpo, intorno a cui girano, l'altra *centrifuga*, che è secondo la direzione della tangente della curva, che essi percorrono §.443. II. Dalle osservazioni è noto, che i Pianeti Mercurio, Venere, Marte, Giove, e Saturno rispetto a noi, che stiamo in terra, non camminano sempre secondo la stessa direzione da Occidente in Oriente, ma talvolta apparisce che stiano fermi, qualche volta che tornino indietro; perciò se dagli archi da loro descritti si concepiscano tirate al centro della terra varie linee, queste formeranno varj

trian-

triangoli detti *Aree*. Ora tali aree non sono rispetto alla terra proporzionali a'tempi, ne'quali i Pianeti le determinano; perchè alle volte appariscono quieti, alle volte tornare indietro. Ma rispetto al Sole però come si dimostra in Astronomia, queste aree sono proporzionali a'tempi; onde secondo quello, che dimostreremo nelle forze centrali, la forza centripeta, che muove ogni Pianeta, deve essere diretta verso il Sole, e non verso la terra. Il contrario però accade nella Luna, che descrivendo rispetto alla terra, e non al Sole aree proporzionali a'tempi, deve essere spinta da una forza centripeta, che è diretta verso la terra. III. Dalle osservazioni di Keplero fatte sopra il Pianeta Marte, e di Ticone Brahe i Pianeti tutti intorno al Sole discrivono ellissi, e il Sole non sta nel centro di essa, ma in uno de'fochi; lo stesso si dica della Luna rispetto alla terra. IV. Nel Trattato delle forze centrali dimostreremo, che quando un corpo deve intorno un altro, che sta nel foco, descrivere un ellissi, ha da esser mosso da una forza centripeta, che sia inversamente, come il quadrato della distanza da esso. Dunque tutt'i i Pianeti intorno al Sole, e la Luna intorno la terra sono spinti da forze centripete inversamente, come i quadrati delle distanze dal Sole, e dalla Terra; perciò essendo la forza di gravità verso la Terra della stessa ragione, che la forza centripeta della Luna verso d'essa, e degli altri pianeti verso il Sole, ne siegue §. 14., che anche la gravità de'corpi debba essere nelle distanze maggiori da terra, inversamente come il quadrato della distanza da essa. Ciò che non passerebbe i limiti d'una ben fondata analogia lo ha dimostrato il Newton, facendo con osservazioni immediate vedere, che la *forza centripeta della Luna è la stessa, che la gravità terrestre*.

572. Sia T la terra, MLB l'orbita, che descrive la Luna in giorni 27, ore 7, minuti 43'; ovvero essendo l'ora composta di 60', in minuti primi 39343'. La distanza LT della Luna da terra mediocre è di $60\frac{1}{2}$ semidiametri terrestri. Essendo secondo il più degli Astronomi, secondo Piccardo il semidiametro mediocre TE, di piedi parigini 19615800; multiplicando questo per $60\frac{1}{2}$ avremo LT = 1186755900. L'orbita lunare si divide come qualunque cerchio in 360 gradi, un grado in 60' primi, un primo in 60'' secondi. Perciò tutta l'orbita lunare conterrà minuti secondi 1296000''. Prendete l'arco LB, descritto dalla Luna in un minuto primo di tempo. Per sapere quanti minuti secondi di grado sia l'arco LB, dividete Tav. 8. Fig. 5.

dete

dete l'orbita lunare 1296000" per lo tempo impiegato a descriverla 39343', e il quoziente di secondi 33" esprimerà quanti secondi di grado contenga l'arco LB. Si cali il perpendicolo BD, e si compia il parallelogrammo DLCB. Essendo il raggio TL assai grande, e l'arco LB di 33" secondi, e perciò assai piccolo rispetto alla vasta periferia, di cui è porzione, si potrà riputare come linea retta. Quindi LC esprimerà la forza centrifuga, LD la centripeta, che unite insieme fanno alla Luna percorrere la diagonale LB.

573. Per ritrovare quanti piedi conterrà la linea LD, essendo noto l'angolo LTB, o l'arco LB, sarà LD seno verso dell'angolo LTB di 33; onde per la Trigonometria avremo questo seno verso uguale 1275235. Quindi sarà TL seno tutto, ad LD seno verso; come TL nota in piedi, ad LD in piedi, da trovarsi, e perciò 100000000000000: 1275235 :: 1186755900: LD; Il prodotto del secondo nel terzo termine è; 1513392660136500; dividendolo per lo primo, cioè tagliando 14 numeri quanti sono i zeri, sarà LD $= 15 + \frac{1339266013650}{10000000000000}$. Questa frazione è uguale ad $\frac{1}{12}$ in circa; perchè se si faccia la proporzione 1000000000000: 133926601365:: 12: x, il numeratore della nuova frazione, il di cui denominatore è 12, sarà poco più d'uno. Onde la linea LD essendo uguale a piedi parigini $15 + \frac{1}{12}$, se cessasse nella Luna la forza centrifuga LC, scenderebbe verso terra in un minuto primo per la forza centripeta descrivendo la linea LD di piedi parigini $15 + \frac{1}{12}$. Fingiamo ora, che la Luna scenda sulla superficie della terra, cioè s'accosti 60 volte più di quello, che era in L, la sua forza centripeta sarà 3600 volte maggiore di prima; onde descriverà in un minuto primo di tempo piedi $15 + \frac{1}{12} \times 3600$, cioè piedi parigini 54300. Ma ogni corpo nella superficie della terra secondo l'osservazione d'Ugenio descrive, §. 562. in un minuto primo di tempo piedi parigini 54300; dunque la *Forza centripeta della Luna è la stessa, che la gravità de' corpi terrestri*. Come dovea dimostrare.

574. Con questo singolare calcolo Newtoniano, nel quale non si può desiderare maggiore accuratezza, si rende la *Gravità terrestre* nniversale a tutto il Planetario sistema, e con esso si spiegano i più intrigati fenomeni del Cielo. Imperocchè il girare de' Pianeti primarj intorno al Sole, de' secondarj intorno a Giove, e Saturno sono fenomeni della stessa ragione, che il moto della Luna intorno la terra; ma questo si fa per la gravità terrestre; dunque quelli si faranno

ranno

ranno per una consimile forza gravitante verso il Sole, e Giove, e Saturno. La gravità adunque è quella forza, che tiene colligate, e in perfetta armonia le parti di questo vasto sistema mondano.

575. La prima, e la seconda legge di gravità ha luogo ne'corpi, che sono sulla superficie della terra, e perciò serve per rendere ragione de'fenomeni fisici; perchè la gravità si suppone costante, proporzionale alla massa, e che accelera i corpi uniformemente. Ma se prendiamo sensibili distanze dalla terra; allora questa gravità si troverà non costante, ma diminuita, come s'è accresciuto il quadrato della distanza; e questa diminuzione, che accade in tutta la gravità del corpo, nascerà ancora proporzionalmente in tutte le parti di esso; dimodoche sarà sempre la gravità anche a diverse distanze proporzionale alla massa del corpo. Seguirà adunque la gravità de' corpi celesti la ragione diretta delle loro masse, e inversa de'quadrati delle loro distanze. Quindi se la gravità di Giove si chiami G, la sua massa M, la distanza dal Sole D; la gravità di Marte g, la sua massa m, la distanza dal Sole d; avremo $G : g :: (M : D^2) : (m : d^2)$. Lo che può servire di teorema fondamentale per la gravità a diverse distanze. Ma se vogliamo esaminare la gravità d'un corpo a qualunque distanza da terra benchè grande, purchè sempre resti la stessa, o quasi la stessa, allora tornerà di nuovo ad aver luogo l'uniforme accelerazione del Galilei, e si riputerà costante la gravità; perchè quantunque per riguardo ad altre minori, o maggiori distanze, si sia mutata; ciò non ostante in quel luogo, dove si considera, resta sempre la stessa, almeno per riguardo a' nostri sensi.

576. Dopo aver dimostrato le tre fondamentali leggi, colle quali si regolano i corpi gravi nel loro moto, è necessario esaminare più minutamente se in diversi luoghi della terra resti sempre la gravità ne'corpi della stessa intensità, o pure sia soggetta a qualche mutazione, come abbiamo osservato accadere a diverse distanze da terra.

577. *Osservazioni*. Il Signor Richer nel 1672. essendo andato nell'Isola Cajenna lontana dall'Equatore gradi 4, minuti 55', per fare l'osservazioni astronomiche fu il primo ad accorgersi, che il suo orologio a pendolo, col quale misurava il passaggio delle stelle per lo meridiano, che succede quasi ogni 24 ore, andava più tardi di quello, che porti il moto *medio* del Sole, minuti primi 2', secondi 28'' ogni giorno. Quindi preso un pendolo semplice, e aggiustandolo per mezzo d'un orologio oscillatorio perfetto, acciocchè

facesse le sue vibrazioni in un minuto secondo, notò attentamente per dieci mesi continui la lunghezza, che dovea avere per tale effetto. Di ritorno in Francia paragonò la lunghezza di questo pendolo, con quella de' pendoli di Parigi, che oscillavano a seconde §.123., e trovò, che quello di Cajenna era più corto linee $1\frac{1}{4}$, o più veramente, secondo la correzione del Newton prop.20. lib.3. de' Principj, linee $1\frac{1}{4}$. Da ciò dedusse, che, acciocchè un pendolo vicino all' equatore oscillasse come a Parigi, bisognava accorciarlo; onde restando della stessa lunghezza, che in Parigi sarebbe andato più tardi. Essendo noto nella dottrina de' pendoli, che per accelerarli conviene farli più corti. La causa di questo ritardamento fu immediatamente riflettuto altra non poter essere, che la gravità del globo attaccato all'estremità del pendolo, la quale fosse minore sotto l'Equatore, che ne' luoghi più lontani. Questo eccitò l'Allejo nel *1677*. stando nell'Isola di S. Elena, che è lontana gradi *16* dall' Equatore verso il polo australe, ad osservare se quivi ancora si verificava lo stesso, e notò anch'esso, che il suo pendolo era più corto linnee $1\frac{1}{4}$.

578. *Osservazioni*. L'anno 1682. i Signori Varin, e Des Hayes osservarono, che nell'Isola Gorea lontana dall'Equatore gradi 14°, minuti 40' il pendolo isocrono a quello di Parigi, cioè che oscillasse a secondi, dovea essere più corto 2 linee Parigine. Quasi la medesima differenza trovarono lo stesso anno andando nell'Isole Guadalupa, e Martinica distanti dall'Equatore 14 gradi. Il Signor Couplet il figlio nel *1697*. avendo adattato a Parigi lontana dall'Equatore gradi 48 il suo orologio oscillatorio, che andasse esattamente col moto medio del Sole, viaggiando a Lisbona, che è lontana dall'Equatore, cioè ha di latitudine gradi 38, trovò, che quivi andava più tardi di Parigi minuti 2', secondi 13'' ogni 24 ore, e il pendolo dovette accorciarsi a Lisbona line $2\frac{1}{4}$, acciocchè andasse giusto col moto medio del Sole. Newton corregge la differenza, che è troppa, e la fa di linee $1\frac{1}{4}$, questa appunto abbreviazione nel pendolo corrisponde alla differenza del tempo di 2' primi, 13'' secondi; ma riflette egli stesso, che a questa imperfetta osservazione non conviene fidarsi. L'anno *1699*. 1700. il Signor Des Hayes viaggiando nell'Isola Cajenna, e Granata lontana dall'Equatore 12 gradi minuti 6' trovò, che la differenza del pendolo sotto quello di Parigi era quasi due linee; di più osservò, che tra l'Isola di S. Domenico, che ha di latitudine gradi 19°

min.

min. 48', e l'Isola di S. Cristoforo, che ha di latitud. gr. 17°, minuti 19', nella lunghezza del pendolo vi era la differenza di $\frac{1}{7}$ di linea Parigina.

579. *Osservazioni*. L'anno 1704. il P. Fevellè a Portobelo nell' America, che ha di latitudine gr. 9° minuti 33' osservò, che il pendolo quivi isocrono a quel di Parigi, doveva esser più corto di 3 linee; ma siccome viaggiando poi nell'Isola Martinica, che ha di latitud. gr. 14°, min. 44' trovò ancora la differenza di poco più di 3 linee, perciò qualche errore come osserva il Newton, prop. 20. lib. 3. de' Principj ha commesso nell'osservazione. Quindi bisogna correggere l'osservazione, come fecero Varino, e Des Hayes, che nell'Isola Guadalupa, che ha di latitud. gr. 14°, e nella Martinica trovarono la variazione di linee $1\frac{1}{13}$. Il Signor Campobel avendo a Londra aggiustato un pendolo del Signor Graam, il quale faceva a ciascuna vibrazione in un minuto secondo, e avendo diligentemente notato il grado di caldo, che era allora, trasportò lo stesso pendolo alla Giamaica, che ha di latitudine 18 gr. Quivi osservando il passaggio diurno delle stelle per lo Meridiano, trovò, che il pendolo ritardava ogni giorno due minuti secondi e mezzo. Esaminando il grado maggiore di caldo, trovò, che questo aveva slungata l' asta del pendolo, tanto che produceva ogni giorno un ritardamento di 8 secondi, e mezzo. Quindi dedusse, che il ritardamento di minuti primi 1, secondi 57 e mezzo, non poteva provenire da altro, che dalla diminuzione di gravità, del globo del pendolo sotto l'Equatore. Dunque essendo Londra alla latitudine di 51. gr. e mezzo, e la Giamaica a quella di gr. 18, la differenza di questi numeri porta con se tanto ritardamento andando verso l'Equatore. Con queste osservazioni il celebre Bradley formò una tavola della diminuzione di gravità dal polo andando all'Equatore, che sta inserita nelle transazioni Anglicane num. 432. Bouguer nell' Isola di S. Domenico, che ha di latitudine gradi 19, 48 primi osservò doversi accorciare il pendolo una linea; a Portobelo, cha di latitudine 9 gr., 33 primi si deve accorciare una linea, e $\frac{17}{100}$; nella Città di Quito che ha di latit. merid. min. 25' una linea e mezza.

580. Da tutte queste osservazioni agevolmente si può ricavare, che la gravità de' corpi si diminuisce andando verso l'Equatore, e perciò s'accresce andando verso il polo. Imperocchè il ritardamento osservato nel pendolo, o può dipendere dallo slongamento dell'asta

 d'esso

d' esso nato dal maggior calore in un luogo, che in un altro; essendo noto dal trattato de' pendoli, che i più lunghi, più tardi oscillano; o deve il ritardamento dipendere dalla gravità del globo attaccato ad esso, che sia minore ne' luoghi vicini all' Equatore; giacchè tutto il moto de' pendoli dipende dal peso loro attaccato. Ma osserva il Newton luogo citato, che da tutte l' osservazioni fatte nell' Isola Gorea, Guadalupa, Martinica, Granata, S. Cristofaro, e S. Domenico, si ricava, che la differenza nella lunghezza del pendolo non è minore d' una linea, e $\frac{12}{10}$, nè maggiore di linee $2\frac{1}{7}$. Tra questi limiti scegliamo la quantità mediocre di linee $2\frac{8}{40}$. Piccart osservò, che un' asta di ferro, la quale ne' gran freddi era d' un piede, scaldata al fuoco crebbe un quarto di linea. De la Hire osservò, che un' asta 6 piedi lunga esposta al Sole d' estate crebbe $\frac{2}{3}$ di linea. L' asta del pendolo mai s' espone al calore diretto del Sole; dunque attribuendo al calore maggiore sotto l' Equatore, che a Parigi, e a Londra $\frac{8}{40}$; tanto e tanto resterà la differenza dipendente dalla diminuzione di gravità in 2 linee. Onde dalle precedenti osservazioni, e da quella di Campobel, che computò lo slungamento dell' asta, si ricava evidentemente questa diminuzione di gravità.

581. Newton prop. 20. lib. 3. stabilisce, che l' accrescimento della gravità, andando dall' Equatore al polo sia prossimamente, come il quadrato del seno retto della latitudine di ciascun luogo; e con ciò forma una tavola, nella quale nota varie latitudini di luoghi, e le corrispondenti lunghezze, che si ricercano nel pendolo, acciocchè oscilli a seconde. Con questa regola truova la tavola formata poco diversa dalle osservazioni. Ma siccome questa tavola è fatta posto un determinato acciaccamento della terra sotto i poli; perciò il Maupertuis nel lib. 3. c. 6. della figura della terra stampata a Parigi 1739. trovò l' accelerazione del pendolo da Parigi a Pello, che sta di là dal cerchio polare, e ha d' elevazione di polo gradi 66°, primi 48', secondi 20"; consistere in 6 minuti secondi $\frac{8}{10}$ più di quello, che porta la tavola del Newton; onde secondo questa osservazione la terra è più acciaccata sotto i poli di quello che la fa il Newton. Trovò inoltre la stessa accelerazione maggiore di 4' secondi, $\frac{1}{10}$ della tavola di Bradlei. Il pendolo inoltre da Parigi a Pello accelera in una rivoluzione delle Stelle minuti secondi, 59" $\frac{1}{10}$, e la gravità di Parigi, a quella di Pello sta secondo lo stesso Autore come 10000 : 10137. Paragonando Maupertuis le proprie osservazioni fatte, quando andò

a mia misurare il grado terrestre vicino al Polo insieme con i Signori Clairaut, Camus, Monnier, Outhier, e Celsio nel 1736. con quelle del Signor Goudin, e compagni, che andarono nel tempo stesso sotto l'Equatore, le trovò perfettamente d'accordo con queste. Quindi in fine del discorso sopra la Parallassi della Luna, che sta con altri opuscoli suoi stampati a Amsterdam nel 1744. fa una tavola di tutte le lunghezze del pendolo che fa le oscillazioni in un secondo, Tav. 11. trovate in diversi luoghi della terra, sciegliendo tra tutte le precedenti, le più accurate osservazioni. Riduce la lunghezza del pendolo in diversi luoghi della terra a linee, e parti di esse, e ancora a parti decimali. Per esempio a Quito secondo la tav. 11. la lunghezza è secondo Bouguer linee 438 $\frac{21}{100}$; cioè piedi Parigini 3 linee 6 $\frac{21}{100}$. Queste osservazioni, come apparisce dal §. 577. e seg. alcuni le hanno fatte determinando le lunghezze diverse del pendolo, che si ricercano acciocchè questo faccia ne' luoghi diversi le oscillazioni in un minuto secondo; alcuni altri le hanno fatte notando l'accelerazione, o ritardamento, che riceve lo stesso pendolo in luoghi diversi, nello Tav. 12. spazio d'una rivoluzione delle Stelle intorno la terra. Perciò lo stesso Maupertuis nella figura della Terra stampata a Parigi 1739. dà una tavola dell'accelerazione del pendolo, e suo slungamento computata secondo l'accrescimento di gravità trovato tra Parigi, e Pello, e colla regola Newtoniana de' quadrati de' seni di latitudine; ed un'altra, che è la seguente, nella quale secondo le osservazioni stesse della tav. 11. computa la ragione, che passa tra la gravità d'un corpo stesso in differenti luoghi della terra, sciegliendo per più sicurezza tra le osservazioni quelle, che sono state fatte dagli stessi osservatori, o cogli stessi stromenti.

Tavola delle gravità diverse dello stesso corpo in varj luoghi.

Luoghi.	*Latitudine.*	*Pesi.*	*Osservatori.*
A Pello	66° : 48	100137	Clairaut, Camus, Monnier, Maupertuis.
A Londra	51 : 31	100018	Graham.
A Parigi	48 : 50	100000	Tutti gli Osservatori.
A S. Domenico	19 : 48	99647	Des Hayes.
A S. Domenico	18 : 27	99732	Godin.
Alla Giamaica	18 : 0	99744	Campbell.
A S. Cristoforo	17 : 19	99590	Des Hayes.
Alla Guadalupa	16 : 0	99533	Varin, Des Hayes, de Glos.
Alla Martinica	14 : 44	99532	Des Hayes.
A Gorea	14 : 40	99546	Varin, Des Hayes, de Glos.
A Porto Belo	9 : 33	99665	Godin.
Alla Cajenna	4 : 56	99716	Richer.
	meno di	99553	Des Hayes.

Per

Per concepire i numeri della tav. 12. convien sapere, che nella 1 colonna ci sono i gradi d'elevazione di Polo, nella 2 i primi numeri sono minuti secondi, que' dopo la virgola sono parti decimali, così ancora nella 3 colonna. Onde 1", 6, significa un secondo e $\frac{6}{10}$; o 1016, niun secondo, e $\frac{16}{1000}$ ec. In somma ad ogni decimale vi si concepisce sotto, 1 con tanti zeri, quanti sono i numeri del decimale. Vedi sopra ciò la mia Aritmetica par. 3. stamp. 1744.

582. La cagione di questa diminuzione di gravità non si può esaminare, che nella Fisica particolare, ove si discorre della figura della terra, e direzione de' corpi gravi. Resta ora, che esaminiamo se questa gravità possa meccanicamente spiegarsi. Tutti quasi i Filosofi avendo preso la gravità come un effetto naturale, si sono per lungo tempo industriati di renderne la ragione. Aristotele nel lib. 8. della Fisica c. 4. esponendo le opinioni degli antichi dimostra, che la gravità non può nascere da principio interno nel corpo; perchè se potessero i corpi da per se stessi muoversi, potrebbero ancora fermarsi; e perciò avrebbero un principio da determinarsi, cioè l'anima, di più il corpo essendo un continuo, o una unione di parti; non può concepirsi come nel tempo stesso sia movente, e mobile. Da tutto ciò ne siegue, che la gravità deve spiegarsi per qualche principio esteriore al corpo; onde quando ognuno con tutta ragione aspetterebbe di sentire da Aristotele qualche competente spiegazione della medesima; se ne disbriga dicendo, *che questa è l'essenza de' corpi leggieri, e gravi; de' primi lo star in alto, de' secondi abbasso*. In appresso dice, *che i gravi, e i leggieri, sono mossi da quello, che li ha generati, o da quello, che ha tolto le cose, che potevano impedire il loro moto*. Quindi si vede, che lo stesso Aristotele niente di più ha detto degli antichi Filosofi, e più tosto ha preso la gravità come un originario impulso del primo autore della Natura. Quanto alle ragioni, che porta per dimostrare, che la gravità non possa essere interna, non sussistono posta l'inerzia della materia, colla quale ogni corpo ricevuto una volta il moto, o l'attuale gravità, deve perpetuamente conservarla, se pure non venga impedito. Onde non è necessario, che avendola attualmente, debba per la stessa ragione avere la potenza di non andare al centro; essendo questa gravità un attuale, e continuo sforzo, non una potenza d'andare, o non andare al centro, la quale certamente suppone una Sostanza animata. A ciò che soggiunge diciamo, che il corpo è sempre in attuale moto, o sforzo

di

di muoversi, nè in questo c'è assurdo. Poco dall'opinione d'Aristotele è diversa quella del P. Paolo Casati Piacentino della Compagnia di Gesù nelle sue dissertazioni Idrostatiche stampate in Parma nel 1695., e di Andrea Rudigero nato nella Misnia nel 1673. nella sua Fisica divina stampata a Francfort nel 1716., asserendo questi autori, che i corpi sono pesanti, perchè non si ritruovano nel proprio luogo, o nel centro della terra, a cui tendono incessantemente. Questa *tendenza*, *potenza*, *appetito* ec. sono termini, che convengono a'corpi animati, non già agli inerti.

583. Guglielmo Gilberto nato a Glocester in Inghilterra nella sua *Philosophia nova de Magnete &c., & magno Magnete tellure* anno 1600. ad Amsterdam; e Pietro Gassendi nella sua Fisica giudicano, che la terra sia una grossa calamita rispetto a tutt'i corpi, come la pietra calamita per riguardo al ferro. S'immaginano per tanto, che continuamente escano da terra molti effluvj, o parti invisibili, che incessantemente urtando ne'corpi, li tirino verso la stessa. Non avendo però spiegato come questi atomi, che vanno da sotto in su, possano portare i corpi da sopra in giù; perciò hanno lasciata dubbiosa la spiegazione della gravità, non avendo altro fatto, che dichiararla coll'esempio della calamita, quando tira il ferro; cioè con un fenomeno ugualmente difficile della stessa gravità.

584. Di qui nacque, che Francesco Bernier discepolo del Gassendi nel suo Compendio della Filosofia Gassendistica uscito nel 1678. al lib. 2., pensò una maniera meccanica di spiegare cogli effluvj la gravità. Suppone esso, che queste particelle escano dalla terra a guisa di tanti raggi, che escono dal centro d'un circolo. Quindi nasce, che debbano obbliquamente urtare sopra la superficie de' corpi, eccettuatone un solo, che può essere ad essa perpendicolare. Da questo urto obbliquo, che fanno gli effluvj terrestri contro la superficie de'corpi, ne nasce per le regole del moto composto, che debbano muoversi secondo la direzione del raggio perpendicolare alla superficie del corpo; e perciò per tale linea scendere verso terra.

585. Questa spiegazione, che meritamente Pietro Silvano Regis nato in Agen l'anno 1632. nella sua Fisica stampata al 1692. lib. 2. chiama gratuita, e sopra niuna sperienza stabilita, è soggetta a molte difficoltà, che facilmente ognuno potrà scorgere. Tra le molte n'esporrò una sola; che in questa ipotesi, per poter spiegare come la gravità sia proporzionale alla massa, converrebbe supporre in ciascun

ſcun corpo due volte più pori, che materia ſolida; e perciò il numero delle parti ſolide di ciaſcheduno direbbe ſempre la ſteſſa ragione al numero de' pori; quindi ogni corpo ſarebbe della ſteſſa denſità, ciò che è contro l'eſperienza. Che il numero de' pori debba eſſer doppio, è chiaro. La gravità per la legge ſeconda è proporzionale alla maſſa. Quegli effluvj, che urtano obbliquamente la ſuperficie eſterna delle parti de' corpi ſono atti a ſpingerli in alto, e non abbaſſo, ſecondo le leggi del moto compoſto. Onde per diſtruggere l'impulſo in alto, dobbiamo nel corpo ammettere un numero di pori uguale al numero delle parti, che ſono nel corpo, acciocchè gli effluvj ch'entrano per eſſi, urtando obbliquamente nelle parti interne del corpo, lo determinino abbaſſo; e perciò diſtruggano il primo impulſo, fatto nella ſuperficie eſteriore delle parti del corpo. Oltre queſto, ſi ricercherà un ugual numero di pori, per determinare realmente il corpo a ſcendere verſo terra.

586. Carteſio nella parte 4. de' ſuoi Principj dopo avere eſpoſto come la terra, che prima era una ſtella a poco a poco unendoſi le ſue parti, e ingroſſandoſi, ſia diventata un corpo opaco, quale è preſentemente; nel §. 20. ſcende a ſpiegare la gravità de' corpi. Tutta queſta materia, che nel Mondo intero veggiamo è compoſta per eſſo di tre principali parti, o elementi; il primo de' quali conſiſte in particelle ſottiliſſime, e agitatiſſime, che ogni figura poſſono facilmente prendere, entrando negl'interſtizj laſciati dalle altre parti, perchè ſono minutiſſime, ma niuna ne mantengono, perchè mobiliſſime. Il ſecondo elemento è compoſto di particelle perfettamente rotonde, e meno agitate del primo. Il terzo di parti, che hanno tutte, diverſe figure, e irregolari. Queſta triplice ſoſtanza è nata, perchè Iddio dopo aver creato la materia, ſenza alcun voto, e diſtinta in parti, che per più comodo finge eſſer cubiche, ed impreſſogli il moto, queſte non trovando ove muoverſi, perchè tutto era pieno, furono obbligate a girare intorno a ſe ſteſſe, ſtrofinarſi vicendevolmente, e corroderſi, e quindi formare i tre elementi già detti; da' quali poi ſono nate tutte le ſtelle, che vediamo. Ma col progreſſo del tempo alcune di queſte ſtelle più piccole eſſendoſi *ingroſſate* le loro parti componenti, e paſsate molte in terzo elemento, hanno formato nel mezzo del loro vortice, che prima compoſero un corpo opaco, come è la terra. Intorno però a queſto reſtò una materia del primo, e ſecondo elemento compoſta; che egli dice *Materia*

teria

teria celeste, la quale come più atta al moto del terzo elemento seguitò a girare intorno alla terra, e comporre un vortice di materia agitatissima, che trasporta in giro continuamente la terra intorno a se stessa, e nella propria orbita intorno al Sole.

587. Sappiamo inoltre per esperienza, che ogni materia, che gira, si sforza continuamente di slontanarsi dal centro del suo moto, come un sasso girato colla fionda, o la polvere, che gittata sopra una ruota, che si rivolta, la vediamo per ogni verso slontanarsi, e fuggire da essa. Questo sforzo che viene detto centrifugo, tanto è maggiore nella materia, quanto questa è più atta a muoversi, o attualmente ha maggior moto. Posti tali preliminari siccome la materia celeste, che gira intorno alla terra, non truova alcun luogo voto, ed è più mobile di quello, che sia la terra stessa, non solo la trasporterà in giro, e la farà divenire rotonda, ma coll'eccesso del moto, che ha sopra di essa, si sforzerà continuamente di slontanarsene, e ciò per ogni verso, e direzione, essendo tutto pieno; di modo che acquisterà un moto centrifugo sferico, cioè avrà uno sforzo per islontanarsi dal centro della terra continuamente più che tutte l'altre parti terresti, più dell'acqua, e dell'aria stessa, ovvero di quelle parti dell''aria, che nascono dalle continue esalazioni e vapori de' corpi. Quindi nella materia celeste conviene distinguere due sorte di moto, uno che è comune ancora alla terra, colla quale girando regolarmente intorno all'asse, o linea che passa per gli poli della terra, trasporta questa in giro; l'altro, che è l'eccesso del moto sopra quello della terra, col quale questa materia si muove per ogni verso; così s' esprime il Cartesio nel §. 22. del luogo citato.

588. Ora questo moto della materia celeste per ogni verso, fa che se dentro l'aria si metta qualunque corpo, escludendo questo un volume d'aria ad esso uguale, insieme con questo escluderà quella materia celeste, che dentro il volume d'aria è contenuto. Ma siccome ancora nel corpo c'è porzione di tale materia, quindi quello, che di più soprabbonda nell'aria, avendo lo sforzo centrifugo per ogni verso dal centro della terra, premerà il corpo verso lo stesso centro; perchè questo non può secondare, come più inetto a muoversi, lo sforzo per ogni verso di tal materia. Ecco come nell'ipotesi addotta spiega il Cartesio la gravità di tutt'i corpi, per lo continuo sforzo centrifugo della materia celeste, ma principalmente della materia sottile, che in essa è contenuta. La spiegazione del Cartesio ha una

antichissima origine, come apparisce dal *lib.* 2. *de Cælo*, dove Aristotele esponendo l'opinione d'Empedocle, dice che questi giudicava la terra esser andata al centro del Mondo per la risoluzione del Cielo; della stessa sentenza fu Ippocrate, come apparisce dal suo libro delle Carni.

589. Confermò il Cartesio la sua spiegazione con un'esperienza, che riferisce nelle sue lettere. Empì un vaso di limatura di ferro, e raschiatura di legno, quindi, avendolo chiuso, e postolo sopra una rota orizontale lo fece girare per lungo tempo; avendolo aperto in appresso trovò, che la raschiatura di legno era in mezzo del vaso, e la limatura alla circonferenza. Amendue queste parti ricevettero dal vaso il moto circolare; ma le parti del ferro come più solide §. 350., avendo maggior moto di quelle del legno, andarono alla periferia. Simile a quella di Cartesio è la spiegazione, che dà il Roault nella parte 2. della Fisica cap. 25. §. 7., e seguenti. Questo autore, omessa l'ipotesi de'tre elementi, e della formazione della terra, comincia la spiegazione dalla forza centrifuga, che deve necessariamente avere una materia, che é portata in giro, e massime quella, che ha più moto, o è più abile a riceverlo. Compruova la sua spiegazione colla sperienza fatta dall'Ugenio, che la porta nel discorso della causa della gravità. Dentro un vaso inverniciato di bianco, e di creta faentina, ch'era rotondo, col fondo piano, e avea 8 once di diametro, e 3 d'altezza, pose della raschiatura di cera Spagna, e poi l'empì d'acqua. Incollatovi un coperchio di vetro; cosicchè il vaso fosse tutto pieno, lo fisò sopra una ruota orizzontale. Facendo andar questa in giro, osservò sul principio, che la cera di Spagna, che stava nel fondo del vaso, cominciò ad andare verso la circonferenza del vaso; perchè essendo le sue parti più irregolari, che quelle dell'acqua, più facilmente toccando il fondo del vaso, furono dal suo moto circolare trasportate, che quelle dell'acqua, onde ebbero sul principio maggior forza centrifuga. Ma avendo fermato il vaso, siccome le parti di cera di Spagna, per la stessa irregolarità trovarono nel fondo del vaso più intoppo, che quelle dell'acqua, perchè sono levigate; nacque che perdendo il lor moto, prima di quelle dell'acqua; furono da queste spinte verso il centro del vaso, e quivi un piccolo rotondo globo formarono.

590. La spiegazione di Cartesio, come ognun vede, non passa i limiti del possibile, non essendo provata con alcuna esperienza l'esi-

stenza

stenza di questi tre elementi, della materia sottile, de' vortici, e del pieno, nè avendo alcun fondamento d'analogia; anzi che dalla forza di resistenza, che hanno tutte le parti della materia, deve ricavarsi, che o non si dà moto, o si danno necessariamente infiniti piccioli luoghi voti d'ogni materia. Ma supposto ciò che vogliono i Cartesiani, per mezzo di questa ipotesi non s'arrivano a spiegare i fenomeni della gravità. I. dalla stessa spiegazione apparisce, che la gravità non può essere proporzionale alla massa; perchè è solo proporzionale alla forza centrifuga di quella porzione di materia celeste, che si truova tra le parti dell'aria grossa, la quale è molto minore del numero delle parti solide di ciascun corpo. II. ogni corpo riceverebbe dalla materia celeste un doppio impulso, cioè uno per la linea perpendicolare all'asse terrestre intorno il quale si muove la materia del vortice; e perciò per una linea obbliqua alla superficie della terra; l'altro impulso per una linea perpendicolare a questa superficie, che tenderebbe al centro della terra §. 587. Questo fu un dubbio mosso da Giacomo Bernoulli in varie lettere al celebre Giovanni Cristoforo Sturmio nato a Ipolsteina nel Palatinato di Neoburg l'anno 1635. come apparisce dalla seconda parte del Collegio curioso stampato da esso a Norimberga nel 1676., e dagli atti di Lipsia del 1686. Quindi i corpi gravi non andrebbero mai per una linea perpendicolare alla superficie terrestre, come tutt'ora vediamo. III. il moto rapido di questa materia celeste, che in 24 ore porta la terra intorno il suo asse, non potrebbe fare di meno di non comunicarsi in parte a'corpi; onde questi secondo le leggi meccaniche, non solo discenderebbero per una linea obbliqua alla superficie terrestre, ma di più questa sarebbe una linea curva; il che è di nuovo contro l'esperienza. IV. Non può in tale ipotesi spiegarsi come la gravità decresca in ragione del quadrato inverso della distanza, come porta la terza legge §. 538. V. è affatto inconcepibile come la materia celeste coll'eccesso del suo moto sopra quello di rotazione, che nello spazio di 24 ore fa la terra intorno il suo asse, possa acquistare questo sforzo centrifugo per ogni verso dal centro della terra, o secondo la direzione de'meridiani terrestri. O questo moto confonderebbe quello regolare del vortice intorno l'asse terrestre, o che resterebbe da esso distrutto. Di più come riflette l'autore delle Novelle della Repubblica delle Lettere nel mese di Decembre 1685. se questo sforzo centrifugo, che è grandissimo nella materia sottile sussistesse, in brieve resterebbe diſtrutto il vortice della terra, e ſi diſſiperebbe. Inoltre come oſſervò il Nolet Lezioni di Fiſica eſperim. tom. 2. Lezione 5. facendo girare un globo pieno d'acqua intorno il ſuo aſſe, e in eſſo avendoci poſto olio di trementina colorito, che è più leggiero dell'acqua, una palla di cera, quindi una d'aria, e dipoi un'altra di cera un poco più peſante, ſempre vide, che queſti corpi andavano all'aſſe, e non al centro del globo, e lungheſſo ſi diſponevano. Ma ſiccome il Bulfingero nella diſſertazione inſerita nelle Memorie dell'Accad. Reale 1728 ſuppone, che fingendo nel vortice terreſtre due moti, uno, che ha per aſſe un diametro dell'Equatore, e l'altro l'aſſe della terra, ſi poſſa render ragione della gravità; diſpoſe il Nolet un globo in maniera tale che nel tempo ſteſſo girava intorno due aſſi, per vedere ſe l'acqua di dentro riceveva queſto doppio moto, e quello per ogni verſo dal centro del globo. Ma per quanta induſtria uſaſſe, non potè mai far acquiſtare all'acqua un ſimile moto, quantunque foſſe racchiuſa nel globo, e ſempre i corpi leggieri andarono all'uno degli aſſi, e non mai al centro. Dunque le ipoteſi immaginate da' Carteſiani non ſuſſiſtono punto co' fatti, e queſta pruova tentata dal Nolet è deciſiva per diſtruggere qualunque ipoteſi ſi poteſſe immaginare. Vedi ſopra ciò ancora le Mem. dell'Accad. Reale 1741.

591. Molte coſe ſono ſtate replicate a queſte difficoltà da' Carteſiani; e quanto al primo dubbio il P. Mallebranche nella ricerca della verità tom. 4. riſchiaramenti, ove *pruova la ſuppoſizione, che la materia ſottile ec.* carte 464. ediz. 1736. di Parigi, fa una nuova ſuppoſizione per potere ſpiegare i fenomeni terreſtri, per mezzo de' vortici. Suppone, che la materia celeſte ſia non un compoſto di globetti, e di materia ſottile; ma un aggregato di minimi vorticetti tanto piccoli, che molti millioni d'eſſi appena formino la lunghezza d'una linea. Queſti formano la materia del vortice terreſtre, e vanno in giro intorno alla terra con un'incredibile velocità; hanno tutti inſieme una forza di slontanarſi dall'aſſe del vortice, che è uguale al quadrato della loro velocità diviſo dal diametro del cerchio, che deſcrivono. Nel tempo ſteſſo ſono tra loro contrabilanciati perpetuamente, avendo ciaſcheduno uno sforzo centrifugo comune al vortice, e uno sforzo centrifugo particolare, e proprio di slontanarſi dal piccolo aſſe intorno al quale ſi gira. Da queſta ſuppoſizione ne naſce, che dobbiamo concepire queſti vortici come tante piccole molle, dotati d'una forza elaſtica, o eſpanſiva per ogni verſo. Ora eſſendo queſti minimi

vor-

vortici eterei in un perfettissimo equilibrio, e premendosi vicendevolmente da per tutto, se dentro questi si metta un corpo, le di cui parti per conseguenza non hanno alcuna forza centrifuga, ed espansiva particolare, deve interrompere l'equilibrio de' minimi vortici della materia celeste; onde il volume de' vorticetti escluso dal corpo è uguale ad esso, essendo massimamente mobile, e movendosi per ogni luogo, scorrerà da per tutto intorno, e sopra il corpo, spingendolo colla sua forza centrifuga in giù, come vediamo che fa l'acqua ad un sasso, che è più pesante di essa; con questa sola differenza, che il sasso qui scende per lo suo peso, e nell'aria scende per la forza centrifuga, o pressione de' minimi vorticetti. Questa quantunque ingegnosa spiegazione in primo luogo è più difficile a concepirsi della gravità stessa, e avendo Mallebranche multiplicato in infinito il numero de' vortici, ha ancora in infinito accresciute le difficoltà contro d'essi; e perciò ha reso impossibile di propria natura l'ipotesi. In secondo luogo non evita con questo il secondo, e terzo dubbio; dovendo questa materia comunicare al corpo anche lo sforzo di scostarsi dall'asse terrestre, e il moto per una linea curva. In terzo luogo con qualunque ipotesi de' vortici non si spiegano le leggi di gravità, e quelle colle quali si muovono i corpi celesti, come vedremo in Astronomia. In quarto luogo questi vorticetti sono il Proteo de' Cartesiani, che fa diverse figure, e diversi e contrarj effetti, quantunque s'applichi nella stessa maniera a' corpi, producendo la pressione verso la terra, o la gravità; la pressione d'una parte verso l'altra, o la durezza; l'espansione d'alcuni corpi, o l'elaterio, come vedremo parlando delle qualità corporee. Poco diversa è la spiegazione, che dà Giacomo Bernoulli nella sua dissertazione *De Gravitate Ætheris* inserita negli atti di Lipsia del 1683. da quella di Mallebranche, quantunque a lui non fosse ancora giunto il libro Della ricerca della verità, dove è la spiegazione di questa gravità corporea.

592. Quanto al secondo dubbio Dionisio Papino negli atti di Lipsia del 1689. *De Gravitatis Causa* osserva, che secondo alcune sperienze fatte da Ugenio, questo sforzo centrifugo della materia sottile è rapidissimo, e di molto maggiore di quello, che ha il vortice intorno all'asse terrestre, quindi non deve questo essere sensibile ne' corpi, ma bensì il primo, perchè secondo il suo computo questo sforzo, che produce la gravità, farebbe descrivere alla terra intorno il suo asse 24000 giri, in 24 ore; quando il moto ordinario del vortice non

glie

glie ne fa eseguire, che uno nel tempo stesso, onde sarà questo sforzo 24000 volte maggiore del secondo. Ma primieramente qualunque sia la velocità d'esso, è certo per la dottrina del moto composto §. 421. 440. che il grave o dovrebbe muoversi per una linea retta obbliqua alla superficie terrestre, o per una curva, contro la sperienza. In secondo luogo non si toglie con ciò il 5 dubbio, e specialmente quello di Bayle, quantunque Papino per iscioglierlo ricorra a una congruenza, che c'è tra le parti del vortice terrestre, e incongruenza con quelle de' vortici vicini a quello della terra. Perchè questa incongruenza non ci può essere di motivo, che il primo, e secondo elemento è tutto della stessa specie; e poi la rapidità del moto supera ogni incongruenza; come osserviamo, che l'acqua, e l'olio, per servirmi dello stesso paragone, che Papino porta a suo favore, non si mischiano, quando il loro moto è piccolo, ma si confondono insieme, se vengono agitati violentemente. Vedi sopra ciò il Leibniz negli atti di Lipsia 1690. *De Causa Gravitatis*.

593. Nè vale a favore del secondo dubbio ricorrere alla sperienza d'Ugenio, perchè esso stesso confessa, che le particelle di cera di Spagna andarono al centro del vaso per linee curve, come abbiamo esposto nel terzo dubbio; il che tanto più conferma, che dovrebbe ad ogni corpo comunicarsi il moto del vortice intorno all' asse terrestre, e lo sforzo, che questo produce di slontanarsi dall'asse per linee ad esso perpendicolari; movendosi le parti del vortice per circoli paralleli all' equatore terrestre.

594. Molto meno serve per lo secondo dubbio la risposta di Claudio Perrault nato a Parigi nel 1613. ne' suoi Saggi di Fisica stampati in 4 volumi nel 1680. 1688. a Parigi, *vol.* 1. dove suppone, che la materia celeste si muova con maggiore celerità, quanto più è lontana dal centro della terra, e dall' equatore terrestre, che è quel circolo, il quale divide la terra in due emisferj, e sta in mezzo a' due poli di essa. Dal che seguirebbe, che quantunque il vortice spingesse i corpi per linee perpendicolari all' asse, non alla superficie della terra, ciò non ostante per la celerità maggiore della materia vorticosa verso i poli, sarebbero i gravi nello scendere rimossi a poco a poco da quelle, e diretti per linee tendenti al centro della terra, e perciò perpendicolari alla sua superficie. Imperocchè essendo rimossi a poco a poco descriverebbero §. 440. una curva, e non

una

una retta. In secondo luogo questa diversa velocità nelle parti, che sono nella stessa superficie d'un vortice, acciocchè questo cammini regolarmente, devono contemperarsi insieme, e ciascuna superficie del vortice ha da muoversi con una velocità mezzana tra la massima, e la minima; altrimente sarebbe disturbato questo nel moto suo continuamente; e perciò in vece d'essere una causa regolare de'fenomeni naturali, sarebbe una causa incerta e incostante.

595. Per isciogliere i precedenti dubbj, e salvare le leggi, con cui opera la gravità ne'corpi, molte celebri dissertazioni furono fatte da varj Autori. Tra queste è singolare quella di Giovanni Bernoulli, per la quale nel 1730. riportò il premio dall'Accademia Reale di Francia, il di cui titolo è *Nuovi Pensieri intorno al Sistema di Cartesio*. Due dissertazioni epistolari inserite nel tomo 11. e 14. della Biblioteca Italiana, che si stampava in Ginevra, all'anno 1731. 1732. Artic. 1, 5. La dissertazione di Mulier nelle Memorie dell'Accademia Reale di Parigi al 1735.; e l'Astronomia Fisica del Gamaches Parigi 1740. Lungo sarebbe l'esporre tutte le leggi, colle quali fingono muoversi il vortice terrestre, per salvare le leggi di gravità, e i dubbj di sopra esposti; le quali sebbene tutte loro accordassimo, ciò non ostante non arrivano a sciorre le difficoltà, e spiegare i dubbj; come ingenuamente confessano gli autori delle dissertazioni citate nella Biblioteca, e Gamaches nell'Astronomia. Dalle cose finora notate, e specialmente dall' esperienze fatte dal Nolet nella 5. lezione tom. 2. come abbiamo riferito al §. 590., si può prendere un metodo facile per esaminare le dirò così infinite supposizioni fatte da' Cartesiani per risarcire l'immaginario sistema de'vortici, del quale molte altre cose soggiugneremo in Astronomia, non essendo questo il luogo di trattarne interamente, e prima d'essa parlando ancora della durezza, ed elasticità de'corpi, dove sempre più apparirà la sua insussistenza. Questa però abbastanza si rende chiara da per se stessa; avendo finora un tal sistema avuto bisogno di molti appoggi, e ciò non ostante, questi ancora non sono stati sufficienti di stabilirlo perfettamente.

596. La stessa de'Cartesiani è la spiegazione, che dà Nicola Hartsoeker nato a Gouda in Olanda l'anno 1656. nel Corso di Fisica stampato all'Aja 1730. lib. 1. cap. 3. articolo 3. e seguenti. Un'altra spiegazione dà il Varignon nell'Istoria de'Savj dicendo, che un corpo grave intanto scende verso terra, in quanto che la colonna

d'aria,

d'aria, che gli ſovraſta inſieme col corpo premendo più delle altre colonne laterali, obbliga il corpo a ſcendere. Ma ſe queſta maggiore preſſione la fa naſcere dalla forza centrifuga dell'aria, queſta opinione di Varignon ſi conſà con quella de'Carteſiani già rifutata; ſe dipende dal peſo relativo della colonna d'aria, nella quale è il corpo, allora ſuppone già il peſo, o la preſſione naturale in eſſo loro; e perciò fa una petizione di principio.

597. Newton nella queſtione 21. lib. 3. dell'Ottica cerca, ſe forſe ſi poteſſe ſpiegare la gravità ſupponendo un fluido etereo, le di cui parti ſiano più ſottili di quelle dell'aria, e del lume, e che vicino alla terra ſia più raro di quello, che più lontano da eſſa; di modo che più ſi slontana, più ancora creſce in denſità, ed è dotato d'un elaſticità conſiderabile, o d'uno sforzo per dilatarſi d'ogni intorno. Quindi naſce da queſto sforzo, che un corpo poſto nell'aria è ſpinto con una forza proporzionale alla maſſa, dove è meno raro il fluido; e perciò verſo il centro della terra; e in queſta maniera è grave. Quantunque una tale ſpiegazione abbia più fondamento in natura de'vortici, e della materia ſottile Carteſiana, perchè oſſerviamo da'corpi elettrici ſtrofinati uſcire una materia ſottiliſſima, e al ſommo elaſtica; ciò non oſtante non paſſa i limiti del probabile, e perciò l'ha poſta il Newton nel numero delle queſtioni da eſaminarſi; forſe per appagare la curioſità d'alcuni Filoſofi, che ſollecitamente gli dimandavano una competente ſpiegazione della gravità de'corpi. Per altro intorno a queſto fluido etereo chiaramente s'eſprime nell'annotazione generale in fine de'principj matematici della Filoſofia. Prima parlando della gravità così dice. *Oritur utique hæc vis a cauſa aliqua, quæ penetrat, ad uſque centra Solis, & Planetarum ſine virtutis diminutione; quæque agit non pro quantitate ſuperficierum particularum, in quas agit, (ut ſolent cauſæ mechanicæ) ſed pro quantitate materiæ ſolidæ; & cujus actio in immenſas diſtantias undique extenditur, decreſcendo ſemper in duplicata ratione diſtantiarum*. Dal che appariſce, che ſe vogliamo ammettere una cauſa della gravità, è neceſſario, che queſta non operi per impulſo, come ſogliono le cauſe tutte de' fenomeni, ma operi ſecondo la maſſa, e perciò ſia interna alla medeſima. Soggiunge però, che egli non vuole fare alcuna ipoteſi, ma diſcorrere della natura conformemente alle ſperienze, baſtandogli ſolo d'aver dimoſtrato, che la gravità ſia una cauſa reale, e non finta; e che operi ſecondo le leggi già dimoſtrate. Finalmente conchiude

chiude. *Adjicere jam liceret nonnulla de spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, & in iisdem latente, cujus vi, & actionibus particulæ corporum ad minimas distantias se mutuo attrahunt, & contiguæ factæ cohærent &c. Sed hæc paucis exponi non possunt; neque adest sufficiens copia exprimentorum, quibus leges actionum hujus spiritus accurate determinari, & monstrari debent.*

598. Da questo che ora abbiamo esposto apparisce, che il Newton vedendo le difficoltà considerabili, che ci sono a spiegare la gravità per impulso, s'è contentato per quelli, che vogliono costantemente asserire la gravità come un effetto, d'accennare un'ipotesi più ragionevole, e conforme alle sperienze, come è quella dell'atmosfera, o d'un mezzo elastico; esso però ha presa la gravitá come un effetto costante in natura, senza prendersi la pena di spiegarlo, il che non si farebbe, che con molta fatica, e poco frutto della scienza naturale. Molti altri Newtoniani però hanno francamente asserito darsi in natura due principj non meccanici, uno de' quali è la gravità, colla quale non solo ogni corpo tende verso la terra, ma inoltre ciascuna parte di materia verso l'altra, detto perciò *Attrazione;* e l'altro, col quale alcune parti di materia in certe circostanze si respingono secondo alcune leggi determinate; detto perciò *Repulsione*.

599. Contro questi detti *non rigidi Newtoniani* si scagliano quei, che sieguono il Cartesio, e inoltre alcuni sperimentali come l'Abb. Nolet nell'ottava lezione art. 2. condannando questa sorta di Fisici, perchè si servano di principj affatto ignoti, e lontani dalla comune maniera di pensare; perchè tornano ad introdurre nella Fisica *le qualità occulte*, che ammettevano i Peripatetici, spiegando in questa forma con puri nomi gli effetti della natura; cioè per mezzo di *virtù elementari, di Simpatia, Antipatia, Antiperistasi ec.* Di più osservano, che questa forza attraente è un Proteo più della materia sottile, comparendo in iscena sotto facce diverse, e contrarie nella spiegazione de' fenomeni; e inoltre è ugualmente ipotesi, che i vortici Cartesiani.

600. Non vedo però con qual fondamento questi Autori inveiscano tanto contro questi Seminewtoniani, quando essi ancora sono della stessa, anzi di condizione assai deteriore. Non c'è sistema di filosofia, in cui non si debbano ammettere alcuni *principj immeccanici*, come altrove notammo §. 258. Nè questo è un introdurre di nuovo l'antico metodo delle Scuole. I Peripatetici dovendo render ragione

di ciascun effetto naturale contro il sentimento del loro maestro Aristotele, fingevano una virtù particolare in quel corpo, che lo produceva; onde quanti erano gli effetti diversi, tante erano le cause incognite diverse, che ammettevano; e dir questo, è lo stesso, che dir niente. Non così però fanno i Newtoniani di secondo ordine; stabiliscono con esperienze quei primi immeccanici principj, che sono pochi di numero, e dipendenti dalla libera volontà del Creatore; e posti questi scendono alla spiegazione degli altri fenomeni della natura. Perciò non si partono dal modo comune tenuto da tutt' i Filosofi d'ogni tempo, nè ammettono ipotesi, ma principj dimostrati quelli, che asseriscono la gravità verso terra, e delle parti della materia come un principio immeccanico. I Cartesiani collo spiegarla fanno un passo più in là de' principj immeccanici; ma poi anch' essi devono a questi ridursi. Dicono i Newtoniani, che il principio del moto, la causa attiva, che anima tutt' i corpi a produrre gli effetti, è la gravità, posta la quale come base fondamentale, spiegano in appresso meccanicamente i fenomeni naturali, conforme vedremo in tutto il decorso della Fisica. I Cartesiani all' incontro si sforzano di rendere ragione meccanica della gravità per l'impulso della materia vorticosa. Ma dimandate loro, perchè si muove perennemente questa materia; altro non vi rispondono, che per lo moto dato da Dio alle prime particelle della materia. Ma questo moto, che cosa è; soggiungono i Cartesiani, che è una cosa, o modificazione da Dio creata nella materia, o l'effetto della Divina volontà; in una parola è un principio immeccanico. E in fatti in che sistema di filosofia si truova la spiegazione meccanica del moto? ognuno lo suppone, e non lo spiega. Eccoci dunque ad un principio immeccanico; nè ci è altra differenza tra un Cartesiano, e un Newtoniano non rigido, che il primo ammette un moto, col quale ogni particella di materia si rivoltò da principio intorno a se stessa, che presentemente si conserva ancora nella stessa quantità, non avendo mutato altro che la direzione, essendo cioè diventato circolare. Il Newtoniano per lo contrario ammette un moto, che Iddio sempre conserva nella materia, col quale ogni parte di materia tende verso un' altra, con alcune leggi determinate.

601. Non essendoci adunque altra ragione, per la quale la gravità, e attrazione debbano spiegarsi meccanicamente, che l' uso inveterato delle Scuole di cercarne la causa; dall' altra parte essendo

questa

questa spiegazione soggetta ad infinite difficoltà; anzi non sussistendo secondo le leggi d'una materia impellente, come abbiamo veduto, e più diffusamente ancora parlando dell'attrazione osserveremo; non mi pare irragionevole l'opinione di quelli, che ammettono la *Forza attraente come un Principio immeccanico*. Ma che che sia, poco a noi importa la natura delle cose; nè basterà dimostrare, che realmente ci sia la gravità, e l'attrazione in ogni parte, della materia; quantunque amendue dipendessero da qualche altro principio immeccanico, come è il il moto comunicato alla materia.

CAPO XIII.

Misure de' Pesi diversi.

602. FInora abbiamo parlato della gravità, o forza, che spinge i corpi verso la terra; ora qualche cosa dobbiamo dire dell' effetto da essa prodotto in una data quantità di materia, comunemente chiamato *Peso* de'corpi. Questo si determina paragonando un corpo coll'altro per mezzo della bilancia, o di qualch'altro stromento meccanico; onde poi veniamo in chiaro se un corpo pesi ugualmente il doppio, o il triplo d'un altro. Quindi dall'uso comune sono stati stabiliti alcuni corpi particolari detti *Misure de' Pesi*, per mezzo de' quali s'esplora la relazione, che passa tra'l peso di più corpi, che insieme si paragonano. Ciò non ostante con essi non convien credere di misurare esattamente il peso de'corpi; perchè ogni misura di esso si fa nell'aria, la quale come fluido, secondo le leggi idrostatiche scema il peso de'medesimi, e ciò in proporzione del volume, che hanno; il che si dice *Peso relativo*. In pratica però questo divario non essendo molto considerabile, esporremo perciò le misure diverse de' Pesi, delle quali si servono le Nazioni più colte, e che si truovano spesso citate nelle sperienze fisiche, e nella storia naturale. Ma siccome abbiamo ridotte le misure dell'estensione a quelle di Parigi, così ancora faremo di quelle de' Pesi essendo la nazione Francese molto benemerita della Fisica.

603. La *Libbra* in Parigi, e quella de' Mercadanti in quasi tutta la Francia è di 16 once; eccettuato quella di Linguadoca, Provenza, e Avignone, che è d'once 13, e quella di Lione di 15; e la libbra Medica, che è di 12. La libbra si divide in due Marche

ciascuna d'once 8. L'*Oncia* si divide in 8. grossi, o dramme; il *Grosso* in 3 denari o scrupoli; il *Denaro* in 24 Grani. Onde l'oncia contiene grani 576, e la libbra 9216.

604. Oltre questa divisione, sogliono ancora in Francia divider l'*Oncia* in 20 sterlini, lo *Sterlino* in 2 oboli, *l'Obolo* in 2 Felini, il Felino è uguale a grani $7\frac{1}{5}$. Secondo questa divisione l'oncia contiene 80 felini, lo sterlino è grossi $2\frac{1}{5}$, l'obolo equivale a denari $1\frac{2}{3}$; il felino a denari $3\frac{1}{3}$.

605. La libbra, di cui si servono i Medici in Parigi, e comunemente appresso tutte le nazioni si divide in once 12, *l'oncia* in dramme 8, la *dramma* in scrupoli 3, lo *scrupolo* in grani 20; onde l'*oncia medica* contiene grani 480; ma in Parigi il grano medico è uguale a grani civili $1\frac{1}{5}$; perciò l'oncia medica ivi equivale alla civile.

606. Posta adunque l'oncia civile Parigina di 576 grani relativamente a questi abbiamo ricavata la seguente tavola delle once nell'altre nazioni da Bernard, e Einsenschmid.

Once.	Grani Parigini.	Once.	Grani Parigini.
D'Argentina	$554\frac{1}{8}$	Romana antica	520
Di Colonia	$550\frac{1}{4}$	Romana odierna, per Gravio	534
Di Norimberga	$599\frac{5}{8}$	Secondo Auzout	533
Detta Medica	562	Veneziana	$562\frac{1}{5}$
D'Inghilterra, detta Trosica, o Trojana	$585\frac{2}{7}$	Napoletana	503
D'Inghilterra del Porto	534	Fiorentina, e Pisana	537
Di Spagna per le monete	$540\frac{1}{4}$	Senese	526
Gaditana	$540\frac{2}{5}$	Genovese	494
D'Olanda Trosica	579	Di Lione in Francia	$591\frac{1}{4}$

607. La libbra d'Argentina si divide in due mezze, o in quattro quarte, o in 8 mezze quarte, o in 32 mezz'once dette Lotoni. Il lotone si divide in 4 quarte, questa in 2, 4, 8, 16, o 32 parti. La libbra d'Argentina è uguale ad once 15 di Parigi, grossi 3, grani 14. L'oncia Medica d'Argentina è uguale a quella di Norimberga, da cui l'hanno presa, e questa alla Veneta, a cui la debbono.

608. La libbra di Colonia si divide in due mezze, dette Marche, questa in mezze once, o lotoni 16, il lotone in dramme 4, la dramma in 76 momenti. Sta a quella di Parigi come 2201 : 2304; a quella d'Argentina come 4402 : 4435; a quella di Norimberga come

4402 :

4402: 4797. Nella Zecca dividono la libbra in 2 Marche, questa in Anglici 19; Anglici 20 fanno un'oncia d'Olanda Trosica. L'Anglico si divide in Grani, o Momenti 32; il Grano si divide in 2, o in 4 parti.

609. La libbra di Norimberga si divide in 32 lotoni ec. come quella d'Argentina; sta alla Parigina come 4797: 4608; a quella d'Argentina come 4797: 4435.

610. La libbra Inglese Trosica per pesare le sete, le gemme, l'oro, e l'argento si divide in once 12. L'oncia in dramme 8. La dramma in scrupoli 3, lo scrupolo in grani 20. Quest'oncia sta alla Parigina come 480: 472½. La libbra Trosica contiene once Italiane 13. La libbra de' pesi più grossi, o del porto è d'once 16; l'oncia, che equivale alla Romana odierna, contiene dramme 8; la dramma scrupoli 3. L'oncia sta alla Parigina come 12169: 13125.

611. La libbra di Spagna si divide in once 16; la marca, o il marco è once 8. L'oncia contiene 16 Adarami. Il quintale è 100 libbre, la sua quarta parte si chiama Aroba. Gli Orefici di Spagna dividono la marca d'oro in 50 Castellani. Questo in Tomini 8; il Tomino in grani 12; onde nel marco ci sono grani 4800. La marca d'argento è once 8, l'oncia si divide in 8 parti dette ottave; l'ottava in grani 75; onde nella marca sono grani 4800; l'oncia di Spagna sta a quella di Parigi come 136 : 145. Di ott'once d'oro formano doppie 68. La libbra Gaditana si divide come la Spagnuola.

612. La libbra Olandese Trosica si divide in due marche; la marca eccede quella di Parigi di grani 24. L'oncia sta a quella di Colonia come 20: 19.

613. La libbra antica Romana si divideva in once 12. L'oncia in duelle 3, o sicilici 4, o sestule 6, o denari consulari 7, o denari imperiali 8, o scrupoli 24; onde la libbra era composta di scrupoli 288. La libra antica Romana equivale ad once Parigine 10, grossi 6, grani 48; ovvero ad una marca di Colonia, e 6 mezz'once, e due dramme, e momenti $54\frac{99}{100}$.

614. Le altre libbre si dividono in once 12; tra queste la ibbra medica di Venezia è d'once 12, l'oncia di dramme 8, la dramma di scrupoli 3, lo scrupolo di grani 20. Il Rotolo è in Napoli un peso equivalente a 33 once, in Malta a 30 once Napoletane.

615. Gli

615. Gli antichi Francesi dividevano la Marca in carati 24. Il Carato in 32 parti. Ora però del carato non si servono, che per dimostrare la purità dell'oro, col quale si fanno le monete, e per pesare le gemme. Per esempio i Francesi d'una marca d'oro formano Luigi d'oro $36\frac{1}{4}$. I ventiquattro carati, de' quali è composta la marca non sono tutti oro puro, ma solamente 22, gli altri due sono argento, o rame. Così ancora in Germania la marca d'oro è 24 carati, il carato 12 grani. Gli Ungari, che si formano da una marca contengono carati 23, grani 8 d'oro puro. La marca d'oro, della quale si fanno le monete d'oro al Reno contiene carati 18 grani 6. Il carato lo dividono gli Spagnuoli in grani 24. La marca d'argento si divide in denari 12, il denaro in grani 24. La marca d'argento, della quale si formano Luigi $8\frac{11}{12}$ contiene denari 11 di puro argento, salvo il rimedio. Il *Rimedio* è una mancanza alla legge stabilita da' Magistrati, ma non condannabile; essendo impossibile in pratica conservare lo stesso peso, e mistura nel formare le monete d'oro e d'argento. Quindi senza trasgredire la legge, battendo Luigi d'oro, s'adoperano per la mistura solamente carati $21\frac{1}{4}$ d'oro puro, in vece di 22; onde il rimedio in questi è $\frac{1}{4}$. Il Rimedio per gli Luigi d'argento è due grani. Il Rimedio nel peso per gli Luigi d'oro è grani $14\frac{2}{5}$; per quelli d'argento grani 43, che si devono levare da ciascuna marca.

616. Le gemme, e i diamanti si pesano con i carati, il carato per questi si divide in grani 4, che sono uguali a' grani Parigini $3\frac{6}{7}$. Tra li diamanti più celebri è quello del Gran Duca di Toscana, che pesa carati $139\frac{1}{2}$; e quello dell'Imperatore del Gran Mogol, che pesa carati $279\frac{9}{16}$, o grani Parigini $1077\frac{1}{2}$.

617. Per avere un'idea generale della proporzione, che passa tra 'l peso de' corpi più usuali giudico necessario esporre una Tavola cavata dall'Architettura Francese di Lodovico Savot ristampata a Parigi nel 1685. Nacque quest' Autore a *Saulieu* nella Borgogna al 1579. In questa si paragona un piede cubico Parigino §. 147. di ciascuna materia, e si determina in libbre di Parigi il peso che ha.

Tavola ove si determina il peso di un piede cubico di ciascuna materia.

Piedi cubici Parigini.	Libbre Parigine.	Piedi cubici Parigini.	Libbre Parigine.
D' Acqua dolce	72	Di Pietra comune	140
D' Acqua di mare	$73\frac{5}{7}$	Di Marmo	252
Di Stagno	576	Di Pietra cotta	130
Di Rame	648	Di Tegole	127
D' Argento	744	Di Ardosia	156
Di Piombo	828	Di Sale	$110\frac{2}{7}$
D' Argento vivo	$977\frac{1}{7}$	Di Mele	$104\frac{2}{5}$
D' Oro	1368	Di Vino	$70\frac{4}{5}$
Di Terra	$95\frac{1}{5}$	Di Olio	$66\frac{5}{8}$
Di Sabbia di Terra	120	Di Cera	$68\frac{8}{11}$
Di Sabbia di Fiume	132	Di Legno d' alno	$37\frac{7}{12}$
Di Calce	59	Di Legno di quercia	60
Di Calce con arena	120	$\frac{1}{4}$ D'un sestiero di biada	55
Di Gesso	86		

CAPO XIV.

Gravità universale, o Attrazione.

618. NEL capo 12. abbiamo parlato della gravità, che si truova nelle parti della materia verso la terra; ora dobbiamo dimostrare, che tra tutte le parti della materia vi è una gravità vicendevole, la quale perciò chiamiamo Attrazione, per distinguerla dalla prima. Con tal nome non pretendo stabilire altro, che un effetto, il quale si dimostra evidentemente tra le parti della materia, quando si detrae un considerabile impedimento, per cui spesso non si può osservare. Non v'ha dubbio, che se attentamente si considereranno i fenomeni naturali, ognuno converrà, che questa attrazione non dipende da alcun impulso di materia sottilissima, ma è anzi la prima causa motrice, dalla quale nasce l'impulso, e le altre secondarie cagioni de' fenomeni. Ciò non ostante siccome giudico, che tale discussione possa essere di poco utile all' avanzamento della Fisica, quando questa forza attraente universale sia dimostrata; e di più pare, che i Filosofi mal volentieri s'adattino ad ammettere una causa, che opera senza spingere i corpi; non perchè sia contro la Metafisica, e gli assiomi di essa, i quali devono ricavarsi dalle osservazioni fisiche, non dal pen-

pensare degli uomini; ma perchè ognuno ha genio di aver libero campo d'inventare nuove spiegazioni, per esercitare il suo ingegno; così lasciando andare questa discussione, mi ristringerò solamente ad asserire, che l'attrazione non dipende certamente finora da cause a noi note meccaniche, quantunque si potesse spiegare meccanicamente.

619. Questa forza non è stata così ovvia come l'altre in natura per cagione della gravità terrestre, dalla quale sono con una somma velocità portate tutte le parti della materia verso terra; essendo la massa di questa quasi infinita rispetto alla massa de' corpi terrestri, che cadono verso d'essa; e perciò §.351. la velocità de' corpi gravi sarà quasi infinita rispetto a quella della terra §. 274. Quindi le masse de' corpi considerate tra loro avendo una ragione finita, ancora la velocità, colla quale si vengono incontro per l'attrazione sarà finita; e perciò rispetto a quella celerità, colla quale scendono verso la terra sarà infinitesima. Onde questa attrazione si renderà sensibile tra i corpi in due soli casi. Primo quando si diminuisce in infinito la loro distanza, e perciò s'accresce sensibilmente la forza attraente, che hanno. Secondo se resti impedita la forza gravitante, o qualche altra causa, che spinge i corpi, allora s'osservano più da vicino le operazioni semplici della natura; e la strada, ch'essa tiene per passare da' moti insensibili a' sensibili. Resta ora, che dalle esperienze dimostriamo questa reciproca azione attraente delle parti della materia.

620. *Esperienze*. Il primo argomento lo ricaviamo dalla soluzione de' Metalli ne' lore Mestrui convenienti. Sopra un' oncia d'argento puro ridotto in granelli, e posto in un alto vaso di vetro, si pongano 2 once di spirito cavato colla storta dal sale nitro prima calcinato, e mischiato con qualche bolo. Poco dopo si scioglierà tutto l'argento, e svanirà, comparendo il liquore trasparente. Scuotetelo, e agitatelo col fuoco, non si depone l'argento al fondo del vaso. Sopra questo liquore versate venti volte più d'acqua; quindi applicato un microscopio a' lati del vaso leggermente in esso ponete lastre sottili di rame pulito; vedrete le piccole parti dell'argento unite con quelle del nitro correre da per tutto rapidamente a queste lastre, e quivi separarsi, e restare quelle dell'argento sopra la superficie, e formare sopra esse una lanugine bianca, che tolta, e asciugata, dà quasi l'oncia intera d'argento non mutato, ma ridotto in polvere sottilissima. Osserverete all'incontro le parti del nitro attaccarsi tenacemente alla superficie del rame, e staccarne le parti.

Quin-

Quindi il liquore diventa d'un verde ameno, e la lastra si vede corrosa nella superficie, e sensibilmente diminuita di peso. Se nell' argento vi era un poco d'oro, vedrete questo non sciolto cadere al fondo dello spirito di nitro come una polvere nera; se all'incontro nello spirito di nitro ci fosse qualche poco di sal gemma di mare, o ammoniaco non si scioglierà l'argento quantunque scaldiate, o comunque agitiate lo spirito. Se nell'argento vi è mischiato rame, il liquore tirerà al color verde. Se nel liquore ove è sciolto l'argento s'infonde a goccia a goccia la lisciva di sal marino, cioè l'acqua calda, in cui sia sciolto questo sale, detta Miria da Chimici, si turba subito il liquore, e depone in fondo tutto l'argento ridotto in polvere. Prendete dello spirito cavato dal sal marino, o pure 4 parti di spirito di nitro, e una di sal di mare, e in questo liquor giallo un poco caldo ponete granelli d'oro, si scioglieranno perfettamente, e apparirà il liquore di color d'oro, nè questo si deporrà al fondo, se non si mette nel liquore un sale alcalino fisso, come quello che nasce da'corpi brugiati, o un sale volatile; allora cade al fondo del vaso tutto l'oro ridotto in polvere sottilissima. Se dentro l'oro eravi mischiato dell' argento; caderà questo al fondo del vaso non sciolto in forma d'una polvere nera. Queste sperienze sono del diligentissimo Ermanno Boerrave Olandese nella Parte 3 delle operazioni Chimiche, processo 180, 185, 205, tomo 2 degli Elementi Chimici ristampati a Venezia nel 1737.

621. Tre cose qui devono spiegarsi; I. la soluzione dell'argento, e dell'oro; II. come le parti di questi metalli restino sospese nel liquore; III. perchè lo spirito di nitro scioglie l'argento, e non l'oro, lo spirito di sal marino detto acqua regia scioglie l'oro, e non l'argento. Per ispiegare questi fenomeni ricorrono i Cartesiani all'impulso del fuoco, della materia sottile, e de'vorticetti; alla figura delle parti saline, che è acuminata, e a'pori de'metalli, che danno l'adito più ad alcune parti di sale, che ad altre, e così nasce la soluzione dell'argento nel nitro, e non nel sale marino.

622. Ma in primo luogo la soluzione non si può fare semplicemente per l'impulso, e figura acuminata de'sali; perchè se ciò fosse ponendo l'argento nell'acqua regia, o l'oro nello spirito di nitro, e agitandoli, dovrebbero sciogliersi, tanto più se s'accresce l'impulso con agitare il liquore per mezzo del fuoco. Ma l'esperienza dimostra il contrario; dunque oltre le due cause accennate, ci deve essere qualche altra prima, e più principale, che attacchi tenacemente l'argento al nitro, e non al sale comune ec. So che alcuni in questo caso ricorrono a' pori dell'oro, che sono minutissimi; perchè questo è un metallo assai denso, e compatto, onde le parti del sal nitro non potendo entrarvi, non possono produrne la soluzione. Ma questo è contro le osservazioni; attesochè esponendo sotto un microscopio una lastra levigata d'oro, e d'argento, si vedranno i pori della prima molto minori di numero di que' della seconda, ma assai maggiori di mole; perciò se le punte nitrose entrano ne' pori dell' argento, potranno con più ragione entrare in quelli dell'oro. Le parti acuminate de' sali ajutano anch'esse la soluzione, ma se non ci fosse tra queste e quelle de' metalli una forza d'associazione, non potrebbero agire. Ciò s'osserva nello stagno, e piombo, che posti dentro lo spirito di vetriuolo, che è un acido potentissimo in natura, non si sciolgono, se non ci si mette dell'acqua, e pure l'olio comune facilmente gli scioglie, quantunque non contenga parti acide. Così ancora la mirra schietta niuno ancora ha potuta sciogliere con qualunque acido, se prima non si prepara lavandola con lisciva d'un sale alcalino; e pure se lasceremo per varj giorni il bianco d'un uovo indurito dentro una grotta sotteranea, che si scioglierà da esso in un liquore dolcissimo, dentro di questo senz'alcuna preparazione si scioglierà la mirra perfettamente. Ma più di tutto questa forza d'associazione è posta sotto gli occhi dal microscopio, col quale come abbiam detto si vede manifestamente, che le parti di nitro, quantunque unite con quelle dell'argento, prontamente corrono alla lastra di rame per ogni verso; il che certo non può attribuirsi ad alcuna causa esteriore impellente, non alterandosi niente il fluido etereo col mettere semplicemente la lastra di rame dentro il liquore.

623. In secondo luogo come le parti dell'argento, e dell'oro, che sono più gravi del liquore, galleggiano prima di precipitare al fondo; se nuotano in esso perchè sono imprigionate tra le sue parti; dunque scuotendo il liquore si deporrebbero al fondo; ma ciò non accade. Di più col semplicemente porre l'olio di tartaro nella *soluzione* dell'oro, o le lastre di rame in quella dell'argento, vanno amendue questi metalli polverizzati al fondo del vaso: nascerà adunque il galleggiamento dall'essere le parti de' metalli unite a quelle de' sali; dal che nasce, che formano un volume di minor peso del liquore, come il piombo unito a un pezzo di sovero galleggia nell'acqua.

Que-

Questa appunto n'è la ragione; ma è necessario spiegare, perchè le parti metalliche stanno tenacemente attaccate a quelle de'sali, e ciò finochè non si pone nel fluido il rame, o l'olio alcalino, col quale resta improvisamente distrutta l'adesione.

624. In terzo luogo perchè il sal nitro non può sciogliere l'oro, e il sal marino l'argento; qualunque ipotesi di vortici, d'impulso, di parti acuminate, e di pori si finga, la troverete non sufficiente a spiegarlo. Dunque bisogna conchiudere, che nelle parti della materia vi è una forza, colla quale sono spinte una verso dell'altra, e questa è il primo principio di tutt'i moti naturali. Tale forza però non l'esercitano tra loro tutte le parti nella stessa maniera; tra alcune è più forte, tra altre è più debole. Così il nitro fortemente all'argento s'attacca, appena all'oro; più gagliardemente al rame ec. Ciò si rende più manifesto colle seguenti

625. *Esperienze*. Dopo aver precipitato l'argento col rame, se nel liquore si pone il ferro, cade al fondo il rame e si scioglie il ferro; si metta dopo il zinch, cade il ferro, e si scioglie il zinch; si pongano gli occhi di granci, questi si sciolgono, e si precipita il zinch. Quindi posto lo spirito d'urina, il nitro s'attacca a' suoi sali, e lascia quelli degli occhi di granci: infondete in appresso nel liquor un *alcali* fisso, a questo s'attacca il nitro, e lascia il sale urinoso, che essendo leggiero galleggia.

626. Pretenderà qualcheduno, che per mezzo dell'attrazione non si renda ragione dello sciogliersi, che fanno i metalli; questa non facendo altro, che unire le parti. Ma deve riflettersi, che quando le parti del nitro vanno per questa forza ad unirsi con quelle dell'argento, agiscono secondo tutte le direzioni, onde le distraggono per ogni verso, e s'applicano alla superficie scabrosa d'esso in maniere diverse; così influisce alla soluzione la figura delle parti; l'agitazione poi delle parti del fuoco, o dello scuotimento perfeziona la soluzione. Quindi osserviamo, che ne'massimi freddi o non succede l'effetto, o è molto lento.

627. *Esperienze*. Sciogliete in una determinata quantità d'acqua varj sali successivamente, per esempio il vitriolo, il sal marino, il nitro, e il tartaro. Fate svaporare l'acqua al fuoco, finochè sopra la sua superficie comparisca un velo sottile, o pure, che è lo stesso, mettete in essa di ciascun sale tanta quantità, che finalmente porzione d'esso cada in fondo del vaso non isciolta. Ponete dentro l'acqua

pezzi puliti di legno dolce, e lasciatela per alquante ore in un freddo. Con qualunque ordine si sciolgano nell' acqua i predetti sali, e quale sia il loro numero; osserverete dopo qualche tempo a' labri del vaso, e a' pezzi di legno attaccarsi primo di tutti cristallizzato il sal di mare sotto la figura di piccoli dadi; secondo il sal nitro, in forma di piccole colonne di sei facce; terzo il vetriuolo colla figura di piccole linguette; ultimo di tutti si cristallizza il sal tartaro, le di cui parti sono colonnette per ogni verso terminate da sei piramidi essagone. Delle figure diverse de' sali si veda Francesco Redi tom. 2. dell' Opere del 1748. esper. intorno a' sali fattizj. I fluidi ancora nel congelarsi hanno una figura particolare; così le parti dell' acqua congelata artificialmente, e quelle della neve, sono come sottilissimi aghi; le parti dell' olio sono rotonde ec. In tutti questi fenomeni non ha luogo affatto l' impulso, il quale è interamente contrario alle cristallizzazioni; perchè per mezzo dell' agitazione, o del fuoco si confondono, e mischiano insieme i sali. Ma quando si leva ogni calore, cioè ogni causa impellente, e che si lascia operare da se la natura, allora si dimostra la forza attraente, che è quella, per mezzo della quale le parti de' sali prendono una figura determinata, e si cristallizzano separatamente senza confondersi; di modo che si vedranno alle volte le parti di sal nitro, di tartaro, di vetriuolo ec. una sopra l' altra, non però confuse tra loro, ma separate e distinte.

628. *Esperienze*. Si chiuda una camera di modo che non c' entri raggio di luce; quindi fatto un piccolo buco levigato, e tinto di nero alla finestra, passi per esso un sottil raggio di sole ab, de, gh; andrà questo a cadere in k, l, m. Sopra d' esso s' accosti la punta di metallo, o di vetro BCA ad una piccolissima distan-

Tav. 8. Fig. 6.

za, per esempio se la punta è d' acciajo, ad $\frac{1}{100}$ di pollice, vedrete immediatamente il raggio piegarsi in c, f, i; verso il corpo; dimodoche la parte a b più vicina si spiegherà più che d e più lontana. Questa esperienza è del Newton nell' Ottica.

629. Alcuni attribuiscono questa inflessione di luce all' atmosfera, che sta intorno ad ogni corpo, e nasce dagli effluvj, che questi mandano fuori continuamente. Ma come si dimostra in Ottica, quando un raggio passa da un mezzo raro ad uno più denso, il raggio si spiega verso la perpendicolare calata dal punto dove entra il raggio nel mezzo denso; per lo contrario da un mezzo denso ad un raro si di-

si discosta il raggio da questa perpendicolare. Se dunque l'inflessione di luce nascesse nel fenomeno proposto dall'atmosfera, se questa è più densa dell'aria ambiente, il raggio in b, e, h s'accosterebbe un poco al corpo, e poi uscendo di nuovo all'aria, cioè in un mezzo più raro, si discosterebbe di nuovo, e tornando a camminare per linee parallele alle bk, el, hm, non si moverebbe per bc, ef, hi come fà realmente. Se l'atmosfera fosse meno densa dell'aria, si scosterebbe interamente dal corpo. Dunque si piega verso esso per una forza, colla quale ogni corpo tira a se la luce.

630. *Esperienze.* S'accosti qualunque corpo alla parte inferiore della fiamma d'una candella, questa scende verso il medesimo, e s'incurva, tanto più presto, con quanta maggior velocità s'accosta il corpo; lo che è interamente contrario alle leggi dell'impulso, il quale se fosse cagione di tal fenomeno, dovrebbe spingere la fiamma in là, e non verso il corpo. Se due fiamme s'accostano, prima di toccarsi, e confondersi s'incurvano vicendevolmente. Sotto la fiamma d'una candella, s'accosti due, o tre dita distante lo stuppino ancora fumante d'un' altra poco prima estinta; cosicchè il fumo arrivi alla fiamma; vedrete questa scendere contro la sua leggerezza per lo fumo, e accendere la candela di sotto. Molte altre sperienze in Ottica si dimostrano per provare l'attrazione della luce verso tutt'i corpi.

631. *Esperienze.* Tutt'i liquori, quando si versano adagio fuori d'un vaso, formano un filo di fluido, le di cui parti si vedono sensibilmente connesse; così ancora una goccia d'acqua posta sopra la punta d'un aco, prima di cadere da essa, si slunga. Una goccia d'acqua posta sopra una lastra di vetro, di metallo, o di pietra leggiermente è acciaccata, dove appoggia sopra il piano, ma sulle foglie delle piante, come la ruggiada, è perfettamente sferica. Una goccia d'argento vivo sopra la carta, quantunque questa abbia una superficie scabrosa, è perfettamente rotonda; ma sopra un vetro, o un metallo levigato è acciaccata, anzi se la lastra è di piombo pulito, si stende sopra la sua superficie, l'inargenta, e si perde; aggiungendo altre gocce di mercurio, penetrano queste il piombo, s'*amalgamano* con esso, e lo riducono come una pasta; lo stesso accade con una lastra d'oro. Due gocce d'acqua a, c poste sopra due piani A, B s'accostino adagio, prima di toccarsi le vedrete incurvare una verso l'altra, quindi toccarsi, e unirsi in una sola goccia adcb. Queste sperienze tutte succedono nella stessa maniera ancora nel voto. Tav. 8. Fig. 7.

632. Se

632. Se la goccia d'acqua, o di Mercurio per lo proprio peso s'acciaccasse, dovrebbero esserlo sulle foglie, e sulla carta più che sulle lastre levigate, perchè in quelle come piene di buchi scenderebbono in essi colla propria fluidità, e peso; ma accade tutto l'opposto. Se la rotondità dipendesse dall'aria, che da per tutto comprime, sempre sarebbero le gocce rotonde, e nel voto si compianerebbero perfettamente. Dunque devono ripetersi questi fenomeni dalla attrazione delle parti de' liquori tra loro, e più con un corpo, che con un altro. Anzi posta la compressione dell'aria, non si potrebbe spiegare come una goccia, che cadendo da alto, o essendo su un piano si comprime, e si fa divenir bislunga, tornasse di nuovo sferica, come vediamo accadere. Sia la goccia bislunga abcd, acciocchè per la compressione dell'aria diventi sferica, deve l'aria, che preme le
Tav. 8. Fig. 8. due superficie laterali b, d aver più forza di quella, che preme le due a, c; ma questo è impossibile perchè le pressioni b, d, a, c sono come le superficie; ed essendo le superficie b, d minori delle superficie a, c dove la goccia è acciaccata, dovrebbero le pressioni minori superare le maggiori, il che è contro la ragione naturale, che una forza minore superi la maggiore. Ma se il tornare rotonda la goccia dipende dalla forza attraente delle sue parti, facilmente si vede, che nel diametro bd maggiore essendoci maggior numero di particelle, che si tirano, di quello, che nel diametro minore ac, l'attrazione sarà più forte in bd, che in ac; e perciò si muoverà la goccia finochè s'equilibrino le forze attraenti, il che non può accadere, che quando i diametri tutti sono uguali, cioè quando la goccia diviene sferica.

633. *Esperienze*. Sia una piccola goccia di Mercurio E posta sopra una lastra pulita AB di vetro, si rivolti questa diligentemen-
Tav. 8. Fig. 9. te, come è espresso nella figura, la goccia scenderà per la lunghezza della lastra EB; ma se questa è un poco sporca, o ingrassata colla traspirazione della mano, cade immediatamente per la linea ED; così ancora accaderà, se la goccia sia troppo pesante. La goccia di Mercurio è tirata dal vetro §. 631., per la linea EC, quando questo è pulito; inoltre gravita per la linea ED verso terra; onde se questa gravità sia un poco trattenuta d'accelerare la goccia per la resistenza dell'aria §. 557., e perciò abbia l'attrazione una proporzione finita all'accelerazione, che riceve la goccia dalla gravità; mossa la stessa da due forze, che fanno angolo, EC, ED si moverà per la

la diagonale, EF, §.421., e perciò scorrerà per la lunghezza del cristallo, come fa realmente.

634. *Esperienze*. Siano due vasi CD, AC il primo non pieno, il secondo pieno d'acqua; nel vaso CD non pieno l'acqua sta alta intorno intorno e in mezzo è incavata, nel vaso AC l'acqua ha la figura convessa, essendo alta in mezzo, e bassa alla circonferenza. Nel vaso non pieno si ponga il globo pulito di vetro b, voto dentro, che galleggerà; l'acqua salirà intorno ad esso in c, d; e da se stesso andrà al labro del vaso, quantunque debba salire. Se lo stesso globo si metta nel vaso pieno AC, va verso il mezzo in B, e perciò ancora in questo caso sale. Tutto al contrario espone questi fenomeni Hartsoeker nel corso di Fisica artic. 20. a quello, che noi abbiamo asserito collo 's Gravesande nella Fisica; se si proverà l'esperienza, la troverete conforme a ciò che ora abbiamo detto. Se dentro l'uno, o l'altro vaso si pongano due di questi globi a non molta distanza tra loro, s'avvicineranno da per se stessi, finochè si toccano. Questo moto de'globi verso i labri del vaso, o uno verso l'altro si vede perfettamente, quando stanno fermi, nè l'aria è agitata; e nell' accostarsi s'osserverà, che il loro moto sul principio è lento, e successivamente va accrescendosi; finochè nell'urto è velocissimo. S'unga uno di questi globi coll' olio, per esempio il globo a, l'acqua in c, d intorno ad esso farà una cavità stando lontana dal globo. Se questo globo a unto d'olio si ponga nel vaso CD vicino a'lati sfugge, e va nel mezzo, nè per qualunque industria si faccia per trattenerlo a' labri, ci resta; se si pone nel vaso pieno AC, scende verso il labro; tutto al contrario, che faceva quando non era unto. Quindi è nato, che l'Hartsoeker vide tutto al contrario; avrà forse toccato colle mani i globi prima di porli nel vaso, e perciò ingrassati colla traspirazione insensibile. Se nell'uno, o nell'altro vaso ponete due globi unti, si verranno incontro, se uno d'essi non è unto, ma pulito, si rifuggono. Tav. 8. Fig. 10. 11.

635. Per rendere ragione di questi fenomeni, e d'altri, che riferisce l'Hartsoeker ricorre all'aria, che s'attacca tenacemente a'corpi, e perciò ancora a'globi; onde quando questi s'avvicinano, unendosi l'aria, anch' essi devono toccarsi. Resta però sempre a spiegare, quantunque i fenomeni da esso esposti fossero tutti veri, perchè l'aria s'attacchi a'corpi, e le sue parti facilmente si uniscano. Di più non si ponno spiegare i due primi fenomeni, qualunque ipotesi si faccia

dell'

dell'aria; perchè in amendue s'osserva, che i globi salgono contro la naturale loro gravità.

636. Quindi è, che da tali effetti dobbiamo dedurre questa forza attraente delle parti de' corpi, come è sensibilissima con questi fenomeni. Posta adunque l'attrazione, non sarà difficile rendere ragione d'ogni minuta circostanza, che s'osserva ne' globi. Essendo l'acqua tirata dal vetro, da ciò nasce, che sta a' labri del vaso, e intorno il globo sollevata. Nel vaso pieno le parti dell'acqua per la loro coesione, non già per la pressione dell'aria, come pretende Hartsoeker restano sollevate nel mezzo in B. Tutta la gravità de' globi è sostentata dall'acqua; onde è che la loro forza attraente si può render sensibile. Quando il globo b si pone in acqua, esclude una porzione di questa dal luogo, che occupa, la quale tentando di ricuperare il proprio luogo spinge tutto d'intorno il globo; meno però l'urta l'acqua d, che quella in c; perchè quivi è tirata dal lato del vaso; onde prevalendo la pressione della mole antagonista in c, deve il globo b portarsi verso d, cioè al labro del vaso, e di moto accelerato per la forza attraente in d sensibile tra l'acqua, e il vaso. Per la stessa ragione dell'attrazione maggiore in B, che a' lati nel vaso pieno AC; nasce che il globo deve salire verso il mezzo. Il globo unto non attrae molto l'acqua; quindi è, che quella fossa, che fa il globo nell'acqua, quando in essa si pone, dovrà conservarsi; non essendo le parti dell'acqua tirate dal vetro, e per l'attrazione propria sostentandosi sollevate intorno al globo. I due globi unti quando sono vicini s'uniscono, perchè le due fosse, che lor sono d'intorno diventano una sola; onde per lo peso proprio in essa discendono. Per la stessa mancanza d'attrazione nasce, che il globo unto col proprio peso nel vaso CD scende in mezzo, e in AC verso i lati.

637. Da questa spiegazione, e dall'altre, che daremo di più fenomeni si può ricavare in primo luogo, che quella, che pare *forza repellente*, realmente non è tale, ma è un difetto d'attrazione. Onde non bene deduce lo 's Gravesande da questi, e consimili fenomeni, che si dà oltre l'attraente, una forza repellente in natura; ma come osserva il Newton nella questione ottica 31, dove non può esercitarsi la forza attraente, o perchè le parti sono lontane, o per qualche impedimento, che vi è in mezzo, quivi comincia la forza repellente; come appunto nell'analisi dove cessano le quantità positive, quivi cominciano le negative. Si deduce in secondo luogo, che

che i Newtoniani nello ſpiegare i fenomeni non ricorrono al mero nome dell'attrazione; ma eſaminano, ſuppoſta l'attrazione, ſe eſſa, e altre cauſe impellenti abbian luogo; quindi ſpiegano gli effetti naturali.

638. *Eſperienze*. Si prendano due laſtre di vetro pulite, e ben ſpianate BCDE, ACDF, e ſi pongano una ſopra l'altra; in B ſ'aprano un poco interponendoci un ſottile cartone; acciocchè in BE reſtino aperte, in CD ſi tocchino perfettamente; e appoggiate ſul piede HI, per mezzo della vite G s'alzino un poco dalla parte CD, come ſi vede nella figura. Con una penna s'infonda verſo B la goccia a d'acqua, o d'olio, e meglio di tutti di ſpirito cavato dal nitro, o ſal di mare; queſto comincerà a ſalire tra le due laſtre verſo CD, accelerando ſempre il ſuo moto; dimodochè arrivata vicino a CD ſi diffonderà per tutta la larghezza delle laſtre. Se mentre ſale s'alzino a poco a poco i piani in CD, la goccia finalmente ſi ferma, nè più aſcende; allora alzandoli un poco più comincia la goccia a ſcendere verſo BE. Queſta ſperienza, come l'altre della ſalita de' liquori tra due laſtre di criſtallo furono pria d'ogni altro fatte dall'Hauksbee membro della ſocietà reale di Londra, e deſcritte nella Sezione 5. dell'Eſperienze Fiſicomeccaniche tradotte a Firenze nel 1716. e ripetute dallo 's Graveſande nella Fiſica, e dal Muſſchenbroek nelle Diſſertazioni fiſicoſperimentali, e geometriche ſtampate a Leyden nel 1729. Succedono ugualmente nel voto, che nell'aria libera. Tav. 8. Fig. 12.

639. Queſti fenomeni non poſſono naſcere dalla gravità, perchè la goccia contro la naturale tendenza ſale, e accelera il moto ſuo. Non dall'aria, ch'eſſendo più ſottile verſo CD, ove ſon chiuſi i piani, che verſo BE, ove ſono aperti, fa che in BE abbia più forza di ſpingere, che in CD; perchè ſuccede ugualmente il fenomeno nel voto, ove non c'è per gli Carteſiani altro, che l'aria ſottile. Reſta perciò che naſca dalla forza attraente, che è tra 'l vetro e l'acqua, come chiaramente lo dimoſtra l'eſperienza. Stando la goccia ſopra il piano inclinato BCDE, parte della ſua gravità è ſoſtentata da queſto; onde è, che quando reſta nella goccia una gravità minore dell'attrazione, prevale queſta, e ſale la goccia di moto accelerato; perchè ſi reſtringe ſempre più andando in alto la diſtanza de' piani. Quando s'alzano i piani verſo CD, minor porzione ſoſtentano di gravità nella goccia; onde avendo queſta più gravità, finalmente alzando ancora i piani diventa uguale all'attrazione; e la goccia

essendo tanto tirata in su dall'attrazione, quanto in giù dal peso, sta ferma. Allora se s'innalzano un poco più i piani prevale la gravità all'attrazione, perchè meno da questi sostentata, e la goccia scende. Non c'è in Fisica più evidente dimostrazione della forza attraente di questa; ove si vedono le due forze d'attrazione, e gravità insieme paragonate.

640. Ma acciocchè meccanicamente dimostriamo il salire della goccia, l'angolo ACB rappresenti l'apertura de' piani aperti in AB,
Tav. 8. Fig. 13. chiusi in C. Se i piani fossero paralleli, come BC, FE, la goccia o posta in mezzo essendo tirata per le linee o b, o e ad essi perpendicolari, come dimostreremo nel capo appresso, non potrà muoversi, e così appunto accade; perchè le parallele servendosi d'una comune perpendicolare per la geometria, le due b o, o e formano una sola linea b o e. Ma se i piani saranno inclinati come AC, BC; allora le due perpendicolari ad essi, che esprimono le forze attraenti oc, o e faranno angolo; onde la goccia di moto composto si moverà verso la diagonale o a, cioè salirà tra i piani; perchè la gravità, che la spinge per o m è minore nel primo caso dell'attrazione.

641. *Esperienze*. Dentro un vaso d'acqua colorita HL s'immergano adagio tubi sottili di vetro, o pure due lastre ABCE, ABID
Tav. 10. Fig. 2. unite in AB, e un poco aperte in CEDI, si vedrà l'acqua spontaneamente salire in essi, e tra le lastre formare la linea curva IfgA; di modochè in A sarà altissima, dove le lastre si toccano, in g meno, in f meno di g, e in I bassissima dove le lastre sono più aperte. Questa stessa esperienza accade nello stesso modo nel voto. Quando i tubi di vetro sono più stretti, e simili a'capelli di sottigliezza, e le lastre meno aperte, sale l'acqua più alto; e sempre in ragione inversa della loro apertura, come vedremo nell'esporre tali fenomeni nell'Idrostatica. Secondo la qualità diversa de' vetri, o del liquore sale anche a diverse altezze. I liquori provati dal Musschenbroek nella dissertazione degli specchi di vetro, che è nell'opera citata §.638., sono l'acqua, il vino, lo spirito d'esso, e l'aceto; non dubita però, che anche con altri liquori sottili possa accadere lo stesso. Queste sperienze tutte dimostrano evidentemente questa forza d'attrazione tra le parti della materia.

642. *Esperienze*. Se nella sperienza del §.638. 641. s'adoperi una goccia di mercurio, o il vaso HL sia pieno di mercurio, farà questo contrarj effetti de' liquori; cioè la goccia tra due piani scenderà

derà ſempre; ne' tubi di vetro immerſi nel vaſo HL, ſtarà l'argento vivo più baſſo della ſuperficie, che ha nel vaſo; e tra le due laſtre ſalirà più in I, che in B, onde formerà una curva rivoltata l'oppoſto di quello che è delineata, cioè in I ſarà alta, in B ſara baſſa.

643. Per render ragione di queſti fenomeni nel mercurio, ſia la goccia o tra li due piani AC, BC di argento vivo; per mezzo delle forze attraenti oc, oa deve muoverſi per oa con una forza determinata. Ma ſiccome i piani vanno riſtringendoſi verſo C, così la goccia o per ſalire deve acciaccarſi; e perciò la forza attraente deve ſuperare la coerenza, colla quale ſtanno inſieme unite le parti dell'argento vivo, la quale è una forza attraente, che agiſce in parte contraria dell'attrazione de' piani, ovvero per la linea om. Ma queſta coerenza è maggiore dell'attrazione de' piani col mercurio; dunque la goccia andrà verſo m, dove i piani ſono aperti. Nella ſteſſa maniera ſi ſpiega l'aſcendimento del mercurio tra le due tavole di vetro della fig. 2 tav. 10. Tav. 8. Fig. 13.

644. *Eſperienze*. Franceſco Friewald direttore dell'arti meccaniche nella Svezia ſpianò da una parte due globi di piombo, quindi li calcò un ſopra dell'altro, un poco contorcendoli, acciocchè meglio ſi ſpianaſſero, e veniſſero a un contatto immediato. Oſſervò, che per ſepararli, alle volte era neceſſario attaccare al globo di ſotto un peſo di libbre 50, alle volte di 114, alle volte di 126; tanta era la forza di coerenza tra loro. La libbra, della quale ſi ſervì, era di 16 once. Conſiderò le ſteſſe eſperienze Teofilo Deſagulier, come riferiſce nelle Tranſazioni Anglicane num. 389. La coerenza delle due palle, che ci vollero 126 libbre per ſepararle, non ſi mutò, come nota Friewald, quantunque foſſero poſte nel voto. Tav. 13. Fig. 1.

645. *Eſperienze*. Più accuratamente dimoſtrò lo ſteſſo in corpi di materia diverſa il Muſſchenbroek, come eſpone nella diſſertazione, il di cui titolo è *Introductio ad Cohærentiam corporum firmorum*, che ſta tra le altre già citate diſſertazioni. Fece gettare due pezzi di vetro come ABC; il capo A avea pollici Renani 2 $\frac{1}{5}$ di diametro, e d'altezza $\frac{1}{2}$; il diametro BC era pollici 1 $\frac{11}{12}$, l'altezza $\frac{3}{4}$. La baſe BC era piana, e pulita. Chiuſe ciaſcuno d'eſſi nella caſſa di rame IDE, EFGHL fermandola colla vite IE, onde il capo A reſtava dentro il coperchio IDE, e la baſe BC uſciva fuori del buco HG. Amendue i pezzi di vetro già chiuſi dentro le caſſe ſono eſpreſſi nella fig. 2. colle ſteſſe lettere. Il pezzo di ſopra per mezzo dell'anello K ſtava ſoſpeſo Tav. 13. Fig. 2.

ad una corda; all'anello K del pezzo di sotto si attaccavano varj pesi, per determinare la forza, colla quale restavano attaccati. Senza interporci niente s'attraevano con forza uguale o grano medical $1\frac{1}{2}$. Interponendoci dell'acqua, non si poterono staccare, che con un peso di 9 once. Coll'olio di rape restarono uniti con forza d'once $8\frac{1}{2}$. Avendoli scaldati, e passatoci sopra un poco di sevo, quindi compressi per escludere dalle basi BC il sevo superfluo, raffreddati sostentarono libbre 298. Interponendoci nel modo stesso della cera gialla sostentarono libbre 230 Interponendoci la pece comune, libbre 850 Adoperan-
Tav. 9. do due cilindri d'ottone ADC, BDC, il di cui diametro BC era
Fig. 5. pollici del Reno $1\frac{11}{12}$, l'altezza AB $\frac{4}{10}$ s'attraevano da se soli con forza uguale a grani 2, interponendoci acqua, con forza uguale ad once 12; coll'olio di rape ad once 18; colla trementina Veneziana ad once 24; colla ragia, detta colofonia, s'unirono con forza uguale a libbre 850; adoperando la colla ordinaria con forza maggiore di libbre 90, adoperando il sevo con forza uguale a libbre 800; usando la cera con forza uguale a libbre 900; applicando la pece con forza maggiore di libbre 1400, non essendosi potuta precisamente determinare per essersi
Tav. 13. rotti gli anelli. Adoperò inoltre i due cilindri C, D di marmo bian-
Fig. 3. co, che avevano il diametro della base dita $2\frac{1}{12}$, coll'acqua non si separarono, che sospendendo dall'anello di sotto once 6; coll'olio once $15\frac{1}{2}$; colla cera libbre 1250; col sevo libbre 900. Altri due cilindri, il diametro de' quali era dita $2\frac{2}{12}$ interponendoci il sevo s'unirono con forza uguale a libbre 1150. Due altri minori dello stesso marmo, che aveano per diametro $\frac{10}{12}$ di dito, col sevo s'unirono con forza uguale a libbre 200. Due di marmo nero, che avevano di diametro dita $2\frac{1}{12}$ interponendoci il sevo s'unirono con forza uguale a libbre 900. Due altri d'avorio, il diametro de' quali era dita $2\frac{2}{12}$ col sevo sostennero libbre 200. Le due piccole lastre d'ottone a, c poste da una parte, e dall'altra servono per impedire, che i due cilindri non scorrano orizontalmente.

646. Tutte queste esperienze dimostrano evidentemente la forza, che hanno di stare unite le parti della materia, quando sono ad immediato contatto; il che non potendosi ottenere con levigare perfettamente le parti de' corpi, perchè è impossibile formare due piani perfetti; e quantunque si potesse, ciò non ostante i pori, che sono in essi impedirebbero l'immediato contatto: perciò si servì l'autore di fluidi, o mezzi fluidi interposti. Ma siccome alcuni suppongono, che

che questa coesione possa derivare dalla forza elastica dell'aria esteriore, che tiene compressi i due cilindri, quando resta perfettamente esclusa l'aria dalle loro basi; percio è necessario esaminare la medesima. Ottone Guerikio fu il primo, che nel 1656. dimostrò, come votando d'aria due mezze sfere di diametro $\frac{3}{4}$ di braccio Magdeburgico, non potevano essere staccate, che dalla forza di 8 cavalli per parte, come riferisce nel suo Trattato *De Spatio Vacuo lib.3.cap.23.* La stessa esperienza fu confermata da molti altri, e specialmente dal Musschenbroek; i quali però hanno osservato, che sospendendo i due mezzi globi dentro una campana di vetro, e da questa votando l'aria, da per loro stessi si separano; il che dimostra evidentemente, che tutta la loro coesione nasce non dal contatto, perchè non si toccano questi mezzi globi, che nella loro circonferenza, ma dalla semplice pressione dell'aria. Tutto al contrario però accade nell'esperienze di sopra accennate; perchè come osserva il Musschenbroek, se questi cilindri si sospendono nella campana vota, restano ancora uniti quasi colla stessa forza. Di più la forza dell'aria è determinata, ed equivale ad una colonna d'argento vivo, la di cui altezza è uguale a 30 pollici del Reno, la base è uguale alla superficie del corpo, la cui pressione si vuò misurare, come si dimostrerà nella Fisica particolare. Ora computando la pressione dell'aria sopra una base, che ha per diametro pollici del Reno 2 $\frac{7}{11}$, si truova, che non uguaglia libre 90 di Amsterdam. Ma abbiamo veduto, che i due cilindri d'ottone minori in diametro sostentarono colla pece libbre 1400; i due di marmo libbre 1250 colla cera; i due dello veduto marmo col sevo libbre 1150; dunque la loro coerenza non può nascere dalla compressione dell'aria, quantunque non si nieghi, che v'influisca.

647. Alcuni per evitare quest'evidente dimostrazione ricorrono alla pressione della materia sottile, la quale resta sempre, qualunque voto si faccia, ma I. se ciò fosse i cilindri starebbero attaccati con più forza nella campana vota, perchè ivi non ci sarebbe, che la materia sottile, s'osserva però tutto il contrario; e di più se fuori della campana pende un tubo di vetro immerso nell'argento vivo, sale il mercurio nel tubo, spinto dalla pressione dell'aria esteriore, il che dimostra evidentemente, che se vi è aria sottile nella campana, non preme i corpi. II. inoltre l'aria sottile premerebbe solamente le parti solide de'corpi, perchè per gli pori di essi passa liberamente; quindi quanto più denso, o grave è un corpo, tanto più, posto sopra

un

un altro consimile spianato, resterebbe unito ad esso; ma la coerenza ne'cilindri di sopra non siegue questa ragione; anzi se il sevo, o la cera interposta sono in pochissima quantità, la coerenza è grandissima, se in maggiore, la coerenza è più piccola.

648. *Esperienze*. Steffano Hales nel suo libro intitolato la Statica de' vegetabili dimostra con replicate esperienze, che ogni pianta tira a se per ogni parte una determinata quantità d'aria, e d'acqua. Lo stesso autore nel libro poco fa stampato, il di cui titolo è Statica degli animali, dimostra ancora con evidenza la forza attraente, che vi è negli animali. Prima di lui molte cose aveva osservate Giacomo Keill ne'suoi *Tentamina Medico-Physica* nell'ultima disquisizione. Comparve questo libro a Leiden ristampato nel 1730. Dimostra, che il corpo umano per gli pori della pelle imbeve molta aria, e insieme con essa varie parti eterogenee, cosa già osservata, come egli nota da Cornelio Celso. Così ancora si vede, che l'olio strofinato alle piante de'piedi rende il fiato puzzolente; l'argento vivo, e le cantarelle, delle quali si fa pasta de'vessicanti s'insinuano nel sangue e per tutto il corpo, quantunque applicate ad una sola estremità di esso.

649. *Esperienza*. Che più? la stessa forza attraente, quantunque non possa facilmente osservarsi in que'corpi, che sono poco tra loro distanti, per motivo della celerità somma, colla quale scendono verso terra, che assorbisce la loro attrazione vicendevole, che si fa per ogni direzione, ciò non ostante è stata osservata evidentemente in alcuni luoghi particolari. Il Signor Bouguer uno degli Accademici ultimamente inviati all'Equatore, essendo vicino ad una grossa montagna detta Chimboraco, osservò, che il filo del pendolo, di cui si serviva, declinava un poco dalla linea perpendicolare alla terra, verso la stessa montagna; così riferisce Maupertuis nelle Opere diverse stampate a Amsterdam nel 1744. dove fa gli Elementi della Geografia.

650. Dalle osservazioni, ed esperienze fatte nel capo precedente, e in questo abbondantemente vien dimostrata la forza di gravità, che si truova tra tutt'i corpi di questo mondo, e le minime loro parti. Tutt'i corpi gravitano verso terra, la Luna anch'essa è grave; e quindi tutti gli altri pianeti devono esser gravi verso que'corpi, intorno a'quali girano, e inoltre uno verso l'altro. Ciò ancora ha confermato Flamsteedio con immediate osservazioni, dalle quali apparisce, che Giove pianeta maggiore di tutti, quando passa sotto Saturno,

turno, lo smuove alquanto dalla sua orbita insieme con i cinque Satelliti suoi, e vicendevolmente esso viene smosso. Se sopra la terra c'è qualche corpo, la di cui massa abbia una ragione sensibile a quella di tutta la terra, allora è stata osservata §. 649. sensibile l'attrazione di questo cogli altri corpi terrestri. In tutti gli altri casi non è tale, che diminuendo la gravità verso terra, o riducendo i corpi a quasi un immediato contatto.

CAPO XV.

Leggi dell' Attrazione Matematicamente.

651. NON è così facile opera il determinare le leggi, colle quali le parti della materia vicendevolmente s'attraggono, perchè è molto difficile l'osservare l'operazioni della natura, che si fanno colla semplice attrazione. La gravità verso terra, la forza elastica d'alcuni corpi, il fluido, in cui si fanno queste attrazioni, e molte altre cause disturbano le leggi generali, alle quali è soggetta. Noi sceglieremo solamente quelle leggi, che si ricavano dalle osservazioni, dove si sono slontanate più, che si è potuto le cagioni disturbanti l'attrazioni; ed esporremo inoltre quelle leggi, che conserva la forza attraente, quando viene perturbata. Alcune di queste leggi espose Giovanni Keill in una lettera a Guglielmo Cockburn, che sta dopo l'introduzione *Ad Veram Physicam, & Astronomiam* de Keill ristampata a Leiden nel 1739. Questa forza attraente tra le parti della materia aveva egli trovata da per se stesso, e communicatala al Newton, n'ebbe in risposta, che anch'egli aveva osservata una simil forza nella materia, come di fatto apparisce dalle questioni inserite dopo la sua Ottica già citata. Alcun'altre di queste leggi espose Giacomo Keill nel *Tentamen quartum de Secretione Animali*, e il Senac nel nuovo corso di Chimica secondo i principj di Newton, e di Sthall ristampato a Parigi in due tomi nel 1737. nella prima parte, dove parla del Magnetismo de' corpi.

L E G G E I.

652. LA forza attraente, levate tutte le cause perturbanti, è proporzionale alla massa del corpo. Ciò apparisce da tutte l'espe-

l'esperienze fatte di sopra, dalle quali si osserva, che tutte le particelle s'attraggono; onde la forza intera d'un corpo nascerà dal numero delle parti, delle quali è composto.

653. Questa regola però patisce la sua eccezione in que' corpi, che sono molto porosi, ne' quali la distanza delle particelle, fa che l' attrazione sia disturbata dalle cagioni esteriori, e specialmente dalla gravità terrestre. Le particelle però de' sali essendo molto unite, e dense mostrano più evidentemente l'attrazione per la ragione medesima. Lo stesso ancora abbiamo osservato ne' piani di metallo, e di marmo, se con qualche materia si serrano i loro pori. Quindi considerate tutte le cause disturbanti, ricaviamo la seguente

LEGGE II.

654. SE due particelle A, B si attraggano, essendo vicinissime, la forza attraente per esempio in B non si muterà, quan- Tav. 13. Fig. 4.
tunque ad essa s' aggiungano molte altre parti C, E, D, così che diventi un globo. Perchè per le cause disturbanti la forza attraente delle particelle A, B non si manifesta, che a piccolissime distanze; onde tutte l'altre C, E, D aggiunte sono troppo lontane per poter dimostrare la loro forza contro la particella A. Dal che ne siegue, che la velocità, con la quale due globi A, e B si vengono incon- Tav. 13. Fig. 5.
tro, sarà molto minore di quella, colla quale s'incontrano due particelle a, b. Perchè le velocità sono reciproche alle masse, onde se fossero solamente le due particelle a, b, che si attraessero, la loro velocità sarebbe proporzionale inversamente alla piccola solidità, che hanno, e la forza sarebbe direttamente come la solidità, per la legge prima; si accrescano le loro masse, e diventino A, B, la loro forza attraente resta come prima, per la legge seconda; e la velocità, colla quale si vengono incontro, si diminuisce in proporzione, che si è accresciuta la loro massa. Quindi si vede manifestamente come la forza attraente di due corpi può essere facilmente disturbata dalla piccola resistenza, che loro fa l' aria, quando si vengono incontro; perchè la velocità è minima. Dunque poste le cause disturbanti, la legge prima dell'attrazione proporzionale alla massa non ha luogo, che nelle minime particelle, le quali sono ad una piccolissima distanza.

LEG-

L E G G E III.

655. LA forza attraente de'corpi maggiori è inversamente, come i quadrati delle loro distanze; ma ne'corpi più piccoli, o tra le parti della materia deve essere inversamente in una ragione più che duplicata, cioè triplicata, o quadruplicata; ovvero inversamente come i cubi, o le quarte potenze delle distanze, che hanno tra loro le particelle.

656. La prima parte di questa legge è stata già dimostrata parlando della gravità de'corpi. La seconda così si dimostra. La forza attraente nel contatto di due corpi è sensibilissima, e cresce come il numero delle parti, che si toccano per la legge seconda; ma tale non sarebbe se fosse inversamente, come i quadrati della distanza, secondo che ora dimostreremo; dunque deve crescere in magior ragione della duplicata. Inoltre sarebbe questa forza attraente sensibile ancora a qualche distanza de'corpi stessi; perchè osserviamo, che la gravità a distanze non sensibili da terra è la stessa, che quando i corpi toccano la terra. Ma questa forza attraente, ogni poco che si discostano i corpi, non è più sensibile, dunque siegue una ragione più che duplicata.

657. Newton dopo aver dimostrato nella proposizione 80 del libro 1, come deve esprimersi la forza attraente d'un globo verso qualche particella lontana da esso, applicando poi la formola generale nella proposizione 81 ad un caso particolare, cioè quando la forza è come il cubo della distanza, truova nell'esempio secondo la seguente costruzione. Sia il globo AHB, e la particella, che esso tira P: dal Tav. 13. Fig 6.
punto P si tiri la tangente al globo PH, e dal punto H si cali la perpendicolare HI sopra il diametro del globo AB: si tagli PI in due parti uguali in L; quindi s'innalzino le perpendicolari Ll, Aa, Bb, Ss. Tagliata Ss uguale SI; prendendo Ll, LB per asintoti, si descriva un'iperbola tra esse, che passi, per lo punto s; dimostra, che la forza attraente deve esser espressa per l'area iperbolica Aas bB, meno il rettangolo 2AS in SI. Ciò posto supponiamo, che il corpo P venga all'immediato contatto col globo AHB; in questo caso la tangente PH si muta nella Pa, ovvero Aa; svanisce inoltre la perpen- Tav. 13. Fig. 7.
dicolare HI, mutandosi in Aa, la quale in vece di Ll, diventa asintoto dell'iperbola bsm. Ma proprietà dell'Asintoti è di non coincidere mai coll'iperbola, quantunque sempre in infinito s'accosti ad essa: dunque l'area iperbolica aA Bbm, che esprime la forza attraente del

globo, quando questa è inversamente come il cubo della distanza, e che il corpo attratto tocca il globo, sarà una forza infinita. Perciò a spiegare la forza, che hanno i corpi nell'immediato contatto è necessario, che questa sia almeno inversamente, come il cubo della loro distanza così solamente si può concepire, come questa forza attraente si rende tanto sensibile nel contatto di due corpi, come abbiamo osservato nell'esperienze del capo precedente. Lo stesso dimostra Giorgio Keine ne' suoi Principj filosofici della Religione Naturale §. 44. per mezzo della prop. 90. del lib. 1. de' Principj filosofici di Newton.

658. Quindi se siano due corpi, che s'attraggano vicendevolmente, la distanza restando la stessa, saranno le loro attrazioni proporzionali alle masse. Onde se l'attrazione del primo si chiami A, la sua massa M; l'attrazione del secondo a, la massa m; sarà A : a :: M : m. Ma siccome l'azione è eguale alla reazione, così le velocità, colle quali si vengono incontro, saranno reciproche alle loro masse. Perciò se la velocità del primo si dica u, del secondo V, sarà M : m :: V : u.

659. Supponiamo ora, che due corpi siano a diverse distanze da un terzo attraente, la distanza del primo si chiami D, del secondo d; restando l'istesse denominazioni di prima, avremo per l'attrazione d'amendue i corpi verso il terzo A : a :: ($M : D^3$) : ($M : d^3$); o pure per la gravità, o forza centripeta de' pianeti A : a : : ($M : D^2$) : $\frac{m}{d^2}$.

660. Questa forza attraente, che posta come il cubo della distanza inversamente, nel contatto de' corpi è infinitamente grande §. *657*. rispetto alla stessa forza, quando i corpi sono a maggiori distanze; non è però infinita per riguardo della gravità terrestre. Imperocchè la forza, colla quale i corpi stanno attaccati, detta forza di coerenza, della quale parleremo in appresso, può essere superata da un peso attaccato al corpo: il Newton nell' Ottica computando la forza, colla quale i corpi piegano i raggi della luce, truova, che la forza attraente nel contatto, sta alla forza di gravità come 1000000000000000 : 1. Da ciò apparisce, che la forza di gravità non è capace d'impedire gli effetti della forza attraente, quando i corpi sono quasi all' immediato contatto; ma li rende insensibili, quando questi sono poco lontani.

LEG-

LEGGE IV.

661. LA forza, colla quale una particella di materia tende verso un piano, gli è perpendicolare. Imperocchè sia la particella C attratta dal piano AB, si cali la perpendicolare CD, e fatto centro in D, con qualunque apertura si faccia un circolo ghef; alla periferia di questo si tirino varie linee Cg, Ch, Ce, Cf; la particella C è tirata dalle parti del piano g, h, e ugualmente; perchè è equidistante da esso; dunque di moto composto andrà al centro D, ove si truova equidistante da tutte queste particelle; e perciò si porterà per la linea CD perpendicolare al piano. Tav. 10. Fig. 1.

662. Esposte le generali leggi, colle quali si regola l'attrazione de' corpi, chiuderò questo capo colla proposizione 90. del libro primo di Newton, che dà un gran lume per dimostrare molti teoremi spettanti alla forza attraente, per dimostrarla però è necessario premettere il seguente

LEMMA.

Se la linea AE girando intorno al punto A descrive colla sua parte infinitesima Ee, sollevandosi dal piano della carta un anello, sarà questo come il rettangolo AE, in Ee. Tav. 10. Fig. 3.

663. IMperocchè la linea AE girando intorno il punto A descrive un cerchio, e la linea Ae, un altro cerchio, ma per la prop. 2. del libro 12. di Tacquet i circoli sono in duplicata ragione de' diametri; dunque il circolo AE sta al cerchio Ae, come $\overline{AE}^2 : \overline{Ae}^2$, e sottraendo sarà AE — Ae : Ae :: $\overline{AE}^2 - \overline{Ae}^2 : \overline{Ae}$. Ma il circolo AE — il circolo Ae, è uguale all'anello descritto dalla lineetta Ee; dunque l'anello starà al cerchio Ae, come $\overline{AE}^2 - \overline{Ae}^2$ $\overline{Ae}^2$. Ma $\overline{AE}^2 - \overline{Ae} = 2\text{Ae} \times \text{Ee} + \overline{Ee} = \overline{2Ae + Ee} \times \text{Ee}$ per la prop. 4. del lib. 2. d'Euclide; dunque l'anello sta al circolo Ae :: $\overline{2Ae + Ee} \times \text{Ee} : \overline{Ae}^2$. Ma il circolo Ae ha la stessa ragione di $\overline{Ae}^2$; dunque ancora l'anello sarà come $\overline{2Ae + Ee} \times \text{Ee}$; ovvero come $\overline{Ae + Ee} \times \text{Ee}$; ovvero come AE $\times$ Ee. Lo che dovea dimostrare.

PROPOSIZIONE XVII.

Determinare la forza attraente, colla quale un piccolo corpo, è tirato da un piano circolare.

Tav. 10. Fig. 3. 664. SI concepisca la linea AD, innalzandosi sopra il piano della carta, descrivere intorno al centro A un circolo, che sarà perpendicolare alla carta stessa, mezzo di sopra, e mezzo di sotto; dobbiamo determinare la forza, colla quale il corpo P è tirato dal piano circolare.

Da qualunque punto del cerchio per esempio E si tiri la linea PE, e prolungata PA indefinitamente, si faccia PF = PE; quindi s'innalzi FK perpendicolare alla PF, ch'esprima la forza, colla quale il punto E del piano circolare tira il corpo P. Sia IKL una linea curva determinata dall'estremità di tutte le linee parallele alla FK, le quali esprimono le forze di ciascun punto della linea DA. Incontri questa curva il piano circolare in L. Si prenda PH uguale alla PD, e s'innalzi la perpendicolare HI; dico, che l'attrazione del corpuscolo P verso il cerchio, il cui raggio AD s'esprimerà coll'area AHIL multiplicata nella distanza AP.

Si prenda Ee infinitesima, e si tiri Pe; quindi in PE, PA si prendano Pc, Pf uguali alla Pe. Per ipotesi la forza, colla quale il punto E tira il corpo P secondo la direzione PE, si esprime con FK. Quindi per mezzo della proporzione troveremo ancora la forza, colla quale il punto E tira il corpo P verso il punto A, facendo $PE : AP :: KF : y = (AP \times FK : PE)$ dunque la forza, colla quale l'anello descritto dalla linea Ee tira il corpo P verso A, sarà come il numero delle parti dell'anello, cioè come l'anello stesso multiplicato in $(AP \times FK : PE)$. Ma l'anello secondo il Lemma è come $AE \times Ee$. Di più $AE \times Ee = PE \times CE$; perchè il Triangolo PAE ∽ eEC per la costruzione; onde $PE : AE :: Ee : CE$, ovvero Ff per la costruzione; e perciò $PE \times CE = PE \times Ff$; dunque la forza, colla quale l'anello tira il corpo P verso A, sarà come $PE \times Ff \times (AP \times FK : PE)$, e cassando PE, sarà come $Ff \times FK \times AP$; ovvero essendo Ff infinitesima, e perciò la figura fFKk un rettangolo; sarà la forza, colla quale l'anello fatto dalla Ee tira il corpo P verso A, come l'area FKkf multiplicata in AP. Onde la somma delle forze di tutti gli anelli, ne' quali si divide

il

il piano circolare fatto col raggio AD; cioè la forza, colla quale il piano circolare tira il corpo P verso A, sarà come la somma infinita FKkf, cioè come tutta l'area IKLAH multiplicata nella distanza AP; come dovea dimostrare.

C A P O XVI.

La Statica.

665. LA *Statica* è quella parte di Meccanica, che insegna a equilibrare le forze disuguali di due corpi. Quello di questi due, che è più piccolo, si chiama *Potenza*, quello che è maggiore, *Resistenza*, lo stromento, col quale si fa l'equilibrio, è chiamato *Macchina*. Di queste tre cose deve trattare la Statica.

666. La *Resistenza*, o l'*Ostacolo* da superarsi per l'ordinario è il peso del corpo; ma oltre questo dobbiamo computare ancora molte altre cause, che la producono; per esempio la *scabrosità* del piano, su cui camminano i corpi, lo *strofinamento* vicendevole delle parti della macchina, che adoperiamo, *la coerenza* de' corpi, la quale ci prefiggiamo alle volte di superare ec.

667. La *Potenza* può essere *animata* come gli uomini, e i bruti, o *inanimata* come un peso, l'acqua, il fuoco, l'aria ec. col mezzo delle quali si superano bene spesso massime resistenze. Quando la potenza agisce nella resistenza, o si sforza d'*innalzarla*, o di *tirarla*, o di *dividerla*; un sasso per esempio ci sforziamo d'alzarlo, di trasportarlo, o di romperlo. A queste tre si riducono le operazioni della potenza.

668. Le *Macchine* sono quegli istromenti, de' quali ci serviamo per uguagliare la potenza alla resistenza; uguagliata che è, non è difficile il muoverla, un poco accrescendo la potenza. Quindi nacque, che gli antichi dissero *Statica* quella parte della Meccanica, che parla dell' equilibrio de' corpi solidi, e delle macchine per muoverli. Le Macchine altre sono *semplici*, altre *composte*, le semplici sono cinque secondo Tav. 14.
gli antichi, cioè il **Vette*, la † *Bilancia*, *l'*Asse nella ruota*, le † *Taglie*, *Fig. 3. † 10.
e le* *Ruote co' denti*. Noi co' moderni a queste ne aggiungiamo due, che Tav. 15.
sono la †*Vite*, e il **Piano inclinato*, dal quale nasce il *Cuneo*. Le Macchi- *Fig. 1. † 7.
ne composte sono quelle, che nascono dalle semplici insieme combina- Tav. 16. Fig. *3.
te, e il loro numero è quasi infinito, dipendendo dall'umano ingegno. †6. *10.

669. Le

669. Le vicendevoli azioni della potenza, e resistenza, che si fanno per mezzo del loro moto, si chiamano i loro *Momenti;* onde nella Statica, Momento, quantità di moto, e forza motrice sono lo stesso.

670. *Centro* di moto d'uno, o più corpi è quel punto, intorno al
Tav. 10. Fig. 5. quale si muovono, o possono muoversi. Sieno due corpi, A, B insieme uniti con un'asta inflessibile AB di metallo, o di legno, si sospendano dal punto c, o da qualunque altro, sarà questo il centro del moto.

671. *Centro di gravità* in uno, o più corpi insieme uniti, è quel punto, da cui sospendendosi uno, o più corpi non si muovono, e perciò
Tav. 10. Fig. 4. stanno in equilibrio. Dunque il centro di gravità divide un corpo in due parti equiponderanti: Siano due corpi A, B uniti insieme coll'asta AB, se sospesi dal punto c, uno prepondera all'altro, sarà c il loro centro di gravità; perciò ogni *centro di gravità*, *è insieme centro di moto*, ma non ogni centro di moto, è ancora di gravità.

672. *Centro di grandezza* in un corpo è quello, che divide il corpo in due parti d'ugual volume, o di mole. Così in una palla il suo centro, è ancora centro della sua grandezza. *Il centro del volume è insieme centro di gravità*, se il corpo sia *omogeneo*, cioè composto della stessa specie di parti; perchè in tal caso divide ancora il corpo in due parti equiponderanti, onde il centro d'una palla è nel tempo stesso centro del volume, della gravità, e del moto §. 671. Per non errare nel determinare, se il corpo è omogeneo, è necessario osservare, non solamente se è composto della stessa materia, ma ancora se questa ha da per tutto la stessa densità. Per esempio si sa, che un albero quantunque composto dello stesso legno, ciò non ostante le parti, che sono vicine alle radici hanno più densità di quelle, che sono più lontane; perciò se formerassi una gran palla dello stesso legno, accaderà sempre, che il suo centro di volume, non sarà ancora centro di gravità; non così però se la palla è piccola, e perciò occupa una piccola porzione dell'albero da cui si cava. *Il centro del volume è diverso da quello della gravità*, se il corpo è *eterogeneo*, come è manifesto. Questa regola però ha dell'eccezione in que' corpi eterogenei, le parti de' quali sono ugualmente unite e disperse; per esempio se insieme si liquefacciano due metalli; le loro parti si distribuiscono ugualmente, e perciò in questo caso, quantunque sia eterogeneo il metallo composto; ciò non ostante in esso il centro del volume, e della gravità saranno lo stesso.

673. Sic-

673. Siccome il centro di gravità divide il corpo in due parti equiponderanti, le quali perciò s'equilibrano, nè l'azione d'una prevale a quella dell'altra; così ne siegue, che chi sostenterà questo centro, sosterrà ancora l'intera gravità del corpo; perchè siccome l'azione d'una parte non produce alcun moto nell'altra, ma resta estinta; così nascerà, che amendue le azioni gravitanti s'eserciteranno contro il punto di sospensione, ovvero contro la mano, che le regge. Onde con ragione gli Statici per esaminare il moto, e l'equilibrio de'corpi, concepiscono la loro forza unita tutta nel centro di gravità, e dal moto di questo punto giudicano del moto, che fa l'intero corpo. Tav. 10. Fig. 1.
Così ancora nella legge 4 dell'attrazione §. 661. abbiamo dimostrato, che la forza attraente di tutti i punti h, e, f, g si concepisce unita nel punto di mezzo d, e dall'azione di questo si giudica della forza, con cui il piano tira il corpo C. Poste queste definizioni stabiliamo il teorema fondamentale di tutta la Statica.

PROPOSIZIONE XVIII.

La Potenza, e la Resistenza disuguali allora sono in equilibrio, quando i loro pesi sono reciprochi agli spazj, che descriverebbero.

674. Le azioni, o momenti della potenza, e resistenza sono lo stesso, che il loro moto §. 669. questo s'ha dalla massa, e velocità che hanno §. 350. La massa ne'corpi è proporzionale al peso §. 564.; la velocità è come lo spazio §. 343.; quando i corpi si muovono nel tempo stesso, come appunto accade nel caso dell'equilibrio, perchè operano nel tempo stesso. Dunque §. 356. allora si darà equilibrio tra la potenza, e resistenza, quando i loro pesi saranno reciprochi agli spazj descritti. Onde se i pesi siano P, p, gli spazj S, s; allora saranno in equilibrio, quando sarà $P : p :: s : S$; perchè avremo $PS = ps$, cioè il moto del primo uguale al moto del secondo. Come dovea dimostrare.

675. Onde se $P = p$, ancora $S = s$; e perciò perchè s'equilibrino due corpi di egual peso, è necessario, che gli spazj, che descriverebbero, siano uguali tra loro.

676. Quantunque sia così facile il teorema fondamentale della statica; ciò non ostante in pratica alcune volte porta con se difficoltà considerabili. A stabilire l'equilibrio tra le azioni di due corpi basta deter-

terminare il peso, che hanno; e lo spazio, che movendosi descriverebbero; ma non ogni spazio è quello, di cui si parla, ma solamente lo spazio, che descrivendo un corpo, nello scorrerlo fa resistenza all'altro; e perciò agisce contro di esso. Se tenessi a un filo legato un uccello, e questo volasse in giro, senza tendere il filo, lo spazio, che esso descrive, non è quello, di cui si parla, perchè con esso non agisce contro la mia mano; ma se volasse per linea retta sforzandosi di liberarsi dalle mie mani, in tal caso lo spazio, che descrive è quello, di cui si parla nel teorema. Così ancora se innalzo il corpo O per un piano inclinato
Tav. 10. Fig. 6. verso A, lo spazio, che descrive, realmente è la lunghezza del piano O A; ma quello, con cui resiste alla mano, che lo tira, è la perpendicolare RB, o l'altezza, a cui lo sollevo; perchè i corpi gravi resistono col loro peso solamente, quando vogliamo innalzarli da terra.

677. Quindi se due corpi A, B saranno attaccati ad un'asta in-
Tav. 10. Fig. 5. flessibile AB, gli spazj saranno proporzionali alle loro distanze dal centro di sospensione. Perchè se si sospendano dal punto C, e intorno ad esso si muovano, il primo A descriverà un arco di cerchio, il di cui raggio sarà cA; il secondo B nel tempo stesso un arco, il di cui raggio è cB; onde questi archi saranno gli spazj descritti; ma le periferie de'cerchj, e perciò gli archi simili sono tra loro come i raggi de' medesimi per la Geometria; dunque essendo gli archi descritti da'corpi A, B simili, perchè hanno al punto c angoli uguali; ne nascerà, che questi saranno come i raggi cA, cB: onde abbiamo un teorema particolare per determinare l'equilibrio di due corpi insieme uniti. *Due corpi insieme uniti allora s'equilibrano, quando i loro pesi sono reciprochi alle distanze dal centro di sospensione.*

678. Questo centro di sospensione, quando i corpi sono in equilibrio, sarà lo stesso, che il centro di gravità. Onde siegue, che lo stesso teorema possiamo ancora applicare a due corpi, che quantunque non siano uniti con un'asta inflessibile; ciò non ostante operano uno sopra dell'altro; e perciò colle loro vicendevoli azioni si reputano come insieme uniti. Questo esempio l'abbiamo nella terra, e la Luna, che vicendevolmente attraendosi, vanno di concerto girando nell' ipotesi Copernicana intorno al Sole; così ancora Giove con i suoi quattro Satelliti.

679. Contro questo teorema si può fare una difficoltà cavata dalla terza legge del moto. L'azione è sempre uguale alla reazione; dunque si sospendano i corpi A, B dal punto c, o da qualunque al-

tro,

tro, sempre si darà tra loro equilibrio. A questa difficoltà si risponde, che sempre si darà equilibrio, se per esso s'intenda uguaglianza d'azioni; ma non già se per esso s'intenda la quiete di due corpi, come qui nella proposizione abbiamo supposto. L'uguaglianza d'azioni tra due corpi si fa in due maniere, e quando amendue stanno quieti, e quando amendue si muovono, e tanto uno è promosso, quanto l'altro è ritardato; questa seconda uguaglianza suppone sempre il moto di due corpi; perchè se stassero quieti, non potrebbe essere uno di questo tanto promosso, quanto l'altro viene ritardato. Perciò conviene distinguere l'equilibrio dall'uguaglianza delle azioni ne' corpi.

DEL CENTRO DI GRAVITA'.

680. Dalle cose finora dette ricaviamo I. il modo di determinare, dati due pesi uniti, quale debba preponderare. Sia il globo A di libbre 3, B di 1; cA sia 1, cB sia 4; il momento di A sarà 3, quello di B sarà 4, §. 677. perciò B prepondererà, e l'asta BA scenderà dalla parte del minor peso. Tav. 10. Fig. 4.

681. II. Ne deduciamo il modo di trovare, posti più corpi sopra un piano inclinato, quali di questi scorreranno, quali si rivolteranno per lo stesso piano. Siano i corpi O, D, S sopra il piano AC, la cui altezza è RB, parte del loro peso è sostentato dal piano, e coll' altra porzione scenderanno per esso, ma non tutti nella stessa maniera. Trovato il centro di gravità di ciascheduno, da essi si calino le perpendicolari OM, DG, SP sopra il piano orizzontale FB, se queste cadono fuori delle basi de'corpi, allora questi scenderanno rivoltandosi intorno a loro stessi; se cadono dentro, scenderanno semplicemente. Quindi i due primi corpi O, D scorreranno rivoltandosi, perchè OM, DG escono fuori delle basi LN, E. Per lo contrario il cubo S scorrerà solamente, perchè SP cade dentro la base HI. Ciò però solamente s'intende per riguardo alla scabrosità, che sempre si truova ne'corpi; perchè per altro ogni corpo di qualunque figura deve in qualunque caso, se è ben liscio, scorrere senza rivoltarsi. Perchè come si dimostra parlando de' piani inclinati, se le linee OM, DG esprimono la gravità assoluta de'corpi, calate le perpendicolari OE, DE, sopra il piano AC, le linee ME, GE, esprimeranno la gravità, colla quale questi cor- Tav. 10. Fig. 6.

pi scendono per lo piano AC; ma queste linee sono nella stessa direzione del piano; dunque la forza, che li fa scendere, non essendo OM, DG, non opera questa fuori delle basi de' corpi, e perciò non li può far rivoltare. Mi persuasi di questo coll'esperienze più volte ripetute con Pietro de Martino già Real Professore d'Astronomia, lasciando andare per un piano inclinato di cristallo elevato da una data altezza una Piramide alta un palmo, quindi un prisma triangolare, un icosedro, o figura di venti triangoli equilateri, e un globo d'avorio; osservando, che tutti questi corpi scorrevano senza rivoltarsi, essendo perfettamente levigati; ma se s'inumidiva colla mano il piano di cristallo, o il globo; immediatamente al primo scendere cominciavano a rivoltarsi. La ragione di ciò è evidentissima, perchè nello scendere i corpi, se truovano intoppo, si fermeranno per un poco; onde non potendosi muovere le parti d'essi, che sono all'immediato contatto col piano, le altre, che sono in aria, proseguiranno il loro moto, o la velocità acquistata, e perciò il corpo sarà obbligato a rivoltarsi, quando la perpendicolare OM cada fuori della base. In una parola, il piano declive AC muta la pressione della gravità, che s'eserciterebbe per DG, se il corpo fosse sopra un piano orizzontale, e fa che questa s'eserciti per la DE perpendicolare al piano AC; perchè non si può negare, che il corpo prema il piano sottoposto, quantunque declive; dunque se il corpo non troverà intoppo, siccome esercita la sua pressione per DE, così quello, che gli resta di gravità sarà espresso per EG, e perciò scorrerà senza rivoltarsi; ma se truova intoppo nello scendere, allora non potendosi più esercitare la pressione, e il moto per DE, EG, tornerà ad esercitarlo, come se fosse libero per DG, onde scorrerà rivoltandosi.

682. III. Per mezzo del centro di gravità si spiega, come un corpo possa da per se stesso salire colla sua gravità. Si facciano due piani inclinati GD, EA, cosicchè l'altezze GN, EM siano maggiori di
Tav. 10. Fig. 7. quelle della parte A, D. La macchina per mezzo della vite K, e del pendulo LI possa situarsi col piano NK orizzontale. L'apertura AD è più stretta della EG, dove vi è una sbarra di legno, che trattiene il corpo F, quando sale. F è un doppio cono, o pure due coni, che sono insieme uniti nelle basi; intorno alle quali è per abbellimento la ruota BC. Se si mette il doppio cono in AD da per se stesso sale in EG, quando però il semidiametro d'esso FB sia maggiore della differenza, che passa tra l'altezza EM, e quella AK,

che

che è minore. Perchè salendo tutto il corpo del cono, la punta d'esso F continuamente scende, fino che arrivato in GE, la punta F tocca il punto E; ma quando era in DA, la punta F stava sollevata dal punto A, quanto è il semidiametro FL del cono. Onde il centro di gravità di esso, che è la punta F, andando da A verso E realmente discende di continuo, mentre tutto il cono sale. Accade questa discesa, perchè l'apertura GE è più grande della DA. Ma il moto de'corpi deve misurarsi da quello del centro di gravità §.673. dunque tutto il cono deve salire. Che il centro di gravità realmente scenda, si dimostra colla figura seguente. Sia GN uguale alla differenza, che passa tra l'altezza EM, e AK. Il semidiametro CF del cono C sia maggiore di GN. Si faccia GS uguale a questo semidiametro CF; quando il cono va da C in N, la sua punta, o centro di gravità camminando per la linea tirata dal punto S al punto F andrebbe in piano; dunque se camminerà per la linea tirata dal punto N al punto F, scenderà continuamente. Questo appunto è il moto, che fa, quando il cono va dal punto A al punto E. Tav. 10. fig. 7. Tav. 10. Fig. 8.

683. IV. Per mezzo dello stesso centro di gravità si determina ancora il moto de' corpi, come abbiamo detto; il che per concepire: siano i due corpi A, B eguali di peso, il loro centro di gravità sarà nel punto di mezzo. S'accostino, o si discostino amendue con eguale velocità, il centro starà sempre nello stesso luogo. Ma se de' due corpi B, A, il corpo B s'accosta, o discosta più velocemente che A, allora il centro di gravità si moverà verso la parte B colla metà dell'eccesso della velocità di B sopra quella di A: altrimenti non potrebbe sempre trovarsi in mezzo a tutti due, come deve essere, perchè sono uguali di peso. Siano due corpi A, B disuguali di peso, essendo A tre volte maggiore di B, sarà per lo teorema cB tre volte maggiore di cA: onde se amendue i corpi si scostano, o discostano con velocità reciprocamente proporzionali a' loro pesi, il centro di gravità c starà quieto; se si muovono diversamente, il centro ancora si moverà verso il corpo, che accresce la sua velocità sopra il dovere, colla metà della velocità, che è di sopra più alla ragione reciproca de' pesi. Tav. 10. Fig. 5.

684. V. Abbiamo inoltre il modo di determinare, dati due corpi A, B, il punto, che sarà il loro centro di gravità. Per la proposizione fondamentale A : B : : Bc : Ac; e componendo A + B : A : : Bc + Ac, ovvero AB : Bc; onde Bc = (A × AB : A + B) Sia A tre libbre, B una, BA sia quaranta pollici, la distanza di B sarà

$\frac{120}{4} = 30$. Collo stesso metodo si troverà, che la distanza del maggiore $Ac = (B \times AB : A + B)$.

685. VI. Quindi dato un peso, e il centro dell'equilibrio c, possiamo trovare l'altro peso: imperocchè dalla proporzione di sopra si ricava $A = (B \times Bc : Ac)$; ed ancora $B = (A \times Ac : Bc)$.

686. VII. Siano più corpi a, b, c, d uniti ad un'asta inflessibile AB; per trovare il loro centro di gravità comune, che sia per esempio in H, si multiplichi la distanza de' due primi pesi
Tav. 10. Fig. 9. a, b nel peso primo a; quindi la distanza CE de' due secondi nella somma de' due primi pesi a, b; quindi la distanza EB del terzo, e quarto peso ne' tre primi pesi, a, b, c; la somma di questi prodotti divisa per la somma di tutti quattro i pesi darà la distanza BH dell'ultimo dal centro di gravità. La regola analiticamente espressa è questa ($BH = AC \times a + CE \times \overline{a+b} + EB \times \overline{a+b+c} : a+b+c+d$). Imperocchè §. 684. $a+b : a :: AC : CF$; dunque $CF = (AC \times a : a+b)$; per la stessa ragione abbiamo $a+b+c : a+b :: FE : GE$; ovvero essendo $FE = CF + CE$, sarà ancora $a+b+c : a+b : (AC \times a + CE \times a+b : a+b) : GE$; onde $GE = (AC \times a + CE \times a+b : a+b+c)$; collo stesso metodo si troverà il valore di BH. Su questa regola è appoggiata quella da noi data ne' §. 436. e segg. dove insegnammo a determinare la direzione, e forza d'un corpo, che da più altri è mosso.

687. Acciocchè più facilmente si concepisca la ragione di questa regola convien riflettere, che supposto il punto F centro di gravità tra i due corpi a, b, da questo punto si può concepire sospesa la palla $a+b$ d'ugual peso a tutte due. Tra il punto F, e il punto E, dove sta la palla c, si truovi il centro di gravità, che sia G; da esso si concepiranno pendenti le tre palle a, b, c. Tra questo punto G, e il punto B si truovi il centro di gravità, che sarà H.

688. VIII. Dati più pesi, e qualunque punto, da cui si tengono sospesi, determineremo da qual parte preponderino: se da una parte, e dall'altra si multiplichi ciascun peso nella sua distanza dal centro di sospensione; dove sarà maggiore la somma di questi prodotti, ivi preponderera l'asta.

Tav. 10. 689. IX. Collo stesso metodo dati tre corpi A, B, C, che non so-
Fig. 10. no nella stessa asta, ma in due diverse, possiamo trovare il loro centro comune di gravità. Si truovi il punto D tra A, B; ivi dovrà con-

concepirsi unita la somma de' pesi A, B. Tra il punto D, ed il punto C si truovi il centro di gravità E; sarà questo, come apparisce dalla costruzione centro di gravità comune a tutti e tre i pesi. A sia 1, B sia 2, C sia 6; si faccia AD doppia di DB, e siccome in D si concepisce il peso 3 e in C il peso è 6, si faccia DE doppia di CE, sarà in E il centro, che si cerca.

690. X. Siano quattro pesi a, b, c, d, che si tengano dal punto m, prepondereranno dalla parte EB, perchè in H è il centro di gravità, si deve ritrovarsi il punto n, dal quale se si sospendesse un peso uguale a tutti e quattro, e si levassero i pesi c, d, l'asta preponderebbe nella stessa maniera dalla parte EB. La regola è questa, il momento de' pesi c, d diviso per la somma di tutti, darà la distanza mn. Imperocchè per ipotesi il momento de' pesi c, d sospesi in E, B, deve essere uguale al momento di tutti sopesi in n. Ma il momento de' pesi, che sono in m è uguale al prodotto della somma di tutti nella distanza m n; dunque se divederemo l'uguale a questo, cioè il momento de' pesi c, d per la somma di tutti e quattro i pesi, avremo la distanza mn. Come doveasi dimostrare. Tav. 10. Fig. 9.

691. XI. Con questi metodi per mezzo del calcolo degl'infinitesimi, si truova il centro di gravità di tutte le figure piane, e solide, come fa il Wolfio al capo 3. nella Meccanica; ma siccome lungo sarebbe il farne l'applicazione, così daremo una regola universale meccanica per trovare immediatamente, dato qualunque corpo, il suo centro di gravità. Sia da trovarsi il centro di gravità della tavola HI: si metta sopra il prisma FG, come si vede in figura, o in qualsisia altro sito, e tanto si muova, fino che la parte LI si equilibri colla parte KH; il centro di gravità d'amendue sarà in qualche punto della linea KL, che corrisponde al taglio del prisma. Si noti questa sopra la tavola, e si rivolti dipoi la tavola; cosicchè MN cada sopra il taglio del prisma, movendola finochè la parte MI si equilibri con NH, il centro di gravità di esse parti sarà in qualche punto della linea MN; dunque il centro di tutta la tavola sarà nel punto O, che è comune intersezione d'ambedue. Intorno al centro di gravità molto bene si spiegò fino dagli antichi tempi Archimede Siracusano fiorito 207. anni avanti l'era Cristiana ne' suoi due libri *De Æquiponderantibus*, e in quello *De Quadratura Parabolæ*, che espose con chiaro metodo Isacco Barrow Professore Lucasiano a Cambridge, stampati a Londra nel 1675. colle Sezioni coniche d'Apollonio, e gli Sferici di Teodosio. Più diffusamente d'esso un intero trattato del centro di gravità, e Tav. 10. Fig. 11.

del

del suo calcolo diede il Wallis volume 1 delle sue Opere matematiche; Oxford 1695. nella parte 2. della Meccanica; e prima di lui il P. Paolo Guldini della Compagnia di Gesù nella sua *Centrobarycæ* stampata in Vienna d'Austria nel 1635., e nel 1640. in quattro libri.

Macchine semplici.

DELLA LEVA.

692. LA Leva è un'asta inflessibile AB, per mezzo della quale si
Tav. 10. sollevano i pesi. Il punto C, dove appoggia, si dice *sostegno*.
Fig. 22. Per far uso di questa macchina meccanica, trovato il centro di gravità, che sia C, sotto d'esso si metta il sostegno, è chiaro, che il peso 2 farà equilibrio col peso 1; onde allungando CB, o pure accostando il *fulcro* C al peso A, ovvero accostando il peso A al *fulcro* C, che è lo stesso, facilmente il peso minore B solleverà il maggiore A.

693. Tre sorte di leve distinguono i Meccanici, secondo le tre
Tav. 10. Fig. 11. maniere di poter disporre la potenza, la resistenza, e il sostegno. Se il sostegno è in C tra la resistenza A, e la potenza B, si dice *Leva di pri-*
Tav. 14. Fig. 1. *mo genere*. Se la resistenza è in A, il fulcro in C, la potenza nell'altra estremità B, si dice *Leva di secondo genere*. Quando la potenza B è tra la resistenza A, e il fulcro C, si chiama *vette di terzo genere*.
Tav. 14. Fig. 2. I due ultimi vetti si dicono *Omodromi*, il primo *Eterodromo*.

694. In vigore della proposizione 18. possiamo facilmente ricavare il modo di mettere in equilibrio la potenza, e la resistenza per mezzo della leva. Il sostegno fa da punto di sospensione, o pure centro di gravità; dunque allora si darà equilibrio, quando la potenza, e la resistenza siano in ragione reciproca delle distanze dal sostegno. Supponiamo nel vette secondo, che A sia un peso di 7 libbre, B una forza di una libbra; allora saranno in equilibrio, quando B sia 7 volte più lontano dal sostegno C, di quello, che A. Quindi apparisce, che nella Leva terza non si può mai fare equilibrio, perchè la resistenza A sta sempre più lontana dal sostegno posto in C, ovvero in c, di quello, che la potenza B; nè può servire ad altro, che ad accrescere la resistenza. Per esempio se A, che è di 3 libbre voglio farlo diventare 9 volte maggiore di B, farò A c tre volte maggiore di B c §. 350.

695. In vece di un sostegno ne possiamo adoperare due, come s'esprime nella figura; ciò accade, quando un peso A deve essere sostentato da due appoggi, o pure quando due uomini portano un peso con una stan-

stanga: in tal caso la regola è sempre la stessa; se l'appoggio, o l'uomo B è una volta e mezza più forte dell'appoggio C, dobbiamo slontanare il peso A dall'uomo C una volta e mezza di più; così porteranno ugualmente, e saranno tra loro in equilibrio. Se l'uomo B avesse forza 50, e l'uomo C forza 1, dovrebbe il peso A accostarsi 50 volte più all'uomo B, che all' uomo C; nel qual caso B porterebbe 50, C porterebbe 1, onde se il peso A fosse di libbre 51, ciascuno porterebbe a proporzione della sua forza; perchè in tal caso quanto B supera C in forza, altrettanto C supererebbe B in velocità. Tav. 14. Fig. 4.

696. Questa è la maniera più semplice d'accrescere colla meccanica la forza della potenza, accrescendo facilmente la sua velocità; così che non porti, che quella porzione di peso, della quale è capace. Ciò bene conobbe Archimede, quando disse, come riferiscono.

Dic ubi consistam, cælum, terramque movebo.

Per far ciò supponiamo, che un piede cubico di terra pesi libbre 100: dato il diametro della medesima, si troverà la sua solidità di piedi cubici per la proposizione 24. 28. de' teoremi scelti d'Archimede dal Tacquet, la quale multiplicata per 100, darà il peso della terra di libbre 39978470011807446478975 0 Supponiamo, che la forza di un uomo equivalga a libbre 200; la forza d'Archimede starà al peso della terra, come 1: 199892350051037232399$\frac{7}{8}$; quindi in tale proporzione dovrebbe dividersi la leva per sollevare la terra, se si trovasse un punto stabile fuori di essa per appoggiarla, e nel tempo stesso una materia tenacissima, e molto coerente da formare la leva, che potesse reggere a tanto peso.

697. In tutte queste dimostrazioni della leva sempre abbiamo supposto la stessa priva di peso, il quale però, se è considerabile, deve computarsi a favore della potenza, quando questa preme all'in giù la leva per sollevare il peso; il contrario sarebbe, se la potenza B, per sollevare il peso A, dovesse innalzare la leva BCA, che accade, quando l'estremità della leva verso A è incurvata un poco, cosicchè questa stessa serve di punto d'appoggio. Inoltre abbiamo supposto, che la forza movente operi per una linea perpendicolare alla leva in tutto il moto, che fa; come anche il peso, che sia perpendicolare; altrimente si muterebbe la distanza dal punto fisso, come osserveremo in appresso. Di più si suppone, che il peso da innalzare non sia molto lungo, nel qual caso la leva non è più semplice, ma composta. Tav. 14. Fig. 3.

698. A quest'effetto sia il peso AE alquanto lungo, il suo centro di di gravità sia D, siccome questo è lontano dall'estremità A della leva; così non si può concepire ad essa attaccato; e perciò la distanza del sasso dal sostegno C non sarà AC, ma più grande. Quindi per fare equilibrio, calata dal centro di gravità D la perpendicolare DF, questa sarà la regola: La forza B : D :: CA ⋈ EF : BC ⋈ AE: Dovremo computare CA, EF per le distanze del sasso dal sostegno, BC, AE per quelle della potenza: imperocchè BCA è la prima leva, onde B : D :: CA : BC: ma il sasso essendo lungo, fa anch'esso le veci d'una leva, nella quale il punto d'appoggio è in E, il peso si concepisce in F, dove cade a perpendicolo il centro di gravità D, la potenza è la stessa B, ma applicata in A. Dunque nel secondo vette EFA, allora si darà l'equilibrio, quando B: D:: FE: AE; dunque computando amendue le leve avremo l'equilibrio, quando B: D:: CA ⋈ FE: BC ⋈ AE:

699. Si può ancora dare il caso, che il peso non sia un solo, ma più attaccati a diversi punti della leva; allora per fare l'equilibrio questa è la regola. Per determinare la vera distanza de' pesi dal sostegno si truovi il loro centro di gravità, da cui calata la perpendicolare, sopra la leva, determinerà questa il punto della distanza. Siano i tre pesi D, C, G posti sulla leva AB. Si truovi il centro di gravità delli due D, C, che sia e, ivi devono supporsi amendue uniti, tra questo punto e, e il peso G si truovi il centro K di gravità, quivi si concepiscono uniti i tre pesi D, C, G; perciò calata la perpendicolare KL, sarà LA la vera distanza de' tre pesi dal sostegno A, come s'è già dimostrato.

Tav. 14. Fig. 5.

700. Resta ora ad esaminare il caso, in cui la potenza non opera per una linea perpendicolare alla leva. Sia la potenza applicata in B, la sua distanza sarà BC, e lo stesso accaderà, se si tiri il vette in giù colla corda BR, purchè la mantenga sempre perpendicolare alla BC. Ma se la forza tira secondo la direzione BD, ovvero BL, allora calate dal punto C le perpendicolari CD, CD alle direzioni prolungate se bisogna, come accade in BL, queste esprimeranno le distanze dal punto C della potenza.

Tav. 14. Fig. 6.

701. Imperocchè sia la leva ACB, il di cui sostegno è C, o pure la leva a c b, il di cui punto d'appoggio è l'anello c, del quale in alcuni casi si fa uso; qualunque sia l'appoggio, se la potenza A, e la resistenza B operino secondo le direzioni AG, BH, e nell'altra leva a b secondo le direzioni a g, b h; dico che dal puntello C, e anello c, calando le perpendicolari CF, CD, cf, cd, si darà l'equilibrio, quando

Tav. 14. Fig. 7.

nella

nella prima leva sarà B : A :: CF : CD ; nella seconda quando starà b : a :: cf : cd. Per dimostrarlo si prolunghino le direzioni AG, BH finochè concorrano nel punto E. La potenza, e la resistenza tirando per le direzioni AE, BE il sostegno C, se questo potesse muoversi, descriverebbe di moto composto la linea CE. Perchè tirate le CH, CK parallele alle direzioni AE, BE, la figura CKEH sarà un parallelogrammo la di cui diagonale è CE. Dunque esprimendo CE la direzione, e forza composta, le due HE, EK esprimeranno le forze componenti; perciò avremo la forza B : A :: HE : EK. Ma per la costruzione il triangolo CHE = CKE; dunque reciprocheranno le basi, e le altezze per lo lib. 6. d'Euclide. Onde essendo le altezze de' triangoli CD; CF, per la costruzione avremo HE : EK :: CF : CD; sostituendo i due ultimi termini nella proporzione di sopra, sarà B : A :: CF : CD.

702. Dunque le distanze dal sostegno, quando la potenza, o la resistenza, o pure tutte due operano obbliquamente sulla leva, dovranno sempre esprimersi per le perpendicolari. Perciò le forze, che tirano in L, R, D, saranno tra loro come CD, BR, CD, che sono perpendicolari alla direzione delle forze; come dovea dimostrarsi. Tav. 14. Fig. 6.

703. Per concepire come la forza non operando per la BR non s'impieghi tutta a sollevare il peso A, e perciò si diminuisca, basta riflettere, che quando tira per BL, non solamente si sforza d'elevare il peso A, ma ancora tira a se il punto B, e lo slontana da C; così parimente tirando per BD, si sforza d'accostare il punto B al punto C, e ciò di fatto accaderebbe, sel'asta BC non fosse inflessibile. Quindi operando per BL, BD sempre si diminuisce la potenza; non così però quando tira B secondo la direzione perpendicolare BR, allora tutta s'impiega solamente ad abbassare il punto B, e innalzare il punto A.

704. Quindi se supponiamo, che il vette acr s'innalzi dalla parte a, cosicchè ca descriva il cerchio aghik, se la direzione ad sia quella, colla quale opera la potenza, si determinerà la distanza della medesima dal sostegno c, quando la leva ca sarà in cg, di modo che cn sia perpendicolare alla dn; onde trasportata cn in cb, la forza operante per ad sarà la stessa, che se fosse in b perpendicolare al vette ca. Nella stessa maniera se la forza operi per fa, dovrà concepirsi il vette ca innalzato in ch, fino che la direzione fam gli venga perpendicolare; trasportata cm sopra ce, la forza, che opera per fa, sarà la stessa, che se il peso P, fosse in e, e si sforzasse di sollevare il peso R. Tav. 17. Fig. 1.

705. *Esperienza*. Questo si può confermare colla macchina
Tav. 17. Fig. 2. ACDB, in mezzo della quale è attaccato il piccolo sostegno F forato, per cui si passa un piccolo asse di ferro, che serve di sostegno al vette gh, il quale è bucato in più luoghi, per potere esperimentare tutto ciò che abbiamo detto della leva, attaccando in G, H pesi uguali, se FG, FH sono uguali ec.; nel qual caso se i pesi attaccati in G, K sono perpendicolari alla leva, se bene questa diventi obbliqua, come hi, ciò non ostante resterà sempre la leva come prima, perchè lF, kF determinate dalle perpendicolari i l, k h restano sempre uguali. Colla stessa macchina facendo passare il filo HK per la rotella K, si darà al peso, che abbassa il punto H una direzione obbliqua; la quale come dimostra la sperienza diminuirà sempre la forza del peso D. Siccome la riga IK scorre per l'apertura MI fatta nella tavola, potrà questa slungarsi, e dare al peso D una maggiore obbliquità di direzione.

706. Quello che abbiamo detto delle direzioni obblique per ri-
Tav. 17. Fig. 3. guardo alla potenza, e resistenza, si può ancora applicare a due sostegni A, C, che obbliquamente sostengono il peso B attaccato alla leva AC. Se questa fosse nella situazione orizontale m n il peso B attaccato nel mezzo a, graviterebbe per la linea Ba; ma siccome la leva AC è storta, così il peso B gravita per la linea Bc perpendicolare all'orizzonte mn; onde si avvicina più al punto A, che al punto C. Perciò il sostegno A più basso sostenta maggior porzione di peso,
Tav. 17. Fig. 4. che il sostegno C. Accade però il contrario, se il peso B sta attaccato alla leva nel suo mezzo a dalla parte di sotto. In tal caso il sostegno più alto C regge maggior porzione di peso, perchè B a perpendicolare alla leva AC non è più perpendicolare alla orizzontale mn, perchè il peso B è attaccato alla leva; ma gravita per la linea Bc perpendicolare alla m n, e perciò si accosta al sostegno C. Questo non accaderebbe, se il peso B fosse sospeso con una corda liberamente dal punto a. Quello che si è detto di due sostegni, s'applica facilmente a due uomini AB, che colla stanga ACB portino il peso D; se amendue saranno della stessa altezza, e cammineranno per un piano, so-
Tav. 17. Fig. 5. stenteranno peso uguale, quando questo sia nel mezzo, ma se vanno per una salita, o per una discesa, oppure uno è più alto dell'altro, allora se il peso D sarà attaccato alla leva coll'uncino C, avremo il caso della fig. 3.4.

707. Abbiamo inoltre un caso particolare, in cui i sostegni sono

obbli-

obbliquamente posti, come quando s'appoggia la scala BA a'due sostegni A, B, e il peso non sta sempre nello stesso punto, come l'uomo O, che sale col peso sulle spalle: in tal caso quantunque sul principio sia più aggravato dal peso dell'uomo il punto B, che A §. 705., ciò non ostante quanto più sale l'uomo, più s'aggrava il punto A. Ciò è degno da osservarsi, perchè sovvente l'appoggio A, che sul principio del salire pare sufficiente a reggere, nel progresso manca d'improvviso con pericolo degli operaj. Tav. 17. Fig. 6.

708. Meritamente ci siamo trattenuti a lungo ad esaminare la forza della leva, perchè da questa dipendono tutte l'altre macchine semplici, e ad essa si riducono agevolmente. Per mezzo di queste si formano i palchi nelle fabbriche, e si concepisce bene il contrasto, e la forza, che fanno le travi una nell'altra inserita per reggere i tetti delle case. Di ciò bene discorre il Wallis volume 1 dell'Opere sue, *Mechanicorum* parte 3. cap. 6.

La Bilancia, e la Stadera.

709. La *Bilancia* è un'asta di metallo ACB sospesa nel suo punto di mezzo, dalle cui estremità pendono due scodelle di metallo, che servono per pesare i corpi. L'asta ACB si dice *Giogo*, CA, CB le *Braccia*, le scodelle appese si chiamano *Lanci*, quindi Bilancia significa il composto di due lanci. La doppia lastra CFI, che tiene sospesa la bilancia, si chiama *Trutina*, la sottile punta di ferro CI, che sta in mezzo al giogo ACB fissata si dice *Ago*, *Linguetta*, o *Esame*; perchè per mezzo d'essa s'esplora se la bilancia sta in equilibrio. Per concepire la sua costruzione è necessario notare i due casi seguenti. Tav. 14. Fig. 10.

710. *Primo caso*. Sia l'asta AB, della stessa grossezza, e dal punto di mezzo C, che è il suo centro di gravità resti sospesa; attaccati due pesi uguali d, e, alle due estremità, dico che comunque si ponga starà quieta. Si smuova dal suo sito orizzontale a b, come nella figura; il peso d gravita per la linea df, e il peso e, per la linea eBg perpendicolari all'orizzonte a b, quasi che fossero sospesi da' punti f, g. Ne'triangoli AfC, BgC; l'angolo ACf = BCg, perchè sono al vertice, l'angolo AfC = BgC perchè retti; il lato AC = BC per la costruzione; dunque fC = gC per la Geometria; perciò i pesi e, d Tav. 14. Fig. 8.

uguali saranno ancora in questa positura equilibrati; e perciò l'asta non si moverà. Come dovea dimostrare.

Tav. 14. Fig. 9. 711. Sia l'asta AB come prima, c sia il centro di gravità, e si sospenda dal punto C nella stessa linea del centro di gravità, ma un poco più alto; dico che storcendosi l'asta, come in figura, tornerà di nuovo nel sito orizzontale ab. Perchè storcendosi l'asta AB, il centro di sospensione C, calata la perpendicolare CG alla orizzontale ab, si truova in G; ma il centro e di gravità non operando più per la linea CcK, ma per cC perpendicolare alla ab, e parallela alla CG, si troverà in c. Dunque gG essendo maggiore di fG, traboccherà la Bilancia dalla parte CB, finochè i punti C, e di sospensione, e di gravità siano nella stessa linea perpendicolare all'orizzonte ab, come dovea dimostrare. Lo stesso accaderà, se il centro di sospensione si prenda sotto quello di gravità c. Dunque se il centro di sospensione, e di gravità d'una bilanicia sono lo stesso, questa comunque situata si ferma; se sono diversi si muove. Quindi abbiamo il metodo di conoscere, se una bilancia è costruita nel primo modo, o nel secondo. Ciò posto ecco il metodo di formare un' esatta Bilancia.

712. *Costruzione della Bilancia*. Si faccia un'asta di ferro, o d'ottone liscia, non tanto pesante, che aggravi la bilancia, e la renda tarda al moto, nè tanto sottile, che dovendone far uso per pesare corpi Tav. 14. Fig. 10. grossi, si pieghi. Sia questa asta ACB omogenea, cioè in tutte le sue parti ugualmente densa, e grossa. Si divida in mezzo nel punto C, sarà questo il suo centro di gravità. Sopra d'esso s'attacchi la linguetta CI perpendicolare all'asta, e sottile, che termini in punta. Dal centro di gravità, o pure un poco più sopra, o di sotto escano dall'una e l'altra parte dell'asta due assi di metallo sottili, tondi, e ben levigati. Sotto il mezzo dell'asta in H s'attacchi un pezzo di metallo sottile, che pesi quanto la linguetta CI, acciocchè levandosi la Bilancia dal sito orizzontale, per esempio innalzandosi dalla parte B la linguetta CI, che trabocca verso il braccio CA aggravandolo, il pezzo di metallo H aggravi ugualmente il braccio CB §. 705. La *Trutina* CFI abbia due sottili buchi, e levigati, dentro i quali s'inseriscano gli assi, che escono dall'asta nel suo punto di mezzo; così la Bilancia sarà mobile intorno a'medesimi. Sospesa dal punto I, s'esamini, se il braccio AC, equilibra il braccio BC. Poste amendue le braccia in equilibrio, si facciano i due forami A, B, che siano nella stessa linea orizzontale col centro di gravità C. Quindi s'attacchino i due uncini, colle

colle corde, e le scodelle, che siano esattamente dello stesso peso. Sarà così formata un'esatta Bilancia.

713. E' la Bilancia una leva di primo genere, dove il sostegno è in mezzo nel punto di sospensione; un peso fa le veci di potenza, e l'altro di resistenza. Onde quello che s'è detto della leva prima, si può applicare ancora alla bilancia.

714. Dalla maniera di costruire la Bilancia si ricava il modo d'esaminare, se questa sia esatta, o no. Bene spesso sono fallaci le Bilance per l'incuria degli Artefici, che non vogliono soggettarsi a tutte le cautele necessarie per esse; e credono comunemente, che basti equilibrare tutta la bilancia, quando è già formata. Onde accade sovente, che il braccio per esempio CB sarà più corto di CA, e perciò la Bilancia preponderrà dalla parte AC; per ridurla in equilibrio, consumano colla lima la scodella in A, finochè stia in equilibrio col piatto in B. Per conoscere questo difetto della Bilancia, basta mutare il sito della merce, e del peso, se prima la merce s'era posta in B, e il contrapeso in A, e stavano in equilibrio, si metta la merce in A, e il contrapeso in B, lo perderanno, quando la bilancia è viziosa; perchè essendo il braccio CA più lungo di CB, la merce passata in A, acquisterà più momento di prima, e perciò non starà più in equilibrio col peso.

715. Sogliono ancora i cattivi mercadanti usare un altro artificio per ingannare nel peso. Quantunque la Bilancia sia esatta, ciò non ostante pongono un contrapeso maggiore del peso della merce, e poi alzano velocemente la bilancia dal piano orizzontale, in tal forma dimostra un esattissimo equilibrio. Perchè la velocità dell'alzare, fa che gli assi si comprimano contro i buchi della *Trutina*, e la bilancia resti orizzontale; onde apparisce la merce di maggior peso di quello che è realmente. Per evitare quest'inganno, basta alzare adagio la bilancia, che deve essere situata in un piano orizzontale.

716. Possiamo ancora con una Bilancia fallace determinare il vero peso d'una mercanzia. Si metta questa in A, e il suo contrapeso in B, che sia per esempio lib. 2. si trasporti la merce in B, e supponiamo, che in A si ricerchi un peso di lib. 8. per fare quilibrio con essa. Moltiplicati i due pesi 2, 8, dal prodotto 16 estratta la radice quadrata, che è 4, sarà questa il vero peso della merce.

717. Imperocchè chiamato m il braccio AC; n il braccio BC; x il vero peso della merce; A il peso primo, B il secondo; per la dottrina della leva, o per lo teorema fondamentale della Statica,

ca, quando la merce sta in B, e il contrapeso in A avremo questa proporzione; A: x:: n: m; ponendo la merce in A, e il contrapeso in B, sarà x: B:: n: m; dunque per l'egualianza delle ragioni alla terza n: m, sarà ancora A: x:: x: B; e perciò $x^2 = A \times B$, onde $x = \sqrt{A \times B}$. Come dovea dimostrare.

718. La Bilancia è il più sicuro stromento nel commercio civile, per esplorare il peso delle diverse materie, sopra le quali cade il traffico de' mercadanti; perchè è facile scoprirne gl'inganni. Con questa però in fisica non possiamo esser sicuri del vero peso de' corpi §.602. se non situiamo la bilancia nel voto. Di questa hanno parlato esattamente Giacomo Leupold nel Teatro delle Macchine, stampato al 1725. nella Statica par. 1.; Leutmanno nel to. 2. dell' Accad. di Pietroburgo, e Desaguliers nella prima parte della Filosofia esperimentale.

719. La *Stadera* è di due sorti *Romana*, o *Geometrica*, e *Stadera Empirica*, o *Comune*. La Stadera Romana così si costruisce. Formata un'asta DH dello stesso metallo, ma che vada assottigliandosi
Tav. 17. Fig. 7. da C verso H. Si prenda verso D un punto ad arbitrio, per esempio C, sopra il quale s'attacchi la linguetta mB, e da una parte, e dall' altra escano fuori due sottili assi levigati, perpendicolari all'asta DH nel punto C. Questi s'inseriscano dentro i forami della *Trutina* CB, la quale s'attacca all'uncino E. Il peso R detto il *Romano* si scelga di mezza, o una libbra; dipoi attaccato al punto D lontano per esempio un pollice dal punto di sospensione C l'uncino DR, a cui s'attacca alle volte una padella, come quella della bilancia; si metta in equilibrio l'uncino, il braccio DC, e la padella, coll'altro braccio CH, e il contrapeso R, il quale debba stare per esempio in a, per fare questo equilibrio. Quindi s'attacchi all'uncino R, o pure si metta nella padella, il peso d'una libbra, e si discosti il contrapeso R dal punto C, per esempio in b, finochè sia in equilibrio con una libbra. Ponete nella padella due libbre, e scostate il contrapeso dal punto C, per esempio in c, finochè s'equilibri con due libbre, notando sempre sul *giogo* CH questi punti diversi d'una libbra, di due, di tre nel punto d, di 4 nel punto e, ec. sempre dividendo l'
Tav. 14. Fig. 11. asta CH collo stesso metodo fino al fine. In questa forma sarà costruita la Stadera detta Romana. Lo stesso metodo serve per formare la Stadera empirica ACDGB, all'uncino H della quale è attaccato il piatto L, dentro il quale si pongono le merci da pesare. E' più facile della prima, perchè il braccio CB è tutto della stessa

grofgroſſezza; onde ridotte le braccia in equilibrio, e trovato il primo punto M, dove poſto il Romano R fa equilibrio col peſo d'una libbra, gli altri punti N, I ec. ſi trovano ſenz'altra pruova, facendo MN uguale alla MF, così ancora NI ec. dividendo in ſomma il braccio FB in tante parti tutte uguali alla MF; detratta però da eſſa quella piccola diſtanza, a cui ſi mette il peſo R dal punto F, per far l'equilibrio delle braccia.

720. Dalla coſtruzione della Stadera ſi ricava facilmente, che anch'eſſa è una leva di primo genere. Perciò il peſo R quantunque di mezza libra, fa equilibrio con 10, 20, 30 libbre, e ancora di più, ſe il braccio CB è più lungo, perchè ſempre ſi va diſcoſtando dal centro C di ſoſpenſione, che fa le veci di ſoſtegno. Quindi naſce l'uſo ſingolare della Stadera per potere con un piccolo peſo equilibrarne ſenſibili. E' però condannabile queſto ſtromento, e dovrebbe eſcluderſi dal commercio civile, perchè i venditori, che vogliono ingannare, facilmente poſſono farlo, ed è molto difficile il diſtinguere toſto l'inganno, e il correggerlo, come appariſce dal metodo di coſtruirla.

721. Col beneficio però della Stadera, quando le merci ſono di poco valore per libbra, poſſiamo peſare in un momento molta quantità delle ſteſſe. Per eſempio carri interi di fieno, di paglia ec. In queſto caſo fatta una foſſa ſul terreno, tanto lunga, quanto è un carro, ſopra d'eſſa ſi pone un groſſo, e forte tavolato ſoſpeſo ne' quattro ſuoi lati da quattro catene, le quali s'attaccano all'eſtremità d'una groſſa trave, che ſta ſoſpeſa in alto orizzontalmente, a guiſa del giogo d'una Stadera. Scorre per queſta trave un groſſo ſaſſo che fa le veci di Romano. Non fa d'uopo in queſta groſſa Stadera di mettere in equilibrio il braccio più lungo col tavolato; che fa le veci di padella. Sopra queſto tavolato ſi fanno prima paſſare i buoi, tenendo il ſaſſo lontano dal punto di ſoſpenſione, acciocchè non trabocchi il tavolato; quando i buoi, ſeguitando il loro cammino, eſcono fuori del tavolato, ſi truova il carro ſopra di eſſo, e ſolo gravita contro il braccio più lungo; allora s'accoſta il ſaſſo al centro di ſoſpenſione, finochè moſtri il tavolato di ſcendere. In queſta maniera ſogliono in alcuni luoghi peſare interi cari di fieno, o paglia con ſomma facilità, ſenza far uſcire il carro dal ſuo cammino.

722. Sogliono in alcuni luoghi particolari adoperare una compendioſa Stadera, che in queſto modo ſi forma. Dentro il cilindro di

me-

metallo ACBD, che ha il fondo CnB fisso, e il coperchio AD si ferma
Tav. 14. con vite, chiudono il bastoncino EFG d'ottone, all'estremità del qua-
Fig. 12. le G è attaccata una rotella d'ottone uguale al fondo CnB, e la molla d'orologio abcdeG, che vada un poco forzata. Questa appoggiando su la rotella in G, la tiene compressa al fondo CnB, e così il bastone FG sta tutto dentro il cilindro. Presa la Stadera in E, s'attacca all'uncino m il peso d'una libbra, che tirando giù la base CnB, fa che la rotella in G un poco si sollevi dal fondo CnB, ma non può farlo interamente, perchè la molla abcde la rispinge contro esso, quindi il bastone EG esce un poco fuori, per esempio in F; si nota questo punto su d'esso; così attaccati successivamente all'uncino m, i pesi di 2, 3, 4, 5 ec. libbre, uscendo sempre più il bastone EG fuori dello stucchio; si notano in esso tutti questi altri punti; finochè attaccandoci un peso assai grosso la rotella G comprimendo tutta la molla arriva in AD. Ecco formata la Stadera comoda da trasportarsi, potendosi fare mezzo palmo lunga, e ciò non ostante pesarsi con essa grossissimi pesi, purchè la molla sia gagliarda. Ad un solo incomodo è soggetta, cioè ad arruginirsi la molla, e diminuire con ciò la sua forza elastica, nel qual caso non serve più la divisione delle libbre fatte sul bastone EFG.

DELL' ASSE NELLA RUOTA.

723. L'*Asse nella Ruota* detto da' Latini *Axis in Peritrochio* dalla
Tav. 15. Greca voce *Perytrochion*, che significa ruota, non è altro, che
Fig. 1. un cilindro di legno M sopra i sostegni G, H, a cui è applicata la ruota AD. Per concepire l'azione di questa terza macchina semplice basta il riflettere lo spazio percorso dalla resistenza, e dalla potenza per la prop. 18. Siano nella ruota, per facilmente voltarla, applicati i bastoni A, D chiamati *Scytalæ* da Latini. Il moto del Cilindro si fa intorno il suo asse, o linea di mezzo FmE; dunque se la potenza s'applichi in A, descriverà questa un circolo, il cui raggio è la linea AC, ovvero il semidiametro della ruota; la resistenza I sta attaccata alla fune LMN, la quale fa una girata intorno al cilindro M, nel tempo che la ruota AD si gira una volta intorno a se stessa; onde lo spazio descritto dalla resistenza sarà una rivoltata di corda intorno al cilindro, cioè una periferia di cerchio, il cui raggio è il semidiametro mn del cilindro, a cui s'aggiunga la grossezza della corda,

se

se questa non è piccola. Perciò essendo per la Geometria le periferie, come i raggi; lo spazio descritto dalla potenza s'esprimerà per lo raggio AC della ruota, e dell'asse; quello della resistenza per lo raggio solo mn dell'asse. Onde in questa macchina allora si darà l'equilibrio, quando sarà la potenza, alla resistenza, come il raggio dell' asse a quello della ruota, e dell'asse.

724. Determinato l'equilibrio, non è difficile con piccola forza superare la resistenza, e così innalzare, o strascinare il peso. Ciò si può fare slungando i bastoni A, D conficcati nella ruota, o diminuendo la grossezza del cilindro M, secondo che viene più in acconcio. E' necessario fare, che la potenza più del doppio superi col suo momento la resistenza, non solamente per tutte l'altre cagioni di resistere, che vi sono nel costruire le macchine, come lo strofinamento delle loro parti; ma ancora perchè ravvolgendosi la corda intorno al cilindro, va questo ingrossandosi, e perciò si fa sempre maggiore lo spazio della resistenza, quando la fune, che è lunga, incavalca una girata sopra l'altra.

725. Si può ridurre ancora l'asse nella ruota alla leva; non essendo altro una ruota, che un composto di varie leve, che si succedono una all'altra; perchè la ruota non è altro, che l'aggregato degl'infiniti suoi diametri. E per concepirlo, sia la ruota BEF, il cilindro, su cui si gira, viene rappresentato dal cerchio DK, stando il peso I pendente dal punto D, se la potenza s' applichi in B, tirata DOB, avremo la leva DOB, il di cui punto d'appoggio è il centro O della ruota. Dunque allora vi sarà equilibrio, quando B: I:: DO: OB, per la dottrina della leva. La potenza B abbassi la ruota per la tangente BN, siccome le parti della ruota sono connesse insieme, così alla prima leva DOB succederà la leva HOE; onde apparisce, che la ruota è una leva continuata; e siccome l'asse nella ruota si può ridurre al vette di primo genere, nel quale il sostegno è l'asse del cilindro, intorno a cui si fa il moto; così in questa macchina l'asse del cilindro è *un sostegno continuato*. Quindi nella presente macchina avrà luogo ciò che abbiamo detto della leva; quando la potenza muove la ruota, deve farlo per le tangenti ad essa BN, PE non mai obbliquamente per BG, allora la sua distanza dal punto d'appoggio non sarebbe più BO, ma la perpendicolare OM.

Tav. 15. Fig. 2.

Tav. 18. Fig. 1.

726. In vece della ruota pongono alcuni sopra l'asse AB un altro timpano DM, dentro il quale camminando un uomo, o per dir meglio

glio sforzandosi di camminare, volterà il timpano DM, e questo moverà il peso C. Si servono di questa macchina detta *Geranio* a Pisa per trasportare le barche dalla fossa di Livorno, nel fiume Arno, come la figura abastanza dimostra.

727. Per concepire in quest' asse col timpano lo spazio descritto
Tav. 15. Fig. 3. dalla potenza, sia l' asse del timpano espresso per la linea DHa, e dalla corda DI prenda il peso I; l'uomo camminì nella cavità mnr, e sforzandosi di salire da m in n, e da questo in r, rivolti il timpano, e perciò faccia rivoltare la corda DI intorno all'asse. Quando l'uomo sta in m, per lo proprio peso gravita perpendicolarmente secondo la linea am; onde è lo stesso, come se fosse sospeso, dal punto a, e perciò è ugualmente distante dal centro O, che il peso I; quindi sentendosi l'uomo trasportato dal peso secondo la direzione m, n, r, B, si sente obbligato di camminare avanti, da m in, n, da n, in r per accquistar forza, e contrastare col peso, perchè nel punto n, è lo stesso, che fosse sospeso dal punto b, e nel punto r dal punto c; e perciò sempre più lontano dal centro O. Dunque sarà sempre necessitato di rivoltare la ruota, non solo spingendo co' piedi, ma ancora colle mani.

728. L'asse nella ruota si può disporre in due maniere, o paral-
Tav. 15. Fig. 4. 5. lelo, o perpendicolare; se è parallelo all' orizonte come ACB, AEB si chiama *bulghero*, o *burbura*; sogliono in essa adoperare in vece della ruota i bastoni ab, dc immediatamente conficcati nell'asse per mezzo de' quali voltano l'asse, che s' appoggia sopra i sostegni G, F, e così innalzano il peso H. Più comodo però in vece de' bastoni è l'uso del manico DCA, DCB, perchè con esso si volta l'asse continuamente, e senza interrompere il moto. Adoperando questo è d'avvertire, che lo spazio percorso dalla potenza s'esprime colla distanza AC, ovvero BC. Onde se questa si allunga, s'accrescerà ancora la potenza; niente però influisce la lunghezza DC, che è solamente fatta per comodità della mano.

729. Se l'asse ACB è perpendicolare all'Orizonte, allora si chia-
Tav. 15. Fig. 6. ma Argano; di questo sogliamo per lo più servirci per trasportare i pesi come nella figura è espresso. Serve ancora come il bulghero per innalzarli; ma in tal caso la corda Dm ha da passare per qualche rotella conficcata nel muro, acciocchè se le dia la giusta direzione. Per trasportare il peso H è necessario non solo conficcare i bastoni a b, c d assai lunghi nell'asse, ma ancora fissare in terra il sostegno dell'

dell' argano; perchè altrimenti non il peso verso l'argano, ma questo verso quello andrebbe. Di più siccome l'urto del peso col piano sarebbe sensibilissimo, e insuperabile, conviene sotto il peso andare successivamente collocando i bastoni ingrassati nm; in questa maniera s'evita ogni strofinamento del peso col piano.

DELLE TAGLIE, O CARRUCCOLE.

730. LE Taglie dette da' latini *Trocleæ* altro non sono, che ruote incavate nella periferia, acciocchè per questo incavo possa passare una corda, come apparisce nella ruota b, che sta dentro la cassa dC, e si raggira intorno al centro b, passando per essa la corda PBA. Se vi è pericolo, che la corda possa scorrere per la carruccola, s'incava il canale della sua periferia non rotondo, ma acuminato; o pure si conficcano in esso sottili punte di ferro, che trattengono la corda acciocchè non iscorra. L'asse b, intorno al quale gira la ruota deve essere molto bene levigato, e di materia diversa da essa, perchè la pratica ha insegnato, che più facilmente il ferro consuma il ferro, che un altro metallo. Le carruccole si fanno o di legno, o di metallo. Tav. 15. Fig. 7.

731. Per determinare l'equilibrio in questa quarta macchina semplice meccanica è necessario considerare lo spazio percorso dalla potenza, e quello della resistenza. Se avremo una sola carruccola, questa non accresce la potenza di natura sua; perchè se la mano P s'abbassa un palmo, altrettanto s'alza il peso A; e perciò amendue gli spazj sono uguali. Serve però per un doppio comodo a sollevare i pesi; in primo luogo agevola il moto della mano, che facilmente si fa all'ingiù; con grande incomodo si farebbe, se il peso A dovesse alzarsi con una semplice corda da terra. In secondo luogo agevola la potenza dell'uomo. Se dovessimo da terra innalzare un peso, non solo converrebbe alzar questo, ma inoltre il peso delle proprie braccia per mezzo della forza de' nostri muscoli; per lo contrario adoperando una taglia non solamente non alziamo il peso delle braccia; ma di più questo ajuta la forza muscolare ad inalzare il peso. Ecco in qual maniera una sola taglia non di natura propria, ma accidentalmente ajuta la potenza, la quale in questo caso non è un peso, ma la forza de' muscoli umani.

732. Quando sono più taglie la *regola* per determinare spedita-

tamente l'equilibrio è questa. *La Taglia, che si muove col peso, accresce la potenza del doppio, quella che sta in isforzo di muoversi accresce una volta la potenza, l'immobile non la muta.*

733. Per concepire questa regola, che è più generale e sicura
Tav. 15. Fig. 8. delle altre comunemente esposte da Meccanici, basta il farne l'applicazione a casi diversi. Siano due taglie B, C, ligata la corda al chiodo F, si faccia passare per la taglia mobile DI, e per la immobile C, la forza P si raddoppia. Perchè ad innalzare il peso M un palmo, è necessario che la mano P abbassandosi, tiri a se i due palmi di fune DF, IC; dunque lo spazio descritto dalla potenza è doppio di quello della resistenza, e perciò la potenza cresce del doppio. Onde la taglia mobile D raddoppia la potenza.

734. Siano tre taglie A, B, C, per le quali passi la corda
Tav. 15. Fig. 9. cbBDFCHGEIAP. Acciocchè il peso M s'alzi per un palmo, bisogna, che la mano P abbassandosi tiri tre palmi, o tre pezzi di fune BC, bc, IH; perciò la potenza diventa tripla. La taglia mobile è solamente CH, ma la taglia Bb quantunque immobile, ciò non ostante, per la disposizione data alla fune, si sforza di muoversi, perchè il peso M alzandosi è smosso dalla fune dal suo sito perpendicolare, al quale però ritorna per lo proprio peso, e ritornando imprime alla taglia Bb uno sforzo a muoversi; non essendo la fune cbB applicata al centro della ruota Bb, ma alla sua periferia in B, b. Dunque la potenza diventa 2 per la taglia mobile CH, ed 1 per la taglia Bb, che si sforza a muoversi; onde la potenza diventerà 3.

735. Siano quattro taglie A, B, D, C, le due prime im-
Tav. 15. Fig. 10. mobili, le due seconde mobili; secondo la regola, deve la potenza per la taglia prima mobile D diventar 2, ma ancora per la seconda C diviene 2; dunque per tutte due le taglie diventerà 4. La taglia B non si sforza a muoversi, perchè qualunque moto imprima alla corda il peso M, questa tira la taglia B per lo suo centro, cui è attaccata, e perciò non la smuove dal sito naturale, che gli dà la propria gravità per iscendere a terra. Di fatto acciocchè il peso M s'innalzi un palmo, deve il peso P tirarne a se scendendo 4 palmi di corda; dunque il peso P, che fa da potenza, descrive 4 volte più spazio della resistenza M. Le taglie di mezzo B, D si facciano più piccole delle altre, perchè la fune non s'imbrogli, o s'urti nel muoversi.

736. Siano

736. Siano sei taglie disposte come si vede in figura, cosicchè ogni taglia abbia la sua corda attaccata agli uncini fissi o, l, f, a ec. e agli altri uncini delle taglie n, h, d, t. Le taglie mobili sono cinque solamente, perchè q è immobile. Dunque secondo la regola, per la taglia p diviene la forza P doppia, cioè 2; per la taglia m, la forza 2 si raddopia e viene 4; per la taglia g la forza 4 si raddoppia, e viene 8; per la taglia c la forza 8 viene 16; e per la taglia della resistenza, la forza 16 diviene 32; onde il peso P d'una libbra farà equilibrio con, M quantunque sia di 32. La taglia q sebbene in q sia smossa dal peso M, ciò non ostante non si reputa essere in isforzo di muoversi, perchè viene rispinta in contrario dal peso P; essendole immediatamente unita la potenza. Tav. 16. Fig. 1.

737. Quindi si ricava la necessità di saper ben disporre le taglie, e le funi, dal che proviene molto l'accrescimento della potenza. In molte maniere si possono disporre le taglie, il che dipende dall'ingegno degli uomini. La regola da noi data coll'applicazione è sufficiente in pratica per non errare. Una macchina composta di più taglie si dice comunemente da' Meccanici Polispasto.

DELLE RUOTE DENTATE.

738. NON vi è macchina più utile, e compendiosa nella Meccanica delle Ruote Dentate, quando queste siano ben formate dagli artefici. La ruota dentata, che è la quinta macchina semplice meccanica oltre l'asse, sul quale s'aggira, che ha da essere ben levigato, deve inoltre avere i denti non quadri come nella fig. 2., ma curvilinei come nella fig. 3. sono dipinti. La sperienza ha ciò insegnato, perchè avendo sul principio i Meccanici formati i denti angolari delle ruote, nel primo adoperare la macchina provavano una considerabile resistenza, la quale col lungo uso della macchina svanendo, s'accorsero, che i denti s'erano uno coll'altro corrosi, avendo acquistato una figura curvilinea. Olao Roemero per mezzo della Geometria più sublime dimostrò il primo nelle Memorie dell'Accad. Reale di Parigi che la figura de'denti esser deve *epicicloidale*, acciocchè uno spinga l'altro senza urtarsi; lo stesso conferma nelle Memorie di Matematica, e Fisica Filippo de la Hire. Tav. 16. Fig. 2. 3.

739. Determinata la figura, che devono avere i denti delle ruote,

te, è necessario stabilire il modo di determinare il loro numero. Siccome una ruota deve muovere l'altra, così è necessario, che tutti i denti siano uguali tra loro; come ancora gli spazj, che sono tra l'uno e l'altro, acciocchè possano muoversi agevolmente. Il numero de'denti nella prima ruota è arbitrario; con questa sola differenza, che se cominciate a dividere la ruota, dove s'applica la potenza, questa deve essere più piccola, che si puole, e il numero de'denti minori, che si può fare; per lo contrario la ruota del peso deve esser più grande, che si può, come ancora il suo numero. Determinato il numero di quei della prima, o ultima ruota, facilmente si stabilisce quello delle altre. Per la Geometria sono i diametri de'cerchi, come le loro periferie. Dunque se il diametro della prima ruota sia 5 pollici, e i denti in essa scolpiti 60, e perciò tutta la ruota sia divisa in 120 parti, comprendendo i denti, e gli spazj, che sono tra uno, e l'altro; se la seconda ruota abbia 12 pollici di diametro, si faccia questa proporzione $5 : 12 :: 120 : x$, ed essendo $x = 288$ per la regola del tre, dovremo dividere la ruota seconda in 288 parti uguali, onde levando i voti, che ci sono tra un dente, e l'altro, saranno nella seconda ruota, denti 144.

740. Per determinare l'equilibrio nelle macchine composte di ruote dentate questa è la *regola*. *La Resistenza sta alla potenza, come il prodotto del numero de'denti di tutte le ruote, al prodotto de' denti di tutti gli assi delle medesime.*

741. Supponiamo, che nella ruota E siano venticinque denti, Tav. 16. Fig. 2. al suo asse AR sia attaccato il peso P, che nel girare la ruota, rivoltandosi la corda AP intorno ad esso innalzi il peso. Nella ruota piccola D, che si chiama asse, siano cinque denti; è manifesto, che mentre la ruota E gira una volta intorno a se stessa, l'asse D, ove sono cinque soli denti, deve girare cinque volte; perchè 5 in 25 tante volte entra. Dunque se l'asse AR sarà uguale all'asse D, il che bisogna attentamente notare, la potenza D sarà cinque volte più spazio del peso P. Dunque la resistenza starà alla potenza, come il numero de'denti nella ruota E al numero de'denti nella ruota D, oppure, ciò che è lo stesso, come il diametro della ruota E al diametro dell'asse D. Supponiamo, che a quest'asse D fosse attaccata la ruota MN, e la potenza I per mezzo della corda IM fosse applicata in M: se il diametro della ruota MN è quattro volte maggiore

di

di quello dell'aſſe D. La potenza diverrà quattro volte maggiore di prima, onde applicata in D eſſendo 5, poſta in M, ſarà 20.

742. Siano tre ruote N, N, O, che abbiano i loro aſſi CB, F, H uguali. Nella ruota M ſiano 100 denti, e al ſuo aſſe ſia attaccato il peſo P. Nell'aſſe F ſiano 10 denti; la potenza applicata in F diverrà 10 volte maggiore. Nella ruota N ſiano 100 denti, nell'aſſe H 10, ſe applichiamo la potenza all'aſſe H, diverrà 10 volte maggiore. Collo ſteſſo metodo ſe in O ci ſiano 100 denti, e queſta ruota ſi mova coll'aſſe AEDC applicato in R, la potenza diverrà ancora 10 volte più grande; onde eſſendo prima 100 diverrà ora 1000 volte maggiore di quello, che era. Quindi naſce la regola; perchè eſſendo tre ruote M, N, O di 100 denti l'una; il prodotto 100 × 100 × 100 = 1000000; eſſendo tre gli aſſi con 10 denti l'uno, ſarà 10 × 10 × 10 = 1000, perciò la reſiſtenza ſtarà alla potenza come 1000000 : 1000; cioè come 1000 : 1; così appunto abbiamo ritrovato per mezzo delle dimoſtrazioni, onde appariſce la verità della regola data §. 740.

Tav. 16. Fig. 3.

Tav. 16. Fig. 4.

743. Queſta macchina detta da Simone Stevino nel libro 3. della Statica propoſizione 10 il Pancrazio, che noi abbiamo delineato in piano, ſi vede rappreſentata colle ſteſſe lettere in ſolido nella fig. 5. ove meglio ſi può diſtinguere la conneſſione delle ruote cogli aſſi. Facendo il manico CD più lungo s'accreſcerà ancora di più la forza della potenza, ſecondo la ragione, che ha la lunghezza CD al ſemidiametro dell'aſſe A; onde ſe CD ſarà 4 volte maggiore del raggio di A, la forza, che in A era 1000, applicata in D ſarà 4000. Perciò col beneficio di tre ruote M, N, O, e di tre aſſi dentati E, H, A, e del manubrio CD, la forza d'una libbra s'equilibrerà col peſo P di libbre 4000. Collo ſteſſo metodo formando un Pancrazio con 4 ruote, e 4 aſſi la potenza diverrà 40000, con 5 ruote 400000, con 6 ruote 4000000. Onde col peſo d'una libbra potranno equilibrarſi quattro millioni di libbre; dal che ſi ricava la ſomma utilità nelle Meccaniche delle ruote dentate, le quali occupando un piccoliſſimo ſito, accreſcono maraviglioſamente la forza della potenza.

Tav. 16. Fig. 5.

DEL-

DELLA VITE.

744. LA Vite è un cilindro di legno, o di metallo, intorno al quale sono fatte varie spire, come il cilindro CD. Intorno a questo si raggira l'altro pezzo di legno AB, che ha le spire incavate per poter ricevere quelle, che sono prominenti nel cilindro CD. Il pezzo di legno AB si chiama la madre vite; il cilindro CD il maschio. Per mezzo della vite si formano varj stromenti d'uso, per comprimere i corpi detti torchi, come nella fig. 7., per innalzar pesi, come nella fig. 8. per trasportarli ec.

Tav. 16. Fig. 6.

745. Per concepire l'equilibrio in questa sesta macchina Meccanica semplice conviene riflettere, che mentre la potenza applicata in B gira una volta il legno BA, e per conseguenza descrive un cerchio, il cui raggio é BA, scende un panno o spira della vite. Onde la potenza starà alla resistenza, come a b, che è la distanza di due panni della vite, alla distanza BA. Quindi quanto più stretti sono i panni della vite, e più lungo è il legno BA, tanto maggior forza acquisterà la potenza.

Tav. 16. Fig. 6.

746. Da ciò si conosce la ragione, per la quale hanno tanta forza i torchi come CD, CD, e le morze degli artefici per comprimere i corpi. Varj fogli di carta stretti con un torchio da' librai, quantunque fragili di natura, sono ciò non ostante nel torchio della stessa durezza d'un legno. Possiamo inoltre colla vite CD, e colla madre vite incavata nella tavola E, che ha sotto quattro rotelle per camminare facilmente, innalzare pesi grandissimi con somma facilità, facendo lunghi i bastoni AE, B, dove si applica la potenza.

Tav. 16. Fig. 8.

Tav. 16. Fig. 7.

747. Per mezzo di molte viti sottoposte con particolare artificio a' quattro muri del campanile della Chiesa di S. Lorenzo a Roterdam, Geremia Lersoni l'innalzò molti palmi da terra per rifarci i fondamenti; sopra i quali fu poi di nuovo posato diritto, e sano. Un' idea del motodo tenuto da lui la diamo nella fig. 2.; dove si vede sotto il muro E posto il tavolato ED.

Tav. 18. Fig. 2.

748. Se s'unisce la vite BD alla ruota F per rivoltarla, questa macchina si chiama vite perpetua; inventore della quale è stato il celebre Archimede. Per concepire in essa l'equilibrio la mano applicata in C, mentre fa una girata, ovvero un cerchio, il cui raggio è CB, un sol dente della ruota E passa sotto la vite BD. Onde acciocchè

Tav. 16. Fig. 9.

chè tutta la ruota si giri una volta, e insieme con essa ancora l'asse EH, e con questo il peso P, è necessario, che la mano in C descriva tanti cerchi, o faccia tante girate, quanti sono i denti della ruota. Quindi lo spazio descritto dal peso sarà, come il raggio ba dell'asse, lo spazio descritto dalla potenza sarà, come CB moltiplicato nel numero de'denti. Sia ba pollici 1, CB pollici 12, i denti della ruota 100, sarà la potenza 120 volte maggiore della resistenza. Dal che si deduce il singolare uso della vite perpetua, così detta perchè si gira continuamente.

DEL PIANO INCLINATO, E DEL CUNEO.

749. SIA BC un piano orizzontale, o pure parallelo all'orizzonte, e il piano inclinato AB coll'angolo ABC. Calata la perpendicolare AC sopra l'orizzonte CB, si chiama questa l' altezza del piano, la quale, essendo perpendicolare, viene ancora ad esser il seno dell'angolo ABC; la linea AB si chiama la lunghezza del piano, e nel tempo stesso per la Trigonometria è il seno tutto dell'angolo stesso. Si ponga sopra il piano AB il globo M attaccato alla corda MK; se la mano tiene la corda in K, è chiaro, che porzione del peso vien sostentata dal piano AB, e l'altra dalla mano K. Quindi è, che il piano inclinato è una potenza Meccanica; perchè diminuisce la resistenza. Ma siccome il piano inclinato deve considerarsi non solamente come macchina, ma ancora in esso dobbiamo esaminare il moto de'corpi, così è necessario trattenersi più a lungo sopra di esso. Tav. 16. Fig. 10.

750. Se il piano inclinato AB fosse nella situazione orizzontale CB, tutto il peso M sarebbe sostentato dal piano; si alzi un poco dall'orizzonte CB, la mano in K comincierà a sostentare porzione del peso M, il quale crescerà, più che s'alza il piano AB, ovvero più grande è l'angolo ABC; e minor porzione di peso sostenta il piano declive AB; fino che diventata AB perpendicolare alla BC, la mano sostenta tutto il peso, e niente il piano AB. L'intero peso del corpo M si chiama la sua *gravità assoluta*; quella parte di peso, che è sostentata dalla potenza in K si dice la *gravità relativa*. Con questa il corpo discende per lo piano inclinato, se la potenza lo lascia. La proporzione, che passa tra la gravità assoluta, e la relativa s'esprime colla seguente

PROPOSIZIONE XIX.

In qualunque piano inclinato, la gravità assoluta è alla relativa, come la lunghezza del piano alla sua altezza

751. SIA il peso M in qualunque luogo del piano inclinato AB; dal suo centro di gravità M si cali la perpendicolare b a
Tav. 16. Fig. 10. sopra il piano orizzontale CB, e dal punto a si innalzi la perpendicolare a c sopra il piano inclinato AB. La gravità assoluta del corpo M si può esprimere per la linea a b. Onde per la nota risoluzione delle forze si potrà concepire la gravità assoluta b a composta dalle due forze a c, b c, di queste due forze quella espressa per a c è tutta sostentata dal piano AB, perchè a questo perpendicolare, e perciò direttamente opposta. Dunque la gravità relativa, colla quale il corpo scende per lo piano inclinato sarà espressa colla linea bc. Perciò la gravità assoluta starà alla relativa, come ab : bc. Ma il triangolo a c b è simile al triangolo ACB; perchè gli angoli C, c sono retti, e l'angolo A = b; perchè nelle due parallele AC, b a l'angolo c b a è esterno rispetto all'angolo A; dunque per lo libro 6. d'Euclide sarà AB: AC:: ab: bc. Dunque la gravità assoluta starà alla relativa, come la lunghezza del piano AB alla sua altezza AC. Lo che dovea dimostrare.

752. Dunque per avere l'equilibrio tra la resistenza K, e la potenza L, deve essere la potenza alla resistenza, come l'altezza
Tav. 19. Fig. 4. del piano AC alla sua lunghezza AB. Imperocchè la gravità, che resta al corpo nel piano inclinato, cioè quella, che è sostentata dalla mano L, viene espressa dalla perpendicolare AC; onde basta, che la potenza tanto vaglia, quanto è questa perpendicolare. Supponiamo, che la potenza L possa innalzare 50 libbre, e il peso K sia di 200; essendo queste quattro volte maggiori della potenza, si dovrà inclinare tanto il piano AB, che diventi quattro volte maggiore della altezza AC. Così si darà l'equilibrio in qualunque punto del piano si metta il peso K. Perchè, se per esempio sia in E, calata la perpendicolare EF avremo ancora in questo punto EF: FP:: AC: CB per lo lib. 6. d' Euclide. Onde quanto è minore l'angolo ABC, tanto a proporzione sarà maggiore la forza della potenza, essendo AC seno dell'angolo ABC §. 749. come avevamo supposto nel §. 750.

753. Lo stesso equilibrio de'corpi si può dimostrare per la Prop. 18. fondamentale della Statica. Lo spazio descritto dalla potenza è espresso per la lunghezza AB del piano, perchè tanta corda appunto tira la mano nell'innalzare il peso K. Ma lo spazio, che percorrendo esso, resiste alla potenza, non è la lunghezza AB, ma le altezze diverse EF, AC alle quali s'innalza; perchè il peso resiste per le linee perpendicolari. Dunque essendo queste tutte nella stessa ragione, che le lunghezze diverse EB, AB, §. 752., allora avremo l'equilibrio, quando L: K:: AC: AB.

754. Da questa ultima macchina semplice Meccanica si ricava la formazione del *Cuneo*, che è un Prisma triangolare FBG, il quale insinuato ne'corpi, serve per superare la loro coerenza. Di questo si servono gli artefici per rompere i marmi, i legni ec. B è la punta, FG si chiama la base. Non è difficile il comprendere, che è composto di due piani inclinati FB, GB. La potenza è il martello, con cui si batte su la base FG per introdurlo ne' corpi; la resistenza è la coerenza delle parti del corpo, che deve aprirsi. Dunque lo spazio descritto dalla potenza, sarà l'altezza AB del cuneo, quello descritto dalla resistenza sarà la sua base FG §. 753. Tav. 18. Fig. 3.

755. Nell'applicazione di questa macchina tre casi dobbiamo distinguere; I. quando il cuneo comincia a introdursi nel legno; II. quando è già introdotto, e proseguono a separarsi le parti del legno, tanto quanto s'introduce il cuneo; III. quando le parti del legno s'avanzano ad aprirsi prima che la punta del cuneo le arrivi. Nel primo caso si determina l'equilibrio, come abbiamo insegnato nel §. 754.

756. Nel secondo caso però lo spazio descritto dalla resistenza non s'esprime colla base FG, o colla sua metà hG, o colla proporzionale ab, ma per mezzo della linea ac tirata perpendicolare sopra il lato Bb del cuneo. Perchè nell'introdursi, che fa il cuneo aprendosi il legno ugualmente con esso, le parti del legno nell'aprirsi descrivono i cerchi bD, dC intorno al punto B come centro, e perciò si muovono per le tangenti di questi archi, che sono piccoli, e si confondono con essi, ovvero per le linee ac, ae, che essendo perpendicolari a'diametri Bb, Bd, sono ancora parallele alle tangenti predette. Dunque in questo secondo caso per determinare l'equilibrio, tirata hg perpendicolare al lato GB del cuneo, e perciò proporzionale alla ac, sarà la potenza alla resistenza; come hg: hB. Tav. 20. Fig. 1.

Tav. 18. Fig. 4. 757. Nel terzo caso quando le parti del legno I, H si staccano in N prima, che le arrivi la punta del cuneo B, allora calata la perpendicolare AB dal mezzo della base FG, e tirata da E parallela alla base FG, si tiri sopra il lato del legno EN, il quale in tal caso è diverso dal lato GB del cuneo, la perpendicolare a E, sarà questa lo spazio descritto dalla resistenza. Ciò si dimostra come nel caso precedente.

Tav. 18. Fig. 3. 758. Dalla determinazione dell'equilibrio nel cuneo si ricava, che in ogni caso, quanto più alto è questo stromento, e più stretta la base FG, o pure l'angolo FBG, tanto maggior forza avrà il cuneo per superare la coerenza de' corpi. Quindi per accrescere la forza del cuneo sogliono farsi i lati FB, GB curvi; perchè l'angolo FBA, ovvero GBA in questo caso è minore di qualunque acuto per lo Lib. 3. d'Euclide, essendo fatto dalla curva FB, e dalla tangente AB.

Tav. 19. Fig. 1. 759. *Esperienza*. La macchina, colla quale si dimostra l'equilibrio de'corpi nel piano inclinato è la seguente. La riga di ferro BC mobile intorno al punto F ha nella sua estremità C attaccata una vite incurvata DC, che passa dentro il cilindro FE, e per mezzo delle madreviti m, n si ferma ove si vuole, per elevare più, o meno il piano inclinato BC. Sopra questo scorre liberamente il peso G, e a questo effetto ha in c la rotella mobile; colla quale appoggia sul piano BC. S'attacca il peso, al filo GT, che passa per la taglia T, la quale col braccio TB si pone in B. Dentro il piano P si pongono varj pesi per far l'equilibrio, che fanno le veci di potenza. Per dare al piano BC qualunque elevazione, s'adopera il semicerchio AL, il cui diametro è diviso in 16 parti uguali, s'applicano in esso varie corde, che contengono di queste parti 6, 8, 10, 12, 14, ec. Applicato il diametro AB sotto il piano BC, si veda dove il pendolo AQ cade col filo; supponiamo, che questo cada sopra la corda 6; la lunghezza BC sarà alla sua altezza, come 16: 6; e perciò se il peso G sarà di 16 once, o d'una libbra Olandese, il peso in P di 6 once lo equilibrerà. La ragione di questo è, che per determinare l'elevazione del piano AC, basta tirare dal punto F sopra TP una linea perpendicolare, che essendo nel tempo stesso parallela all'orizzonte, determinerà in TP l'altezza del piano inclinato AF. Ma essendo gli angoli nel semicircolo retti, e la linea Aq perpendicolare all'orizzonte, e perciò parallela alla TP, applicato il diametro

metro AB ſotto il piano, avremo ancora tra la linea Aa, e la corda A6 la ſteſſa proporzione, che tra AF, e la ſua altezza; onde a6 eſprimerà l'orizzontale, 6A l'altezza del piano, Aa la lunghezza.

DEL MOTO NE' PIANI INCLINATI.

760. Finora abbiamo conſiderato il piano inclinato, come una potenza Meccanica, e ne abbiamo eſaminato l'equilibrio; reſta ora l'eſporre il moto de' corpi del medeſimo, eſſendo di molto uſo nella Fiſica queſta dottrina. Ricaveremo la ſteſſa, dalla propoſizione 19., che è un fondamentale teorema per eſaminare la diſceſa de' gravi ne' piani inclinati.

761. I. Se vi ſono due piani inclinati uguali in lunghezza, co- Tav. 19.
me CD, CD, e ſopravi due corpi uguali A, B, la gravità rela- Fig. 2.
tiva A è a quella di B, come l'altezza CE del primo piano all' altezza CF del ſecondo. Imperocchè la gravità aſſoluta di A ſta alla ſua relativa, come CD: CE. La gravità aſſoluta di B ſta alla ſua relativa, come CD: CF. Ma eſſendo il corpo A uguale al corpo B, la ſua gravità aſſoluta è la ſteſſa, così ancora le lunghezze CD eſſendo uguali; ſarà altresì la gravità relativa di A, a quella di B, come CE: CF.

762. II. Se l'altezza de' piani AD, AC diſuguali ſia la ſteſſa Tav. 19.
linea AE; le gravità relative dello ſteſſo corpo poſto in eſſo ſa- Fig. 3.
ranno reciprocamente come le lunghezze. Sia la gravità relativa del globo B nel piano AC eſpreſſa per R; la gravità relativa dello ſteſſo nel piano AD ſia r; ſarà R: r:: AD: AC. Perchè chiamata G la gravità aſſoluta di B, per la Propoſizione 19, G: R:: AC: AE; e ancora G: r:: AD: AE. Dunque eſſendo gli ſteſſi i termini eſtremi, ſaranno que' di mezzo proporzionali, e perciò R: r:: AD: AC. Come dovea dimoſtrare.

763. III. Se ſopra due piani AE, AG, che hanno la ſteſſa al- Tav. 19.
tezza AB ſi mettano due corpi D, G uniti con una corda, che paſſi per Fig. 5.
la ruota F; ſe il peſo aſſoluto D è al peſo aſſoluto C, come AE: AG, dico, che i due corpi ſaranno in equilibrio. Imperocchè chiamato G il peſo aſſoluto di D, g il peſo aſſoluto di C; ſuppoſto il globo C ſul piano AE, la ſua gravità relativa in eſſo ſi chiami r, e quella, che ha in AG ſi dica R; avremo per ipoteſi G: g:: AE: AG. Di più §. 762. R: r:: AE: AG. Inoltre la forza riſpettiva D, è ad r,

come

come G:g, posto che i due globi D, C siano nello stesso piano AE. Ma per la prima proporzione G:g:: AE: AG; dunque sarà ancora la forza relativa D: r:: AE: AG. Ma per la seconda proporzione abbiamo ancora R: r:: AE: AG; dunque la forza relativa D: r:: R: r. Perciò essendo r = r, sarà ancora la forza relativa del globo D uguale alla forza R relativa del globo C sul piano AG, laonde questi due corpi saranno in equilibrio.

764. IV. Quindi è vero anche il teorema inverso di questo; che se i due globi D, C sono in equilibrio, le loro gravità assolute saranno, come le lunghezze de' piani, su i quali s'appoggiano.

765. Di questo teorema Simone Stevino negli Elementi di Statica libro I. Proposizione 19., posto che sia impossibile il moto perpetuo, porta questa ingegnosa dimostrazione. Sopra un triangolo di legno GIM si ponga la Catena GIHK, i cui anelli siano uguali di peso. La parte GK è uguale alla parte HK, e perciò sono in equilibrio, se dunque IH non si equilibra con IG, preponderera la catena dalla parte IG, e ciò accadendo continuamente, la catena si muoverà in perpetuo intorno al triangolo IGH. Ma il moto perpetuo è impossibile, dunque il peso relativo IG sarà uguale al peso relativo IH; queste parti IG, IH sono come le lunghezze IG, IH; dunque essendo due pesi assoluti, come le lunghezze de' piani staranno in equilibrio.

Tav. 19. Fig. 6.

766. V. Sia il corpo K sopra il piano inclinato K, e si tenga sospeso colla corda KpL parallela al piano orizzontale CB; dico che per aver l'equilibrio, deve esser la potenza L al peso K come BC: CA. Imperocchè se la forza di L s'esprima per la linea Ka, calata ac perpendicolare alla direzione cK, che è parallella alla lunghezza AB; la forza aK sarà risoluta nelle due ac, cK, delle quali la sola cK è quella, che impedisce la discesa del corpo K per lo piano, perchè colla forza ac la mano L comprime il peso K contro il piano AB. Dunque l'intera forza di L sarà a quella, che impiega per trattenere la discesa del peso K, come Ka: Kc, ovvero come AB: BC; essendo l'angolo C uguale c, e per le parallele AB, cK; aK, CB l'angolo alterno cKa = KaB = aBC, e perciò il triangolo Kac ∽ BAC. Ma la forza, colla quale la potenza L trattiene K nel piano inclinato, deve essere uguale alla gravità relativa di K, perchè si dia l'equilibrio; e la forza assoluta K, è alla sua relativa come AB: AC per la prop. 19. Perciò in queste due pro-

Tav. 19. Fig. 4.

por-

porzioni essendo il secondo, e quarto termine gli stessi, sarà ancora la potenza L al peso K:: BC: AC. Questo può servir di teorema fondamentale per gli piani inclinati, quando si tengono i corpi sopra d'essi, per una direzione non parallela al piano inclinato, ma all'orizzontale.

767. VI. Si può ridurre il piano inclinato al vette, e dimostrare in tutti i casi il suo equilibrio. Sia perciò il globo K sopra il piano CA; si tiri KD, dove il globo tocca il piano, la quale perciò sarà perpendicolare a CA, che è tangente. Si cali KG perpendicolare all'orizzonte BA, la quale esprime la gravità assoluta di K; dal punto D si tiri ad essa la perpendicolare De, e la perpendicolare DI alla KO parallela ad AB. Il punto D è centro di moto, e sostegno del globo K. Si tenga questo colla direzione Kp parallela al piano CA, e perciò perpendicolare alla KD; concependosi tutto il peso del globo unito in K, che è suo centro, e opera secondo la direzione Ke, avremo un vette di primo genere ma piegato, nel quale D sarà il sostegno, in e il peso, in K la potenza: onde il vette sarà composto delle due parti KD, De. Dunque allora si darà equilibrio, quando p: K:: e D: DK. Ma il triangolo DeK ∽ CBA; dunque sarà eD: DK:: CB: CA, e perciò p: K:: CB: CA, come appunto dimostrammo parlando dell'equilibrio de' piani inclinati. Che il triangolo DeK ∽ CBA, così si dimostra. DeK ∽ fDK Per l'ottava del libro *6.* d'Euclide, fDK ∽ fGA per gli angoli al vertice f uguali, e gli angoli D, G, retti. Il triangolo fGA ∽ CBA per la 2. del libro *6.* d'Euclide, dunque DeK ∽ CBA. Tav. 19. Fig. 7.

768. VII. Tiri la potenza per l'orizzontale KO, innalzata DI a essa perpendicolare, il peso sarà in e come prima, il sostegno in D, la potenza in I; onde avremo il vette piegato IDe, e percio per aver l'equilibrio dovrà esser la potenza O al peso K, come eD, ovvero KI: DI; ma essendo il triangolo KID ∽ DeK per la costruzione sarà ancora simile al triangolo CBA, e perciò avremo KI: DI:: BA: BC; dunque la potenza è al peso, come CB: BA; così ancora dimostrammo §. *766.* Tav. 19. Fig. 7.

769. VIII. Operi la potenza secondo la direzione in qualunque maniera obbliqua KI; calata sopra questa prolungata in R la perpendicolare Dq, avremo la leva piegata qDe; onde sarà la potenza alla resistenza, come eD: Dq: Quindi si ricava, che la potenza quanto più si discosta dalla parallela pK al piano inclinato CA, tanto più si diminuisce di forza.

770. IX. Essendo per la proposizione 19. la gravità assoluta d'un corpo alla relativa, come la lunghezza del piano alla sua altezza, e queste avendo una relazione costante, la stessa ancora passerà tra la gravità assoluta, e la relativa; e perciò essendo la prima costante, e uniformemente accelerando i corpi, lo stesso ancora sarà la gravità relativa; e di fatto questa s'esprime coll'altezza perpendicolare del piano inclinato; questo è quello che fu da noi supposto nel §. 541.

Tav. 19. Fig. 8. 771. X. Se nello stesso tempo due corpi uguali, uno scenda per AE, l'altro cada per AC, dopo qualunque tempo la velocità acquistata dal primo sarà a quella del secondo, come AC: AE. Imperocchè le velocità sono effetti delle forze, e perciò loro proporzionali, quando il tempo è lo stesso §. 468. Ma la forza assoluta di A è alla sua relativa, come AC: AE; dunque le velocità acquistate nel tempo stesso per l'altezza e lunghezza del piano, saranno come AC: AE. Questo alcuni lo prendono come teorema fondamentale di tutto ciò che si dimostra da' meccanici intorno al moto de' corpi ne' piani inclinati.

772. XI. Se sopra il piano AE dal punto C si tiri la perpendicolare CF, e due corpi uno scenda per AE, l'altro cada per AC, quando questo sarà arrivato in C, l'altro si troverà in F; e perciò AF, AC saranno descritte nel tempo stesso. Imperocchè le velocità acquistate dopo descritto qualche spazio nel tempo stesso per lo piano AE, e per l'altezza AC, sono come AE: AC §. 771.; ma essendo C angolo retto, e CF perpendicolare dal libro 6 della Geometria abbiamo AE: AC :: AC: AF; dunque AC, AF saranno quegli spazj nell'altezza, e nel piano inclinato, che sono descritti nel tempo stesso.

773. Quindi se siano due piani AB, AE, che hanno la stessa altezza AC, tirate ad essi le perpendicolari CD, CF, le lunghezze AF, AD saranno descritte da un corpo grave nel tempo stesso; perchè sono percorse nello stesso tempo della comune altezza AC. Inoltre da qualunque punto dell'altezza, per esempio c, tirata la perpendicolare cd al piano inclinato AB, saranno le due linee Ac, Ad, percorse nello stesso tempo.

Tav. 19. Fig. 9. 774. Si ricava ancora dal §. 772., che tirate quantesivoglia corde nel circolo dall'estremità del diametro, sono isocrone, cioè nel tempo stesso sono percorse. Sia il cerchio ABEG, e dal punto A, ovvero E si tirino varie corde AB, AG, AD, EB, EG, ED, AH,

AG,

AG, AF, dico, che tutte queste saranno percorse nel tempo stesso, per qualunque di esse si faccia scendere un corpo. Imperocchè tirate le tangenti Af, Ec al diametro, e prolungate le corde ne' punti d, e, f, a, b, c, avremo tanti piani inclinati Aa, Ab, ec., la comune altezza de' quali sarà AE; e siccome per lo libro 3. d' Euclide gli angoli B, C, D sono retti, perchè nel semicircolo, così le linee EB, EC, ec. sono perpendicolari a' piani inclinati Ac, Ab, ec., e perciò le porzioni AB, AC, sono percorse nel tempo stesso del diametro, o altezza AE; onde sono isocrone tutte le corde del circolo.

775. Quindi ancora se tirate varie corde AC, AD, AB, AE, Tav. 19. Fig. 10.
AF con qualunque intervallo si faccia il piccolo cerchio Ac, le porzioni aC, bD, cB, ec. tagliate dalle corde saranno anche esse isocrone. Perchè le corde del circolo grande AC, AD, ec., e quelle del piccolo Aa, Ab, sono isocrone; dunque ancora le porzioni tagliate aC, bD saranno tali.

776. XII. Dalla Prop. 19. ne viene ancora in conseguenza, che Tav. 19.
un corpo acquista la stessa velocità cadendo per un piano inclinato Fig. 8.
AE, che per la sua altezza AC. Imperocchè tirato il perpendicolo CF, per gli triangoli simili AEC, ACF, abbiamo AE : AC :: AC : AF; e per la natura della proporzione continua AE : AF :: $\overline{AE}^2 : \overline{AC}^2$; dunque estraendo da tutti i termini la radice quadrata, sarà $\sqrt{AE} : \sqrt{AF}$ :: AE : AC. Ma essendo gli spazj AC, AF descritti nel tempo stesso da un corpo cadente §. 772. la celerità acquistata per AC, sarà a quella per AF :: AC : AF, perchè i tempi sono uguali §. 379. 343.; ovvero come AE : AC per la prima proporzione; dunque sarà ancora la celerità per AC, a quella per AF :: $\sqrt{AE} : \sqrt{AF}$ per la terza proporzione. Inoltre trattandosi di gravità §. 385., è ancora la celerità per AE, alla celerità per AF :: $\sqrt{AE} : \sqrt{AF}$; Dunque per l' uguaglianza delle ragioni, sarà la celerità per AC, a quella per AF; come quella per AE, a quella per AF; e perciò essendo il secondo, e quarto termine di questa proporzione la stessa celerità per AF; ancora il primo, e il terzo termine, cioè la celerità per AC, sarà uguale a quella, che il corpo acquista cadendo per AE. Onde tanto sarà far cadere un corpo dall' altezza perpendicolare del piano, che per la sua declività; arrivato all' orizzonte avrà acquistato la stessa velocità. Se qualcuno dubitasse, che nel moto variabile, quando si fa nel tempo stesso, le

 velo-

velocità non siano proporzionali agli spazj, come abbiamo supposto nella quarta proporzione, così si può dimostrare. Sia la celerità d'un corpo in uno spazio, e tempo infinitesimi C, lo spazio dS, il tempo dT, la celerità d'un altro c, lo spazio ds, il tempo dT; essendo il tempo lo stesso, avremo §. 379. C: c:: dS: ds; e prendendo la somma di queste piccole velocità, e degli spazj, avremo ∫C: ∫c:: S: s. Cioè nel moto variabile anche saranno le celerità come gli spazj, se i tempi sono uguali.

777. Da questo teorema ne nasce, che se molti piani AE, AB abbiano l'istessa altezza AC, un corpo lasciato per qualunque di essi arrivato al piano orizzontale, avrà acquistata la stessa velocità; perchè le velocità in E, B sono uguali a quelle, che acquista cadendo per AC.

778. Onde se vi saranno molti piani contigui AB, BD, DE, il corpo cadendo per essi, se negli angoli B, D non perdesse porzione della velocità acquistata, si troverebbe in E averne tanta, quanta se fosse caduto per Ad. Perchè tirate Ba, Db perpendicolari sopra ad; Be, Df sopra EC; quando il corpo è arrivato in B, avrà acquistato la stessa velocità, che cadendo per Aa. Da B passando in D acquista la stessa velocità, che da B in c, ovvero da a in b, ec. Dunque se i piani AB, BD saranno infinitamente piccoli, e perciò formeranno una curva AC; il ritardamento, che riceve il corpo nel passare da un piano in un altro essendo niente, acquisterà la stessa velocità scendendo per una curva, che per la sua altezza perpendicolare.

Tav. 19. Fig. 11.

779. Pietro Varignon nelle memorie dell'Accademia Reale del 1693. 1704. insegnò a determinare la velocità, che perde un corpo nel passare da un piano in un altro, quando questi sono finiti. Siano i due piani BE, EF, e la velocità acquistata in E s'esprima colla BE; prolungata FE, si cali la perpendicolare BD. La forza BE acquistata sarà sciolta nelle due BD, DE; di queste, BD essendo direttamente contraria al piano DEF, viene da esso distrutta, e le resterà solamente la velocità DE. Dunque la velocità acquistata per BE sarà a quella, con cui entra nel piano EF, come BE: DE. Perciò fatto centro in E coll'intervallo EB descrivendo l'arco Ba, sarà aD la porzione di velocità perduta nell'urtare contro il piano EF.

Tav. 19. Fig. 12.

780. Da ciò ne siegue, che facilmente si può determinare l'altezza, dalla quale cadendo un corpo, acquisterebbe la stessa veloci-

tà,

tà, che scorrendo per gli piani BE, EF, ne'quali ne acquista minore, che cadendo dalla loro altezza BH, come abbiam veduto. Dal punto D si tiri la perpendicolare DC al piano BE, e calata CG, sarà questa l'altezza cercata. Imperocchè la velocità acquistata per BE sarà a quella per CE, come $\sqrt{BE} : \sqrt{CE}$ per la natura della gravità. Essendo BDE, CDE triangoli simili per la costruzione, sarà BE : ED :: ED : CE; e per la natura della proporzione continua BE : CE :: $\overline{BE}^2 : \overline{ED}^2$; e cavando la radice, BE : ED :: $\sqrt{BE} : \sqrt{CE}$. Ma la velocità acquistata per BE è a quella, con cui entra nel piano EF, come BE : ED. §.779. Dunque per l'uguaglianza delle ragioni sarà la velocità per BE a quella, con cui entra in EF, come $\sqrt{BE} : \sqrt{CE}$; e perciò la velocità per BE a quella di CE, come la velocità per BE a quella, con cui entra in EF, per la prima proporzione. Laonde la velocità, che acquista per CE è la stessa, che quella, colla quale entra nel piano EF. Dunque tanta velocità acquista scendendo per CE, EF, quanta cadendo per CG.

781. Potrebbe ad alcuno nascer dubbio, che ancora quando l'angolo BEF è infinitamente ottuso, cioè nel caso che un corpo cada per una curva, le velocità minime, che perde fossero considerabili, ma è cosa facile il dimostrare, che sono infinitesime di second' ordine, e perciò quantità da non curarsi, perchè la loro somma infinità non dà, che un infinitesimo di prim'ordine. Che ciò sia così, prendete BA, AC, cosicchè BAC sia angolo infinitamente ottuso, e BA, CA infinitesime, che per maggior chiarezza si sono fatte grandi. Descritto il semicircolo BCD, si cali la perpendicolare Ca. Essendo l'angolo BAC infinitamente ottuso, sarà CAD infinitamente acuto, e perciò il suo seno Ca infinitesimo primo. Per la natura del cerchio Ba : Ca :: Ca : aD; dunque aD è infinitesimo di second'ordine; ma se un corpo scendesse per gli piani CA, AB, esprimerebbe aD la velocità, che perde in A §.779. dunque quando un corpo si muove per una linea curva, la velocità, che perde nel passare da un elemento di essa all'altro, è infinitesima di second'ordine. Tav. 19. Fig. 13.

782. XIII. Per ultimo il tempo, che impiega un corpo a scendere per un piano inclinato AE, è a quello della discesa perpendicolare per AC sua altezza, come AE : AC. perchè se il tempo per AE si chiami T, per AC, t, le loro differenze saranno dT, dt; gli elementi di AE, AC siano dAE, dAC. Essendo la velocità in E uguale a quella in C §.776. avremo §.379. (dAE : dT) = (dAC : dt), Tav. 19. Fig. 8.

e perciò $dAE \times dt = dAC \times dT$, e ſciogliendo in proporzione, $dT : dt :: dAE : dAC$; ed integrando $T : t :: AE : AC$, come dovea per ultimo dimoſtrare.

APPLICAZIONE DELLE MACCHINE.

783. MOlti ſtromenti ſi riducono alla leva. I il martello, quando appoggiato il ſuo capo al muro, ce ne ſerviamo per levare un chiodo. Il capo fa le veci di ſoſtegno, la reſiſtenza, che ſta ad eſſo vicina è la coerenza delle parti del muro; la potenza è la mano applicata al manico; perciò è una leva piegata di primo genere. Onde quanto più corto è il capo, e lungo il manico; tanto più forza avrà il martello. Se però ce ne ſerviamo per cacciare i chiodi nel muro, o nel legno; allora lo ſpazio deſcritto dalla reſiſtenza è la ſua introduzione nel muro a ciaſcun colpo, che ſi dà; quello deſcritto dalla potenza è un cerchio fatto dalla mano, che ha per raggio il manico del martello. Perciò ancora in queſto caſo più lungo è il manico, più forza ha la potenza. II. Le forbici, e le tanaglie ſono due leve di primo genere, che hanno per comune ſoſtegno l'aſſe di ferro, con cui ſono unite. Quindi è, che quanto più lungo è il loro manico, e più corto il capo, e più in dentro ſi mette il corpo da tagliare, o da ſtringere, tanto maggior forza ha la potenza; così oſſerviamo, che le forbici da tagliar le laſtre d'ottone, ſono lunghiſſime di manico, e cortiſſime di capo. III. Si riduce ancora alla prima leva quello ſtromento, che uſano ne' pozzi baſſi delle campagne, detto la *Cicogna* da Ariſtotele, o *l'Altaleno:* vicino al pozzo piantano un palo diritto, e alto, ſu la cui cima un altro orizzontale ſta mobile: ad un'eſtremità di queſto attaccano la fune colla ſecchia, all'altra un ſaſſo, che la contrapeſi; attaccata la mano alla corda ſi cala la ſecchia dritto nel pozzo, e poi laſciandola, il ſaſſo che ſerve di contrappeſo lo rialza.

784. Alla leva di ſecondo genere ſi riducono I. i remi, coi quali ſi fa avanzare la barca. Quando ſi muove il remo il ſoſtegno, è l'acqua, che eſſo batte, e a cui s'appoggia colla ſua larga eſtremità; la reſiſtenza è la barca da traſportarſi, che ſta al remo attaccata; la potenza è l'uomo, che ſta all'altra eſtremità ſottile del remo. II. Alla leva ſoconda ſi riduce l'albero della nave: il fondo, in cui ſta conficcato è il ſoſtegno; la reſiſtenza è la nave, che ſta con eſſo unita,

ta,

ta, la potenza è alla cima dell'albero, cioè il vento, che gonfia le vele. III. Le mascelle degli animali: in esse il sostegno è l'osso, a cui appoggia l'estremità della mascella inferiore, che è quella che si muove; la resistenza è il cibo, che si pone tra'denti per tritarlo; la potenza sono i muscoli, che deprimono, e innalzano la mascella. Quindi è, che mettendo un corpo ne'denti molari, e perciò più vicino al sostegno, con più facilità lo rompiamo. Se si pone sotto i denti anteriori, non acquistano i muscoli alcuna forza per ragione della leva seconda; perchè in tal caso sono ugualmente lontane dal sostegno la potenza, e la resistenza. Ma la natura ha saggiamente a ciò proveduto, facendo i denti anteriori degli animali, a guisa di cuneo; acciocchè quella forza, che non possono ricevere dalla leva, l'abbiano da questo stromento. Onde nasce, che facciamo ancora una forza considerabile co'denti anteriori delle mascelle.

785. All'asse nella ruota si riduce il cono incavato a spira degli orologj, intorno al quale si ravvolge la catena, quando comunemente diciamo dar la corda all'orologio. Vicino al cono BA, v'è un timpano, dentro il quale sta chiusa la molla d'acciajo S, a questa è attaccata un'estremità della catena, e l'altra sta attaccata in E: quando si pone la chiave in B, per dar la corda, la catena si rivolta tutta intorno al cono EFOLK, e si discioglie dal timpano: nel tempo stesso la molla S si stringe, e acquista elaterio, col quale sforzandosi di aprire il timpano, e non potendolo, l'obbliga a girare intorno a se stesso. In questo modo si muove la ruota dentata, che sta sotto il cono in EA, tirando il timpano a se la corda, che era avvolta al cono, e perciò obbligandolo anch'esso a rivoltarsi. La ruota in EA muove un asse a se vicino, e così nasce il moto dell'orologio. Ma siccome la molla successivamente dilatandosi perde di forza; così altrettanta ne acquista coll'esser la catena avvolta al cono, il quale è un composto di varie ruote KL, FO, EA unite allo stesso asse BA. Perchè più si scioglie la catena dal cono per ravvolgersi al timpano S, più si discosta dall'asse BA; onde in O è più lontana la catena, e perciò la forza S; che in L; in E più lontana, che in O. Quindi tanto perde di forza perchè si dilata, altrettanto ne acquista la potenza S, perchè continuamente si discosta dall'asse AB; e così la forza, che muove l'orologio, è costante in tutto il tempo del suo moto. Tav. 10. Fig. 2.

786. Al cuneo si riducono tutti quasi gl'istromenti, de'quali si servono gli artefici per operare, e molti altri d'uso nella vita civile, i col-

i coltelli, le spade, i pugnali, i rasoj, i scarpelli, i chiodi, li scuri, le pialle, ec. Alcuni di questi stromenti, come i rasoj si fanno di due piani inclinati curvilinei, per accrescere come abbiam detto, la forza della potenza, diminuendo l'angolo, o il taglio del rasojo. Non s'accresce in questo caso la forza, perchè s'abbia a superare una resistenza considerabile, essendo anzi questa piccolissima, cioè la coerenza, che hanno le parti de' peli della barba; ma perchè deve superarsi senza dolore.

MACCHINE COMPOSTE.

787. QUasi infinite sono le Macchine composte, secondo che s'uniscono due, tre, o più macchine semplici insieme, e ciò in molti modi diversi. Lungo sarebbe il dare una descrizione di tutte, e non opera di un solo; noi daremo una *regola generale* per determinare in qualunque di esse l'equilibrio. *In qualunque macchina composta la potenza è alla resistenza in ragione composta di tutte le ragioni, che ha la potenza alla resistenza in ciascuna macchina semplice, delle quali è composta.*

788. Per concepirne l'uso sia la leva composta di più altre. La Tav. 20. Fig. 3. sbarra MN serve per tener collegate le leve; il peso è in P; la potenza in K, mentre questa abbassa la punta G, la punta E innalza H; e così s'abbassa D, C, e si innalza il punto A col peso P. I sostegni sono in B, I, F. La potenza K sarà alla resistenza P, come BA × DI × EF : BC × IH × FG; le prime sono le distanze del peso da' fulcri, le seconde quelle della potenza.

789. Sia la Stadera composta della quale si servono per pesare i Tav. 20. Fig. 4. cannoni, i mortari, le ancore; la costruzione di essa è la seguente. CAG è una riga di ferro attaccata alle due sbarre AH, CD; l'altra riga LF sta attaccata solamente alle sbarre DC, EN, e in esse sta il Romano M; la riga NH serve per tener collegate le sbarre AH, EN, che s'attaccano in S, R. Il peso P si pone nell'uncino K, la potenza sta in M, che abbassando il braccio della stadera EF innalza il punto D, e questo tirando a se il punto C solleva il peso K. Nella prima stadera la potenza è in M, la resistenza in D; nella seconda stadera CG la potenza è in C, il peso è in B. Dunque per aver l'equilibrio dovrà essere la potenza M al peso P, come DE × BA : EM × CK.

790. Moltissime macchine composte descrive il Boklero nel teatro delle macchine stampato in foglio a Norimberga nel 1673. Più diffusamente avea intrapreso d'esporre le macchine tutte secondo i diversi usi, che hanno, e le varie professioni Giacomo Leupold Tedesco; ma sopravvisse tanto da poter stampare nel 1724. il *Theatrum Machinarum generale*, dove espone le potenze meccaniche, e la loro applicazione alle macchine; nello stesso anno il *Theatrum Machinarum hydrotechnicarum*, dove espone le macchine, che riguardano l'architettura dell'acque, delle quali macchine uscirono nel 1737. 1739. due tomi in quarto in Parigi sotto il titolo di *Architectura Hydraulica* composti dal Sig. de Belidor, opera nel suo genere perfettissima. Nello stesso anno diede il Leupold la prima parte *Theatri Machinarum hydraulicarum*, e nell'anno 1725. fece la seconda parte, insieme col *Theatrum staticum universale*. L'anno 1726. stampò il *Theatrum pontificiale*, dove espone la fabbrica de'Ponti sull'acqua; e nell'anno 1727. *Theatrum Arithmetico-Geometricum*, ove descrive gli stromenti appartenenti a queste scienze. Nel numero de' libri, che trattano delle macchine, meritamente si numerano i sei tomi, che Gallon diede fuori in Parigi nel 1735., di quelle approvate dall'Accademia Reale.

791. Da tutto ciò, che abbiamo detto intorno alle macchine statiche possiamo comprendere il triplice loro uso. I. servono le macchine per trasportare tutto in un colpo un peso, che senza di loro non potrebbe farsi, che in parti. Supponiamo, che un uomo abbia forza d'innalzare un peso di 100 libbre, e debba trasportarsi il peso di 1000 libbre. Dividendolo in 10 parti, in dieci viaggi potrebbe agevolmente trasportarsi; ma questo il più delle volte non si può fare, trattandosi di Statue, di Guglie, di sassi, che devono avere una determinata grandezza, ec. Perciò è necessario adoperare una macchina per trasportarlo tutto d'un pezzo. Da ciò si deduce, che l'uso delle macchine non è, come comunemente si crede per innalzare con piccola forza un peso considerabile, non alzando la potenza, se non che quanto porta il suo stato naturale; ma per ajutare la debolezza della medesima, acciocchè con doppio, o triplo dispendio di tempo possa trasportare l'intero peso.

II. Per mezzo delle macchine suppliamo al difetto de'luoghi. Dal fondo d'una nave non si potrebbe agevolmente levar l'acqua, che per mezzo d'una macchina.

III. Col-

III. Colle macchine ci liberiamo dalla ſpeſa conſiderabile, che ſi farebbe in alcuni caſi; per traſportare qualche peſo ſi ricercherebbero alle volte 24 uomini, colla macchina lo faremo per mezzo d'un ſolo.

DELLA RESISTENZA.

792. TRa le reſiſtenze oltre il peſo, e la coerenza de'corpi, gran parte ancora ſi deve allo ſtrofinamento degli aſſi nelle ruote, e del peſo col piano, ſu cui cammina; onde è, che coſtrutta la macchina proporzionale al peſo da innalzarſi, ſovente non avendo computato lo ſtrofinamento delle ſue parti, ſi rende inutile per inalzare il peſo; e quello, che è difetto dell'artefice, lo rifondiamo ſovente nell'arte, condannando in ſimili caſi la Meccanica, come una ſcienza inutile.

793. Lo ſtrofinamento de'corpi, quando un cammina ſopra l'altro naſce dalle parti, che li compongono, le quali non eſſendo ſtrette, laſciano molti voti, o pori di mezzo; dentro i quali inſinuandoſi le parti prominenti, o la ſcabroſità del corpo, che cammina, fa quella conſiderabile, reſiſtenza, che noi troviamo facendo camminare due marmi non levigati uno ſopra dell'altro. Dal che ſi deduce, che eſſendo diverſa la teſſitura di tutti i corpi, vario ancora ſarà lo ſtrofinamento, e perciò la reſiſtenza, che producono.

794. Le cauſe, ch'accreſcono la reſiſtenza ſecondo molte eſperienze fatte dal Muſſchenbroeck tomo 1. cap. 9. del ſaggio della Fiſica, ſecondo Deſagulier nella Filoſofia eſperimentale ſono. I. La figura diverſa delle parti de'corpi, e la loro coerenza maggiore o minore, che accreſcono, o diminuiſcono la reſiſtenza, che naſce dallo ſtrofinamento. Siccome le figure ſono infinite e infiniti ancora i gradi di coerenza; così da queſto ſolo ſi ricava l'impoſſibilità di dare alcuna regola determinata intorno a' diverſi ſtrofinamenti. II. La lunghezza della ſuperficie de'corpi ſe è maggiore accreſce la reſiſtenza; ma dalle eſperienze però ſi ricava, che queſto decreſcimento non ſiegue la proporzione delle ſuperficie, ma è molto minore. Preteſe di dimoſtrare Amontons nelle memorie dell'Accademia Reale di Parigi del *1699.*, che la grandezza della ſuperficie niente influiſce alla reſiſtenza, ma il contrario provò Muſschenbroek nel luogo citato. III. Il peſo del corpo, che cammina ſopra l'all'altro ajuta molto lo strofinamento, perchè comprime sempre più le parti prominenti del corpo contro alle cavità dell'altro, quindi s'osserva, che una bilancia troppo carica meno si muove. IV. La velocità, colla quale si deve muovere la macchina, augmenta la resistenza, o l'urto delle sue parti; e questa è una delle principali cause, che accresce lo strofinamento.

795. Accennate le principali cause dell'urto nato dalla scabrosità de' corpi, accenniamo ora i rimedj per evitarle. I. Conviene, che le parti della macchina siano esattamente levorate, e pulite, cosicchè quasi risplendano. II. Conviene ungere d'olio, o di grasso pulito gli assi della macchina, e i cilindri, che si mettono sotto il peso, quando si trasporta per lo piano. Deve replicarsi più volte il grasso, quando si tratta di trasportare un peso assai considerabile, e inoltre bagnarsi le corde delle taglie, se di queste facciamo uso; acciocché il calore, che concepiscono sensibilissimo le parti della macchina, non debba farle pigliar fuoco, come è accaduto sovente. Così il Muschenbroek osserva, che una macchina movendosi con velocità 10, per trasportare un peso di libbre 95, essendo la resistenza, che nasceva dall'urto delle parti di essa, come 128, unta d'olio divenne 64. La sperienza inoltre insegnerà, che la perfezione delle macchine s'accresce, quanto più s'adoperano, levigandosi una coll'altra. Per evitare lo strofinamento degli assi co' forami, ne' quali si muovono, si facciano gli assi di materia diversa da quella de' forami; gli uni per esempio d'acciajo, gli altri d'ottone, i quali due metalli meno si resistono vicendevolmente nel loro moto, e più difficilmente si logorano.

796. Queste sono in pratica le più vere, e utili regole per evitare questa specie di resistenza. Per vero dire Amontons nelle memorie del *1699.*, il Sig. Camus nel trattato delle Forze Motrici, Leibniz nelle *Miscellanee* di Berlino carte 307, lo Sturmio, e altri hanno preteso di dar leggi, per determinare questa specie di resistenza in qualunque macchina; se però si consulteranno le sperienze, lasciando il raziocinio, s'osserverà, che è inutile ogni sforzo, nè può darsi alcuna regola generale; non essendo giudice in questa materia, che l'osservazione quotidiana.

DELLE POTENZE DIVERSE.

797. LE potenze altre ſono animate, altre inanimate, come abbiam detto. In più maniere la potenza può eſercitare la ſua azione per muovere, o ſuperare la reſiſtenza; o abbaſſandoſi, come un peſo attaccato nelle taglie, diſcendendo ſolleva un altro peſo; o tirando, come fa il cavallo muovendo la ruota del molino; o calcando con i piedi, o girando la manuella.

798. Se per muovere la macchina ci ſerviamo dell'acqua, aria, o fuoco, è neceſſaria allora una particolare coſtruzione per la macchina. Alcune di queſte deſcriveremo nel Trattato dell'acqua, e dell'aria, laſciando quelle, che ſi muovono per mezzo del fuoco.

799. Tommaſo Savery nelle Tranſazioni d'Inghilterra numero 252, Amontons nelle Memorie del *1699*. Dioniſio Papino nell' arte nuova di elevar l'acqua col fuoco, Stefano Switzer *nell'* introduzione Ingleſe al ſiſtema Idroſtatico, e Idraulico, e molti altri hanno inſegnato il modo di muovere le macchine col fuoco, pretendendo ancora di farlo con minore diſpendio: finora però la pratica non ha convalidate le loro dimoſtrazioni.

CAPO XVII.

Idroſtatica, e Idraulica.

800. L'Idroſtatica è quella parte di Meccanica, ch'eſamina il moto, e l'equilibrio de' fluidi, ſiccome ha fatto la Statica ne' ſolidi, l'Idraulica è quella, che parla delle macchine da adoperarſi ne' fluidi, altri diverſamente le definiſcono chiamando Idroſtatica quella, che parla delle gravità de' corpi ne' fluidi, e l'Idraulica la ſcienza del loro moto; ma le definizioni ſono arbitrarie. Nell' Idroſtatica parleremo; *primo* della preſſione de' fluidi; *ſecondo* del loro equilibrio; *terzo* del moto de' fluidi, ch'eſcono da' vaſi, o ſalgono; *quarto* del moto de' fluidi, che urtano ne' ſolidi, e perciò della loro reſiſtenza; *quinto* del moto de' fluidi, e i ſolidi inſieme paragonati; *ſeſto* del moto de' fluidi ne' tubi capillari.

801. Il fluido è quel corpo, le cui parti non hanno una conneſſione ſenſibile, e facilmente cedono a qualunque urto. Un corpo è

ſpe-

specificamente più grave d'un altro, quando sotto lo stesso volume contiene maggior peso dell'altro; quindi apparisce, che debba intendersi per un corpo *specificamente più leggiero*. Se ci sono due palle uguali una di legno, l'altro d'oro, questa si dice specificamente più grave di quella. Dunque le gravità specifiche de' corpi sono lo stesso, che le loro densità §. 304.; non essendo queste, che la massa relativamente al volume; e perciò le gravità assolute di due corpi, che sono come i volumi nelle densità §. 304. saranno ancora come volumi nelle loro gravità specifiche.

802. Essendo la gravità ne' corpi proporzionale alla loro massa, quello che s'è detto di questa §. 328. e seguenti, può applicarsi alla gravità assoluta, e per mezzo d'essa alla specifica. Ma siccome non così a prima vista si vede l'applicazione di questa dottrina, necessaria per l'Idrostatica; così ne daremo ora un dettaglio. Essendo la massa d'un corpo come la densità nel volume §. 328. e trattandosi della gravità specifica, ove i volumi sono uguali, ne nasce, che *le gravità specifiche di due corpi saranno tra di loro, come le gravità assolute*. Perciò chiamate le masse M, m, le gravità assolute G, g; i volumi U, u; le densità D, d; le gravità specifiche S, s; essendo $G=M$, $g=m$; e ancora $U=u$ trattandosi di gravità specifiche, avremo $G:g::D:d$; ma $S:s::D:d$ §. 801.; dunque $G:g::S:s$.

803. *Se le gravità assolute di due corpi sono uguali, le gravità specifiche saranno inversamente come i volumi*. Perchè $G:g::UD:ud$ §. 304.; ma per ipotesi $G=g$; dunque $UD=ud$; e risolvendo in proporzione $U:u::d:D$; ma §. 802. $d:D::s:S$; dunque $U:u::s:S$. Ci sia una palla di legno otto volte più grande d'un altra d'oro, ma che abbia lo stesso peso di questa. Se fossero della stessa materia, dovrebbe nella prima esserci otto volte più peso della seconda; ma non ve n'è, che uguale; dunque in ciascuna ottava parte della palla di legno v'è un'ottava parte del peso di quella d'oro; e perciò quantunque la palla di legno sia 8 volte più voluminosa, ciò non ostante il suo peso rispetto a quella dell'oro è $\frac{1}{8}$; dunque le loro gravità specifiche sono inversamente come i volumi.

DELLA PRESSIONE DE' FLUIDI.

804. CHe i fluidi siano composti di parti, lo dimostrano i loro fenomeni, e che abbiano piccolissima coesione si osserva dal loro cedere ad ogni urto. Per concepir meglio le dimostrazioni, che sopra questi si fanno, è necessario aver sempre sotto l'occhio le loro minime parti, come separate tra loro, quantunque a prima vista pajano un corpo solo §.152., e segg. Per maggior chiarezza le concepiremo di figura sferica. Queste parti devono avere le stesse proprietà primarie, che i corpi maggiori, cioè saranno estese, e di più figurate §.152., solide §.177. e seg., mobili, e pesanti §.527. e segg.

805. Onde è che mal giudicarono le Scuole togliendo la gravità a' fluidi, quando sono dentro i loro consimili; *gli elementi*, dicevan esse, *ne' luoghi proprj non gravitano*, così l'acqua nell'acqua, l'aria nell'aria; il fuoco nel fuoco non gravita. Il loro errore nacque dall' osservare, che non si sente il peso d'una secchia piena d'acqua, se non che quando s'estrae dall'acqua del pozzo. Ma da questa osservazione dovevano ricavare, che il peso nell'acqua non vi è, o pure viene equilibrato da un'altra forza, come esporremo in appresso. Chi dirà mai, che non movendosi due pesi uguali posti su le scodelle d'una bilancia, non gravitino? Pesano, ma da questo peso non nasce alcun moto, perchè sono in equilibrio: lo stesso appunto dimostreremo accadere ne' fluidi; intanto possiamo con immediate sperienze dimostrare, che *ogni fluido posto nel suo omogeneo gravita*, e ciò ancora accade ne' fluidi diversi, quantunque uno sia più leggiero dell'altro.

806. *Esperienze*. Nel vaso MN coll'acqua, s'immerga il cannello di vetro pm; da tutte due le parti aperto, quasi pie-
Tav. 20. Fig. 5. no d'olio, tenendo col dito chiusa l'apertura p. Quando s'immerge fino a un certo segno, per esempio in q, sebbene si levi il dito da p, l'olio non iscende; se s'immerge allora più in sotto di q, l'acqua entra in m, e spinge in alto l'olio verso p; se il cannello s'alza sopra q, per esempio in s, l'olio esce da questo, e si disperde per l'acqua. S'adatti il vaso di vetro d voto, e più leggiero dell'acqua, sopra la sua superficie; cosicchè stia coll'apertura voltata verso il fondo del vaso MN; il che si fa mettendo al labro d'esso un piccolo peso in giro. Si versi dell'olio sopra l'acqua, vedrete, che questa entrerà nella cavità del vaso d.

807. Se l'acqua non gravitasse, e perciò non premesse i corpi, questi effetti non protrebbero accadere; così ancora se il fluido più leggiero posto sopra il più grave, come l'olio sull'acqua, non lo premesse col proprio peso, non entrerebbe questa nel vaso d. Dunque i fluidi posti negli omogenei, e quei che sono eterogenei gravitano vicendevolmente uno sopra dell'altro. Dimostrato l'attual peso de' fluidi, resta ora che esaminiamo, come s'esercita la pressione, che da questo deriva, quando sono posti dentro qualche vaso.

PROPOSIZIONE XX.

Un fluido posto in qualunque vaso esercita da per tutto pressione uguale; e questa relativamente al fondo del vaso è come lo stesso fondo multiplicato nell'altezza del fluido.

808. IMperocchè quanto alla prima parte della proposizione, le minime parti de'fluidi sono gravi §.804. e segg., dunque le parti superiori premeranno le inferiori, e all'opposto per l'azione uguale alla reazione queste premeranno le superiori. Ma le parti de' fluidi sono poco connesse, e facilmente si muovono §.801. 804.; dunque non potendolo le parti di sopra superare quelle di sotto, perchè il fluido si suppone omogeneo, colla loro fluidità si sforzeranno di scorrere lateralmente una sopra dell' altra, per la stessa gravità, che hanno; e per la reazione de' lati stessi del vaso saranno ugualmente rispinte verso il mezzo del vaso. Dunque le parti d'un fluido premono per ogni verso ugualmente; come dovea per primo dimostrare.

809. La stessa gravità de'corpi è quella, che produce tutte queste pressioni da su in giù, e da giù in su, dal mezzo a' lati, e da lati al mezzo. Per concepire queste, basta figurarsi molte palle d'avorio ben levigate, che stiano dentro d'un vaso; queste si sforzeranno di scorrere per tutti i versi. Onde le parti tutte de'fluidi sono in un perfettissimo equilibrio tra loro, e di qui nasce, che il loro peso non si rende sensibile, come dicemmo nel §. 805.

810. Par duro ad alcuno il concepire, come ciò sia, anzi contrario all'esperienza; se ciò fosse, dicono, osserveressimo i fluidi da per se stessi salire in alto; perchè da per tutto sono premuti, ma i lati, e il fondo del vaso non possono superarli, dunque non scorre-

ranno

ranno in giù, nè lateralmente; ma in alto non trovano la stessa resistenza, solamente essendoci la piccolissima dell'aria; perciò dovrebbero per la pressione spontaneamente salire; come rompendo il fondo, o il lato del vaso, veggiamo il fluido uscirne. Non è difficile lo sciogliere questa difficoltà, la prima pressione de' fluidi nasce da una forza attiva, cioè dalla gravità, che opera sempre all'ingiù, nè mai verso l'alto; la pressione de' medesimi all'in su non nasce dalla forza attiva, ma dalla passiva, o forza d'inerzia, la quale tanto opera, quanto è eccitata ad operare; e perciò essendo le parti di sotto premute all'ingiù da quelle di sopra, queste per l'inerzia reagiscono, e premono all'in su tanto quanto sono premute all'ingiù; onde dandosi equilibrio tra queste pressioni, non potremo avere alcun moto all'in su. Il moto però all'in su si rende sensibile, quando un corpo più leggiero vogliamo immergerlo per forza in un fluido più grave, il che indica manifestamente questa pressione de' fluidi all'in su, e ciò si conferma ancora colle seguenti

811. *Esperienze*. Lo 's Gravesande nel lib. 2. cap. 3. della Fisica, chiuse un pezzo di cera molle, cioè liquefatta con olio, e un uovo dentro una vessica piena d'acqua, e sopra questa mise un peso d'80 libbre; aperta indi la vessica, nè la cera avea mutato figura, nè l'uovo era rotto. Dunque furono questi due corpi premuti ugual-
Tav. 20. Fig. 6. mente dalle parti del fluido. Mariotte nella parte 2. del moto dell'acque fece formare il vaso ABCD, le di cui basi AD, BC erano di legno, e il contorno ABCD di pelle. Erano in esso due buchi uguali con due cannelli n, DK. Empiuto d'acqua il vaso, essendo chiusi i cannelli, pose sopra esso il peso P: quindi applicata una scodella d'una bilancia prima vicino al forame n, e poi in K, aprendo i buchi per far uscir l'acqua, osservò dal contrappeso, ch'era obbligato a mettere nell'altra scodella della bilancia, che la pressione dell'acqua all'ingiù era uguale a quella laterale.

812. La seconda parte della proposizione così si dimostra. Il fondo del vaso è premuto dalla gravità del fluido; ma questa è come il volume nella densità §. 304.; ovvero parlando dello stesso fluido, essendo la sua densità per tutto la stessa, sarà la gravità come il suo volume. Dunque la pressione, che esercita contro il fondo, sarà come il suo volume; ma questo s' ha per la Geometria moltiplicando la base del corpo per la sua altezza; perciò la pressione del fluido sarà come il fondo del vaso, nell'altezza del fluido; essendo il fondo del

del vaso lo stesso, che la base del fluido. Come dovea per secondo dimostrare.

813. Onde se due vasi, che tengono dentro lo stesso fluido, abbiano uguali altezze, le pressioni contro i fondi saranno come le loro basi, e se le altezze sono diverse, e le basi uguali, saranno le pressioni come le altezze.

814. Sebbene questa seconda parte della proposizione sia facile per dimostrarsi, e la dimostrazione sia universale, e applicabile a tutti i casi di qualunque figura, e situazione di vaso; ciò non ostante nelle applicazioni diverse si trovano alcune difficoltà, che fanno, che la dimostrazione generale convinca bensì, ma non illumini l'intelletto. In questo sono fondati i celebri *Paradossi Idrostatici*, de'quali ora intraprendiamo la soluzione.

815. I. Siano due vasi ABD, EGH, che abbiano basi uguali BD, GH, essendo pieni d'acqua, le pressioni, che esercitano contro i fondi BD, GH saranno come le altezze AB, EG, dal §. precedente. Se all'opposto i due vasi ABD, EGH abbiano uguali altezze AB, EG, essendo pieni d'acqua, le loro pressioni saranno, come i fondi BD, GH. Dal che ne siegue, che se nel fondo BD d'un vaso qualunque, si faccia un buco uguale all'apertura E, quantunque nel vaso ci sia molta quantità d'acqua, ciò non ostante la pressione esercitata contro il buco E sarà come un cilindro d'acqua EM, che abbia per base il buco, per altezza quella dell'acqua; restando il rimanente dell'acqua sostentato dalla base BD, e l'acqua intorno la colonna ME non servendo per altro, che per tenerla colla sua pressione laterale, eretta, acciocchè tutta graviti contro il buco E.

Tav. 20. Fig. 7.

Tav. 20. Fig. 8.

Tav. 20. Fig. 7.

816. II. Siano due vasi pieni d'acqua ACDB, BEFG, che abbiano basi uguali CD, EF, se il più lungo s'inclinerà, cosicchè venga ad avere la stessa altezza BE del più corto; ancora in questo caso devono esser le pressioni contro i fondi uguali tra loro. Per concepirlo si rifletta, che l'acqua ACDB non gravita sopra il fondo CD, che colla sua gravità rispettiva, essendo il vaso inclinato; ma la gravità relativa per la Proposizione 19.; è come l'altezza del piano BE, nella quale ragione è ancora la pressione del vaso BEFG; dunque i fondi CD, EF sostengono pressioni eguali, sebbene la quantità d'acqua nel vaso ACDB sia maggiore, che nel vaso BEFG.

Tav. 20. Fig. 9.

817. III. Sia il vaso ABCD di fondo stretto, e d'apertura larga

detto

detto perciò *divergente*, riempiuto d'acqua, il fondo BC non sostiene;
Tav. 20. Fig. 10. che la pressione d'una colonna d'acqua uguale alla aBCd, il cui fondo è quello del vaso, l'altezza quella dell'acqua. Perchè per la Geometria il prodotto di BC nell'altezza Ba genera il cilindro aBCd. Di fatto tutto il restante dell'acqua ABadCD, non gravità contro il fondo BC, ma serve solamente per tenere la colonna d'acqua aBCd dritta, altrimente caderebbe per la sua fluidità; acciocchè graviti tutta contro il fondo BC.

818. IV. Sia il vaso *convergente* ABCD, che ha la base BC più larga della bocca AD, si riempia d'acqua, il fondo BC sarà
Tav. 20. Fig. 11. premuto da una forza propozionale all'acqua, che sarebbe contenuta nel vaso aBCd. Imperocchè essendo la pressione come la base, e l'altezza moltiplicate, se si fa il prodotto di BC in Ba, averemo per la Geometria solida il cilindro aBCd. Per concepirlo conviene riflettere, che l'acqua nel vaso convergente è in uno stato violento, e sta in continuo sforzo di salire in alto; perchè se si concepisce divisa in tante colonne ugualmente grosse di quella, che corrisponde all'apertura AD, questa sola sarà più alta di tutte, e perciò premerà con maggior forza le altre d'intorno, di quello, che sia premuta dalle stesse. Onde tutte le colonne, che le stanno d'intorno premeranno la superficie BADC, e per la reazione di questa premeranno ancora la base BC, come se tutte fossero uguali a quella di mezzo, che è più alta. E di fatto se si farà un forame ovunque nella superficie BADC, l'acqua salirà fino all'altezza AD, detratta la resistenza dell'aria. Perciò la pressione esercitata dall'acqua ABCD equivalerà a quella dell'acqua contenuta in un vaso uguale al cilindro aBCd.

819. *Esperienze*. Ciò che finora abbiamo esposto si conferma
Tav. 20. Fig. 12. colle seguenti macchine. Sia il vaso ACDB, che abbia il fondo CD mobile, come descriveremo in appresso, a questo si fermi con una vite il tubo FE, dentro il quale passi la corda FEK attaccata nel centro del fondo mobile. Empiuto d'acqua il vaso fino in GF s'attacchi all'estremità della bilancia, e dall'altra parte in N si ponga tanto peso, fino che il fondo CD cominci ad alzarsi, questo peso sarà la misura della compressione dell'acqua contro il fondo CD. L'esperienza dimostra, che tanta è la compressione, quanta quella dell'acqua, che si conterrebbe in un cilindro uguale ad HCDI. E ciò è molto conforme alla ragione, perchè se supponiamo, che il fondo CD s'innalzi fino in LO

la

la quantità dell'acqua contenuta nello ſpazio LCDO, dovendo adattarſi nel tubo EM più ſtretto, dovrà compenſare la ſtrettezza coll'altezza; onde ſe la baſe E ſia 10 volte più piccola di CD, ſarà EM 10 volte più alto di CL; e perciò l'acqua in EM deſcrivendo 10 volte più ſpazio, avrà 10 volte più velocità, perciò la celerità di tutte le parti del fluido nell'altezza FK ſarà come FK in CD.

820. Il fondo mobile, con cui ſi fanno tutte l'eſperienze delle preſſioni de' fluidi è un vaſo di metallo GF aperto da una parte, e dall' altra, che ſi ferma con vite al piede IH, che ha tre gambe, una delle quali ſi vede in eb colla ſua vite a, colla quale ſi ferma all'anello HI. La baſe mobile è compoſta di quattro pezzi, P, M, di metallo, O, N di pelle ingraſſata con olio. Si mettono uno ſopra l'altro, come ſono in figura paſſando la vite x per gli forami di mezzo. Queſta baſe mobile ſi mette dentro il vaſo EG, e l'aſta Md ſi fa paſſare nel forame di mezzo della sbarra D, la quale ſi incaſſa nell'orlo E, acciocchè la baſe ſtia dritta. In d s'attacca la catena L, che paſſa dentro il vaſe divergente, o convergente, come nella figura 14, che ſi ferma con vite in E. La baſe mobile col vaſo ſi rappreſenta dalle lettere sqpr, che ſi pone dentro la caſſa t r u, a un lato della quale ſi ferma coll'aſta q inſerita nell'anello q, nmor è il vaſo divergente, che ſi ſoſpende dal braccio l della bilancia, la quale s'uniſce all'uncino e, ſoſtentato da un alto trepiede f, g; opdg fa le veci di vaſo convergente. N o è un *imbuto* per comodità di verſare l'acqua nel tubo. In L è attaccata la fune M, che tiene il fondo mobile; a c e i ſono pezzi di piombo per tener il vaſo compreſſo a terra, quando s'adopera il vaſo convergente, ſi mette prima in E della figura 13 il coperchio C, e alla vite B ſi ferma il tubo A.

Tav. 20. Fig. 13.

Tav. 20. Fig. 14.

Tav. 21. Fig. 1.

821. *Eſperienze*. Quindi poſſiamo con piccola quantità d'acqua ſollevare gran peſi. Si faccia il vaſo colle baſi MN, RK di legno coperto di vernice, e il contorno MSRKTN di pelle ingraſſata con olio. Se gli uniſca il tubo CD di varj piedi d'altezza, benchè ſia ſtretto. Sopra la baſe MN ſi mettano varj peſi E, F, G, H, infondendo l'acqua in C, queſta ſceſa tra un fondo, e l'altro alzerà i peſi benchè conſiderabili, perchè premuta dalla piccola quantità d'acqua, che ſi truova nel tubo CD, la quale ha tanta forza, quanta è quella che ſi conterrebbe in un vaſo della baſe RK, e dell'altezza RC. Wolfio come riferiſce nella ſua Meccanica con un ſottile tubo alto 14 piedi innalzò libbre 800. Collo ſteſſo metodo inventò il

Tav. 21. Fig. 2.

Tav. 21. Fig. 3.

Wolfio il suo tubo Anatomico, che è un vaso di metallo DEGF, a cui sta connesso il tubo FIH alto alquanti piedi. Il vaso è aperto in FD, e ivi s'attacca fortemente la Membrana Anatomica di qualche uomo, o animale, le cui parti si vogliono osservare, le quali per la sensibile pressione, che fa l'acqua nel tubo HF, si vedranno con tutta la distinzione.

822. Con ciò si spiega, perchè posto il vaso d'acqua DAK nella
Tav. 21. Fig. 4. scodella HE d'una bilancia, ed equilibrata dall'altra parte col contrappeso, se la scodella HE sosterrà solamente il fondo mobile del vaso, e perciò la sola pressione dell'acqua, la quale sia alta per esempio sino in FM, e s'accosterà la bilancia al legno AB attaccato alla sbarra BC, ed immergerassi questo nel vaso, cosicchè l'acqua s'alzi per esempio in GO, trabboccherà immediatamente la bilancia da questa parte, perchè l'altezza del fluido è cresciuta. Quindi Pietro Polinier nato a *Coulònce* in Normandia nel 1671., nelle sue esperienze di Fisica stampate a Parigi nel 1741., nel tomo primo esperienza 6. sopra il moto de' corpi duri, e de' fluidi, in-
Tav. 21. Fig. 5. segnò la maniera d'innalzare col fiato grandissimi pesi. Si preparino quattro vessiche D, E, F, C alle quali siano attaccati quattro piccoli tubi, che si uniscono col tubo di mezzo O lungo *16* pollici, che ha di diametro due linee, e in O una chiave da aprire, e chiudere, sopra le vessiche si ponga la tavola ML, e sopra questa molti pesi. Soffiando nel tubo dopo aver aperta la chiave si gonfieranno le vessiche, ed inalzerassi un peso considerabile. La ragione di ciò è evidente, perchè i fluidi esercitano la loro pressione da per tutto ugualmente, onde la superficie delle quattro vessiche sarà la base del vaso, e l'altezza sarà quella stessa del tubo. Quello, ch'abbiamo detto de' vasi cilindrici si può facilmente applicare anche a' vasi di qualunque altra figura.

DELL' EQUILIBRIO DE' FLUIDI.

Tav. 21. Fig. 6. 823. PER determinare l'equilibrio de' fluidi sogliono gl' Idrostatici servirsi de' tubi di vetro, o di qualunque altra materia in qualsisia modo incurvati AC, DF, detti perciò tubi *comunicanti*, AC, FD si dicono le braccia.

PRO-

PROPOSIZIONE XXI.

Ne' tubi comunicanti di qualunque figura, e comunque inclinati, posto un fluido, sarà in equilibrio ad uguali altezze.

824. Siano i tubi di braccia uguali, come nella figura 6, e dritti all'orizzonte, o inclinati, come nella figura 7, o disuguali di braccia, come nella figura 8, o disuguali, e inclinati, come nella fig. 9. Se da un braccio, per esempio A, s'infonda un liquore, scenderà per lo proprio peso in C, e colla velocità acquistata salirà nell'altro braccio DE, reciprocando il moto per qualche tempo, sino che fermerassi ad uguali altezze BC, ED. Perchè le pressioni sono, come le basi nelle loro altezze; ma questi tubi hanno la base comune, perchè essendo comunicanti ovunque essa si prenda tra C, D, sempre sarà comune all'uno, e all'altro tubo. Dunque trattandosi d'equilibrio, cioè di pressioni uguali dovranno queste farsi ad uguali altezze; dove arrivati non potendo la pressione BC superare quella del fluido ED si fermeranno. Come dovea dimostrare. Tav. 11. Fig. 6. 7. 8. 9.

825. Per illuminare la mente, quando le braccia sono disuguali in diametro. Sia il braccio ED due volte più capace di BC; dopo che è arrivato ad uguale altezza in amendue le braccia, fingiamo, che nel braccio ED scenda per un pollice sino in m; essendo CB due volte più stretto, dovrà la quantità di fluido Em salire per due pollici Ba, an; perciò il fluido nel braccio due volte più stretto, quantunque sia due volte di minor massa, ciò non ostante ha doppia velocità; e perciò il suo momento è uguale al fluido maggiore. Tav. 21. Fig. 8.

826. *Esperienze*. Per comprovare quanto abbiamo dimostrato intorno all'equilibrio de' fluidi, si facciano i tre vasi di vetro comunicanti AC, FD, FD, uno de' quali è inclinato, ovunque si mette un liquore salirà ancora negli altri finochè arrivato ad uguali altezze B, E, E, ivi si fermerà. Tav. 21. Fig. 10.

827. Da questa proposizione dipende la ragione, per la quale qualunque fluido posto in un vaso si *compone a livello*, cioè forma una superficie piana. Perchè se si concepisca diviso in tante colonne uguali, o disuguali in grossezza, sempre queste s'equilibreranno ad uguali altezze. Ma essendo la terra di figura sferica, e i gravi scendendo verso di questa per linee perpendicolari alla sua superficie, ne seguirà, che le

superficie de' fluidi non saranno realmente piane, ma sferiche, lo che s' osserva sensibilmente ne' gran tratti di mare, e ancora facendoci attenzione, ne' minori. Quindi ancora si spiega, perchè gli uomini, che vanno sott' acqua, detti *urinatori* non scendendo a profondità maggiori di 32 piedi non sentono il peso delle acque, che loro sovrastano, e a maggiore profondità si sentono tutto il corpo più compresso, che nell' aria, ma da per tutto ugualmente.

PROPOSIZIONE XXII.

In qualunque tubo comunicante, se si pongono due fluidi, si farà l' equilibrio, quando sono ad altezze reciproche a' loro pesi.

828. Quando le gravità assolute de' corpi sono uguali, allora si darà l' equilibrio, da queste dipendendo le pressioni

Tav. 11. Fig. 11. 12. §. 808. Ma quando le gravità assolute s' uguagliano, le gravità specifiche sono inversamente come i volumi §. 803.; o pure come l' altezze, perchè qui si tratta di tubi comunicanti, i quali hanno la stessa base; dunque s' equilibreranno i fluidi eterogenei ad altezze reciproche alle loro gravità specifiche. Sia posta in FD acqua, in AC mercurio, che è 14 volte più pesante dell' acqua; se BC sarà un dito di mercurio, DF dovranno essere 14 dita di acqua per pesare tanto, quanto è il peso dell' argento vivo; onde nell' equilibrio, saranno le gravità specifiche inversamente, come le altezze. Ciò che dovea dimostrare.

829. Questa proposizione, come la precedente si verificano ne' tubi non solo cilindrici, come noi per maggior chiarezza abbiamo supposto, ma cubici, o di qualunque altra figura si sia, e comunque inclinati; purchè però i loro diametri non siano minori di due linee Parigine di pollice. In questo caso sono soggetti a leggi diverse, che dipendono dalla forza attraente, come esporremo in fine dell' Idrostatica.

DEL MOTO DE' FLUIDI, CH' ESCONO DA' VASI, O SALGONO.

830. IN questa parte d' Idrostatica parliamo del moto, che hanno i fluidi, quande escono da un forame fatto in fondo del vaso

ove sono contenuti, o pure quando escono da' zampilli, e formano delle fontane. Il forame, da cui escono vien detto il *lume*, vicino a questo s'applica una chiave, per non dar adito all' acqua, che quando si vuole. Non è così facile il determinare ciò che accader debba a' fluidi, quando escono da qualche lume. Molte cause esteriori sturbano il loro moto; le principali sono la coerenza delle parti de' liquori, l'urto, che ricevono nell' uscire da' labbri del lume, e da' lati del tubo; la resistenza dell' aria, e varie altre, che è molto difficile ridurre a calcolo. Noi perciò prescinderemo da qualunque cagione di resistenza. Il teorema fondamentale di questa parte è il seguente.

PROPOSIZIONE XXIII.

Le velocità dell' acqua, ch' esce da' forami de' vasi, sono in ragione sudduplicata delle altezze diverse dell' acqua.

831. PER dimostrare questa proposizione sia il vaso AB DC; e in esso si faccia al fondo il buco G, se l'altezza dell' acqua corrispondente al forame G sia sul principio GK, e successivamente uscendo GH, sarà la velocità dell' acqua sul principio a quella, quando è arrivata in H, come $\sqrt{GK} : \sqrt{HG}$. Impe- Tav. 21. Fig. 13.
rocchè le velocità, colle quali l'acqua esce, sono come le pressioni sopra il forame G, le quali nascono dalla gravità; ma le accelerazioni prodotte dalla gravità sono, come le radici quadrate degli spazj; dunque le velocità, colle quali esce l'acqua, saranno come $\sqrt{GK} : \sqrt{HG}$. Come dovea dimostrare.

832. E per verità le particelle del fluido si muovono di moto accelerato; dunque le prime, che escono, saranno più veloci delle seconde, perciò non potranno queste esser accelerate dalle prime, onde caderanno tutte, come tanti corpi separati, e seguiranno le leggi dell' uniforme accelerazione. Dunque se uscendo l'acqua da un vaso con una data velocità, vogliamo obbligarla ad uscire con doppia velocità, si dovrà far cadere da quadrupla altezza; perchè acquisti velocità 3, l'altezza dell' acqua dovrà esser 9.

833. Da questa proposizione ancora ne nasce, che le velocità, colle quali esce l'acqua da' forami E, G sono uguali a quelle, che acquisterebbero cadendo due corpi dall' altezze OE, KG.

834. *Espo-*

834. *Esperienze*. Confermò questa proposizione il Marchese Poleni in questa maniera. Al fondo d'un vaso alto 13 piedi applicò un tubo lungo sette linee, il di cui diametro era tre linee. Riempiutolo d'acqua osservò, che in un minuto primo uscirono 905 pollici cubici d'acqua. Se ci immaginiamo, che questa quantità d'acqua formi una colonna, la di cui base abbia per diametro tre linee, per esser eguale a 905 pollici cubici, dovrà esser alta 1546. Onde in un minuto primo di tempo un volume d'acqua uguale al forame di tre linee descriverà 1546 piedi. Secondo l'esperienza fatta dal Galilei, e dall'Ugenio cadendo un corpo dall'altezza di 12 piedi acquista una velocità, con cui può descrivere in un minuto 1493 piedi; onde cadendo dall'altezza di 13 piedi, come è quella del vaso, potrà descrivere per la regola di proporzione 1680 piedi; ma l'acqua ne fece 1536; dunque computando le resistenze, che incontra nell'uscire, resta abbastanza confermata la teoria dalla sperienza.

835. Dalla stessa proposizione ne siegue, che la quantità dell'acqua, che esce da un lume, è come la radice quadrata dell'altezza. Perchè con quanto maggiore velocità esce l'acqua, tanto più gran quantità n'esce; ma la velocità è come la radice quadrata dell'altezza; dunque ec.

836. Ne viene inoltre, che la quantità dell'acqua, la quale esce da un lume, decresce come i numeri dispari naturali 7, 5, 3, 1. Imperocchè §. 835. decresce come la radice quadrata delle altezze diverse; onde si può il suo moto paragonare a un grave, che sale in alto; ma in questo gli spazj decrescono, come i numeri dispari naturali §. 397., dunque ec.

837. Se nel fondo di due tubi si facciano due forami uguali, e sopra essi l'acqua sia ugualmente alta, la quantità dell'acqua, che esce da amendue, sarà come la radice quadrata delle altezze. Se in due tubi sono uguali l'altezze, e disuguali i lumi, le quantità dell'acqua, che escono da essi, saranno come i lumi stessi. Perchè sia il primo lume al secondo come 1, a 2; essendo le quantità dell'acqua, come le radici quadrate dell'altezze, al doppio lume corrisponde doppia altezza, e perciò doppia quantità dell'acqua uscirà da questo. Dunque le quantità d'acqua, ch'escono da' lumi, saranno come i lumi stessi.

838. Ciò che abbiamo detto dell'acqua, la quale esce da' vasi per-

pen-

pendicolari, può applicarsi ancora nella stessa maniera a'tubi inclinati all'orizzonte, e con questo farsi strada per determinare il moto delle acqua correnti.

839. Sin ora abbiamo considerato la velocità, che nasce dal peso dell'acqua semplicemente; ma oltre questo può ancora considerarsi l'impulso, che ricevono l'acque da quelle, che sono loro a'lati, e fanno sforzo d'uscire anch'esse. Imperocchè quando il fluido esce dal forame FG, viene a formare nel vaso la figura EFGH più larga di sopra, e più stretta di sotto, come l'esperienza dimostra; onde acquista la figura d'un cono, la cui punta è nell'acqua fuori del vaso, come di fatto s'osserva, contemplando l'acqua stessa uscita, quando è a qualche distanza dal forame FG. Considerando il Newton questa nuova cagione nel cor. 2. della propo 36. del lib. 2. conchiude, che il fluido esce dal lume FG con quella velocità, che acquisterebbe scendendo dalla altezza doppia di BE. Lo stesso in maniera non molto diversa dimostrò Jurin nelle Transazioni Inglesi al numero 355, e Giacomo Keill *Tentamine 3:* contro questa opinione scrisse Michelotti nel suo libro *de Secretione fluidorum in corpore animali*, negando, che il fluido nell'uscire da'vasi abbia la figura conica; perciò conclude, che la velocità, con cui esce, è quella stessa, che acquisterebbe cadendo dalla semplice altezza EB. A Michelotti rispose nel 1722. al numero stesso Jurin, e a questo replicò il Michelotti nel 1724. Contro Michelotti insorse il Conte Giacomo Riccati, e contro questo scrisse Danielo Bernulli nell'Esercitazioni stampate a Venezia nello stesso anno. Al Conte Riccati pare, che sottoscriva Eustachio Manfredi, nelle note al trattato di Guglielmini *de Natura fluminum*. Questa lunga questione si vede diffusamente esposta nell'appendice al capo 2. dell'acque correnti di Bernardino Zendrini. Tav. 21. Fig. 14.

840. Sinora abbiamo considerato la velocità dell'acque, che escono da'lumi semplici; conviene ora parlare dell'uscire dell'acqua, quando a'lumi s'applica un tubo. Mariotte fu il primo ad osservare, che l'acqua uscendo da'lumi armati con qualche tubo, va con maggiore celerità, che da'semplici, così dimostrandolo nel volume 2. delle sue Opere.

841. *Esperienza*. Empiuto un vaso, che conteneva un piede cubico d'acqua, applicò al suo fondo un tubo di sei piedi largo un'oncia, l'acqua uscì in 37 minuti secondi; tagliando in mezzo il tubo, dalla sua metà uscì fuori tutta in 45 secondi, levandolo interamente v'impiegò ad uscire 95 secondi.

842. La

842. La ragione di ciò deve ripeterſi dallo sforzo, che fanno per uſcire le parti laterali dell'acqua uguale allo sforzo di quelle, che ſono al forame perpendicolari; dal quale naſce, che quando ſono fuori del fondo, lateralmente urtando la colonna di mezzo perpendicolare la deviano dal retto cammino, e perciò diminuiſcono la ſua forza, o il ſuo urto diretto. Per lo contrario ſe il forame è armato di tubo, da' lati di queſto è determinata tutta l'acqua a ſcendere con una direzione, onde la ſua velocità reſta intera.

843. Quando l'acqua ſcende acquiſta una velocità, colla quale può riſalire ad uguale altezza, ſe in alto venga diretta; lo che abbiamo dimoſtrato colla ſperienza, parlando de' tubi comunicanti, o colla teoria, quando eſaminammo il moto de' gravi liberamente cadenti. Da ciò naſce la dottrina de' *Fonti* detti *Salienti*, e delle *Fontane*. Perciò ſe dopo che l'acqua è ſceſa da un vaſo per qualche tubo unita al ſuo fondo, queſto ſi faccia ritorcere all'in ſu determineremo la colonna dell'acqua a ſalire alla ſteſſa altezza, da cui è diſceſa; e queſta colonna d'acqua, che ſale ſi chiama *Getto*, *Butto*, o *Filo* dell'acqua.

844. La dottrina de' *Getti artificiali* fa ſtrada a concepire quella da' *Getti naturali*. Quando l'acqua ſcende da un monte ſotterraneamente per la ſua declività verſo il mare ſe truova qualche apertura in terra, ſcaturiſce per eſſa, e produce il getto naturale, che noi chiamiamo fontana. L'altezza da cui diſcende nel monte è un braccio, l'altezza a cui ſale nell'uſcir fuori da terra, e l'altro braccio del tubo comunicante. Perciò tutto quello, che abbiamo detto di queſti, può ancora applicarſi alle Fontane. Ma ſiccome i tubi comunicanti ſi fanno di metallo, o di vetro, che ſono materie levigate, e l'acqua arrivata al fondo di queſti immediatamente riſale; per lo contrario nelle fontane naturali l'acqua o ſcorre irregolarmente per le viſcere della terra, o va per condotti, truova molte reſiſtenze nel ſuo corſo, nè toſto che è ſceſa riſale, ma deve ſcorrere per lo più lunghi tratti di paeſe; così nell'applicare la dottrina de' tubi comunicanti alle fontane, o getti naturali, dobbiamo aver ſotto l'occhio tutte le cauſe, che ritardano il moto delle acque.

845. La *prima cauſa* della reſiſtenza è l'aria eſteriore, che reſiſte all'acqua quando eſce, e l'aria del condotto, che eſſendo aſſai lungo trattiene l'acqua conſiderabilmente nella diſceſa. Quanto all'aria del condotto ſi rimedia facilmente, attaccando lateralmente

ad

ad esso ogni tanti passi un altro condotto rivoltato all'in su, e più alto della sorgente, acciocchè nello scendere l'acqua, spingendo l'aria possa questa aver pronto l'esito lateralmente, nè resti condensata nel condotto, ove scorre l'acqua, che deve produrre la fontana. Questi laterali condotti si chiamano *sfiatatori*. Per quello poi, che concerne la resistenza dell'aria esteriore contro al getto dell'acqua, non v'è alcun modo d'evitarla, e resta solo da osservare, che se il getto è grosso, la resistenza dell'aria sarà sensibile, e diminuirà sensibilmente la velocità, e perciò l'altezza, alla quale sale l'acqua. Se il butto è sottile, allora la resistenza tutta s'impiega a disperdere in gocce il getto medesimo, e perciò non molto diminuisce la sua velocità. Il celebre Mariotte nel Trattato delle acque par. 4. discorso 1. determina l'altezza, onde deve cadere l'acqua, acciocchè possa arrivare ad una data altezza, e computando la sola resistenza dell'aria. Quest' altezza, onde deve cadere, sarà necessariamente maggiore di quella, ove deve salire, per compensare questa specie di resistenza. Siccome può essere una tal tavola di molto lume, così ho giudicato necessario di porla.

Altezza del Getto.	*Altezza che si deve dare al recipiente dell'acqua.*	
Piedi.	Piedi.	Pollici.
5	15	1
10	10	4
15	15	9
20	20	16
25	25	25
30	30	36
35	35	49
40	40	64
45	45	81
50	50	100
60	60	144
70	70	196
80	80	256
90	90	324
100	100	400

846. La *seconda causa* della resistenza è la velocità, colla quale scende l'acqua, che essendo come quella di tutti i gravi, tale da far ad

essa descrivere 15 piedi Parigini in un secondo, fa che l'acqua urti ne'lati del condotto, e perda porzione di quella velocità, che ha acquistata nel discendere. A questo effetto si ristringa il lume del getto, così si accrescerà la sua velocità, per compensare quella, che ha perduta nella discesa; e si faccia il condotto, onde discende largo più che si può. Lo stesso trovò conforme alla sperienza il Musschenbroek nel suo saggio di Fisica cap. 23. §. 775.

847. *La terza causa* della resistenza è il labbro del tubo, onde esce l'acqua. Credono alcuni evitar l'urto con fare l'estremità del tubo in forma di cono; ma l'esperienza ha insegnato, che se per un tubo conico sale all'altezza di 12 piedi, facendo uguale l'estremità del tubo sale a 15 piedi, come attesta il Mariotte.

848. La *quarta causa* è la gravità stessa delle parti dell'acqua; perchè il moto dell'acqua, salendo in alto è uniformemente ritardato, onde le parti, che sono prima uscite ritardano col loro peso, quelle, che vengono in appresso. Questa è la principale causa della resistenza nelle acque, che salgono, come osservò il Wolfio con replicate esperienze, e riferisce nel cap. 1. §. 51. dell'Idraulica, avendo più volte osservato, che l'acqua quasi all'istessa altezza sale nel voto, che nel pieno. Per evitare questa specie di resistenza, basta inclinare un poco l'estremità del tubo; subito s'osserverà, che l'acqua sale a maggiore altezza.

849. Da tutte queste resistenze ne nasce, che l'acqua non sale mai a quella altezza, onde è discesa. A tutte queste cause conviene ancora aggiungere le scabrosità, che incontra l'acqua ne'condotti, la tortuosità de'medesimi; quando ora salgono, e ora scendono per l'irregolarità delle strade, nel qual caso essendo l'acqua obbligata a salire per qualche palmo prima d'esser giunta al luogo destinato perde porzione della velocità, che avea acquistato. Per evitare questa specie di resistenza è necessario collocare i condotti dalla sorgente fino al luogo destinato, che sempre discendano, e formino un piano inclinato, almeno più che è possibile. Quindi è nata la necessità di dover *livellare*.

850. *L'arte del livellare* è quella, che insegna a determinare, se il luogo, da dove si deriva l'acqua è più alto di quello, ove deve per condotti condursi. La *livella* è un istromento, col quale determiniamo un piano orizzontale, e per mezzo di questo l'altezza di un luogo sopra un altro.

851. Un

851. Un semicircolo, una quarta parte di cerchio, la squadra, un tubo di vetro possono servire di livella, ma conviene, che siano grandi, altrimenti si può commettere un errore di 5 minuti, e ancora di mezzo grado. Tra tutti questi scegliamo la squadra, e il tubo di vetro.

852. Si faccia l'asta di metallo AB, lunga tre piedi, e nel suo mezzo vi si unisca l'asta CD un poco incavata per ricevere il filo col piombo. In A, B si facciano due forami quadrati, detti *traguardi*, o *alidade*, o *diottre*, che si corrispondono perfettamente con tutti e quattro gli angoli. Si applichino a ciascun forame le due diagonali di seta nera, che perciò s'incrocicchieranno nel mezzo, e il centro del quadrato A corrisponda nella stessa linea orizzontale con quello di B. In m, n vi siano due uncini ugualmente alti. Si stenda nella campagna una fune non molto lunga sopra due bastoni non molto alti, alla quale si sospenda cogli uncini la livella. Se il filo a piombo caderà nel mezzo del canale CD, la fune sarà orizzontale; altrimenti deve alzarsi, o abbassarsi, fino che il filo sia esattamente perpendicolare. Tav. 21. Fig. 15.

853. Un'altra specie di livella descrive il Padre Riccioli nella Geografia riformata lib. 6. capo 26. §.8., della quale si servì con molto successo in più occasioni. Sopra una riga AB lunga 12, o 20 piedi, incavata al di dentro s'applichi un tubo di metallo, ch'esca fuori colle due braccia AE, BF perpendicolari alla riga stessa. In C, D si fermino con vite i due tubi di cristallo CE, DF. Aprendo uno di questi si riempia tutto il tubo di metallo per esempio dalla parte C, fino che l'acqua, che deve essere colorita, arrivi in F. Si unisca al mezzo dell'asta una palla d'ottone, o di legno solida, che vada dentro una cassa rotonda G, cosicchè in essa possa facilmente girarsi, e resti dovunque si volta. Sotto questa cassa vi sia il tubo M della stessa materia, il quale s'inserisce dentro un bastone, per poterla nelle occasioni per mezzo di questo piantare in terra. Collocato in questa maniera col bastone perpendicolare alla terra, si muova la riga AB sopra la palla G, fino che l'acqua sia ad uguali altezze nelle due braccia AH, BI. Ponendo l'occhio alquanto distante da H, e mirando in I, sarà la linea HI orizzontale. Lo stesso ancora si può ottenere unendoci le *diottre* L, K, e guardando dove s'incrocicchiano i fili. L'occhio si deve tenere alquanto lontano in qualunque livellazione dalle diottre, o dalla sommità dell'acqua, che sta ne' tubi, accioc- Tav. 21. Fig. 16.

chè i centri, o dove s'incrocicchiano i fili, si cuoprano esattamente.

854. Altre specie di livelle descrive Piccard nel Trattato della livellazione capo 2. Couplet nelle memorie dell'anno 1699. Hartsoeker nelle miscellanee di Berlino, e negli atti di Lipsia del 1712. e Leupold nella quarta parte del Teatro Statico Universale.

855. Stabilita la linea orizzontale possiamo prolungarla a qualunque distanza; perchè se la linea orizzontale sia AB, che sta sopra il bastone perpendicolare GM, mettendo l'occhio in A, e mirando per B, si veda, dove il raggio visuale AB va a terminare in un corpo lontano Dd, supponiamo in C, sarà la linea orizzontale AB prolungata in C.

Tav. 21. Fig. 17.

856. Per essere sicuri, che sia bene prolungata l'orizzontale, dopo aver posto l'occhio in A, e notato il punto C, si giri la livella intorno al punto G, cosicchè il punto A vada in B, e il punto B in A, e da questo si torni di nuovo a traguardare. Se AB prolungata cade in C come prima, sarà ben determinata la linea orizzontale; perchè dati due punti A, B non si può tirare che una linea orizzontale. Ma se cade in un altro punto del corpo lontano Dd, allora divisa in mezzo la distanza di questi due punti, ivi caderà l'orizzontale AB prolungata. Imperocchè supponiamo, che nella prima situazione la livella fosse posta in FH obbliqua all'orizzonte; traguardando per FH, il raggio visuale caderebbe nel punto D; se si rivolta la livella FH intorno a se stessa, non mutando l'angolo FGM, che fa col bastone, dovrà fGM essere uguale all'angolo FGM; e perciò la livella rivoltata si troverà nella situazione hf, onde collimando per hf, il raggio visuale caderà in d; dividendo adunque Dd in due parti nel punto C, sara ABC la linea orizzontale cercata. Questa operazione si chiama *rettificare la livella*.

857. Posti questi preliminari, così deve farsi la *livellazione*. Debba l'acqua derivarsi dal luogo A, al luogo R, per determinare A sia più alto di R, come deve esserlo, acciocchè l'acqua sempre scenda, quando scorre da A in R; si piantino in R, T due bastoni Rq, TM perpendicolari alla terra, per situarli non possiamo servirci della squadra misurando l'angolo R se è retto, perchè il piano è irregolare, ma dobbiamo adoperare il filo col piombo, applicando in q l'estremità del filo, e osservando, se il piombo tocca il bastone qR. Si pianti in P la livella, ovunque sia tra i bastoni, facendo che l'acqua ne' tubi sia ad uguali altezze ab, cd. Quindi posto l'occhio in c guardando

Tav. 22. Fig. 1.

dando per a, si noti il punto N, dove l'orizzontale c a N termina, e collo stesso metodo posto l'occhio in a guardando per c, si noti il punto q; e poi si rettifichi la livella §. 856. Ciò fatto nella prima colonna della tavola sottoposta si noti P, 1, che significa la prima stazione fatta in P; nella seconda colonna, detta sinistra si noti l'altezza TN, dove cade l'orizzontale nel bastone sinistro, che sia piedi 3, once 10, linee 9; e nella terza colonna chiamata destra, l'altezza del bastone a destra Rq, che sia piedi 11, once 9, lin. 10; dovrà questa esser maggiore, se il punto R è più basso di T. Trasportato il bastone Rq in S a qualunque distanza dal punto T, si trasporti ancora la livella P in L, ovunque sia tra questi; e collo stesso metodo si notino i punti I, M; rettificata qui ancora livella, si noti SI nella colonna sinistra della tavola, TM nella destra; e siano la prima piedi 2, once 9, lin. 4, la seconda piedi 12, once 1, lin. 6. Lo stesso si faccia nella terza stazione G, e nella quarta C, notando nella tavola le altezze sinistre, e le destre. Sommati i numeri della seconda colonna che fanno 17, 2, 8, e que' della terza che sono 34, 4, 3, se questi che sono delle colonne destre, si trovano uguali a quelli, delle colonne sinistre, indicherà, che il punto A è ugualmente alto di R; se si trovano maggiori, come nel caso nostro, il punto A sarà più alto di R; onde sottraendo i primi numeri da' secondi, la differenza, che è piedi 17, once 1, lin. 7 dimostrerà quanto il punto A è più alto di R. Ma se trovansi minori, è segno, che il punto A è più basso di R; perciò in questo, e nel primo caso sarà impossibile di fare uscire l'acqua per condotti; solamente nel secondo caso potrà farsi. Ma non dobbiamo però sperare, che questa arrivata in R s'alzi piedi 17, once 1, lin. 7 quanta è l'altezza onde cade; ma molto meno per le cause delle resistenze da noi addotte di sopra. La pratica insegnerà quanto di meno sia, non potendosi ciò determinare, perchè dipende dalla diversità delle resistenze, e della distanza AR. Per esser certi, che la livellazione sia andata bene, si replichi l'operazione dal punto A andando verso R, se le altezze sinistre, e destre confrontano, avremo operato bene. Tutte queste cautele sono necessariissime, non essendovi nella Geometria pratica più difficile operazione di questa.

Tavola della Livellazione.

Stazioni.	Piedi.	Once.	Linee.	Piedi.	Once.	Linee.
P. 1	3 :	10 :	9	11 :	9 :	10
L. 2	2 :	9 :	4	12 :	1 :	6
G. 2	6 :	3 :	5	3 :	3 :	7
C. 1	4 :	3 :	2	7 :	1 :	4
Somma.	17 :	2 :	8	34 :	4 :	3

DEL MOTO DE' FLUIDI CONTRO I SOLIDI, E DELLA LORO RESISTENZA.

858. QUando un fluido urta in un solido per una perpendicolare, si chiama *urto diretto*, se la linea è obbliqua *urto indiretto*. La celerità, colla quale va il fluido nel primo caso si dice *assoluta*, nel secondo *relativa*.

PROPOSIZIONE XXIV.

L' urto d' un fluido contro un corpo è in ragione composta della sua densità, della superficie del corpo, e del quadrato della velocità del fluido.

859. L' Urto del fluido è come la sua massa multiplicata nella velocità §. 350., ma la massa del fluido non è come quella del solido, perchè si muta, essendo maggiore a proporzione, che è più grande la superficie del corpo urtato, la densità, che ha il fluido, e velocità, con cui urta. Dunque l' urto sarà in ragion composta della superficie del corpo, della densità, e quadrato della velocità nel fluido. Come dovea dimostrare.

860. Onde se lo stesso fluido con uguale celerità urta due corpi diversi, saranno gli urti, come i volumi de' medesimi. Se lo stesso fluido urta corpi uguali con diversa celerità, saranno gli urti, come i quadrati di queste. Se lo stesso fluido con diversa celerità urta corpi disuguali, saranno gli urti, come i volumi, e i quadrati delle velocità. Se i fluidi diversi colla stessa velocità urtano corpi disuguali, saranno gli urti, come le densità de' fluidi, e i volumi de' corpi.

PRO-

PROPOSIZIONE XXV.

Se il fluido CA BD urta obbliquamente il corpo AB, la celerità assoluta sarà alla relativa, come il seno dell' angolo CAF d' incidenza al seno tutto. Tav. 22. Fig. 2.

861. SIA AC la intera assoluta del fluido, calata CF perpendicolare esprimerà questa la forza, colla quale urta nel corpo AB. Dunque la velocità assoluta starà alla relativa, come CF: CA. Ma facendo centro in C, intervallo CA, questa linea è seno tutto, il perpendicolo CF è seno dell' angolo CAF, con cui urta il fluido nel corpo AB; dunque ec. Come dovea dimostrare.

862. Da questo teorema ne viene in conseguenza, che nell' urto diretto più massa di fluido va contro il corpo, che nell' obbliquo; perchè la velocità intera è, per lo teorema, maggiore della assoluta, e quanto più velocità hanno i fluidi, tanto maggior quantità di questi scorre in un dato tempo.

PROPOSIZIONE XXVI.

Se due corpi con celerità diverse si muovono dentro i fluidi eterogenei, le resistenze, che ricevono, sono in ragion composta del volume, e de' quadrati della velocità de' corpi, e delle densità de' fluidi.

863. SUpponete la prop. 24., e che mentre il fluido urta nel solido, questo diventi fluido, e il fluido si cangi in solido, amendue della stessa densità vicendevole; lo stesso sarà, che il fluido urti nel solido, o il solido nel fluido. Ma nel primo caso per la prop. 24. l'urto era come la densità, e il quadrato di velocità del fluido, e il volume del solido; dunque nel secondo caso la resistenza, che oppone il fluido, sarà come la sua densità, e il volume è quadrato di velocità del solido.

864. Nasce da questa proposizione, che se due corpi di volume diverso si muovono nello stesso, o fluidi uguali, con velocità diverse, le resistenze, che incontrano saranno come i loro volumi moltiplicati ne' quadrati delle loro velocità. Perciò chiamate le resistenze R, r; i volumi U, v; le celerità C, c; sarà $R : r :: UC^2 : vc^2$; quindi

di apparisce l'eccezione data alle sperienze de'gravi cadenti fatte da' PP. de Chales, e de Lanis §. 551.

865. Quindi se due corpi dello stesso volume si muovono in fluidi della stessa densità, le resistenze, che incontrano, saranno come i loro quadrati di velocità. Se per esempio uno di questi si muove con doppia velocità dell'altro, incontrerà quattro volte più resistenza. E di fatto riceve dall'inerzia della massa del fluido una resistenza, e un'altra uguale ne riceve dalla massa maggiore, che esclude di fluido nel tempo stesso, perchè va con maggiore celerità.

866. Onde se due corpi disuguali si muovano colla stessa velocità in fluidi della stessa natura, le resistenze, che incontrano, saranno come i loro volumi; quello che ha maggior volume esperimenterà più resistenza di quello, che ne ha meno. Quantunque chiaramente paja dimostrato, che la resistenza de'fluidi siegue la proporzione, che abbiamo stabilita: e le continue osservazioni chiaramente dimostrino lo stesso, ciò non ostante molte dispute sono state fatte, e durano presentemente intorno la stessa, che giudico molto utile esporre dalla loro origine.

867. Galileo Galilei, che fu il primo, il quale diede le leggi del moto, per la spiegazione de'fenomeni naturali, fu obbligato a prescindere dalla resistenza de' mezzi, ne'quali si muovono i fluidi; non già perchè non sapesse, che i fluidi resistono a'corpi, che si muovono in esso loro; ma perchè a' suoi tempi non era ancora molto avanzata la scienza Meccanica.

868. Wallis fu il primo, che tentò di determinarla col supporre, che la resistenza de'fluidi parlando dello stesso corpo, e dello stesso fluido fosse, come la velocità, colla quale il corpo si muove in esso. Questa opinione fu combattuta dall'Ugenio; e il Newton ne'suoi principj, e lo 's Gravesande la dimostrarono contraria alle sperienze. Newton a lungo esamina ciò che si può dire intorno all'ipotesi di Wallis, che fa la resistenza, come la velocità, e d'Ugenio, che la stabilisce come il quadrato della velocità nel lib. 2. de' suoi principj Sezione 1. 2. 3.; e conclude, cha la resistenza d'un fluido contro lo stesso corpo è come la velocità semplice, e il suo quadrato sommati insieme.

869. Contro a questa opinione scrisse il Conte Giacomo Riccati una particolare Dissertazione inserita nel tom. 2. de' Supplementi del Giornale Italiano stampato a Venezia nell'anno 1722. articolo 8.: dimostra

mostra in questa dissertazione, che questa ipotesi è impossibile, perchè si suppone, che la resistenza de'fluidi siegua in parte la semplice velocità. A caso, come egli confessa, s'incontrò a dimostrare questa ipotesi impossibile, cercando il moto d'un pendolo cicloidale in un fluido, che resiste, come la velocità dello stesso pendolo. Sciogliendo questo problema per mezzo del calcolo integrale speditamente, e con somma facilità, come è il suo costume, deduce, che nell' ipotesi di Wallis, scendendo è il pendolo cicloidale da qualunque altezza, si diminuirebbe tanto la sua velocità, che non potrebbe più salire ad un'altezza corrispondente, e perciò in brevissimo tempo cesserebbe di oscillare, lo che è contro tutte le osservazioni.

870. La dimostrazione del Riccati, quantunque sia vera per quello che riguarda l'opinione di Wallis, ciò non ostante non distrugge l'ipotesi del Newton, come lo stesso Riccati confessa. Onde non essendovi alcuna ripugnanza di ammettere la resistenza ne'fluidi, come il quadrato della velocità, resta perciò intatto il metodo adoperato nella proposizione per determinarla.

DEL MOTO, ED EQUILIBRIO DE' FLUIDI, E DE' SOLIDI.

871. Quando un corpo solido s'immerge dentro un fluido esclude un volume di fluido ad esso uguale, che diremo in appresso, la *mole antagonista*. Essendo l'azione sempre uguale alla reazione, ne viene in conseguenza, che la mole antagonista dovrà agire contro il solido immerso con quella stessa forza, colla quale questo le opera contro. Ma tutta la forza del solido nello escludere la mole antagonista del fluido nasce dal suo peso; dunque dal paragonare il peso specifico del solido, e del fluido, nascerà la maniera di determinare il loro moto.

872. Tre casi possiamo distinguere, quando un solido s'immerge in un fluido. Primo quando il corpo è della stessa specifica gravità del fluido. Secondo quando l'ha maggiore. Terzo quando l'ha minore. Questa parte dell'Idrostatica fu coltivata ancora dagli antichi, come apparisce dal libro *de Insidentibus humido* di Archimede, che si truova nell'Opere di Barrow già citate altrove.

PROPOSIZIONE XXVII.

Un corpo solido immerso in un fluido se è della stessa specifica gravità, ovunque si ponga, si ferma, e perde tutto il suo peso. Se è di maggior peso, va al fondo, e perde una gravità uguale alla mole antagonista. Se ha minor peso, lo perde tutto, galleggia in parte, e il volume del fluido uguale alla parte di esso immersa, pesa come tutto il solido.

873. Sia un corpo solido ugualmente grave del fluido, se in sua vece si ponga una mole antagonista, questa, ovunque sia nel fluido, non si moverà, nè eserciterà il suo peso, e sarà in equilibrio colle altre parti del fluido. Dunque lo stesso accaderà al solido, quando è dello stesso specifico peso. Come dovea dimostrare in primo luogo.

874. Sia un corpo solido, o specificamente più grande della sua mole antagonista, la supererà, e obbligherà a salire; perciò se il solido P si lasci andare dalla mano D, andrà a fondo. Ma la mole an-
Tav. 22. Fig. 4. tagonista q riagisce contro il solido P, dunque distruggerà in questo tanta porzione di gravità, quanto è il peso della stessa mole. Come dovea dimostrare in secondo luogo.

875. Sia il corpo P più leggiero del fluido; essendo la mole antagonista più pesante di esso, se s'immerga nel vaso ABCD, dove sta un fluido più grave, questo avendo maggior forza escluderà il so-
Tav. 22. Fig. 5. lido, obbligandolo a salire in alto, e perciò perderà tutto il suo peso il solido escluso. Ma siccome per l'ipotesi la mole del fluido pesa più di quella del solido, così quando sarà escluso, tanto volume di fluido, quanto è il peso del solido, allora questo si fermerà a galla del fluido, e perciò un volume di fluido uguale alla parte immersa del solido peserà come tutto questo. Ciò che dovea per terzo dimostrare.

876. Dalla prima parte di questa proposizione si rende la ragione, per la quale noi non sentiamo il peso dell'acqua contenuta in una secchia; quando questa sta immersa ancora nel pozzo. Quindi si ricava la necessità del voto; imperocchè se l'aria fosse ugualmente densa, e grave, che il corpo che vi è posto, questo perderebbe in essa tutto il suo peso, e perciò niun corpo sarebbe nell'aria grave. Ma questo è contro l'esperienza; dunque l'aria deve essere di molto minore densità de' corpi; e perciò essendo ogni parte di materia pesante, nell'aria dovranno esserci molti spazj affatto voti di materia.

877. Dalla seconda parte della proposizione si deduce, che se

un

un corpo sarà due volte più grave del fluido, perderà la metà del peso. Perchè la mole antagonista peserà come la metà del solido; ma il peso di questa è quello, che perde il corpo; dunque perderà la metà del suo peso. Se il corpo sarà tre volte più grave, perderà la terza parte del suo peso; se il peso del fluido sarà a quello del corpo, come 1 : 4, perderà $\frac{1}{4}$ del suo peso; e in generale se il peso del fluido è a quello del solido come 1 : n, il peso perduto dal solido sarà $\frac{1}{n}$. Dunque quanto più pesa il fluido, tanto maggiore è il dispendio della gravità nel solido. Onde se nello stesso fluido s'immergano due corpi, che hanno densità diversa, e lo stesso volume, perderanno lo stesso peso assoluto, perchè escludono moli antagoniste uguali. Sia il primo corpo di libbre 4, il secondo di libbre 3, e la mole antagonista esclusa di libbre 1; amendue escludendo un'ugual mole, perderanno ugual peso assoluto, cioè una libbra, ma questo rispetto al primo corpo sarà la sua quarta parte, rispetto al secondo la terza.

878. Si può ciò non ostante dare il caso, che un corpo solido più grave del fluido non vada al fondo, ma anzi salga. Sia il cilindro AZ coperto da amendue le parti, e abbia in A un fondo di cuojo pregno d'olio, nel cui mezzo sia un forame, che riceva il piccolo cilindro solido qA di metallo. Quando s'immerge il tubo AZ, tenendo colla mano, il piccolo cilindro qA non solo esclude la mole antagonista uguale di fluido FK, ma ancora FS; per cagione del cilindro AZ, che non dà adito all'acqua dentro di se. Onde se tutta l'altezza del cilindro di fluido SFK eguagli in peso il cilindro Aq, questo non farà alcun moto, ma se la colonna esclusa SFK pesa meno, allora scenderà il cilindro qA, scorrendo dentro il forame fatto nella pelle, verso il fondo CD. Se immergendo un poco più il cilindro ZA, per esempio fino in R, si escluda una colonna di fluido, che abbia maggior peso del cilindro qA, questo salirà in qa, quantunque sia più grave della mole antagonista uguale alla sua. Tutto questo è conforme alla sperienza, di cui non è difficile concepirne la ragione, perchè il cilindro in questa positura non esclude solamente la mole antagonista FK, ma un volume assai maggiore, perchè sta dentro il tubo AZ. *Tav. 22. Fig. 6.*

879. Da questa stessa seconda parte si ricava il metodo di determinare le gravità diverse in tutti i fluidi. Si sospenda un corpo assai pesante all'estremità d'una bilancia, e si equilibri con un contrappeso dall'altra parte. S'immerga poscia in fluidi diversi, perderà in

essi tanto maggior porzione di peso, quanto è più grave il fluido: Si notino tutti questi pesi perduti ne' fluidi diversi, esprimeranno questi li pesi, che hanno altrettante moli antagoniste eguali a questi fluidi; onde la stessa relazione, che hanno questi pesi perduti, avranno ancora le gravità specifiche de' fluidi. Con questo metodo Eisenschmidio formò una tavola delle diverse gravità specifiche di varj fluidi, che hanno in tempo di state, e di verno, prendendone di ciascuno un pollice cubico Parigino.

Tavola delle diverse gravità specifiche di varj fluidi.

	D' Estate.			D' Inverno.		
	Once.	Dramme.	Grana.	Once.	Dramme.	Grana.
Argento vivo	7 :	1 :	66	7 :	2 :	14
Oglio di Vitriuolo		7 :	59		7 :	71
Spirito di Vitriuolo		5 :	33		5 :	38
Spirito di Nitro		6 :	24		6 :	44
Spirito di Sal Marino		5 :	49		5 :	55
Acqua forte		6 :	23		6 :	35
Spirito di Zolfo		5 :	34		5 :	39
Aceto		5 :	15		5 :	21
Aceto distillato		5 :	11		5 :	15
Vino di Borgogna		4 :	67		4 :	75
Acquavita		4 :	48		4 :	57
Spirito di Vino		4 :	32		4 :	42
Latte di Bufolo		5 :	20		4 :	25
Latte di Capra		5 :	24		5 :	28
Latte di Asino		5 :	17		5 :	21
Siero di Latte		5 :	14		5 :	19
Urina		5 :	14		5 :	19
Spirito di Urina		5 :	45		5 :	53
Olio di Tartaro		7 :	27		7 :	43
Olio di Olive		4 :	53		gelano	
Olio di amendole dolci		4 :	52			
Olio di Terebinto		4 :	39		4 :	46
Acqua di Mare		6 :	12		6 :	18
Acqua di Fiume		5 :	10		5 :	13
Acqua di Pozzo		5 :	11		5 :	14
Acqua distillata		5 :	8		5 :	11

880. Muf-

880. Musschembroek nella sua Fisica forma un'altra tavola più accurata, esponendo la relazione, che passa tra le gravità specifiche in numeri razionali, e in parti millesime. Per esempio la gravità d'un volume d'aria è a quella d'un volume uguale d'acqua piovana, come $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{4}$ ad 1; all'acqua distillata, come $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{4}$ a $\frac{993}{1000}$ ec.

Tavola della gravità specifica d'alcuni liquori.

Aria	0, 001, $\frac{1}{4}$
Balzamo di Tolù	0, 896
Butiro di Antimonio	2, 470
Acqua Piovana	1, 000
—— distillata	0, 993
—— del Pozzo	0, 999
—— di Fiumi	1, 009
—— di Mare	1, 030
—— Regia	1, 234
—— Forte	1, 300
Spirito di ambra	1, 030
—— di Corno di Cervo	1, 073
—— di Nitro	1, 315
—— di Nitro rettificato	1, 610
—— di Sale ammoniaco apparecchiato colla calce	0, 952
—— di Sale marino	1, 130
—— di Seta	1, 145
—— di Tartaro	1, 073
—— di Terebinto	0, 874
—— di Vino rettificato	0, 866
—— di Vino etereo	0, 732
—— di Vitriolo	1, 283
Olio d'ambra	0, 978
—— di Cannella	1, 035
—— di Cera	0, 831
—— di Ginepro	0, 911
—— di Lino	0, 932
—— di Noce Moscata	0, 948
—— di Olive	0, 913
—— di Rosmarino	0, 934
—— di Terebinto	0, 792
—— di Vitriolo	1, 700
Latte di Capra	1, 009
—— di Vacca	1, 030
Sangue umano	1, 040
—— Siero dell'Uomo	1, 190
Tintura di Antimonio	0, 866
—— di Gomma ammoniaca	0, 899
—— di China China	0, 900
Vino di Borgogna	0, 953
—— di Canarie	1, 033
Aceto	1, 011
—— distillato	1, 030

881. Di molto uso è questa tavola non solo nella Fisica, ma ancora nel commercio umano, e nella medicina. Quanto più i liquori sono leggieri, tanto più sono sani, e più facilmente passano.

882. Dalla stessa seconda parte di questa proposizione dipende la maniera, colla quale si determina la gravità specifica di molti corpi solidi. Ciò si fa sospendendo dall'estremità d'una bilancia diversi solidi uguali successivamente nello stesso fluido, e notando il peso, che perdono. La relazione, che passa trai pesi perduti, dimostrerà quanto questi sono più gravi dello stesso fluido §. 877., e perciò ancora la proporzione, che passa tra i pesi di questi corpi. Supponiamo, che un corpo perda la quarta parte del suo peso, sarà quattro volte più pesante del fluido, e perciò il suo peso relativamente a quello del fluido sarà come 4 : 1. Perda un altro corpo la terza parte del suo peso nello stesso fluido, sarà tre volte più pesante di esso, perciò il suo peso a quello del fluido sarà come 3 . 1. Onde il

il peso del primo corpo sarà a quello del secondo, come 4: 3.

883. Con questo metodo sono state determinate le gravità specifiche di più corpi. Marino Ghetaldo una n'espose nel suo Archimede promosso. Ougtredo ne diede un'altra negli Opuscoli Matematici; a queste si aggiunge quella di Petit, e di Mersenno ne' Fenomeni Idraulici. Molte ancora se ne trovano nel volume primo delle transazioni Inglesi compendiate da Lowtorp al capo 6 carte 610; e più accurata di tutte è quella del Musschenbroek tomo 1. del saggio di Fisica, capo 24, quale come più esatta esporremo.

Tavola delle gravità specifiche di più corpi.

Acciajo flessibile	7, 738
— temperato	7, 704
— Elastico	7, 809
— Sale dello stesso	1, 830
Alabastro	1, 872
Ambra	1, 040
Amianto	2, 913
Antimonio di Germania	4, 000
— di Ungheria	4, 700
— il Regolo Marziale dello stesso	7, 500
— Vetro dello stesso	5, 280
Argento di coppella, o ottimo	11, 091
— di Olanda il migliore	10, 535
— di Olanda più inferiore	10, 340
Bezoar pietra Orientale	1, 530
— l'istessa pietra Occidentale	1, 500
Legno di Sandalo Bianco	1, 041
— Citrino	0, 809
— Rosso	1, 128
Legno di Cedro	0, 613
Legno di Ebano	1, 177
Legno di Acero	0, 775
Legno di Frasso	0, 734
— di Tronco	0, 845
Legno di Ramo di Quercia	0, 870
— di Tronco	0, 929
Canfora	0, 995
Corniuola	3, 290
Carbone fossile	1, 240
Cinnnabro naturale	7, 300
— artificiale	8, 200
— di Antimonio	6, 044
Cera gialla, o siasi vergine	0, 995
Corallo rosso	2, 689
— bianco	2, 500
Corno di Bove	1, 840
— di Cervo	1, 875
Cristallo di Islanda	2, 720
— di Monte	2, 650
Rame della Laponia	9, 000
— di Svezia	8, 784
— calcinato	5, 453
— giallo fuso	8, 000
— battuto	8, 349
Diamante	3, 400
Stagno puro	7, 320
— d'Inghilterra	7, 471
Ferro	7, 645
Gomma Arabica	1, 375
— Dragante	1, 333
Ambra gialla, o siasi Carabe	1, 065
Litargirio d'oro	6, 000
— d'argento	6, 044
Marmo nero d'Italia	2, 704
— bianco d'Italia	2, 707
— altro	2, 718
Argento vivo	13, 593
Distillato una volta	13, 570
— sublimato	8, 000
— due volte sublimato	12, 353
Mirra	1, 250
Nitro	1, 900
— fissato per mezzo del fuoco, e ridotto in sale	2, 745
Oppio	1, 363
Oro di coppella ottimo	19, 640
— altro	19, 238
— della Guinea	18, 888
— de'ducati	18, 261
— della doppia Francese	18, 166
Osso di Vacca	1, 656
— di Porco	2, 222
Pietra sanguigna	4, 360
— Calaminare	5, 000
— della vessica umana	1, 700
— di Lazzuli	3, 054
Pece	1, 150

Cor-

Corteccia di Perù	0, 784	— Vitriuolato	2, 298
Talco di Venezia	2, 780	Vitriuolo di Danzica	1, 715
— della Giamaica	3, 000	— d'Inghilterra	1, 880
Tartaro	1, 849	— bianco	1, 900
— Cremore di tartaro	1, 900	— rosso per mezzo del fuoco	1, 900

884. Col beneficio di questa seconda parte della proposizione possiamo inoltre tentare, se le parti inferiori de' fluidi siano più dense delle superiori, per la compressione di queste. Se lo stesso corpo immerso in diverse profondità dello stesso fluido perda sempre lo stesso peso, allora sarà segno, che le parti inferiori non sono condensate dalle superiori. Tentò questo più volte Francesco Terzo de Lanis, come espone nel tom. 3. lib. 25. cap. 1. esper. 7. del suo *Magisterium naturæ, & artis*, e osservò, che un globo di vetro attaccato ad un crine di cavallo, e immerso in un vaso d'acqua alto due piedi, perdeva di peso verso la cima immerso grana 18, mettendolo più sotto grana $18\frac{1}{2}$. Questa diversità però la rifonde nel crine, il cui peso nell'aria era $\frac{1}{2}$ grano. Merita ciò non ostante questa sperienza d'essere ripetuta a maggiori profondità, per poter determinare qualche cosa di certo in questo particolare.

885. Quello che abbiamo detto de' fluidi, si può ancora applicare all'aria, che dimostreremo in Fisica particolare essere un fluido come gli altri. Essendo tutti i corpi in essa posti, perderanno tanto di peso, quanto è il peso del volume d'aria, che escludono. Onde non potremo sapere il vero peso de' corpi, senonchè ponendoli nel voto, come abbiamo detto §. 602.

886. Dalla terza parte della proposizione ne siegue, che quanto più sarà grave il fluido, in cui s'immerge il solido, minor parte di solido resterà in esso immersa; perchè essendo più grave, si ricerca minor porzione di fluido per fare equilibrio col peso del solido. Onde se il fluido sarà due volte più pesante del solido, la metà di questo resterà immersa, perchè la metà della mole antagonista del fluido pesa come tutto il solido. Se il peso del fluido è a quello del solido come $3:1$, resterà immerso $\frac{1}{3}$ del solido, se come $4:1$; $\frac{1}{4}$ ec. e in generale se sarà il peso del fluido a quello del solido come $n:1$, la parte immersa del solido sarà $\frac{1}{n}$. Ciò la sperienza quotidiana l'insegna, colla quale veggiamo che le barche, quando passano dall'acqua de' fiumi, che è meno, in quella del mare, che è più pesante, si sollevano più sopra acqua.

887. Se due corpi della stessa densità, o peso, ma di volume diver-

verſo s'immergono nello ſteſſo fluido, le parti immerſe ſaranno come i loro volumi. Perchè ſe il peſo del fluido ſia a quello del ſolido come n: 1, la parte immerſa in amendue ſarà $\frac{1}{n}$, cioè la ſteſſa parte del volume di ciaſcheduno; ma le parti aliquote di due quantità, ſono come le quantità ſteſſe; dunque le parti immerſe d'amendue ſaranno come i loro volumi.

888. Col beneficio della terza parte di queſta propoſizione ſi forma quell'iſtromento detto l'*Areometro*, o *Peſaliquori*. Si fa la palla BC col tubo ma A di criſtallo, dentro al globo, prima di ſerrare ermeticamente il tubo in A, ſi pone dell'argento vivo, o altro peſo, che ſcende in C. Serve queſto perchè il Peſaliquori poſto ne' fluidi ſtia perpendicolare. Si ponga nello ſpirito di vino rettificato, e ſupponiamo, che ſtia immerſo ſino in a, ſe lo ſteſſo ſtromento prima aſciugato ſi metta nell'acqua, che è più peſante, maggior porzione ne ſtarà galleggiando §.886. Fingiamo che ſtia fuori dell'acqua ſino al punto 6, ponendolo in altra acqua, che ſia più peſante della prima, ſtarà meno immerſo, e perciò ſia fuori dell'acqua ſino in m, facilmente con queſto s'accorgeremo, che l'acqua ſeconda è più peſante della prima. Onde quanto più s'immergerà il Peſaliquori nel fluido, tanto meno queſta ſarà grave, quanto più galleggia, tanto più ſarà il fluido grave.

Tav. 22. Fig. 7.

889. Dalla deſcrizione dell'Areometro ſi deduce, che queſt'iſtromento non può miſurare eſattamente le gravità diverſe de' liquori, ſe prima non ſi oſſerva il peſo di ciaſcun volume di fluido, e dopo ſi immerge in eſſo il Peſaliquori, notando in ciaſcuno fino a qual punto reſti immerſo, allora ſi può fare una graduazione più accurata nella lunghezza a m. Poſta però queſta diviſione, ciò non oſtante l'Areometro non può eſſere d'uſo ſicuro per determinare le gravità ſpecifiche di liquori diverſi; perchè non tutti i liquori s'adattano nella ſteſſa maniera alle parti del vetro, ve ne ſono alcuni, che ſi ſollevano ſopra il loro livello, quanto toccano il vetro, come abbiam viſto parlando dell'attrazione. Ora ſiccome la diverſità di peſo tra un fluido, e l'altro, non è mai conſiderabile; così o piccola attrazione, o quantità di particelle nuotanti nell'aria, che s'attacchino all'Areometro, può fare un divario ſenſibile nel peſo.

890. Per mezzo ancora di queſt'ultima parte della propoſizione poſſiamo col metodo inſegnato ne' §§. 880. 882. formare le tavole della diverſa gravità de' fluidi, e de' ſolidi; onde ſtimiamo ſuperfluo l'eſporlo.

Abbia-

891. Abbiamo ancora il modo di obbligare un corpo più pesante del fluido a galleggiare; il che s'ottiene accrescendo il suo volume, acciocchè escluda una mole antagonista di fluido, che ne sia di maggior peso. Quindi si spiega, perchè quantunque tutte le parti d' un vascello, e ciò che vi si contiene pesino separatamente più dell' acqua, ciò non ostante postevi nuotino; formando queste insieme unite un volume, che esclude una mole d' acqua di molto maggior peso, che tutto il volume della barca, o vascello. Così ancora per obbligare a galleggiare una palla di piombo, basta ridurla in un foglio col batterla, e con questo formare una palla d'un volume sensibile, o pure il foglio stesso collocarlo sull' acqua semplicemente, essendo già accresciuto di superficie.

892. Acciò sempre più apparisca l' uso di questa proposizione idrostatica, scioglieremo per suo mezzo alcuni problemi. *Data qualunque moneta, o gemma esaminare se sia legittima.* Si pesi la moneta primieramente nell' aria, e questa sia d'oro del ducato, e il suo peso sia grana 60; si pesi poscia nell' acqua piovana, e il suo peso perduto sia di grana $3\frac{55}{181}$. Dunque la gravità specifica della moneta sarà a quella dell' acqua come 60: $3\frac{55}{181}$. Cercate nella tavola de' liquori il peso dell' acqua piovana, che è $\frac{1000}{1000}$, ovvero 1. Fatta questa proporzione $3\frac{55}{181}$: 1000:: 60: x, sarà $x = 18260\frac{520}{598}$. Ma l' oro di ducato nella tavola seconda §. 883. è di peso 18261; dunque la proposta moneta è legittima. La ragione di questa operazione è chiara, perchè il peso del fluido relativamente al ducato, e al peso assoluto 1000, come il peso del ducato relativamente al fluido al suo peso assoluto. Con questo metodo stesso si distinguono i diamanti veri da' falsi, che ci si portano da Bristol, e da Amesfoldio.

893. *Dato un metallo composto di due altri, determinare quanto di ciascheduno ve ne sia.* Il volume, che del primo metallo è nel misto sia A, il suo peso assoluto p, lo specifico a. Il volume del secondo metallo B, il peso assoluto P, lo specifico b. S' immerga il metallo misto in qualche fluido, e in questo sia il suo peso specifico e. La gravità assoluta di qualunque corpo è come la specifica moltiplicata nel volume §. 801.; onde avremo $Aa = p$; $Bb = P$. Il volume del metallo misto è $A + B$; e perciò il suo peso assoluto sarà $Ae + Be$; ma lo stesso peso ancora s'esprime per $Aa + Bb$; dunque $Ae + Be = Aa + Bb$; è trasportando $Be - Bb = Aa - Ae$; e sciogliendo in proporzione $e - b : a - e :: A : B$. O pure se nell' ultima equazione si muta-

no tutti i segni, avremo $Ae - Aa = Bb - Be$; e risolvendo in proporzione $e - a : b - e :: B : A$; serva questa in alcuni casi particolari, per dare un'adequata soluzione del problema.

894. Per vedere l'applicazione di queste formole generali, servirà d'esempio ciò che riferisce Vitruvio nel lib. 9. della sua Architettura capo 3. Gerone Re di Siracusa avea dato all'orefice Demetrio libbre 19 d'oro, acciocchè gli facesse una corona. Demetrio portò al Re una corona, il cui peso era libbre 19; ma sospettando Gerone di qualche inganno dell'artefice, consultò sopra di ciò Archimede, acciocchè scoprisse, senza disfare la corona, se in vece d'oro avesse adoperato l'orefice qualche porzione d'argento. Esso ne prese l'assunto, e con un raziocinio poco diverso da quello che ora esporremo scoperse l'inganno dell'orefice, onde nudo uscì dal bagno, in cui aveane fatto saggio, gridando quasi fuori di se, *inveni*, *inveni*. La gravità dell'oro è 19, dell'argento $10\frac{1}{3}$ per la tavola §. 883. S'osservi quanto peso perde nell'acqua la corona, e siano libbre 2; dunque la gravità specifica della corona posta nell'acqua sarà 17. Paragonando ora i termini di sopra con questi numeri abbiamo $a = 10 + \frac{1}{3}$; $b = 19$; $e = 17$. Il volume dell'argento sia A, dell'oro B, servendosi dell'ultima proporzione $e - a : b - e :: B : A$, altrimenti i valori diverrebbero negativi, avremo $17 - 10 + \frac{1}{3} : 19 - 17 :: B : A$; ovvero facendo la sottrazione, $6 + \frac{2}{3} : 2 :: B : A$, e moltiplicando per 3 sarà $20 : 6 :: B : A$, e dividendo per 2, sarà $10 : 3 :: B : A$. Onde la quantità d'oro nella corona, sarà a quella dell'argento come $10 : 3$. Si moltiplichino questi volumi per le gravità specifiche, avremo le gravità assolute. Quella dell'oro sarà $10 \times 19 = 190$; dell'argento $3 \times 10 + \frac{1}{3} = 31$. Si faccia $190 + 31$, ovvero $221 : 190 :: 19 : 9$, avremo il peso assoluto dell'oro nella corona di Gerone, che sarà $y = 16 + \frac{74}{221}$; dunque in questa sono d'argento libbre $2\frac{147}{221}$, e in ciò consiste la fraude dell'artefice.

895. In tale raziocinio abbiamo sempre supposto due cose, che il volume del composto sia maggiore di quello de' componenti; di modo che le parti d'un metallo non penetrino quelle dell'altro, o non entrino ne' loro pori. Abbiamo inoltre supposto, che la gravità specifica del misto debba essere minore della somma delle parti componenti. Ciò attentamente si deve notare, perchè vi sono alcuni corpi, che uniti insieme fanno un volume minore de' componenti, e la gravità specifica è maggiore de' medesimi. L'olio di Vi-

triuolo

triuolo mischiato con uguale porzione d'acqua, dopo avver bollito, forma un volume minore della somma delle parti componenti; e la sua gravità specifica è $\frac{1}{14}$, parte maggiore della somma delle gravità specifiche dell'olio, e dell'acqua. Lo stesso accade se una porzione di spirito di vino si ponga sopra due d'acqua. Molti altri corpi della stessa natura scoprì il celebre Reaumur nelle memorie dell'anno 1733.

896. Dopo aver scoperto un corpo più leggiero d'un fluido, non bisogna tosto conchiudere, che ancora le sue parti siano tali. Si può dare il caso, che tutto il corpo sia più leggiero, mentre le sue parti sono più gravi, come dimostrammo nella nave. Vi sia un corpo d'un mezzo piede cubico di volume, che pesi libbre 40; si metta dentro l'acqua, un piede cubico di cui secondo Musschenbroek pesa nella state libbre 64 del Reno; escludendo questo corpo un mezzo piede d'acqua, il cui peso è libbre 32, perderà in essa libbre 32 di peso, e perciò restandogliene ancora 8, con queste scenderà al fondo, e sarà più pesante dell'acqua. S'accresca il volume di questo corpo interponendoci de' pori, cosicchè divenga uguale a un piede cubico; posto ora nell'acque, escludendo di questa un piede, che pesa libbre 64, perderà tutto il suo peso 40, e perciò sarà specificamente più leggiero. Supponiamo che ora imbeva l'acqua, vi entrerà dentro un mezzo piede cubico d'acqua; onde tutto il suo peso sarà presentemente libbre 72, ma quello dell'acqua è solamente 64; dunque tornerà di nuovo più grave del fluido.

897. Da questo raziocinio ricaviamo una regola per conoscere, se essendo un corpo specificamente più leggiero d'un fluido, ancora le sue parti siano tali. *Se un corpo galleggia in un fluido, ma dopo che ne ha imbevuta porzione, va al fondo, è segno, che le sue parti sono più pesanti del fluido*. Questo l'osserviamo continuamente in alcuni legni. Quindi Ambergero meritamente giudicò, che le parti solide dello stagno, e del piombo pesassero più di quelle dell'argento vivo; quantunque un volume di questo pesi più d'un volume di quelli. Perchè osservò, che *amalgamato* il piombo col mercurio, dopo averne imbevuta porzione, va al fondo del vaso.

898. *Esperienza*. Per verificare tutti questi effetti, che abbiamo dimostrato nella prop. 27. si fa una *Bilancia* detta *Idrostatica*, la cui costruzione è la seguente. I tre vasi A, C, B si fermano Tav. 23. Fig. 1. a vite sopra la cassa DE, sotto il cui coperchio v'è un tubo,

che dà la comunicazione a tutti tre questi vasi. Nel tubo vi sono quattro chiavi D, F, G, E; per mezzo delle chiavi D, E si vota l'acqua da' vasi per mezzo delle chiavi F, G, l'acqua posta nel vaso più alto C si fa passare negli altri A, B secondo l'occasione. Sotto il piatto k v'è un uncino, a cui si sospendono i corpi, e sotto h il contrappeso N per far l'equilibrio. La bilancia è sospesa in C al coperchio del vaso più alto. Ad un caso ne faremo l'applicazione, acciocchè da questo facilmente si comprendano gli altri. Il cilindro solido L sia di tal grossezza, che vada esattamente nel cilindro voto M, il quale ha il suo fondo. Si sospendano amendue dall'uncino K, come esprime la figura; e per mezzo del peso N unito al piatto h si faccia il contrappeso, di modo chè la bilancia sia in equilibrio. Il vaso C essendo piano d'acqua, si faccia questo passare in L, coll'aprire la chiave G, e così tutto il cilindro L resti coperto dall'acqua; la bilancia traboccherà dalla parte del contrappeso N, onde il solido L perde di peso nell'acqua. Se si empia d'acqua il cilindro N, e perciò alla scodella k s'attacchi un volume d'acqua uguale al cilindro L per la costruzione, la bilancia ritornerà in equilibrio. Dunque il cilindro L avea perduto tanto di peso, quanto è quello d'un uguale volume d'acqua.

MOTO DE' FLUIDI NE' TUBI CAPILLARI.

899. LA dottrina de' fluidi, che sono ne' tubi, o comunicanti, o non comunicanti ha luogo solamente in quelli, che sono maggiori, ma quando il loro diametro è linee $2\frac{1}{2}$ Parigine, cioè quasi tre del Reno, o minore, allora questa specie di tubi detti *capillari*, perchè si possono far sottili come capelli, è soggetta a leggi molto diverse da quelle finora stabilite per gli fluidi. Tutti gli effetti de' liquori ne' tubi grandi hanno la loro origine dalla gravità, quelli de' tubi minori dall'attrazione, come apparirà chiaramente.

900. *Esperienze*. Muschenbroek, come riferisce nella dissertazione *de tubis capillaribus*, che sta colle altre dissertazioni Fisico-Geometriche prese il tubo CD di $\frac{1}{30}$ in diametro del pollice Renolandico, lungo pollici $3\frac{1}{2}$, che era unito alla sottile tavola BD divisa in linee, e mezze linee; sporgeva un poco fuori di questa, per potersi immergere nel fluido; prendendo la tavola con una molle

Tav. 23. Fig. 2.

per

per non riscaldare il tubo colla mano, ciò che potrebbe cagionare qualche mutazione, e immersa l'estremità C nel vaso AB, l'acqua salì dentro il tubo capillare all'altezza di linee 20. Immergendolo più addentro nel fluido, l'acqua sempre si mantenne sospesa sopra il livello di quella del bicchiere a linee 20. Estraendo il tubo dall'acqua vi restò dentro sospesa alla stessa altezza. Umettò prima da dentro lo stesso tubo, e tornò ad immergerlo, e l'acqua salì secondo il solito a linee 20. Lo pose nel vaso AB obbliquamente, e l'acqua occupò maggior lunghezza nel tubo, ma l'altezza perpendicolare sopra la superficie dell'acqua nel bicchiero fu la stessa di prima. Lo immerse nell'acqua calda, e salì nel tubo alla stessa altezza. Queste, e le sperienze, che riferiremo in appresso, devono sempre farsi con tubi poco prima usciti dalla fornace; perchè se è molto tempo, che sono stati fatti, l'aria s'attacca così tenacemente alle interne cavità de' tubi, che varia molto le stesse sperienze. Da qui è nata la diversità di quelle fatte da alcuni, che non hanno adoperata questa necessaria cautela. Si metta una goccia d'acqua sulla superficie esteriore del tubo, scenderà questa per la propria gravità fino alla estremità di sotto, dove arrivata, sarà tirata violentemente dentro il tubo stesso.

901. Dalle precedenti esperienze si ricava, che a questa salita niente influisce la profondità, a cui s'immerge, l'umettazione, e il caldo dell'acqua, nè l'inclinazione del tubo: ma la forza, che inalza l'acqua, è precisamente uguale a linee 20.

902. *Esperienze*. Dopo che l'acqua è nel tubo a linee 20 d'altezza si chiuda ermeticamente l'estremità a, l'acqua non si muove, si torni ad aprire, non farà alcun motivo. Ma se prima d'immergerlo, si chiudeva in a; immergendolo, l'acqua non saliva, che all'altezza d'una linea.

903. Dunque dentro il tubo v'è l'aria, che non potendo uscire dall'estremità a, per dar luogo all'acqua ch'entra, nè questa avendo molta forza, per condensarla, rispinge l'acqua, nè la fa salire più oltre. Ciò di più si conferma colle seguenti sperienze.

904. Se le sperienze tutte, che abbiamo esposte nel §. 900. si ripetono in una Campana di vetro votata d'aria, riescono tutte, come nell'aria libera; ma se ripetesi l'esperienza del §. 902., quantunque il tubo sia chiuso in a, l'acqua ciò non ostante sale alla consueta altezza di linee 20, quando il tubo è dello stesso diametro, e Tav. 23. Fig. 5.

vetro

vetro di quello adoperato nell' aria libera. Per fare la sperienza nel voto, s'adopera la macchina seguente. Sopra il disco EF d' ottone, che comunica con un tubo di metallo, che gli sta sotto, con cui si vota l'aria, ponete la campana di vetro RF aperta di sopra in pq. Quivi s' unisca con cera il disco metallico pq, che ha il collo forato b, per cui passa il bastone AB d'ottone circondato in b d'anelli di cuojo ingrassato con olio, acciocchè l'aria non possa da fuori penetrarvi. Al bastone AB, è attaccato un pezzo di sovero nr, per cui passano perpendicolarmente i tubi capillari ac, de, hi, lm. Il vaso CD dentro la campana s'empia d'acqua colorita, o altro liquore; quindi si vuoti la campana d'aria, premendo il bastone A, s'immergeranno l'estremità c, e, ec. dentro il liquore CD.

905. Per determinare il diametro de' tubi esattamente, si faccia il triangolo equilatero acb d'una sottilissima sfoglia d'ottone, e ciascun lato basta, che sia linee *6* di pollice, e ne' lati ca, cb si prendano le ottave, le quarte, le metà delle linee, le linee, la linea e mezza, le due linee. Tirati per gli punti 2, 2; 1, 1 ec. le parallele, saranno queste uguali alle due linee, la linea e mezza ec. Imperocchè posto c 2 uguale a due linee, ancora 2, 2 sarà uguale a due linee; perchè essendo acb triangolo equilatero, ancora 2 c 2 sarà tale. Così ancora la parallela 1, 1, sarà una linea, se c 1 l'abbiamo fatta uguale ad una linea. Per misurare adunque il diametro del tubo capillare, basterà metter la punta c nella sua apertura, e vedere, a quale delle parallele corrisponde.

Tav. 23. Fig. *6.*

MOTO DE' FLUIDI NE' TUBI D'ALTEZZA DIVERSA.

906. E *Sperienze*. Si facciano tubi d'altezza diversa, ma dello stesso diametro, e dello stesso vetro, se saranno di fresco fatti l'acqua sale più alto ne' più lunghi, che ne' più corti; ma la salita non siegue esattamente la lunghezza de' tubi, come apparisce dalla tavola presente cavata dalle Osservazioni del Musschenbroek.

Lun-

Lungbezza de' tubi.		*Altezza dell' acqua.*	
Pollici.	Linee.	Pollici.	Linee.
3 :	6 :	1 :	8
2 :	0 :	1 :	6
1 :	0 :	0 :	10
0 :	9 :	0 :	8
0 :	6 :	0 :	5 $\frac{1}{4}$
0 :	2 $\frac{1}{2}$	0 :	2 $\frac{1}{4}$

Lungbezza de' tubi. *$\frac{1}{6}$ di linea:*		*Salite dell' acqua.*	
Pollici.	Linee.	Pollici.	Linee.
7 :	6 :	4 :	7 $\frac{1}{5}$
6 :	0 :	4 :	4 $\frac{4}{5}$
5 :	0 :	4 :	2 $\frac{2}{5}$
4 :	5 :	4 :	1 $\frac{1}{2}$
Con un tubo più largo.			
24 :	0 :	3 $\frac{9}{10}$	
11 :	0 :	3 $\frac{7}{10}$	
8 :	6 :	3 $\frac{7}{10}$	
7 :	0 :	3 $\frac{6}{10}$	
4 :	0 :	3 $\frac{1}{10}$	
3 :	0 :	quasi fino all' orlo.	

Di più un tubo capillare, e lungo piedi 3 $\frac{1}{2}$ trasse l'acqua a pollici 13 d'altezza; avendo rotto una delle sue parti lunga piedi 2 la tirò all'altezza di pollici 12 $\frac{1}{2}$.

907. *Esperienze.* Ripetendo questi effetti nel voto, si trovano gli stessi, che nell'aria libera, e qualche volta sale l'acqua un poco più alta. Si torni di nuovo a far entrare l'aria nella campana, ne' tubi di 4, o 5 pollici l'acqua non si muove, in quei più alti, sale l''acqua a maggiore altezza, ma poco dopo torna a scendere alla consueta. L'acqua in tutti i tubi posti all'aria, o nel voto è concava in mezzo, e verso i lati del tubo sollevata.

908. L'aria dunque niente influisce all'innalzamento dell'acqua, anzi più tosto nuoce, come abbiamo osservato nel tubo chiuso. Onde cade la spiegazione di quelli, che hanno preteso di spiegare questi fenomeni per mezzo dell'aria grossa, e sottile. Dicevano essi, che facen-

facendo la cavità de' tubi ſtretta, le parti dell'aria craſſa ſono maggiori d'esſa cavità, e non posſono entrarvi; onde esſendo di fuori l'aria groſsa, e dentro il tubo l'aria ſottile, viene dall'aria groſsa eſteriore ſpinta l'acqua in esſo tubo. Se ciò foſse entrerebbe l'acqua ancora in queſto ermeticamente chiuſo, contro l'esperienza §. 902.

MOTO DE' FLUIDI NE' TUBI DI VARIO DIAMETRO.

909. *Esperienze*. Preſe il Muſchenbroek i tubi AB, CD attaccati alla ſottile tavoletta graduale, della ſteſsa lunghezza, e vetro, ma uno più groſso dell'altro; la loro lunghezza era di 5 pollici, e per lor mezzo osſervò le coſe ſeguenti.

Tav. 23. Fig. 3.

Diametri de' tubi. Pollici.	Parti decimali.	*Altezze dell' acqua.* Pollici.	Parti decimali.
0 :	38 :	0 :	09
0 :	13 :	0 :	3
0 :	09 :	0 :	41
0 :	08 :	0 :	46
0 :	06 :	0 :	61
0 :	05 :	0 :	74
0 :	04 :	0 :	93
0 :	02 :	1 :	85
0 :	018 :	2 :	80

910. Dalla tavola di ſopra ſi deduce, che le altezze, alle quali ſale l'acqua ne' tubi diverſi, ſeguono esattamente la ragione inverſa de' diametri. Di fatto ſe prendendo i tubi, che hanno per diametro 5, 4, ſi faccia queſta proporzione 4 : 5 :: 74 : x, ſi troverà $x = 92\frac{1}{2}$; ma dall'esperienze fu 93, dunque ec.

911. *Esperienza*. Lo ſteſso ſi può dimoſtrare facendo il tubo incurvato cda, coſicchè il braccio cb ſia maggiore di ab, l'acqua ſalirà più alta nel ſecondo, che nel primo, o ſi infonda dalla eſtremità c, o dalla eſtremità a. Tutte queſte esperienze ſi ripetono nel voto collo ſteſso ſucceſso. Esſendo per la Geometria i diametri, come le periferie de' cerchi, l'altezze dell'acqua, che ſono inverſamente, come i diametri, ſaranno ancora inverſamente, come

Tav. 23. Fig. 4.

me le periferie delle basi ne' tubi cilindrici. Ma per la Geometria solida ne' cilindri d'uguale altezza le periferie sono come le superficie, dunque le altezze dell'acqua saranno inversamente, come le superficie interne de' tubi.

912. Sia a l'altezza dell'acqua nel tubo più largo, il diametro della sua base sia B; e l'altezza del tubo più stretto sia A, il diametro della base b; sarà per l'esperienza a : A :: b : B, e perciò $aB = Ab$. Ma le quantità dell'acqua, ovvero le solidità de' cilindri sono, come le altezze multiplicate nelle basi de' medesimi, ovvero come le altezze ne' quadrati de' diametri per la Geometria, dunque le quantità dell'acqua salita ne' tubi saranno, come $aB^2 : Ab^2$; ovvero dividendo questi due termini per l'equazione di sopra, che nasce dalla sperienza, saranno le quantità dell'acqua salite ne' tubi, come B : b, cioè come i diametri delle basi, e perciò i tubi più larghi innalzano maggior quantità d'acqua, che i tubi più stretti.

DEL MOTO DI VARJ FLUIDI NE' TUBI.

913. Esperienze. Un tubo lungo 43 linee, il cui diametro era $\frac{1}{3}$ di linea si fu successivamente immerso in varj liquori, e osservarono le seguenti altezze secondo le diversità de' liquori.

	Altezze in linee.
Acqua	26
Alcohol, o siasi spirito di vino rettificato	18, o 19
Olio di Tartaro per deliquio	25
Spirito di Nitro di Glaubero	20
Olio di Vitriuolo	26, o 27
Olio Etereo di Trementina	18, o 19
Olio di Rape	21
Urina della mattina d'un Uomo sanò	33, o 34
Spirito di Sale ammoniaco	30, o 33
Argento vivo.	o, ovvero meno

del niente, cioè al contatto del tubo, l'argento vivo si deprimeva.

914. Da queste esperienze si ricava, che la salita de' liquori non si fa inversamente, come le gravità de' medesimi, perchè l'olio di vitriuolo, che è pesantissimo, sale a maggior altezza dell'acqua, e questa a maggiore altezza dello spirito di vino, che è leggierissimo. Dal che

di nuovo si ricava, che la salita de'liquori non si fa per alcuno impulso d'aria, o di vortici, o di altra maniera meccanica, dipendendo solamente da una particolare forza, che si truova tra varj liquori, e il vetro sparsa per tutta la lunghezza del tubo, e che si accresce diminuendosi la distanza. Perciò cadono le spiegazioni date da Roberto Occhio nella Micrografia osservazione 6, da Sinclaro nell'arte della gravità, dallo Sturmio nel Collegio Curioso, da Onorato Fabri nella Fisica al Trattato 5, libro 2, proposiz. 235; da Leeuwenhoek nella continuazione degli arcani della natura, lettera 131, da Bernulli della gravità dell'Etere, carte 239, da Roault nella Fisica, da Mairan nelle memorie dell'anno 1722.

915. *Esperienze*. Se un tubo appena s'immerge nel mercurio, questo resta di sotto il livello del mercurio stagnante nel vaso; ma se s'immerga un poco più profondamente, entrerà un poco il mercurio nel tubo, restando però sempre più basso di quello, che sia la superficie del mercurio stagnante nel vaso. Se s'infonda nel braccio c,
Tav. 23. Fig. 4. ovvero a, salirà nel braccio più largo in G, e nel più stretto starà più giù in H. Dentro i tubi sempre il mercurio ha una superficie convessa, al contrario di quello, che fa l'acqua.

DELLA SALITA DE' FLUIDI NE' TUBI DIVERSAMENTE PIEGATI.

916. *Esperienze*. Si prenda un tubo dritto, e immerso nell'acqua, si
Tav. 23. noti, a che altezza sale. Indi detratta l'acqua si pieghi in
Fig. 7. diverse maniere, come ABFCDE, con accostarlo leggiermente alla fiamma della candela. Immerso di nuovo nell'acqua, salirà questa alla stessa altezza perpendicolare di prima, qualunque sia la piegatura fatta a'tubi. Le perpendicolari altezze si determinano tirando le orizzontali AD, AC.

917. Da tutti questi fenomeni si ricava, che la spiegazione della salita ne'tubi capillari non si può derivare da altro, che dalla forza attraente, la quale si trova tra le parti della materia.

MOTO DE' LIQUORI TRA LE TAVOLE DI VETRO.

918. I Fenomeni delle lastre di vetro sono stati abbastanza da noi spiegati nel §. 638. e seguenti; resta ora, che dimostriamo,

mo, come in alcuni casi la linea curva, che veste il fluido tra le due lastre, è una iperbola tra gli assintoti. Rappresenti l'angolo ACB quello fatto dalle due lastre. Si divida BC in molte parti uguali eg, im; essendo l'angolo ACB minimo, i lati df, eg, hl, im, possono riputarsi come paralleli, onde hi, de saranno a loro perpendicolari, e perciò parallele; e noteranno la distanza delle lastre di vetro, e le figure degf, himl saranno parallelogrammi; l'altezze, alle quali sale l'acqua tra le due tavole, sono inversamente, come le distanze de, hi. Essendo eg = im per la costruzione, i parallelogrami degf, himl saranno tra di loro, come DE: HI. Ma de: hi è come l'altezza dell'acqua sopra hi all'altezza dell'acqua sopra de, dunque la piramide, o la quantità dell'acqua, che è tra le lastre, sopra la base degf, sarà uguale alla piramide, o quantità d'acqua, che ha per base himl, perchè queste piramidi reciprocano le basi, e l'altezze. Ma il triangolo dCe ∽ hCi; dunque de: hi :: eC: iC. Onde l'altezza dell'acqua in e sarà all'altezza dell'acqua in i, come iC: eC; ovvero reciprocamente come le distanze de, hi. Perciò l'altezza dell'acqua in i multiplicata nella iC, sarà uguale all'altezza in e multiplicata nella eC. Sia ora BC un lato della lastra, e la CM il lato, dove sono unite; xzy la curva, che ha l'acqua tra le lastre. Si divida il lato BC in parti uguali, eg, im, ec., sarà en l'altezza dell'acqua corrispondente al punto e, ed iz l'altezza dell'acqua corrispondente al punto i, secondo che poco fa abbiamo dimostrato, deve essere Zi ⋈ iC = en ⋈ eC; ma questa è la natura della iperbola tra gli assintoti BC, CM, che i parallelogrammi neC, ziC siano uguali; dunque la linea curva xzy, quando l'angolo de' piani è minimo, sarà una iperbola tra gli assintoti. Come dovea dimostrarsi. Tav. 22. Fig. 8. Tav. 22. Fig. 9.

IDRAULICA.

919. Nella Idraulica si tratta solamente delle macchine, colle quali si può innalzare l'acqua, o farla uscire da un tubo, di modo che imiti una fontana. Di queste macchine parleremo in parte discorrendo dell'aria, e de' fiumi, dipendendo molto queste Macchine dall'equilibrio dell'aria, e dell'acqua, e dalla forza elastica della prima.

920. In queste macchine Idrauliche abbiamo per lo più bisogno di mettere nel tubo, per cui si tira l'acqua una *valvula*, ovvero un cerchio di pelle ingrassata con olio, che trattiene l'acqua nel tubo. Le Tav. 24. Fig. 1.

 val-

valvole semplicissime non sono altro, che un cerchio di pelle ingrassata con olio, o grasso di cavallo CD, che in mezzo ha un forame, al cui orlo in m è attacato un altro cerchio di pelle ingrassata a, che dalla parte a s'apre spingendolo di sotto, ma torna poi a comprimersi, e chiudere il forame. Il cerchio CD s'attacca fortemente alla cavità interiore del tubo; l'acqua spingendo da sotto apre la valvula a, e sale sopra esso, nè può più retrocedere in dietro, anzi col suo peso sempre più chiude il forame. Sogliono ancora formare queste valvole di
Tav. 24. Fig. 2. varj cerchi di pelle, compresi tra due d'ottone; il superiore de'quali è forato in più luoghi, come si vede in AB. Sopra questo ve n'è un altro CD d'ottone parimenti, e mobile dentro il bastone a b c.

921. Descritte le valvole esporremo la seguente macchina, colla quale si può sollevar l'acqua a qualunque altezza. Si faccia il tubo
Tav. 24. Fig. 3. AB fornito della valvola CD, che s'apre dalla parte di sotto in E. All'estremità del manico IH ci sono varj circoli soprapposti di pelle ingrassata, che esattamente riempiono la cavità del tubo, e formano quello che noi diciamo *Stantuffo*, come si vede in GF; è armato questo ancora della valvola G. Posto il tubo dentro l'acqua, cosicchè il forame B resti coperto da essa, attaccato il manico all'anello H, s'alzi, e s'abbassi l'asta KI. Nell'abbassarsi lo stantuffo, l'acqua spinge la valvola G, ed entra in GE; quando s'alza di nuovo, l'acqua compressa apre la valvola E, e sale sopra CD. In questa forma a poco a poco arriva in M che è un tubo sostentato dal braccio y, da dove si scarica. Con questa specie di tromba possiamo alzar l'acqua a qualunque altezza; utilissima perciò sarebbe, se quando si guastano, potessero facilmente risarcirsi.

922. Tra le macchine idrauliche si numerano ancora quelle, col-
Tav. 24. Fig. 4. le quali si dimostrano varj giocondi spettacoli nelle fontane. I. Per costruire una fontana, che tenga sempre in aria sospesa la palla A, basta che il getto d'acqua BA sia esattamente perpendicolare, e veloce; posta sopra l'acqua una palla leggiera, come una galla, questa resterà sempre in A, risospinta dall'acqua.

923. II. Per formare una fontana, che imiti la pioggia s'applichi
Tav. 24. Fig. 5. al tubo, onde esce l'acqua il vaso AB metallico di forma lenticolare tutto pieno di piccioli forami. L'acqua uscendo con impeto per essi, imiterà la pioggia, sciogliendosi in gocce.

924. III. Dovendo rappresentare coll'acqua un lenzuolo, al tu-
Tav. 24. Fig. 6. bo AB si saldino due segmenti sferici ED, che per mezzo della vite C s'accostano colle loro periferie, quanto si vuole. Rendendoli

vici-

viciniſſimi, l'acqua obbligata d'uſcire per quello ſpazio anguſtiſſimo, detto *crena*, ſi dilaterà a guiſa d'un lenzuolo.

925. IV. Se ſi dovrà imitare la neve dal cielo cadente, baſterà al tubo ADE ſaldare il globo C, coſicchè ſia attaccato al labbro del tubo ſolamente in G, B, e laſci un anguſtiſſimo ſpazio per cui l'acqua ſia obbligata a paſſare. Uſcendo queſta con impeto per la ſtrettezza di queſto luogo, e urtando nel globo C ſi muterà in ſpuma, e in tal modo imiterà la neve cadente. Tav. 24. Fig. 7.

926. V. Quando ſi voglia obbligar l'acqua d'andare per tutte le direzioni, baſta ſemplicemente fermare a vite al tubo B un vaſo F, in più luoghi come in D, O, G, M, H forato, e che abbia ſaldati a tutti queſti forami altrettanti tubi A, P, N, H, E, L, la diſpoſizione de' quali dipende dal buon guſto dell'artefice. Tav. 24. Fig. 8.

927. Lontano dal noſtro iſtituto ſarebbe il più diffonderſi nell' Idroſtatica, e Idraulica, avendone già eſpoſto i teoremi fondamentali, e dato un ſaggio d'alcune macchine, poſſono ſupplire i libri già citati in più occaſioni, e ſpecialmente nel fine della Statica; a queſti per l'Idroſtatica particolarmente poſſiamo aggiungere l'Hydrodinamica di Daniele Bernoulli ſtampata nel 1734.

CAPO XVIII.

De' Pendoli ſemplici, e compoſti.

928. IL *Pendolo* è un ſottiliſſimo, e non ritorto filo, alla cui eſtremità è ſoſpeſo un globo di forma lenticolare, come CA. Se il filo ha un ſolo globo attaccato, che non ſia molto grande, ſi chiama *Pendolo ſemplice*; ſe il globo è grande, o il filo è di metallo peſante, ove è più d' un globo attaccato nella lunghezza del filo, ſi dice *Pendolo compoſto*; quando ſono più globi deve eſſere un filo di metallo. Alzando il globo A col filo in B, e poi laſciandolo, queſto per la propria gravità ſcenderà in A, colla velocità acquiſtata riſalirà per un arco uguale AD, non computando la reſiſtenza dell'aria, e lo ſtrofinamento del filo col chiodo. La diſceſa per l'arco BA, e la ſalita per l' uguale AD, ſi dice *una vibrazione*, o *oſcillazione*; la ſola diſceſa, o ſalita, *mezza vibrazione*. Tav. 22. Fig. 10. Tav. 25. Fig. 1.

PRO-

PROPOSIZIONE XXVIII.

Se un pendolo cada da altezze diverſe, le velocità ſono, come le corde degli archi, che deſcrive.

929. SIA AB il filo del pendolo, e prima ſi laſci dall'altezza D, indi dall'altezza C; dal centro A intervallo AB deſcritto Tav. 22. Fig. 11. il cerchio CBM, e tirate le corde DB, CB, ſarà la velocità, che ha deſcrivendo l'arco DB, a quella deſcrivendo l'arco CB, come la corda DB alla corda CB. Perchè calate le perpendicolari CF, DE al diametro BG, e tirate l'altre corde DG, CG; eſſendo gli angoli GCB, GDB retti, dal corollario 2. della propoſizione 8. del libro 6. di Euclide, ſarà $BG : DB :: BD : BE$, e perciò $BD = \sqrt{BG \times BE}$; e multiplicando per $\sqrt{BG}$ ſarà $BD \sqrt{BG} = BG \sqrt{BE}$; onde riſolvendo in proporzione $\sqrt{BE} : \sqrt{BG} :: BD : BG$. Nella ſteſſa maniera dimoſtrerò, che $\sqrt{BF}\ \sqrt{BG} :: BC : BG$. La velocità acquiſtata nel diſcendere per l'arco DB è uguale alla velocità acquiſtata nel diſcendere dall'altezza EB §. 778.; così ancora la velocità per l'arco CB è la ſteſſa, che per l'altezza FB. Ma la velocità per EB a quella per GB è come $\sqrt{EB} : \sqrt{GB}$ ovvero, come $BD : BG$, dalla penultima proporzione, e la velocità per BF è a quella per BG, come $BC : BG$. Dunque per l'uguaglianza delle ragioni ſarà $\sqrt{EB} : \sqrt{FB}$; ovvero la velocità per l'arco DB a quella per l'arco CDB, come $DB : CB$. Dunque le velocità de' pendoli ſono come le ſotteſe degli archi con termini. Come dovea dimoſtrare.

930. Da queſto teorema ſi ricava il metodo di dare ad un corpo qualunque velocità. S'applichino le corde, e ſotteſe B1, B2, B3, B4, le quali ſiano tra loro nella proporzione aritmetica naturale, ovvero come i numeri, 1, 2, 3, 4, ec. Se il globo B ſi laſcerà dall'altezza 2, acquiſterà 2 volte più velocità, che laſciato da altezza 1, onde ſe la velocità, che acquiſta cadendo dal punto 1, ſi dice un grado di celerità, cadendo da altezza 2 ne acquiſterà 2, da altezza 3, ne guadagnerà 3 ec. perchè le velocità ſono come le corde.

PRO-

PROPOSIZIONE XXIX.

I tempi impiegati da' pendoli a descrivere archi simili, sono come le radici quadrate delle lunghezze de' pendoli.

931. Siano due pendoli disuguali OD, CA, che descrivano gli archi simili DF, AG; il tempo impiegato dal globo D, a descrivere l'arco DF, è a quello che impiega A per descrivere l'arco AG come $\sqrt{DO} : \sqrt{AC}$. Archi simili si dicono quelli, che sottendono gli angoli O, C uguali. Perciò i pendoli descriveranno archi simili quando si lasceranno cadere da uguali altezze. Per dimostrare il teorema, siccome il tempo è come la radice quadrata dello spazio ne' corpi gravi cadenti, e gli archi de' cerchi sono composti d'infinite linee rette, o piani inclinati contigui, sarà il tempo per l'arco DF come $\sqrt{DF}$; e per l'arco AG come $\sqrt{AG}$. Ma essendo gli archi simili abbiamo $DF : AG :: DO : AC$; e perciò $\sqrt{DF} : \sqrt{AG} :: \sqrt{DO} : \sqrt{AC}$; dunque il tempo per l'arco DF, a quello per l'arco AG sarà come $\sqrt{DO} : \sqrt{AC}$. Ciò che dovea dimostrare. Tav. 25. Fig. 2.

932. Dunque le lunghezze de' pendoli sono come i quadrati de' tempi, ne' quali descrivono archi simili. Perciò se sapremo i tempi impiegati da due pendoli a descrivere archi simili, avremo ancora la relazione, che passa tra le loro lunghezze. Vibri il primo pendolo in 3 minuti, il secondo in 4; le loro lunghezze saranno come 9 16. Onde se ne sarà data una, troveremo l'altra; sia quella del primo 3 palmi; si faccia $9\ 16 :: 3 : x = \frac{48}{9} = 5\frac{1}{3}$. Quindi ancora date le lunghezze de' pendoli potremo trovare il tempo da loro impiegato nel percorrere archi simili.

933. Dallo stesso teorema ne nasce, che i pendoli più lunghi devono muoversi più tardi de' più corti; perchè obbligandoli a descrivere archi simili, i tempi delle loro vibrazioni devono essere come le radici delle lunghezze. Ciò più volte abbiamo in Fisica supposto.

934. Ne siegue inoltre, che i numeri delle vibrazioni fatte da un pendolo in un dato tempo, sono inversamente come le radici quadrate delle loro lunghezze; e perciò le lunghezze de' pendoli sono inversamente come i quadrati de' numeri delle oscillazioni. Imperocchè il tempo impiegato in una vibrazione è inversamente come il nu-

numero delle oscillazioni fatte in un dato tempo; perchè quanto maggior numero di vibrazioni fa un pendolo in un dato tempo; tanto più breve deve essere la durata d'una sola. Ma i tempi delle vibrazioni sono come le radici delle lunghezze direttamente; dunque i numeri delle vibrazioni in un dato tempo, saranno inversamente come le radici delle loro lunghezze.

935. Da questa proporzione si deduce il modo di trovare date le lunghezze di due pendoli, e il numero delle oscillazioni fatte da uno in un tempo dato, il numero, che nello stesso tempo sarebbe l'altro. Se un pendolo lungo 16 piedi in un minuto facesse 21 oscillazioni; un pendolo lungo 9 piedi, quante ne farebbe. Si faccia §. 934., estraendo la radice dalle lunghezze, $3 : 4 :: 21 : x$, sarà $x = \frac{84}{3} = 28$. Così ancora dati i numeri delle oscillazioni, e la lunghezza d'un pendolo, si può trovare quella di un altro.

936. Tutto ciò che si verifica, quando gli archi sono simili, siccome è di sommo utile nella scienza naturale; così è necessario poterlo applicare ancora alle vibrazioni non simili. Otterremo questo obbligando il pendolo a descrivere archi minimi, o piccoli, i quali non passino i tre gradi di cerchio. In tal caso gli archi possono quanto al senso riputarsi simili; perchè essendo gli archi minimi, la differenza, che passa tra loro, non sarà considerabile, onde nè pure quella, che vi è tra gli angoli da questi archi sottesi. Dunque se obbligheremo i pendoli a descrivere piccoli archi di cerchio, potranno loro applicarsi tutte le proprietà degli archi simili.

937. Un altro vantaggio ricaveremo dagli archi minimi, ed è, che i pendoli descrivendo questi archi, quantunque sieno disuguali, ciò non ostante li percorreranno nel tempo stesso; onde gli archi minimi sono isocroni. La ragione di questo è, che quando gli archi de'cerchj sono minimi, la loro curvatura si confonde con quella d'un arco di cicloide, che si tirasse dalla stessa estremità dell'arco circolare; ma gli archi ciloidali, come diremo in appresso, sono equidiuturni, dimodochè un corpo, che scenda per questi archi, li descrive nel tempo stesso, siano grandi, o piccoli, come abbiamo dimostrato coll' esperienza §. 544., e colla teoria vedremo in appresso; dunque ancora gli archi circolari, quando sono minimi, saranno percorsi in tempi uguali, sebbene essi siano disuguali. Da questo ricaviamo il vantaggio di poter avere per mezzo de'pendoli una più esatta misura del tempo; perchè qualunque sia la resistenza, che incontra il pendolo nel

muo-

muoversi, la quale l'obblighi a descrivere un arco minore; ciò non ostante questo lo descriverà nel tempo stesso che il maggiore.

938. Questo isocronismo degli archi minimi di cerchio disuguali è stato confermato dalla sperienza, la quale ha fatto vedere in più occasioni, che due pendoli della stessa lunghezza descrivendo archi minimi in 100 oscillazioni, la differenza del tempo da loro impiegato appena era sensibile. Anzi il Mairan nelle Memorie dell' Accad. Reale del 1735. dimostra, che in 11382. oscillazioni, solamente la differenza sarà d'una vibrazione, se l'arco del primo pendolo sia minimo, e quello del secondo di 3 gradi di cerchio; che se l'arco del secondo sia di 2 gradi, la differenza d'una oscillazione sarà dopo vibrazioni 29000.

939. Comunemente solevano dimostrare l'isocronismo degli archi minimi i meccanici, perchè questi poco sono diversi dalle corde de' medesimi, e le corde del circolo sono isocrone, come abbiam dimostrato §. 774. Così Keillio lezione 15. Teor. 41., e Parent nel Giornale Francese del 1701. Il primo, che conobbe il difetto di questa dimostrazione fu Giovanni Bernoulli negli Atti di Lipsia del 1714., e dopo lui altri ancora nelle memorie del 1722. Quantunque sia vero, che le corde si confondono quasi cogli archi de' circoli, quando questi sono minimi, pure dalla loro uguaglianza non possiamo dedurre l'uguaglianza del tempo, che impiega un corpo a descriver l'arco, e la corda; perchè l'arco è diversamente inclinato all'orizzonte che la corda. L'arco per esempio CB, se si considera, il suo primo elemento vicino al punto C, è meno inclinato all'orizzonte, e perciò più perpendicolare del minimo elemento della corda CB, che ha rispetto all'orizzontale la stessa inclinazione, di tutta la corda, perchè è una linea retta. Di fatto il minimo elemento dell'arco nel punto C è lo stesso, che la tangente tirata a questo punto, la quale, come facilmente si comprende, fa col piano orizzontale un angolo maggiore della corda CB. Ma quanto meno è inclinato il piano, tanto più presto ne scende il corpo; dunque il tempo, che impiega il corpo a descrivere l'arco CDB, sarà più brieve di quello che consuma in descriver la corda CB; e perciò sebbene l'arco, e la corda fossero quasi uguali; ciò non ostante i tempi, sarebbero diversi. Dimostra di più l'Ugenio nel Trattato *de Horologio oscillatorio* Teor. 9. che il tempo per l'arco è a quello per la corda, come il quadrante al diametro; ma la quarta parte del cerchio è minore del diametro: dun- Tav. 22 Fig. 11.

que ancora il tempo per l'arco sarà più piccolo di quello per la corda.

940. Questo è ciò che intorno a' pendoli semplici è di maggiore considerazione. Quando vogliamo formare un pendolo il più semplice, che si possa, questa sarà la costruzione. Ad un filo sottile di seta cruda, acciocchè non si ravvolga nel suo moto, o pure ad un filo di *pita*, cioè di que' filamenti delli quali sono composte le foglie d'aloe, i quali hanno un piccolissimo peso, e sono molto forti, si sospenda una palla di metallo acciaccata, che sia larga un pollice, si fa così, per evitare quanto sia possibile la resistenza dell'aria. All'altra estremità del filo si faccia un largo nodo come si vede in figura, e si attacchi il filo ad un chiodo ben levigato. Così otterremo un perfetto pendolo semplice. Se all'estremità del filo s'attaccasse un corpo grande, il pendolo ritarderà, o accelererà il suo moto, non già per lo peso maggiore attaccato; perchè dimostrammo §. 562, che tutti i corpi grandi o piccoli sono equiveloci; ma perchè s'allunga, o accorta il filo del pendolo, come diremo in appresso, onde §. 933 si ritarda, o accelera il suo moto. Con un simile pendolo determinò il Mairan nelle memorie del 1735., che un pendolo semplice a Parigi, per oscillare a seconde, deve esser lungo piedi 3, linee 8, $\frac{17}{30}$.

Tav. 3. Fig. 5.

941. Un pendolo in questa maniera formato, quando s'obbliga a descrivere minimi archi, sarà un'esatta misura del tempo; ma non già in tutti i tempi dell'anno, perchè di state allungandosi col calore l'asta, specialmente se si fa di metallo, e di verno accorciandosi, nel primo caso ritarderà, nel secondo accelererà il suo moto, come primo di tutti osservò Wendelino, e nelle Memorie stesse dell' Accad. Reale confermò De la Hire colle sperienze. Il celebre Professore d' Istromenti Graham nelle Transazioni Inglesi n. 392. supplì a questo difetto facendo voto il globo del pendolo, e riempendolo più della metà d'argento vivo. Il calore allunga l'asta del pendolo, ma lo stesso calore dilata ancora l'argento vivo, ed occupando questo un maggior velume di prima, accorcia l'asta del pendolo stesso, perchè fa innalzare il centro di gravità della palla, come vedremo parlando de' pendoli composti.

942. Col mezzo degli archi minimi non solamente come abbiamo detto s'applicano a tutti i pendoli le maravigliose proprietà degli archi simili, ma inoltre si rendono le oscillazioni equidiuturne; il che è di sommo uso per fare il pendolo un'esatta misura del tempo. Perchè applicandolo questo agli orologj, che si muovono con peso, o a molla,

molla, rende il loro moto equabile, qualunque sia la resistenza che incontrano, la quale renderebbe più tardo, e perciò disuguale il lor moto. Dopo l' invenzione del pendolo, che la dobbiamo al celebre Galileo, a cui venne primo in pensiero vedendo il moto d' una lampada nel duomo di Firenze, e l' applicazione d' esso fatta agli orologj dall' Ugenio, onde è, che questi sovente si chiamano pendoli, è nato, che l' orologio a pendolo comune si può meritamente chiamare l' esatta misura del tempo.

943. Vide pero l' Ugenio, che quantunque applicato il pendolo all' orologio, regolasse esattamente il suo moto; pure molte essendo le cause delle resistenze in questa macchina, che nascono dallo strofinamento de' denti, e dagli assi ec. sarebbe stato obbligato il pendolo da queste a ritardare il suo moto. Perciò non riflettendo forse alla proprietà degli archi minimi, si pose a cercare una curva, la quale essendo obbligato a descrivere il globo del pendolo, quantunque descrivesse archi disuguali, ciò non ostante lo facesse in tempo uguale. Gli riuscì trovare, che questa curva era la cicloide, onde studiò il modo d' obbligare un pendolo a descrivere archi cicloidali, e fu felice l' evento. Ma siccome questo metodo è molto faticoso, nè interamente sicuro in pratica, così al presente è ito in disuso, e a maraviglia si supplisce con alzar poco dall' orizzonte i pendoli, acciocchè descrivano piccoli archi, come abbiam detto di sopra. All' incontro essendo molto utile a questa dottrina, specialmente per dimostrare la maravigliosa proprietà della Cicloide, detta perciò curva *tautocrona*, così non riusciremo d' esporla.

944. Se il cerchio x si concepisca girare sopra la linea BDA, secondo la direzione DNZM, la curva BGZCA da un punto d' esso descritta, si chiama Cicloide, o Trocoide §.501. il circolo x si dice *circolo generatore*, il suo diametro ZD, l' asse della cicloide, BGZ mezza cicloide, e la retta ABD è uguale alla periferia del cerchio generatore, come apparisce dalla maniera di formare la cicloide. Tav. 25. Fig. 3.

945. Se si tiri PL ovunque sia, purchè parallela alla AB, sarà PM uguale all' arco contermino MZ del cerchio generatore. Perchè concependo il cerchio generatore x arrivato in d; essendo PL parallela alla AD, l' arco Pb = MZ; ma per la origine della cicloide l' arco Pd = Ad, e tutto dPb = DA; dunque il restante PB, ovvero MZ = Dd = Lx, per le parallele. Ma essendo l' arco Pb = MZ, ancora i loro seni Px, ML sono uguali; dunque aggiungendo a questi la co- Tav. 25. Fig. 4.

 mune

mune xM, sarà $Lx = PM$; e perciò avendo dimostrato $MZ = Lx$, sarà ancora $MZ = MP$. Come dovea dimostrare.

946. Sia ARND una porzione di cicloide, AQB il cerchio generatore; se si tiri MN perpendicolare all'asse AB, e dal punto N la tangente NT alla cicloide, e dal punto E del circolo la corda EA; sarà questa parallela alla tangente. Imperocchè tirata NM infinitamente vicina alla RP, e dal punto E la tangente al circolo EQT, e la RS parallela alla TE, saranno QE, RN gli elementi delle tangenti ET, NT, perchè MN è infinitamente vicina alla PR; e perciò $QE = RS$, e $QR = ES$ per la costruzione essendo parallele. Dunque QE ovvero $RS = SN$, cioè la differenza degli archi circolari AE, AQ, è uguale alla differenza delle semiordinate EN, QR. Ma per la costruzione $TEN \backsim RSN$; dunque ancora $TE = EN$. Ma per cagione della tangente TE l'angolo TEM è doppio dell'angolo AEM per la geometria, e l'angolo TEM come esterno, è doppio di TNE; dunque $AEM = TNE$, cioè l'esterno è *uguale all'* interno; e perciò AE sarà parallela alla TN. Come dovea dimostrare.

Tav. 25. Fig. 5.

947. Qualunque arco della cicloide, per esempio MA è doppio della corda corrispondente PA del circolo generatore APB, la qual corda si limita colla MQ perpendicolare all'asse AQB. Imperocchè tirata mq infinitamente vicina alla MQ, e tirata MS perpendicolare alla mq, e la tangente MT della cicloide, si faccia $AQ = x$, $AB = 1$ perchè è costante, sarà $QB = 1 - x$, e la Qq ovvero $MS = dx$. Per la natura del cerchio, PQ è mezza proporzionale tra le BQ, QA, dunque $1 - x : PQ :: PQ : x$, e perciò $\overline{QP}^2 = x - x^2$, onde $PQ = \sqrt{x - x^2}$; e perciò per la 47 lib. 1. d'Euclide sarà $\overline{AP}^2 = x - x^2 + x^2 = x$, e la $AP = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ §. 311. Il triangolo $APQ \backsim MSm$, perchè l'angolo $APQ = TMQ = MmS$; per le parallele PA, TM §. *946*., e le parallele MQ, mq per la costruzione, e gli angoli Q, S sono retti. Dunque $AQ : AP :: MS : Mm$, ovvero sostituendo i loro valori $x : x^{\frac{1}{2}} :: dx : Mm$; onde $Mm = x^{-\frac{1}{2}} dx$; e perciò il differenziale Mm dell'arco cicloidale MA sarà $x^{-\frac{1}{2}} dx$; e integrando §. 372. 376. sarà tutto l'arco cicloidale $MA = 2x^{\frac{1}{2}} = 2AP$, o alla doppia corda del circolo generatore. Come dovea dimostrare. Questa operazione si chiama la *rettificazione* della cicloide, perchè per suo mezzo si trova una linea retta uguale alla cicloide. Posti questi preliminari sia.

Tav. 25. Fig. 6.

PRO-

PROPOSIZIONE XXX.

Il tempo d'un'intera oscillazione per qualunque arco cicloidale, per esempio QB, è al tempo della discesa perpendicolare per HB diametro del cerchio genitore, come la periferia del cerchio, al diametro. Tav. 25. Fig. 7.

948. IL diametro del cerchio generatore HB si chiami a, l'altezza HB, dalla quale scende il globo del pendolo descrivendo l'arco QB, si dica 2r, HP si dica x, sarà $PB = 2r - x$. Il tempo, che impiega in descrivere QB sia t. Sopra HB si faccia il semicerchio HNB, e si tirino PM, pm infinitamente vicine, e perpendicolari alla HB; ed NO, Rm perpendicolari alla pm; indi si tiri la corda BS; il tempo impiegato a descrivere l'arco minimo Mm, sarà df. Per la natura del cerchio sarà $PN = \sqrt{2rx - x^2}$; ed ancora Pp, ovvero NO, ovvero $Rm = dx$. La celerità acquistata nella discesa di Pp sarà $\sqrt{x}$, onde ancora la velocità acquistata per lo piano Mm, sarà $\sqrt{x}$. Onde essendo il moto per Mm uniforme, sarà il tempo per Mm, ovvero $dt = (Mm : \sqrt{x})$. Ma §. 947. il triangolo MRm $\backsim$ BPS; dunque $Mm : mR :: BS : BP$. Di più nel triangolo rettangolo ASB abbiamo dal libro 6.; $AB : BS :: BS : BP$; dunque $BS : BP$ è in ragione sudduplicata di $AB : BP$, ovvero $BS : BP :: \sqrt{AB} : \sqrt{BP}$; onde $Mm : mR :: \sqrt{AB} : \sqrt{BP}$, e perciò $Mm = (mR\sqrt{AB} : \sqrt{BP})$; e sostituendo i valori, $Mm = (dx\sqrt{a} : \sqrt{2r - x})$, onde essendo $dt = (Mm : \sqrt{x})$, sostituendo il valore di sopra sarà $dt = (dx\sqrt{a} : \sqrt{x}\sqrt{2rx - x})$ ovvero $dt = (dx\sqrt{a} : \sqrt{2rx - x^2})$, e multiplicando la frazione per 2r sarà $dt = (2rdx\sqrt{a} : 2r\sqrt{2rx - x^2})$; ma l'arco del cerchio $Nn = (rdx : \sqrt{2rx - x^2})$, dal Problema 52. capo 3. dell'analisi infinita di Wolfio; dunque $dt = (2\sqrt{a} \times Nn : 2r)$, e risolvendo in proporzione $dt : 2\sqrt{a} :: Nn : 2r$. Ma $2\sqrt{a} = (2a : \sqrt{a})$; dunque $dt : (2a : \sqrt{a}) :: Nn : 2r$. Ma il tempo per da è uguale $(da : \sqrt{da})$; dunque integrando, il tempo intero per la perpendicolare AB, sarà $(2a : \sqrt{a})$. Supponiamo ora, che dt diventi t, cioè esprima l'intero tempo per l'arco QB, ancora Nn degenererà nella periferia del cerchio BNH, e perciò essendo 2r il diametro BH, in vigore della proporzione ultima il tempo della discesa per l'arco cicloidale QB sarà al tempo della discesa per lo diametro del cerchio genitore AB, come la periferia del cerchio al diametro. Come dovea dimostrare.

949. Da

949. Da questo teorema ne siegue, che qualunque arco di cicloide descrive il pendolo lo farà nel tempo stesso per la proporzione costante, che passa tra la periferia di qualunque cerchio, e il suo diametro, dunque la cicloide è una curva *tautocrona*.

Tav. 25. Fig. 8. 950. Per obbligare il pendolo a descrivere archi cicloidali, è necessario osservare, che se un filo flessibile AFC si adatti alla curvatura d'una lastra BMC, che si chiama *evoluta*, nello sciogliersi da questa, o nello staccarsi il punto E dal punto B, dovrà la sua estremità E descrivere una curva BEA; il filo EM si chiama *raggio della evoluta*. Ora se le due lastre d'acciajo BMC, CD siano due mezze cicloidi, il filo EMC nello sciogliersi descriverà una cicloide BAE.

Tav. 25. Fig. 9. 951. Per dimostrarlo sia FMB il cerchio, che produsse le due semicicloidi AqC, CD. Si faccia AD uguale alla periferia del cerchio genitore FMB, e il filo CB uguale a due FB, se in B si attacchi un globo descriverà una cicloide ABD uguale alle due cicloidi AC, DC. Imperocchè s'innalzi il perpendicolo Af = FB, e si tiri fC. Quindi dal punto q, dove si scioglie il filo, si tiri qmp, e dal punto R, dove bacia la curva AR, che descrive, si tiri RMP parallela alla AF. Fatti inoltre i semicerchi fmA, FMB si tirino le corde mA, MF. Per la natura della evoluta l'arco Aq = RNq; ed Rq, toccando l'arco cicloidale Aq, sarà parallela alla corda Am, e l'arco Aq = 2Am §. *946. 947.*; onde ancora Rq uguale 2Am. Ma CF = FB per ipotesi; dunque per la natura della evoluta del filo CB sarà la linea Nq = NR. Perchè mentre il filo CB si applica alla curva Cq, altrettanto si abbrevia nel punto R; dunque ancora qN = mA, e perciò mq = AN per la 33 del lib. 1. d'Euclide. Nella stessa maniera dimostrerò, che NRMF è un parallelogrammo; e perciò NF = RM, FM = NR = Nq = mA. Onde essendo le corde mA, FM de' circoli uguali, fra loro uguali, ancora l'arco Am sarà uguale all'arco MF. Ma la linea mq, ovvero AN è uguale all'arco mA §. *945. o all'* arco FM; e la fC, o pure AF = fmA, ovvero FMB per la costruzione; dunque il restante NF, o la sua uguale MR = MB; e perciò il punto R sarà nella cicloide §. *945.* onde la curva ARBD sarà una cicloide. Come dovea dimostrare.

Tav. 25. Fig. 10. 952. Dal pendolo semplice si passa facilmente a parlare dal composto. Potendo il pendolo semplice cangiarsi in composto o per la gravità dell'asta, o per la mole del globo, o perchè siano più globi all'astà attaccati, esamineremo quest'ultimo caso, che darà lume per

gli

gli altri. Siano all' asta CA annessi due globi A, B a diverse distanze dal centro C di sospensione. Non è difficile il vedere, che abbiamo due pendoli di lunghezze diverse in uno, cioè il pendolo CB, e CA. Se il primo fosse solo, essendo più corto di CA, andrebbe più veloce, se CA fosse solo andrebbe più tardo di CB. Dunque essendo uniti insieme, dovrà il globo B accelerare, A, e questo ritardare B. Onde amendue i globi operano uno contro all'altro, e ciò per lo proprio peso, e le velocità, colle quali si muovono, che sono espresse per le distanze CB, CA dal punto C di sospensione, intorno al quale descrivono archi simili. Perciò tra tutti e due i globi A, B si darà un punto simile al centro di gravità, che però dovrà chiamarsi *centro de' momenti*, perchè si tratta non delle semplici gravità, ma de' loro momenti. Il momento del globo A sarà $A \times AC$, quello di B sarà $B \times BC$.

953. Questo centro dividerà la distanza de' globi A, B in ragione reciproca de' loro momenti, e amendue i globi colle loro azioni s' uniranno a muovere questo punto; quasi che in esso fossero ambidue posti. Duuque supposto che questo punto sia D, vi si concepirà unita la forza di tutti due i globi; e perciò meritamente ancora si chiama *centro di percussione*; perchè se il pendolo CBA nel muoversi urta in un corpo, il massimo urto lo farà nel punto D. Lo stesso ancora dicesi *centro di vibrazione, o d' oscillazione*, perchè concependovisi unita la forza de' due pendoli CB, CA, trovato questo punto D, se si facesse un pendolo la cui lunghezza fosse CD, e nel punto D s' unissero i due momenti de' globi B, A, sarebbe un pendolo semplice isccrono al composto CBA.

954. La dottrina adunque de' pendoli composti si riduce tutta a trovare il loro centro d' oscillazione, ovvero la lunghezza del pendolo semplice, che faccia le sue vibrazioni nel tempo stesso del pendolo composto. Siccome in tre maniere può questo accadere, così tre casi distingueremo ne' pendoli composti.

955. I. Sia il pendolo CBA composto di più globi, e debba determinarsi il suo centro d' oscillazione. La regola è la stessa, che per trovare il centro di gravità §. 684. con questa sola differenza, che qui deve stabilirsi il centro de' momenti, dividendo la distanza BA in ragione reciproca de' momenti; cosicchè $A \times AC : B \times BC :: BD : AD$. Questo centro de' momenti deve esser diverso da quello di gravità; di modo che, se D sarà quello de' momenti, quello di gravità

sarà

sarà in E, o in qualunque altro punto, che divida la distanza AB in ragion reciproca de' loro pesi.

956. II. Sia il pendolo CA composto, perchè il volume GIFH del globo è grande, e perciò il suo centro di gravità non può concepirsi unito in G. Diviso il globo in due metà IGH, IFH, si possono concepire all'asta CG attaccati due mezzi globi; e perciò la stessa regola data di sopra servirà ancora in questo caso. Trovisi il centro di gravità del mezzo globo IGH, che sia B, e quello di IGH che sia A; essendo i due semiglobi dello stesso peso, i loro momenti saranno come le velocità BC, AC, colle quali si muovono. Dunque dovrà dividersi la sostanza AB in ragione reciproca delle velocità, e fare AC : BC :: BD : ED, il qual punto D d'oscillazione sarà necessariamente diverso da quello del volume E, o della sua gravità, essendo il corpo omogeneo.

Tav. 25. Fig. 11.

957. III. Di più difficile considerazione è il terzo caso, in cui il pendolo diventa composto, perchè l'asta è pesante, nè vi è sospeso alcun altro corpo. Per concepire il modo di determinare in qualunque asta sospesa da una sua estremità il centro d'oscillazione, è necessario supporre una regola, che dà il Wolfio nel teorema 62 del Capo 10. della Meccanica, per determinare alla prima la lunghezza del pendolo semplice isocrono al composto. Ciascun peso si multiplichi nel quadrato della distanza dal centro di sospensione, e la somma di questi prodotti si divida per la somma de' momenti di tutti i pesi attaccati all'asta; il quoziente darà la lunghezza del pendolo semplice ricercato.

Tav. 25. Fig. 10.

958. Questa regola di Volfio non è difficile coll'Analisi il dimostrarla. Sia il peso di B espresso con p, di A con P; la lunghezza AC si chiami V, la lunghezza BC si dica v; AD sia x; sarà AB = V — v, per la regola di trovare il centro di gravità §. 684., o nel nostro caso quello de' momenti, avremo questa proporzione $PV + pv : V - v :: pv : x$; onde AD ovvero $x = (Vpv - pv^2 : PV + pv$, e perciò $DC = V - (Vpv - pv^2 : PV + pv) = (PV^2 + pv^2 : PV + pv)$, se si sommino insieme per le regole delle frazioni il numero intero V colla sua frazione vicina. Come dovea dimostrare.

959. Sia ora l'asta pesante AB sospesa dal punto A. Il suo centro d'oscillazione sia D, e la DP sua parte infinitamente piccola. AB si chiami a; AD si dica x; DP s'esprimerà per dx, essendo la velocità di questa particella espressa per DA, il suo momento

sarà

farà xdx. Secondo la regola di Wolfio §.959. la distanza del centro d'oscillazione nella parte AD s'esprimerà coll'aggregato di tutte le particelle dx, e de'loro momenti; onde così sarà espressa $\int x^2 dx : \int x dx$. Ma l'integrale di questa frazione è $\frac{1}{3} x^3 : \frac{1}{2} x^2 = \frac{2}{3} x$; dunque la distanza del centro d'oscillazione $AD = \frac{2}{3} x$. Che se vogliamo la distanza di questo centro in tutta l'asta AB, si sostituisca ad x la lettera a, e avremo $AD = \frac{2}{3} a$. Come dovea ritrovarsi.

960. Per mezzo di questa regola possiamo facilmente determinare, dato qualunque bastone, che sia sospeso da una sua estremità, e oscilli come un pendolo, il suo centro di vibrazione, o della massima percossa. Si divida in tre parti uguali il bastone, e cominciando dal primo punto di divisione dalla parte di sotto, quivi sarà il centro della massima percossa. Ciò è conforme alla sperienza, che può facilmente chiunque ripetere.

CAPO XIX.

Arte Balistica.

961. PRojetto si dice un corpo, che viene in aria scagliato; quell'arte, che tratta del moto de' projetti, si chiama *Balistica*. La linea, per la quale il corpo è spinto, si chiama *direzione della projezione*; se questa è parallela all'orizzonte, chiamasi *orizzontale*, se è obbliqua, *direzione obbliqua*; l'angolo che fa questa coll'orizzontale, si chiama *angolo di projezione*. Un corpo gettato in aria e mosso da due forze, la prima delle quali è la forza di projezione, la seconda è la forza di gravità, quella è costante, se si prescinde dalla resistenza dell'aria, che ogni momento la ritarda, questa è uniformemente accelerata. Onde avremo il teorema fondamentale del moto de' projetti.

PROPOSIZIONE XXXI.

Un grave spinto per qualunque direzione, non computata la resistenza dell'aria, e poste le direzioni de' gravi a terra tra loro parallele, descrive una parabola Apolloniana.

962. SIa I. la direzione, che si dà al grave AB parallela all'orizzonte, divisa AB in parti uguali AO, OO, OO, OB ec. le descriverà in tempi uguali, essendo il suo moto uniforme per ipotesi, perchè comunicato tutto in un colpo, nè ritardato Tav. 25. Fig. 13.

dalla resistenza dell'aria. Ma nel tempo, che la forza *projettile* obbliga il corpo a descrivere spazj uguali in tempi uguali, la gravità ne' tempi stessi l'obbliga a percorrere gli spazj Om, ovvero AP, PP, PP, che sono come i numeri dispari 1, 3, 5 ec. §. 543. o computando dal principio del moto gli spazj Om, Om, Om, che sono come i quadrati de' tempi, dunque il corpo di moto composto descriverà la parabola d'Apollonio §. 444. Come dovea per primo dimostrare.

963. Sia II. la direzione obbliqua AO di sotto in sù come nella figura 1, ovvero di sopra in giù come nella figura 2, la dimostrazione è sempre la stessa, perchè essendo Om, Om, che esprimono *le* direzioni de' gravi parallele tra loro per ipotesi, AOmp saranno parallelogrammi; e perciò trà i lati di questi passando la stessa proporzione, che tra quelli de' parallelogrammi, quando la direzione è orizzontale, anche in questo caso la linea Ammm sarà una parabola Apolloniana. Come dovea per secondo dimostrare.

Tav. 26. Fig. 1. 2.

964. Quantunque le direzioni de' gravi essendo per *esperienza* perpendicolari al globo terracqueo, non possano essere tra loro parallele, ma divergenti andando in sù, e convergenti verso il centro della terra andando in giù; ciò non ostante essendo piccola la distanza, alla quale arriviamo sopra la terra, e questa infinitamente piccola rispetto alla distanza, a cui siamo dal suo centro, ne viene in conseguenza, che quanto al senso, possiamo riputare le direzioni come parallele tra loro. Così ancora la resistenza dell'aria, quantunque vi sia realmente, ciò non ostante è così insensibile rispetto alla gravità de' corpi, che può considerarsi per niente. Onde è, che il moto de' projetti realmente sarà parabolico.

965. Se la resistenza del mezzo, in cui si muovono fosse sensibile, allora il moto di projezione si ritarderebbe secondo la legge, colla quale il fluido resiste, e perciò non sarebbe più uniforme, ma ritardato ogni momento, come accaderebbe ad una piuma gettata in aria, perchè è poco pesante. Quale in questo caso debba esser la curva descritta dal projetto, lungo sarebbe il determinare, e più geometrico, che fisico. Il Newton ne' suoi principj, e Wolfio nel capo 14. della sua Meccanica diffusamente l'espongono, parlando della resistenza de' mezzi.

Tav. 27. Fig. 1.

966. *Esperienza*. Ciò che abbiam detto del moto de' projetti, e che in appresso esporremo, si dimostra per esperienza colla seguente macchina. OPQD è una cassa più lunga, che larga, ad un lato della quale sta perpendicolare la tavola GDAC. Sopra la piccola tavola A

v'è

v'è il tubo A, che comunica col tubo di vetro BCR, che dalla parte R s'empie d'argento vivo. Unito al tubo A ve n'è un piccolo n, a cui si può dare per mezzo d'una vite qualunque direzione, o perpendicolare verso C, o verso F, G, ovvero orizzontale verso H, o inclinata ec. E' in arbitrio di ciascheduno formare il tubo, come vuole, purchè possa girarsi per tutte le direzioni, e sempre comunicare col tubo A, e perciò ancora con BC. Al tubo A v'è una chiave, colla quale si dà, o preclude l'adito al mercurio d'uscire dal tubo n. Data a questo la direzione perpendicolare nC, e aperta la chiave, il mercurio col proprio peso scendendo dall'altezza CB acquista una data velocità per salire in C perpendicolarmente. Ma se si dirigge l'estremità del tubo n verso F, l'argento vivo esce spinto dalla pressione CB, e dalla propria gravità, e forma una linea curva AIK; spinto verso G, la linea curva ALM; spinto orizzontalmente in H, la curva AED. Misurando queste curve si troveranno essere altrettante parabole. Con questa macchina ancora si proveranno facilmente l'altre verità della Balistica.

967. Queste dimostrazioni confermate dalla sperienza fanno strada all'arte di gettar le bombe, e diriggere i cannoni contro le fortezze, che è la dottrina principale d'un Artigliere, o di quella parte di Balistica, chiamata *Artiglieria*. In esse abbiamo sempre supposto il moto de' gravi uniformemente accelerato, e perciò la gravità costante; nel Trattatto delle Forze Centrali determineremo la curva, che descrivono i projetti posta la terza legge di gravità inversamente, come i quadrati della distanza da terra.

968. Dalla dottrina esposta ne siegue, che se diriggasi colla forza di projezione un grave al punto O, colà non ferirà, perchè descrivendo la curva Ammm, dovrà in fine del suo moto trovarsi in m. Onde è, che per obbligarlo a cadere in B, bisogna diriggerlo in R; allora col percorrere la parabola AmB, caderà precisamente nel punto B. Quindi nasce la regola per gli projetti, che *per ferire allo scopo conviene mirare più alto*. Così osserviamo per lo più nelle cacce, che mirando sopra il capo dell'animale si colpisce la testa, mirando la testa il petto, mirando il petto le gambe.

Tav. 26. Fig. 1.

Tav. 26. Fig. 3.

969. Contro questa conseguenza cavata dalla proposizione pare, che sia l'esperienza quotidiana de' cannoni, ne' quali non s'osserva questo abbassamento, che fa la palla dalla linea di direzione, specialmente se la distanza dallo scopo è piccola, per esempio di 70 passi. Ma conviene riflettere in primo luogo, che quando è piccola la di-

Zz 2 stan-

ſtanza, e grande la velocità della polvere, allora la palla in breviſſimo tempo deſcrive la diſtanza, e perciò la gravità, che gli fa percorrere ſolamente 15 piedi Parigini, o 16 d' Inghilterra in un ſecondo, non ha tempo da farle deſcrivere perpendicolarmente uno ſpazio ſenſibile. In ſecondo luogo i cannoni eſſendo più larghi in G, che dalla parte davanti in M, l'occhio poſto in G mirando per li traguardi ſecondo la linea Gbe crede diriggere la palla in c, quando realmente la dirigge per la linea Mba, e perciò più alta dello ſcopo c, che ſi prefigge di colpire; onde la palla ſcendendo dal punto a in c per la propria gravità di fatto colpiſce lo ſcopo. Ciò deve attentamente oſſervarſi in tutti i caſi di projezione.

Tav. 27. Fig. 2.

970. Reſta ora a determinare di molte parabole, che può deſcrivere un projetto, ſecondo che l' angolo è maggiore o minore, e a porzione della forza maggiore, o minore della projezione, quale ſia quella, che realmente deſcriva, dipendendo, come è facile il vedere, dall'angolo, e dalla forza impreſſa, la diverſità delle parabole. A queſto fine convien notare, che eſſendo AR la direzione, AB l'orizzontale, RAB l'angolo d'inclinazione, AmB la parabola dal grave deſcritta, AB ſi chiama l' *Ampiezza del getto*, la quale in queſto caſo coincide coll'orizzontale, in altri caſi, è a queſta inclinata. La linea mn calata dalla ſommità della parabola perpendicolare all'orizzontale, ſi dice *l' altezza maſſima del getto*. Preſa AR per ſeno tutto, cioè ſupponendo col far centro in A deſcritto un circolo coll'apertura AR, eſſendo RB perpendicolare all' orizzontale AB, ſarà RB *ſeno dell'angolo d'elevazione* RAB, e la linea AB per l'angolo B retto, eſſendo ſeno dell' angolo R, che è il compimento di A ad un retto; perchè i tre angoli d' ogni triangolo ſono uguali a due retti, ſi chiamerà *Coſeno* dell' angolo RAB d' inclinazione. Se ſi tira AS parallela alla RB, ſi chiama queſta diametro della parabola AmB, fatta AS = RB è tirata SB, e a queſta la parallela mb, ſono BS, bm le ordinate della parabola. Chiamate queſte y, e le aſciſſe corriſpondenti Ab, AS, dette m; proprietà fondamentale della parabola ſecondo il trattato delle curve è, che il quadrato di ciaſcuna ordinata ſia ſempre uguale al rettangolo fatto dall'aſciſſa corriſpondente, e da una retta tirata all' eſtremità del diametro AS, che è ſempre d' una coſtante lunghezza, e viene detta *Parametro*. Onde queſta equazione $y^2 = mx$ eſprimerà ogni parabola; poſto che x ſignifichi il parametro riſpetto al diametro AS.

Tav. 26. Fig. 3.

PRO-

PROPOSIZIONE XXXII.

Dato l' angolo RAB d' elevazione, e la distanza AB, alla quale deve il grave gettarsi, dobbiamo ritrovare il Parametro, del diametro AS della Parabola AmB.

971. IL seno tutto si chiami t, il seno d' elevazione a, il coseno b, l' ampiezza AB si dica c, il Parametro x. Essendo AR seno tutto, avremo.

$b : a : : AB : BR$, cioè

$b : a : : c : \frac{ac}{b} = BR$

Ma $BR = AS$ per la costruzione; dunque ancora $AS = \frac{ac}{b}$

Di più sarà $b : t : : AB : AR$

e ancora $b : t : : c : \frac{tc}{b} = AR$

Ma $AR = SB$ per la costruzione, dunque ancora $SB = \frac{tc}{b}$. Per la proprietà della Parabola abbiamo §. *970.*, $x \times AS = \overline{SB}^2$, e sostituendo i valori trovati di AS, SB, sarà $\frac{acx}{b} = \frac{t^2c^2}{bb}$, onde $ax = \frac{t^2c}{b}$, e perciò $x = \frac{ct^2}{ab}$. Come dovea trovarsi.

972. Per la trigonometria il seno tutto AR è mezzo proporzionale tra il coseno AB, e la secante dell' angolo RAB, perciò se questa si dica y, avremo $b : t : : t : y$, e perciò $y = \frac{t^2}{b}$. Nella penultima equazione era $ax = \frac{t^2c}{b}$, onde risolvendola in proporzione sarà $o : x : : a : \frac{t^2}{b} = y$, dal che ricaviamo il seguente teorema di sommo uso nella Balistica. *L' ampiezza* AB, *è al paramento del diametro* AS; *come il seno* RB *dell' angolo d' elevazione, alla secante dello stesso angolo.*

973. Per la Trigonometria inoltre abbiamo, che il seno tutto, è al doppio seno dell' angolo dato; come il coseno di quest' angolo al seno del doppio angolo dato. Onde chiamato nel caso nostro z il seno dell' angolo doppio di RAB, avremo $t : 2a : : b : z$, e perciò $z = \frac{2ab}{t}$. Ma dalla penultima equazione della proposizione abbiamo $ax = \frac{ct^2}{b}$, e multiplicando per 2, si ha $2ax = \frac{2ct^2}{b}$ e trasponendo, $ct = \frac{2abx}{2t}$, e risolvendo in proporzione $t : \frac{2ab}{t} : : \frac{1}{2}x : c$: dunque essendo $\frac{2ab}{t} = z$ abbiamo quest' altro teorema. *Il seno tutto, è al seno del doppio angolo d' elevazione, come il semiparametro all' ampiezza della parabola.*

974. Dandosi perciò una ragione costante tra il seno tutto, il seno doppio, il semiparametro, e l' ampiezza; e per la Trigonometria il massimo seno essendo il raggio del cerchio, o il seno dell' angolo retto; ne siegue, che la massima ampiezza, alla quale può arrivare

vare un projetto, posta sempre la stessa celerità, e quando si dirigge con un angolo di gradi 45 d'inclinazione; onde *la massima ampiezza è coll' angolo semiretto*. Imperocchè il seno del doppio angolo di 45 gradi è il seno di gradi 90.; onde è in questo caso §. 973. il seno del doppio angolo lo stesso, che il seno tutto. Perciò nel diriggere i mortai da bomba, e i cannoni, la massima elevazione, che loro si può dare è di gradi 45.

975. Quando la celerità, che ha il projetto è la stessa, nel tempo medesimo descriverebbe spazj uguali, onde il paramento della parabola, che due projetti descrivono con celerità uguale, quantunque l' angolo sia diverso, sarà la stessa. Perciò se due projetti siano spinti colla stessa velocità sotto angoli diversi, le loro ampiezze saranno, come i seni de' doppj angoli d' elevazione. Imperocchè in amendue il seno tutto è al seno del doppio angolo, come il semiparametro all' altezza §. *973*., onde essendo i parametri uguali, sarà il seno tutto al semiparametro del primo, come il seno tutto al semiparametro del secondo, e perciò l' ampiezza del primo a quella del secondo, come il seno del doppio angolo del primo a quello del secondo. Questo è ancora uno de' teoremi fondamentali per l' arte Balistica, ed è facile d' applicarsi alla pratica. Un mortajo da bomba elevato sotto l' angolo di gradi 30, e un altro uguale sotto l' angolo di gradi 40, quando siano caricati della stessa quantità, e qualità di polvere le ampiezze, alle quali arriveranno le bombe saranno come *60*: 80.

976. Essendo per la trigonometria i seni degli angoli equidistanti dal retto gli stessi, posta la medesima velocità di projezione, ancora le ampiezze saranno le stesse. Dal che nasce, che al mortajo, o al cannone possiamo dare una doppia elevazione, perchè vada a ferire lo stesso scopo. Perciò essendo la massima distanza sotto l'angolo di gradi 45, dando al cannone l'elevazione di gradi 40, o di 50; di 30, o di *60*, la palla andrà alla stessa distanza; perchè questi numeri sono equidistanti dal grado 45, i primi in difetto, i secondi in eccesso. Nel computare la stessa velocità non tanto conviene aver riguardo alla quantità della polvere, che sia la stessa, quanto alla sua bontà, che dipende dall' accendersi prontamente, il che quanto più speditamente si fa, tanto maggior velocità acquista la palla, niente influendo a questo la polvere, che non accesa cade avanti la bocca del mortajo.

977. Prima di compiere il moto de' projetti, è necessario esporre le formole, che dà il Maupertuis nelle memorie dell'Accademia Reale le del 1731., le quali contengono le cose più necessarie intorno a questo moto, che sono esposte in interi trattati.

„ I. La velocità colla quale è spinto un projetto sia quella, che acquisterebbe cadendo dall' altezza AC, e si chiami $\sqrt{a}$; sia AQ $= t$, QM $= z$; uscendo la palla colla direzione AG avremo $t : 2z :: \sqrt{a} : \sqrt{z}$; onde $t^2 = 4az$. Per riferire questa parabola alla linea orizontale AH, che fa con AG un angolo, il cui raggio essendo $= 1$, la tangente $= n$; sia AP $= x$, PM $= y$, PQ $= nx$, si avrà QM $=$ PQ $-$ PM ($z = nz - y$) $\overline{AQ}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{PQ}^2$ ($t^2 = x^2 + n^2x^2$), e cassando z, t dalla prima equazione $t^2 = 4az$, si trova $(n^2 + 1)$ $x^2 = 4naz - 4ay$. Tav. 27. Fig. 3.

„ II. Per colpire nel punto dato E con una carica data di polvere.

„ Sia AD $= b$, ED $= c$, bisogna, che quando x diventa b, y divenga c; si ha dunque $(n^2 + 1)\, b^2 = 4nab - 4ac$. Dal che si cava per la direzione del mortajo $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4a^2 - 4ac - b^2}$. Dove si vede, che per colpire E con una carica data, vi sono due situazioni del mortajo.

„ *Cor.* 1. Affine, che n sia possibile, bisogna, che $4a^2 =$ ovvero $> 4ac + b^2$.

„ *Cor.* 2. Allorchè E sta sull'orizzonte si ha $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4a^2 - b^2}$.

„ *Cor.* 3. Allorchè E sta di sotto, si ha $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4a^2 + 4ac - b^2}$.

„ Per colpire il punto dato E sotto una direzione data; si ha $a = \frac{n^2 + 1}{4nb - 4c}\, b^2$. Il che determina la quantità della carica.

„ *Coroll.* Si vede da ciò, che per una situazione costante del mortajo la lunghezza orizzontale del getto è proporzionale alla linea CA, che si prende per la forza del getto. Poichè essendo $c = 0$, si ha $b = \frac{4n}{n^2+1}\, a$.

„ IV. Per trovare la direzione del più lungo getto possibile. Si ha AB $= x = \frac{4n}{n^2+1}\, a$, che deve essere un massimo. Differenziando, dunque questa quantità, o semplicemente $\frac{n}{n^2+1}$, e facendo la differenza $= 0$, si trova $n = 1$. Dove si vede che l'angolo semiretto dà il più lungo gitto orizzontale possibile.

„ Per trovare la più piccola carica, che possa colpire il punto E. Si ha $a = \frac{n^2+1}{4nb - 4c}\, b^2$, che deve essere un minimo. Trovando dunque la differenza di questa quantità, facendo n variabile, ovvero trovando la differenza semplicemente $\frac{n^2+1}{nb - c}$, si trova $n = \frac{c}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{b^2 + c^2}$; sostituendo il valor positivo per n in $a = \frac{n^2+1}{4nb - 4c}\, b^2$, si trova $a = \frac{1}{2} c + \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2}$.

L'AR-

L'ARTIGLIERIA.

978. DEL moto de' projetti abbiamo già dato i fondamentali teoremi, chi più cose ne desidera, può trovarle nella Meccanica di Wolfio, nelle Opere di Galilei, in quelle di Evangelista Torricelli stampate a Firenze nel 1644., nel trattato *De Motu projectorum*, che si trova nelle Opere di Rogero Cotes stampate da Roberto Semith a Cambridge nel 1722., e in altri. Ora è conveniente far menzione della pratica Balistica, detta communemente Artiglieria, della quale ottimamente discorre Michele Mitet nella pratica dell' Artiglieria Moderna stampata a Francfort nel 1684., Surireo di S. Remigio nelle memorie d' Artiglieria nel 1707., Coeronio nel libro Olandese dell' Artiglieria stampata a Amburgo nel 1699., Francesco Blondel nell' arte di gittare le bombe, stampato a Parigi nel 1683.; de Belidor nel Bombardiero Francese ristampato in Amsterdam nel 1734. L' Artiglieria è fondata sopra la *Balistica*, ma più cose ricava dalla sperienza, come ora esporremo.

979. Il *Calibro* è il diametro del mortaro, del cannone, o del globo. La *Riga del calibro* è una piastra d'ottone, ove sono notati i diametri, che devono avere le palle di marmo, o di ferro acciocchè pesino 1, 2, 3 ec. libbre. Il peso, e il diametro, che ha la prima palla, non si può definire, che per mezzo dell' esperienza, non essendo tutto il ferro, e il marmo dello stesso peso. Definito questo in una palla qualunque, questa è la regola per trovare il diametro dell' altre palle, della stessa materia, e d' un dato peso. *Il cubo del diametro del primo globo si multiplichi nel peso, il cui diametro cerchiamo, e dividendo il prodotto per lo peso del primo globo, dal quoziente si estragga la radice cubica, sarà questa il diametro cercato della nuova palla d' un dato peso*. Sia 4 pollici il diametro della palla d' una libbra, debba trovarsi quello d' una, che pesa due libbre. Il cubo di 4 è 64, che moltiplicato per 2 fa 128.; la cui radice cubica, che è prossimamente 5, darà in pollici il diametro d' una palla dello stesso marmo, che pesa due libbre. La ragione di questa regola è, che parlandosi di corpi della stessa materia i loro volumi sono come i pesi; ma i volumi per la Geometria solida sono tra loro in ragione triplicata, o come i cubi de' diametri, dunque ancora i pesi seguiranno la stessa ragione, e perciò se il peso del primo globo si chiami p, quello del secondo P, il diametro del primo d, del secondo che deve trovarsi

D, il

D, il volume primo sarà a quello del secondo come $d^3 : D^3$; ed essendo $p : P :: d^3 : D^3$, sarà $D^3 = (Pd^3 : p)$, e perciò $D = (\sqrt[3]{Pd^3 : p})$.

980. I cannoni si fanno di ferro, o pure che è meglio di rame, stagno, e ottone fusi con questa proporzione, ad ogni 100. libbre di rame mischiansi 10 di stagno, e 8 d' ottone. In caso di necessità sono ancora stati fatti di cuojo, come insegna Ernesto Braunio, e gli Svezzesi nel passato secolo gli adoperarono.

981. Il cannone grosso in Germania pesa libbre 9000., il suo calibro è di libbre 54, il peso però della palla, che ha minor diametro della bocca del cannone, è di libbre 48, la lunghezza è di piedi 18. Il cannone mezzano è di peso libbre 6400, il calibro di libbre 27, il peso libbre 24, la lunghezza 21, 22, o 24. Il minimo chiamato falconetto, o falconio pesa libbre 100, il calibro è $\frac{11}{16}$ di libbra, il peso del globo libbra 1, la lunghezza piedi 38.

982. Il cannone massimo de' Francesi pesa libbre 6200, il peso del globo è libbre 33, la lunghezza piedi 11, dita 1. Il mezzo cannone detto cannone Spagnuolo pesa libbre 5100, la palla lib. 24 la lunghezza è piedi 10 detti 11 $\frac{1}{2}$. Il mezzo cannone Francese detto colubrina pesa lib. 4100, il globo lib. 16, la lunghezza è piedi 10, detti 10. La quarta parte del cannone Spagnuolo è lib. 3400, il globo lib. 12, la lunghezza piedi 10, dita 9 $\frac{1}{2}$. La quarta parte del Francese pesa lib. 1950, il globo lib. 8., la lunghezza è piedi 10, dita 7 $\frac{1}{2}$. Il cannone mezzano pesa lib. 1300, la palla lib. 4, è lungo piedi 10, detti 7. Il falconetto pesa da lib. 150, fino ad 800, il globo pesa da lib. 2 fino ad $\frac{1}{4}$, la lunghezza da piedi 7 fino ad 8, e dita 6 $\frac{1}{2}$.

938. Il cannone massimo, o reale degl' Inglesi pesa lib. 8000, il globo lib. 58, la lunghezza è piedi 12. Il cannone mezzano, detto mezzo cannone pesa lib. 5400, il globo lib. 30, è lungo piedi 11. Il falconetto pesa lib. 400, il globo lib. 1 oncie 5, è lungo piedi 6. Il rabinetto pesa lib. 300, il globo oncie 8, è lungo piedi 5, dita 6.

984. L' esperienza insegna I. che i cannoni più corti mandano più lontano la palla de' più lunghi; ciò apprese Gustavo Re di Svezia nel 1624, essendosi a caso rotta da un cannone una parte lunga pied 2 $\frac{1}{2}$, e seguitando a tirare, osservò, che la palla colla stessa carica andava più lontana. La ragione di ciò è evidente, quando un cannone ha quella determinata lunghezza, che si ricerca, acciocchè la polvere, che in esso si pone possa tutta accendersi, prima ch' esca la palla, allora ogni palmo di più di lunghezza non serve ad altro,

che per far' urtare la palla, che ha già ricevuta tutta la sua velocità, contro i lati del cannone, e diminuirgli con ciò la velocità ricevuta. Lo stesso accidente accaduto al Re Gustavo pare, che confermi la ragione, che ne abbiamo data. Onde essendo due cannoni dello stesso calibro, e di lunghezza diversa, si ricercherà maggior polvere nel più lungo, acciocchè mandi la palla alla stessa distanza del più corto.

985. II. La sperienza ancora ha insegnato, che i cannoni di maggior calibro mandano la palla più lontana, che quelli di minor calibro, di ciò abbiamo reso ragione nel §. 166.

986. III. La stessa sperienza ha definito la quantità della polvere necessaria ne' cannoni, che deve essere la metà del peso del globo, onde per 30 libbre di palla si ricercheranno 15 libbre di polvere. Ma se debbano gittarsi a terra i bastioni delle fortezze, o deve essere il peso della palla a quello della polvere sesquialtero, cioè come 3. 2, o uguale.

987. IV. Inoltre ha ancora l'esperienza definita l'ampiezza del getto, posta l'elevazione di gradi 45, e il peso della polvere a quello della palla come 1 : 2. Il cannone massimo di Germania coll' angolo di gr. 45, mandò la palla a 6000. passi, colla direzione orizzontale a 500. Il tormento mezzano coll' angolo di 45, alla distanza di passi 5070, orizzontalmente posto a 420. Il falconetto coll'angolo di 45 alla distanza di passi 3320, orizzontalmente a 280. Il cannone grosso di Germania non può tirare, che 50, o 60 colpi al giorno, se ne fa più, è a rischio di spezzarsi. Il cannone mezzano solamente colpi 80. Il falconetto colpi 100. Il serpentino, quanti colpi si vuole. Il calibro di questo è d'once 8, il getto orizzontale è di passi 160, il massimo di 1870.

988. Mentre il cannone tira, retrocede sempre 2, o 3 passi. Alcuni di questo fenomeno rifondono la ragione nell' aria, che entrando nella cavità, o anima del cannone, dove si truova rarefatta dalla forza della polvere, lo rispinge indietro. Ma siccome dimostra l'esperienza, che il cannone retrocede prima, che la palla esca, così la vera causa di questo effetto deve essere la forza stessa elastica della polvere da schioppo, che agisce ugualmente contro la palla, che contro il cannone, e gli communica velocità reciproche a' loro pesi.

Tav. 26. Fig. 5.

989. Lo stromento, col quale si dà al cannone una elevazione determinata, è la riga di legno, o di ottone AB, alla di cui estremità è attaccato un rettangolo, sopra cui è segnato un semicerchio AGD

diviso

diviso in gradi. CG il divide in due quadranti, e al suo centro è attaccato il pendolo CF. Si pone la riga AB nella bocca ac del cannone, che sia nel centro della medesima, quindi per mezzo de' prismi di legno m, h, e s' alza, e s' abbassa la parte di dietro R, finochè l' angolo GCF fatto dal filo FC, e dal raggio CG sia di tanti gradi, quanta è l' elevazione, che si vuole dare al cannone. La ragione è manifesta, tirando RF orizzontale, e immaginandosi CG prolungata finochè concorra colla RF prolungata. Il triangolo fatto dalla CG estesa, dalle CR, RF è rettangolo in C, e dall'angolo retto è calata la perpendicolare CF sopra l'ipotenusa; dunque per l' 8 del lib. *6.* d' Eucl. l'angolo GCF = CRF, che è l'angolo d'elevazione.

990. I mortaj, co' quali si lanciano le granate, o le bombe sono più piccoli de' cannoni, come si vede in figura. La loro lunghezza deve esser uguale a $2\frac{1}{2}$ diametri fm della bocca. Di questa lunghezza parti $1\frac{1}{2}$ e lunga l'anima md, dove si mette la bomba. Dopo l' anima viene la *camera accensoria* c, che è meno larga dell'anima al di dentro, ed è il suo diametro $\frac{18}{48}$ del calibro del mortajo. La sua lunghezza non è un diametro mf, che resterebbe per compiere tutta la lunghezza mc del mortajo, ma solamente $\frac{2}{3}$ mf, restando $\frac{1}{3}$ per la grossezza del mortajo. In questa camera si mette la polvere, la cui quantità necessaria per tirare la palla in alto, si ha dividendo il peso del globo per 30. Onde se la palla pesasse *90* libbre, si ricercherebbero 3 libbre di polvere per gettarla in alto; non ricercandosi altro che questo nelle bombe, le quali non fanno il lor colpo coll' urto contro le fortezze, ma collo spezzarsi, appena che sono arrivate in terra, con danno degli assediati. Se la camera non si riempie di polvere, il luogo, che resta voto, si empie di fieno, e di poi con cespugli, o strame si copre la camera, e sopra vi si pone la bomba; che colla bocca guardi il fondo del mortajo. Sopra la bomba si calca del fieno, o strame con forza. La forma della bomba si vede in figura, dove A è la bocca, B, C sono i manichi, essendo vota al di dentro si riempie di polvere, chiodi, palle, e sassi, lasciando la miccia al di fuori, acciocchè possa accendersi nel tempo stesso, che si dà fuoco al mortajo, e durare finchè arrivi al luogo destinato, ove accendendo la polvere, che le sta dentro, manda questa in pezzi la palla con danno delle fortezze, e soldati.

Tav. 26. Fig. 6.

Tav 27. Fig. 3.

991. Lo stromento, col quale si dà l' elevazione al mortajo, è il quadrato ABDC, in cui è segnato il quadrante diviso in gradi DEA. Tav. 26. Fig. 4.

Aaa 2 Dall'

Dall' angolo B pende il filo BF. Posta la riga MI, che sta attaccata in mezzo al quadrato, nel centro della bocca, se per mezzo della vite hn, e catena nf s'abbassa la bocca fm, cacciando più in dentro i prismi H, a, o pure s' alza la bocca, finchè l' angolo MBG sia di tanti gradi, quanta è l'elevazione, che si vuole dare al mortajo, sarà questo ben situato. Perchè tirata l'orizzontale HN, sarà NHbeG l'angolo d' elevazione, il quale è uguale all'angolo MBG, per gli angoli M, N retti, e gli angoli al vertice G uguali ne' due triangoli MGB, NGH.

CAPO XX.

Dinamica.

992. LA *Dinamica* è quella parte di Meccanica, che insegna a determinare il moto, e la velocità de' corpi dopo che si sono urtati. Ogni fenomeno naturale nasce dal moto de' corpi, i quali o urtando se stessi, o le loro minime parti, producesi da ciò una distribuzione di moto determinata nelle parti de' corpi, dalla quale nascono gli effetti, che tutto giorno vediamo, o per dir meglio sono gli effetti medesimi. Quindi nasce la somma necessità della Dinamica, di cui daremo un esempio nell'arte balistica. Gli antichi non avendo cannoni, per gittare a terra le muraglie delle Città, si servivano degli arieti, cioè d'una testa d'ariete, che era di metallo, sospesa con corde a tre pali, il di cui peso era bene spesso di libbre 40000. e questa a guisa di pendolo con 100 uomini alzando, la facevano scendere contro a' muri per diroccarli. Supponiamo che l'alzassero un piede, l'urto contro al muro sarebbe stato 1×40000. Supponiamo ora un cannone, che porti una palla di libbre 58, può a questa per mezzo della polvere comunicarsi tale velocità, che in un secondo descriva 600 piedi; la sua forza dunque sarà $58 \times 600 = 34800$. Ecco in che maniera conoscendo la forza, e l'urto de' corpi possiamo con piccolissimo peso e con un uomo solo facilmente avere quasi lo stesso effetto, che coll'ariete degli antichi.

993. Questa parte di Meccanica fu totalmente ignota agli antichi; il primo, che cominciò a pensarvi fu Renato Cartesio, ma non già il primo a dare le vere leggi dell'urto; perchè volle esporle non consultando le sperienze, ma l'ipotesi già da esso formate, e specialmente quella della conservazione del moto. Il primo, che ne diede le vere leggi, fu il Wallis, come apparisce dal vol. I. delle Transaz.

ſaz. Anglicane, e Vol.1. delle ſue opere, Mecc.p. 3. cap.11.13. Non molto dopo Wrenno, e Criſtiano Ugenio eſpoſero le leggi dell' urto ne'corpi molli alla ſocietà dell' Inghilterra nello ſteſſo modo determinate, ſenza che uno ſapeſſe dell' altro, e Wrenno co' pendoli le dimoſtrò vere. Queſte leggi dipoi eſpoſe il Mariotte, il Wolfio nella Meccanica, e Luigi Carrè nato a *Nangis* nel 1663. nelle Memorie del 1706.

994. I corpi altri ſono *duri*, altri *molli*, altri *elaſtici* come abbiamo eſpoſto nel §. 408. Urto *diretto* è, quando un corpo ſi muove contro ad un altro per una linea perpendicolare alla ſua ſuperficie, dal che ſi comprende l' *urto obbliquo*. L' urto ſi fa in tre maniere I. quando amendue i corpi ſi vengono incontro; II. quando uno ſta fermo, e l'altro l'urta; III. quando uno inſeguiſce l'altro, e perciò ambidue ſi muovono verſo la ſteſſa parte.

995. La *velocità aſſoluta* è quella, che ha il corpo, quando ſi muove. La *velocità relativa* è quella, colla quale i corpi agiſcono vicendevolmente. Onde nel ſecondo caſo la velocità relativa è la ſteſſa che l'aſſoluta, perchè uno corpo ſolo ſi muove; nel primo caſo la velocità relativa è la ſomma delle velocità aſſolute, perchè nel punto dell' urto di due corpi facendoſene uno, operano amendue colle loro velocità aſſolute, le quali s'elidono; nel terzo caſo la velocità relativa è la differenza, che paſſa tra le aſſolute; perchè quando un corpo inſeguiſce l' altro, nel raggiugnerlo che fa, gli agiſce contro colla differenza della velocità ſua ſopra quella del corpo, ch' era inſeguito.

996. Daremo prima le leggi de' corpi molli, e poi degli elaſtici eſaminando il loro urto diretto, in tutti e tre i caſi. Quando s'urtano due corpi molli le loro prime parti, che perdono il moto ſono quelle, colle quali ſi toccano; l' altre, che ſtanno più indietro, ſi muovono colla velocità di prima; quindi è che ritardandoſi per l' urto le parti anteriori, e proſeguendo colla ſteſſa velocità le poſteriori, tutte le parti del corpo molle ſi muovono con le celerità diverſe, e perciò deve il corpo mutar la propria figura, e compianarſi in quel luogo, ove urta l' altro.

PROPOSIZIONE XXXIII.

Ne' corpi molli la quantità del moto avanti l' urto è uguale a quella dopo l' urto.

997. SIano due corpi A, B, la quantità del moto del primo ſia a, del ſecondo b, ſe ſi muovono nella ſteſſa direzione, la quan-

quantità del moto prima dell' urto sarà $a + b$, supponiamo, che sia A più veloce, e accresca il moto del corpo B della porzione c; il moto del corpo B dopo l' urto sarà $b + c$. Essendo l' azione uguale alla reazione, altrettanto di moto perderà il corpo A, onde il suo moto dopo l' urto sarà $a - c$; e il moto d' amendue dopo l' urto sarà $a - c + b + c = a + b$.

998. Se un corpo sta quieto, e l' altro se gli muove contro, per esempio il corpo A col moto a, e comunica il moto c al corpo B, altrettanto egli ne perde; onde il moto dopo l' urto d' amendue sarà $a - c + c = a$, come avanti l' urto.

999. Si vengano incontro i corpi A, B, essendo le loro direzioni contrarie, il moto avanti l' urto sarà $a - b$, comunichi nell' urto il corpo A moto c al corpo B, altrettanto egli ne perderà; onde dopo l' urto il moto d' amendue sarà $a - c - b + c = a - b$. Come dovea dimostrare.

PROPOSIZIONE XXXIV.

Data la celerità de' corpi molli avanti l' urto, determinare quella, che avranno dopo l' urto.

1000. La massa del primo corpo sia M, del secondo m, la velocità del primo V, del secondo v. Quando i corpi s' incontrano unendosi formano un corpo solo, e perciò non possono più muoversi come separati, ma come uniti, onde la loro velocità si distribuirà in amendue le loro masse, e perciò il moto d' amendue nell' urto sarà, quando sono contrarj §. *999*. $MV - mv$. Si divida questo moto per la massa comune $M + m$, sarà la velocità ad ambidue comune $(MV - mv : M + m)$.

1001. Questa formula serve per tutti i casi, solamente se il corpo m sta quieto, deve cassarsi mv, e la velocità comune ad amendue dopo l' urto sarà $(MV : M + m)$. Quando i corpi si muovono per la stessa direzione, essendo il loro moto comune $MV + mv$, la loro velocità dopo l' urto (sarà $MV + mv : M + m$) Come dovea ritrovarsi.

1002. Onde se $MV = mv$, nel caso delle direzioni contrarie sarà la loro velocità dopo l' urto niente, e perciò si fermeranno. Se il corpo M stia quieto, e abbia la sua massa infinita rispetto a quella del corpo m, la velocità ad amendue comune dopo l' urto sarà

$(mv :$

(mv: M). Perchè MV svanisce non muovendosi il corpo M; svanisce m nel denominatore, essendo infinitamente piccolo rispetto ad M, e perciò si può trascurare. Ma (mv: M) è un infinitesimo diviso per un infinito, che dà un infinitesimo secondo §. 98., dunque la velocità, che avranno amendue dopo l'urto sarà incomparabile con quella di prima, e perciò si riputerà niente. Questo caso l'abbiamo, quando una palla di creta urta in un muro, la cui resistenza essendo insuperabile dalla palla, si può giudicare infinita, osserviamo, che la palla resta senza alcuna velocità, nè il muro si muove. Che se la palla si muova con una velocità considerabile, rispetto alla massa del muro, come quando viene tirata una palla da un cannone, allora (mv: M) sarà come un infinito diviso per un infinito, e perciò la velocità del muro, e della palla diverranno finite, e il muro resterà abbattuto.

1003. Di quà apparisce, quanto si slontana dal vero Samuel Claarke, che nelle note alla parte 1. c. 15. della Fisica di Roault asserisce, che se un corpo duro urta con velocità non considerabile in una muraglia, rifletterà da essa quantunque non sia elastico. La velocità del corpo duro si misura come quella del molle, come è facile il vedere dalla dimostrazione del §. 1000., e dalla definizione del corpo duro; onde essendo niente la velocità sua dopo l'urto §. 1002., vi s'estinguerà ogni moto. Nè vale il dire con questi, che l'azione del globo non potendo trasfondersi nel muro, deve restarvi; e che il muro non fa altro, che mutare la determinazione del globo; perchè il muro resiste all'azione del globo, e perciò estingue il suo moto, o lo riceve nelle sue parti.

1004. Quando i corpi si muovono verso la stessa parte, la formola della velocità si cangia in (2MV: M + m), se mv, cioè se il moto d'amendue era uguale avanti l'urto; e se inoltre la massa M del primo sia uguale a quella del secondo, la velocità loro dopo l'urto sarà (2MV: 2M) = V. Con questo metodo si possono esaminare tutti gli altri casi.

1005. Determinata la velocità, che hanno amendue dopo l'urto, possiamo facilmente determinare ancora il lor moto. Essendo la velocità di m dopo urtato (MV + mv: M + m) multiplicando questa per m, avremo (MVm + mmv: M + m) per lo modo di m dopo l'urto. Se da questo leviamo il moto, che aveva m avanti l'urto, avremo la quantità di moto comunicata dal corpo maggiore

M al

M al minore m, che sarà $(MVm + mmv : M + m) - mu = (MVm - Mmv : M + m)$ se si faccia l'attuale sottrazione algebraica. Queste due formole possono ancora servire nel caso delle direzioni contrarie, e quando un corpo sta quieto, purchè nel primo caso si muti il segno più in meno, o il meno in più a quei termini dove sta v, e si cassino gli stessi termini, quando m sta quieto.

Tav. 26. Fig. 7. 1006. *Esperienza*. La macchina per confermare colle sperienze questa proposizione è la seguente, inventata già dal Mariotte, e perfezionata dallo 's Gravesande, e dal Nolet. Si faccia la macchina, come si vede nella figura abbastantemente, colle viti e, v da potersi collocare la base BC orizzontale in qualunque piano quantunque irregolare. Le due righe 25, 25 si muovono dentro una incassatura parallela all'orizzonte, e sono divise in parti uguali ciascuna d'un pollice l'una, rappresentando le corde degli archi minimi, o pure gli stessi archi, perchè sono piccoli descritti da' pendoli cE, bD. In a, b, c, d vi sono quattro piroli, a' quali s'attaccano i fili de' pendoli, che devono essere uguali, acciocchè le palle s'urtino co' loro centri, e perciò diretto sia l'urto. Tav. 27. Fig. 4. Alla traversa di legno a d, che ha un apertura, s'inserisce il pezzo d'ottone A da fermarvisi con vite dalla parte di dietro della traversa. Questo pezzo lo abbiamo delineato in grande acciocchè bene si distingua. La riga d'ottone V corrisponde dalla parte anteriore della traversa, onde esce perpendicolare. In questa s'inserisce il pezzo X da fermarsi colla vite, e in qualunque punto della riga V, secondo il bisogno. L'uncino f corrisponde dalla parte di sotto della riga, e per esso si fa passare il filo bD del pendolo. Tav. 26. Fig. 7. Lo stesso si faccia con un'altra consimile riga per lo filo cE. Serve il pezzo X per avanzarlo, o tirarlo indietro a proporzione, che il diametro del globo, che s'apprende al filo è maggiore, o minore, dovendo il globo non toccare la tavola DE. Perciò con questa riga potremo agevolmente fare l'esperienza con globi uguali piccoli, e grandi, e con globi disuguali. Tav. 27. Fig. 5. In F, H v'è un'apertura, nella quale s'inseriscono come la riga i pezzi A, A, che hanno le loro parti V, V, prominenti dalla tavola. Servono queste per determinare i fili de' pendoli, acciocchè siano ad angoli uguali, quando ve n'è il bisogno. Quando si sono collocati i globi, che non tocchino la tavola, si tirino fuori le righe 25, 25, cosicchè le loro estremità corrispondano a' fili. Tav. 28. Fig. 1. Alzando i globi successivamente a diverse altezze 1, 2, 3 ec. Essendo queste le corde degli archi esprimeranno le velocità 1, 2, 3 ec.

che

che successivamente si vogliono dare a' globi, acciocchè si vengano incontro con date velocità. La stessa macchina si vede esposta piu chiaramente secondo il Nolet nell' altra figura. AB è il pendolo per determinare se sta perpendicolare la macchina al piano orizzontale; ACEC sono le righe fatte un poco diversamente dalle già descritte, s' attaccano loro i pendoli CDC, EFE, uno de' quali acciocchè se ne veda la costruzione, l'abbiamo delineato a parte. I chiodetti di legno in questa macchina stanno sopra B, e loro s' attacca l'estremità del pendolo GL, HM sono le righe graduali, che corrispondono a' fili de' medesimi, e preparate per far l'esperienza; MEE è il pendolo FEE alzato ad una data altezza. L'esperienze fatte sono le seguenti. Tav. 28. Fig. 2.

1007. Per lo primo caso §. 994. Due palle di creta molle della stessa massa, e colla stessa velocità si vennero incontro, e dopo l'urto si quietarono. Una palla di massa 2 con velocità 1 urtò contro un' altra di massa 1, e velocità 2, dopo l'urto si quietarono. Le velocità in questa sperienza erano reciproche alle masse. Due palle si vennero incontro, la prima con massa 1 con velocità 2; la seconda con massa 1 con velocità 1, dopo l'urto andarono verso la stessa parte, cioè quella di più moto trasportò quella di meno moto, amendue con velocità $\frac{1}{2}$, il che si dedusse dall' osservare, che salirono un mezzo grado. Se nella formola del primo caso si sostituiscano i loro valori in numeri, si troverà, che la formola dà lo stesso che l'esperienza.

1008. Per lo secondo caso. Una palla di creta molle, che avea massa 1 con velocità 1 andò contro un' altra uguale, e quieta; dopo l' urto si mossero verso la stessa parte con velocità $\frac{1}{2}$.

1009. Nel terzo caso una palla di creta molle di massa 1 con velocità 2, urtò una palla di massa 1 velocità 1, che la precedeva, dopo l' urto amendue continuarono il lor moto con velocità $\frac{3}{2}$.

1010. Se si multiplicano le velocità delle palle dopo l'urto per le loro masse, resterà dimostrata colla esperienza la proposizione 33.

1011. Queste esperienze non sono esattissimamente conformi alla teoria, parte per la resistenza, che ricevono i pendoli nel loro moto dal chiodo, a cui sono attaccati i fili, e parte per la resistenza, che ricevono dall' aria; ciò non ostante è così insensibile il divario, che con somma difficoltà si può scorgere.

1012. Il Newton nell' annotazione alla legge terza del moto dà questo metodo per computare la resistenza, che ricevono i globi, e con ciò per poter fare le sperienze, come se fossimo posti nel voto. Siano i due pendoli AB, CD, che descrivano i semicerchi ABG, EDH. Detratto il globo D, si lasci cadere il globo B dal punto a; se non ci fosse alcuna resistenza, dopo essere sceso in B, salirebbe per un arco uguale Bb, e tornando a scendere risalirebbe all'altezza a; supponiamo, che per la resistenza dell'aria risalga solamente in d: l'arco ad esprimerà il ritardamento. Si divida questo in quattro parti uguali in m, n, i, ed una di queste parti si collochi in mezzo all'arco ad, come si vede in ce, avremo $ac : ce :: 1 + \frac{1}{2} : 1$, ovvero come $3 : 2$. L'arco ce rappresenterà prossimamente il ritardamento, che soffre il globo scendendo dal punto c sino in B. Si lasci il globo dal punto c, la velocità, che acquista arrivato in B, si esprimerà per la corda eB, onde nell'aria avrà acquistato cadendo dal punto c quella stessa velocità, che nel voto cadendo dal punto e. Quando il globo B è arrivato al punto infimo B, truovi il globo D, e dopo l'urto questo salga in K, e il globo B *salga in* f. Si torni di nuovo a levare il globo D, e tentando si trovi il punto u, dal quale lasciatolo ritorni in r; cosicchè ft sia la quarta parte di ru, e posta nel mezzo. Sarà t il suo luogo, al quale dovrebbe essere asceso il globo B, se non ci fosse stata la resistenza dell'aria, onde la corda dell'arco tB esprimerà la velocità del globo B dopo l'urto. Collo stesso metodo si truovi il punto l per determinare la vera velocità del globo D.

Tav. 26. Fig. 8.

1013. Quantunque il Newton non dia alcuna dimostrazione di questo metodo, credo però, che in una maniera consimile a quella, che esporrò, ci sia entrato. L'arco ad rappresentando il ritardamento, che ha il globo dall'aria, descrivendo quattro archi uguali al primo aB, per avere il solo ritardamento, che patisce in questo arco, bisognerà prendere la quarta parte di ad; ma li quattro archi dal globo B descritti non sono tutti uguali, perchè in ognun di loro viene ritardato dall'aria; dunque siccome l'ultima ritardazione, che riceve nel salire da B in d deve essere minore della quarta parte dell'arco ad, così il primo ritardamento dal punto a in b deve esser maggiore della quarta parte dell'arco ad, quale appunto è l'arco ac, che è maggiore dell'arco ce.

1014. Per determinare il punto c, come abbiam fatto, secondo la regola del Newton, ovvero l'arco cB, che descrivendo il pendolo patisca il ritardamento uguale alla quarta parte dell'arco ad;

si chiasi chiami 1 l'arco aB; l'arco ad sia 4b; l'arco cB si dica x, essendo i ritardamenti proporzionali agli archi descritti, sarà $x : 1 :: b : \frac{b}{x}$. Dunque il globo B non salendo in b per la resistenza, sarà l'arco Bb, a cui sale espresso per $1 - \frac{b}{x}$, ovvero $(x - b : x)$. Si faccia un'altra proporzione, come l'arco cB all'arco minore di Bb, così il ritardamento per cB al ritardamento, che patisce il corpo salendo per Bb, ed avremo $x : (x - b : x) :: b : (bx - b^2 : x^2)$, e questo ultimo termine esprimerà il ritardamento, che riceve il globo salendo per Bb. Il terzo arco bB, che tornando a scendere il globo descrive, sarà uguale ad $(x - b : x) - (bx - b^2 : x^2) = (x^3 - 2bx^2 + b^2 x : x^3)$. Per determinare il ritardamento, che patisce il globo B scendendo per questo terzo arco bB si faccia col metodo di prima, $x : (x^3 - 2bx^2 + b^2 x : x^3) :: b : (bx^3 - 2b^2 x^2 + b^3 x : x^4)$. Il quarto arco Bd, che risalendo descrive sarà uguale al terzo bB, meno il suo ritardamento; onde s'esprimerà per $(x^3 - 2bx^2 + b^2 x : x^3) - (bx^3 - 2b^2 x^2 + b^3 x : x^4) = (x^7 - 3bx^6 + 3b^2 x^5 - b^3 x^4 : x^7)$. Onde se si faccia la proporzione come s'è fatto prima, cioè $x : (x^7 - 3bx^6 + 3b^2 x^5 - b^3 x^4 : x^7) :: b : (x^7 b - 3b^2 x^6 + 3b^3 x^5 - b^4 x^4 : x^8)$, esprimerà quest'ultimo termine il ritardamento, che riceve il globo B nell'ultimo arco Bd.

1015. Tutte le ritardazioni per gli quattro archi sono uguali 4b; perciò avremo $\frac{b}{x} + (bx - b^2 : x^2) + (bx^3 - 2b^2 x^2 + b^3 x : x^4) + (x^7 b - 3b^2 x^6 + 3b^3 x^5 - b^4 x^4 : x^8) = 4b$. Ridotta questa equazione a più vaga forma avremo $x^4 - x^3 + \frac{3}{2}bx^2 - b^2 x + \frac{1}{4}b^3 = 0$; sciolta questa secondo le regole analitiche sarà prossimamente $x = 1 - \frac{3}{2}b$; onde l'arco cB sarà uguale all'arco aB meno b $+ \frac{1}{2}b$, cioè meno l'arco ac, come appunto è la costruzione Newtoniana.

1016. *Corpo elastico* essendo quello, che dopo essersi acciaccato, si restituisce alla primiera figura, ne siegue, che quella forza, colla quale i corpi elastici si comprimono, torna di nuovo a risorgere; perchè, come osserveremo parlando dell'elaterio, con quanta forza sono compressi i corpi elastici, con altrettanta si restituiscono. Ma i corpi elastici si comprimono con quella quantità di moto, che il maggiore comunica al minore; dunque sarà questa la misura dell'elaterio, e della compressione.

PROPOSIZIONE XXXV.

Data la velocità de' corpi elaſtici avanti l'urto, determinare quella, che avranno dopo l'urto.

1017. SUpponiamo il terzo caſo delle direzioni ſteſſe, ſe i corpi foſſero molli, la quantità del moto comunicata dal maggiore M al minore m ſarà $(MVm - Mmv : M + m)$ dal §. 1005. Con queſto moto ſi comprimono amendue, e ſi muta la loro figura, onde collo ſteſſo moto ſi reſtituiſcono, e perciò altrettanto moto il corpo M comunica ad m; dunque la quantità di moto comunicata dal corpo M al corpo m, eſſendo elaſtici, ſarà $(2MVm - 2Mmv : M + m)$. Ma avanti l'urto il moto di m era mv; dunque dopo l'urto il moto intero di m ſarà $(2MVm - 2Mmv : M + m) + mv = (2MVm - Mmv + m^2 v : M + m)$. Queſta frazione, ch'eſprime la quantità del moto nel corpo m, dividendola per la ſua maſſa m, darà $(2MV - Mv + mv : M + m)$, che eſprime la velocità del globo m dopo l'urto.

1018. Per avere la velocità di M conviene riflettere, che la quantità di moto, che perde M, è quella ſteſſa, che ha comunicato ad m, il ſuo moto avanti l'urto era MV; dunque dopo l'urto ſarà $MV - (2MVm - 2Mmv : M + m)$, e fatta l'attuale ſottrazione $(MMV + 2Mmv - MVm : M + m)$, queſta frazione diviſa per M darà $(MV + 2mv - Vm : M + m)$ che è la velocità di M dopo l'urto. Come dovea ritrovarſi. Queſte quattro formole, due del moto, e due delle velocità ſi poſſono applicare al primo, e ſecondo caſo §. 994. mutando il ſegno a' termini dove ſta u nel primo, e caſſandoli nel ſecondo.

1019. Nel determinare la velocità de' corpi elaſtici, bene ſpeſſo incontriamo la velocità negativa, cioè eſpreſſa per $-V$, $-v$. In queſto caſo indica l'analiſi, che quel corpo, la cui velocità dopo l'
Tav. 26. Fig. 9. urto è negativa, ribalza indietro. E per dimoſtrarlo ſia il globo m, che debba muoverſi per qb, e conſumare grado 1 di velocità, ſe realmente va in b, la ſua velocità, e il ſuo ſpazio deſcritto è 1; ſe ſta quieto in q, la ſua velocità, e lo ſpazio è zero; ma ſe in vece di fare una di queſte due coſe, retrocede per altrettanto ſpazio qa=qb, e perciò conſuma in parte contraria grado 1 di velocità, allora il ſuo ſpazio deſcritto, e la veloci-

tà

tà consumata, rispetto al fine, che s'ha prefisso d'andare in b, non sarà più 1, ma — 1, perchè per potersi di nuovo dire, che non s'è mosso, bisogna, che distrugga lo spazio, aq da lui fatto in parte contraria del punto b, e di più si trova di deterior condizione, che se fosse stato in q, o avesse avuto velocità zero. Un esempio di questo l'abbiamo quando un corpo di massa 2, velocità 1 urta in un corpo di massa 1, velocità 2; dopo l'urto la velocità del primo M sarà §. 1018. espressa per — 1, quella del globo m §. 1017. per 2; ciò indica che amendue i globi dopo l'urto ribalzeranno. Riflette il primo, perchè la sua velocità, che prima era positiva, dopo l'urto diventa negativa; riflette ancora il secondo, perchè la sua velocità, che prima dell'urto era negativa, perchè si tratta del terzo caso, dopo l'urto s'è mutata in positiva. Dal che ricaviamo un teorema, che se due corpi elastici, ne' quali le velocità sono reciproche alle masse, si vengono incontro, rifletteranno colle stesse velocità. Collo stesso metodo applicando le due formole delle velocità a' casi particolari possiamo ricavarne infiniti teoremi. Tutto ciò inoltre può confermarsi colle sperienze per mezzo della macchina già descritta §. 1006. le palle per provare queste regole devono essere d'avorio, che è il corpo, il quale s'accosta più agli elastici di tutti gli altri.

1020. Se il corpo m sta quieto avanti l'urto, la sua velocità dopo l'urto sarà (2MV : M + m). Ma questa frazione è minore di 2V, dunque la velocità acquistata da un corpo elastico nell' urto è sempre minore della doppia velocità di quello, che urta. Ma questa frazione si fa sempre minore, quanto più grande è la lettera m, e si fa maggiore, quanto più piccola è la lettera m, perchè sta nel denominatore della frazione §. 95.; dunque si ricava inoltre, che quanto è più piccola la massa del corpo urtato m, tanto più la velocità, che riceve s'accosterà a, 2V; onde essendo m infinitamente piccolo, la velocità che acquista sarà precisamente uguale, 2V, perchè m diventa zero. (Onde 2MV : M + m) = (2MV : M) = 2V. Dal che apparisce ancora, perchè (2MV : M + m) è minore di 2V; essendo (2MV : M) = 2V, se al denominatore M aggiungasi il numero m, sarà (2MV : M + m) < 2V §. 95.

1021. Dal problema inoltre siegue, che se il globo M finito colla velocità V finita urta nel globo m infinito, e quieto, la sua velocità dopo l'urto diverrà — V, cioè ribalzerà dal globo m colla velocità

di

di prima. Perchè la velocità di M per la formola del §. 1018. è $(MV + 2mv - mV : M + m)$, ma in questo caso 2mv è zero, perchè m non si muove, MV è infinitesima, e perciò zero rispetto ad m, che è infinita; dunque la formola si muta in $(- mV : m) = - V$. Questo caso l'abbiamo, quando un globo elastico urta in un muro; s'osserva di fatto, che ribalza colla stessa velocità, con cui urta. Onde si può ricavare, che il *solo elaterio è la causa della riflessione de' corpi*.

1022. Dalle formole inoltre deduciamo, che, se nel secondo caso §. 994. il globo m con qualunque velocità V vada contro ad un altro globo uguale ad m, il quale non sia infinito, il globo m si ferma, e il globo urtato m si muove colla velocità di m. Perchè la velocità di globo urtato m, essendo dopo l'urto §. 1017. $(2MV - Mv + mr : M + m)$, e per ipotesi $M = m$, inoltre v, che è la velocità del corpo urtato, essendo avanti l'urto zero, la formola degenera in $(2mV : 2m) = V$. Onde se un globo elastico urta in un altro uguale, e quieto, gli trasfonde tutta la velocità, ed egli si ferma; se il secondo urta nel terzo la comunicherà a questo; e così il terzo al quarto, il quarto al quinto ec. Dunque se vi siano quattro, o più palle quiete, e uguali, poste nella stessa linea, e contro queste urti un uguale, tutte staranno quiete eccettuata la più lontana dal corpo, che urta, cioè l'ultima, che si moverà colla velocità della palla, che urta. Quindi ancora se vi siano più palle uguali, e quiete nella stessa linea, e contro loro urtino due uguali, le due ultime solamente si moveranno, se urtano tre, le tre ultime ec. Ciò che la teoria de' corpi elastici dimostra, si può confermare colla sperienza nel trucco da tavola, per mezzo delle palle d'avorio, e non senza ammirazione.

1023. Diversamente andrebbe la cosa se le palle non avessero massa uguale; lungo sarebbe esaminare tutti i casi delle palle disuguali, noi esporremo solamente intorno a ciò alcune verità generali, che possono essere d'uso nella scienza naturale. A questo fine premettiamo un

LEM

LEMMA.

Se vi siano tre quantità 1, c, b, *e* 1 *sia minore di* c, *inoltre* c *minore di* b, *saranno la massima* b, *e la minima* 1 *maggiori della media* c, *più la massima divisa per la media.*

1024. DEvo dimostrare in questa ipotesi, che $b + 1 > c + \frac{b}{c}$. Imperocchè dalla 25 del lib. 5. d'Euclide, se vi sono quattro quantità proporzionali $c : b :: 1 : x$, delle quali b è la massima, 1 la minima di tutte, sarà la massima, e la minima maggiore dell'altre due, onde $b + 1 > c + x$. Ma $x = \frac{b}{c}$; dunque $b + 1 > c + \frac{b}{c}$. Come dovea dimostrare.

PROPOSIZIONE XXXVI.

Se vi siano tre globi M, m, n, *de' quali* M *sia il massimo*, n *il minimo, e il moto cominci dall' uno de' due, e vada all'ultimo, questo riceverà più moto per esservi* m *di mezzo, che se il primo, e l' ultimo immediatamente si communicassero il moto.*

1025. LA velocità del corpo, che urta, che supponiamo M sia V: mentre M urta in m, la quantità del moto, che gli dà, sarà $(2MVm : M + m)$; con questo moto, che diremo q, il globo m urta n, onde la quantità del moto comunicata ad n sarà per la stessa ragione $\frac{2qn}{m+n}$, e sostituendo il valore di q, il moto di n sarà $(4MVmn : \overline{M+m} \times \overline{m+n})$. Se il corpo M avesse immediatamente comunicato ad n il moto, sarebbe questo $(2MVn : M + n)$. Essendo n il minimo, M si potrà esprimere per bn; m per cn, le lettere b, c potendo significare qualunque numero. Essendo M il massimo sarà $b > c$, $c > 1$, altrimenti cn sarebbe uguale, o minore di n contro l'ipotesi. Surrogati i valori di M, m nelle due ultime frazioni, sarà $(4MVmn : \overline{M+m} \times \overline{m+n}) = (4bnVcnn : \overline{bn+cn} \times \overline{cn+n})$, e ancora $(2MVn : M + n) = (2bnVn : bn + n)$. Dobbiamo dimostrare, che $(4bnVcnn : \overline{bn+cn} \times \overline{cn+n}) > (2bnVn : bn + n)$. Dividendo la prima frazione per nn, la seconda per n, avremo $(4bnVc : \overline{b+c} \times \overline{c+1}) > (2bnV : b + 1)$, e dividendo tutto per 2bnV, resterà $(2c : \overline{b+c} \times \overline{c+1}) > \frac{1}{b+1}$, e multiplicando tutto per gli denominatori, sarà ancora $2bc + 2c > bc + b + c^2 + c$, e cassanſando bc $+$ c, ſarà bc $+ c > c^2 + b$, e dividendo per c avremo $b + 1 > c + \frac{b}{c}$, ma 1 è minore di c, c è minore di b; dunque dal lemma ſarà $b + 1 > c + \frac{b}{c}$; e perciò la quantità di moto comunicata da M al corpo n è maggiore, quando ſi fa coll' intervento d'un altro, che ſemplicemente. Come dovea dimoſtrare.

PROPOSIZIONE XXXVII.

Dati due corpi M, n, *trovare quello da interporſi, acciocchè* n *acquiſti la maſſima velocità, che può acquiſtare.*

1026. Il corpo da interporſi ſi dica m. La velocità comunicata dal corpo M a quello di mezzo m ſarà $(2MV : M + m)$, queſta ſi chiami q. Collo ſteſſo metodo la velocità comunicata da m, ad n ſarà $\frac{2mq}{n+m}$, e in vece di q ſoſtituendo il ſuo valore avremo $(4MmV : Mm + Mn + mm + mn)$ che ſarà la velocità comunicata da M al corpo n per mezzo del corpo m. Dovendo eſſer queſta la maſſima per ipoteſi, ſarà la differenza di queſta frazione uguale al zero. Perchè un maſſimo non può accreſcerſi, nè diminuirſi. Dunque trovando queſta differenza §. 374. avremo $(4M^2 Vmdm + 4MVm^2 dm + 4MVnmdm + 4M^2 Vndm - 4M^2 Vmdm - 8MVm^2 dm - 4MVnmdm : \overline{Mm + Mn + m^2 + mn}^2) = 0$ Le quantità M, V, n come coſtanti non hanno alcuna differenza §. 374. Multiplicando amendue i membri di queſta equazione per lo denominatore, ovvero caſſandolo, perchè l'altro membro dell'equazione è zero, e riducendo i termini ſimili, avremo $4M^2 Vndm - 4MVm^2 dm = 0$, e traſportando ſarà $4M^2 Vndm = 4MVm^2 dm$; e dividendo tutto per 4MVdm ſarà $Mn = m^2$, onde $M : m :: m : n$; e perciò il corpo m da interporſi dovrà eſſere mezzo proporzionale tra li due dati M, n. Come dovea ritrovare.

1027. Quindi ſe molti corpi ſiano in una ſerie geometrica decreſcente, l'ultimo acquiſterà la velocità maſſima, che può acquiſtarſi coll' intervento di più altri corpi. Ugenio nel Trattato della Percoſſa, e Giovanni Bernulli nel diſcorſo del moto dimoſtrano, che ſe ſiano 100 globi elaſtici, che creſcano in ragione dupla, e tutti in una linea, ſe il moto comincia dal maſſimo, e termina al minimo, la celerità del primo ſarà a quella dell' ultimo, come 1 : 2338500000000. Se il moto comincerà dal minimo, e terminerà nel maſſimo, la quantità di moto del primo ſarà a quella del maſſimo, come 1:

me 1 : 4677000000000. Questa conseguenza è di sommo utile nella Fisica, per poter ispiegare i fenomeni delle fermentazioni, nelle quali s'osserva, che alle volte mischiando due fluidi nasce improvvisamente un moto considerabilissimo.

1028. Nell'urto de' corpi elastici si conserva sempre la stessa velocità relativa. Imperocchè se i corpi si muovono verso la stessa parte la velocità relativa §. 995. s'esprime per $V - v$. Dopo l'urto la velocità di m sarà $(2MV - Mv + mv : M + m)$, la celerità di M sarà §. 1018. $(MV - mV + 2mv : M + m)$. Sottraendo questa da quella avremo la velocità relativa, e sarà $(MV + mV - Mv - mv : M + m)$, e attualmente dividendo, la velocità relativa dopo l'urto sarà $V - v$, come avanti l'urto. Lo stesso si troverà negli altri due casi, i quali tralascio per esercizio dei principianti.

1029. Siano due corpi M, m, che si muovano verso la stessa parte, e debba determinarsi la velocità, che ha il loro centro di gravità, il quale supponiamo essere C. Il corpo M vada in B, mentre m va in b; il centro di gravità camminerà verso D. Sia $MC = A$, $mC = a$; $MB = V$; $mb = v$; $CD = x$; sarà $BD = A - V + x$; e ancora $bD = a - x + v$. Essendo C il centro di gravità, avremo $M \times BD = m \times bD$; ovvero $MA - MV + Mx = ma - mx + mv$. Essendo $MA = ma$, perchè per la natura del centro di gravità abbiamo $M \times MC = m \times mC$; dunque $- MV + Mx = - mx + mv$; ovvero $Mx + mx = MV + mv$. Onde $x = (MV + mv : M + m)$. Se i globi si vengono incontro, la formola sarà $(MV - mv : M + m)$; se il globo m sta quieto, allora sarà $(MV : M + m)$. Da questo ricaviamo la presente regola. Per determinare la velocità del centro di gravità si multiplichino le masse per le velocità di ciascheduno, la somma de' prodotti, quando le direzioni sono le stesse, o la loro differenza, quando sono contrarie divisa per la somma delle masse, dà la velocità del centro di gravità. Cartesio nella Parte 2. de' Principj dà sette regole per determinare l'urto de' corpi, le quali per mezzo della Prop. 34. 35. si possono esaminare. I. Se due corpi uguali con uguali velocità s'incontrano, si riflettono colla stessa velocità, questa è vera ne' perfettamente elastici, falsa ne' molli, e ancora negl' imperfettamete elastici, come dimostra Marcolino nelle memorie del 1726. II. Se corpi disuguali con uguale velocità si incontrano, il più piccolo torna indietro colla stessa, e amendue si muovono verso la stessa parte: questa è falsa ne' molli, e negli elastici. III. Se due corpi uguali con disuguale velo-

Tav. 26. Fig. 10.

locità s'incontrano, il più lento torna indietro, e ambidue si muovono verso la stessa parte: questa è vera solamente ne' molli. IV. Un corpo piccolo con qualunque velocità urti in un altro, tornerà indietro colla stessa: questa è falsa in amendue. V. Se un corpo più grande urta in uno più piccolo, e quieto con quattro gradi di velocità gliene comunica uno, e tre ne ritiene: questa è vera solamente ne' molli. VI. Se un corpo urta in un altro uguale, e quieto con quattro gradi di velocità, uno gliene comunica, e tre ne ritiene: questa è falsa in amendue. VII. Se un corpo minore, ma più veloce raggiugne un maggiore, quando la differenza delle velocità supera quelle delle masse, amendue dopo l'urto si muovono colla stessa velocità: questa è vera solamente ne' molli. Se la differenza delle masse è maggiore si riflette il primo colla stessa velocità: questa è falsa in amendue.

PROPOSIZIONE XXXVIII.

Determinare la velocità, e direzione nell' urto obbliquo de' corpi molli, ed elastici.

1030. PER determinare la velocità, e direzione cercata la fig. 11. serve per gli corpi molli, la fig. 12. per gli elastici. Sia dunque nell' una, e l' altra figura il corpo M, che obbliquamente per la direzione, e velocità MA incontri il corpo m, che si muove colla direzione, e velocità m a; si risolvano le due velocità nelle due componenti MB, MC; mb, mc; ovvero AB, AC; ab, ac. Il corpo M arrivato in A, e il corpo m in a non s' urtano, che colle velocità dirette AB, ab; perchè colle laterali AC, ac essendo parallele non ponno agire l'uno con l'altro. Fatta dunque AE = AC, ae = ac, resteranno queste intere dopo l'urto. Colle proposizioni 34, 35 si determinino le velocità dirette, che avranno dopo l' urto, e siano AD nel globo M; a d nel globo m, o verso la stessa direzione se sono molli, o in contrarie, se sono elastici. Compiuti i parallelogrammi AEpD, aeqd i corpi M, m dopo l'urto si moveranno colle velocità, e direzioni Ap, Aq. Come dovea determinare.

Tav. 26. Fig. 11. 12.

C A-

CAPO XXI.

Forze Centrali.

1031. QUando un corpo si muove per una linea curva deve necessariamente esser spinto almeno da due forze. Perchè ogni curva, essendo un aggregato d' infinite linee rette, che formano angoli tra loro infinitamente ottusi, ne siegue, che un corpo descrivendo una curva ogni momento deve scostarsi dalla linea retta, e mutare la prima direzione. Ma i corpi di natura propria perseverano nel proprio stato di moto, e di quiete ec. per la legge prima del moto; dunque il corpo mosso per una curva deve essere spinto almeno da due forze, una delle quali sia per qualche linea retta, e l' altra lo ritragga continuamente dalla medesima. Sia il corpo A, che si muova per la curva AmND, e sia Am il differenziale della curva, per descriver questo il corpo dovrà esser spinto da due forze, una delle quali sia per Ab, l' altra per Aa diretta costantemente a qualche punto per cagion d' esempio al punto C; altrimenti arrivato in m seguiterebbe per la tangente, che si tira al punto m, nè proseguirebbe il moto per la curva mN. La forza di direzione si chiama *centrifuga*, perchè lo slontana dal centro C, o punto, intorno a cui gira la forza, che lo ritrae dalle tangenti Ab ec. o differenze della curva come Aa, si dice *centripeta*, e amendue insieme si chiamano *forze centrali*. Così ancora osserviamo, che un sasso girato dalla mano con una corda, come accade nella fionda, ha uno sforzo di slontanarsi dalla mano, e perciò tiene tesa la corda, dalla quale vien trattenuto; ma se si lascia un capo della corda, fugge allora il sasso per la tangente del cerchio, che prima descriveva. La curva, che descrive il corpo intorno ad un altro corpo si chiama *orbita*, o *trajettoria*, il tempo, che impiega a descriverla, si dice *tempo periodico*. Posto l' arco Am infinitesimo, se la forza centripeta AC cessasse, il corpo descriverebbe una porzione della tangente Ab, e perciò si slontanerebbe dal centro C per la linea bm; la quale essendo uguale alla Aa, che esprime la forza centripeta, amendue potranno esprimersi per la stessa linea. Se si tirino le linee Cu, Dn, essendo tutte infinitesime, possono riputarsi, come uguali, perciò le forze centrali possono esprimersi per le tre linee mu, mn, mb. Il primo, che parlò delle forze centrali, fu l'Ugenio nel suo libro dell' Orologio oscillatorio. Ridusse poi questa dottrina alla Tav. 30. Fig. 1.

sua universalità il Newton nella sezione 2, e seguenti del libro 1 de' suoi principj. Giovanni Keil nella sua Introduzione *ad veram Physicam, & Astronomiam;* Abraamo Le Moiwre, e Pietro Varignon in più luoghi delle memorie dell' Accademia Reale, come ancora Giovanni Bernulli, l'Ospital, David Gregori nel libro primo dell' Astronomia Fisica, e Geometria dalla sezione 4. alla 7.

1032. A due problemi si può ridurre il trattato delle forze centrali. Nel primo data la legge, colla quale la forza centrale spinge il corpo, si deve determinare la curva, che il corpo descrive. Nel secondo per lo contrario data la curva, che descrive un corpo, s'insegna a determinare la legge della forza centrale per descriverla. Per isciogliere il primo problema è necessario supporre il modo di quadrare le curve, onde generalmente concepito è d' una natura trascendente, nè diventa algebraico, se non che ne' casi particolari, di questo ne diede la soluzione ne' suoi principj il Newton, che fu poi seguito da Giovanni Bernoulli.

1033. Noi insisteremo nella soluzione del secondo problema, come più facile. Per questo sogliono premettersi alcuni teoremi, indi alcune formole generali, colle quali si esprime la forza centripeta, in quantità finite, o infinitesime, le quali applicate poi alle curve particolari, fanno determinare per ciascheduna la legge, che deve seguire la forza centripeta.

PROPOSIZIONE XXXIX.

Se un corpo descrive intorno ad un altro una curva con una forza, che ad esso tende, farà le aree proporzionali a' tempi.

1034. Siano BC, CD, DE i minimi elementi d'una curva, e il corpo B sia spinto da una forza centripeta, che tenda al punto A, tirate le linee BA, CA, DA &c. i triangoli BAC, CAD &c. si chiamano *aree*. Dopo che il corpo ha descritto BC, se non avesse la forza centripeta, seguirebbe a muoversi per Cb = BC nel tempo stesso. Ma dopo il primo momento infinitesimo, la forza centripeta CA lo ritrae dalla prima direzione BCb, per la quantità per
Tav. 30. Fig. 2. esempio Ca, dunque compiuto il parallelogrammo CaDb, si moverà il corpo per la diagonale CD nel tempo stesso, che descriverebbe i lati. Collo stesso metodo si troverà, che il corpo deve descrivere le altre diagonali DE, EF de' parallelogrammi DcEd, Ee Ff, cioè gli elementi della curva. Tirate le linee bA, DA, i triangoli BAC,

CAB

CAb sono uguali, perchè hanno lo stesso vertice A, e perciò la stessa altezza, e le basi BC, Cb uguali. Ma ancora i triangoli CAb, CAD sono uguali, perchè hanno la stessa base CA, e sono tra le stesse parallele CA, Db a motivo del parallelogrammo CaDb; dunque il triangolo CAB sarà uguale al triangolo DAC; e ciò dimostrandosi di tutti gli altri triangoli DAE, EAF, ec. in tempi uguali descritti, perchè sempre la forza centripeta tende al punto A; ne viene in conseguenza, che le aree descritte dal corpo B intorno al punto A ne' tempi uguali saranno uguali, e ne' disuguali saranno loro proporzionali; perchè abbiamo supposto, che BC, BD, ec. siano i minimi elementi di una curva. Come dovea dimostrare.

1035. Questo teorema che lo dobbiamo al celebre Giovanni Keplero, detto perciò legge Kepleriana, si verifica ancora, quando i corpi B, A amendue si movessero con un moto uniforme intorno ad un altro, come accade nel sistema Copernicano rispetto alla Luna, ed alla Terra, che di concerto si muovono intorno al Sole.

1036. Da questo teorema impariamo a misurare la velocità d'un corpo, che colla sua forza centripeta tenda al punto s, quantunque questo non sia nel centro dell'orbita, che descrive. Si prendano due archi descritti dal corpo a in un tempo minimo, per esempio ab, ci, che perciò potranno ancora rappresentare le velocità, perchè il moto si reputa equabile. Tirate le linee as, bs, ec., e le tangenti, ap, co, e le loro perpendicolari sp, so. Per lo teorema il triangolo asb = csi; ma i triangoli si determinano multiplicando le basi ab, ci per le altezze sp, so, e dividendo il prodotto per metà; dunque sarà ancora ps ⋈ ab = so ⋈ ci; e perciò ab : ci :: so : sp. Dunque esprimendo gli archi ab, ci le velocità, avremo questo teorema. Le velocità di un corpo in diversi punti d'una curva sono reciprocamente, come i perpendicoli calati sopra le tangenti tirate a quei punti. Essendo i diametri fd, tu perpendicolari alla curva, ne verrà in conseguenza, che la velocità del corpo, che gira intorno al punto s, sarà massima nel punto della minima distanza f, minima nel punto della massima distanza d, media ne' punti intermedj t, u. Tav. 30. Fig. 3.

PROPOSIZIONE XL.

Se un corpo descrive intorno ad un altro le aree proporzionali a tempi, è mosso da una forza centripeta, che tende a questo.

1037. IMperocchè essendo i due triangoli CAB, CAD uguali per ipotesi, e inoltre CAB uguale a CAb, come dimostrammo

mo

Tav. 30. Fig. 2. mo di sopra, sarà ancora CAD = bAC; onde per la base comune CA, saranno tra due parallele CA, Db, e perciò avremo la stessa costruzione di sopra, onde la forza cetripeta ancora nel punto D sarà diretta verso A. Come dovea dimostrare.

1038. Questo teorema, che è l'inverso di quello di sopra, serve per determinare il centro, intorno al quale girano i corpi celesti. Osserveremo nell'Astronomia, che se si concepiscano tirate le linee da' Pianeti alla terra, le aree da quelli descritte non sono proporzionali a' tempi, perchè i Pianeti rispetto a noi ora apparisce, che stiano fermi, ora che tornino indietro, e perciò in vigore di questo teorema non riguardano la terra, come il loro centro.

PROPOSIZIONE XLI.

Qualunque forza sul principio del moto è direttamente, come lo spazio descritto, e inversamente, come il quadrato del tempo.

1039. Ciò abbiamo già dimostrato nel §. 472.

1040. Da questa proposizione ne siegue un altro teorema, che è il seguente. Se i quadrati de' tempi periodici di due corpi, che girano intorno allo stesso, o intorno a due altri sono tra di loro, come i cubi delle distanze, ovvero esprimendolo secondo il costume di Newton, se i tempi sono in ragione sesquiplicata delle distanze, le loro forze centripete saranno tra di loro inversamente, come i quadrati delle distanze. Imperocchè se la forza del primo si chiami V, lo spazio descritto dalla forza centripeta, o la distanza dal centro a cui tende sia D, così ancora il tempo periodico T; e nello stesso modo sia la forza dell'altro corpo u, la distanza d, il tempo t, per la proposizione 41 sarà $V : v :: (D : T^2) : (d : t^2)$. Ma $T^2 : t^2 :: D^3 : d^3$; Dunque $V : v :: (D : D^3) : (d : d^3)$; e perciò $V : v :: (1 : D^2) : (1 : d^2)$. Come dovea dimostrarsi.

1041. Questo corollario di sommo uso nell'Astronomia ha luogo ne' corpi celesti, i tempi periodici de' quali sono in sesquiplicata ragione delle distanze dal Sole; dal che si deduce, che tendono a questo pianeta con una forza reciprocamente proporzionale alli quadrati delle loro distanze.

PRO-

PROPOSIZIONE XLII.

Ritrovare le formole generali, colle quali si esprimono le forze centrali.

1042. Sia il cerchio AN, e il suo arco infinitesimo Am; sarà Aa la misura della forza centripeta §.1031.; essendo Am una linea retta, e il raggio AC essendole perpendicolare, sarà ADm un triangolo rettangolo. Onde dal corollario 2. prop. 8. del lib. 6. d' Euclide sarà DA : Am :: Am : Aa; e perciò $Aa = (\overline{Am}^2 : DA)$, quindi la forza centripeta nel circolo è come il quadrato dell' arco infinitamente piccolo diviso per lo diametro. Da questa formola facilmente si deducono tutti i teoremi, che riguardano il moto de' corpi, i quali si muovono nelle periferie circolari. Tav. 30. Fig. 1.

1043. Sia apq qualunque curva, ed una porzione infinitesima di essa pq; il punto s sia il centro, a cui tende il corpo, tirata ps si chiama questa il *raggio vettore*. Si tiri la tangente pz, e la qr parallela alla ps, di più qx parallela alla pr. Inoltre qt perpendicolare al raggio ps, ed sy perpendicolare alla tangente pz, ph perpendicolare alla stessa sia il diametro del cerchio, che tocca la curva, e ha con questa comune la parte pq; sia pu la corda del circolo del contatto. Tav. 30. Fig. 4.

1044. qr è lo spazio descritto dalla forza centripeta, che ritrae dalla tangente il corpo p. L'area psq esprime il tempo dalla proposizione 39. ovvero essendo qt, perpendicolare alla ps, l'area si esprimerà con la seguente frazione $(ps \times qt : 2)$ ovvero con $ps \times qt$. Dunque per la prop. 41., la forza centripeta nell'arco pq, sarà $(qr : \overline{ps}^2 \times \overline{qt}^2)$ direttamente, e perciò inversamente come $(\overline{ps}^2 \times \overline{qt}^2 : qr)$. Questa è la prima formola generale adoperata dal Newton.

1045. Essendo sy perpendicolare alla py, e le due linee pq, pr quasi coincidendo, perchè pq è infinitesima, il tempo per questo arco si esprimerà ancora con pq in sy; e perciò la forza centripeta sarà ancora direttamente, come $(qr : \overline{pq}^2 \times \overline{sy}^2)$, o reciprocamente, come $(\overline{pq}^2 \times \overline{sy}^2 : qr)$. questa è la seconda formola del Newton.

1046. Quantunque in queste due formole entrino le quantità infinitamente piccole, ciò non ostante il loro valore è finito; perchè sono infinitamente piccole divise una per l'altra.

1047. Si prolunghi qx finochè tagli il diametro ph nel punto m. Essen-

Eſſendo pu corda del circolo, che tocca la curva, ſarà l'angolo puh retto, e perciò uguale hpr = xmp, eſſendo qm parallela pr. Dunque il triangolo pmx è ſimile al triangolo puh, e perciò ſarà pm : px :: pu : ph, onde $pm \times ph = pu \times px = pu \times qr$. Inoltre pq è lo ſteſſo, che la corda dell'arco pq, dunque per lo cor. 2. prop. 8. del lib. 6. d'Euclide, pq ſarà mezza proporzionale tra 'l diametro ph, e la pm; onde $\overline{pq}^2 = ph \times pm = pu \times qr$. Ma dal §. 1045. la forza centripeta è come $(qr : \overline{pq}^2 \times \overline{sy}^2)$; dunque ſarà ancora come $\frac{qr}{pu \times qr \times \overline{sy}^2} = \frac{1}{pu \times \overline{sy}^2}$, e perciò la forza centripeta ſarà reciprocamente, come il ſolido fatto ſulla corda del circolo, e ſul quadrato del perpendicolo calato dal centro ſulla tangente.

1048. La velocità per l'arco pq eſſendo come $\frac{1}{sy}$; ſarà ancora il quadrato della velocità, come $(1 : \overline{sy}^2)$. Ma la forza centripeta era come $\frac{1}{pu} \times (1 : \overline{sy}^2)$, per la terza formola §. 1047. dunque la forza centripeta ſarà, come la corda pu inverſamente, e il quadrato della velocità direttamente. Le tre formole de' paragrafi precedenti, che ſono applicabili a qualunque curva, le dà il Newton nella ſezione 2. prop. 6. de' principj.

1049. Dalla terza formola §. 1047. ne ſiegue un'altra, che communicò Giovanni Bernoulli ad Abramo de Moivre. Le rette ph, sy ſono parallele, perchè per pendicolari alla pz, onde l'angolo alterno uph = psy, e perciò il triangolo puh ∽ syp; dal che ne ſiegue, che pu : ph :: sy : ps; perlochè $pu = \frac{ph \times sy}{ps}$. Ma la forza centripeta §. 1047. era come $(1 : pu \times \overline{sy}^2)$; dunque in vece di pu ſoſtituendo il ſuo valore ſarà la ſteſſa forza come $(ps : ph \times \overline{sy}^3)$. Onde la forza centripeta in qualunque punto d'ogni curva ſarà, come la diſtanza del corpo centrale direttamente, e inverſamente come il diametro del circolo, che tocca la curva multiplicao nel cubo del perpendicolo calato ſopra la tangente di quel punto.

PROPOSIZIONE XLIII.

Trovare la legge della forza centripeta quando tende al centro del circolo.

1050. Eſſendo in queſta ipoteſi la curva data un circolo, e il punto s eſſendo il centro del circolo, ſarà per la natura di queſto il raggio sp perpendicolare alla tangente pz, e perciò sy dovrà eſſere obbliqua. Dal che ne ſiegue, che qt, qx, e ancora ph, pu in queſto caſo coincidono inſieme. Di più eſſendo ps della

Tav. 30. Fig. 5.

figufigùra 4, in questo caso raggio del cerchio, sarà costante. Onde la formola prima §. 1045., ($q : \overline{ps}^2 \times \overline{qt}^2$) si muterà nel circolo in quest' altra ($qr : \overline{qt}^2$). Ma $qr = tp$ per la costruzione, e di più qp essendo infinitamente piccola, è parte comune del circolo, e della tangente pr, e perciò pr, ovvero $qt = pq$; dunque la forza centripeta nel circolo sarà ancora come ($tp : \overline{pq}^2$), ovvero reciprocamente come ($\overline{pq}^2 : tp$). Ma dal §. 1043. il diametro $hp = (\overline{pq}^2 : tp)$; dunque la forza centripeta, che tende al centro del circolo sarà reciprocamente come il diametro hp del circolo, che il corpo descrive. Come dovea ritrovarsi.

1051. Lo stesso si deduce applicando al cerchio le altre tre formole date, collo stesso metodo, che ora abbiamo adoperato. Ma il diametro del cerchio è sempre lo stesso, o costante; dunque acciocchè un corpo descriva un cerchio, deve la forza centripeta, da cui è mosso, esser sempre la stessa in tutti i punti della sua periferia.

PROPOSIZIONE XLIV.

Trovare la legge della forza centripeta nel cerchio, quando tende ad un punto diverso dal centro.

1052. IL corpo p descriva il cerchio pqu, e la sua forza centripeta tenda al punto s diverso dal centro c. Si prolunghi ps Tav. 30. Fig. 6. in u, e da questo punto si tiri il diametro uca, indi il raggio cp, la corda pa, la tangente py, e a questa la perpendicolare sy, per fare la stessa costruzione delle figure precedenti. Essendo pq l' arco infinitesimo, si tiri il raggio vettore qs, e di più qr parallela, qt perpendicolare all' altro raggio *vettore* ps. Dal libro 3. della Geometria l' angolo $ypc = apu$, e tolto il comune cpu, sarà l' angolo $spy = apc = pac$. Onde il triangolo $syp \backsim upa$, dal che se ne ricava $au : pu :: ps : sy = (pu \times ps : au)$; e innalzando a quadrato, e multiplicando tutto in pu, avremo $\overline{sy}^2 \times pu = (\overline{sp}^2 \times \overline{pu}^3 : \overline{au}^2)$. Ma §. 1047. la forza centripeta espressa generalmente è reciprocamente, come $\overline{sy}^2 \times pu$; dunque sarà ancora reciprocamente come la sua uguale ($\overline{sp}^2 \times \overline{pu}^3 : \overline{au}^2$) ovvero direttamente come ($\overline{au}^2 : \overline{sp}^2 \times \overline{pu}^3$). Ma la linea au essendo diametro del cerchio è costante in tutti i punti del cerchio, dunque cassato $\overline{au}^2$, la forza centripeta, che tende a qualunque punto dentro il cerchio, sarà direttamente come ($1 : \overline{sp}^2 \times \overline{pu}^3$), e perciò reciprocamente come il quadrato della di-

distanza dal punto dato, multiplicato nel cubo della corda allo stesso punto. Come dovea ritrovarsi.

1053. Perciò se il punto s a, cui tende la forza centripeta è in u, cioè nella periferia stessa, essendo in tal caso ps = pu, sarà la forza centripeta come $(1 : \overline{sp}^5)$, ovvero reciprocamente in ragione quintuplicata del raggio vettore.

Tav. 30. Fig. 7. 1054. Quindi la forza centripeta, colla quale p tende al punto s, sarà alla forza, colla quale tenderebbe a un altro qual siasi punto r come $\overline{rp}^2 \bowtie sp : \overline{sg}^3$, che è il cubo della retta tirata dal primo punto s parallela alla distanza pr dal secondo punto, e determinata dalla tangente pg. Imperocchè dalla Prop. 44. la forza centripeta verso s, a quella verso r è, come $(1 : \overline{sp}^2 \bowtie \overline{pu}^3) : (1 : \overline{rp}^2 \bowtie \overline{pt}^3)$, e multiplicando amendue i termini per $\overline{sp}^3 \bowtie \overline{pu}^3 \bowtie \overline{rp}^2$, sarà la forza prima alla seconda come $(\overline{sp}^3 \bowtie \overline{pu}^3 \bowtie \overline{rp}^2 : \overline{sp}^2 \bowtie \overline{pu}^3) : (\overline{sp}^3 \bowtie \overline{pu}^3 \bowtie \overline{rp}^2 : \overline{rp}^2 \bowtie \overline{pt}^3)$, ed abbreviando l'espressione sarà ancora come $sp \bowtie \overline{rp}^2 : (\overline{sp}^3 \bowtie \overline{pu}^3 : \overline{pt}^3)$. Ma per gli angoli spg, ptu retti, e per gli alterni gsp, tpu uguali, il triangolo spg $\backsim$ ptu; e perciò $tp : pu :: sp : sg = (sp \bowtie pu : tp)$, ed elevando questa equazione a cubo, $\overline{sg}^3 = (\overline{sp}^3 \bowtie \overline{pu}^3 : \overline{tp}^3)$; Dunque sostituendo il valore trovato di $\overline{sg}^3$, sarà la forza verso il punto s, a quella verso r come $sp \bowtie \overline{rp}^2 : \overline{sg}^3$. Ciò che dovea dimostrare.

1055. Ogni curva potendo avere una parte comune infinitesima col cerchio, sarà vero in generale di qualunque curva ciò che abbiamo dimostrato presentemente nel cerchio.

PROPOSIZIONE XLV.

Trovare la legge della forza centripeta, quando tende al centro dell'elissi.

Tav. 30. Fig. 9. 1056. L'ellissi, ovvero ovale è una linea, che si descrive fissando in due punti s, n la corda spn, indi involta la corda ad un chiodo, così che possa scorrere per esso, girando questo, e tenendo sempre tesa la corda verrà a descrivere l'elissi paKAd. Sia

Tav. 30. Fig. 8. dunque l'Ellissi BAba, i punti s, n, co' quali è stata descritta si chiamano i suoi *fochi*, o *umbilichi*; Aa è il suo diametro maggiore, ovvero asse; Bb il diametro minore; dK, pg si chiamano *Diametri conjugati*. Si tirino pf alla dK; qt alla pg perpendicolari, la tangente pr al punto p, la linea qr parallela al raggio vettore pc, e la e la qk parallela alla rp; ſarà rqkp parallelogrammo, e la qk per le ſezioni coniche parallela al diametro dK. Si tiri inoltre ps, e la qT perpendicolare. Eſſendo pc il raggio vettore, la prima formola §. 1045. ſi muterà in queſta ($qr : \overline{pc}^2 \times \overline{qt}^2$).

1057. Eſſendo qk parallela alla tangente rp, ſarà dal trattato delle ſezioni coniche ordinata del diametro pg; e perciò dallo ſteſſo avremo queſta proporzione $\overline{qk}^2 : pk \times kg :: \overline{dc}^2 : \overline{pc}^2$; ma eſſendo qk parallela alla dK, l' angolo alterno $qkt = kcf$, e gli angoli t, f eſſendo retti ſarà $qtk \backsim kfc$; e perciò $qt : qk :: pf : pc$; onde $\overline{qt}^2 : \overline{qk}^2 :: \overline{pf}^2 : \overline{pc}^2$, e moltiplicando i termini della prima con quelli di queſta proporzione avremo $\overline{qk}^2 \times \overline{qt}^2 : \overline{qk}^2 \times pk \times kg :: \overline{dc}^2 \times \overline{pf}^2 : \overline{pc}^2$. Ma per le ſezioni coniche in tutti i diametri conjugati abbiamo $dc \times pf = ac \times Bc$; dunque ſarà ancora $\overline{dc}^2 \times \overline{pf}^2 = \overline{ac}^2 \times \overline{Bc}^2$. Soſtituendo nella proporzione di ſopra il valore della quantità $\overline{dc}^2 \times \overline{pf}^2$, e caſſando ne' primi due termini $\overline{qk}^2$, diventerà di queſta forma $\overline{qt}^2 : pk \times kg :: \overline{ac}^2 \times \overline{Bc}^2 : \overline{pc}^4$. Ma per la coſtruzione $pk = qr$, ed inoltre $pg = 2pc$, e per la infiniteſima kp, e ancora $kg = 2pc$; dunque ſoſtituiti queſti valori, l' ultima proporzione ſi muterà in queſta $\overline{qt}^2 : qr \times 2pc :: \overline{ac}^2 \times \overline{Bc}^2 : \overline{pc}^4$, e dividendo i termini conſeguenti con pc, ſarà $\overline{qt}^2 : 2qr :: \overline{ac}^2 \times \overline{Bc}^2 : \overline{pc}^3$; e dividendo il ſecondo, e il quarto termine, ovvero ciò che è lo ſteſſo, dividendo il ſecondo, e moltiplicando il terzo per 2 ſarà $\overline{qt}^2 : qr :: \overline{2ac}^2 \times \overline{Bc}^2 : \overline{pc}^3$; e perciò ($qr \times \overline{2ac}^2 \times \overline{Bc}^2 : \overline{qt}^2$. Ma le linee ac, Bc come ſemiaſſi della elliſſi ſono coſtanti; dunque ſarà ($qr : \overline{qt}^2$) : $\overline{pc}^3$, e dividendo amendue i termini per $\overline{pc}^2$ ſarà ($qr : \overline{qt}^2 \times \overline{pc}^2$); ovvero la forza centripeta per lo §. 1045. ſarà come pc. Dunque la forza centripeta, che ſi ricerca in un corpo, acciocchè deſcriva un elliſſi, e tenda al ſuo centro, ſarà direttamente, come la diſtanza dal medeſimo. Ciò che dovea ritrovare.

1058. Supponiamo ora, che i due fochi s, n vadano al centro c, l' elliſſi in queſto caſo ſi muterà in un cerchio, e la forza centripeta ſarà coſtante. Immaginiamoci ora, che il foco s inſieme col centro c vadano verſo A in infinito, l' elliſſi ſi muterà in una parabola, e la forza, che tende al centro infinitamente lontano, ſarà infinita, e perciò coſtante.

PROPOSIZIONE XLVI.

Trovare la legge della forza centripeta, quando tende al foco dell'ellissi.

1059. Siano s, n i due fochi, e la forza centripeta tenda al foco s. Si tirino ps, pn, la tangente py; e dal centro c la linea cz parallela al raggio vettore ps. Si tiri inoltre il diametro dK parallelo alla tangente py, sarà pecz un parallelogrammo, onde ep $=$ cz. La forza, che tende al punto c, si chiami W, quella, che tende al foco s, si chiami V. Dal §.1055. sarà W : V :: cp $\times$ $\overline{sp}^2$: $\overline{cz}^3$, ovvero $\overline{ep}^3$; onde W $\times$ $\overline{ep}^3$ $=$ V $\times$ cp $\times$ $\overline{sp}^2$; e perciò V $=$ (W $\times$ $\overline{ep}^3$: cp $\times$ $\overline{sp}^2$); ma dal §. 1057. W è come pc; dunque sarà V : (pc $\times$ $\overline{ep}^3$: pc $\times$ $\overline{sp}^2$); ovvero V : : ($\overline{ep}^3$: $\overline{sp}^2$). Ma dalle sezioni coniche abbiamo ps $+$ pn $=$ Aa, e inoltre pe $=$ (ps $+$ pn : 2), dalla prop. 48. e 52. del libro 3. delle sezioni coniche d'Apollonio, e dalla prop. 2. del libro sesto d'Euclide; dunque essendo ep costante, sarà V : : (1 : $\overline{sp}^2$). E perciò la forza centripeta, che si ricerca in un corpo, acciocchè descriva un'ellissi, quando tende al foco di essa, sarà inversamente, come il quadrato della distanza dal foco. Come dovea dimostrare.

Tav. 30. Fig. 9.

1060. Questo è ciò che supposi senza dimostrarlo nel §. 571. Immaginiamoci ora, che il foco s insieme col centro c vadano in infinito, l'ellissi si muterà in una parabola, o in una iperbola secondo le diverse condizioni; e ancora in questo caso la forza centripeta, che tende al foco n, sarà inversamente come il quadrato della distanza. Dunque se un corpo descrivendo una linea curva, sia spinto da una forza inversamente come il quadrato della distanza, dovrà descrivere alcuna delle tre sezioni coniche poco fa mentovate.

1061. Quantunque nel §. precedente abbiamo dimostrato, che posta la forza centripeta inversamente come il quadrato della distanza, debba il corpo descrivere una sezione conica, meritamente si può dubitare, se oltre queste curve possa il corpo descriverne altre, colla stessa legge. Il determinare questo punto è di necessità per l'Astronomia, nella quale è vero, che si dimostra colle osservazioni immediate fatte da Keplero sopra la stella di Marte §. 571., che i corpi celesti descrivono ellissi intorno al sole, e perciò per la preced. prop. sono spinti da una forza centripeta, che è inversamente come i quadrati delle distanze; ma può inoltre comprovarsi l'orbita ellitica de' pianeti

neti per mezzo d' altre osservazioni fatte nel cielo. Hanno osservato gli Astronomi, che i tempi periodici de' pianeti sono in sesquiplicata ragione delle loro distanze dal Sole, dal che ne siegue, che la forza, colla quale son portati in giro deve esser per lo corol. della prop. 41. come i quadrati inversi delle distanze; e perciò da questa prop. ne verrebbe in conseguenza, che i corpi celesti descrivono ellissi intorno al Sole, non essendovi tra le sezioni coniche altra curva, che ritorni in se stessa, come sono le orbite de' pianeti, fuorchè l'ellissi, e il cerchio, e questo restando escluso dalle proposi. 43. 44.

1062. Il Newton nella prima ediz. de' suoi principj suppose, che fuori delle sezioni coniche altra curva non potesse un corpo descrivere, quando la sua forza centripeta è inversamente come il quadrato della distanza. Il primo, che intraprendesse di provarlo fu Giacomo Ermanno per mezzo del calcolo integrale nel diario di Venezia; ma come osservò Giovanni Bernulli, niente avrebbe dimostrato, se ciò per altra via non avesse conosciuto. Perciò questi nelle Memorie del 1710. ne diede un' altra dimostrazione, ma alquanto imbarazzata. David Gregorj nel lib. 1. dell' Astronomia prop. 6, cor. 6. dimostra, che fuori delle sezioni coniche non può descriversi altra curva con questa legge, perchè l' ellissi non può mutarsi altro, che in un circolo, iperbola, o parabola come abbiam visto §§. 1058, 1060. Questa ragione ha molta forza presso di quelli, che comprendono al fondo il sistema delle curve. Il Newton nell' altra edizione de' suoi principj ne accennò una sicura dimostrazione al coroll. 1. della prop. 13. osservando, che la curvezza d' una linea si può sempre determinare data la velocità, la legge della forza, e il sito della tangente alla curva da descriversi; inoltre dato il foco, il punto del contatto, la positura della tangente si può descrivere una sezione conica, che abbia quella data curvezza; e di più è impossibile colla stessa forza data descrivere due curve, che si tocchino. Wolfio dopo avere esposto le due formole date dal Varignon nelle memorie del 1700, 1701. e ritrovate l' equazioni, che esprimono le proprietà di più curve, finalmente nel probl. 112 al cap. 13 della meccanica cercando un' equazione per la *trajettoria*, posta la legge, con cui la forza opera inversamente, come il quadrato della distanza truova, che è un' equazione di due dimensioni, e perciò

deve

deve essere per necessità qualche sezione conica. Quindi è fuor d' ogni dubbio, che con questa legge di forza non può descriversi altro, che una delle quattro sezioni coniche già mentovate.

1063. Per esprimentare ciò che abbiamo dimostrato delle forze centrali, inventò lo 's Gravesande la seguente macchina, che

Tav. 29. Fig. 1. descrive nel lib. 1 della Fisica. Sopra la base DEEDC si collocano le tavole A, B orizzontalmente, il diametro delle quali comodamente è di 2 piedi. Queste appoggiamo sopra due colonne gH, iH attaccate al loro centro, e che in H, H hanno i loro perni, co' quali entrano ne' buchi corrispondenti fatti sulle travi ED. I forami dove entrano i perni delle colonne Hi, Hg si fanno in una lastra m di qualche metallo, per più durata. Sotto ciascheduna tavola si può applicare in mezzo alla colonna una ruota incavata nella periferia a modo di taglia, il di cui centro deve corrispondere a quello delle tavole A, B. Per fare l' esperienze alle volte ab-

Tav. 29. Fig. 2. biamo bisogno di muovere una sola tavola, alle volte di girarle amendue. Ciò si fa colla ruota verticale Q, e colla piccola macchina x v v, che per mezzo di due viti poste in x, x s' unisce fortemente al piede della macchina grande verso la ruota Q, cosicchè la parte superiore v v t della macchina piccola sia nello stesso piano delle ruote orizzontali, che sono sotto le tavole A, B della macchina grande. Sia da muoversi solamente la tavola B, farete pas-

Tav. 29. Fig. 3. sare la corda per la ruota Q, dalla parte superiore all' inferiore, e da questa per c passerà per le piccole taglie v v della macchina piccola, indi per la ruota b, che sta sotto la tavola B della macchina grande, e da questa passerà per la taglia t orizzontale della macchina piccola, e quindi salirà in c verso la parte superiore della ruota Q, che sta nella macchina grande. La disposizione della corda si vede nella figura 3, ove sono delineate le taglie v, v t della macchina minore, e la ruota b della maggiore. Quando debba-

Tav. 29. Fig. 4. no girarsi colla ruota Q amendue le tavole A, B la disposizione, che deve avere la corda si vede nella fig. 4, dove la lettera c denota la parte inferiore della ruota Q, le lettere t, v, v le taglie della macchina nella fig. 2; e le lettere a, b le ruote, che stanno sotto le tavole A, B della macchina grande nella fig. 1. Sopra le

Tav. 29. Fig. 1. tavole A, B si fermano con viti le casse lunghe P, P per far molte sperienze, il loro mezzo, ove è un forame, corrisponde al centro delle tavole A, B, che sono forate, corrispondendo il buco

den-

dentro le colonne, ſu cui s'appoggiano. Le colonne Hg, Hi ſono di dentro fatte con un canale gf, dentro il quale ſi pone il cilindro N che contiene un ſottile tubo di vetro aperto da amendue le parti. La tavola, che è unita alla colonna ſi vede in ee, la ruota anneſſale per girarla in bb. La colonna termina in f, ed è unita al pezzo di ſotto con quattro baſtoni rotondi di ferro come ſi vede in D, e l'aſſe rotondo h è quello, che va nel buco H del piede della macchina grande. Vicino al mezzo delle caſſe P, P come ſi vede in v, v della macchina grande vi è un tramezzo che non è fiſſato alle caſſette, ma ſoſpeſo a due perni a, b e la ſua figura ſi vede in V. Intorno a queſti aſſi ſi gira facilmente, ed ha una apertura di ſotto. Dentro le caſſette alle volte ſi mettono delle palle come t attaccate ad un filo tL, che ſi fa paſſare per un forame, che ſta ſotto la chiave P, e a queſta ſi uniſce. In alcune altre ſperienze ſi fa paſſare il filo, a cui è attaccato il globo t, per l'apertura del tramezzo V dentro il tubo di vetro, che ſta in N, e ſcende il filo ſino in f, dove è il voto D della colonna, e a queſto s'uniſce un peſo.

Tav. 19. Fig. 6.

Tav. 19. Fig. 1.

Tav. 19. Fig. 7.

1064. *Eſperienza*. Si ponga nella caſſa P della tavola B il globo t, e il filo tL, a cui ſta anneſſo, ſi faccia paſſare per lo tubo di vetro, che ſta nel centro della tavola B, e per lo cilindro incavato nella colonna, coſicchè arrivi nel voto D della medeſima, e ſi tenga la ſua eſtremità colla mano, mentre la ruota Q fa girare la tavola B; il globo t, ſe la tavola gira a mano dritta, ſtarà fermo, e unito al lato ſiniſtro della caſſa, il che indica, che ſi muove colla ſteſſa velocità della tavola. Si tiri l'eſtremità del filo, in queſto modo s'accorcia la diſtanza tL del globo, dal centro L intorno a cui gira, oſſerverete immediatamente il globo t urtare nel lato deſtro della caſſa: il che indica, che ora ſi muove con più velocità della ſteſſa, perchè ſe non ci foſſe il lato della caſſa, uſcirebbe il globo fuori verſo quella direzione di moto, che ha la caſſa, e la precederebbe. Aſtenetevi di tirare, acciocchè il filo tL e perciò la diſtanza del globo t dal centro torni come prima, e il globo tornerà a urtare nel primo lato ſiniſtro della tavola. Queſta ſperienza dimoſtra, che la velocità d'un corpo s'accreſce, quanto più s'accoſta al corpo centrale.

1065. *Eſperienza*. Quattro tubi di vetro ermeticamente chiuſi, e poſti ſopra un piano inclinato, ſi fermino con viti poſte in x da una parte, e dall'altra ſopra la tavola B, ovvero A, levata prima la caſſa P, e devono ſituarſi in maniera che la parte più baſſa de' tubi ſia vi-

Tav. 19. Fig. 5.

cina

cina al centro della tavola, la più alta sia verso la sua periferia. Il primo tubo è per metà pieno di mercurio, e acqua; il secondo d' olio di tartaro per deliquio con ispirito di vino; il terzo d'acqua con un globo di piombo; il quarto d'acqua con un globo di sovero. Girando la tavola, per mezzo della ruota Q, si vedrà, che immediatamente le parti de' tubi più vicine al centro restano vote, e si riempiono le superiori, e i corpi più gravi come l' argento vivo, e il piombo stanno nella parte superiore de' tubi, mentri i più leggieri come l' acqua; lo spirito di vino, e il sovero scendono nelle inferiori, verso il centro della tavola. Da ciò si ricava, che ogni corpo mosso in giro ha una forza centrifuga, e questa è maggiore in que' corpi, che hanno maggior gravità, o materia. Di più con questa esperienza si possono esaminare le leggi de' vortici, o de' fluidi portati in giro.

Tav. 29. Fig. 1. 1066. *Esperienza*. Sotto la tavola A s' applichi una ruota, e un' altra sotto B, cosicchè la circonferenza della prima sia a quella della seconda come 2 : 3, ancora i loro tempi periodici saranno per la Statica nella stessa proporzione, e mentre A fa due rivoluzioni, B ne farà tre. Nella cassetta B si ponga il globo t d'una libbra attaccato ad un filo, che passa per la colonna in D, e ivi si sospenda un peso di lib. $2\frac{1}{4}$, che s' appoggi sopra la parte inferiore M della colonna, e tenga teso il filo del globo t. Un altro globo uguale t si ponga nella cassetta A, e sia alla stessa distanza dal centro della sua tavola A. Indi al filo, che lo tiene, e disposto come quello di B, sia sospeso un peso di lib. 1. Girando la ruota Q, e perciò le due tavole A, B, i globi t, t per la forza centrifuga, che acquistano nel tempo stesso scostandosi dal centro, sollevano i due pesi dalle colonne M, su cui appoggiavano. Dunque le loro forze centrifughe, o centripete dovranno essere proporzionali a' pesi, perchè questi sono disuguali; ma il peso di B è lib. $2\frac{1}{4}$, cioè $\frac{9}{4}$, il peso di A è lib. 1, cioè $\frac{4}{4}$; e perciò i pesi sono come 9 : 4; dunque ancora la forza centripeta del globo t nella tavola B sarà a quella di t nella tavola A; come 9 : 4, essendo amendue i globi alla stessa distanza dal centro, e perciò avendo la stessa velocità, ed essendo dello stesso peso. Il tempo periodico di B è 2, di A è 3; i quadrati di questi numeri sono 4, 9; dunque le forze centripete, che erano come 9 : 4 saranno in ragione inversa de' quadrati de' tempi periodici. Da questa esperienza si ricava il metodo di esprimere i diversi tempi periodici per mezzo delle ruote diverse, che si applicano sotto le tavole; siccome ancora la quantità delle forze centrali per mezzo de' pesi

attac-

attaccati a' globi t, t, che corrispondono nel voto D delle colonne.

1067. *Esperienze*. Si pongano in una delle due casse i due corpi P, Q uniti con un filo di ferro, ed il loro centro di gravità sia in C. Se si pone il centro C, che corrisponda al centro della tavola, ovvero della cassa P, che è lo stesso, amendue i globi si muovono insieme colla cassa, e perciò stanno quieti; ma se il centro C si slontana da quello della tavola, amendue i corpi vanno verso quella parte della cassa, dove si è accostato il centro di gravità. Collo stesso metodo possiamo esperimentare tutte l'altre verità già esposte intorno alle forze centrali, che sarebbe lungo il descriverle. Tav. 29. Fig. 8.

SEZIONE V.

Le affezioni secondarie della materia, o le qualità.

1068. Finora abbiamo esaminate le tre proprietà primarie della materia, e fondamentali di tutto il discorso, che si fa intorno la natura de' corpi, cioè della *Estensione*, *Resistenza*, e *Mobilità*. Passiamo ora a trattare delle *affezioni secondarie*, o *sensibili* dette ancora *qualità de' corpi*. Tra queste sceglieremo le principali, che servono di strada all'altre, le quali meglio si concepiscono ne' corpi particolari della natura. Quindi parleremo della *durezza*, e *coerenza* de' corpi, della *mollezza*, ed *elaterio*, della *densità*, e *rarezza*, della *fluidità*, del *calore*, e del *freddo*.

1069. Quando i corpi operando per mezzo della loro estensione, solidità, e moto, si rendono a noi sensibili, ciò fanno immediatamente toccando i nostri sensi, o per mezzo delle minime particelle, che mandano fuori di se. Per lo più operano i corpi per mezzo di queste parti insensibili agli occhi, ma sensibili per le loro impressioni, che fanno sopra gli altri sensi. Che le parti de' corpi siano estremamente sottili, l' abbiamo dimostrato nel Capo 3. della Sez. 2. carte 44. e che queste siano separate una dall' altra nel capo 6. della stessa sez. carte 66. Che i corpi le diffondano da per tutto, le quotidiane osservazioni, e impressioni, che riceviamo da medesimi abbastanza lo dimostrano, e Roberto Boyle prolissamente espone nel suo Trattato *de Atmosphæris corporum consistentium*, che sta ne' tre tomi delle sue opere; onde è fuor d'ogni dubbio, che ogni corpo è cinto dalla propria atmosfera di particelle, che hanno una determinata natura; così ci determinano a credere tutti i fenomeni naturali. Ma qual legge seguitino queste parti nell'uscire da' corpi, e nell'operare sopra i nostri sensi, si determina colla seguente

PROPOSIZIONE XLVII.

Ogni azione, che da' corpi si propaga in giro, è inversamente come il quadrato della distanza da medesimi.

1070. QUanto maggiore è il numero delle particelle, che sono nello stesso luogo, tanto maggiore è la forza, efficacia, o loro azione. Ma quanto più grande è lo spazio, in cui si diffondono le stesse parti, tanto minore è il numero delle medesime, che si ritrova in un determinato spazio; dunque le azioni di queste particelle saranno inversamente, come gli spazj, ne' quali si diffondono. Sia perciò il corpo A, che mandi in giro molti effluvj, gli formeranno questi intorno una sfera, che perciò vien detta *sfera della sua attività*, e questi effluvj scostandosi dal corpo, verranno a descrivere varie superficie sferiche concentriche, e perciò a dilatarsi sempre in uno spazio maggiore; dunque le loro azioni saranno inversamente come le superficie sferiche ED, BC. Ma queste sono, come i quadrati de' raggi delle sfere EA, BA, secondo che dimostra Archimede; dunque le azioni di questi effluvj saranno inversamente, come i quadrati delle distanze EA, BA dal corpo A. Come dovea dimostrare.

Tav. 31. Fig. 1.

1071. Perciò se ci poniamo a doppia distanza da un corpo odoroso, l'odore sarà la quarta parte di quello di prima, a distanza 3 sarà $\frac{1}{9}$, a distanza 4 $\frac{1}{16}$, ec. Questo è interamente conforme alle osservazioni; così osserviamo, che un lume posto a distanza doppia fa quattro volte meno lume, a distanza tripla, nove volte meno; lo stesso ancora esperimentiamo negli odori, nel caldo, e nel fuoco. Quindi s'osserva, che stando un poco lontano dal fuoco appena n'esperimentiamo il calore, accostandoci due volte più, cresce il caldo molto più, che del doppio ec.

CAPO I.

Della durrezza, mollezza, ed elaterio.

1072. PER nome di corpo duro intendiamo quello, che essendo urtato non muta figura, e perciò le sue parti sono molto

coe-

coerenti. Cercano meritamente i filosofi, quale sia la causa di questa coerenza, la quale non è infinita, perchè non vi è corpo così duro, le cui parti non possano dividersi con qualche forza, se si eccettuano i minimi corpicelli, o elementi de' corpi, i quali sembra, che siano perfettamente duri.

1073. Gli Epicurei, e con esso loro i Gassendisti pretendevano, che la durezza de' corpi dipendesse dalla figura ramosa, e intralciata delle minime parti, così si esprime Lucrezio nel libro 2. *de rerum natura.*

Denique quæ nobis durata, ac spissa videntur,
Hæc magis hamatis inter sese esse necesse est;
Et quasi ramosis alte compacta teneri,
In quo jam genere in primis adamantina saxa
Prima acie constant ictus contemnere sueta,
Et validi silices, & duri robora ferri &c.

Per lo contrario i corpi molli sono quelli, le cui parti quantunque siano dure, pure lasciando molti voti tra loro, nè essendo ramose, non hanno connessione sensibile. In una consimile maniera si spiega Bernier nel Tomo 2. del Compendio della Filosofia Gassendistica; Onorato Fabry trattato 2. lib. 5. della Fisica, de Lanis nel Magistero della Natura, e dell'arte lib. 11. cap. 3. Che questa opinione sia una mera petizione di principio, non ha bisogno di essere dimostrato. Non ho dubbio, che le figure intralciate delle minime parti, ajutano la coerenza, ma queste minime parti essendo composte di altre minori, e conservando costantemente la loro figura ramosa, si cerca, perchè le minori parti, delle quali sono composte, si conservino così unite tra loro.

1074. Cartesio nella parte 4. de' principj, e con esso lui Roault nella parte prima della Fisica capo 22. pretendono, che la durezza de' corpi nasca dalla quiete delle loro parti, perchè siccome il moto le separa, così la quiete le deve tenere unite. Quanto sia lontana dal vero questa opinione, si vede dall'osservare, che la quiete è una mera privazione di moto §. 222.; e perciò essendo la stessa in tutti i corpi, avranno tutti la stessa durezza. Di più la metà meno di forza ci vorrebbe a separare la metà di un diamante dall'altra, che a muoverlo tutto, non consistendo la separazione, che nell'imprimerle il moto; e osserveressimo inoltre, che le parti di qualche poco di polvere starebbero unite con una forza considerabile.

1075. Malebranche nel lib. 6. *De inquirenda veritate*, Giacomo Bernoulli *De gravitate ætheris*, e tutti i moderni Cartesiani rifondono la durezza de' corpi nella forza centrifuga de' minimi vorticetti, che compongono il vortice grande terrestre, la quale spinge una parte d'un corpo verso l'altra. Alcuni altri Cartesiani più sperimentali attribuiscono la durezza alla forza elastica dell'aria, fondati sulla forte coerenza, che dimostrano i mezzi globi d'Ottone di Guerichio. Ma oltre l'insussistenza de' vorticetti dimostrata in più luoghi, e specialmente parlando della causa della gravità, e dell'attrazione, e l'insufficienza della semplice elasticità, che è nell'aria, possiamo aggiungere ancora le seguenti istanze. I. Due gocce d'acque poste vicine sono esposte alla compressione stessa de' vorticetti, che le parti de' corpi più duri, e i punti, ne' quali si toccano, sono quasi infiniti; dunque dovrebbero essere durissime. Prevedendo quest' obiezione il Bernoulli stabilì, che le parti de' fluidi non si toccano in alcun punto, la qual ipotesi non può sostenersi in alcun conto. II. Questi piccoli vortici devono essere estremamente sottili, acciocchè possano entrare nella campana di vetro della macchina pneumatica, sebbene votata dell' aria grossa, osservando, che i corpi non vi perdono *la loro* durezza. Dunque penetreranno i pori de' corpi quantunque minimi; e perciò colla loro forza centrifuga produrranno la separazione delle parti, come quei di fuori l'unione delle medesime.

1076. Tralasciamo di esporre la spiegazione, che dà della durezza Bacone da Verulamio, il quale giudica, che nasca dal contatto delle parti eterogenee de' corpi, come si osserva, che l'acqua, e l'olio insieme agitati producono una materia consistente chiamata unguento; questa opinione è simile a quella di alcuni, che giudicano nascere la coerenza da una materia viscosa interposta nelle parti de' corpi.

1077. Resta adunque, che la coerenza debba ripetersi dal primo interno principio di moto comunicato alle parti della materia, il quale realmente troviamo in natura, e abbiamo chiamato attrazione. Questa è massima nel contatto delle parti de' corpi, e a proporzione, che maggior numero di loro si toccano; onde nasce la diversità, che si osserva nella coerenza de' corpi, o nella loro durezza. Oltre questo primo principio, abbiamo ancora sei altre cagioni, che accrescono la durezza.

1078. La prima è la gravità, e l'elaterio dell'aria, come osservammo negli emisferj di Ottone di Guerichio. La seconda è la forza magnetica, che si truova tra la calamita, e il ferro, colla quale le parti di questi corpi si unisconο con una forza determinata; e consimisimile a questa è quella forza detta Elettrica, che si truova in tutti i corpi, eccettuati i metalli, e quelle specie di gomme, che si sciolgono nell'acqua. La terza è il fuoco, che indurisce la creta, i coralli, e l'ambra, facendo evaporare le parti acquose, che impedivano l'immediato contatto delle parti. Così ancora se il fuoco si accresca liquefacendo le parti metalliche, le riduce ad un maggiore contatto, come osserviamo in quelli utensili di creta, che per lungo tempo si tengono dentro la fornace, che nella loro superficie si incrostano d'una specie di vernice. Il quarto modo si fa coll'interposizione di un fluido, o quasi fluido tra i pori, e le asprezze delle parti de' corpi. Di questo abbiamo dato molti esempj nel capo della attrazione parlando de' cilindri di metallo, e di marmo; molti altri esempi ne abbiamo nelle piante, le parti delle quali tenacemente si uniscono per mezzo di quella specie d'olio chiamato *fisso*, che si estrae dalla pianta solamente col brugiarla. Quindi è nato il modo di render duri i legni, e impedire, che si tarlino col bagnarli spesso coll' olio di lino, o pure bollirli nell'olio comune. Così ancora osserveremo, che per mezzo de' sali introdotti nell'acqua, questa si congela, e si indurisce. La quinta causa è l'effervescenza di alcuni liquori, la quale esclude le loro parti più agitate, e mobili, e riduce le altre ad un immediato contatto. Lo spirito di urina, e di vino insieme uniti producono una effervescenza, sedata la quale si induriscono, come il ghiaccio; così ancora l'olio di tartaro per deliquio unito con quello di vitriuolo si muta in un corpo solido detto tartaro vitriuolato, e l'olio di olive mescolato coll'acqua forte si cangia in un corpo solido, e friabile. La sesta causa è il freddo; onde osserviamo, che tutte le resine siano di terra, o delle piante, si induriscono al freddo, parte perchè questo introduce le punte saline dentro di esse, parte perchè escludendo le particelle del fuoco, rende gli elementi delle resine più atti a poter esercitare la loro forza attraente. Così ancora osserviamo, che l'acciajo infocato, se si immerge nell'acqua fredda acquista una durezza considerabile, e vien detto *acciajo temperato*.

1079. Per mezzo del freddo principalmente si spiega la durezza di quelle lagrime di cristallo dette lagrime filosofiche. ABCDEF, è la figura, che per l'ordinario loro si dà; per altro si fanno ancora a guisa di vermi solidi. Queste si formano lasciando cadere il cristallo infocato, e ben puro dentro l'acqua non calda. Furono a caso ritrovate in Olanda a tempi di Roault; A si dice il capo, CDEF la coda. Tav. 31. Fig. 2.

1080. Os-

1080. *Osservazioni*. Se il capo in B si batte col martello regge a' suoi colpi; ma se si rompe la coda in E, o in D si spezza con impeto, e va in minutissima polvere. Nel capo, e nella coda vi sono molte ampolle. Se colla lima, o con acqua, e smeriglio si logora il capo, tosto che si giunge a qualche ampolla, va in polvere la lagrima; ma se invece d'acqua si adopera l'olio, non sempre ciò accade. Nel rompersi la lagrima spesse volte alcuni pezzi pajono interi, e vi si vede dentro molte fissure, che come altrettanti raggi sono dirette all'asse di mezzo CA della lagrima; se questi pezzi si prendono tra le dita un poco compressi si riducono in polvere. Tutti questi fenomeni osservati già da Roault, Montanari, Ombergio, Ookio, e Sturmio cessano, se la lagrima si scalda prima al foco.

1081. A spiegare questi fenomeni alcuni ricorrono all'elaterio dell'aria, che per lo freddo improviso si condensa nel centro della lagrima, e quando se le apre l'adito, uscendo con impeto la spezza. Contro a questa spiegazione fa la maniera, con cui si formano; il fuoco esclude ogni aria da' corpi, nè v'è modo migliore di liberarli dall'aria; dunque immergendo il cristallo infocato nell'acqua, non può l'aria condensarsi dentro la lagrima.

1082. Roault dalla stessa maniera di formarle ne ricava una ottima spiegazione. Quando, dice egli, il cristallo cocente s'attuffa nell'acqua fredda, la superficie esteriore è la prima a condensarsi, onde i suoi pori si ristringono più di quelli, che sono nel corpo della lagrima, e questi sempre assai meno, che ci accostiamo al suo asse; onde i pori sono come tanti coni, le punte de' quali sono alla superficie, le basi nell'asse della lagrima. Indi nasce, che la lagrima, battuta nella superficie regge al martello, ma si frange tosto che, rotta la corda, si dà l'adito all'aria d'entrare per le basi de' coni. A questa vera cagione de' fenomeni della medesima si deve aggiungere, che dentro non vi è aria, essendole precluso l'adito d'entrare dal serramento delle parti superficiali della lagrima prodotto dal freddo; onde l'aria esteriore col suo elaterio, tosto che è aperto l'adito nell'interno del cristallo, v'entra con impeto, e ne separa le parti. Inoltre acciocchè il cristallo acquisti consistenza, e durezza è necessario, che le parti del fuoco a poco a poco se ne dispriggionino; onde è che terminato un lavoro non s'espone tosto all'aria fredda, ma si pone sopra la fornace a un'aria calda per cuocerlo, come dicesi comunemente. Se tosto s'espone all'aria fredda il cristallo appena uscito dal-

dalla fornace, e molto più all'acqua, le parti tutte del fuoco essendo obbligate d'uscire con impeto separano, e sconvolgono quelle del cristallo, e così impediscono, che non esercitino la loro forza attraente, onde restano così leggiermente unite, che ad ogni piccolo urto si separano facilmente.

1083. Con quest' ultima sola cagione si spiega il fenomeno di quelle bocce di vetro ritrovate in Bologna. Si fa di vetro ordinario la boccia ACEDB vota al di dentro, ma che in CEDG è molto massiccia, questa in vece di cuocerla si lascia all'aria fredda. Se si batte in terra, regge per lo più a' colpi, se dentro essa si pone un corpo non angoloso, come una pietruccia rotonda, non fa alcun motivo; ma se si lascia cadere dalla bocca AB una sottilissima scaglia di pietra focaja, o altra, nell' urtare questa in G, va in pezzi con non mediocre rumore tutto il fondo CEDG. Queste bocce bene spesso ancora da per se sole si rompono. Le parti del vetro interiori essendo pochissimo unite, ma avendo qualche coesione quelle della superficie, parte per queste, parte per la figura sferica, che ha la boccia, regge a' colpi; ma se un'acuminata pietruzza urta tra parte, e parte facendo una piccola incisione dà adito in primo luogo all'aria d'entrar dentro col suo elaterio, e in secondo luogo comunica alle minime parti del vetro un moto oscillatorio, per cui queste già poco unite facilmente si staccano. Ajuta ancora la loro separazione il peso del vetro, che è massiccio in GE. Tav. 31. Fig. 3.

1084. La *Coerenza* de' corpi è di due maniere *assoluta*, e *relativa*, o *trasversale*. Se tiro un bastone per lungo prendendolo dalle sue estremità, la resistenza, che mi fa, si dice assoluta; se lo incurvo per romperlo, o pure conficcato nel muro sospendo un grosso peso dalla sua estremità, acciocchè questo lo spezzi, la resistenza, che fa, si dice relativa. Quindi non è difficile il vedere quanto maggiore sia la prima specie di coerenza della seconda.

1085. Il primo, che distinse queste due specie di coerenza fu il Galilei, come apparisce ne' suoi dialoghi, questi fu seguito da Blondel nel trattato stampato nel 1661, il cui titolo è *Galileo promosso*, e nella sua lettera, che si truova ne' Trattati Matematici stampati a Parigi nel 1676. Dopo di questo parlò della resistenza de' solidi Alessandro Marchetti nel libro *De Resistentia solidorum* uscito in Firenze l'anno 1699.; indi Onorato Fabry nella Fisica Trattato 2. lib. 5. anno 1699. Wurzio volendo coll'esperienza confermare le leggi date dal Galilei, non le trovò a quella conformi, lo stesso in parte osservò an-

ancora il Mariotte, come apparisce dalle sue Opere stampate tutte a Leiden nel 1717. Molte cose intorno a questa doppia resistenza espose il Leibniz negli Atti di Lipsia del 1684. e Varignon nelle Memorie del 1702. e Parent nelle stesse. Una formola per determinarle diede il Bernoulli nelle Memorie del 1705. Un intero Trattato ne fece Paolo Osto della Compagnia di Gesù, come apparisce dalla raccolta de' suoi Trattati Matematici, che uscì a Parigi nel 1692. Molte cose ancora intorno alla resistenza principalmente contro Wurtsio, e Marchetti osservò l' Abbate Grandi nelle note al Trattato di Galilei, e Reaumur nelle Memorie del 1711.; ma più compiuta di tutte è la dissertazione, che ne fa il Musschenbroek, come apparisce nelle sue dissertazioni Fisico-Geometriche.

1086. Per determinare le due specie di resistenze, concepiscono questi Autori ogni corpo composto come di tanti filamenti, o fibbre. Con questa ipotesi esaminando prima la forza diretta, e trasversale delle fibbre, o siano fili di seta ec. determinarono alcuni essere la coerenza assoluta alla relativa come 3:1, altri come 4:1, secondo le diverse ipotesi da esso loro fatte, o che lo slungamento delle fibbre sia proporzionale alla forza, che le tende, come il Leibniz, cui però s' oppose Bernoulli; o secondo altre leggi da esso loro probabilmente congetturate. Il Musschenbroek però lasciate da parte le ipotesi, appoggiandosi sulla sperienza vide, che non si potea dare una regola generale, accadendo spesso, che la coerenza assoluta sia alla relativa come 18:1, conformemente alle sperienze, che di lui riferiremo.

1087. *Esperienze*. Sospendendo il Musschenbroek varj fili metallici, il diametro de' quali era $\frac{1}{10}$ di pollice Renano, e attaccando all'altra estremità varj pesi finochè si rompessero, osservò, che per rompere un filo di rame di Svezia si ricercarono libbre 299.$\frac{1}{4}$ secondo la tavola seguente

Fili	*Pesi*
Di rame della Svezia	299$\frac{1}{4}$
D'ottone	360
D' oro delle doppie di Spagna	500
Di piombo	29$\frac{1}{4}$
Di stagno	49$\frac{1}{4}$
D'argento de' Filippi	370
Di ferro	450

Prima di rompersi s' assottigliavano tutti in quel luogo ove si *spezzava*-

zava-

zavano; di modo che essendo prima di $\frac{1}{10}$ di pollice, o d'una linea Renana, divenivano successivamente $\frac{9}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{7}{10}$ di linea ec.

1088. *Esperienze*. Quando i fili sono d'ugual grossezza, e della stessa natura per tutta la loro lunghezza, siano lunghi, o corti sostengono sempre lo stesso peso. Questo osservarono il Galilei nel Dialogo 2 della Meccanica, Mariotte nella parte 5 del moto dell' acque disput. 2. e Musschenbroek nella prop. 4. Per verità Mersenno pare, che provasse il contrario, ma egli stesso osserva, che più lungo è il filo, più difficile è a farlo della stessa grossezza, e qualità; di più osserva il Musschenbroek, che al peso attaccato al filo deve aggiungersi ancora quello del filo stesso se è molto lungo, e grosso.

1089. E' stata, e dura ancora l'opinione tra molti, che i fili ritorti abbiano più forza di quei, che non sono ritorti, ma solamente uniti in un fascio paralleli tra loro. Ciò pretende dimostrare Bellini nel Trattato *De Motu cordis* c. 5. e lo suppose de Lanis nel tomo 2. par. 21. *Magisterii naturæ, & artis*, o per dir meglio lo trascrisse dalla Fisica di Fabri Tratt. 2. lib. 5. prop. 13. Il contrario insegnano le seguenti.

1090. *Esperienze*. Reoamur attaccò ad un filo 10. lib. di peso, dalle quali fu rotto; amendue i pezzi dovrebbero sostenere lib. 20. §. 1088. gli storse amendue, e non sostentarono, che libbre 16. Un altro filo Musschenbroek osservò, che si ruppe con lib. 12$\frac{1}{2}$. Dunque i due pezzi dovevano sostentare libbre 25. ma contorti non sostennero che lib. 17. Un filo bianco di lino si ruppe con libbre 3$\frac{1}{2}$; amendue i pezzi attorcigliati insieme sostennero solamente lib. 4. Una corda di canape, che avea due linee di circonferenza fu rotta da lib. 92. amendue i frammenti contorti sostennero solamente lib. 160.

1091. Ma se queste esperienze sono vere, perchè comunemente nell' umano commercio si contorcono i fili? Ciò si fa principalmente per due ragioni. Prima, perchè i fili non possono mai formarsi della istessa grossezza da per tutto, onde contorcendoli, la parte debole di un filo si unisce colla forte di un altro, e così si forma un filo tutto della stessa consistenza. In secondo luogo i fili per lo più, come quelle di bombace, di lana, di lino, di canape sono corti; contorcendoli diventano di quella lunghezza, che è necessaria per l'opere. Queste ragioni ciò non ostante servono solamente per dimostrare la necessità di contorcere i fili, ma però sempre meno, che si può, per non debilitarli molto.

1092. Per tre cause principalmente contorcendo i fili si debilitano. Prima, perchè si distendono, e perciò si rendono atti a rompersi, giacchè ogni filo prima di spezzarsi si allunga. Seconda nel ritorcersi si consumano, e si assottigliano uno coll'altro. Terza si dispongono obbliquamente, e perciò più facilmente si spezzano, perchè deve superarsi in parte la loro coerenza relativa.

1093. *Esperienze*. Molti sottilissimi fili furono un poco contorti insieme, cosicchè formassero un filo uguale ad un crine di Cavallo; essendo fatti di seta, si ruppero da grana di peso 33915; di tela d'aragno da grana 15800; di lino da grana 11710, di peli umani da grana 9635; un crine di Cavallo da grana 7970. Dal che si deduce, che quanto più sottili sono i fili, che si contorcono, tanto più forza hanno.

1094. *Esperienze*. Una corda musica fatta d'intestini di animali, che avea in diametro $\frac{3}{100}$ di pollice, si ruppe con libbre 27, un' altra, che ne avea $\frac{4}{100}$ con libbre 42. Da questa esperienza si conchiude, che queste corde sono le più forti di tutte; perchè essendo il loro diametro 3 volte maggiore di quello de' fili precedenti, la loro grossezza era nove volte maggiore, cioè come il quadrato del diametro. Quantunque per la Geometria le grossezze siano come i cubi de' diametri, trattandosi però della coerenza de' fili, questa deve prendersi dal quadrato del diametro, niente conferendo la lunghezza delle corde §. 1085. Dunque se la corda di budello avesse avuta la stessa coesione, che un crine di Cavallo, avrebbe portato di peso grana 7970-9, cioè libbre, 9, grana 2680. Ma sostenne libbre 27, dunque era tre volte più robusta.

1095. La *Mollezza* de' corpi la rifondono i Cartesiani ne' fluidi grossi, che hanno libero il passaggio per gli corpi molli. I più rigidi Cartesiani però, tra' quali è Roault ripetono la mollezza dalle parti eterogenee, altre delle quali stanno quiete, altre si muovono, cioè altre son dure, altre fluide.

1096. Tutte queste essendo ipotesi, non porta la spesa di fermarsi ad esaminarle. Meglio di tutti i Newtoniani dimostrata la forza attraente chiamano corpi *duri* quelli, le cui parti sono tenacemente attaccate; *molli*, le cui parti non sono interamente lontane dal contatto, ma tosto che si urtano, perdono il primo contatto, e passano ad altri; *elastici* quelli, che conservano il primo contatto, e lo perdono solamente nel tempo, che sono compressi;

fluidi

fluidi quelli, le cui parti hanno un piccolissimo contatto, e perciò una minima coerenza.

1097. Un grado di mollezza è la *flessibilità*, che si osserva ne' fili nelle membrane, nelle pelli ec. In questi la coerenza non può essere sensibile, almeno nelle parti grosse, che hanno; perchè si piegano; ma almeno le loro parti insensibili devono avere una coerenza considerabile, perchè i corpi flessibili non facilmente si spezzano. Congetturando si può dire, che questa specie di corpi sia composta di lunghe fibre cilindriche, e perciò non molto coerenti tra loro, ma che le stesse siano composte di parti minori tenacemente tra loro attaccate; quindi nasce, che il corpo flessibile cede, e non si spezza. Ciò pare confermato dall'osservare, che i legni, e le parti degli animali, sono tutte composte di fibbre, e filamenti, e hanno la flessibilità.

1098. *Elastici* si dicono quei corpi, che cedono, e dopo si restituiscono nella primiera figura, interamente se sono perfettamente elastici, o in parte, se sono imperfettamente elastici, come i metalli, i semimetalli, le pietre, molte parti degli animali ec. Tra questi corpi quei che hanno il più perfetto elaterio, sono le unghie delle dita, le corna, l'avorio, l'acciajo temperato, il vetro, e le pietre preziose.

1099. Affinchè un corpo sia elastico si ricerca, che sia *compatto*, o abbia una determinata densità; così osserviamo, che i metalli battuti acquistano l'elaterio, l'acciajo temperato, e più denso, che il molle; perchè la sua gravità sta a quella del molle, come 7809. 7738. quantunque le parti del temperato siano meno coerenti, che quelle del molle. Così ancora osserviamo, che i corpi scaldati hanno meno elaterio, e le corde degl'istromenti risuonino più d'inverno, che di state, ed il suono maggiore dipende dal maggiore elaterio. L'acqua certamente se non si scalda, o scioglie in vapori, non è elastica, ma il suo elaterio non dipende dal caldo, ma dall'aria, che vi si introduce dentro, e si dilata col calore,

1100. Per l'elaterio si ricerca inoltre una *tensione* determinata nelle parti del corpo, il che si osserva evidentemente nelle corde degl' istromenti musicali; ma qual grado di tensione debba essere, non hanno ancora determinato le esperienze. Questo si sa di certo dalle osservazioni fatte dal Boyle, Hauksbee, e dal Derham, che i corpi elastici non perdono l'elaterio nel voto.

1101. *L'elaterio è proporzionale alla forza comprimente*, come dimostrammo nella Dinamica per mezzo dell'esperienze de' pendoli.

1102. Da questa ultima legge si riduce la *riflessione* de' corpi. Sia il corpo elastico F, che perpendicolarmente cada sopra il piano DE, nell'urto, che fa, se il piano è duro, o elastico, si comprimerà il corpo, e con altrettanta forza per l'elaterio restituendosi secondo la legge terza, detratte tutte le resistenze, ribalzerà alla stessa altezza in F.

Tav. 31. Fig. 4.

1103. Supponiamo ora, che urti obbliquamente per la linea AB, ribalzerà per la linea BC, facendo l'angolo di riflessione CBE uguale a quello d'incidenza ABD. Imperocchè sciolta la forza AB nelle due laterali AF, AD, solamente colla forza perpendicolare AD urta nel piano al punto B, e questa tutta si consuma nell'urto a compianare il corpo, restando intatta la forza AF, che è parallela al piano stesso. Ma per l'elaterio si restituisce tutta la forza AD perpendicolare, dunque innalzata BF a perpendicolo nel punto dell'urto B, e fatta uguale alla AD, e presa nel piano BE = AF, il corpo di moto composto descriverà dopo l'urto la diagonale BC di un parallelogrammo FE rettangolo, ed uguale al primo FD, e perciò l'angolo d'incidenza ABD sarà uguale a quello di riflessione CBE.

Tav. 31. Fig. 5.

1104. *Esperienza*. Ciò si conferma colla seguente macchina. Sopra la tavola orizzontale si pone un piano levigato di marmo AB, che si può alzare, e abbassare. Se dal forame CN si lascia cadere una palla di avorio perpendicolare, ribalza per la stessa linea. Se innalzato il piano AB in AD, si lascia cadere sotto l'angolo HED, ribalza per un angolo uguale FEA, e cade dentro l'apertura G, posta alla direzione della linea EFG. La tavola G coll'apertura può ad arbitrio alzarsi, o abbassarsi, secondo i diversi angoli d'inclinazione, che si danno al piano.

1105. Dimanderà qualcheduno, che debba accadere ad un corpo duro, quando urta in un altro della stessa qualità? Claarke nelle note a Roault, come dicemmo, pretende, che debba ribalzare, come un elastico, ma noi dalla teoria, e colle esperienze diciamo, che se il corpo è *molle* nell'urto, si perde il moto nel compianamento, se è *elastico*, si perde nell'urto, e poi torna a rinnovarsi per l'elaterio; se è *duro*, è insuperabile la resistenza del corpo duro urtato, si comunica alle minime parti del medesimo, e queste oscillano, e si vibrano; non essendovi alcuna ragione, per cui debba il corpo riflettersi, o ritornar indietro col suo moto.

1106. Cercarono già le Scuole se nel punto di riflessione il corpo per qualche spazio di tempo stasse quieto. De Lanis, e Giacomo Odde professore ordinario dell' Accademia di Utrecht, ne' principj della Filosofia pretende, che si dia la quiete; ma i Cartesiani lo negano, perchè per la legge prima del moto §. 219. stando quieto per un momento non potrebbe più riflettersi. Non però a proposito citano questa legge; perchè potrebbe opporsi, che sebbene si quietasse, l'elaterio torna a metterlo in moto. Giudico adunque, che non si dia la quiete; perchè avanti, che il corpo si restituisca, prosiegue il moto suo nel compianarsi; terminato il compianamento, tosto si esercita l'elaterio, che non può ritardare un momento; altrimenti le parti, che hanno ceduto, quietandosi per un momento, si quieterebbero sempre, e in questo caso ha realmente luogo la legge prima.

1107. Cartesio fu il primo a cercare la cagione dell'elaterio ne' corpi alla parte 4. de' suoi principj spiegandolo in questo modo. L'etere ha libero il passaggio in tutti i corpi; ma quando una lamina elastica si piega in arco, i pori della sua parte convessa si dilatano, e quelli della concava si restringono; onde restando intercluso il libero adito all'etere per lo continuo sforzo, che fa, restituirà la lastra alla primiera figura.

1108. Posta l'ipotesi dell'etere, come vera, ciò non ostante non si può con essa render ragione, perchè una lastra di cera, o di altro corpo molle non debba fare lo stesso, accadendo anche in questa la dilatazione, e compressione de' pori. Di più una corda tesa, comprimendola, non si vibrerebbe più volte, come veggiamo accadere; perchè essendosi l'etere aperto una volta di nuovo l'adito, non potrebbe di più far oscillare la corda.

1109. Il Padre Mazier pensò una nuova ipotesi, che espone nel trattato de' piccoli vorticetti, per lo quale ricevette nel 1726. il premio proposto dall' Accademia di Parigi a chi spiegava meglio la forza elastica. Suppone questo, che le parti minime de' corpi elastici si tocchino in pochi punti, lasciando tra esse una quantità di pori comunicanti pieni di vorticetti, che si equilibrano, concepisce queste parti composte di altre minori, e queste di altre, quasi all'infinito, sempre collo stesso metodo, essendo tra ciascuna di esse altri vortici sempre minori comunicanti tra loro, e in equilibrio. Quando si comprime un corpo elastico, tutte queste diverse serie di pori mutano la loro figura, e perciò i minimi vorticetti perdono l'equilibrio tra

le

le loro forze centrifughe, onde lasciato in suo potere il corpo elastico, per queste stesse forze torna ad acquistare la figura di prima.

1110. Quantunque ingegnosa sia questa nuova ipotesi, ciò non ostante non è sufficiente a spiegare la forza elastica. Imperocchè se i vorticetti non sono chiusi dentro i pori, nel comprimere il corpo usciranno, e perciò cesserà la causa dell' elaterio; se sono chiusi, essendo comunicanti, e fluidi, si guasteranno interamente, o formeranno nuovi vortici, che vadano con altra legge, non essendovi alcuna ragione, per la quale debbano conservare la prima. Che se si sforzano sempre di conservarla, il corpo elastico tenuto piegato per un pezzo non perderà mai il suo elaterio, ciò che è contro all' osservazioni. Questi minimi vorticetti, che sono dentro i corpi, non si sa concepire di che natura siano, se diversi da quelli, che producono esteriormente la durezza, o pure gli stessi.

1111. Artsoeker nel lib. I. c. 4. della Fisica giudica, che l'elaterio de' corpi nasca dall' equilibrio perduto tra l' etere, *ch'egli* chiama fuoco elementare, e si truova in una determinata quantità ne' corpi, e tra l'aria grossa, che produce la lor durezza, e spinge l'etere uscito da' corpi elastici compressi. Questa ipotesi è soggetta alle stesse difficoltà, che quella di Cartesio, da cui è poco diversa. Tralascio l' opinione di quei, che hanno preteso di spiegare l' elaterio de' corpi per quello dell' aria, cioè l' elaterio per l' elaterio; restando sempre a cercare la causa dell'elasticità dell' aria; che se questa nasca da quella dell' etere, andremo in infinito, e cercando la causa di questi elaterj, non ne assegneremo alcuna di quello de' corpi.

1112. Per rendere una ragione di questa forza più conforme alle osservazioni; sia sopra una tavola un corpo di figura cubica, si sollevi questo da una sola parte dal piano, su cui s' appoggia, lasciandolo coll' altra sopra di questo, tornerà di nuovo ad unirsi; abbandonatolo a se colla tavola, e ciò per la propria gravità come ognun vede. Che se s' alzasse tanto il corpo da una parte, che la linea di direzione del suo peso non cadesse più nella sua base, ma dalla parte opposta, allora da questa parte andrebbe il corpo nel ricadere. Tanto facile è la spiegazione di questi fenomeni, che alcuno non ne ha mai cercato la ragione. Ora avendo noi dimostrato, che non solo i corpi tendono verso terra, ma di più ogni parte di materia verso dell' altra, non vedo per qual ragione non debba attribuirsi all' attrazione stessa la forza elastica, o di restituzione. Non v'è altra differenza tra il primo,

mo, e secondo effetto, che in quello ognuno è persuaso da comuni esperienze della verità del fatto; in questo si ricerca più attenzione per dimostrare la forza attraente, e mal s' accomoda la mente a concepirla. Immaginiamoci le parti de' corpi elastici come tante piccole lastre poste una sopra dell' altra, il che non è alieno dalla loro natura, se si considerano attentamente; nel piegarli, o comprimerli si separano da un lato queste particelle, onde non perdendo interamente il loro contatto, lasciato il corpo, torneranno di nuovo queste ad unirsi. Ma se lo perdono, allora scorrendo una sopra dell' altra, verranno a nuovi contatti, e così non potrà il corpo più restituirsi, o almeno lo farà solamente in parte; ciò che osserviamo di fatto ne' corpi elastici, che molto compressi perdono il loro elaterio, o si spezzano. Assai bene sopra ciò s' esprime Keillio nella dissertazione delle leggi d' attrazione, che sta dopo le sue Lezioni di Fisica e Astronomia.
„ *Si talis sit corporis alicujus textura, ut particulæ ultimæ compositionis*
„ *per vim externam a primigeniis suis contactibus paullulum dimoveantur*,
„ *nec interim in novos contactus commigrent, particulæ per vim*
„ *attractivam se mutuo petentes, ad contactus primigenios cito redibunt;*
„ *iisdem vero redeuntibus particularum corpus quodvis componentium*
„ *contactibus, & positionibus, eadem quoque redibit corpori figura,*
„ *adeoque per vim attractivam corpora, pristinas quas amiserunt pos-*
„ *sunt denuo recuperare figuras.*

CAPO II.

Della Rarezza, Densità, e Fluidità.

1113. **R***Aro* si chiami quel corpo, tra le cui parti si truovano molti pori; *denso* quello ove ci sono più parti, e meno pori. Che non vi sia corpo senza pori lo dimostrano le seguenti

1114. *Osservazioni*. I. Esposto qualunque corpo sotto il microscopio, s' osserverà la sua superficie, quantunque apparisca molto stretta, ciò non ostante piena tutta di fori di diversa grandezza. II. Il lume, ed il fuoco penetrano tutti i corpi. Ogni corpo esposto al microscopio mostra una superficie risplendente; di notte guardando tra due dita della mano unite il lume, risplendono nella loro unione. Il celebre Beccari nel suo Trattato de' Fosfori stampato in Bologna

nel

nel 1744., avendo chiuſa perfettamente una piccola camera coverta di panni neri, in vece di fineſtra avendoci adattato un tamburro di legno, che eſattamente ne chiudea l'apertura, ſenza dar adito al lume di fuori; poſe dentro il tamburro varj corpi animati, vegetabili, e inerti, indi rivoltando l'apertura del tamburro all'aria di fuori, li fece ſtare eſpoſti al Sole per qualche tempo, mentre egli ſtava nella camera perfettamente oſcura. Rivoltando poſcia il tamburro, vide tutti i corpi diſtintamente, quantunque raggio di Sole non penetraſſe nella camera; e dopo alquanto tempo li ritornò a perder di viſta; il che dimoſtra evidentemente, che i raggi del Sole erano intimamente penetrati ne' corpi. III. L'argento vivo poſto ſullo ſtagno, piombo, rame, e ſull'oro ſteſſo, è imbevuto da queſti, come l'acqua dalla ſpugna. IV. Fajo nelle memorie dell'Accademia Reale del 1728, dimoſtra il modo di far penetrare ne' marmi benchè duriſſimi qualunque colore. Si ſtrofinino per lungo tempo i marmi bianchi con lo ſpirito puriſſimo di timo miſchiato col ſale ammoniaco, o col ſangue di drago, o colla gommigutta prima ſciolta collo ſpirito di vino rettificato, o col fiore giraſole ſciolto nel ſugo di limoni; penetrano queſti colori a qualche pollice nel marmo. S'oſſerva ancora, che l'olio macchia ben ſpeſſo i marmi, di modo che non ſi poſſono più pulire. Molte di queſte eſperienze oltre il luogo citato poſſono vederſi nelle memorie del 1732. V. Molti corpi inſieme uniti, o ſolidi, o fluidi occupano minor luogo di quello, che portino amendue i loro volumi. Reaumur nelle memorie del 1733. ponendo dentro due parti d'acqua una di ſpirito di vino, notò l'altezza, alla quale erano nel vaſo, dopo ſcotendoli oſſervò, che occuparono meno luogo, di modo che convenne aggiungervi $\frac{1}{20}$ di ſpirito di vino, per farle tornare all'altezza di prima. Empite un vaſo fino a tre pollici d'olio di vitriuolo, e poneteci ſopra altrettanta acqua otturando il vaſo, acciocchè nell'effervеſcenza non ſvaporino; ceſſata queſta, ſi troveranno nel vaſo più baſſi di 6 pollici. Se con 10 parti d'olio di vitriuolo miſchiate 40 d'acqua, le troverete più baſſi due parti di quello, che dovrebbero eſſere. Se dentro due pollici d'arena, ne ponete due d'acqua, ne troverete ſolamente due abbondanti. La materia è impenetrabile; dunque conviene ammettere in tutti i ſolidi, e fluidi una quantità di pori, dentro i quali ſi ricevano le parti degli altri corpi.

1115. Ogni corpo dunque eſſendo poroſo non poſſiamo determinare, quanto di materia contenga. Che ſe poteſſe trovarſi un corpo

ſenza

senza pori, e il suo peso fosse d'una libbra, allora se pesando un corpo di egual volume trovassimo il suo peso di $\frac{1}{2}$ di libbra, sicuramente potressimo concludere; che vi sono dentro questo $\frac{1}{2}$ di pori. In qualche maniera però possiamo generalmente determinare, qual sia la quantità di materia rispetto a' pori in ciascun corpo. Fingiamo, che però è lontano dal vero, che dentro l'oro cissia ugual materia, che voto. Un volume d'acqua uguale a quello dell'oro pesa $19\frac{1}{2}$ meno di esso. Dunque deve contenere tanto più di pori, dell'oro; e perciò i pori dell'acqua a quelli dell'oro sono, come $19\frac{1}{2} : 1$. Ma abbiamo supposto, che nell'oro la metà sia pori; dunque paragonando l'estensione vota dell'acqua alla sua *materia* solida, sarà la prima alla seconda, come $19\frac{1}{2} \times 2 : 1$; ovvero come $39 : 1$. Perciò nell'ipotesi fatta della materia nell'oro, dovrebbe esserci nell'acqua $\frac{1}{40}$ parte di materia, e 39 di pori; se supponiamo però, il che è più vicino al vero per la gran densità dell'oro, che in esso vi sia una $\frac{1}{20}$ parte di pori, allora troveremo, che nell'acqua sarà poco più della quattrocentesima parte di materia, e tutto il resto sarà pori. Dal che si può dedurre, quanta sia la rarezza dell'acqua, e molto più quell'aria.

1116. Per mezzo de' pori frapposti tra le parti de' corpi, e della divisibilità infinita della materia, ricaviamo in primo luogo secondo che dimostra Kellio nella lezione 5, come *data una piccola particella di materia, e uno spazio, comunque grande, possa riempiersi di modo che in esso non vi sia alcun poro, che superi in diametro una data linea*. Imperocchè sia lo spazio dato un cubo, il di cui lato uguagli AB, che ha qualunque lunghezza, ma però finita. La particella di materia data sia uguale al cubo b^3, il lato del quale b si può prendere di qualunque piccolezza. La retta d, che può essere di qualsisia grandezza, ma non infinitesima, esprima il diametro, che devono avere i pori da interporsi alle parti della materia. Esprimano il numero delle volte, che la linea d entra nell'AB, avremo $nd = AB$, e perciò $n^3\ d^3 = \overline{AB}^3$. Si divida lo spazio dato in tanti piccoli cubi, ciascun lato de' quali sia d; il numero de' cubi contenuti in questo spazio sarà n^3. Si rappresentino questi cubi per gli piccoli spazj e, f, h, g. La particella b^3 si divida in tante parti, quante sono rappresentate dal numero n^3, e in ciascuno di questi spazj cubici e, ec. si metta una di queste parti; tutta la particella b^3 sarà diffusa per lo spazio Tav. 31. Fig. 6.

 cubi-

cubico dato il cui lato è la linea AB. Ciascuna di queste particelle dividendola in minori venga a formare tante piccole sfere e, f, h, g, che tocchino i lati di questi piccoli spazj cubici e, f, h, g, i diametri di queste sfere saranno tutti uguali alla linea d secondo la costruzione; ma queste sfere tutte si toccano: dunque la particella data b^3 si è diffusa nello spazio dato, e l'occupa tutto, senza che gli interstizj, o pori, che sono tra queste parti minime, superino in diametro la linea data d; come far si dovea.

1117. La particella b^3 può essere qualunque porzione dello spazio dato, e può avergli qualsisia ragione; perciò se dopo averla distesa in questo spazio, come ora insegnammo, torni di nuovo a ristringersi, e non vi si lascino pori, avremo con far questo un altro metodo, e perciò una nuova proposizione, che è la seguente. *Si può dare un corpo, la cui materia condensandosi, cosicchè non vi restino più pori fra mezzo, lo spazio, che questa materia addensata occupa, sia una porzione qualunque del primo luogo, che occupava.* Un caso consimile avressimo nell'aria, che sebbene occupi lo spazio vastissimo, che è intorno la terra, per l'innumerabile quantità di voti, che contiene, ciò non ostante addensandosi, e rendendola solida più dell'oro, e il diamante, potrebbe occupare una piccolissima parte del primo spazio, e per lo contrario colla prop. del §. 1116. si spiega come l'aria, quantunque occupi un vastissimo spazio, ciò non ostante può avere una piccolissima massa, o solidità.

1118. Col beneficio de' pori, e delle proposizioni precedenti si dimostra, *che possono darsi due corpi d'ugual volume, e materia quantunque diversa, e pure le somme de' pori in amendue siano quasi uguali*. Siano due corpi A, B, e il primo A contenga 10000. volte più materia, che B. La materia di A si ristringa in uno spazio senza pori, e sia questo $\frac{1}{100000}$ d'un dito cubico, il che si può fare per gli §§. precedenti, se la materia di B anch'essa si addensi in uno spazio senza pori, occuperà solamente $\frac{1}{10000}$ parte dello spazio occupato da A. Ma $\frac{1}{10000}$ di $\frac{1}{100000}$ di dito cubico ridotta a frazione semplice, fa $\frac{1}{1000000000}$ di dito cubico; dunque sarà questo lo spazio, in cui è ristretta la parte B, e il restante dello spazio sarà voto, onde in questa vi saranno $\frac{999999999}{1000000000}$ di pori. Nello spazio occupato da A, che è $\frac{1}{100000}$ di dito cubico, vi saranno $\frac{99999}{100000}$ di pori Riducendo questa frazione al denominatore dell'ultima, tro-

vere-

veremo, che i pori di A saranno $\frac{999999999}{1000000000}$, il qual numero è poco diverso da quello de' pori di B.

1119. *Fluido* si dice quel corpo le cui parti sono così insensibili, che non si vedono, e così poco coerenti, che appena urtate si muovono. Un vaso pieno di farina non si dice pieno di fluido, perchè le sue parti si vedono, ed essendo irregolari, non facilmente si muovono. Il sangue si giudica un fluido ad occhi nudi guardato, perchè le sue parti non si distinguono; ma veduto col microscopio, comprendo un composto di globetti rossi nuotanti in un fluido trasparente come l'acqua, allora lo concepiamo mezzo fluido, e mezzo solido, la stessa idea formiamo del sangue, dopo che s'è congelato in un vaso, e la sua parte rossa è separata dal siero. Il ghiaccio quantunque sia composto delle stesse parti, che l'acqua, ciò non ostante si giudica solido per la coesione accidentale delle sue parti. Se avessimo i sensi più squisiti, come i piccoli animali, giudicheressimo molti corpi molli, come la cera, e il mele corpi solidi, per la loro forte coesione rispetto a nostri sensi assai delicati. Questa è l'idea de' fluidi, che riceviamo dalla sperienza.

1120. Oltre i fluidi distinguono comunemente ancora i *Liquidi*, e gli *Umidi*. Si dice corpo liquido quello le cui parti si compongono a livello, come l'acqua posta dentro un vaso, ma non tutti i fluidi ciò fanno, per esempio la fiamma, e il fumo, e l'aria sono fluidi, e non liquidi. Umido chiamano quel corpo le cui parti s'attaccano tenacemente alla superficie degli altri corpi; Così l'acqua inumidisce la carta, i panni ec. Questa distinzione però non porta con se alcuna cosa di reale ne' fluidi, ma è una relazione, che si fa dello stesso fluido a corpi diversi. La fiamma, e il fuoco perchè meno pesanti dell'aria, non sono liquidi rispetto a questa, ma posti dentro una campana di vetro, votandola d'aria s'osserva che il fumo è liquido, perchè si compone a livello, formando nella campana una superficie piana; così ancora l'aria è liquida, perchè è diffusa per tutto ugualmente a proporzione della sua densità a diverse distanze da terra. L'olio, che posto dentro un vaso è liquido, perchè forma una superficie piana, se sopra vi s'infonde dell'acqua non è più liquido, mentre come più leggiero sale per essa; quando ha occupato la sua superficie, torna di nuovo ad esser liquido. Lo stesso si deve dire dell'umidità, che nasce da un'abbondanza d'attrazione tra le parti d'alcuni corpi. L'acqua è umida riſpetto alla carta, non umida riſpetto all'olio, e alle piume degli animali, ai quali corpi non s'attacca, ſe non che quando è calda, cioè quando le ſue parti ſono ſpinte da quelle del fuoco, e inſinuate ne' pori dell'olio. Il Mercurio riſpetto a noi non è umido, ſe non viene con forza ſpinto ne' pori del noſtro corpo; è umido però riſpetto al piombo, a cui naturalmente con forza s' uniſce. Dalla liquidità, e umidità ricaviamo, che i fluidi non tutti ſono compoſti dello ſteſſo numero di parti.

1121. I fluidi altri diconſi *Magri*, altri *Pingui;* i primi ſono quelli, che hanno una piccoliſſima coerenza come l'acqua, e gli ſpiriti cavati dalle piante, i ſecondi l'hanno più ſenſibile, come ſono tutte le ſpecie d'olj. Che i fluidi pingui, anzi i corpi ſolidi ſteſſi poſſano mutarſi in magri, lo dimoſtrano le ſeguenti.

1122. *Oſſervazioni*. Il bianco dell'uovo è un fluido pingue, ma ſe dentro un vaſo largo s'agiti con un cortello, s'aſſottiglia, e cangiaſi in ſpuma. Il ſangue è un fluido groſſo, ma paſſando per gli minimi vaſi del corpo ſi muta in linfa, e in un fluido ancora più ſottile. Gli olj ſe più volte ſi diſtillano, veſtono la natura dello ſpirito ſimile a quello, che s'eſtrae dal vino. L'olio, che ſi cava dalla cera, è come un buttiro, ma più volte diſtillato s'aſſottiglia prodigioſamente. Tutte le ſpecie di ſali, prima ben ſeccati al fuoco, poſcia diſtillati per la ſtorta col terzo di polvere di mattoni danno uno ſpirito penetrantiſſimo. Così ſi fa dal nitro la miglior acqua forte, dal ſale comune l'acqua regia. Lancelot fece per ſei meſi peſtare in un mortajo di porfido l'oro, e lo vide cangiato in acqua. Queſta ſperienza poſta in dubbio da molti confermò il celebre Chimico Guglielmo Ombergio nato a Batavia nell'Iſola di Giava al 1652. in più luoghi delle memorie dell'Accademia Reale; inſegnando il modo di ſciogliere ogni metallo in fluido perfetto, peſtandolo con l'acqua per lungo tempo. Lo ſtagno diſtillato col mercurio ſubblimato ſi cangia in uno ſpirito volatile. Se ugual porzione di ſolfo, ſale ammoniaco, e calce viva miſchiati ſi diſtillino, ſi mutano in uno ſpirito penetrantiſſimo. Tutte le parti de' fluidi quando ſi corrompono cangianſi in un fluido. Il cibo degli animali quantunque ſolido ſi muta nello ſtomaco in una bianca ſoſtanza detta chilo, colla ſemplice azione delle fibre dello ſtomaco, detta da Medici *triturazione*, e queſto poſcia paſſa in latte, ſangue, ſiero, e linſa. Tutte le piante diſtillate ſi cangiano in acqua, ſpirito, olio ſottile, e pingue, laſciando poche ceneri, o parti dure.

1123.

1123. *Osservazioni*. I fluidi per lo contrario spesse volte si mutano in solidi, così l'acqua passa ad essere ghiaccio; e la stessa introdotta nelle piante si consolida con esse. Il sangue forma la carne, le membrane, e le ossa degli animali. Le foglie dei mori mangiate da' vermi di seta, si mutano in seta; il cibo de' ragni forma la loro tela. Il Mercurio posto dentro una caraffa di vetro, e molto agitato si cangia in una polvere nera. Boerrave dopo avere distillato cento volte in vasi puliti il mercurio lo cangiò tutto in una polvere rossa, la quale poi esposta ad un violentissimo fuoco, non tornò che in parte il mercurio. Lo spirito di vino mischiato con quello d'urina in un momento si coagula in un corpo solido, come il corno, detto *Offa Elemontiana*. L'olio d'olive, lo spirito di vitriuolo, e di vino rettificato, se si distillano, si mutano in parte in un corpo duro, solido, e pesante, che più non può risolversi. Molt'altre esperienze si ricavano da' libri chimici.

1124. Un fluido adunque può assottigliarsi, e un solido per l'attenuazione delle parti diventar fluido, e per lo contrario acquistando coerenza le parti d'un fluido possono diventare un corpo solido. Da tutte queste osservazioni sempre più si ricava la vera natura de' fluidi secondo la definizione da noi data, e che le loro parti sono di natura diversa, e di figura curva, acciocchè sia piccola la loro coerenza. Che tale sia l'esterior forma delle parti de' fluidi, ne siamo in oltre convinti da molte altre.

1125. *Osservazioni*. Il latte, il sangue, il siero esposti sotto il microscopio, e l'olio quando è congelato manifestamente dimostrano le parti sferiche, delle quali sono composti. Il fumo de' carboni raccolto con un vetro piano apparisce composto di moltissimi globetti. Guglielmo Dereham esponendo il fumo dell'acqua ad un raggio di sole, ch'entrava dentro una camera oscurata, vide le parti dell'acqua di forma sferica. Con questo metodo esaminando molti altri fluidi si troverà sempre lo stesso, se si eccettuano le parti eterogenee, che in essi nuotano, e delle quali s'imbevono i fluidi col passare vicini ai corpi solidi.

1126. Quantunque la maggior parte de' Filosofi per la natura de' fluidi non ricerchino altro, che le loro parti sieno sottilissime, di figura sferica, o curva, e atte al moto, ciò non ostante Cartesio pretese, che le parti de' fluidi debbano necessariamente essere in un continuo moto, che se cessasse diverrebbero corpi solidi. Questa sua

opi-

opinione è una conseguenza della spiegazione, che dà della durezza de' corpi, la quale come abbiamo veduto fa consistere nella quiete delle loro parti. Quantunque i fenomeni dimostrino evidentemente, che pochi sono i fluidi, ne' quali non v'è un moto interno delle loro parti; perchè tutti sono continuamente esposti all'aria, e al fuoco, che dimostreremo nella Fisica particolare esser per tutti i corpi diffuso; ciò non ostante pretendiamo, che alla natura de' fluidi non si ricerchi l'attuale continuo moto, di modo che un fluido rimarrà tale, se bene le sue parti non si muovono attualmente. Deve qui notarsi, che noi parliamo de' veri fluidi, non di quei, che per accidente son tali, come i metalli al fuoco esposti, che dal moto delle particelle del fuoco essendo tenute in agitazione le loro parti, vestono la natura de' fluidi per qualche tempo.

1127. *Osservazioni*. I. L'acqua chiusa in una sfera d'argento, colla stessa materia saldata al fuoco, e compressa sotto il torchio, dovrebbe mutarsi in un corpo solido, perchè colla valida compressione perderebbe tutto il moto. Ma l'esperienza fatta dagli Accademici Fiorentini dimostrò il contrario, essendo l'acqua rimasa fluida, quantunque per la forte compressione sofferta fosse stata obbligata ad uscire da pori dell'argento. II. S'esponga l'acqua, il latte, o altro fluido ad un microscopio in tempo di notte, quando l'aria non è agitata dalla luce, non si distinguerà in essi alcun moto. III. Si sciolgano nell'acqua varie polveri di sottigliezza, e peso diverso, lasciandole riposare in un luogo quieto, tutte occuperanno un sito nell' acqua alla loro gravità conveniente, nè s'osserverà alcun moto nelle medesime. IV. Quest' idea de' fluidi è contro alla loro natura, dalla quale abbiamo ricavato, che la loro pressione s'esercita da per tutto ugualmente, e perciò quantunque siano in uno sforzo uguale di muoversi, ciò non ostante attualmente non si muovono.

1128. Una nuova opinione intorno a' fluidi posero in campo i più moderni Cartesiani, tra i quali Mulier, e Gamaches nella dissert. 5. dell' Astronomia Fisica. Pretendono, che le parti de' fluidi siano attualmente divise in infinito, specialmente quelle dell' etere; di modo che non abbiamo alcuna figura determinata. L'attuale divisione ripugna, come abbiamo osservato parlando della divisibilità. A questo s'aggiunge, che tutto il fluido, e le parti avrebbero la stessa natura, perchè la figura loro dipenderebbe, come quella del tutto, dal vaso, in cui si contengono. Inoltre tutti i fluidi sarebbero della stes-

sa

sa natura. Di più il fluido, che è esteso, nascerebbe da quantità non estese. Più cose osserveremo ancora parlando dell'etere Cartesiano.

CAPO III.

Del Caldo, e del Freddo.

1129. IL *Caldo* vien prodotto da quel corpo, che si chiama *Fuoco*, e questo o è il Sole, o il fuoco artificiale. Che il caldo consista in un moto di parti, non ha bisogno di dimostrazione, osservando tutto giorno, che alcuni corpi indurisce, altri fa svaporare, altri accende e riduce in cenere, tutti i corpi rarefà ec. Ma non ogni moto produce il caldo, così osserviamo, che l'acqua agitata regolarmente, e alcuni venti son freddi, qual moto si ricerchi lo dimostrano quelle ch'esporremo

1130. *Osservazioni*. Tutti i corpi, ma specialmente i duri, e scabri nella loro superficie stropricciandosi insieme si riscaldano, e ancora s'infiammano; così al riferir di Gio. Melchior Verdries nella sua Fisica stampata a Gessa nel 1735. parte generale Cap. 6. §. 1. cingendo un albero con una corda i rustici in Germania, con istrofinarla al tronco per qualche tempo fanno, che concepisca la fiamma; e ciò tengono per antica superstizione come osserva Giovanni Reiskio nella dissertazione di questo fuoco stampata in Tedesco. Quando si batte un chiodo dentro un leguo, e truova una resistenza insuperabile, che non può più andare avanti si scalda. Una sottile asta di ferro piegata, e ripiegata concepisce calore, così ancora quando colla lima si logora il ferro, amendue si scaldano, il succhiello bucando il legno fa lo stesso effetto. Tutti questi moti sono celeri, e perturbati; dunque un moto consimile deve esser quello, con cui si muovono i corpi, che sono caldi. Ciò si conferma dall'osservare tutte l'effervescenze calde come quella della calce viva coll'acqua, della limatura di ferro, solfo e acqua impastati e di molte altre, che riferiremo parlando del fuoco; in tutte s'osserva un moto *celere*, *e perturbato*. Da queste due considerazioni nasce la terza, che debba esser ancora un moto *vibratorio*. Perchè quando le parti con velocità confusamente si muovono, devono vibrarsi per ogni direzione. Lo stesso conferma Roberto Boyle nella dissertazione *de Mechanica productione caloris* portando molte altre osservazioni.

1131.

1131. Ma sebbene questo sia il moto, con cui sono agitati i corpi caldi, ciò non ostante non tutte le parti de' corpi sono atte a questo moto, come apparisce dall'osservare, che l'acqua, benchè s'agiti perturbatamente per lungo tempo, si scalda, ma non arriva mai a concepire la fiamma, dove che altri corpi benchè meno agitati s'accendono. Cartesio co' suoi seguaci pretendono, che il caldo dipenda dalle parti de' corpi poste in agitazione confusamente dalla materia sottile. Gli Epicurei per lo contrario, e i Gassendisti, e con questi i Newtoniani giudicano, che in natura si diano alcune parti minime, facilissime a muoversi, ed elastiche, che dicono *atomi di fuoco*, *o parti calorifiche*, le quali per tutto sono disperse, e pongono in agitazione le parti de' corpi, quando s'uniscono in gran copia in qualche luogo; per lo contrario le parti de' corpi colla loro resistenza non essendo così atte al moto, accrescono l'elaterio di questi atomi, e in questa maniera il fuoco si produce, e s'aumenta. Che si diano realmente queste parti lo determineremo parlando della natura del fuoco.

1132. Avendo dimostrato, che il calore consiste in un moto determinato delle parti de' corpi, possiamo per mezzo delle leggi dinamiche, e de' teoremi del moto spiegarne non pochi fenomeni. I. Quanto più duri sono i corpi, tanto più difficilmente si scaldano, ma concepito una volta il calore, lo conservano lungo tempo, e questo è maggiore, che ne' corpi meno duri, e più rari. Perchè il moto è più difficile a introdurlo in un corpo di maggior massa, che in uno di minore a motivo della maggior resistenza, che fa; ma una volta introdotto il moto, è maggiore, dove è maggiore la massa, e si conserva più tempo per la maggior forza d'inerzia. II. Si spiega perchè un corpo caldo posto vicino ad un freddo lo scalda, ed egli in tanto si raffredda, secondo le leggi dinamiche. Questa comunicazione sarà più pronta, quanto più piccole sono, e più sciolte le parti del corpo, a cui si comunica il caldo; perchè il calore consistendo non nel moto di tutto il corpo, ma delle sue parti, quando le parti del corpo freddo si insinuano in quelle del caldo, più facilmente ne ricevono il moto. Onde si spiega perchè un ferro lasciato all'aria libera si raffredda, ma ciò fa più prontamente, se si ponga nell'acqua, essendo le parti di questo fluido più solide, e più penetranti, che quelle dell'aria; nè ciò deve recar meraviglia; perchè quelle dell'aria non passano per la carta, lo che fanno quelle dell'acqua, come osserveremo parlando di questi corpi; per lo contrario più difficilmente perde il suo moto, posto nell'arena, per la grossezza delle parti di questa. III. si rende ragione della rarefazione, o dilatamento prodotto dal fuoco in tutti i corpi, che dimostreremo a suo luogo, della evaporazione, effervescenza ec.

1133. Il *freddo* producendo effetti contrarj a quelli del caldo, non consisterà in altro, che in una cessazione dal moto celere, e perturbato, o privazione degli atomi del fuoco, e questo si chiama *freddo assoluto*; oppure nella diminuzione di questo moto, o delle particelle calorifiche, e questo si chiama *freddo relativo*. Ciò si deduce dalle seguenti.

1134. *Osservazioni*. In quei luoghi, e ne' corpi, dove è il freddo, tutte le loro parti sono quiete, e son torpide; così osserviamo ne' paesi di montagne, e settentrionali in tempo d'inverno, e spirando venti boreali. Quando in un corpo manca il moto, tosto si raffredda. I corpi più pesanti, e perciò più inetti al moto sono ancora più freddi, come i metalli, e le pietre, de' corpi meno pesanti come l'olio, la lana, e i legni. La notte è più fredda del giorno, se qualche causa esteriore non cangia l'aria notturna. Il freddo constipa tutti i corpi, come il caldo li rarefà. Che il freddo condensi tutti i corpi, lo dimostrano queste.

1135. *Osservazioni*. Il fuoco, come dimostreremo, dilata qualunque corpo, onde il freddo deve rarefarli. Un tubo di ferro lungo 12 piedi s' accorciò in un freddo intensissimo, come riferiscono i Giornali de' Saggi al 1667. tomo 11. lo stesso osservarono accadere negl' istromenti astronomici Perrault, e Cassini. Boile nelle sue Opere, Boerrave nella Chimica, e Musschenbroek nel saggio di Fisica più sperienze riferiscono della condensazione prodotta ne' corpi dal freddo. Prese Boerrave una sfera di vetro, a cui unì un tubo della stessa materia, empiutala d'un liquore colorito, e posta in un liquore freddo, osservò, che il fluido di dentro sul principio saliva, indi scendeva ristringendosi sensibilmente. Lo stesso nota il Wolfio nella dissertazione della natura del freddo, e de' suoi effetti, e molti altri. Non può il fluido salire se non si ristringe la capacità del vaso; dunque la palla di vetro, che fu prima a sentire il freddo, fu ancora la prima a condensarsi, perciò il liquore salì; ma quando lo penetrò il freddo, si ristrinse come tutti gli altri corpi.

1136. Da quest' idea del freddo ricavata dalle sperienze possiamo dedurre la spiegazione di molti effetti da esso prodotti. I. il moto diretto come è quello de' venti boreali produce il freddo, perchè dissipa le parti calorifiche, che sono ne' corpi, o diminuisce il moto celere, e perturbato. Se ciò lo faccia il semplice urto diretto, o si ricerchino parti determinate in natura per questo effetto, si disaminerà in appresso. II. La costipazione de' corpi nasce dalla cessazione del loro moto dilatatorio, da cui essendo agitate non possono esercitare la loro forza attraente. III. Si spiega l'orrido stato della terra, e delle campagne ne' luoghi freddi, e la meno orrida comparsa, che fanno ne' luoghi di clima temperato.

Tav. 28. Fig. 3. 1137. Quantunque le continue osservazioni dimostrino, che non v'è corpo in natura, che dal freddo non sia condensato; ciò non ostante l'acqua nel massimo freddo si truova rarefatta. Primo di tutti a ciò osservare fu il Galilei, come apparisce da suoi dialoghi, e lo confermarono con replicate sperienze gli Accademici di Firenze, come si osserva nel Libro intitolato *Tentamina Accad. Cimentinæ* coll' aggiunte di Musschenbroek.

1138. *Esperienze*. Riempirono d'acqua il vaso d'argento ABC Tav. 28. Fig. 3. a forma d'un cono senza punta, e chiusolo col coperchio AB fatto a vite, lo circondarono di ghiaccio. Dopo qualche ora estraendolo, osservarono nel coperchio B molte aperture, dalle quali era uscita l' acqua di dentro congelata. Formarono la sfera ACB d'argento, la cui Tav. 31. Fig. 7. grossezza uguagliava la grossezza d'un filippo, questa era composta di due emisferj da chiudersi a vite in AB, e del collo col coperchio C fatto a vite, per cui si riempieva tutta esattamente d'acqua. Ciò fatto, e immersala nel ghiaccio, dopo alquante ore estraendola, non la trovarono rotta, benchè l'acqua di dentro fosse congelata. Sospettando, che per la vite fosse potuta uscir l'acqua, riempiutala di nuovo, e posta nel ghiaccio lasciando la vite AB di fuori, osservarono dopo qualche tempo, che l'acqua sibilando di là usciva. Onde tornatala a chiudere adoperando cera nella vite, e riempiutala di nuovo, ben coperta al di fuori di ghiaccio, dopo qualche tempo osservarono la vite rotta come la figura dimostra, aperto il vaso, e l'acqua congelata. Lo stesso accadde con una sfera d'ottone, alla quale avendo fatto col torno un'incisione in giro, per quivi poterla aprire dopo la congelazione, Tav. 31. Fig. 8. trovarono aperta la sfera, dove era fatta quest'incisione. Adoperando la boccia di cristallo ED piena d'acqua, e chiusa ermeticamente in E, la trovarono tutta spezzata come già si dimostra. Tentando la stessa cosa con una sfera d'oro, che avea tre pollici di diametro,

tro, e la sua parte inferiore l' avea un poco piana, cosicchè potea star dritta da per se sola, dopo estratta dal ghiaccio non l' osservarono rotta, ma perfettamente tonda, di modo che ora non potea più reggersi sopra un piano. Pensarono, che non si fosse rotta per la duttilità, che ha l' oro, ma per restar convinti, che nel congelarsi l' acqua, ancora questo vaso si dilatava, formarono un anello d' ottone, per cui passava esattamente la sfera, e s' accorsero, che dopo essere stata qualche tempo nel ghiaccio, non poteva più passarvi. Ripetendo più volte l' esperienza sempre collo stesso successo, finalmente si dilatò tanto, che s' aprì la sfera, dove era saldata ad argento.

1139. *Esperienze*. L' Ugenio agli 8 di Gennajo del 1667. che era un freddo intensissimo espose la notte una canna d' archibuso piena d' acqua, e otturata con vite, e coperta di piombo liquefatto, la mattina si ruppe con strepito considerabile; come riferisce Du Hamel nell' Istoria dell' Accad. Reale lib. 1. sez. 2. c. 1. §. 1. Lo stesso confermò Buozio adoperando un tubo di ferro grosso un dito, che dopo 12 ore si ruppe in due luoghi, come lo stesso Autore di sopra, nel lib. citato riferisce sez. 7. c. 3. §. 1. Musschenbroek empì d' acqua calda una caraffa di vetro, acciocchè non vi fosse dentro alcuna particella d' aria, e perfettamente otturandola l' espose al freddo de' 12. Decembre nel 1730. in tempo di notte, e dopo due ore si ruppe; ciò ripetè più volte.

1140. *Esperienze*. L' acqua congelata de' Fiorentini, e quella priva d' aria di Musschenbroek poste nell' acqua della stessa natura nuotavano in esse, meno però la prima della seconda. Quest' ultima differenza avea già notato Carlo Renaldini d' Ancona nelle Transazioni d' Inghilterra num. 72. Che tutto il ghiaccio nuoti, e perciò sia più leggiero dell' acqua, con molte altre sperienze hanno confermato l' Hauksbee nell' Appendice alle sperienze Fisico-Meccaniche, Fahrenheyt nelle Transazioni Inglesi num. 382. e Ambergero negli Elementi di Fisica cap. 10. Onde per mancanza di qualche circostanza Ombergio provò il contrario nelle Memorie del 1693.

1141. Si può adunque stabilire sicuramente con queste osservazioni, che l' acqua, quando è esposta ad un massimo freddo, si rarefà, e dilatandosi acquista una forza cousiderabile; perchè secondo il computo di Musschenbroek nelle Differtaz. Fisiche per superare la coesione de' metalli, si ricercano lib. 27720. e tanta forza appunto doveva aver l' acqua nel rarefarsi. Quindi non è maraviglia, che ne' gran freddi, e ne' Paesi Settentrionali, si spezzino le muraglia, e si sollevino le case da fondamenti, come leggiamo nelle Storie Naturali essere alle volte accaduto, si spacchino gli alberi ec. L'acqua, che dentro questi corpi si truova, produce tutti questi effetti nel rarefarsi col freddo. Prima di render ragione di questa dilatazione straordinaria dell'acqua, è necessario notare ciò, che gli Accademici di Firenze osservarono in ciascuna congelazione, esponendo l' acqua in vasi di vetro a raffreddarsi.

1142. *Osservazioni*. I. Notarono lo stato naturale dell'acqua, o l'altezza, a cui era nel voto prima di sepellirla nel ghiaccio. II. Il salto, che fa nell'immergerla, salendo l'acqua, tosto che il vaso si espone al freddo, e ciò per lo §. 1135. e per la ragione ivi assegnata. III. La discesa dell'acqua, che dopo qualche tempo cala nel vaso; ciò conferma quello, che di sopra §. 1135. abbiamo osservato, che il freddo condensa tutti i corpi, e perciò ancora l'acqua, onde la sua dilatazione deve nascere da qualche causa accidentale. IV. La quiete, perchè l'acqua dopo esser discesa, si ferma così per qualche tempo. V. La salita della medesima; osservandosi poco dopo l'acqua salire con moto equabile. VI. Per ultimo il salto della congelazione, a motivo che l'acqua nell'atto di congelarsi sale rapidamente.

1143. Per render ragione dello spezzamento de' vasi prodotto dall' acqua non tutti ammettono la rarefazione di questa, ma pretendono molti, che l'acqua, e il vaso si condensino, e trovando le parti dell' acqua solide, e resistenti, si spezzino. Ma questa spiegazione non può sussistere costando dalle sperienze di sopra, che i vasi si dilatano, e di più dal 1140. che l'acqua stessa si dilata. Essendo dunque fuor d'ogni dubbio la rarefazione dell' acqua, e del vaso, molti altri per ispiegarla sono ricorsi all'elaterio dell'aria racchiusa, il che però è contrario alle esperienze fatte dal Musschenbroek §. 1139. Resta adunque la terza opinione, che la rarefazione accidentale dell' acqua nasca da alcune parti in questa introdotte col freddo, le quali facendola fermentare la dilatino. Questo appunto è il parere di Musschenbroek, che è molto conforme all'osservazioni, e primieramente è evidente, che nell' acqua congelata, o nella neve si dia un' effervescenza.

1144. *Osservazioni*. Le particelle saline come sono le nitrose, che ajutano la congelazione, se si pongono sopra la neve la sciolgono. Quando si forma il ghiaccio, e dopo formato, continuamente manda fumo e diminuisce di peso; così ancora quando per gelar le acque per la state sopra la neve si pone il sale comune, manda questa un densissimo fumo. Ciò fu osservato dal Mariotte, Perrault, da Hamel, e Gauteron nell' Istoria dell' Accad. Reale del 1709. Stefano Hales nella Statica de' Vegetabili esper. 19. dimostra, che il ghiaccio svapora più in tempo d' inverno, che l' acqua nel tempo di mezzo tra la state, e il verno. Lo stesso conferma il Musschenbroek nell' aggiunta all'esper. 9. dell'Accademia del Cimento. Questo fumo, e svaporamento non può accadere nel ghiaccio senza un interno moto, o effervescenza delle sue parti; dunque l'acqua congelata attualmente fermenta, e perciò ha in se un principio d' effervescenza.

1145. Da questo dedurrà qualcheduno poco pratico delle operazioni maravigliose della natura, che se questo fosse vero, l' acqua congelata avrebbe in se del calore, e perciò non sarebbe il corpo più freddo di tutti. Ma in primo luogo dall'effervescenza del ghiaccio non si può dedur questo; perchè si danno moltissime fermentazioni, le quali son fredde, come dimostra il liquore del termometro, che sale, se tra esse si ponga; così accade mischiando l'olio di vitriuolo col sale ammoniaco, o il sal volatile d' urina. In secondo luogo non è l' acqua congelata il corpo più freddo di tutti, imperciò siano le seguenti

1146. *Esperienze*. Fahrenheyt nel 1729. in cui era una rigida invernata immerse un termometro, o tubo pieno per metà di mercurio nella neve sminuzzata, e s' abbassò questo all'ultimo grado del massimo freddo fin allora conosciuto, che sulla tavola del termometro è notato col zero. Sopra la neve pose due once di spirito di nitro, dalle quali si sciolse la neve, e il mercurio s' abbassò 4 gradi sotto il zero. In un altro termometro simile ponendo sopra la neve 7 once di spirito di nitro, s' abbasò il mercurio 14 gradi sotto il zero. Indi buttandoci dell' acqua, e nuovo spirito scese 29. gradi più in giù; e finalmente fino a 40 gradi più insotto. La stessa sperienza ripetè il Musschenbroek a' 17. Febbrajo del 1731. Dunque il ghiaccio, e la neve non sono i corpi più freddi in natura, come prima di queste sperienze hanno tutti supposto; ma si dà ancora un freddo maggiore di quello che avea sperimentato Boerrave tom. 1. della Chimica dopo l' esper. 4. del fuoco, adoperando l' alume. Oltre queste sperienze fatte intorno l' effervescenza, e natura del ghiaccio conviene esporne dell'altre prima, che dimostriamo l' introduzione di quelle particelle saline, che in esso producono la rarefazione.

1147. *Esperienze*. Notano i Fiorentini, e il Musschenbroek, che la densità dell'acqua è a quella del ghiaccio, come $25 : 28 + \frac{17}{144}$. Osservarono di più, che la densità del ghiaccio prodotto dalla natura è maggiore di quella dello stesso formato coll'arte. Questa ragione, che hanno le densità dell'acqua, e del ghiaccio deve servire d'una regola, che prossimamente s'accosta alla vera; dipendendo dalla diversa qualità dell'acque, dal clima, e dal tempo, in cui si fanno l'esperienze il trovarla, come ora l'abbiamo determinata. Onde Ookio la stabilisce come $25 : 28 + \frac{1}{7}$, secondo che osserva Dereham; Roberto Boyle nella Storia del freddo, come $25 : 27 + \frac{2}{9}$; Mairan nella Dissertazione del ghiaccio come $25 : 26 + \frac{1}{4}$ e a lui si sottoscrive Schwedenborgio ne' Principj naturali. Così ancora Des Masters nelle Transaz. Inglesi num. 245. 247. provò, che la densità dell' acqua di pozzo è a quella del ghiaccio di essa come $25 : 28 + \frac{19}{31}$; ma in altro tempo trovò la stessa, come $25 : 28 + \frac{11}{48}$; e cuocendola prima, come $25 : 27 + \frac{1}{8}$; nell' acqua di fiume, come $25 : 27 + \frac{29}{48}$.

1148. *Esperienze*. Quando l'acqua si muta in ghiaccio depone al fondo del vaso le parti eterogenee, che sono più pesanti di essa. Sebbene ogni Sale posto sulla neve, o sul ghiaccio la scioglie, ciò non ostante per relazione di Mairanno non tutti i sali la sciolgono colla stessa prontezza. Un pezzo di neve, sopra il quale pose il sale comune, si sciolse in ore 1, min. 5; un uguale coperto di nitro dopo ore 2; un uguale senza sale dopo ore $5 + \frac{1}{2}$. Osservò inoltre Listero nelle Transazioni d'Inghilterra, che i sali sciolti nell'acqua ritardano il suo congelamento, ma non tutti nella stessa maniera. Il nitro comune poco l'impedisce, più il nitro d'Egitto, e molto il sale di mare; cosicchè la *Muria* del sal marino è difficilissima a congelarsi. L'alume rende ancora più difficile la congelazione. Le stesse osservazioni sono state ripetute dal Musschenbroek.

1149. Dimostrata l'effervescenza, che si truova nel ghiaccio, e nella neve, dalla quale nasce il suo dilatamento, ed esposte l'altre osservazioni fatte su questi corpi, resta ora, che determiniamo per mezzo delle sperienze la cagione di questa effervescenza; e nel tempo stesso quella, che produce il congelamento, e il freddo ne' corpi. Il P. Casati Gesuita nel Trattato del fuoco dissertaz. 4. pretende, che il freddo nasca da particelle nitrose, e aluminose, che introdotte ne' corpi fermino le loro parti, e in tal modo li raffreddino. Il P. Daniele Bartoli della stessa Compagnia nel Trattato del Ghiaccio è di parere

rere

rere, che la cagione del freddo, e dell'agghiacciamento nell'acqua sieno le parti acide del nitro. Cabeo nel Trattato delle Meteore chiama le parti, che producono il freddo, spiriti di sal nitro, De Chales però nelle sue Meteore non ne definisce la natura, quantunque ammetta per la produzione del freddo alcune parti determinate. Ramazzini nell'Efemeridi di Germania, centuria 1, 2, spiegando l'eccessivo freddo del 1709 dice, che queste parti sono di sal nitro. Con lui convengono secondo le osservazioni fatte il Fontenelle nell'Istoria dell' Accademia al 1710; De la Hire nelle Memorie matematiche, e fisiche; Tournefort nel viaggio d'Oriente; Billerez nell' Istoria dell' Accad. Reale del 1712; Giorgio Keine ne' Principj di Religione naturale, Teicmero nella Fisica al capo 9; Stairio nella dissertazione del freddo sofferto nel 1709; e Niewentit nel *Cosmoteoro*, che queste parti frigorifiche, le nomina *punte congelanti*, e *spiriti refrigeratori*. La loro esistenza così si dimostra.

1150. *Osservazioni*. Wolfio nell'Aerometria, Maraldo nelle Memorie del 1722, e Musschenbroek ne' luoghi citati hanno spesse volte osservato, che il liquore nel termometro era a gradi 32, cioè indicava il massimo freddo, e pure l'acqua non si congelava; spesso era sopra questo grado, e perciò denotava minor freddo, e l'acqua si congelava. Il Musschenbroek vide sovente in Olanda di Marzo, e Aprile, quantunque il giorno fosse stato mediocremente caldo, pure la notte seguente spirando Levante, o Tramontana essersi gelate l'acque delle fosse, e in altri tempi soffiando gli stessi venti, ciò non essere accaduto. Beal nelle Translazioni Anglicane num. 116. ha veduto alcuni tratti di terra gelati, mentre altri vicini non lo erano. L'acqua esposta di notte in un vaso grande, e aperto si gela, in una caraffa chiusa rimane fluida; lo stesso avea già osservato nel 1721 Fahrenheyt, come riferisce nelle Trans. Inglesi num. 382. Niewentit avendo cavato per distillazione l'acqua dall'unghie di bove, tosto che aprì la storta, e che l'aria fredda vi penetrò, congelossi come un marmo. Spesse volte osservò il Musschenbroek, che nelle notti libere da venti, quantunque fredde, l'acqua delle fosse rimaneva fluida, al comparir del sole si congelava. Que' che viaggiano prima del levar del sole esperimentano, se la notte non è ventosa poco freddo sebbene di verno; un poco prima del suo nascere il freddo è intensissimo.

1151. *Esperienze*. Tournefort osservò in più luoghi della Persia, e Ar-e Armenia, come nella Città di Trabisonda, e in Erzeron, e nella Georgia, che sebbene il sole fosse assai caldo, e di Giugno, e Luglio, ciò non ostante v' era gelo; e pure alcuni di questi luoghi sono alla stessa elevazione di polo, che alcuni luoghi di Francia, Italia, Spagna, e Grecia, dove non v'è freddo così intenso. Esaminando il terreno di que' paesi lo trovò abbondantissimo di nitro. Ne' monti che dividono il Chili dal Perù, e hanno gradi 23, e 24 di latitudine v'è un freddo mortale, e osservò il Frezier nel suo itinerario Americano, che il nitro in que' luoghi è sopra terra all'altezza d'un dito. Per gelare presto l'acqua è necessario asperger di sale la neve, che la circonda. Dal Settentrione in Europa spirano i venti freddi, e le mura degli edificj, che sono rivoltate a questa parte si trovano abbondanti di nitro; non così accade a quelle, che guardano le altre parti del mondo. Si sa, che il nitro feconda le campagne, e s'osserva ancora, che i venti Boreali producono lo stesso effetto, e sono i più freddi di tutti.

1152. Da tutte queste osservazioni possiamo *sicuramente* conchiudere, che realmente si diano in natura alcune parti dette *frigorifiche*, le quali meno atte delle altre al moto, s' introducono ne' corpi, quando o da venti, o dal sole vi sono spinte, e vi producono il freddo, il gelo nell'acqua, ed una specie d'effervescenza, per cui si rarefa, dopo essersi prima condensata, come accade a tutti i corpi condensati dal freddo. Queste parti però devono essere estremamente sottili, acciocchè s'insinuino tra le minime parti, e ne fermino il moto. Quindi se i pori de' corpi si truovano occupati dalle parte grosse de' sali, difficilmente si congelano, come osservammo nel §. 1148.

1153. Dall'idea, che abbiamo finora data delle proprietà prime, e seconde della materia, per mezzo di replicate sperienze, e osservazioni fatte dagli Autori più accreditati, corredando il raziocinio colle verità Matematiche, possiamo formare una competente notizia della natura della materia. Quindi non ne sarà difficile, servendosi di queste verità già dimostrate, come di primi principj far passaggio nella seconda parte della Scienza della natura ad esaminare la costituzione de' corpi particolari di questo universo, i principj, e gli elementi de' quali sono composti, e a spiegare que' vaghi, e prodigiosi effetti, che tutto giorno veggiamo.

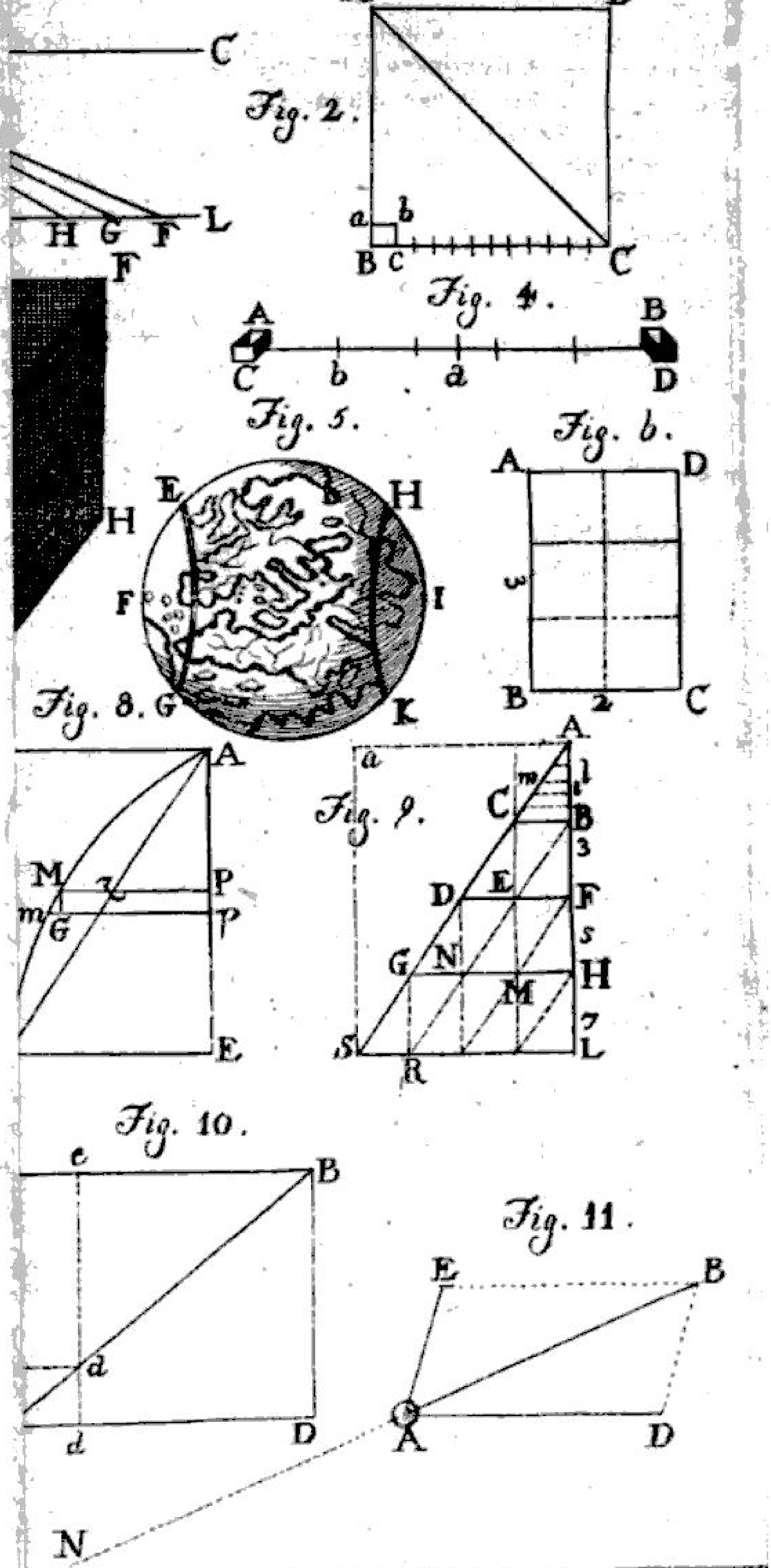
I N-

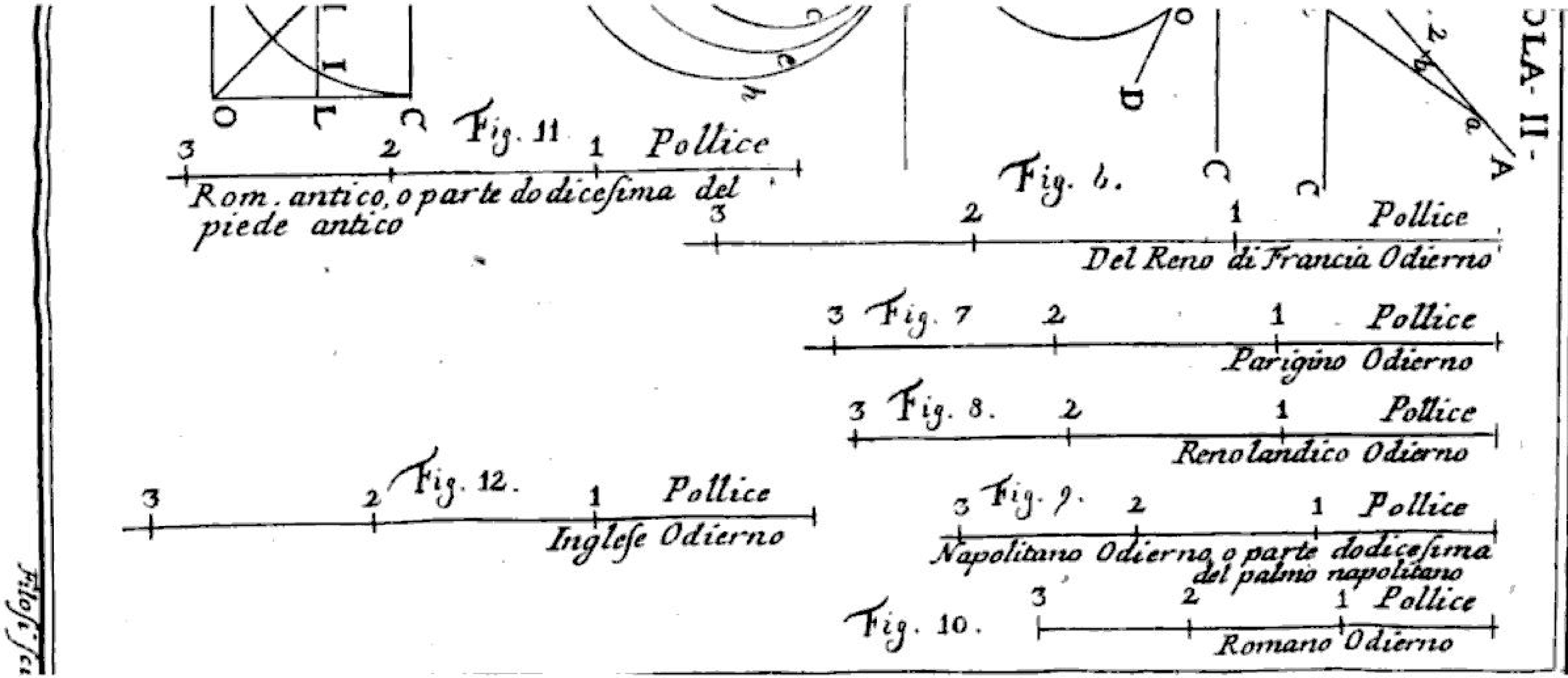
INDICE
DELLE MATERIE.

Pr. significa prefazione; il primo numero significa la carta. Il secondo il paragrafo; v. significa vedi; seg. seguenti.

IL FINE.

Tavola . I.




OLA- II -
Fig. 6.
Pollice
1
2
3
Del Reno di Francia Odierno
Fig. 7
Pollice
Parigino Odierno
Fig. 8.
Pollice
Renolandico Odierno
Fig. 9.
Pollice
Napolitano Odierno, o parte dodicesima del palmo napolitano
Fig. 10.
Pollice
Romano Odierno
Fig. 11
Pollice
Rom. antico, o parte dodicesima del piede antico
Fig. 12.
Pollice
Inglese Odierno
A
a
b
C
D
O
c
e
h
I
L
Filosi sc

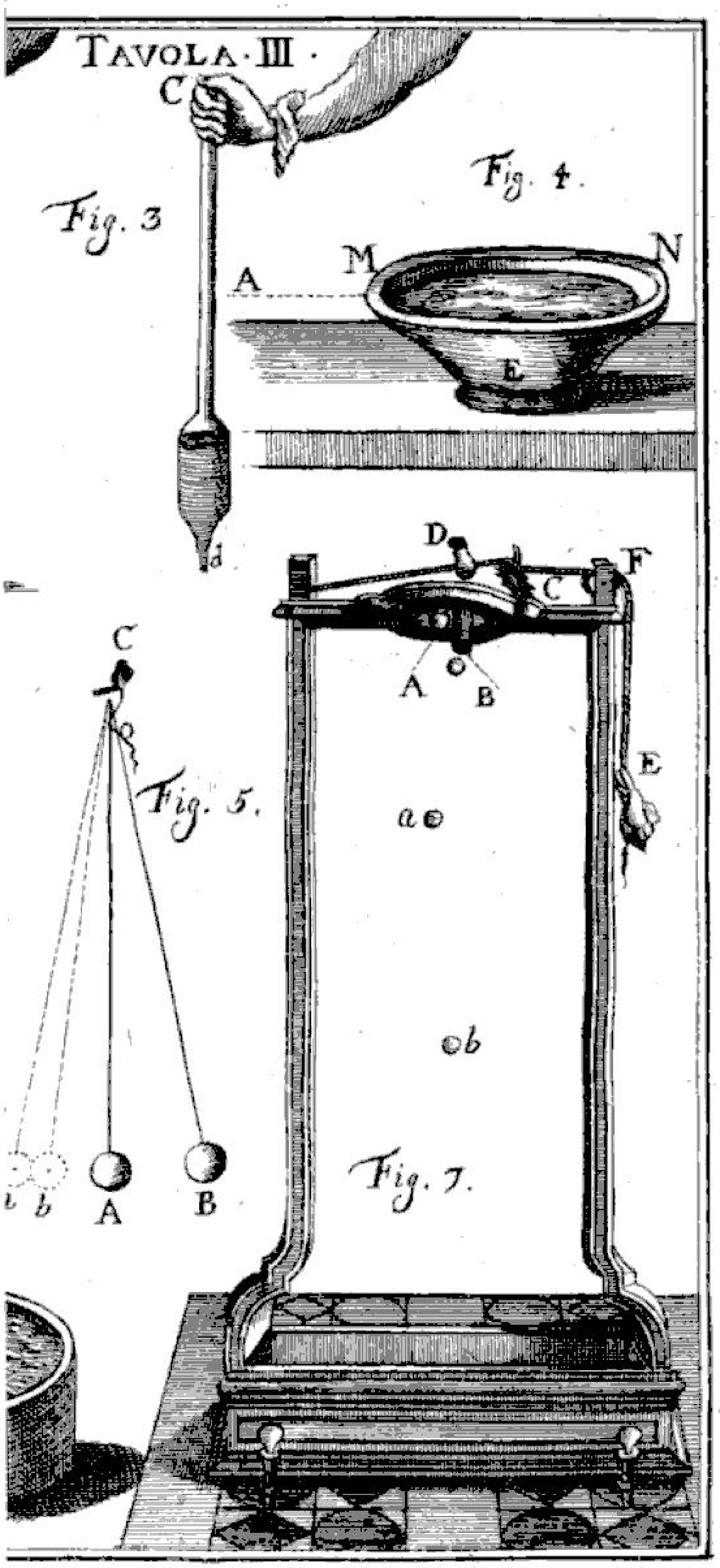


TAVOLA · III ·
C
Fig. 3
Fig. 4.
M
N
A
E
d
D
F
C
A
B
C
E
Fig. 5.
a
b
i
b
A
B
Fig. 7.

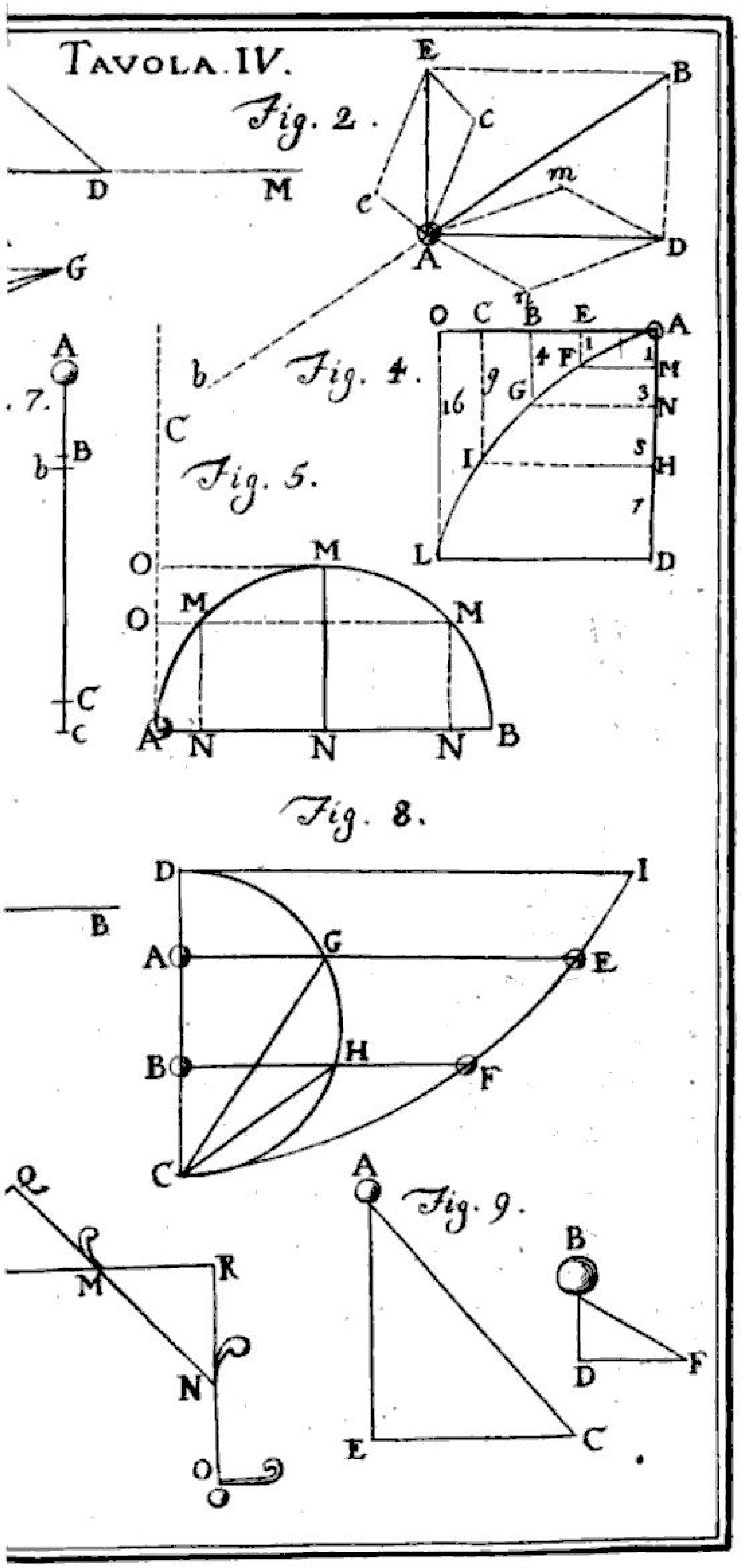


TAVOLA. IV.
Fig. 2.
E
B
C
c
m
A
D
n
b
Fig. 4.
O C B E A
4 F 1
1 M
9 G
3 N
16
I
5 H
7
L D
D M
G
. 7.
A
B
b
C
c
C
Fig. 5.
O
M
O M M
A N N N B
Fig. 8.
D I
B
A G E
B H F
C
Q
M R
N
O
A
Fig. 9.
B
D F
E C

VOLA . V.

Fig. 2.

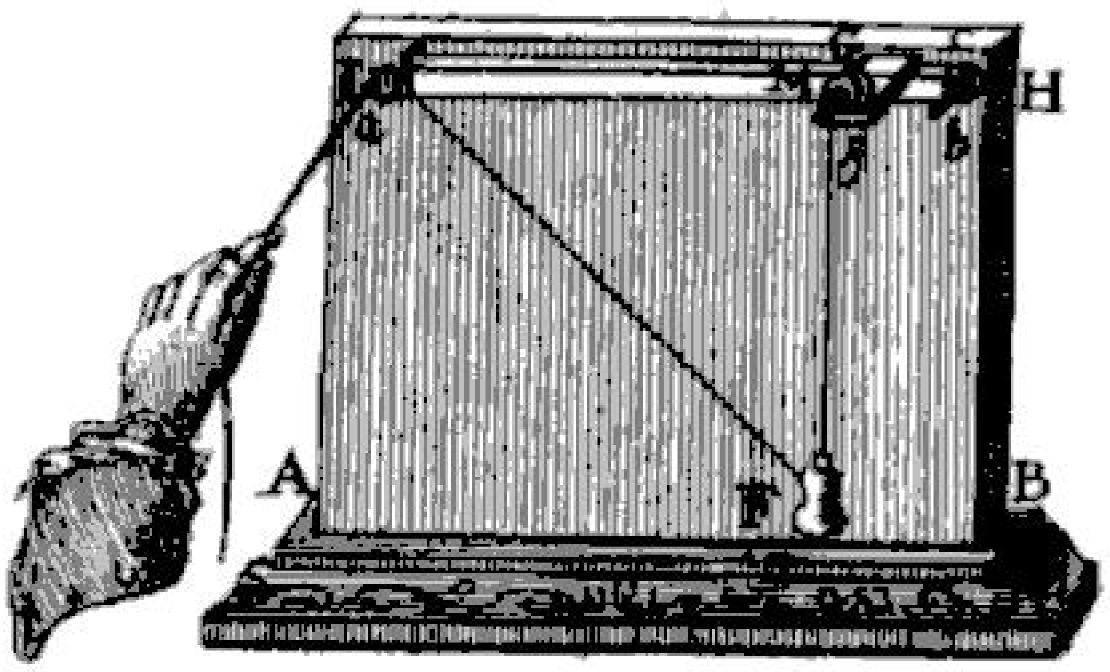
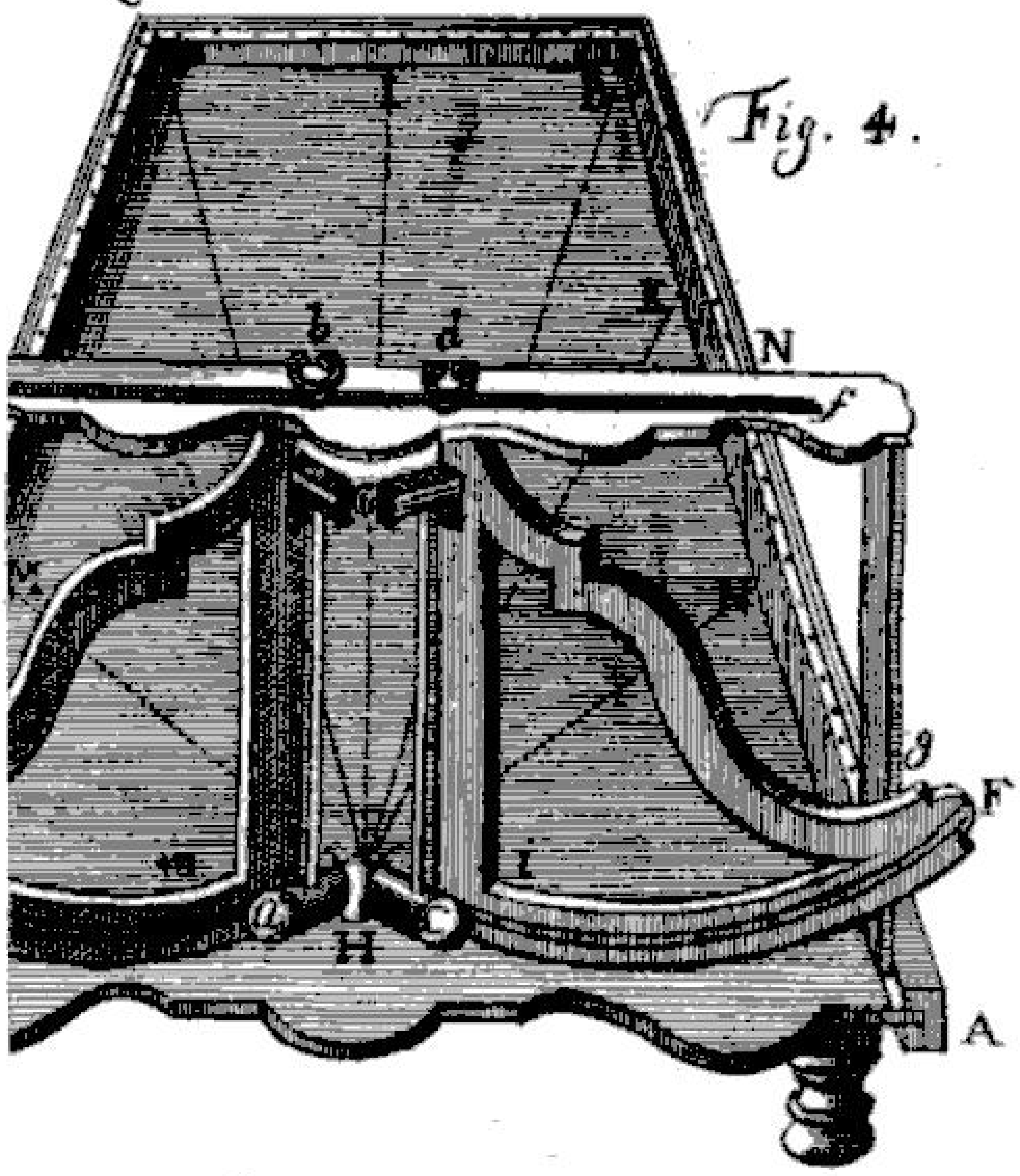
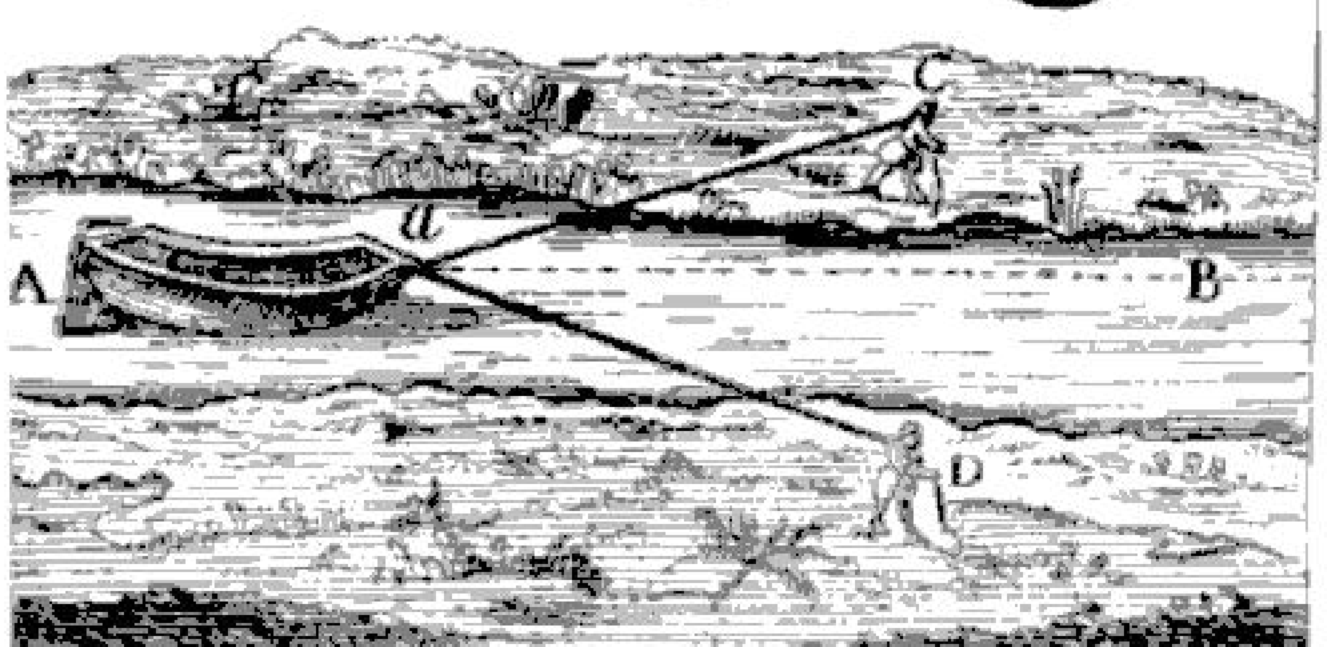
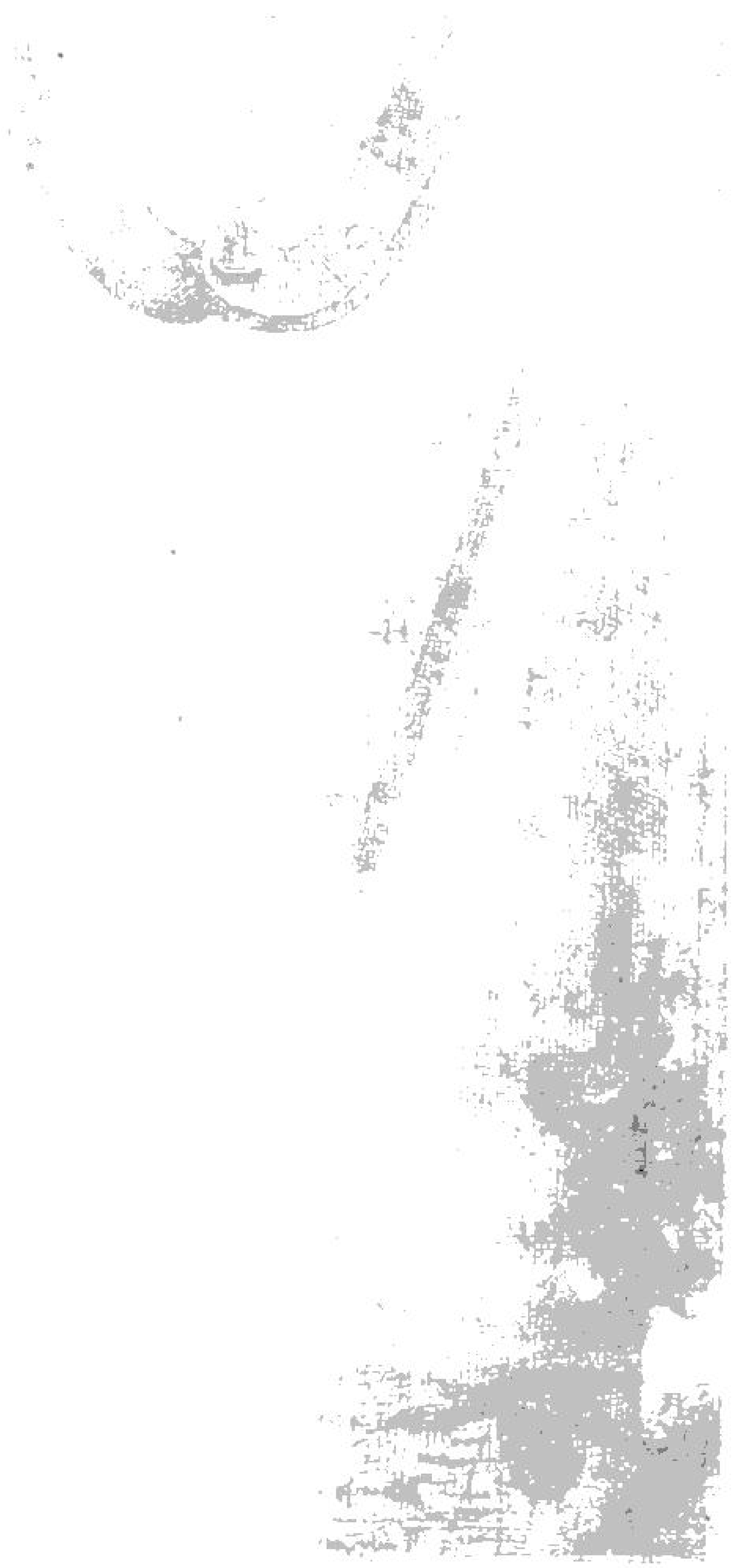
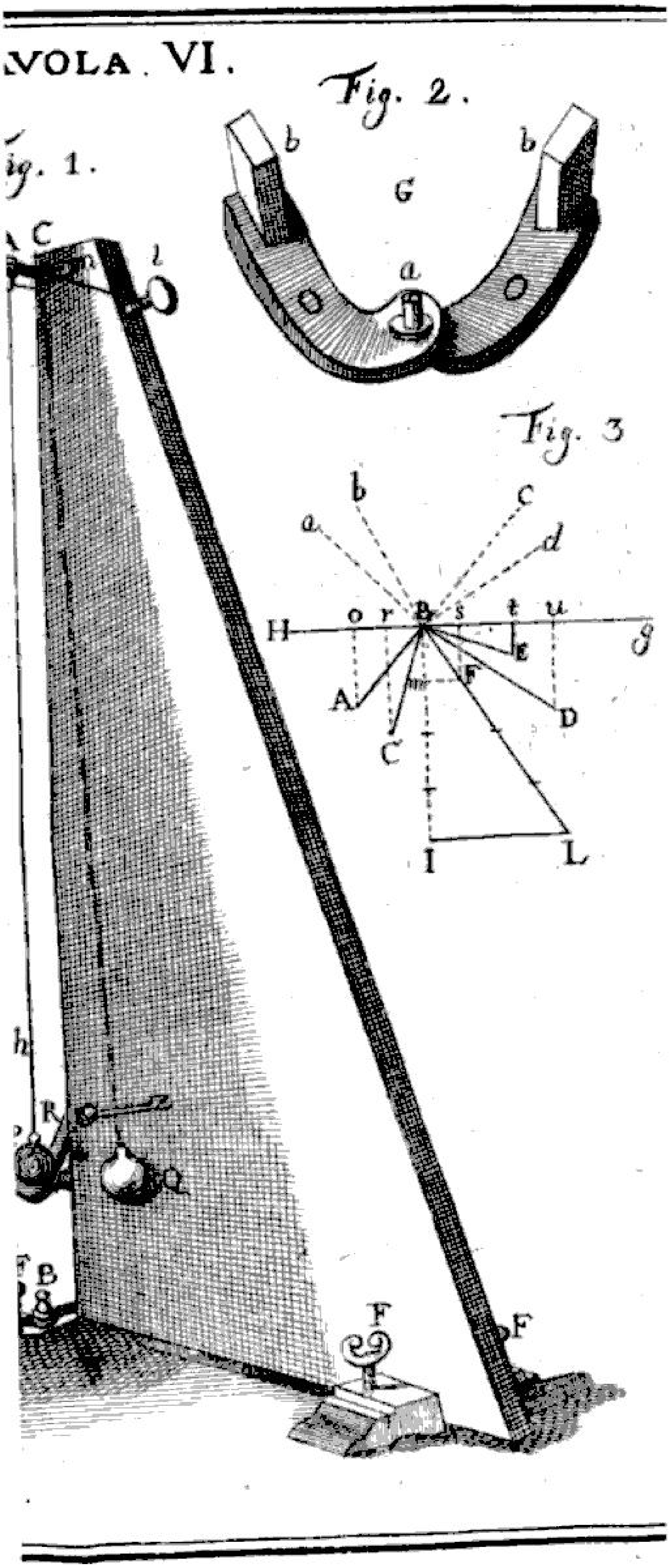


Fig. 4.



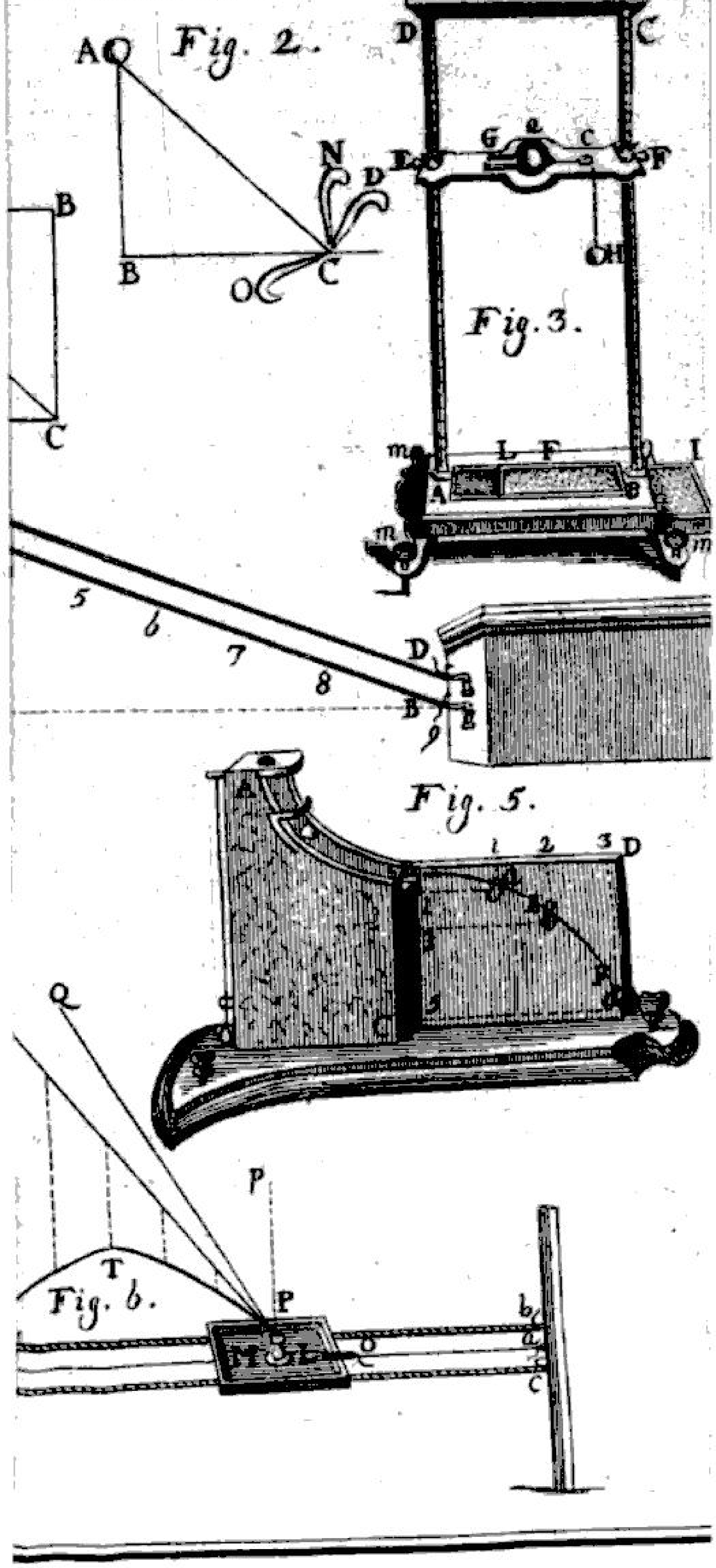






VOLA. VI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3

TAVOLA . VII .



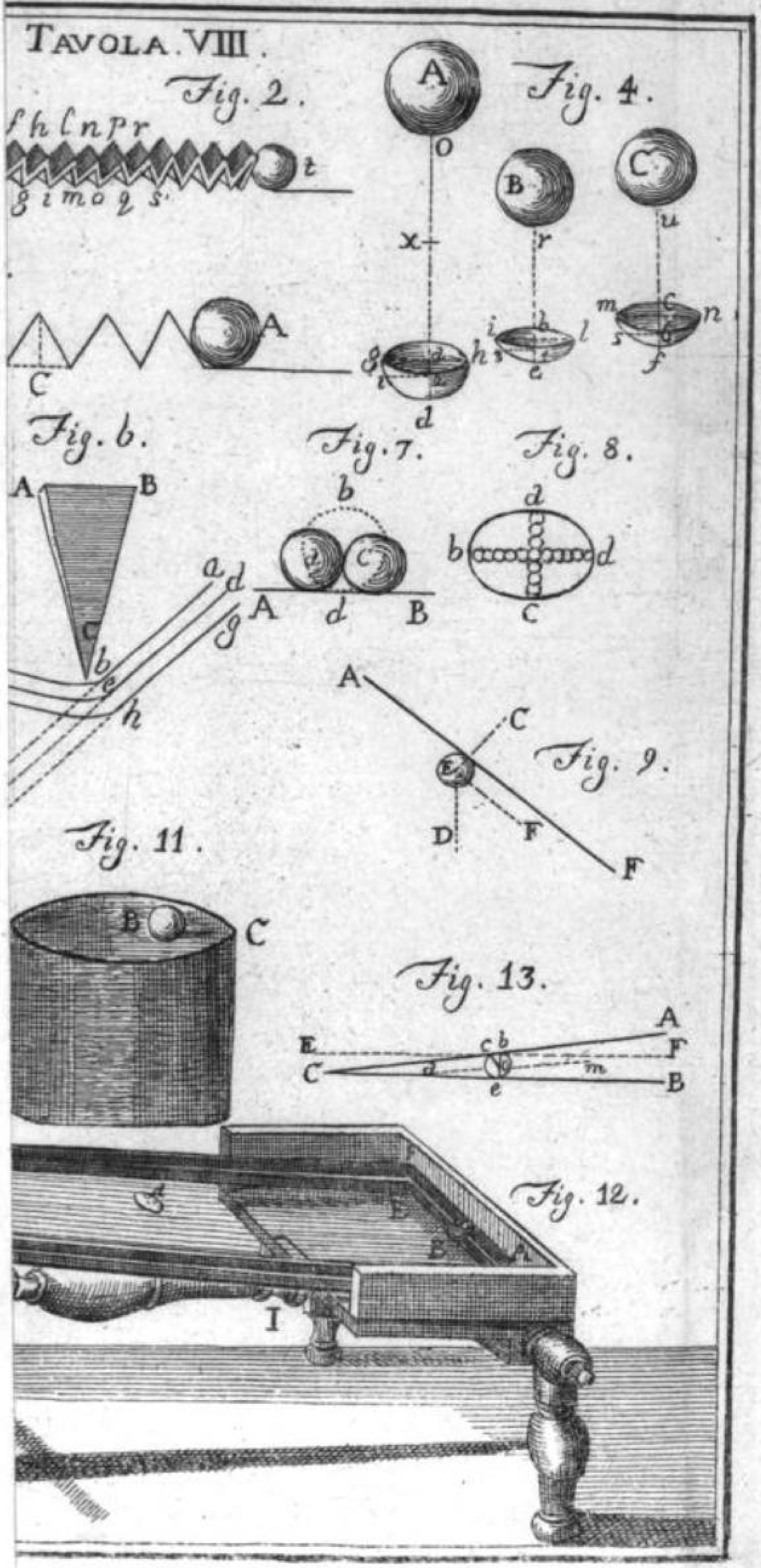
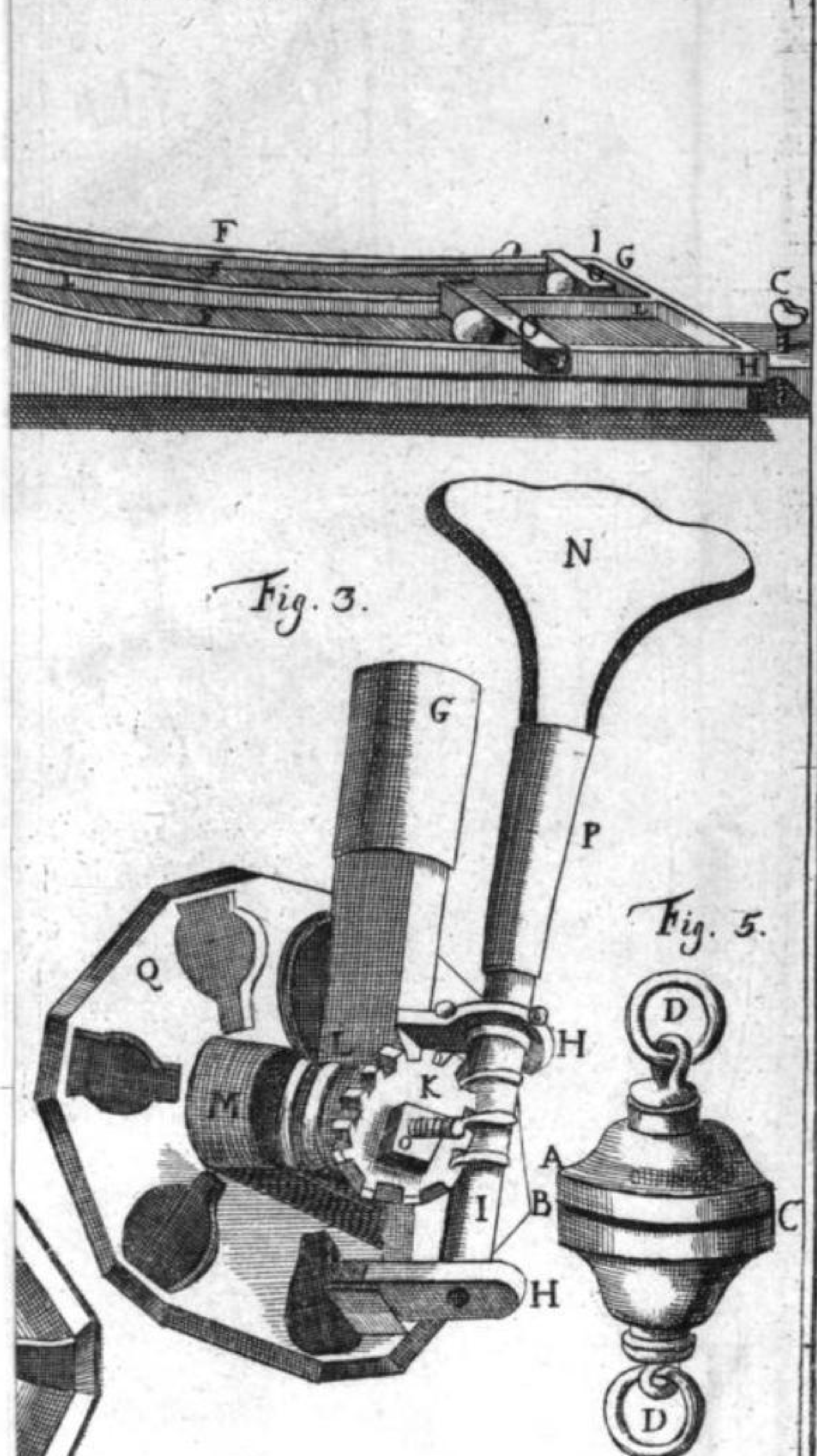


TAVOLA. VIII.
Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 11.
Fig. 13.
Fig. 12.

TAVOLA . IX.



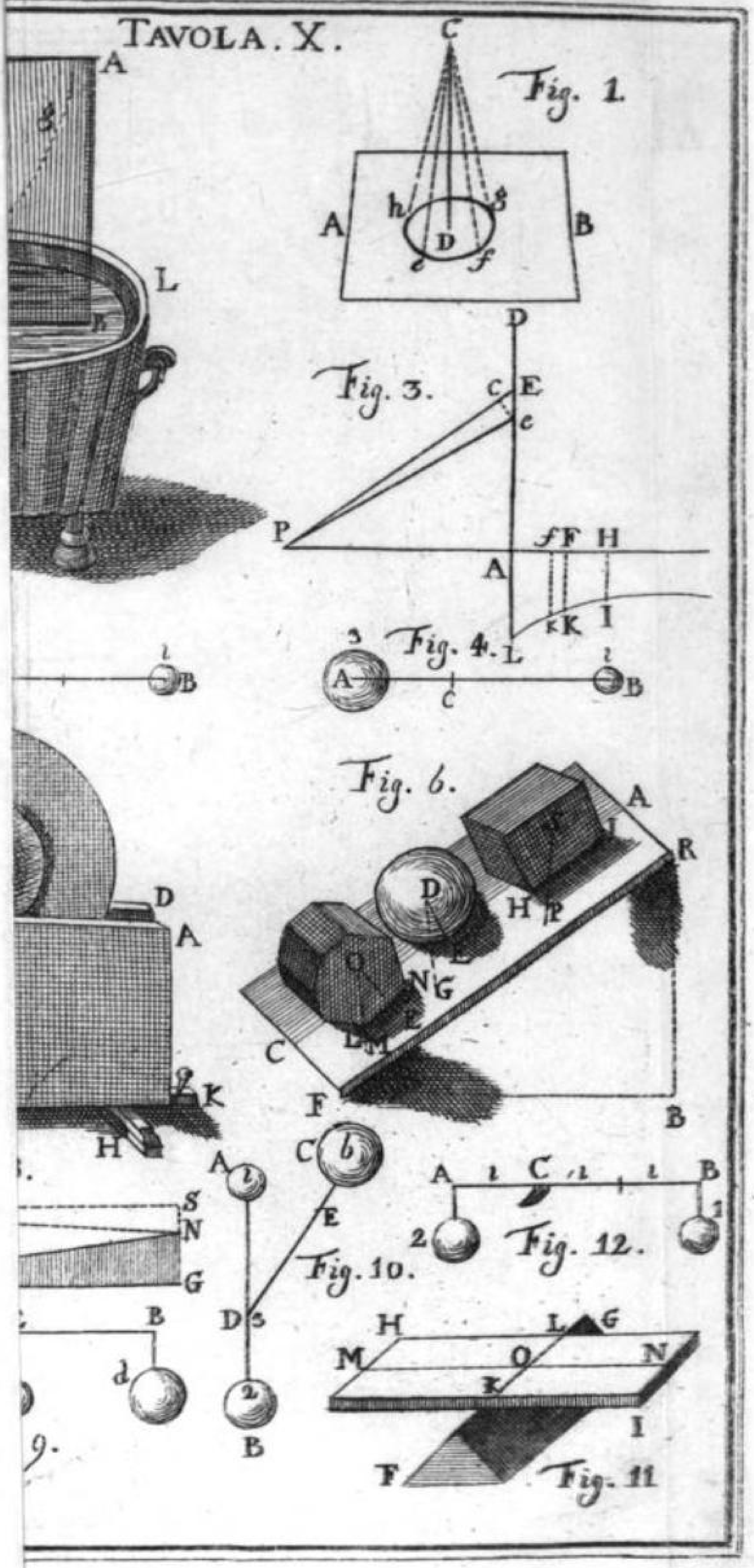


TAVOLA . X.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 10.
Fig. 12.
Fig. 11

Tavola XI.

RSE DEL PENDOLO, CHE OSCILLA
NDE, IN VARJ LUOGHI.

linee.

dine
, des
440: $\frac{5}{9}$
- 440: $\frac{5}{9}$
- 440: $\frac{17}{30}$
440: $\frac{1}{2}$
atitu-
.
ent.

440: $\frac{13}{20}$
it.
;
- 440: $\frac{1}{4}$
Dome-

ef. 439:
l'Isola
a di
)
439: $\frac{1}{8}$
—439: $\frac{1}{3}$
- 439: $\frac{7}{30}$
aica

Londra
le ftelle

te da

linee.

Nell'Ifola di *S. Criftoforo*, che ha di latit. gr. 17° : 19' fecondo des hayef. — 438: $\frac{1}{4}$

Alla *Guadalupa*, che ha di latit. gr. 16°, fecondo Varin, des hayef, e de Glof —— 438: $\frac{1}{2}$

A *S. Pietro* nella Martinica, che ha di latit. 14° 44', fecondo des hayef. —— 438. $\frac{1}{2}$

A *Gorea* che ha di latit. gr. 14° : 40', fecondo Varin, des hayef, e de Glof —— 438: $\frac{5}{9}$

A *Porto Belo* che ha di latit. gr. 9 : 33'. fecondo Godin 439: $\frac{7}{89}$
fecondo Bouguer —— 439: $\frac{7}{90}$

A *Panama*, che ha di latit. gr. 8° : 35' fecondo Godin, Bouguer, e Condamine 439: $\frac{1}{5}$

Alla *Caienna*, che ha di latit. gr. 4° : 56' fecondo des hayef un poco meno di ——— 438: $\frac{1}{4}$

A *Punta-Palmar*, che ha di latit. meridionale min. 2' fecondo Condamine. 438: 96

A *Rioiama*, che ha di latit. merid. min. 9' fecondo Bouguer ———— 438: 82
fecondo Condamine 438: 93

A Quito, che ha di latit. mer. min. 25', fecondo Boug. 438: 82
fecondo Condamine 438: 84

OLA XII.

allungamento del Pendolo dall' uatore al Polo.

ccelerazione del endolo, in una ivoluzione delle telle.	Linee, e parti decimali d'allungamento, che si deve dare al Pendolo.
0"	0
1, 6	0, 016
6, 4	0, 065
14, 3	0, 145
24, 9	0, 254
38, 1	0, 387
53, 3	0, 542
70, 2	0, 713
88, 1	0, 896
106, 6	1, 084
125, 1	1, 273
143, 1	1, 455
159, 9	1, 626
175, 1	1, 781
188, 3	1, 915
198, 9	2, 023
206, 8	2, 103
211, 6	2, 152
213, 2	2, 169

TAVOLA · XIII

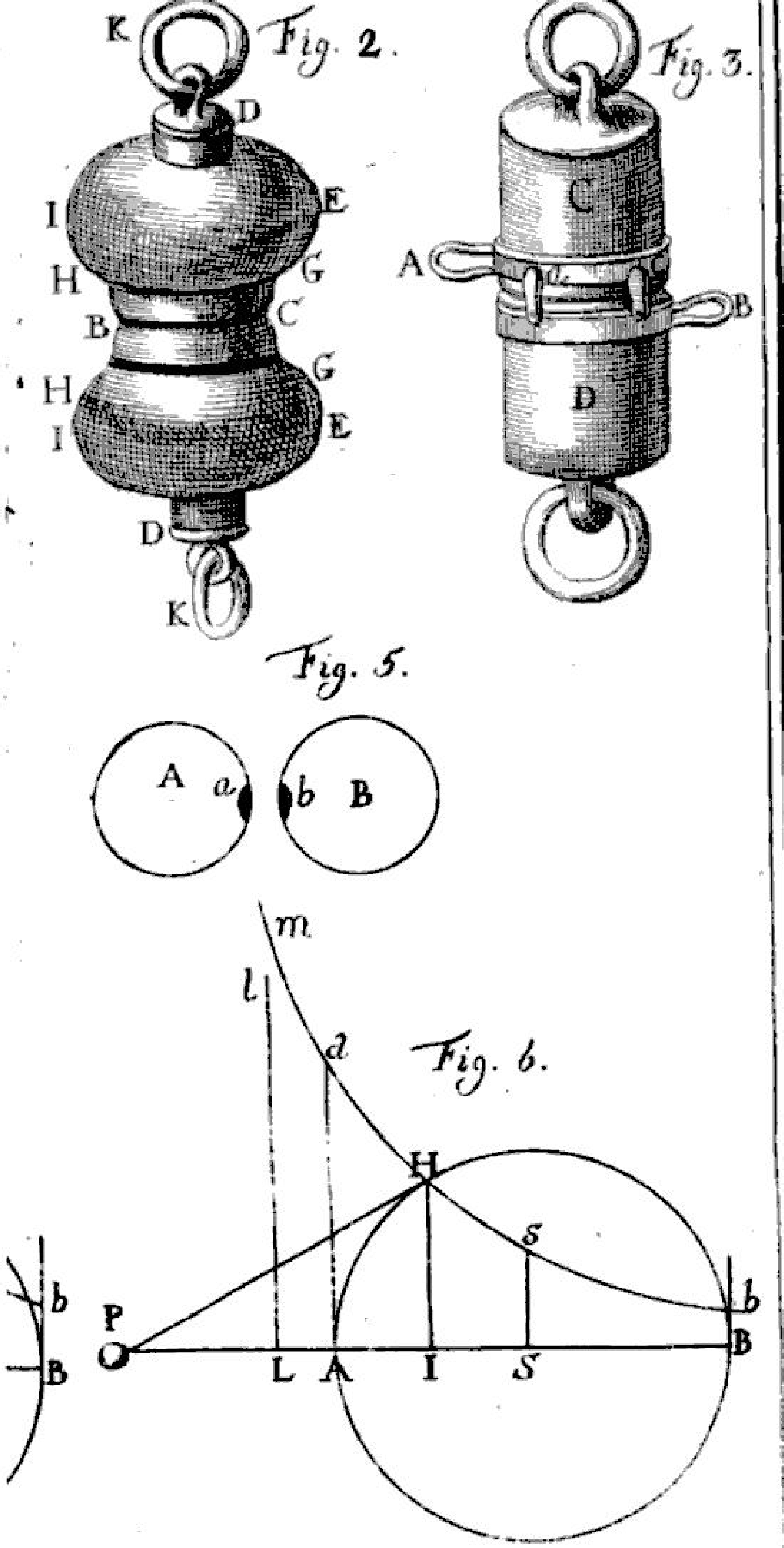


Fig. 2.
K
D
I
E
H
G
B
C
H
G
I
E
D
K
Fig. 3.
C
A
a
B
D
Fig. 5.
A
a
b
B
Fig. 6.
m
l
d
H
s
b
P
B
L
A
I
S
B
b

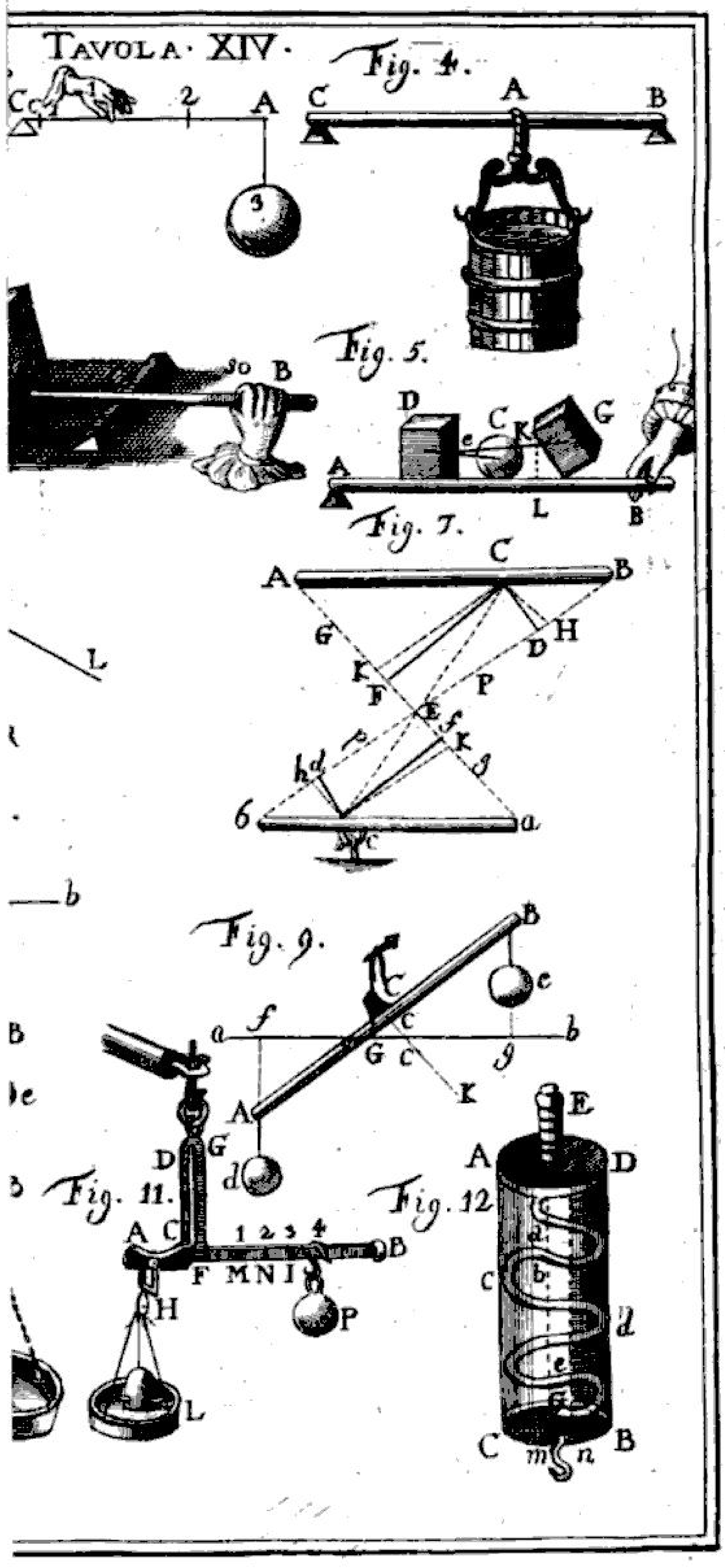


TAVOLA · XIV ·
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 9.
Fig. 11.
Fig. 12

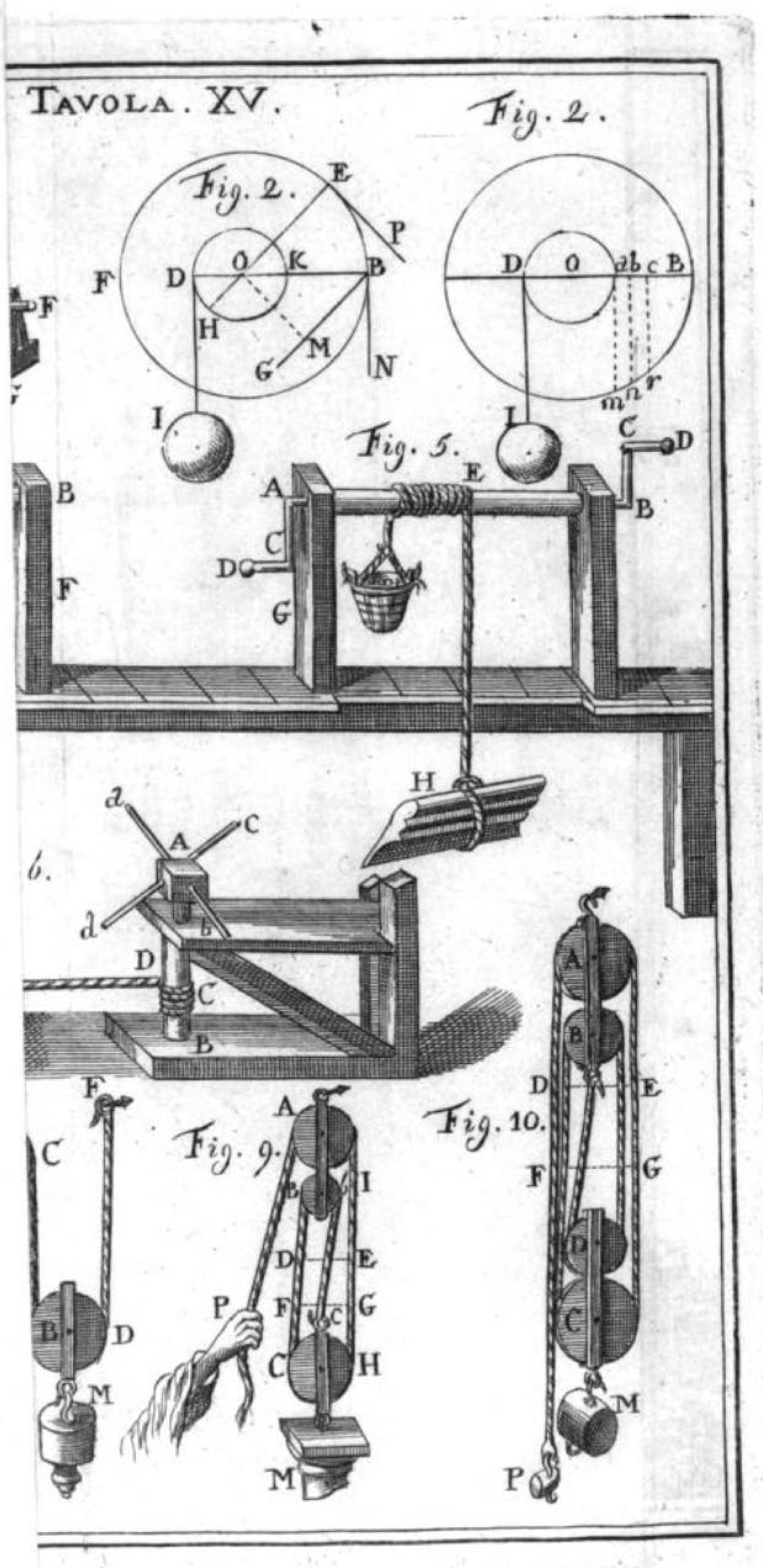


Tavola. XV.
Fig. 2.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 9.
Fig. 10.
6.

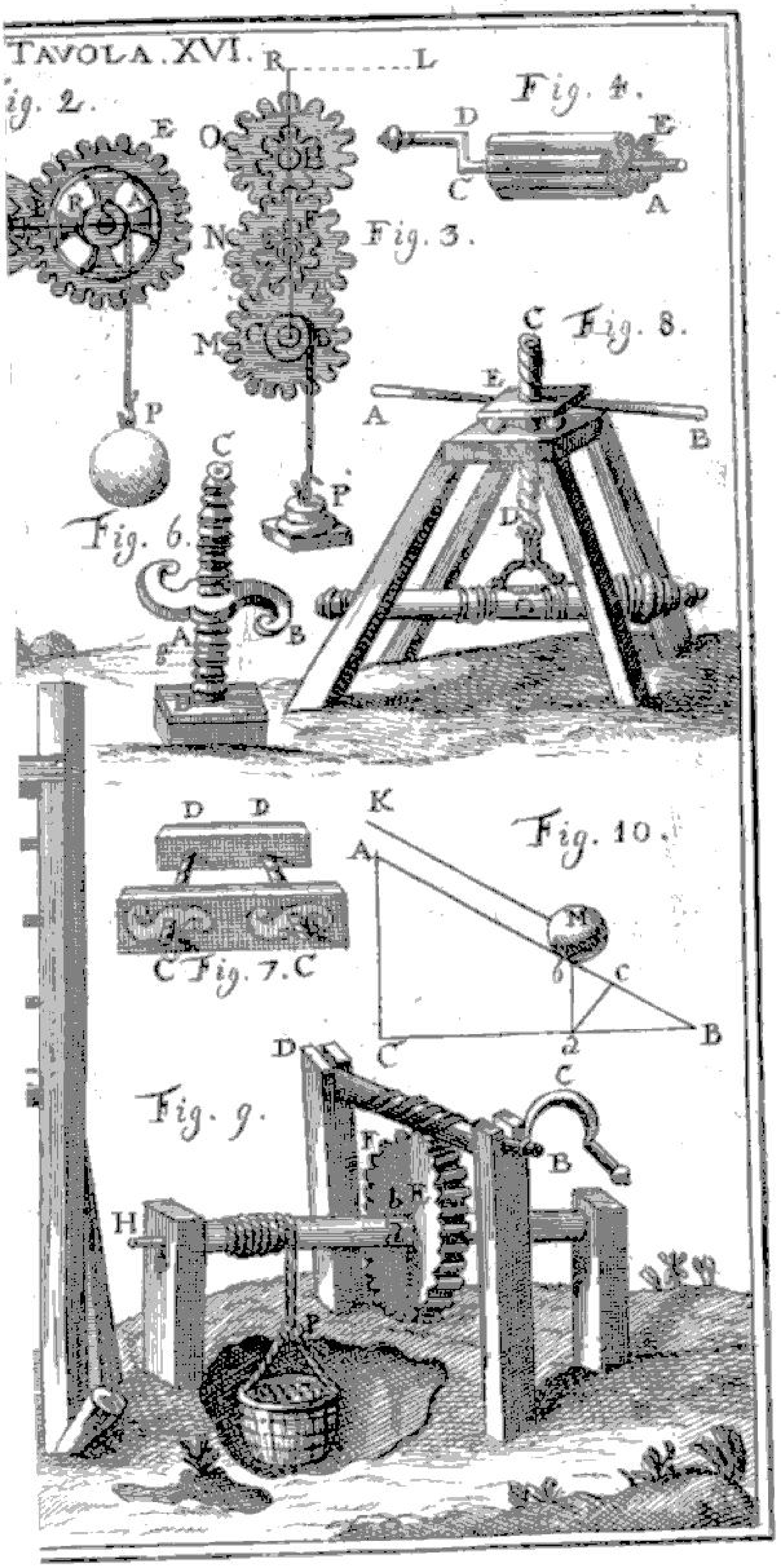


TAVOLA. XVI.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 10.
Fig. 7.
Fig. 9.

TAVOLA . XVII .

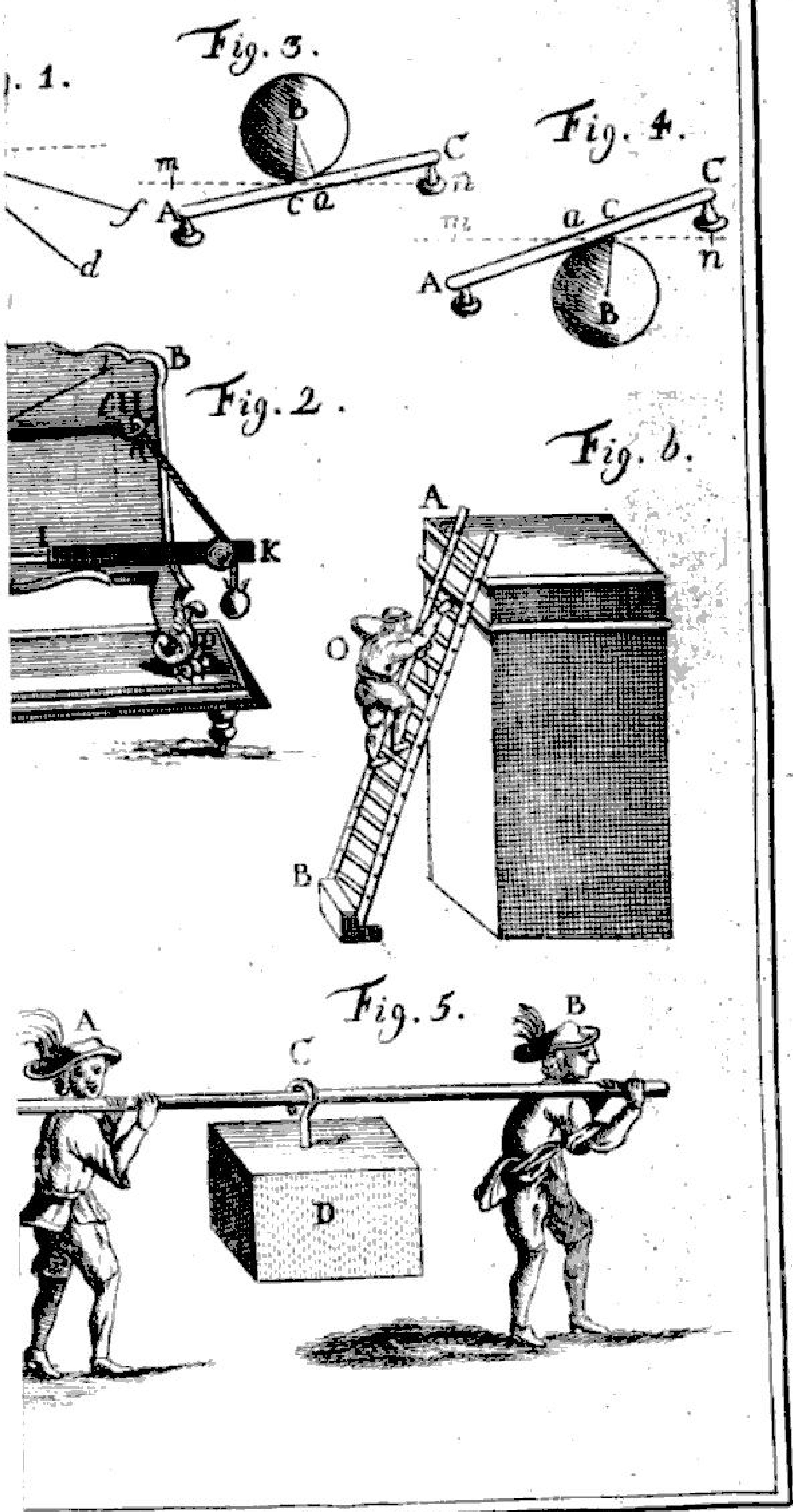


TAVOLA . XVIII .

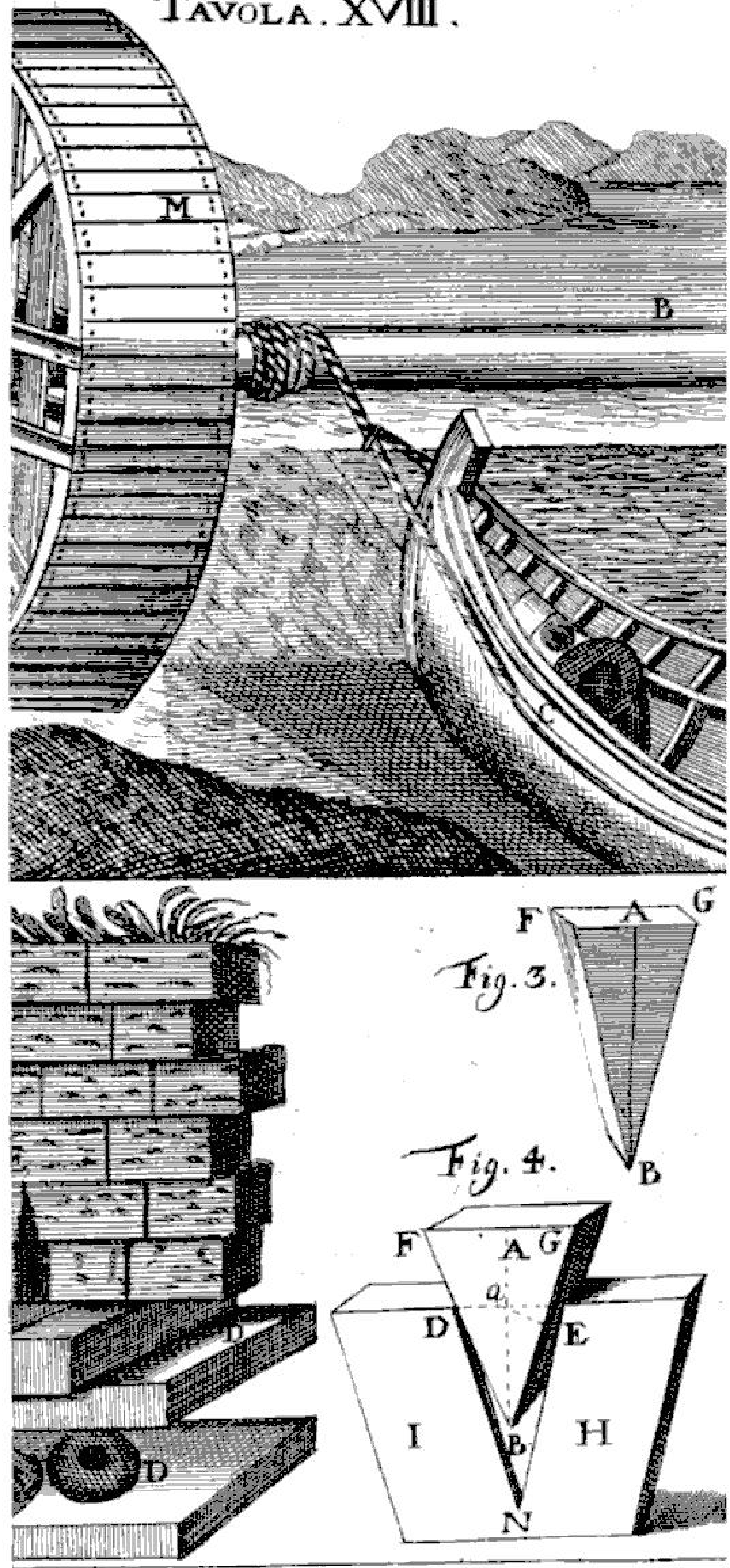
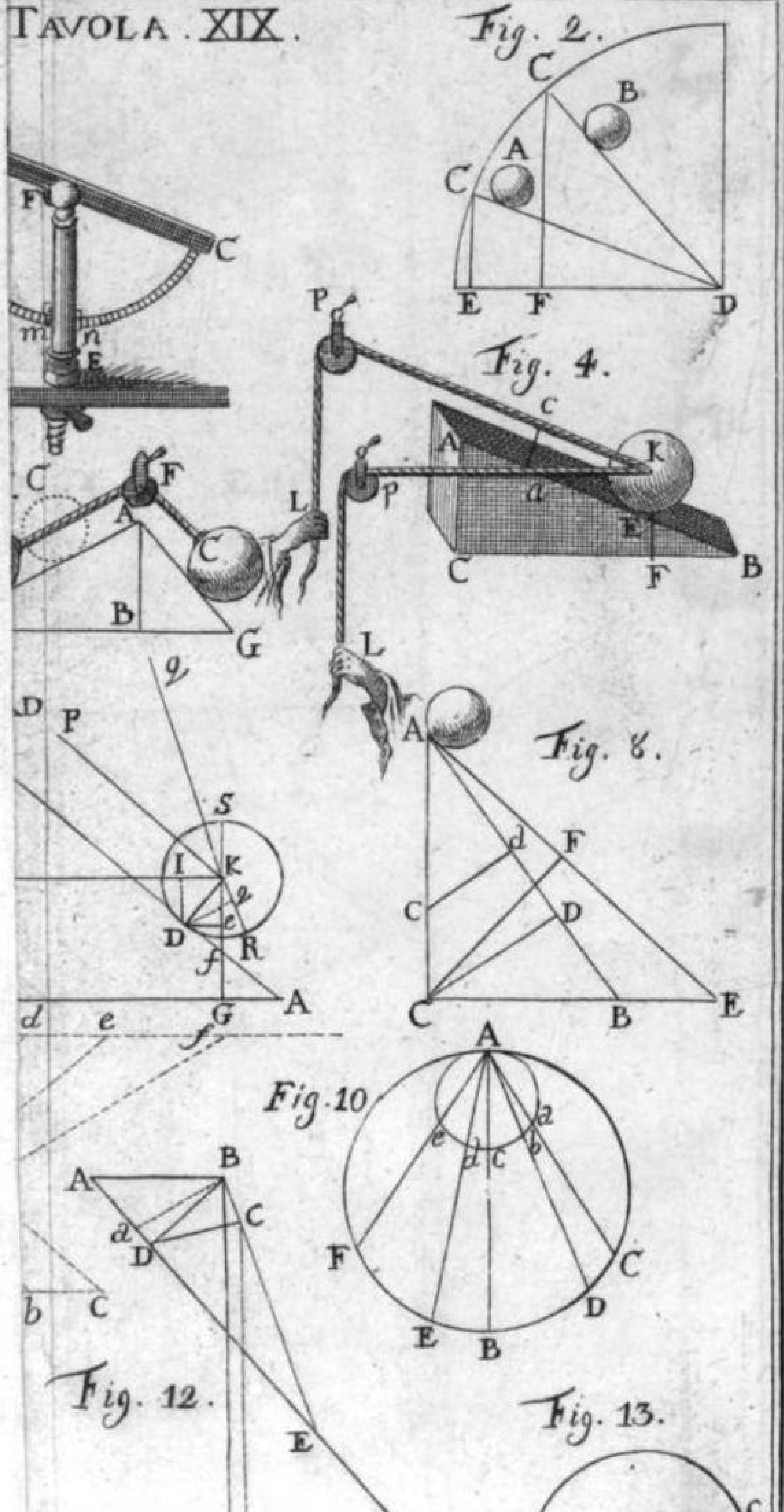


TAVOLA . XIX .



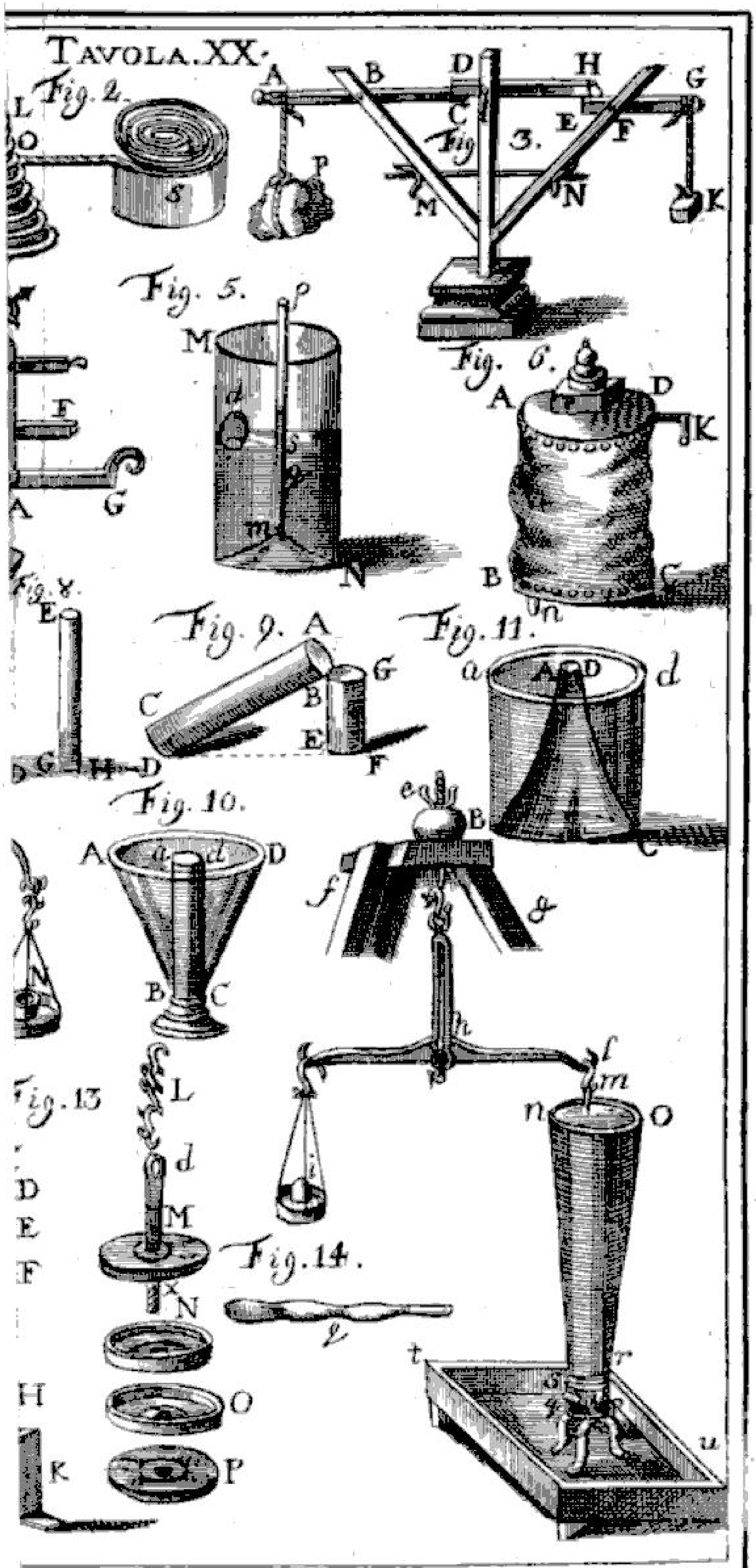


TAVOLA. XX.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 13
Fig. 14.

Tavola XXI

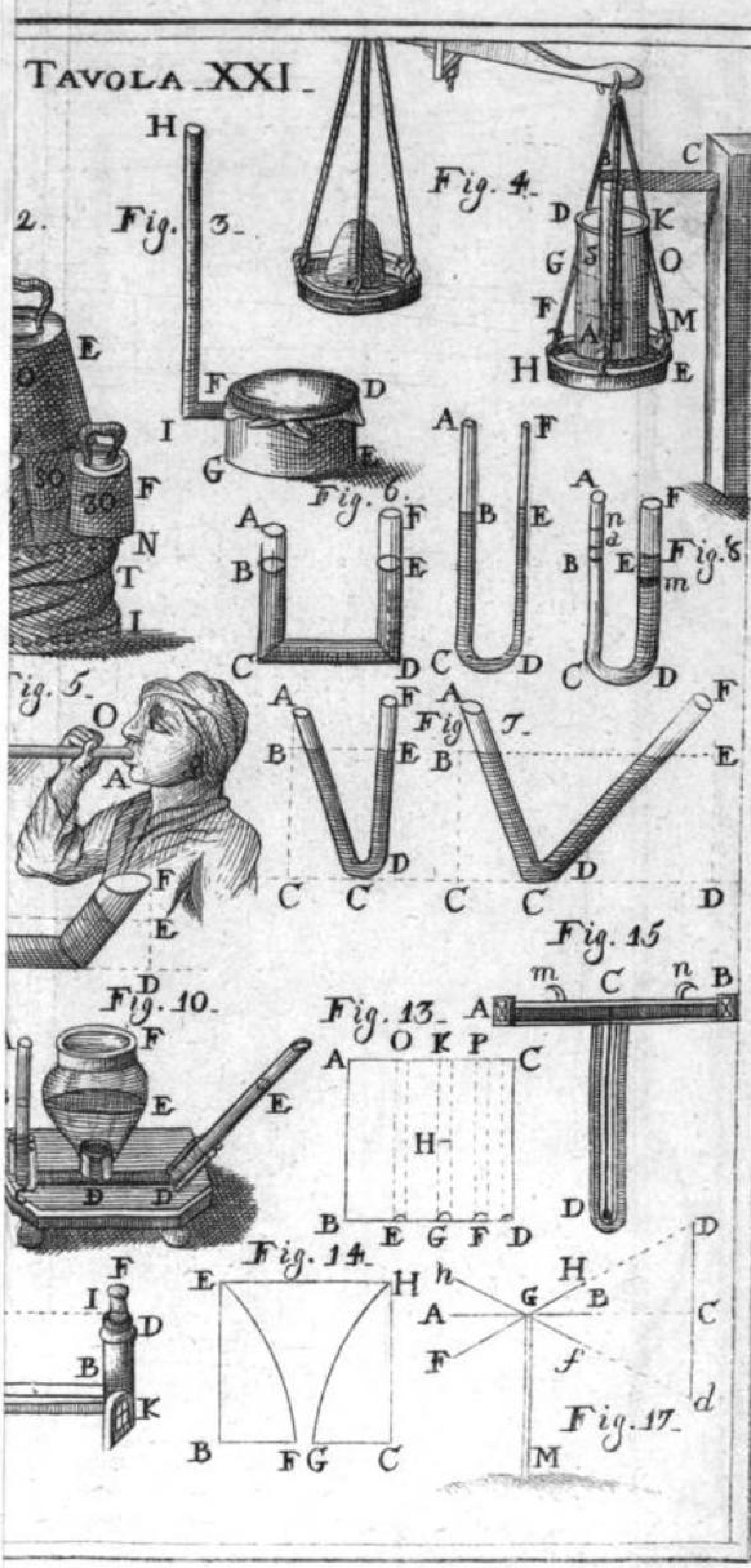


Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 10
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 17
50
30

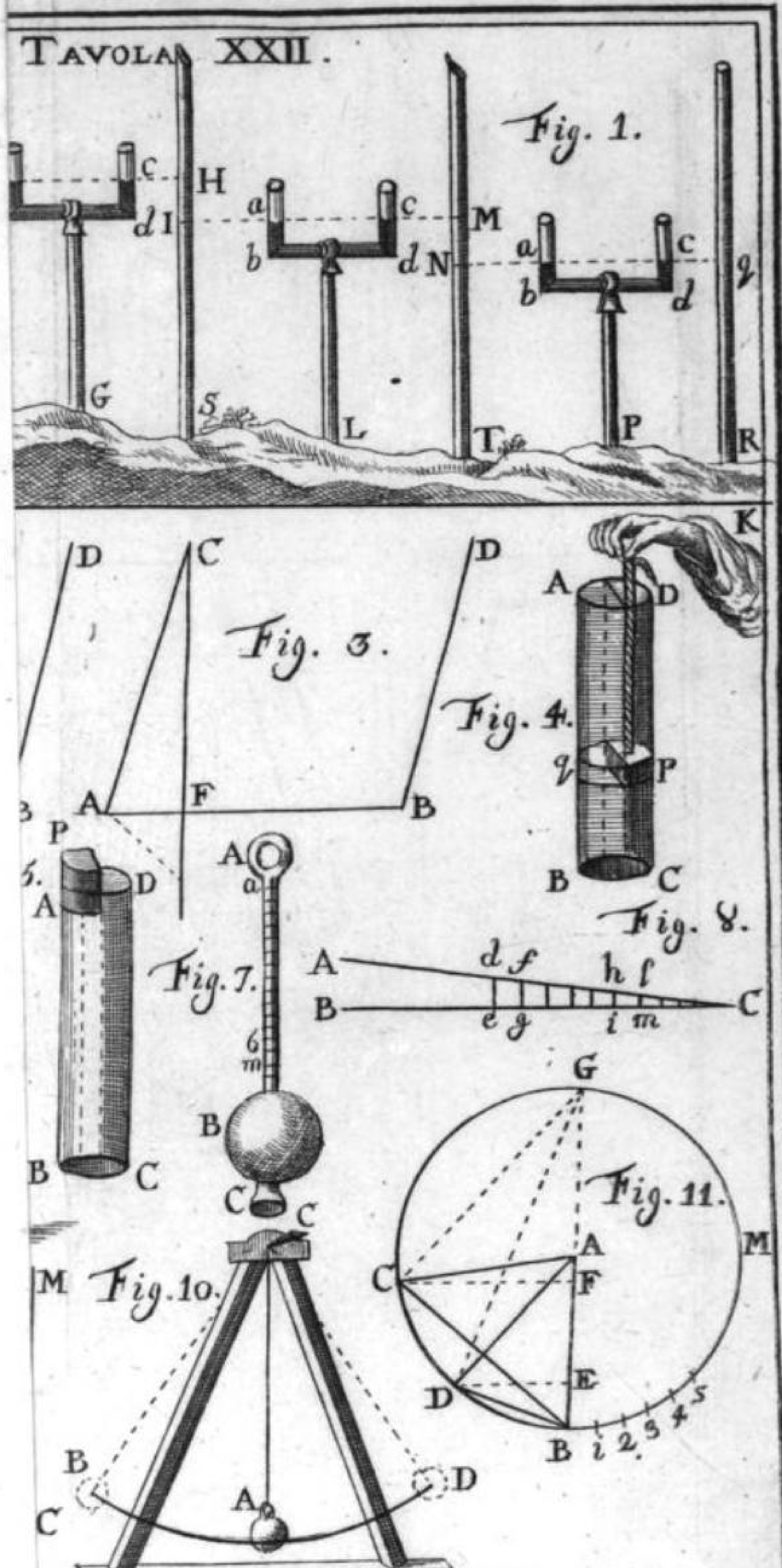


TAVOLA XXII.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 10.
Fig. 11.

TAVOLA . XXIII

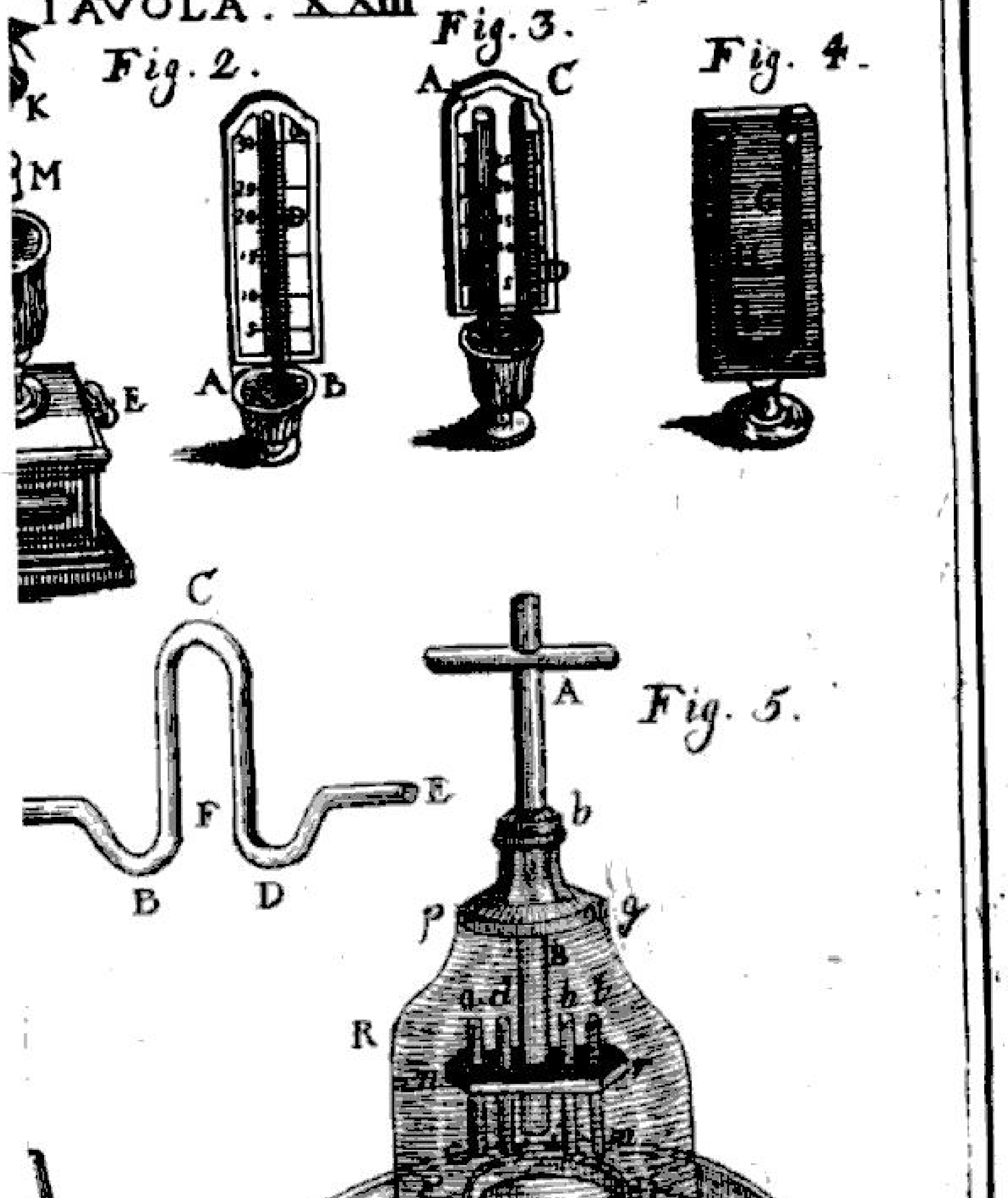


TAVOLA · XXIV ·

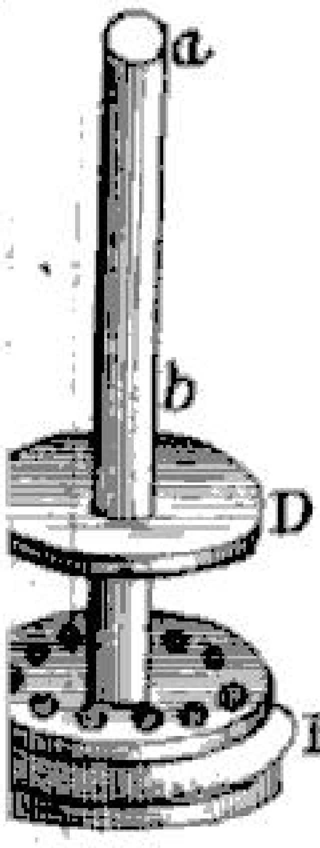


Fig. 3.

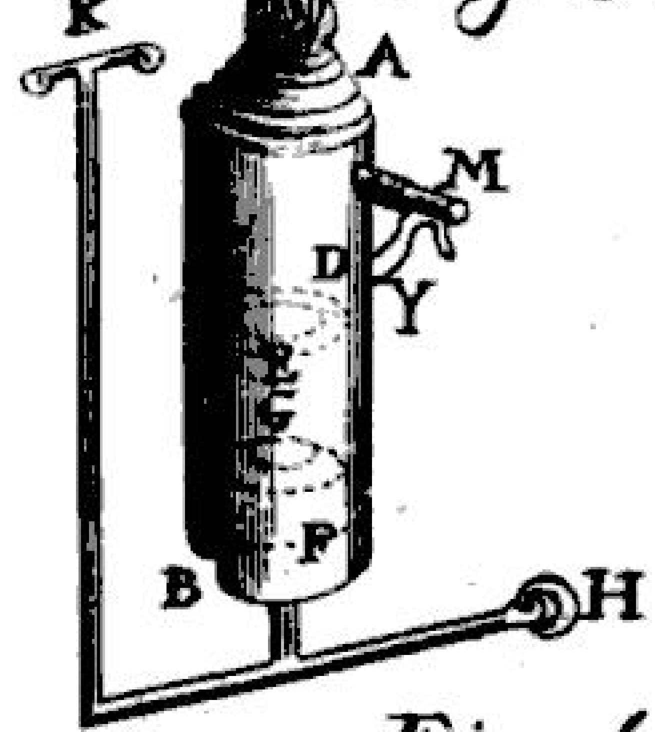


Fig. 5.

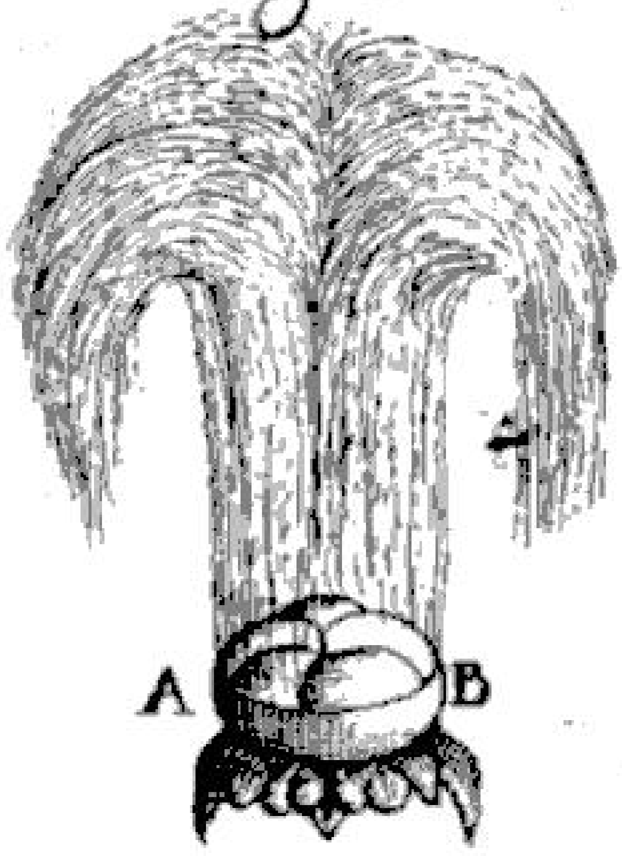


Fig. 6.

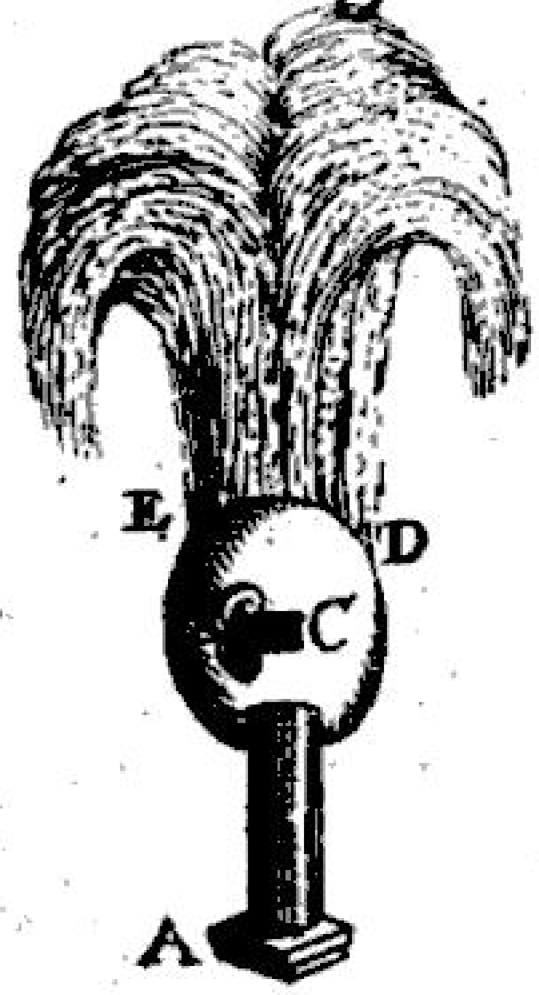


Fig. 8.

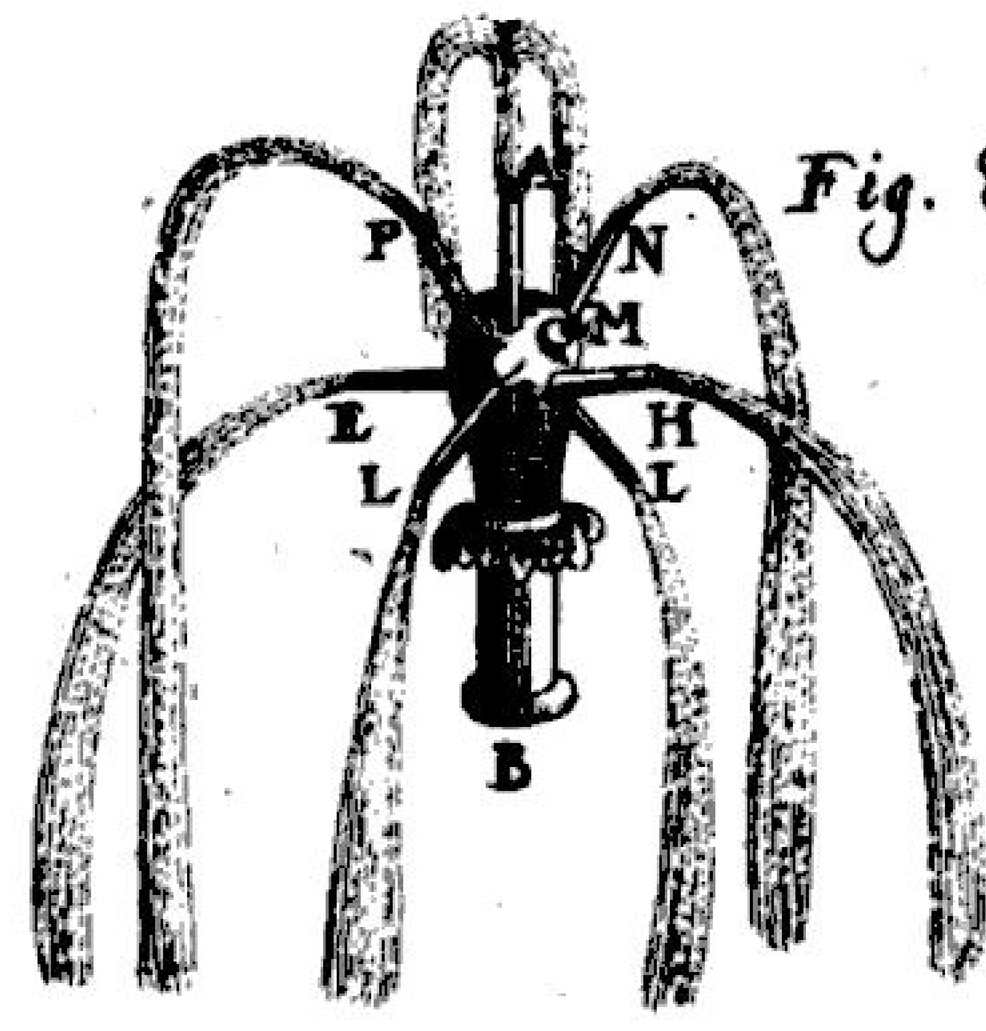


TAVOLA. XXV.

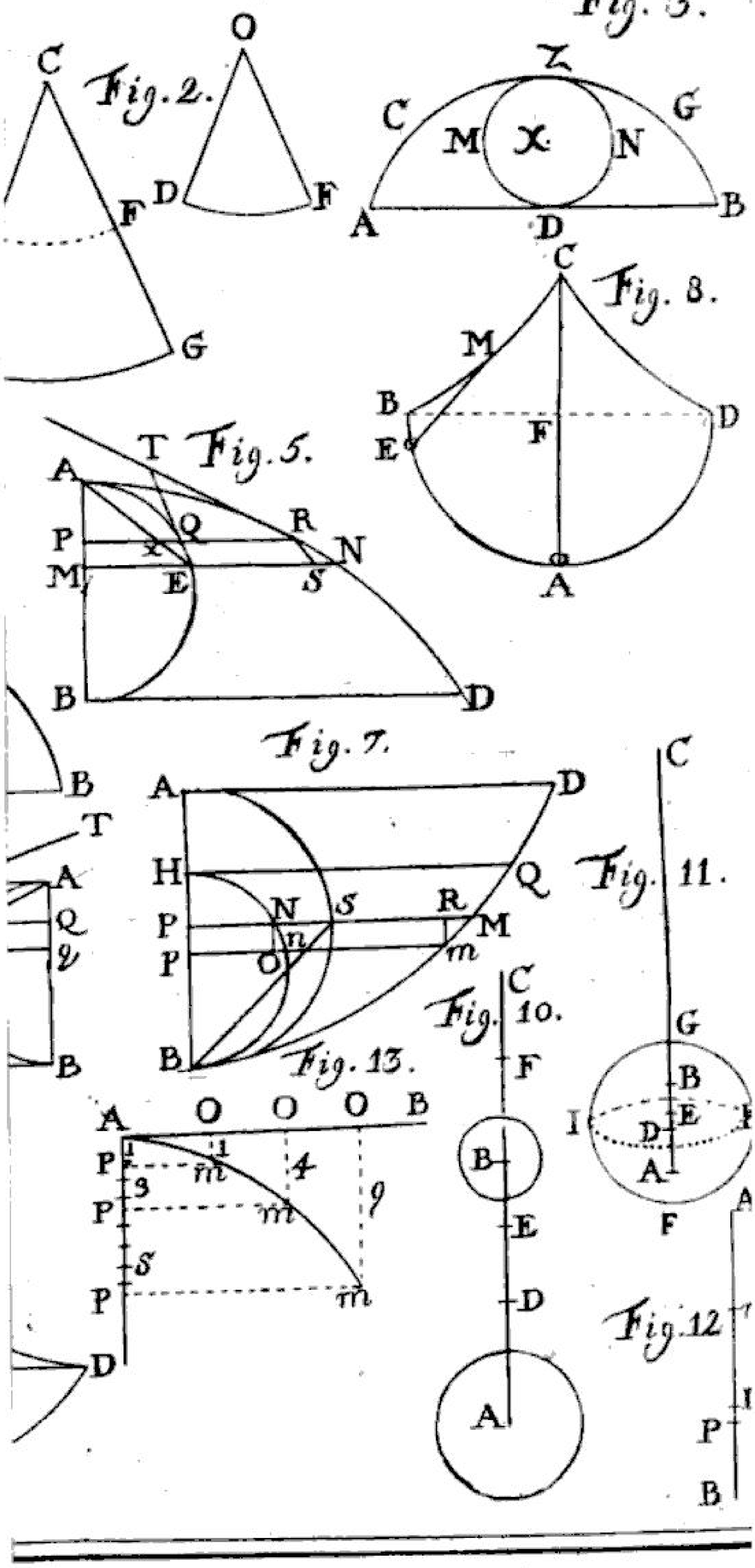


Tavola. XXVI.

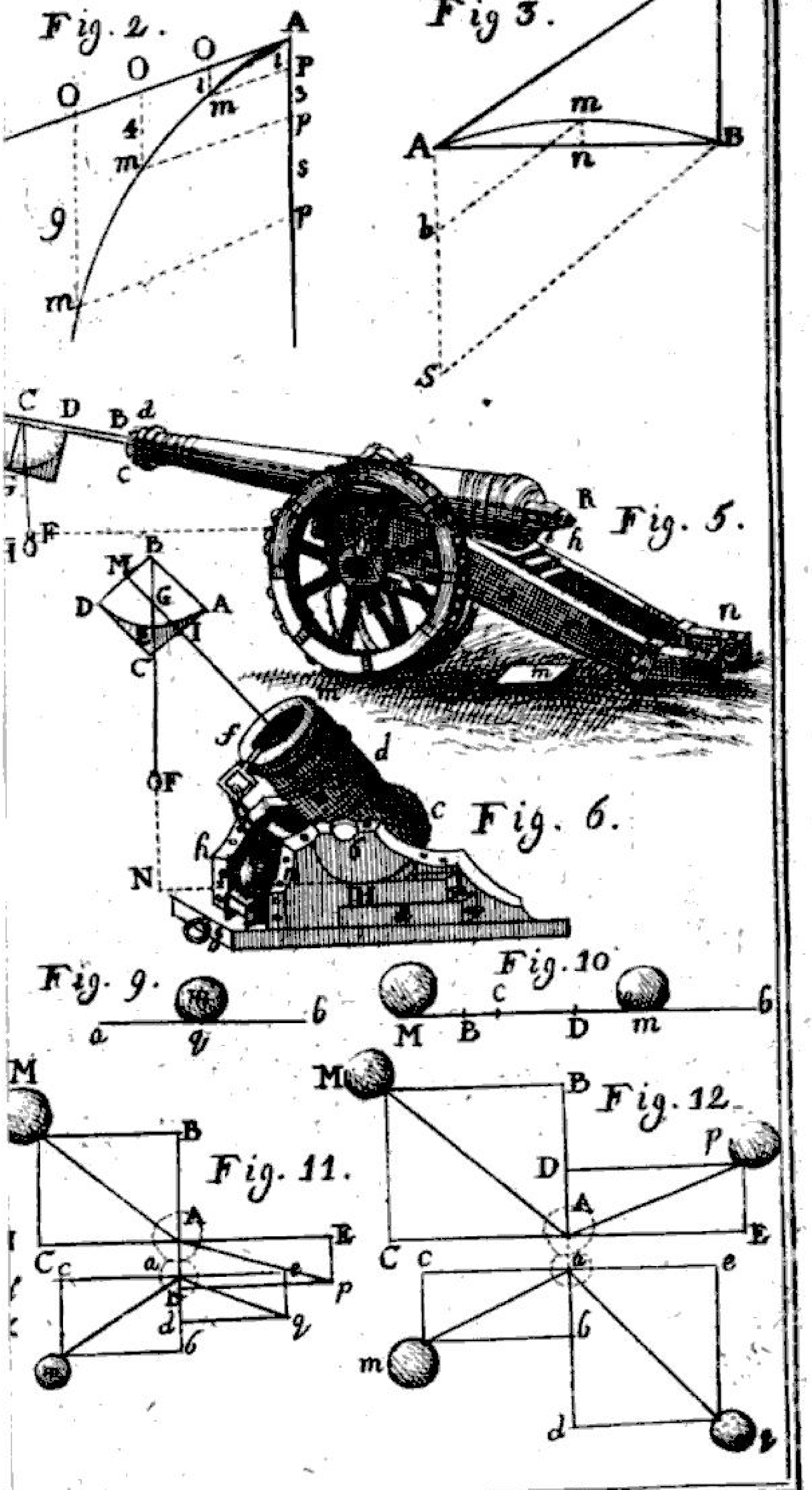


TAVOLA . XXVII

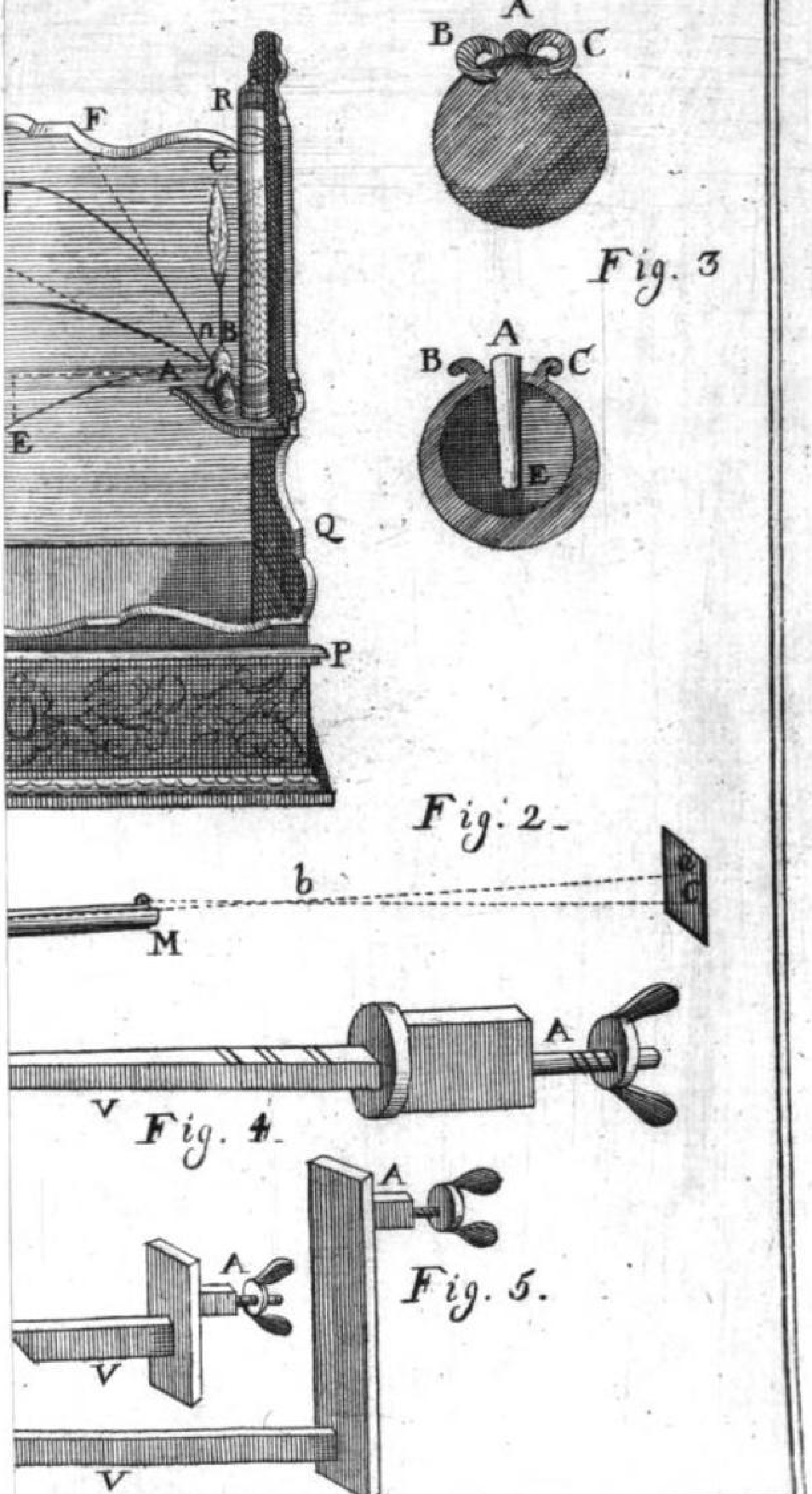
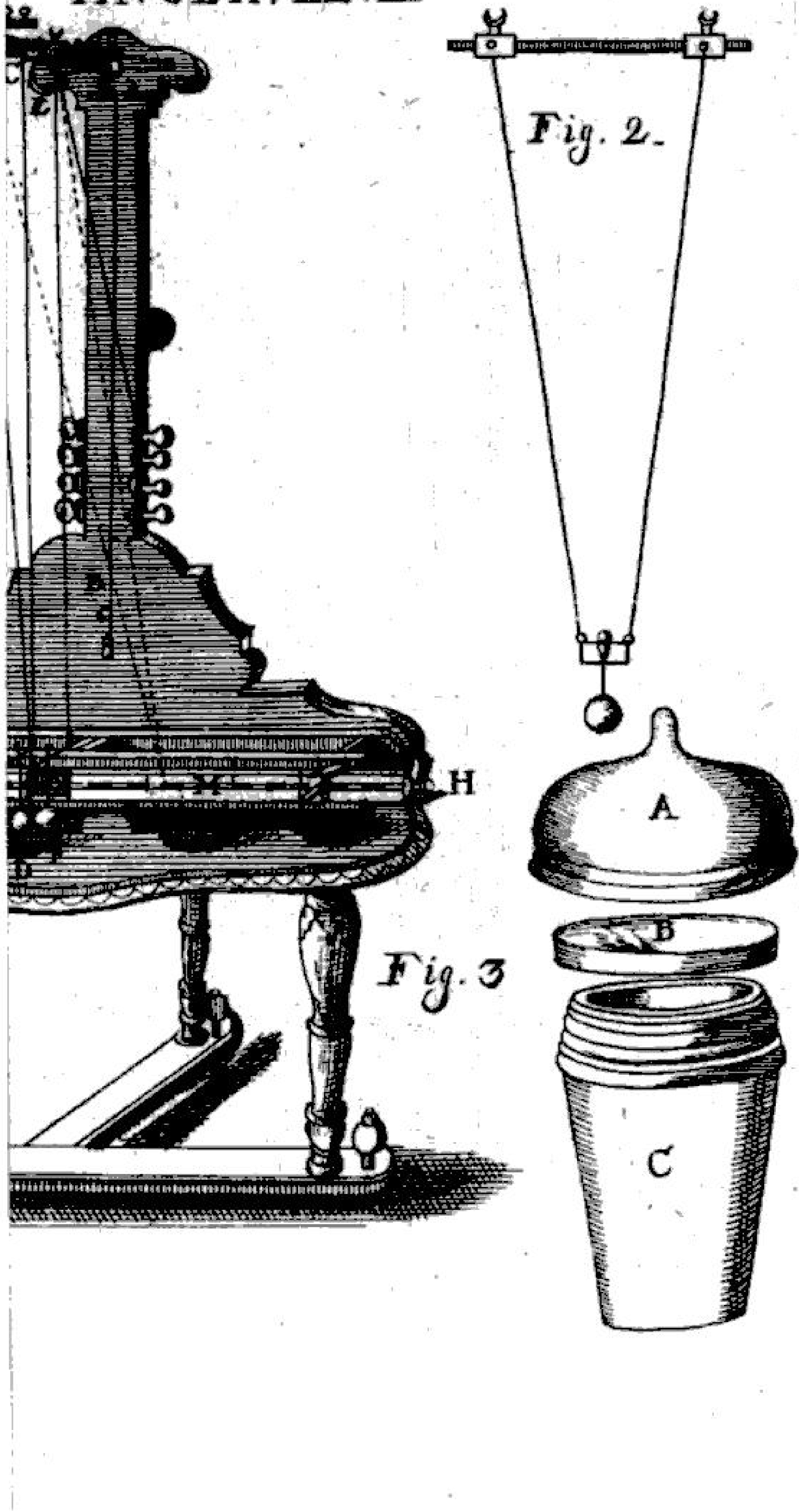


TAVOLA. XXVIII



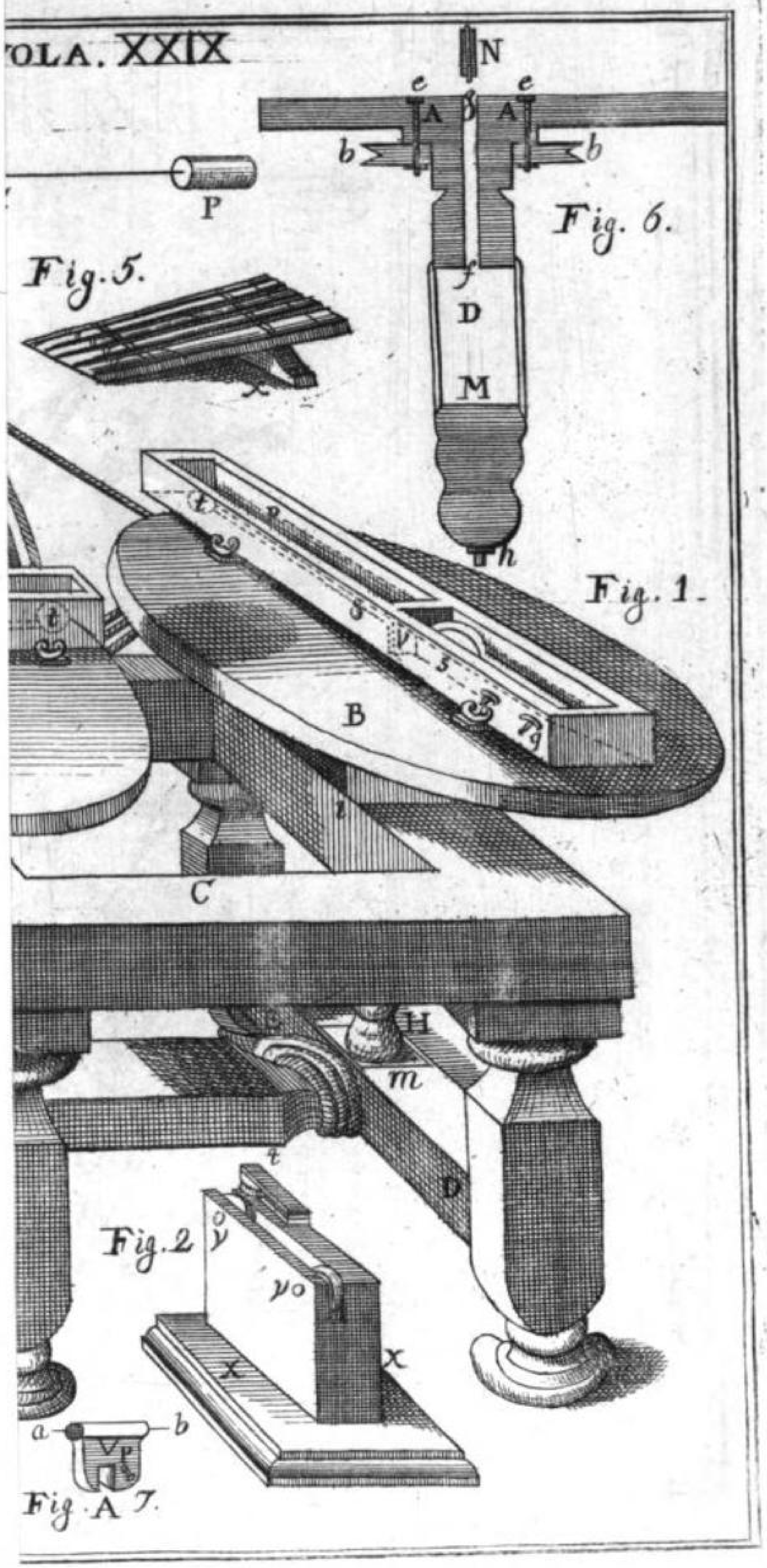

OLA. XXIX
N
Fig. 6.
Fig. 5.
P
Fig. 1.
B
C
H
m
D
Fig. 2
x
Fig. A 7.

TAVOLA . XXX .

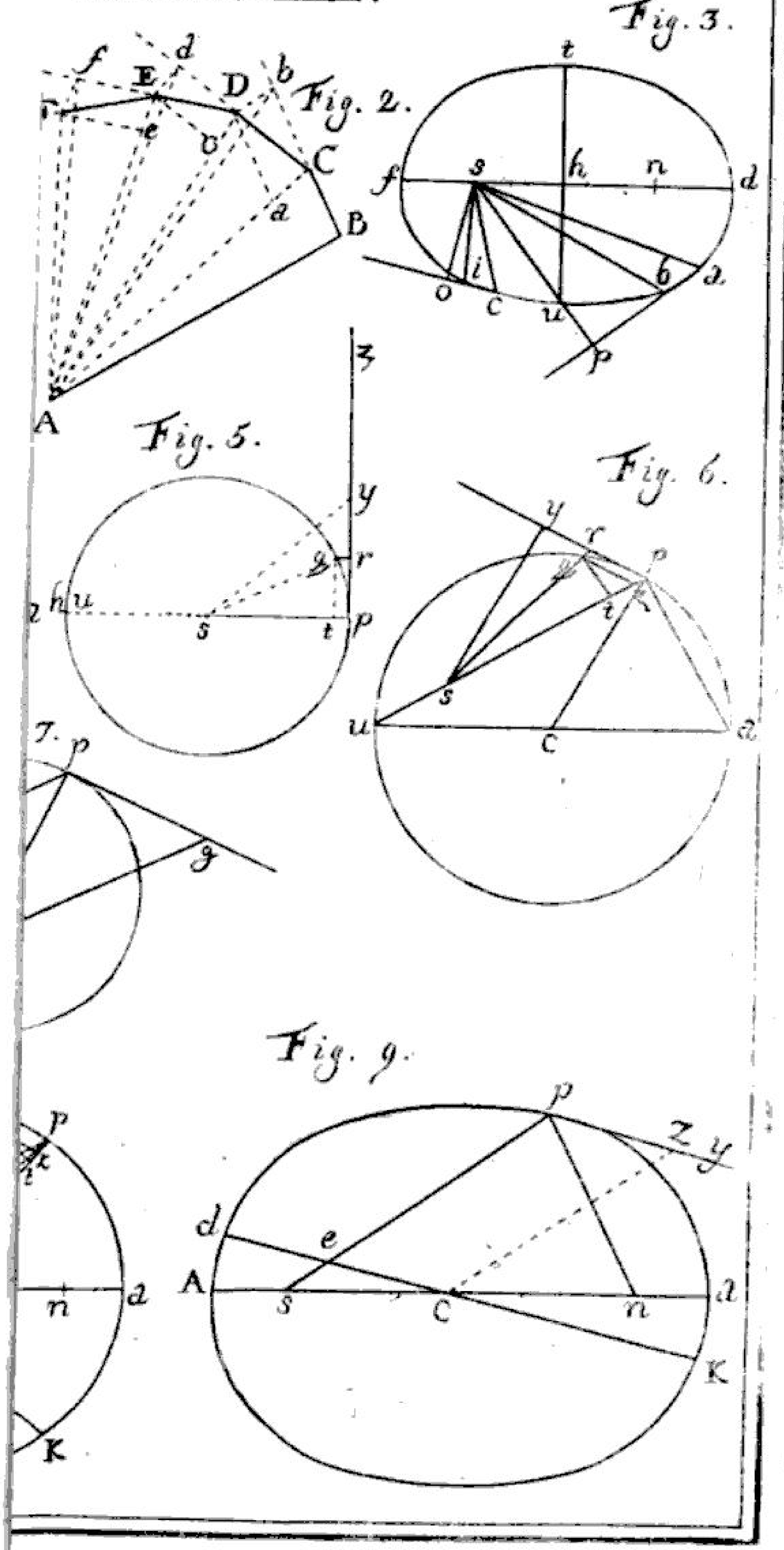


Fig. 2.
f
E
d
D
b
e
C
a
B
A
Fig. 3.
t
s
h
n
d
f
i
b
a
o
c
u
p
z
Fig. 5.
y
g
r
h u
s
t
p
Fig. 6.
y
r
p
i
s
u
C
a
7. p
g
Fig. 9.
p
Z y
d
e
A
s
C
n
a
K

AVOLA . XXXI

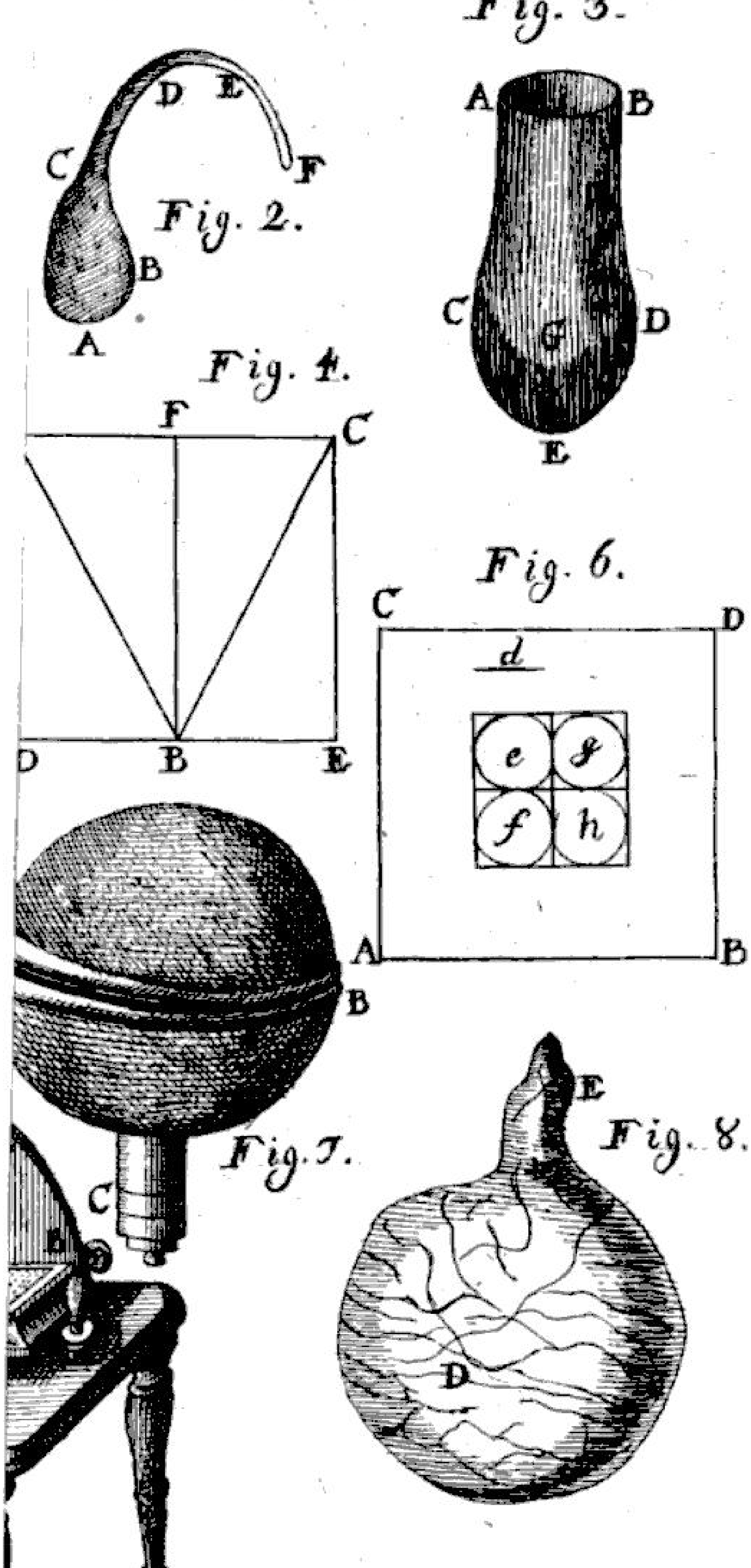


Fig. 2.
A
B
C
D
E
F
Fig. 3.
A
B
C
D
G
E
Fig. 4.
F
C
D
B
E
Fig. 6.
C
D
d
e
g
f
h
A
B
Fig. 7.
B
C
Fig. 8.
E
D