TEORIA
COMPIUTA
DELLA COSTRUZIONE, E DELLA MANOVRA
DE' VASCELLI

Messa alla portata di quelli, che si applicano alla Navigazione

DAL SIGNOR

LEONARDO EULERO

Ora la prima volta tradotta dalla Francese nella lingua Italiana.

NAPOLI
NELLA STAMPERIA REALE
MDCCLXXX.

ALLA SACRA REAL MAESTÀ

DI

MARIA CAROLINA

D' AUSTRIA

REGINA DELLE SICILIE

ec. ec. ec.

SIGNORA

L*A grandezza dell' animo, con cui* VOSTRA MAESTÀ *s'interessa alla felicità de' Sudditi, e alla gloria del RE, mi fa sperare, che la* MAESTÀ VOSTRA *gradirà l' offerta di un libro, diretto a perfezionar la* Marina, *l'avanzamento della quale è la più utile e la più gloriosa fra le tante opere illustri, che fan l'oggetto della maggior compiacenza del cuore benefico di* VOSTRA MAESTA', *e del genio sublime di FERDINANDO. Il Cielo, che così fortunatamente vi ha uniti a formare una coppia, ch'è l'amor de' Popoli, e l'onor del Trono, vi conservi lungamente al comun bene. Con questi, che sono i pubblici voti, ardisco rispettosamente dirmi,*

SIGNORA

DI VOSTRA REAL MAESTA'

Napoli 20. Ottobre 1780.

Umilissimo Suddito
Gaetano Carcani.

AVVERTIMENTO.

QUest' Opera fu pubblicata in Francese da M. Eulero nel 1773. Essa contiene tutti quei principj utili, che ci si possono offerire dalla Teoria del movimento de' corpi, e della resistenza de' fluidi nell' arte di costruire, e dirigere i vascelli. L' illustre Autore di questi elementi avea lungo tempo prima, sulla scienza della Marina, dato alla luce una grande Opera destinata a' Geometri, e soprattutto a quei della Marina. Da questa egli ne ha tolto non solamente le quistioni, che dipendono da principj fisici non molto certi, e puramente ipotetici; ma ancora i problemi troppo intrigati, che per la cui risoluzione sarebbono stati necessarj lunghi calculi, od una troppo difficile analisi; in somma ciocchè sarebbe di sola pura curiosità. Quì dunque tutto è certo, utile, e semplice.

Poichè un' Opera Elementare non può facilmente essere troppo chiara, si è creduto doversi fare qualche mutazione nell' edizione originale fatta dall' Autore, ed in una lingua, che non è la sua; però le correzioni sono puramente prette Grammaticali. Le due addizioni, che si trovano alla fine, sono del Sig. Lexell degno allievo di M. Eulero.

Sappiamo che questo grande uomo quasi all' intut-

to

to privo degli occhi, ha bisogno, che altri occhi vengano a dargli soccorso. I suoi figli, ed il Sig. Lexell si contrastano quest'onore. Ah! quanti pochi Savj avrebbono potuto pretendere di somministrare gli occhi al Sig. Eulero, e rendere la vecchiaja di questo uomo illustre, felice, ed utile! Mentre non l'infermità, non l'età, non la moltitudine delle sue scoverte, che avrebbono dovuto, come sembra, spossare la scienza, hanno potuto indebolire il suo genio: egli ne ha conservato tutta la fecondità, e tutta la forza; e quanto mai ha dato fuori, dopo aver perduti gli occhi, basterebbe solo per fare la stima de' più Savj.

Subito dunque, che il Trattato, che noi vi presentiamo, fu conosciuto in Francia, il Ministro, a cui allora era affidato il dipartimento della Marina, ne conobbe tutta l'utilità, e giudicò, che per renderne l'acquisto più facile, bisognava ristamparlo in Francia; e dopo il ragguaglio, che egli diede al Re del merito dell'Opera, e del genio dell'Autore, S.M. lo ricompensò, per mezzo d'una gratificazione, del molto bene, che le sue numerose scoverte avean fatto sì alla Nazione Francese, come a tutte le Nazioni illuminate.

M. de Sartine seguitando a tal riguardo le vedute del suo predecessore, ordinò di farsi la presente edizione.

TEO-

TEORIA COMPIUTA

Della costruzione, e della manovra de' Vascelli.

PRIMA PARTE

Dove si considerano i Vascelli in equilibrio, ed in riposo.

CAPO I.

De' Vascelli in generale.

§. 1. COmechè molto differenti sieno le figure de' Vascelli, di cui noi ci sogliamo valere nella navigazione; pur tuttavia v' ha in essi questa proprietà generale, che ciascuno è composto di due parti perfettamente uguali, ed unite nel mezzo, secondo la lunghezza del vascello: onde è, che il vascello per una sezione viene sempre diviso in due parti simili, ed uguali. Or questa sezione fatta dalla prora alla poppa nel mezzo del vascello, noi chiameremo *ſezione diametrale* , e la metà del vaſcello, che è alla deſtra di queſta ſezione , ſituato però lo ſpettatore in guiſa , che d'in su la poppa guardi verſo la prora , ſi chiama *poggia*, e quella, che è alla ſiniſtra, *orza* .

§. 2. Tra che queſte due parti ſono tra loro ſimili , e che ancora ſi procura da' due lati egualmente caricarle, il centro di gravità di tutto il vaſcello ſulla ſezione diametrale neceſſariamente andrà a cadere, ed egli è coſa al maggior ſegno importante , eſattamente conoſcere il luogo di queſto punto , che noi col nome di *centro di gravità* per l'innanzi diviſeremo.

§. 3. Allorchè il vaſcello è su l'equilibrio, la ſezione diametrale eſſer debbe ſempre verticale, o ſia perpendicolare all' orizzonte ; oltrechè ſi può ſupporre una linea parallela all'orizzonte, che paſſando per lo centro della gravità, ſarà diretta dalla poppa infino alla prora , la quale chiameremo *aſſe principale del Vaſcello ſecondo la ſua lunghezza* ; direm poi *aſſe verticale* del vaſcello, la linea verticale , che ſi ſuppone menata dal centro della gravità . Finalmente una terza linea perpendicolare a queſti due aſſi , che traverſerà il vaſcello ſecondo la ſua larghezza , riceverà il nome di *aſſe del vaſcello ſecondo la ſua larghezza* . Fa d'uopo, a queſti tre aſſi ſpezialmente , che nel centro di gravità per-

perpendicolarmente si tagliano, aver la mira, quando si vogliono determinare tutti i movimenti, che un vascello può avere.

§. 4. Ognun sa, che il centro di gravità è un punto, ove il peso del vascello tutto intero si riunisce, ovvero per dove passa la mezzana direzione di tutte le forze di gravità, da cui tutte le parti del vascello sono animate. Adunque conosciuto tutto il peso del vascello, tostamente si comprende, che quello vien sempre sospinto da una forza uguale a questo peso, la cui direzione precisamente si ritrova nell'asse verticale del vascello, ed ha la sua tendenza verso il centro della terra.

§. 5. Dopo i tre assi, di cui finora abbiam favellato, ragionevol cosa è, considerare tre sezioni principali del vascello. Primieramente consideriamo quella, che vien descritta dall' asse principale secondo la lunghezza, e dall'asse verticale; il perchè chiara cosa è, che questa sezione è quella stessa, che noi avanti avemo chiamata la *diametrale*. Appresso ci si para d' avanti anco come principale sezione quella, che dall' *asse secondo la larghezza*, e dall' *asse verticale* è determinata: dunque questa è così verticale, come la precedente: ma tuttavia, siccome essa è fatta secondo la larghezza del vascello, è appellata *sezione trasversale*. Ultimamente principale sezione si è quella fatta da' due assi orizzontali, sì da quello di lunghezza, come da quello di larghezza; la quale anch' essa sarà orizzontale, e parallela alla superficie del mare, quando il vascello sta in equilibrio.

§. 6. La considerazione di queste tre sezioni principali ne divien molto più rilevante, se osserveremo, che di là dipende un' assai compiuta cognizione delle figure di tutti i vascelli. Perciocchè sebbene queste tre sezioni perfettamente non determinino la figura di ciascun vascello, e si possono ben adattare a quasi un' infinità di figure da' vascelli differenti; nulladimeno tutte queste differenze mai non possono uscire da certi troppo stretti limiti; in guisa tale, che qualunque si è l' idea, che noi del vascello ci formiamo, questa mai non andrà guari lontana dalla verità.

Fig. 1. §. 7. Renderem tutto ciò più chiaro in questa guisa. Per la prima figura s' intenda rappresentata la forma d' un vascello qual che si sia; di cui IA CBK sia la sezione diametrale; G sia il centro di gravità del vascello, pel quale sian tirati nel medesimo piano verticale l' *asse secondo la lunghezza* AGB, e l' asse verticale DGC; a' quali sia menato orizzontalmente, e secondo la larghezza del vascello il terzo asse EGF, che tagli i due primi ad angoli retti; di maniera che i tre assi principali sieno AGB, CGD, EGF. Di poi, oltre la sezione diamemetrale, e verticale ACB ſia AEBF la figura della ſezione orizzontale del vaſcello fatta dal centro di gravità G, finalmente ECF la ſezione traſverſale. Chiara coſa è, che determinate queſte tre figure, quella del vaſcello più non potrà dalle due altre molto differenziare. Intanto, per conoſcere eſattamente queſta figura, fa di meſtieri immaginarſi altre ſezioni verticali parallele alla traſverſale tanto verſo la prora, quanto verſo la poppa, e quanto maggior ſarà il numero di eſſe, tanto più ci accoſteremo alla vera figura del vaſcello. Queſte tali ſezioni alla traſverſale parallele chiamiamo *Garbo di Coſtruzione*.

CAPO II.

Della parte del vaſcello, che è a fior d'acqua, ovvero del ſuo ſtato d'equilibrio in generale.

§. 8. Conſideriamo ora un vaſcello, che ſupponghiamo eſſere a galla, e ſtarſene in equilibrio nell'acqua. Pel punto G intendiam diviſato il centro di gravità, e per la retta DGC l'aſſe verticale del vaſcello. Biſogna in primo luogo notare quì una nuova ſezione orizzontale del vaſcello, che ſi concepiſce andar raſente su per l'acqua; la quale è rappreſentata per la linea orizzontale MHN, ond'è il vaſcello in due parti diviſo, l'una che ſporge fuori dell'acqua, l'altra *Fig.*2.

MCN, che è in quella tuffata. A questa vien dato il nome di *parte sommersa*, alle volte di *cavo*, ovvero *carena* del vascello.

§. 9. Per acquistar compiuta idea dello stato di equilibrio, in cui ora immaginiamo il vascello dimorarsi, tutte le forze, che sul vascello agiscono, uopo è scandagliare. Sulle prime dobbiam considerare il proprio peso di tutto il vascello, onde questo è spinto giù secondo l'asse verticale GC, che passa pel suo centro di gravità. Adunque questa cotal forza deve essere contrappesata da tutti gli sforzi, che l'acqua su le facce della parte sommersa esercita; e conseguentemente sarebbe d'uopo calcolare la pressione che prova dall'acqua per ciascuno elemento componente la superficie sommersa; la qual cosa a fare vi abbisognerebbero delle ricerche assai imbarazzanti, ed una lunga serie di calcoli; ma la seguente considerazione facilmente ci condurrà a questo scopo.

§. 10. Essendochè il vascello colla sua parte sommersa occupa nell'acqua la cavità MCN, immaginiamo essere questa stessa ripiena o d'acqua, o pur d'una massa solida della stessa densità, figura, e volume. Primieramente evidente cosa è, che questa massa d'acqua, o di materia solida in perfetto equilibrio sarà con l'acqua, che la circonda. Inoltre è chiaro, che questa massa dall'acqua, che l'è d'atd' attorno, i medesimi sforzi sostenga, non altramente che il nostro vascello; e quinci ancora manifesto appare, che per cotali sforzi dell'acqua vien bilanciato il peso della massa di quell' acqua, o pure di quel *ghiaccio*, che noi poc' anzi al luogo del vascello ponemmo. Per la qual cosa, perciocchè questi sforzi son dessi, che tutto il peso del vascello sostengono, chiaro si scorge, che di questo il peso nè punto, nè poco si differisce da quello d'una massa d'acqua, che riempisse la stessa cavità MCN, o d'una qualche si fosse materia, la cui densità, figura, e volume a quello della parte sommersa del vascello fosse uguale.

§. 11. Ecco dunque il primo grande principio, su cui è fondata la teoria del galleggiar che i corpi fanno su l'acqua. Certa cosa è, che la parte sommersa debbe essere sempre di volume uguale ad una massa d'acqua, il cui peso perfettamente a quello del vascello corrisponda. Or per via di questo principio misurandosi il volume della parte sommersa d'un vascello, si può venire a capo di misurare ancora tutto il peso di quello. Perciocchè ridotto il peso di ciascun piede cubico a 70. libbre, o a quel torno, avremo il peso del vascello espresso in libbre; ma nelle nostre ricerche molto più convenevol cosa sarà additare il peso di ciascun vascello per quello d'un volume d'acqua uguale alla parte sommersa.

§. 12. Ma questo solo principio non basta a determinare lo stato d'equilibrio del vascello; è di mestieri, che vi si aggiunga un altro, che assai di leggieri eziandio si può da noi ritrovare. Altro far non bisogna, se non se considerare nella terza figura il centro di gravità della massa d'acqua MCN, che supporremo nel punto O. Ciò posto, si vede, che tutti gli sforzi dell' acqua circondante sono in equilibrio con una forza uguale al peso della massa d'acqua MCN, che agirebbe nella direzione perpendicolare OC dall' alto in basso. Adunque perchè il nostro vascello sia in equilibrio co' medesimi sforzi, fa di mestiero, che in quella stessa verticale HC, su di cui giace situato il punto O, si ritrovi ancora il centro di gravità del vascello G. A questo effetto il punto O si deve designare al di dentro del vascello, ove il centro di gravità della parte sommersa senza fallo sarebbe, se quella d'una materia omogenea fosse composta.

Fig.3.

§. 13. Sicchè per non andar troppo a lungo vagando col nostro discorso, il punto O chiamiamo centro della parte sommersa, o pur semplicemente, centro della carena. Intanto questi saranno que' due principj, onde lo stato d'equilibrio del vascello verrà perfettamente determinato. I. fa d'uopo che la parte sommersa sia di volume uguale ad una massa d'acqua, il cui peso a quello del

va-

vascello esattamente corrisponda. II. Il centro di gravità G, non altramente che il centro della carena O debbono sulla stessa linea verticale HC cadere, la quale è l' asse verticale del vascello. Riguardo a questo punto O, è evidente che sempre sotto la linea d' acqua MN va a cadere, che se le sezioni orizzontali della parte sommersa, in calando giù, la stessa estensione serbassero, come accaderebbe, se avessero una forma prismatica, o cilindrica, il punto O certamente cadrebbe sul mezzo della profondità HC. Ma se l'estensione di queste sezioni, discendendo uniformemente si diminuisse, talmente che alla perfine si terminasse in una linea retta per C ad MN parallela, ed uguale, allora sì che l' elevazione del punto O, ovvero l'intervallo CO sarebbe due terzi della profondità OH, se poi la parte sommersa si terminasse in un punto, in guisa che per quella una piramide rovesciata si rappresentasse, allora l' intervallo CO sarebbe tre quarti della profondità. Riguardo al centro di gravità G, questo a proporzione che il carico sarà sul vascello distribuito, sì pur sopra, come ancora sotto la linea d' acqua MN puote cadere; così ne' vascelli da guerra, ove i cannoni, ne' quali la maggior parte del peso consiste, debbono essere su dell' acqua levati, il centro di gravità G fuori della superficie dell' acqua si troverà.

CA-

CAPO III.

Sopra gli sforzi dell' acqua per curvare il vascello.

§. 14. Qualora noi abbiam detto, che le pressioni, che l'acqua fa sulla parte sommersa del vascello, sono al suo peso uguali, avemo parimente supposto, che le differenti parti di quello fossero tra loro strettamente legate, e commesse sì e per tal modo, che le forze, che su d'esse agissero, quello per niun conto potessono curvare. Perciocchè se così non fosse, che assai stretta, e ben ferma durasse l'unione delle parti, gran rischio correrebbe il vascello, o d'esser in minuti pezzi ridotto, o almeno di soggiacere a cambiamento nella sua figura.

§. 15. Il vascello si ritrova in uno stato somigliante a quello d'una verga AB, la quale, postochè sia spinta dalle forze A*a*, B*b*, C*c*, D*d*, si potrà tuttavia in equilibrio sostenere, a condizione, che sufficiente sia la sua inflessibilità: che ciò non supposto, se ella è soggetta a piegarsi, tosto verso l'alto si curverà; poichè nell'atto, che alle forze C*c* D*d* il suo mezzo cede, le due estremità son tirate allo 'ngiù dalle forze A*a* B*b*.

§. 16. In siffatto stato si ritrova per lo più il vascello, il quale perchè questi sforzi continuamen-

te

te sperimenta, allorchè stassene a galla sull'acqua, non una volta, ma più suole addivenire, che al funesto effetto di piegarsi per la (*) *chiglia* soggiace. Il perchè l'andar cercando la causa di questo accidente, è molto importante.

§. 17. Affinchè questa cosa ad ordinato compimento dar possiamo, immaginiamo il vascello in due parti diviso per una sezione trasversale, fatta secondo l'asse verticale del vascello, in cui si ritrovi così il centro di gravità di tutto il vascello G, come quello ancora della parte sommersa O; in che una di queste parti denoti la prora, la poppa l'altra, che noi la considereremo ciascuna divisamente. Sia dunque riguardo la prora, g il centro di gravità di tutto il peso di questa parte, ed o il centro della parte sommersa, che gli corrisponde. Similmente sia γ il centro di gravità di tutta la poppa, ed ω il centro della sua parte sommersa.

§. 18. Or manifesta cosa è, che la prora sarà spinta dalle forze gm, ed on, le quali tra loro scambievolmente contrapponendosi, l'una al basso, l'altra verso alto sospigne: della stessa maniera per la forza $\gamma\mu$ sarà piegata allo 'ngiù, per la forza

$\omega\nu$

(*) *Chiglia* il più grosso pezzo di legno del vascello, che si estende dalla poppa alla prora, e serve di base, e fondamento a tutto il bastimento.

ων ſarà verſo alto levata. Or queſte quattro forze non altrimenti, che le forze totali ne' punti G ed O riunite, in perfetto equilibrio ſi manterranno. Ma infintantochè sì le forze di dietro, come quelle davanti non ſi troveranno nella ſteſſa direzione, dovrà ſempre il vaſcello tali sforzi ſoſtenere, che per queſti la *chiglia* ſarà verſo alto curvato, purchè i due punti *o* ed *ω* ſiano più al mezzo vicini, che l'altre due forze *gm*, *γμ*. Il contrario addiverrebbe, ſe i punti *o* ed *ω* più dal mezzo ſi dipartiſſero, che non ſarebbero i punti *g* e *γ*.

§. 19. Or il primo caſo di queſti ha luogo preſſochè in tutti i vaſcelli, la di cui carena è sì larga nel mezzo, che quanto più all' eſtremità s' avvicina, tanto più ſtretta ne diviene, purchè queſta condizione ancor v' aggiungiamo; che il vaſcello molto maggior carico proporzionatamente porti nell' eſtremità, che nel mezzo. Da che può ciaſcuno aſſai agevolmente ravviſare, che tanto maggiore ſarà l' efficacia di quelle forze, la cui mira è la *chiglia* verſo alto curvare, quanto più creſcerà queſta differenza. Quindi è, che in ciò ſpecialmente ſi debba por mente, che quella forza ſi determini, la quale a queſta parte del vaſcello, affinchè un tal effetto non ne ſegua, uopo è comunicare.

§. 20. Se poi altre circoſtanze portano o di caricar molto più nel mezzo il vaſcello, o di dare

alla

alla parte sommersa più di cavo verso la prora, e la poppa, mica più temeremo un tal effetto. Ma la destinazione della maggior parte de' vascelli si oppone ad un tal ordine, in guisa che altro mezzo non resti, che rinforzare, quanto più si può la *chiglia*, per prevenire sì funesto effetto.

CAPO IV.

Delle tre differenti spezie d' equilibrio.

§.21. Dopo avere stabilito le condizioni, che, perchè un corpo, che sta a galla, in equilibrio sia, si ricercano, vediamo cosa deve accadere quando il vascello dal suo stato d' equilibrio slontanato si è. Supporremo in primo luogo, che l'inclinazione del vascello relativamente al suo sito naturale sia infinitamente picciola, e quinci noi ricaveremo quelle conseguenze, che a ben giudicare del suo stato d' equilibrio acconcie, e necessarie sono: mentre ciocchè alle grandi inclinazioni s'appartiene, onde potrebbe il vascello a gran rischio andare, addimanda particolari ricerche.

§. 22. Posto che un vascello sia pochissimo inclinato, o del suo stato d' equilibrio uscito, chiara cosa è, che questi tre casi possono aver luogo: 1. o il vascello in questo stato inclinato si dimora, ed allora l' equilibrio si chiamerà *indifferente*:

2. O

2. o al ſuo luogo primiero ſi ritorna, ed in queſto caſo il ſuo equilibrio ſarà *permanente*, cioè d'una tale ſtabilità dotato, che può eſſer più o meno grande a tenor delle circoſtanze; o finalmente 3. può addivenire che il vaſcello s'inclini ſempre vieppiù a ſegno tale, che del tutto ſi roveſci. Un tale equilibrio è ſimile a quel d'un ago, che poſto ſulla punta d'un altro appena una piccioliſſima impreſſione avrà ricevuto, che toſtamente cade di là: ſiffatto equilibrio chiamaſi *vacillante*. Molto ben chiaro ſi ſcorge, che al primo egualmente, che all'ultimo caſo non ſi può accordar luogo nel vaſcello, e che nel ſecondo caſo v'ha biſogno d'una ſufficiente ſtabilità.

Fig. 6. §. 23. Affinchè, nelle noſtre ricerche, quella chiarezza andiam ſempre ſpargendo, che il ſoggetto richiede, conſideriamo qualſivoglia un vaſcello nel ſuo ſtato d'equilibrio, il cui centro di gravità ſia G, quello della parte ſommerſa O, la retta poi MN rappreſenti la ſezione fatta a livello dell'acqua, in guiſa che la linea GO ſia verticale. Intanto ſupponghiamo il vaſcello inclinato di maniera che la linea *mn* ſi trovi alla ſuperficie dell'acqua, e che conſeguentemente la parte ſommerſa ſia *mDn*. Il vaſcello verſo *m* ſarà più addentro dell'acqua tuffato, che non è la parte M*m*, per l'oppoſto verſo l'altra parte N ſporgerà fuori dell'

dell' acqua assai più della parte *Nn*. Concepiamo inoltre, che la nuova parte sommersa *nDm* abbia la medesima estensione, che quella dello stato d'equilibrio, essendo che questa è la prima condizione ricercata per tale stato.

§. 24. Per questo cambiamento avviene, che lo stesso punto G sia eziandio centro di gravità del vascello: ma riguardo al centro della carena la cosa va tutto al rovescio; poichè quello dal lato M viene accresciuto, e diminuito dal fianco N. Questo centro verso il lato M si è necessariamente trasferito. Supponghiamolo in *o*, la linea *mn* essendo al presente orizzontale si tirino le verticali Gγ, $o\omega$. Ciò posto ben si vede, che se i due punti γ ed ω si ritrovano nello stesso luogo riuniti, i due punti G ed O anche essi sulla medesima linea verticale andranno a cadere; il vascello si starebbe tuttavia nel suo stato d'equilibrio: or questo è quel primo caso, cui di sopra per noi riferito abbiam dato il nome ancora d'equilibrio *indifferente*. E da quì pur si rileva questo caso allora solamente aver luogo, quando il punto G si ritrova molto elevato sopra il punto O.

§. 25. Passiamo in secondo luogo a considerare il caso, che ci vien rappresentato nella figura, ove il punto γ è più vicino alla verticale GO, che non è il punto ω. Poichè il vascello presentementemente secondo la direzione Gγ abbassato è giù, e verso alto viene sospinto da una forza uguale nella direzione $o\omega$; agevol cosa sia a comprendere, che la parte verso M e alzarsi, e di acqua uscire debba, cioè il vascello a quello stesso stato d'equilibrio, in cui era, si tornerà. Questo è il secondo de' tre casi, che da noi sopra divisato fu appellato equilibrio *permanente*, la cui stabilità tanto maggiore diverrà, quanto più i due punti γ ed ω l'un dall' altro saranno lontani. Basterà guardare la figura per assicurarsi, che più il centro di gravità G si abbassa, più la stabilità ne diviene maggiore.

§. 26. Alla perfine allora avrà luogo il terzo caso, cioè quello d'equilibrio *vacillante*, quando il punto γ, piucchè il punto ω, sarà dappresso alla estremità *m*; perciocchè in tal caso le due forze si riuniscono in guisa, che la parte M*m* ne sia vieppiù sommersa; perlocchè fa di mestiero, che il vascello del tutto si rovesci. Noi dunque saremo in tanto maggior paura di questo cotal accidente, quanto più elevato si troverà al di sopra del fondo del vascello il centro di gravità. Ma tosto si scorgerà, che da due punti G ed O in fuora, debbasi da noi quì specialmente considerare la figura, e l'estensione della sezione del vascello, che s'intende passar su per la superficie dell'acqua.

§. 27. Avemo noi nella figura rappresentato que-

sta

ſta inclinazione come fatta dalla poppa N verſo la prora M, ovvero dattorno l'aſſe traſverſale del vaſcello; ma tuttavia aperta coſa è, che la ſteſſa figura ſi può ancora ben adattare a quel caſo, ove il vaſcello è inclinato da una parte verſo l'altra, ó ſia dattorno l'aſſe tirato ſecondo la lunghezza del vaſcello; da che di leggieri può ciaſcuno comprendere, che per formar compiuto giudizio dello ſtato d'equilibrio d'un vaſcello, molto più lungo, fa duopo che ſia il ragionamento intorno all'uno, e l'altro aſſe, e la verità di queſta coſa può ben per quello moſtrarſi, che potrebbe accadere, che un vaſcello aveſſe molta ſtabilità a riguardo d'uno di queſti due aſſi, ed eſſere il ſuo equilibrio a riguardo dell'altro *indifferente*, o anche *vacillante*. Nello ſteſſo tempo però certiſſima coſa è, che qualora un vaſcello ha ſufficiente ſtabilità riguardo a' due mentovati aſſi, ſufficiente ancora ne avrà riſpetto a tutti gli altri aſſi intermezzi, intorno i quali il vaſcello potrebbe qualche inclinazione ricevere.

CAPO V.

Della maniera di ridurre ad una data misura la stabilità.

§. 28. DA tutto ciò che fin quì abbiam ragionato, agevol cosa è a comprendere, che la stabilità d' un vascello può essere maggiore, o minore di quella d' un altro. Ma l' unico mezzo, che si para davanti, per acquistare di ciò una giusta, e determinata idea, si è questo, che ben si esamini, che forza bisogna applicare ad un vascello, acciò si mantenga nello stato d' una data inclinazione. Ben si comprende, che quì non si tratta d' una forza assoluta, essendo che forze differentissime potrebbero produrre lo stesso effetto, applicate a punti differenti; ed è cosa chiara, che bisogna comprendere il momento delle forze preso a riguardo dell' asse, dattorno al quale si fa l' inclinazione.

§. 29. Or l' asse dell' inclinazione per un vascello è sempre mai una linea orizzontale tirata pel centro di gravità d' un intero vascello. La Meccanica c' insegna, che una forza, la cui direzione passi pel centro di gravità d' un corpo qualchesisia, non gli comunichi moto alcuno angolare, ma soltanto è intenta a produrre un moto progressigreſſivo ; adunque , affinchè al vaſcello ſi dia un' inclinazione dattorno al ſuo aſſe orizzontale , che paſſa pel ſuo centro di gravità , ovvero affinchè il vaſcello ſi mantenga in queſto cotale ſtato d' inclinazione , uopo è , che la forza a ciò fare impiegata , ſomminiſtri un momento riguardo all' aſſe ſuddetto ; ſapendoſi , che s' avrà l' eſpreſſione d' un tal momento moltiplicando la forza per la ſua diſtanza all' aſſe d' inclinazione . Da che ſi rileva , che ſebbene è maggiore la diſtanza, tuttavia la forza potrà eſſere minore , comechè l' effetto ne ſia ſempre lo ſteſſo .

§. 30. Ma per dar chiarezza maggiore a tutto queſto , che finora abbiamo detto ; il punto G ſia il centro di gravità del vaſcello , la linea AB rappreſenti la ſezione fatta a fior d' acqua , durando tuttavia nell' equilibrio il vaſcello , ma ſia però il vaſcello per qualunque ſiaſi mai cagione , inclinato , di maniera , che la linea *ab* giaccia nella ſuperficie dell' acqua ; il piccolo angolo A*Ia* = B*Ib* , che per l' innanzi diviſeremo = *i* , rappreſentando l' angolo d' inclinazione , ed eſſendo conſeguentemente la porzione *a*LB la parte ſommerſa . Inoltre la linea perpendicolare HGL denoti un albero fiſſato nel vaſcello , cui s' applichi al di ſopra del punto G in H una forza HK capace di mantenere il vaſcello in tale ſtato inclinato ; denomineremo *Fig.7.*

questa tale forza K; e poichè l'intervallo GH rappresenta la distanza di questa forza al punto G, o piuttosto all'asse dell' inclinazione, il momento di questa forza, che si cercava, sarà espresso dal prodotto $K \times GH$; ed ecco il momento della forza, che deve essere uguale agli sforzi del vascello medesimo per ristabilirsi nel suo stato d' equilibrio.

§.31. Egli è evidente, che questo momento della forza debbe dipendere non solamente da tutte le circostanze del vascello, e dall' asse, attorno al quale si fa l' inclinazione, ma principalmente dalla grandezza dell' inclinazione medesima, che indicammo per l'angolo $AIa = i$, ed avendo supposto quest' angolo i infinitamente piccolo, facil cosa è vedere, che il momento, di cui trattasi, debbe al seno di quest' angolo esser proporzionale; perchè quanto più cresce questo, tanto più deve crescere la forza del vascello, affinchè in equilibrio si rimetta. Laonde il momento di forza ricercato, affin di mantenere il vascello nello stato suo d'inclinazione, avrà sempre cotal forma $S.t$ *sen.* i, denotando S una certa forza assoluta, t una certa linea, e *sen.* il seno dell' angolo i, supposto il seno totale $= 1$.

§. 32. Or allorchè si ragiona della stabilità d' un vascello, riguardo ad un certo asse orizzontale tirato pel suo centro di gravità G, l' idea che di quel-

quella si forma, certamente non può in se stessa comprendere anco quella della quantità dell'inclinazione; essendochè la stessa idea si dee rapportare non altramente allo stato dell'equilibrio stesso, che a tutte le inclinazioni possibili. Per fissar questa idea, non dobbiamo altro fare, se non se tralasciare nella formola, che di sopra abbiamo riferito, *il fattore sen. i*, in guisa che il prodotto S. *t* servirà ad esprimere, ciocchè noi vogliamo intendere per la voce di stabilità. Adunque l'espressione di questa si avrà per mezzo del prodotto di una certa forza, o per meglio dire, di un peso S moltiplicato per una certa linea *i*.

§. 33. Per la qual cosa questa formola è assai acconcia a darci una giusta, e chiara idea della stabilità de' vascelli, e per essa noi facilmente possiamo fare un perfetto confronto de' gradi di stabilità, che i differenti vascelli possono convenire; cosicchè potremo affermare, che la stabilità di un determinato vascello è due, tre, o più volte maggiore, o minore di quella d'un altro, senza aver riguardo alla quantità d'inclinazione, che il vascello avrà sofferto.

§. 34. Dappoichè abbiamo noi in questa guisa fissato l'idea della stabilità d'un qualsivoglia vascello, per rapporto ad un asse orizzontale, qualunque egli sia, idea, che è compresa nella formola

S. t, agevole cofa fia, determinare per una qualfivoglia inclinazione i il momento di forza, che fi ricerca per foftenere il vafcello in quefto ftato inclinato, o pure quel momento, col quale il vafcello fteffo fi sforza di rimetterfi in equilibrio: perciocchè altro non fa duopo fare, che moltiplicare quefta formola S. t pel feno dell' angolo i, il prodotto S. t *fen.* i efprimerà quel momento, che fi va cercando. Così, per efempio, fe l'inclinazione foffe di un grado, perchè il feno di queft'angolo è quafi $\frac{1}{57}$ del feno totale 1, il momento di forza, che fi cerca, farà $\frac{1}{57}$ S. t.

§. 35. Qualora fi sa quefto valore della ftabilità S. t, egli è facil cofa determinar l'inclinazione, che per un momento di qualfivoglia forza rapportato al medefimo affe, farà capace a far inchinare il vafcello. Perciocchè fia quefta forza HK $=$ K, la fua diftanza GH all' affe d'inclinazione $=$ K, e confeguentemente il momento di quefta forza Kk fi avrà Kk $=$ S. t *fen.* i. Donde fi ricava S. $i = \frac{K.k}{S.t}$; in guifa tale che il momento della forza propofta Kk divifo per la ftabilità, ci dà il feno dell' inclinazione, che fi cerca; e confeguentemente la fteffa inclinazione i.

Fig. 7.

§. 36. Perchè noi prefentemente non confideriamo, fe non fe l' inclinazioni, che fono eftremamente picciole, e perchè da altra parte la ficu-

rezza

rezza della navigazione richiede, che i vascelli mai non sieno esposti ad inclinazioni assai grandi, fa di mestiero, che la stabilità S. t più volte sempre sorpassi i più grandi momenti delle forze K. k, a' quali i vascelli possono essere veramente esposti. Da ciò deriva una regola, che è di somma importanza nella costruzione de' vascelli, la quale consiste in ciò, che sempre uopo è procacciare al vascello un così grande grado di stabilità, che più volte sia maggiore de' più grandi sforzi, che il vascello dovrà sostenere: così se mai si ricercasse, che l'inclinazione giammai non oltrepassasse dieci gradi, il cui seno è circa $\frac{1}{6}$, la stabilità per lo meno dee essere sei volte più grande, che gli sforzi, a cui dovrà il vascello soggiacere.

§. 37. Sviluppata, e posta in chiaro l'idea della stabilità, altro non ci resta a fare, se non se andar in cerca per tutti i vascelli del vero valore della nostra formola, che abbiam supposto S. t. Per venire a capo di ciò, fa duopo diligentemente esaminare tutte le circostanze, che tanto nell'accrescere, che nel diminuire la stabilità de' vascelli possono aver parte. Noi procureremo mettere tutto ciò d'avanti gli occhi de'leggitori, con quella chiarezza che potremo, maggiore, comechè questa ricerca richieda d'ordinario ragionamenti assai inviluppati. Ciò formerà il soggetto del Capo seguente.

CAPO VI.

Sulla determinazione della ſtabilità de' Vaſcelli.

§. 38. TUtti gli sforzi, che un vaſcello inclinato fa, per riſtabilirſi nell' equilibrio, unicamente derivano da tutte le preſſioni elementari, che ſulla parte ſommerſa fanno le acque, che quella circondano. La gravità del vaſcello ſteſſo niente affatto opera per pervenire a ciò; poichè la ſua mezzana direzione, ſiccome quella è, che paſſa pel centro di gravità, non può verun momento di forza ſomminiſtrare pel ſuo riſtabilimento. Or noi abbiam diviſato, che il peſo d'una maſſa d'acqua, che occupaſſe il volume della parte ſommerſa del vaſcello, è ſufficiente a bilanciare tutte l'elementari preſſioni; per la qual coſa altro non occorre fare, che conſiderar la parte ſommerſa, come una maſſa d'acqua, le cui parti tutte foſſero verticalmente verſo l'alto ſoſpinte, con quella ſteſſa forza, onde al baſſo ſono portate per la loro propria gravità.

Fig. 7. §. 39. Ciò poſto, immaginiamo che un vaſcello, la cui parte ſommerſa nello ſtato d'equilibrio foſſe la porzione ALB, ſia così inclinato, che *a*L*b* preſentemente ſia la ſua parte ſommerſa, e conſideriamo queſto volume come ripieno d'acqua.

Dob-

Dobbiamo noi ricercare quanto di forza ciascuna particella di questo volume, la quale è verso l'alto sospinta, con una forza al suo peso uguale, metterebbe in opera per ristabilire il vascello, ed a questo effetto è duopo cercare il momento di ciascuna di queste forze riguardo all' asse, intorno al quale si è fatta l' inclinazione. Quest' asse, siccome già abbiamo osservato, è sempre una linea orizzontale tirata pel centro di gravità G del vascello, che noi presentemente ravviseremo come perpendicolare al piano di quella figura, che rappresenta una sezione verticale fatta pel centro di gravità G.

§. 40. Affinchè con più agio determiniamo tutte queste forze elementari, dividiamo tutto il volume sommerso *a*LB, in guisa, che primieramente comprenda la parte sommersa nello stato d' equilibrio ALB; appresso il volume angolare AI*a*, che bisogna aggiungervi, ed ultimamente il volume angolare BI*b*, che fa duopo sottrarre, affin d' avere il volume sommerso *a*LB. Di poi esaminiamo, quanto di forza somministra ciascuna di queste tre porzioni, per far girare il vascello intorno al mentovato asse; questo solo dobbiamo fare, cioè unire insieme le forze, o per meglio dire, i momenti delle forze, che dalle due primiere porzioni risultano, e dalla loro somma sottrarre il momento di forza, che dall' ultima porzione deriva.

§.41.

§. 41. Prendiamo il nostro cominciamento dal considerare la massa d'acqua, la quale riempirebbe lo spazio ALB, il cui centro di gravità, già sappiamo, che nel punto O si ritrova. Chiara cosa è, che noi possiam concepire tutta questa massa d'acqua, come nel punto O riunita, e verticalmente verso l'alto sospinta per una forza al suo proprio peso uguale. Or il peso di questa massa ALB, perchè uguale è al peso di tutto il vascello, se noi mettiamo questo peso $= M$, la forza, che nel punto O riunita si ritrova, e che il vascello verticalmente in alto sospigne, sarà $= M$. Intanto dal punto O tiriamo la perpendicolare Om alla linea ab già divenuta orizzontale, questa necessariamente sarà verticale, e nello stesso tempo sarà la direzione della forza M. Affinchè il suo momento ritroviamo, dal punto G tiriamo la perpendicolare Gv su questa linea Om prolungata, il momento di questa forza sarà $= M. Gv$. Ma la linea OG, che nello stato d'equilibrio sarebbe verticale, è al presente perpendicolare alla linea AB, siccome la linea Ov anco è perpendicolare alla linea ab; per lo che l'angolo Gov è uguale all'angolo d'inclinazione AIa, che noi appelliamo i; per la qual cosa la linea Gv divisa per la distanza OG, ci darà il seno dell'angolo i, o piuttosto s'avrà $Gv = OG. sen. i$; e conseguentemente il momento di que-

questa forza sarà = M. OG. *sen. i*.

§. 42. Ed ecco già ritrovato il momento della forza, che risulta dalla porzione dell'acqua ALB, che noi abbiam detto esser = M. OG. *sen. i*, in guisa che M esprime il peso di tutto il vascello, la linea OG l' elevazione del centro di gravità G sopra il centro della carena O nello stato di equilibrio. Ma perciocchè questa forza sospinge verso alto secondo la direzione O*v*, chiaro appare, che la sua mira è, accrescere l' inclinazione, o piuttosto vieppiù tuffare nell' acqua la parte AL; onde è, che questa forza si oppone allo ristabilimento del vascello nello stato d' equilibrio. Da che questo ancora deriva, che se le due altre porzioni d' acqua AI*a*, BI*b*, che noi dobbiamo ancora considerare, non somministrassero un momento di forza contrario, e maggiore di quello, che poc' anzi abbiam divisato, il vascello niuna stabilità avrebbe del tutto, e la più picciola inclinazione basterebbe a totalmente rovesciarlo. In tutto ciò, che diciamo, si suppone, che il punto G è più elevato del punto O, come è rappresentato nella figura, perciocchè se così non fosse, ma piuttosto il punto G sotto al punto O si giacesse, in tal caso il momento di questa forza tenderebbe a ristabilire il vascello nel suo stato d' equilibrio. Ma di rado, e con difficoltà può avvenire, che questo caso abbia

bia qualche volta luogo ne' vascelli.

§. 43. Rivolgiamo ora la nostra mente su la porzione d' acqua, che nello spazio angolare AIa si ritrova, e perchè dobbiamo aver riguardo a tutte le particelle d' acqua, che nel detto spazio sono rinchiuse, immaginiamo nella sezione alla superficie dell' acqua AB, e che corrisponde allo stato d' equilibrio, una qualsivoglia particella PP estremamente, e quasi infinitamente picciola, e su di questa cotal particella, come su d' una base, immaginiamo la piccola colonna PPpp terminata dalla presente sezione $a\,b$, che nello stesso tempo sia a questa perpendicolare. Or perciocchè noi supponghiamo anche l' inclinazione i infinitamente picciola, potremo considerar questa colonna come perpendicolare alla linea AB; perlocchè l' altezza di questa colonna Pp sarà $=$ IP. *sen.* i, e la solidità $=$ PP. IP. *sen.* i, la quale rappresenta quel volume d' acqua; che in questa colonna, il cui peso uopo è ritrovare, è compreso. Per dar ciò ad effetto, supponghiamo il volume della parte sommersa del vascello ricercato per l' equilibrio $=$ V; poichè il peso di tal volume d' acqua è perfettamente uguale al peso M del vascello, ci convien far questa proporzione; come il volume V è al peso M, così il volume della colonna PPpp è al suo peso, che conseguentemente sarà $= \frac{M}{V}$ PP. IP. *sen.*i. Or in in vece di questa espressione, per accorciare, metteremo la lettera T, in guisa che $T = \frac{M}{V}$ PP. IP *sen. i*.

§. 44. Trovato il peso di questa picciola colonna d' acqua PP*pp*, che è = T, la forza, che indi risulterà, è diretta verso alto, ed è perpendicolare alla linea I*a*. Abbassata poi dal punto G sopra la linea *ab* la perpendicolare G*g*, avremo il momento, moltiplicando la forza T per la distanza *pg*, in guisa che il momento, di cui trattasi, sarà = T. *pg*: ovvero poichè *pg* = I*p* + I*g*, e la linea I*p* è quasi uguale alla linea IP, a cagion dell' angolo *i* infinitamente picciolo, cotal momento di forza sarà rappresentato da queste due parti T. IP + T. I*g*; questa forza tende evidentemente a diminuire l' inclinazione, e ristabilire l' equilibrio. Che se la stessa cosa faremo riguardo a tutte l' altre particelle PP, che possono concepirsi nella sezione a fior d' acqua dal I fino in A, avremo la somma di tutte queste formole insieme unite, la quale darà il momento della forza, che risulta dalla porzione d' acqua contenuta nello spazio angolare AI*a*. Le suddette somme potranno esser designate, secondo l' uso ricevuto nell' analisi, in questa maniera: $\int$T. IP + $\int$T. I*g*: La qual formola esprimerà il momento totale delle forze risultante dalla porzione d' acqua AI*a*, per rimettere

il

il vascello nel suo stato d'equilibrio.

§. 45. Similmente considerando lo spazio BIb ripieno d'acqua, e preso su la sezione IB un qualsivoglia elemento QQ; sia QQqq la picciola colonna, che gli corrisponde, la quale perciocchè si può considerare come perpendicolare tanto ad AIB, quanto ad aIb, la solidità di detta colonna si troverà come sopra $=$ QQ. IQ *sen. i*: il suo peso sarà $= \frac{M}{V}$. QQ. IQ. *sen.* $i = v$, essendochè la lettera U quella è, che si è posta per additar questo peso, cui la forza di questa colonna sarà senza meno uguale. E poichè questa agisce verticalmente verso alto, il suo momento per rapporto all'asse d'inclinazione sarà $=$ U. qg; ovvero perchè $qg =$ Iq — Ig, e perchè Iq $=$ IQ, questo momento diverrà uguale a U. IQ — U. Ig. Adunque il momento di tutte le forze unite insieme sarà espresso così: $\int$U. IQ — $\int$U. Ig, e questa forza, siccome quella che vien applicata dall' altra parte del punto G, farà sì, che maggior ne divenga l' inclinazione: ma poichè questa porzione BIb si deve dalle sue porzioni antecedenti togliere, fa di mestieri, che il suo effetto debba esser preso negativamente. Intanto il vascello, riguardo a questa porzione, sperimenterà un cotal momento di forza, che per quello, quanto può, si ajuta a ritornar nel suo stato d' equilibrio; ed il valore di questo momento è quello che abbiam trovato.

§. 46.

§. 46. Uniti tutti insieme i momenti di forza, che da' due spazj angolari AIa, BIb risultano, avremo questa espressione di quattro termini composta $\int T.\,IP + \int T.\,Ig + \int U.\,Ig - \int U.\,Ig$. Sul principio esamineremo il secondo, e quarto, poichè amendue comprendono il medesimo intervallo Ig, che è sempre lo stesso, mentre che i punti P, e Q percorrono i spazj IA, ed IB; questi due termini dunque possono essere rappresentati in questa foggia: $Ig.\int T - Ig.\int U$. ma poichè T dinota il peso della colonna PPpp, la formola $\int T$ esprimerà il peso della massa d' acqua contenuta nello spazio AIa. Della stessa maniera $\int U$ dinoterà il peso dell' acqua contenuta nello spazio BIb: per la qual cosa, perchè la parte sommersa aLb nello stato inclinato è uguale a quella, che all' equilibrio ALB corrisponde, le due suddette porzioni $\int T$, ed $\int U$ saranno uguali tra loro, in guisa che il secondo, e quarto termine vicendevolmente si distruggono. Quindi è, che il momento di forza, che da questi due spazj angolari AIa, BIb risulta, a questa espressione tutto si riduce $\int T.\,IP + \int U.\,IQ$; da cui, dappoichè avrai sottratto quello, che ci ha somministrato la prima porzione, che era M. OG. *sen.* i, ed ecco ti si darà il momento totale della forza, che tende a ristabilire l' equilibrio.

§. 47. Ora ponghiamo al luogo delle lettere T, ed ed U i loro valori, che sono $T = \frac{M}{V}$. PP. IP. *sen. i*, ed $U = \frac{M}{V}$. QQ. IQ. *sen. i*. Le quantità $\frac{M}{V}$, e *sen. i*, dimorando le medesime, mentre i punti P, e Q percorrono i spazj IA, IB, queste due formole possono essere designate in questa maniera: $\frac{M}{V} . sen. i . \int PP . IP^2 + \frac{M}{V} . sen. i . \int QQ . IQ^2$; intanto tutto il momento, che si richiede, affinchè si ristabilisca il vascello, sarà $\frac{M}{V} . sen. i . (\int PP . IP^2 + \int QQ . IQ^2) - M . OG . sen. i$. Questo è il valore della formola S. *t sen. i*, che noi supponemmo nel Capo antecedente. Se dunque noi divideremo l' espressione trovata per *sen. i*, sicuramente avremo la stabilità del vascello per rapporto all' asse proposto: la cui espressione conseguentemente sarà in questa formola $\frac{M}{V} . (\int PP . IP^2 + \int QQ . IQ^2) - M . OG$, compresa; di cui il primo membro dipende spezialmente dalla sezione dell' acqua AB, e dalla sua figura. Tutto ciò nel Capo seguente col titolo di *Momento della sezione dell' acqua* svilupperemo con più diligenza, ove divisatamente ragioneremo della natura di questa formola $\int PP . IP^2 + \int QQ . IQ^2$.

CA-

CAPO VII.

Del momento della ſezione dell' acqua d' un vaſcello.

§. 48. TRattando queſto ſoggetto, come abbiam fatto, noi conſiderammo le due ſezioni dell' acqua AB, ed *ab*, che ſi convengono all' equilibrio, ed allo ſtato inclinato del vaſcello, come ſemplici linee, e la loro interſezione I come un punto. Or noi per tal motivo a ciò fare ci ſiamo appigliati, perchè ſe mai la figura ſi foſſe di ſoverchio inviluppata, l' immaginazione ſi ſarebbe ſtancata. Del reſto queſte due ſezioni in effetto ſono due ſuperficie piane, la loro interſezione è una linea retta orizzontale, ed a quell' aſſe parallela, dattorno a cui ſi fa l' inclinazione; dunque uopo è, che queſta linea ſi concepiſca come perpendicolare al piano della figura, nel tempo ſteſſo, che paſſa pel punto I. Ciò poſto, chiara coſa è, che le formole $\int PP. IP^2$, ed $\int QQ. IQ^2$ eſprimono le ſomme di tutti gli elementi, che riempiono la ſezione a fior d' acqua AB, moltiplicato ciaſcuno pel quadrato della diſtanza dalla cennata interſezione.

§. 49. E perchè avemo ſuppoſti i due ſpazj angolari AI*a*, BI*b* ſerbar tra loro uguaglianza, chiaro ognun vede, che la comune interſezione paſſar debbe pel centro di gravità della ſezione del vaſcello, fatta a fior d' acqua, che avemo diviſato col nome di ſemplice ſezione dell'acqua. Sia dunque cotal ſezion dell' acqua rappreſentata dalla figura ACBD, di cui la linea AB è il diametro, che paſſa dalla prora A alla poppa B. Il centro di gravità della ſuperficie piana facil coſa ſia a trovare in queſta linea. Or noi il punto I ſupponghiamo eſſere queſto cotal centro, per lo quale ſi faccia paſſare la retta MN, a quell'aſſe appunto parallela, dattorno a cui ſi fa l' inclinazione. Affinchè di leggieri poſſiam rinvenire il momento della ſezione dell' acqua, quanto è al mentovato aſſe, non altra coſa ci convien fare, che una particella, ovvero un qualſiſia elemento Z conſiderare, in guiſa che moltiplicato queſto pel quadrato della ſua diſtanza dall'aſſe MN, ovvero per ZX^2, e la ſomma di tutti queſti prodotti preſa per tutta la figura ACBD dell' una, e dell' altra parte dell' aſſe MN, ci darà il momento cercato, che denotammo per l' innanzi per la ſomma di queſte due formole $\int PP.\ IP^2 + \int QQ.\ IQ^2$. Potraſſi dunque ora rappreſentare per la formola più brieve $\int Z.\ ZX^2$, e la ſtabilità del vaſcello per riguardo all' aſſe propoſto ſarà $= \frac{M}{V} . \int Z.\ ZX^2 - M.\ OG$; M dinotando il peſo dell' intero vaſcello, V il volu-

me

me della ſua parte ſommerſa, ed OG l'elevazione del centro di gravità G al di ſopra del centro della carena O.

§.50. Da che ognuno può ravviſare, che, mentrechè la porzione MAN dentro l'acqua ſi tuffa, l'altra per l'oppoſto ſporge fuori di quella, il vaſcello ſi può così inchinare, che la linea MN ne rimane tuttavia immobile. La quale, ſiccome quella è che ſempre paſſa pel centro di gravità I della ſezione dell'acqua, fa sì, che queſto centro ſia quel punto d'appoggio, che altra volta il *Signor de la Croix* è andato con ſomma cura ricercando. Nè poi taluno può ragionevolmente ſoſpettare, che il rapportar tutte le inclinazioni agli aſſi orizzontali, che per lo centro di gravità G paſſano, egli ſia coſa a quella maniera contraria, onde noi il ſoggetto conſideriamo; perciocchè a queſto ſi riduce tutta la noſtra giunta, che il centro di gravità G reſta tutt'ora immobile, durante l'inclinazione. Or chi non ſa ancora, che ella è verità ben ſoda nella meccanica, che l'inclinazione fatta dattorno a qualſivoglia aſſe ſi può agevolmente ridurre ad un uguale inclinazione, che ſi fa intorno al centro di gravità, purchè a queſto ſi dia un convenevole movimento? Ma perciocchè ora noi di quelle forze trattiamo, che poſſono queſta cotale inclinazione produrre, fa duopo, che a quell'

C 2 aſſe

asse le rapportiamo, che passa per lo centro di gravità, non già alla linea MN, eziandio che se ne stia immobile, mentre il vascello s'inchina.

§. 51. Vi saranno forse di coloro, a' quali sulle prime, s'io non sono abbagliato, parrà, che questa ricerca seco porta così grandi difficoltà, che niuno le può superare: poichè d'una parte si debbono ad una somma ridurre tutti i prodotti Z. ZX^2 per tutta l'estensione della sezione dell'acqua ACBD; dall'altra parte fa di mestiero, che questa operazione per ciascuno asse separatamente si ripeta; ma a noi s'appartiene somministrare un mezzo, onde senza molta fatiga durare, si tolgan via tutte le difficoltà. In fatti, per cominciare dall'ultima, colui, che quello che or ora diremo, di buon grado ascolterà, certamente scorgerà non esser quella da tanto, che ci debba spaventare. Perciocchè, dapoichè si saranno ritrovati due momenti della nostra sezione d'acqua, l'uno riguardo al suo grande asse AB, l'altro riguardo al picciolo asse CD, noi certamente sarem nello stato di potere dedurne il momento riguardo a ciascuno asse intermedio, ed obliquo MN. Tutto ciò potrem fare col solo soccorso della Geometria Elementare, come dall' articolo seguente chiaro apparirà. Quivi noteremo, che il grande asse AB sempre è diretto dalla poppa verso la prora, che il piccolo CD è al grande per-

perpendicolare, giacchè per la costituzione di qualunque vascello necessaria cosa è, che la lunghezza AB di molto sorpassi la larghezza CD.

§. 52. Adunque supponghiamo, che, quanto è a' due assi principali AB, CD, siasi già venuto a capo di risaperne i due momenti, de' quali il primo sia additato per questo segno [AB] il secondo pel segno [CD] affinchè possiam quel momento ritrovare, che a qualsivoglia altro asse MN s'appartiene, che da noi parimente vien divisato pel segno [MN], qual altra cosa ci convien fare, se non se supporre, che l'inclinazione di quest' asse, per rapporto al primo AB; ovvero, ciò che è lo stesso, l'angolo AIM $= \theta^2$, ed avremo [MN] $=$ [AB] $cos. \theta^2 +$ [CD] $sen. \theta^2$, ove $cos. \theta^2$ esprime il quadrato del coseno dell' angolo θ, ed il $sen. \theta^2$ il quadrato del seno del medesimo angolo θ. Donde si vede, che nel caso, ove l'angolo $\theta = 0$, nel quale l'asse MN cade sopra AB, a cagion del $sen. \theta = 0$, e del $cos. \theta = 1$, avremo [MN] $=$ [AB]: e nel caso di $\theta = 90°$, ove l'asse MN cade sopra CD, a cagion del $cos. \theta = 0$, e del $sen. \theta = 1$, avremo [MN] $=$ [CD] siccome la natura stessa della cosa richiede. Del resto noi ci rimarremo dal dimostrare questa verità; poichè e dalla pura Geometria tutta dipende nè più, nè meno, e la dimostrazione non è mica difficile. Il perchè se pur di quello ſteſſo ſegno piace ſervirci, che di ſopra abbiamo accennato, la ſtabilità del vaſcello per rapporto all'aſſe MN ſarà $= \frac{M}{V}$ [MN] — M. OG.

§. 53. Per la qual coſa tutta la facenda a queſto ſi riduce, cioè a ritrovare i momenti d'una ſezione dell'acqua per rapporto a' ſuoi due aſſi principali AB, CD, o ſia i valori delle formole [AB] e [CD]. Ma perchè ciò richiederebbe una aſſai compiuta cognizione della figura della ſezione, ad aver la quale giammai noi non potremo pervenire, perciò ci contenteremo di applicar queſta ricerca a due figure principali, tra le quali ſempre è rinchiuſa la vera figura di tutte le ſezioni dell'acqua. Perciò ſia la prima un parallelogrammo rettangolo *aabb* rappreſentato nella figura nona, e l'altra un rombo ACBD rappreſentato nella figura decima, in guiſa tale però, che l'uno, e l'altro abbia gli ſteſſi aſſi principali AB, e CD, che una ſezione d'acqua propoſta; egli è chiaro, che la vera ſezione dell'acqua ſiccome ſempre ſarà minore della prima di queſte due figure, così per lo contrario avanzerà di grandezza l'altra; onde avviene, che determinati già i momenti di queſte due figure, quello della vera ſezione terrà ſempre un certo mezzo tra queſti due eſtremi, eſſendo più vicina all'una, o all'altra, ſecondo la figura del vaſcello; di più non ſarà coſa molto difficile ſcorgere in ciaſcun caſo

caſo preſſo a poco il giuſto mezzo ; ciò che alla pratica ſenza meno è aſſai ſufficiente.

§. 54. Primieramente il parallelogrammo rettangolo *aabb* ſia la ſezione dell' acqua, che noi dobbiamo conſiderare, il di cui aſſe grande ſia AB, il picciolo CD, i quali ſi tagliono vicendevolmente in I centro di gravità di queſta figura. Ciò poſto, ſe vogliamo le ſomme di tutti i prodotti elementari calcolare, che di ſopra avemo riferiti, ſi troverà il momento di queſta figura per rapporto al ſuo aſſe grande AB, ovvero il valore di [AB] $= \frac{1}{12}$ AB. CD^3; ed il momento per rapporto al picciolo aſſe [CD] $= \frac{1}{12}$ AB^3. CD; donde chiaro appare, che l' ultimo di queſti due momenti è maggiore del primo, e così queſto ſorpaſſa, a proporzione, che l' aſſe grande il picciolo avanza. Così, per eſempio, ſe l' aſſe grande AB foſſe 4. volte maggiore del picciolo, ovvero ſe AB = 4. CD, il primo momento ſarà al ſecondo come 1 : 16; ed in generale queſti due momenti ſono tra loro nella ragione quadrata inverſa degli aſſi, a' quali rapportanſi, cioè a dire, che ſi avrà ſempre queſta proporzione: [AB] : [CD] = $CD^2 : AB^2$. *Fig.9.*

§. 55. Supponghiamo ora, che la ſezione dell' acqua ſia un rombo ABCD, di cui i due aſſi AB, CD ſi tagliono nel centro di gravità I della figura, fatti i calcoli neceſſarj, s' avrà il momento *Fig.10.*

per rapporto al grande asse AB, o sia il valore di $[AB] = \frac{1}{48}$ AB. CD^3, ed il momento riguardo al picciolo asse $[CD] = \frac{1}{48}$ AB^3. CD; in guisa che questi due valori nè punto, nè poco si differiscono da quei del caso precedente, eccetto che per lo coefficiente numerico, il quale nel primo caso è $\frac{1}{12}$, e nel secondo $\frac{1}{48}$, cioè, 4. volte più piccolo; ciocchè util cosa è notare, essendochè l'aja di questa figura è per la metà più picciola della precedente; donde par che si può sicuramente inferire, che i co-efficienti numerici per qualsivoglia altre figure seguono la ragione duplicata delle loro aje, giacchè le stesse espressioni AB. CD^3 e AB^3. CD entrono egualmente ne' momenti di tutte le figure.

§. 56. Affinchè ci assicuriamo della confidenza, che su di questa regola possiamo avere, diamo alla sezione dell'acqua la figura d'una ellissi rappre-
*Fig.*8. sentata nella figura ottava, il di cui grande asse è AB, il picciolo CD; si faranno i calcoli secondo le regole dell'analisi, ed entrando nel risultato la quadratura del cerchio, si supporrà che per un cerchio, il cui diametro è $= 1$, la circonferenza $= \pi = 3,14159265$; s'avrà il momento di questa ellissi per rapporto al suo grande asse AB, ovvero $[AB] = \frac{\pi}{64}$. AB. CD^3, e l'altro momento riguardo al picciolo asse $[CD] = \frac{\pi}{64}$ AB^3. CD; il co-efficiente numerico è $\frac{\pi}{64}$, per lo contrario nel caso del ret-

tan-

tangolo egli è $\frac{1}{12}$; donde è, che questi due co-efficienti serbano tra loro quella stessa ragione, che passa tra $\frac{\pi}{64} : \frac{1}{12}$, ovvero tra $\pi : \frac{16}{3}$. Or l'aja di questa ellissi, siccome quella che è $= \frac{\pi}{4} . AB . CD$, ella è all'aja del rettangolo come: $\pi : 4$, e conseguentemente i quadrati son tra loro in quella stessa ragione, che $\pi\pi : 16$. Sebbene non possiamo negare, che queste due proporzioni non serbano tra loro una perfetta uguaglianza; pur tuttavia, perchè la differenza si è assai picciola, possiamo noi senza alcuna difficoltà servirci nella pratica di quella regola, che nel paragrafo precedente abbiamo riferito, tanto più, che si è già veduto, che la cosa stessa non è affatto suscettibile d'una perfetta precisione.

§. 57. Dunque valendoci noi di questa regola, qualunque si è la figura della sezione dell' acqua d'un vascello, se ne avrà l'aja per paragonarla con l'aja del rettangolo *aabb*, che si fa da' medesimi assi principali della proposta figura; e si supporrà $\frac{l' aja}{AB.CD}$ uguale ad a, talmente che si può in ogni caso riguardar questa frazione a come conosciuta. Per la qual cosa avremo il momento di questa sezione d'acqua riguardo al suo grande asse AB, ovvero $[AB] = \frac{aa}{12} AB . CD^3$; e il momento riguardo al suo picciolo asse, ovvero $[CD] = \frac{aa}{12} . AB^3 CD$. In questa maniera facilmente ci riuscirà di feli- *Fig. 9.*

felicemente ſuperare tutte quelle difficoltà, che ſul principio ci ſi ſono preſentate, e ci ſon parſe inſuperabili, e nella pratica con ſomma facilità, e ſenza pericolo di ſenſibile errore poſſiam trovare i momenti d'una ſezione d'acqua, riguardo a queſti
Fig. 8. aſſi principali. Similmente troveremo il momento per ogni altro aſſe MN della ſezione dell' acqua propoſta. Perciocchè ſupponendo, ſiccome già di ſopra abbiam fatto, l'angolo AIM $= \theta$, avremo il momento cercato [MN] $= \frac{a\pi}{12}$ AB. CD. ($CD^2 . cos. \theta^2 + AB^2 \; sen. \theta^2$.).

CAPO VIII.

Conſiderazioni degli altri Elementi, che entrano nella determinazione della ſtabilità.

§. 58. DAppoichè abbiamo poſto in chiaro tutte le difficoltà, che ſi ci paran d' avanti intorno i momenti della ſezione dell' acqua, che in se comprendono il principale elemento della ſtabilità de' vaſcelli, ogni ragion vuole, che conſideriamo ancora gli altri elementi, che han parte nella eſpreſſione di queſta ſtabilità, affinchè poſſiam giudicare, quanto le differenti circoſtanze del vaſcello contribuiſcono così nell' accreſcere, come nel diminuirla. Per queſto fine ripigliamo la noſtra formola, che ci dà il valore della ſtabilità per rap-

rapporto a qualſivoglia aſſe MN, la quale è $\frac{V}{M}$ [MN] — M. OG.

§. 59. Già ſi ſcorge ſul principio, che il peſo del vaſcello M è un fattore di queſta eſpreſſione, coſicchè ſe gli altri elementi ſono gli ſteſſi, la ſtabilità è proporzionale al peſo del vaſcello. Così ſe un vaſcello ſi formerà ſopra dimenſioni due volte più grandi, il ſuo peſo ſarà 8. volte maggiore, e ſi accreſcerà la ſua ſtabilità ſecondo la medeſima ragione. Queſto aumento di ſtabilità è neceſſario; perciocchè i grandi vaſcelli ſono eſpoſti a sforzi molto più grandi, che loro vengono dalle forze, che ſopra eſſi agiſcono, e perchè queſti sforzi ſeguono la ragione delle ſuperficie de' vaſcelli, o pure la ragion duplicata delle loro dimenſioni ſemplici, e perchè le loro diſtanze dall' aſſe d' inclinazione ſono tra loro nella medeſima ragione, che queſte ſteſſe dimenſioni, non ſi può dubitare, che i momenti di queſti sforzi ſaranno proporzionali al cubo di queſte dimenſioni, o ſia al peſo di tutto il vaſcello, purchè ſi faccia aſtrazione dell' uguaglianza, o diſuguaglianza delle loro figure, e delle diſpoſizioni del carico.

§. 60. Paſſiamo ora a conſiderare il volume della parte ſommerſa, diviſato per la lettera V, il quale potremmo conſiderare come equivalente al peſo del vaſcello M, eſſendo che una maſſa d' acqua

qua, il cui volume fosse = V, potrebbe avere lo stesso peso M, ma non per altro motivo noi quì consideriamo questo volume V, se non perchè egli è una estensione geometrica di tre dimensioni. Per-
*Fig.*11. ciò ACBD sia la sezione d' acqua d' un vascello, i cui due assi, siccome finora abbiam fatto, siano AB, CD, i quali si tagliano nel centro di gravità I di questa stessa sezione: di poi AEB sia la verticale, e diametrale sezione del vascello dalla sezione dell' acqua insino alla chiglia, talmente che questa figura ci rappresenti la carena del vascello, il cui volume = V al presente noi consideriamo: oltracciò il centro di gravità di questo volume sia il punto O, siccome il punto G sia il centro di gravità del vascello; onde possiamo avere l' intervallo OG, il quale, perchè assai facil cosa è, che questa linea GO non passa per lo punto I, anche esso entra nell' espressione della stabilità. Dunque avremo la profondità della carena espressa per la retta verticale IE, da cui spezialmente dipende il volume I, il quale possiamo sempre riguardare come un prodotto, che risulta dalla sezione dell' acqua stessa, e da una certa parte della profondità IE.

§. 61. Quanto è all' aja della sezione d' acqua, abbiamo già notato, che sempre è minore di quel rettangolo, che si forma da' due suoi assi AB, CD, sicco-

ſiccome pel contrario maggiore è di quel rombo, le cui diagonali ſono AB, CD. Per la qual coſa ſupponghiamo, ſiccome di ſopra abbiamo fatto, che queſta aja ſia $= \alpha$. AB. CD. in cui α è una frazione minore di 1., e maggiore di $\frac{1}{2}$. Poſto ciò chiaro ſi ſcorge, che ſe la carena infino alla chiglia l'iſteſſa ampiezza conſervaſſe, o ſe le ſue traſverſali ſezioni foſſero rettangoli, la ſolidità ſarebbe V $= \alpha$. AB. CD. IE. ma ſe tutte le traſverſali ſezioni foſſero triangoli, le cui punte ſi terminaſſero nella chiglia, in tal caſo ſi dovrebbe moltiplicare per la metà della profondità IE l'aja ACDB; onde avremmo V $= \frac{1}{2}\,\alpha$. AB. CD. IE. Di più fa duopo avvertire, che ſe tutta la carena foſſe una piramide roveſciata, la quale nel punto E andaſſe a terminare, l'aja ACBD ſi dovrebbe ſolo moltiplicare pel terzo della profondità IE. Ma perchè a queſto ultimo caſo mai non ſi dà luogo nella pratica, poſſiamo affermare, che tutte le carene ſono come tra i due precedenti caſi compreſe. Sicchè per avere il volume della carena, egli è neceſſario moltiplicar la ſezione d' acqua per una certa parte β. IE della profondità; con tal condizione però, che β dinoti ancora una frazione compreſa tra i limiti 1 e $\frac{1}{2}$. Non ſarà egli coſa troppo malagevole ſcandagliare in ciaſcuno caſo quaſi il giuſto valore. Dunque noi avremo il valore della

della carena $V = \alpha\beta$. AB. CD. IE; espressione è questa, onde ci vien rappresentata una certa parte di quel solido, che dalle tre dimensioni AB. CD. IE si forma. Si vedrà, che il co-efficiente $\alpha\beta$ siccome sempre sarà minore di 1, così maggiore $\frac{1}{4}$: perciocchè ambedue queste quantità α, β sono tra' limiti 1, e $\frac{1}{2}$ comprese.

§. 62. Resta ora considerare l'intervallo OG, che due parti OF, FG contiene. La parte OF viene solamente determinata dalla figura della carena, l'altra FG dipende dal carico di tutto il vascello, e dalla situazione del centro di gravità G, il quale può variare per infinite maniere, ed alle volte può ritrovarsi meno elevato su della sezione dell' acqua, alle volte anche sotto di questa cadere; nel qual caso l'intervallo FG diverrebbe negativo. Esaminiamo in primo luogo, qual mai sarà il rapporto della parte OF alla profondità IE ne' tre casi, che già abbiamo riferiti. Nel primo, in cui abbiamo $\beta = 1$, e la carena dappertutto ha la stessa larghezza, chiara cosa è, che avremo ancora $OF = \frac{1}{2}$. IE. Nel secondo caso, ove $\beta = \frac{1}{2}$, e tutte le trasversali sezioni sono triangoli, perciò sarà $OF = \frac{1}{3}$ IE; e finalmente nel terzo caso si avrà $OF = \frac{1}{4}$. IE, perchè si ha la $\beta = \frac{1}{3}$. Da che si conchiude, che se fosse $\beta = \frac{1}{n}$ sarebbe $OF = \frac{1}{n+1}$. IE, e conseguentemente essendosi già ritrovato il valore re di β, possiamo supporre l'intervallo OF $= \frac{\beta}{\beta+1}$. IE, talmente che l'ultimo nostro elemento sarà OG $= \frac{\beta}{\beta+1}$. IE $+$ GF.

§. 63. Dopo che abbiamo sviluppato tutti quei elementi, che han parte nella formola, da cui la stabilità vien espressa; si scorge I°. che la quantità [MN] comprende quattro dimensioni, o pure si può dire, che ella è il prodotto di quattro linee, che l'une si sono moltiplicate per l'altre. II°. il volume V è la quantità di tre dimensioni; da che si ravvisa, che la formola $\frac{[MN]}{V}$ esprime una certa linea retta, la quale, perchè si è supposta $= 1$; la stabilità sarà $=$ M. (l — OG.). Quindi si deriva, che questa lunghezza l sempre dee avvanzare l'intervallo OG, e poichè essa dall'asse MN dipende, d'attorno al quale l'inclinazione si fa, la più picciola diverrà, qualora l'asse MN sul grande asse AB andrà a cadere. Per la qual cosa egli è cosa del tutto necessaria, che anche questo più picciolo valore della lettera l più grande sia dell' intervallo OG; e purchè si perviene a rendere la stabilità de' vascelli in confronto al grande asse AB così grande, che può resistere a tutti i sforzi, possiamo ancora assicurarci che la stabilità riguardo a tutti gli altri assi sarà anche piucchè sufficiente.

§. 64. Se i vascelli fossero sempre tra loro perfettamente simili, a tal segno, che i loro pesi fossero

sero tra loro in quella ragione, che i cubi delle loro semplici dimensioni, e la differenza l — OG la ragion semplice di queste dimensioni seguisse, sarebbe la loro stabilità, come le quarte potenze delle semplici dimensioni; ma gli sforzi, a'quali i vascelli soggiacciono, la ragion seguono de' cubi delle loro dimensioni. Il perchè i vascelli grandi debbono avere proporzionatamente più di stabilità, che non hanno i piccioli; onde avviene, che qualora sono da simiglianti sforzi agitati, debbono meno inchinarsi, che i piccioli. Da che parrebbe seguire, che si potrebbe talmente diminuire la stabilità de' vascelli grandi, che al cubo delle loro dimensioni fosse proporzionale. Ma uopo è avvertire, che alcune inclinazioni, sebbene a' piccioli vascelli non possono così danneggiare, che questi ne corrono gran rischio; queste pur tuttavia potrebbero divenire funeste a' grandi: da che si può conchiudere, che con somma avvedutezza si deve dare proporzionatamente la stabilità maggiore a' grandi vascelli, che a' piccioli non si dà; ma tutto ciò sarà da noi minutamente esaminato nel Capo seguente.

CA-

CAPO IX.

De' mezzi, onde procurare si possa a' vascelli un grado di stabilità sufficiente.

§. 65. Il momento d'una sezione d'acqua, siccome già poc' anzi abbiamo mostrato, riguardo al suo grande asse AB è il più picciolo, non altrimenti, che il più grande è quello che al picciolo asse CD s' appartiene; e la proporzione, che tra questi due momenti passa, è quella stessa, che è tra CD^3, e AB^3. Da che segue, che la stabilità d'un vascello siccome è la più grande riguardo al suo picciolo asse, così per lo contrario, se al suo grande asse si fa rapporto, è la più picciola; e queste due diverse stabilità sono in una ragione maggiore di quella di CD^3 ad AB^3. Perchè, la stabilità per rapporto all' asse AB trovatasi $= M\left(\frac{[AB]}{V} - OG\right)$, e quella riguardo all' asse CD $= M\left(\frac{[CD]}{V} - OG\right)$, egli è chiaro, che queste due espressioni hanno tra loro una ragione maggiore delle loro prime parti $\frac{[AB]}{V}$ e $\frac{[CD]}{V}$, poichè la medesima quantità OG da ciascuna è sottratta. Or egli è necessario, che l'ultima stabilità sia più grande della prima, poichè le stesse scosse allorchè contro la prora, o la poppa urtano, producono un momento più grande, che quando percuotono i lati del vaſcello. Ma tutto il rapporto, che al più tra loro ſerbano, è quello di AB a CD; dunque, poichè le ſtabilità ſeguono una ragione molto più grande, è chiaro, che ſe un vaſcello ha molto di ſtabilità riguardo al ſuo grande aſſe AB, con molta maggior ragione ne avrà aſſai più, ſe al ſuo picciol aſſe CD ſi fa rapporto. Intanto ſolamente conſidereremo in queſto capitolo la ſtabilità per rapporto all' aſſe grande AB, ed eſamineremo per qual mezzo queſta ſtabilità ſi potrà acaccreſcere, e a quel grado condurre, che la ſicurezza del vaſcello eſige.

§. *66.* Or il momento della ſezione d' acqua, riguardo al ſuo grande aſſe AB, ſi è ritrovato [AB] $= \frac{\alpha\alpha}{12}$. AB. CD³. α denotando la frazione, che rattrovaſi dividendo l' aja della ſezione dell' acqua ABCD pel rettangolo AB. CD; frazione compreſa tra i limiti 1 e $\frac{1}{2}$. Puoſſi indi concepire il volume ſommerſo V, come il prodotto dell' aja della ſezione d'acqua, che denotaſi per α AB. CD, moltiplicata per una certa parte della profondità IE, la qual noi abbiamo ſuppoſta $= \beta$. IE, dove biſogna notare, che β egualmente che α, ſempre è una frazione compreſa infra 1 e $\frac{1}{2}$; perciocchè il primo di queſti limiti avrebbe luogo, ſe rettangoli foſſero tutte le traſverſali ſezioni; il ſecondo poi, allora quando queſte foſſero triangoli, le cui punte ſi terſi terminaſſero nella chiglia. Vero è, che nel determinar queſti limiti, non abbiamo già avuto riguardo all' obbliquità della carena verſo la prora, e la poppa, ciocchè ſenza meno ſeco porta qualche diminuzione; ma pur tuttavia e' pare, che il valore di β giammai non ſi può al di là di una ſeconda diminuire. Che che ne ſia, laſciata queſta lettera β indeterminata, avremo il volume $V = \alpha\beta . AB . CD . IE$; donde noi ricaviamo il valore del primo membro della ſtabilità $\frac{[AB]}{V} = \frac{\alpha}{12\beta} . \frac{CD^2}{IE}$. Si vede, che ſebbene la lunghezza AB è uſcita dal calcolo, pur ella vi rientra di nuovo nel peſo M.

§. 67. Riguardo all' intervallo $OG = OF + FG$ abbiamo già moſtrato, che la parte OF ſi può ſempre ſupporre $= \frac{\beta}{1+\beta} . IE$; per la qual coſa l'eſpreſſione, che noi abbiam formato della ſtabilità, riguardo al grande aſſe AB prenderà queſta forma $M \left(\frac{\alpha}{12\beta} \times \frac{CD^2}{IE} - \frac{\beta}{1+\beta} IE - FG \right)$. Da ciò in primo luogo ricaviamo eſſer queſta condizione aſſolutamente neceſſaria, che la quantità $\frac{\alpha}{12\beta} \frac{CD^2}{IE}$ ſempre debbe eſſere più grande delle quantità $\frac{\beta}{1+\beta}$ $IE + FG$: perciocchè, ſe queſte foſſero uguali, il vaſcello ſi troverebbe in un equilibrio indifferente; ſe la prima foſſe della ſeconda più picciola, l'equilibrio ne ſarebbe vacillante, talmente che le più leggiere ſcoſſe potrebbono roveſciare il vaſcello.

Per vieppiù ſviluppar la natura di queſta condizione, moltiplichiamo l'una, e l'altra parte per $\frac{12\beta}{\alpha}$. IE, affinchè abbiamo queſta forma $CD^2 > \frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)} . IE^2 + \frac{12\beta}{\alpha} IE . FG$; donde ſi ſcorge, che il quadrato CD^2 della larghezza dee ſempre ſuperare il valore della eſpreſſione $\frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)} . IE^2 + \frac{12\beta}{\alpha} . IE . FG$.

§. 68. Affinchè ſpargiamo ſempre vieppiù lume su queſta condizione molto importante per la ſtabilità de' vaſcelli, ſupporremo, per non dilungarci, $\frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)} = m$, ed $\frac{12\beta}{\alpha} = n$; e la formola eſprimente la noſtra condizione, ſarà $CD^2 > m . IE^2 + n . IE . FG$. Intanto le due lettere α e β potendo variare da 1 fino a $\frac{1}{2}$, e l'ultima β forſe ancora al di ſotto di $\frac{1}{2}$, avremo nella tavola ſeguente i valori delle lettere m, n, dando ſucceſſivamente ad α queſti valori 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; ed a β li ſeguenti 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; ed i valori di m, ed n, che da ciaſcuna combinazione de' valori α, e β riſultano, ſono eſpreſſi in frazioni decimali.

Valo-

Valori di α.

β	1, 0	0, 9	0, 8	0, 7	0, 6	0, 5
1, 0	6, 00 12, 00	6, 67 13, 33	7, 50 15, 00	8, 57 17, 14	10, 00 20, 00	12, 00 = *m* 24, 00 = *n*
0, 9	5, 12 10, 80	5, 69 12, 00	6, 40 13, 50	7, 31 15, 43	8, 53 18, 00	10, 24 = *m* 21, 60 = *n*
0, 8	4, 27 9, 60	4, 74 10, 67	5, 34 12, 00	6, 10 13, 71	7, 12 16, 00	8, 54 = *m* 19, 20 = *n*
0, 7	3, 46 8, 40	3, 84 9, 33	4, 33 10, 50	4, 94 12, 00	5, 77 14, 00	6, 92 = *m* 16, 80 = *n*
0, 6	2, 70 7, 20	3, 00 8, 00	3, 38 9, 00	3, 86 10, 29	4, 50 12, 00	5, 40 = *m* 15, 40 = *n*
0, 5	2, 00 6, 00	2, 22 6, 67	2, 50 7, 50	2, 86 8, 57	3, 33 10, 00	4, 00 = *m* 12, 00 = *n*
0, 4	1, 37 4, 80	1, 52 5, 33	1, 71 6, 00	1, 96 6, 86	2, 28 8, 00	2, 74 = *m* 9, 60 = *n*

§. 69. Questa tavola abbraccia tutti i casi possibili; però i valori estremi delle lettere α, e β sono esclusi dalla pratica, e fa duopo cercare i casi attuali, che ordinariamente hanno luogo nella costruzione de' vascelli verso il mezzo di questa tavola. Essendo che quì non si procura far altro, se non se certi limiti assegnare, i quali il quadrato della larghezza CD di molto dee sorpassare; ne siegue, che superflua sarebbe una scrupulosa precisiosione. Per la qual cosa altro non si ricerca, che procurare, che non si rendano troppo piccioli questi limiti; dopo tal considerazione e' pare, che il caso, ove $\alpha = 0,8$, $\beta = 0,8$ è assai acconcia a poter essere applicata a quasi tutti i vascelli, di cui nella navigazione ci serviamo. In tal caso avremo $m = 5,34$, $n = 12,00$; perlochè l'altro limite sarà $CD^2 > 5,34 . IE^2 + 12,00 . IE . FG$. Intanto per osservare come una piccola differenza sul valore di CD^2 potrebbe influire, v'aggiugneremo ancora il caso $\alpha = 0,7$, $\beta = 0,7$, onde ci vien somministrato questo limite $CD^2 > 4,94 . IE^2 + 12,00 , IE . FG$.

§. 70. Il tutto dunque si riduce al rapporto, che l'altezza FG ha colla profondità della carena IE. Primamente sembra, che l' altezza FG mica sorpassi la metà della profondità IE; e nel caso, in cui il centro di gravità G cade al di sotto della superficie dell' acqua, la sua distanza da detta superficie sarà sempre minore di $\frac{1}{3}$ IE. Ma vediamo quali risultati per l' uno, e l' altro caso avremo, dando differenti valori a FG.

Per

Per il caso $\alpha = 0,8$, *e* $\beta = 0,8$.

I°. Se $FG = 0,5 . IE$, si avrà
$CD^2 > 11,34 . IE^2$, ed intanto
$CD > 3,37 . IE$.

II°. Se $FG = 0,4 . IE$, s'avrà
$CD^2 > 10,14 . IE^2$, ed intanto
$CD > 3,19 . IE$.

III°. Se $FG = 0,3 . IE$, s'avrà
$CD^2 > 8,94 . IE^2$, ed intanto
$CD > 2,99 . IE$.

IV°. Se $FG = 0,2 . IE$, s'avrà
$CD^2 > 7,74 . IE^2$, ed intanto
$CD > 2,79 . IE$.

V°. Se $FG = 0,1 . IE$ s'avrà
$CD^2 > 6,54 . IE^2$, ed in conseguenza
$CD > 2,56 . IE$.

VI°. Se $FG = 0,0 . IE$, s'avrà
$CD^2 > 5,34 . IE^2$, ed in conseguenza
$CD > 2,32 . IE$.

VII°. Se $FG = -0,1 . IE$, s'avrà
$CD^2 > 4,14 . IE^2$, ed intanto
$CD > 2,04 . IE$.

VIII°. Se $FG = -0,2 . IE$, s'avrà
$CD^2 > 2,94 . IE^2$, ed intanto
$CD > 1,72 . IE$.

IX°. Se $FG = -0,3 . IE$, s'avrà

$CD^2 > 1,74.IE^2$, ed intanto

$CD > 1,32.IE$.

Pel caso $\alpha = 0,7$, *e* $\beta = 0,7$.

I°. Se $FG = 0,5.IE$, s'avrà

$CD^2 > 10,94.IE^2$, ed intanto

$CD > 3,31.IE$.

II°. Se $FG = 0,4.IE$, s'avrà

$CD^2 > 9,74.IE^2$, ed in conseguenza

$CD > 3,13.IE$.

III°. Se $FG = 0,3.IE$, s'avrà

$CD^2 > 8,54.IE^2$, ed in conseguenza

$CD > 2,93.IE$.

IV°. Se $FG = 0,2.IE$, s'avrà

$CD^2 > 7,34.IE^2$, ed intanto

$CD > 2,71.IE$.

V°. Se $FG = 0,1.IE$, s'avrà

$CD^2 > 6,14.IE^2$, ed intanto

$CD > 2,48.IE$.

VI°. Se $FG = 0,0.IE$, s'avrà

$CD^2 > 4,94.IE^2$, ed intanto

$CD > 2,23.IE$.

VII°. Se $FG = -0,1.IE$, s'avrà

$CD^2 > 3,74.IE^2$, ed in conseguenza

$CD > 1,94.IE$.

VIII°. Se $FG = -0,2.IE$, s'avrà

$CD^2 > 2,54.IE^2$, e conseguentemente

CD

$CD > 1,60. IE.$

IX°. Se $FG = -0,3. IE$, s'avrà

$CD^2 > 1,34. IE^2$, ed in conſeguenza

$CD > 1,16. IE.$

§. 71. Detta conſiderazione ci ſomminiſtra una delle più importanti regole nella coſtruzione de'vaſcelli, per render ben proporzionata la larghezza della carena alla ſua profondità, conoſciuta l'altezza del centro di gravità G; e noi vedremo, che mentre il centro di gravità G rattrovaſi al di ſopra dell'acqua, la larghezza del vaſcello CD dee ſempre pel doppio la profondità IE ſorpaſſare, e tanto maggiormente, quanto più elevato ſarà il centro di gravità. Ma perciocchè il ſolo limite, che dalla larghezza CD neceſſariamente dee eſſere ſorpaſſato, abbiamo quì determinato, ſenza meno ci ſi domanderà, fin dove quella un così fatto limite può avanzare. Poichè ciò dalla violenza delle ſcoſſe dipende, alle quali un vaſcello dee ſoggiacere; uopo è conſultare l' eſperienza. Supponghiamo per cagion d' eſempio, che un vaſcello può con ſomma ſicurezza navigare, eſſendo la larghezza della ſua carena CD alla ſua profondità IE in quella ſteſſa ragione, che 5 a 2, o pure eſſendo $CD = 2; 5. IE$, ciocchè torna allo ſteſſo; e immaginiamo ancora che il ſuo centro di gravità ſi trovi preciſamente ſu la ſuperficie dell'acqua, o pure $FG = 0$. Ciò po-

ſto

sto perchè il nostro primo caso ci dà CD > 2, 32. IE più piccola, che 0, 18 secondo la sperienza, ciocchè quasi esprime la 13 parte del nostro limite, troveremo coll' aumentare ciascuno de' nostri limiti della sua decimaterza parte il giusto valore della larghezza CD. Standosi sul piede del medesimo raziocinio pe' limiti dell' altro caso, scorgeremo, che questi debbono essere accresciuti della loro ottava parte.

§. 72. Riguardo a quello, che alla profondità della carena IE s' appartiene, util cosa è sapere, che, perchè i costruttori ordinariamente le danno un poco più di profondità verso la poppa, che verso la prora, la nostra profondità IE deve essere come in mezzo tra queste due profondità. La ragione, che ordinariamente s' adduce di tal costruzione si è, che in tal caso i vascelli sono più obbedienti al timone; ma la vera ragione è, che qualora il vascello solca, perchè è spinto dall'azione del vento, la sua chiglia ne diviene orizzontale, poichè per lo più avviene, che il vascello colla prora s'inchina per la stessa azione del vento. Del resto da tutto ciò, che abbiamo detto si ricava, che oltre l'allargamento della sezione dell' acqua, il più efficace mezzo per accrescere la stabilità consiste nel portare il centro di gravità G, quanto più basso si può, ovvero quanto più il permettono le circostanze.

CA-

CAPO X.

Del moto di tempellamento, *o sia* barcollazione, *e di* ſalleggio *de' vaſcelli*.

§. 73. APpena un vaſcello eſce di ſtato del ſuo equilibrio, inchinandoſi per qualſiſia cagione, che toſto dalla ſua ſtabilità vien reſpinto, la quale per un moto accelerato ſi sforza rimetterlo nel ſuo ſtato primiero, ove giunto che ſarà, non ſi riſtà, ma paſſa oltre, o tutto all' oppoſto s' inchina, finchè il ſuo movimento finiſce; di là torna di nuovo al ſuo ſtato d'equilibrio, e bilancia a guiſa d' un pendolo, che fa le ſue oſcillazioni. Cotal moto ſarà egualmente regolare, purchè non ſia turbato dalla reſiſtenza dell' acqua, di cui ora ne facciamo aſtrazione. Or poichè queſti bilanciamenti del vaſcello, dattorno qualſiſia aſſe fatto dall' inclinazione, ſono perfettamente ſimili all' oſcillazioni d' un pendolo, non ſe ne potrà per altro mezzo meglio conoſcere la natura, che col determinare la lunghezza d' un pendolo ſemplice, il quale le ſue oſcillazioni nel tempo ſteſſo, che il vaſcello fa i ſuoi bilanciamenti, terminaſſe. Chiameremo ſiffatto pendolo iſocrono a bilanciamenti del vaſcello.

§. 74. Fingiamo, che già ſi ſappia la lunghezza di queſto pendolo, che noi contraſſegneremo con l; per de-

determinare la durata d'una delle ſue oſcillazioni ecco la regola, che a ciò fare dalla meccanica ci vien ſomminiſtrata. Sul principio fa di meſtieri, che quell'altezza ſappiamo, onde può un corpo liberamente cadere in una ſeconda di tempo. Per mezzo della ſperienza ſiamo già pervenuti a conoſcere queſta cotal altezza, la quale ſi riduce a 16. piedi di Londra, o a quel torno. Or la ſuddetta altezza ſarà eſpreſſa per la lettera g; ed indi eſprimendo colla lettera π la circonferenza d'un cerchio, di cui il diametro è $=1$, la durata d'un oſcillazione eſpreſſa in ſeconde ſarà ſempre $=\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$, ovvero ſi dividerà la lunghezza del pendolo l pel doppio dell'altezza g, e ſi moltiplicherà la radice quadrata di queſto quotiente per π, ovvero per $\frac{22}{7}$ giuſto la regola d'Archimede, ed avraſſi la durata d'una oſcillazione eſpreſſa in ſeconde.

§. 75. La quiſtione, il cui oggetto è rinvenire in ogni propoſto caſo la cennata lunghezza non ſi può a compiuto fine ridurre, ſe non per le più profonde ricerche. Ma il ſolo rapportare l'eſtratto di tutto ciò, che su tal ſoggetto ci vien inſegnato dalla meccanica, baſterà al noſtro diſegno, quale è di eſaminar la quiſtione ſolamente in generale. Nel caſo, che il vaſcello ſia inchinato dattorno un qualſiſia aſſe orizzontale, che paſſa pel centro di gravità, fa duopo, che prima d'ogni altro conoſciaſciamo la ſtabilità del vaſcello per rapporto a detto aſſe, la quale ſempre è un prodotto del peſo del vaſcello M, per una certa lunghezza, che ſupporremo $= s$, la ſtabilità dunque ſarà Ms. Biſogna dunque ſapere quello, che nominiamo nella meccanica, *momento d' inerzia* del vaſcello riguardo al medeſimo aſſe: queſto momento ritrovaſi moltiplicando tutte le parti, da cui un vaſcello è compoſto, ciaſcuna pel quadrato della ſua diſtanza dal medeſimo aſſe, ed unendo aſſieme tutti queſti prodotti in una ſol ſomma, noi faremo queſta ſomma $=$ M. rr. In effetto ella non può eſſere, che il prodotto del peſo intero M del vaſcello, moltiplicato pel quadrato d' una certa linea, che quì la facciamo $= r$. Or conoſciuti queſti due elementi, ſi trova la lunghezza cercata d' un pendolo iſocrono, dividendo il momento d' inerzia M. rr per la ſtabilità Ms, in guiſa, che s'abbia $l = \frac{rr}{s}$.

§. 76. Dopo queſte determinazioni generali, conſideriamo quel caſo, in cui un vaſcello fa i ſuoi bilanciamenti dattorno il ſuo aſſe grande, che dalla prora ſi parte, e nella poppa ſi termina. Queſto movimento ſi chiama *tempellamento*, per cui il vaſcello s' inchina alternativamente verſo l' uno, e l' altro lato. In primo luogo fa duopo notare, che ſe l' acqua è in tranquillità, queſto movimento può lunga pezza durare; poichè la figura del vaſcello per

per lo più è assai ritondata dattorno a questo asse. Ma il contrario addiverrà, se il suddetto movimento a qualche resistenza dell'acqua si abbatte, e se gli sforzi di questa, che al medesimo asse hanno la lor mira, alcun movimento producono, che capace sia a turbarlo. Posto ciò agevol cosa fia a osservare il tempo, durante il quale si compiscono detti bilanciamenti, e con questo mezzo, coll'ajuto della sola sperienza, si troverà la lunghezza del pendolo isocrono $l = \frac{rr}{s}$; donde potrà dedursi il valore d'una delle sue quantità r, o s, essendo già l'altra conosciuta. E' chiaro ancora, che questo moto di tempellamento sarà tanto più lento, e dolce, quanto la lunghezza l del pendolo isocrono sarà maggiore; d'onde ne segue, che, perchè non si conviene diminuire il denominatore s, bisogna procurare d'accrescere il numeratore rr, per quanto il permettono le circostanze. S'avrà dunque detto aumento della lunghezza, allontanando, quanto sia possibile, dall'asse grande orizzontale, che passa pel centro di gravità G, secondo la lunghezza del vascello, tutti i fardelli del carico.

§. 77. Egli è quasi della stessa maniera riguardo i bilanciamenti del vascello attorno del suo asse trasversale chiamasi *salleggio* il movimento, col quale il vascello alternativamente inchinasi or verso la prora, or verso la poppa. Il denominatore s della

della formola $l=\frac{rr}{s}$ è maggiore nel caſo preſente, che nel precedente, la ſtabilità ſorpaſſando più volte per rapporto a queſto aſſe quella, che è relativa all'aſſe in lunghezza; donde ſembra ſeguire, che il valore di l dovrebbe eſſer molto più piccolo, e per conſeguenza il moto di ſalleggio più vivo. Ma biſogna riflettere, che il valore della lettera r in queſto caſo è maggiore, che nel caſo precedente, eſſendo che tutti i peſi, che ſi trovano verſo la prora, e verſo la poppa, ſono molto lontani dall' aſſe traſverſale; la quale circoſtanza potrebbe dare alla lettera l un valore così grande, come nel caſo precedente. Del reſto queſto movimento di ſalleggio non potrebbe lungo tempo durare: il che da ciò deriva, che la poppa, e la prora a cagion della loro obliquità nell' atto, che ſi alzano, ed abbaſſano alternativamente, incontrano una grandiſſima reſiſtenza, di maniera che detto movimento tutto deve eſſere diſtrutto, ſuppoſto però prima, che nell'acqua ſia calma.

§. 78. Perciocchè, qualora aſſai groſſo è il mare, ben chiaro è, che i movimenti di barcollamento, e di ſalleggio debbono ſoffrire delle alterazioni grandiſſime, eſſendo le onde ſole, quelle, che col loro abbaſſamento, ed elevazione alternativa poſſono produrre un bilanciamento nel vaſcello, anche allora quando non ſarebbe ſtato punto inclinato da qual-

qualch' altra forza. Or quando venghiamo a determinare i movimenti, che in cotal caso sono impressi al vascello, la teoria ci abbandona intieramente, giacchè del tutto non sappiamo le leggi, secondo le quali un' acqua agitata spinge i corpi, che vi vanno a galla, e perchè così la formola di sopra ritrovata per la stabilità affatto più non avrebbe luogo, e similmente quella della lunghezza del pendolo isocrono diverrebbe all' ontutto falsa. La sperienza non ci permette dubitare, che le forze, che il mare dalle onde agitato esercita sul vascello non sieno tutto affatto differenti da quelle, che si veggono qualora l' acqua è in calma. S' è di più notato, che quando il vascello è spinto in alto dall' onde siccome si leva su per moto accelerato, così ricade per un moto ritardato, ciocchè sembra diametralmente opposto a' principj ricevuti sopra l' azioni dell' acque.

§. 79. Comechè siamo ancora estremamente lontani dal poter determinare cosa di certo su questa materia, pur sarà cosa buona osservare, che le onde si succedono comunemente con assai di regolarità per intervalli di tempi eguali tra loro. Sicchè supposto, che il vascello in questo dato momento per la prima volta riceva la spinta delle onde, riceverà la seconda, terza, e così di mano in mano l'altre per intervalli di tempo tra di se eguali. Di quà ne

Fig. 5.

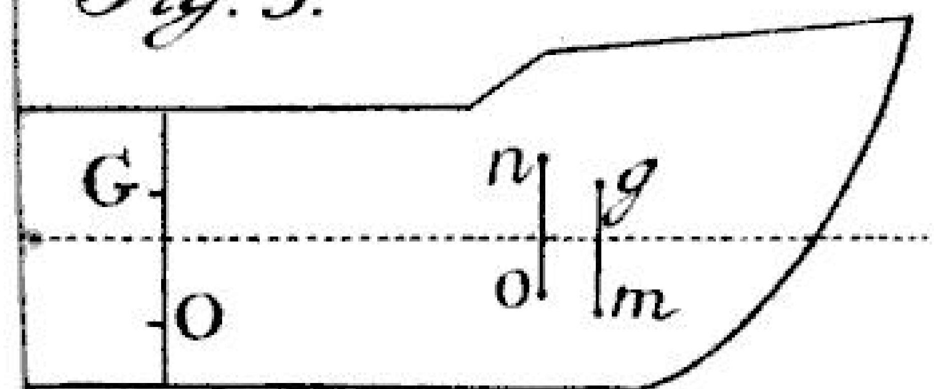


Fig. 6.

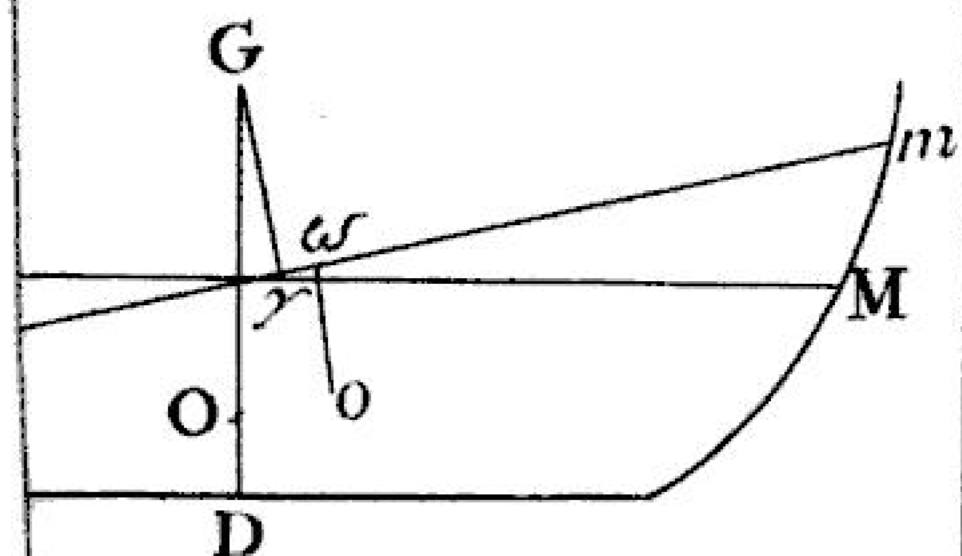
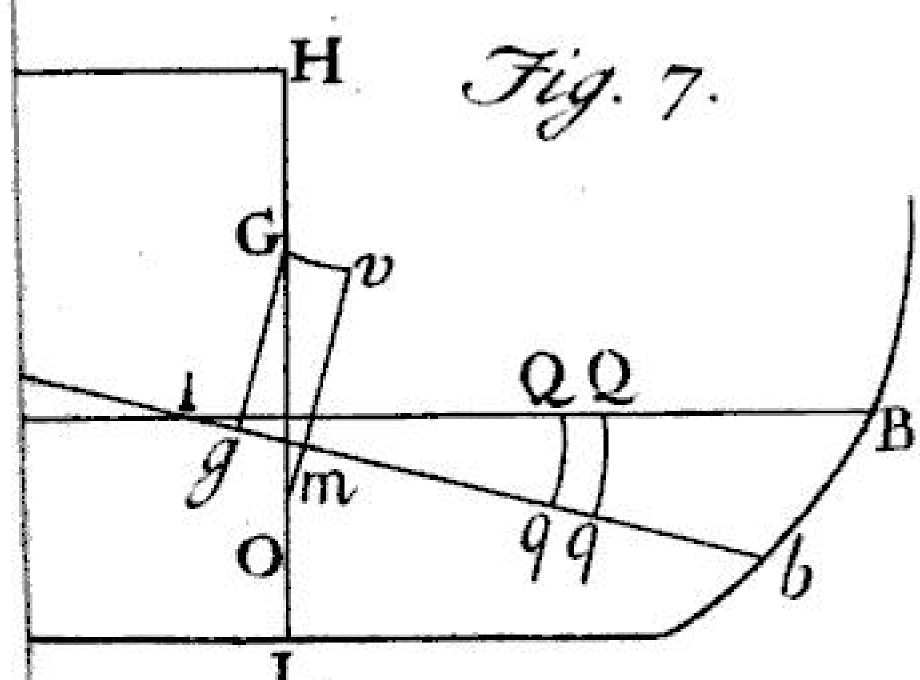


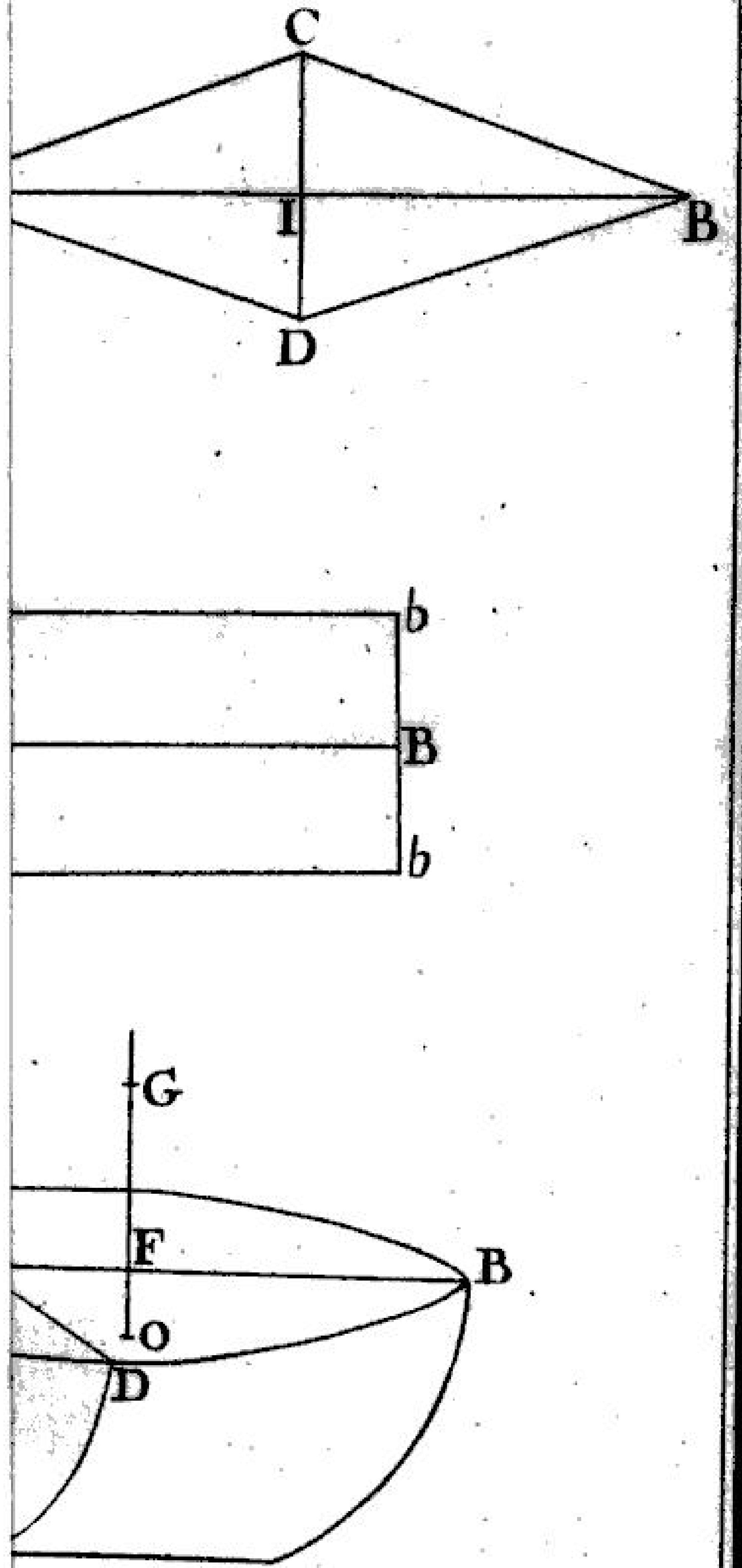
Fig. 7.



I

Filip. de Grado inc.

Fig. 10.



ne segue, che se fosse tale, che compisse i suoi bilanciamenti ne' medesimi intervalli di tempo, la spinta seguente delle onde lo troverebbe sempre nella medesima situazione, che l' ha trovato la precedente, e la sua forza non potrebbe far altro, che aumentar il movimento del vascello, che potrebbe alla fine divenir pericoloso. Ma se gl' intervalli de' tempi tra le successioni delle onde, ed i bilanciamenti del vascello fossero talmente proporzionati tra loro, che il colpo seguente distruggesse l'effetto de' precedenti, il vascello potrebbe soffrire delle scosse molto forti sopratutto nel salleggio, allorchè avendo la poppa, e la prora ricevuto de' movimenti molto vivi, nuove scosse s' opponessero a questi movimenti, e ne potrebbe risultare tale scuotimento in tutte le parti del vascello, che potrebbe seguirne la distruzione di tutta l'alberatura.

Fine della prima Parte.

PARTE SECONDA

Ove ſi ragiona della reſiſtenza, che i Vaſcelli incontrano ne' movimenti loro progreſſivi, e dell' azione del timone.

CAPO I.

Intorno la reſiſtenza, che incontra una ſuperficie piana, qualora vien moſſa nell' acqua.

§. I. Fintantochè un corpo tuffato nell' acqua ſe ne ſta in ripoſo, in tutta la ſua ſuperficie riceve delle preſſioni, che in orizzontali, e verticali ſi dividono. Le prime ſi diſtruggono vicendevolmente, le ſeconde ſi riducono ad una forza uguale al peſo d' un volume d' acqua, che è uguale a quello d'un corpo ſommerſo, per la quale quello è ſpinto verticalmente verſo alto, ſiccome noi di ſopra abbiamo dimoſtrato. Ma allorchè il corpo è in moto, oltre a queſte preſſioni ſoffre ancora un' altra forza, che al ſuo movimento s' oppone, quale noi chiamiamo reſiſtenza dell'acqua, e la quale preſentemente abbiam penſiere di determinare.

nare. In primo luogo fa duopo avvertire, che questa forza di resistenza dalla figura del corpo spezialmente dipende; all'incontro le pressioni, di cui abbiamo parlato, ne sono assolutamente indipendenti. Dopo questa riflessione, cominceremo le nostre ricerche dalle superficie piane, che supporremo muoversi nell' acqua con una certa velocità, tanto obliquamente, che direttamente. Allora si dice, che una superficie si muove direttamente nell' acqua, qualora la direzione del suo movimento è a questa stessa superficie perpendicolare, siccome dicesi muoversi obliquamente, se cotal direzione è ad essa obliqua.

§. 2. Adunque consideriamo una qualunque superficie piana, che nell'acqua si muove secondo la direzione EF perpendicolare alla detta superficie, con tal velocità, che noi chiameremo $= c$; questa c dinotando lo spazio, che una tal velocità farebbe percorrere ad un corpo in una seconda di tempo. Questa maniera di rappresentar le velocità è la più acconcia a darcene una giusta idea. Ciò posto, perciocchè una tal superficie non potrebbe il suo moto continuare, senza spignere l'acqua, che incontra, avrà un urto, donde necessariamente risulterà una certa forza, da cui la superficie verrà risospinta in dietro; la qual forza, siccome ognun vede, sarà perpendicolare alla superficie, e per queſto direttamente contraria al ſuo movimento; ovvero queſta ſuperficie, ciò che torna allo ſteſſo, ſi troverà in quel medeſimo ſtato, in cui ſarebbe, ſe eſſendo orizzontalmente ſituata, doveſſe ſoſtenere una certa colonna d' acqua, talmente che conoſciuta l'altezza di queſta colonna, avremmo ancora un' eſatta cognizione di quella reſiſtenza, che la ſuddetta ſuperficie attualmente incontra nell' acqua. Per la qual coſa altro non ſi cerca, ſe non che ritrovare l' altezza di queſta colonna; perciò ciò fatto, avremo la miſura della reſiſtenza, che andiamo cercando, perciocchè moltiplicando cotal altezza per la ſuperficie ſteſſa, avremo la ſolidità d' una maſſa d' acqua, il cui peſo ſarà preciſamente alla forza della reſiſtenza uguale.

§. 3. Il ſeguente ragionamento ci guiderà alla cognizione di queſta altezza. In primo luogo è chiaro, che la noſtra ſuperficie ABCD, qualora ſi muove nell' acqua colla velocità $= c$, quel medeſimo urto dalla parte dell' acqua ſoſterrà, il quale ſe foſſe in ripoſo ſoſterrebbe, e ſe l' acqua colla ſteſſa velocità perpendicolarmente la percuoteſſe. Or in queſto ultimo caſo ſe la ſuperficie in qualche parte aveſſe un picciolo buco, l'acqua per queſto uſcendo continuerebbe a muoverſi colla velocità $= c$. Supponghiamo, che la colonna d' acqua mentovata nel precedente §. abbia una tale altez-

za,

za, che l'acqua colla ſteſſa velocità eſca per un buco fatto nella baſe: chiaro appare, che la noſtra ſuperficie in queſt' ultimo caſo colla medeſima velocità è ſpinto, che lo è nel primo. Dunque fatta queſt' altezza $= h$, e l'aja della baſe, o della noſtra ſuperficie $= ff$, ſarà la ſolidità della colonna ffh, ed il peſo d' un egual volume d'acqua ci ſomminiſtrerà il vero valore della reſiſtenza, che perpendicolarmente eſerciterà la ſua azione ſulla ſuperficie, ed in una direzione, a quella del ſuo movimento contraria.

§. 4. Si sà sì per la teoria, come per la ſperienza, che l' acqua contenuta in un vaſe dell' altezza $= h$, per un buco fatto nella baſe ſe ne ſcappa con quella ſteſſa velocità, che potrebbe acquiſtare un corpo, che dalla ſteſſa altezza h cadeſſe. Di più ſi sà, che ſe per la lettera g ſi denoti l'altezza, onde un corpo cade in una ſeconda di tempo, la velocità, che s' è acquiſtata nel cadere dall' altezza h, farà percorrere in un minuto ſecondo uno ſpazio $= 2\sqrt{gh}$. Or abbiamo ſuppoſto cotal velocità eſſere $= c$, dunque avremo $2\sqrt{gh} = c$, e prendendo i quadrati $4gh = cc$; donde ſi ricaverà la cercata altezza $h = \frac{cc}{4g}$: conſeguentemente la forza della reſiſtenza, che la propoſta ſuperficie piana ABCD $= ff$ incontra nel muoverſi direttamente nell'acqua colla velocità $= c$, ſarà $= \frac{cc\,ff}{4g}$, e la ſuperficie ſarà riſoſpinta da queſta forza in una direzione contraria a quella del ſuo movimento. Da ciò ſi ſcorge, che queſta reſiſtenza è determinata, ed è ſempre proporzionale sì al quadrato della velocità, che all' aja della ſuperficie.

Fig.2. §. 5. Conſideriamo preſentemente della ſteſſa maniera il caſo, ove la ſuperficie ABCD nell' acqua ſi muove colla ſteſſa velocità $= c$, ma ſecondo la direzione obliqua al ſuo piano, la di cui inclinazione ſia eſpreſſa per un qualſivoglia angolo $= \varphi$. Rappreſentiamo queſto caſo nella figura ſeconda, in cui AB ſia la ſuperficie piana propoſta, EF la direzione del ſuo movimento, la cui velocità è $= c$, e l'angolo AEF $= \varphi$; certa coſa è, che queſto piano ſoſterrebbe il medeſimo sforzo, ſe foſſe in ripoſo, e ſe nel ſuo movimento foſſe urtato dall' acqua ſecondo la direzione FE colla medeſima velocità. Per la qual coſa ſi potrà queſta forza paragonare col peſo d' una certa colonna d' acqua, che dalla ſteſſa baſe foſſe ſoſtenuta, ed eſſendo cotal forza una vera preſſione, ſi deriva da ciò, che eſſa perpendicolarmente agiſce su la ſuperficie AB ſecondo la direzione EG, la quale conſeguentemente più non ſarà direttamente oppoſta alla direzione del movimento EF. Dopo che ſi è ritrovata queſta tal preſſione EG, che noi ſupporremo $= P$, ſi dividerà ſecondo la direzione EH, la quale è

la ſteſſa, che EF, ed ancora ſecondo la direzione GH, la quale perchè è a quella perpendicolare, non ſi oppone affatto al movimento. Sicchè la reſiſtenza, che è direttamente al moto oppoſta, ſarà $= P$ *ſen.* φ, eſſendochè l' angolo EGH è apertamente uguale all' angolo $AEF = \varphi$, ed EH rappreſenta il ſeno di queſt' angolo, poichè il ſeno totale è $=$ EG. Per rinvenir queſta preſſione applichiamo lo ſteſſo principio, di cui nel precedente caſo ci ſiam ſerviti, e conſideriamo una corrente di acqua, che va ad urtare su la noſtra ſuperficie AB, la quale è in ripoſo, ſecondo la direzione FE con la velocità $= c$. Manifeſta coſa è, che ſe la noſtra ſuperficie aveſſe un buco in E, l' acqua liberamente per quello paſſerebbe ſecondo la direzione EH, ſenza cambiare nè direzione, nè velocità. Dividiamo queſta velocità ſecondo la direzione EI perpendicolare alla ſuperficie, ed ancora ſecondo la direzione IH a quella parallela, e giacchè queſt' ultima velocità in niun modo influiſce ſul movimento, la prima ſecondo EI dee eſſere da noi conſiderata come la ſola cauſa di quell' urto, che la noſtra ſuperficie ſperimenta. Or perchè l' angolo $EHI = AEF = \varphi$, la ſuddetta velocità ſecondo EI è $= c$ *ſen.* φ. Per la qual coſa la mira noſtra è cercare qual mai dovrebbe eſſere l' altezza di quella colonna d' acqua, che foſſe dalla medeſima baſe Fig. 3.

 ſoſte-

ſoſtenuta, onde l' acqua per un buco, nella baſe fatto, uſciſſe con una velocità $= c\ sen.\ \varphi$. Ma noi abbiam oſſervato, che ſe chiamiamo queſt' altezza h, avremo $2\sqrt{hg} = c\ sen.\varphi$, da che ricaviamo $h = \frac{cc\ sen.\ \varphi^2}{4g}$. Se per l'aja ff della noſtra ſuperficie moltiplicheremo il valore di h, il prodotto, che ne riſulta eſprimerà la forza della reſiſtenza perpendicolare alla ſuperficie ſecondo IG: or queſta è la reſiſtenza totale, che noi di ſopra abbiam ſuppoſto $= P$, onde è, che la reſiſtenza direttamente contraria al moto ſarà $P\ sen.\ \varphi = \frac{cc\ ff\ sen.\ \varphi^3}{4g}$.

§. 6. Un ragionamento così ſemplice, e chiaro ci ha condotti, come ognun vede, a formole tali, che ci fan conoſcere in tutti i caſi, in cui una ſuperficie piana $AB = ff$ nell'acqua ſi muove con una velocità $= c$, ſotto l'obliquità $AFE = \varphi$, non ſolo la reſiſtenza totale $= \frac{cc\ ff\ sen.\varphi^2}{4g}$, ma ancora quella, che è direttamente contraria al movimento $= \frac{cc\ ff\ sen.\ \varphi^3}{4g}$. Riguardo alla prima, ſi ſcorge, che la totale reſiſtenza è in ragion compoſta; I° dell' aja ff della ſuperficie; II°. del quadrato della velocità cc; e III°. del quadrato del ſeno dell' obliquità, ovvero dell' angolo $AEF = \varphi$. Riguardo alla ſeconda ſimilmente ſi conoſce, che la reſiſtenza contraria al movimento ſegue la ragion compoſta I°. dell' aja ff; II°. del quadrato della velocità cc; III°. del cubo del ſeno dell' obliquità. Tutta la teo-

teoria della resistenza, che i corpi solidi movendosi debbono superare in ogni qualsivoglia fluido, s'appoggia su questi due principj, che da gran tempo sono stati riconosciuti per veri da tutti i Geometri. Si son date ancora finora differenti dimostrazioni di questi principj; ma quella, che è stata data da noi sembra la più chiara, e la più soda.

§.7. Per vieppiù illustrare questo punto, paragoniamo tra loro i due seguenti casi. I°. AB sia una superficie piana $= ff$, la quale nell'acqua si muova direttamente secondo la direzione A*a* con velocità $= c$; II°. sia un'altra superficie AC, la quale si muova secondo la stessa direzione colla medesima velocità $= c$, ma obliquamente, talmente che l'angolo dell'obliquità sia aAC $= \varphi$, e supponghiamo ancora, che l'aja della superficie AC sia all'aja della prima AB, come l'ipotenusa AC è al catetto AB. Egli è chiaro, che la superficie AC sarà $= \frac{ff}{sen.\varphi}$. Finalmente perchè la linea B*b* si è tirata parallela ad A*a*, si vede, che queste due superficie dovranno combattere contro la medesima colonna d'acqua. Ciò posto, perchè la resistenza della superficie AB si è trovata $= \frac{cc\,ff}{4g}$, e la resistenza della superficie AC, in quanto che ella è contraria al movimento, è $= \frac{cc\,ff\,sen.\varphi^{2}}{4g}$ sostituendo nella nostra ultima formola $\frac{H}{sen.\varphi}$ in luogo di ff, queste due resistenze saranno tra loro in quella stessa ragione, Fig.4.

che

che l' unità ha al quadrato del ſeno dell' obliquità. Da ciò ſegue, che ſe l'angolo BAC foſſe $= 45°$; a cagion di $\varphi = 45°$, e il ſeno $\varphi^2 = \frac{1}{2}$, la reſiſtenza della ipotenuſa AC ſarebbe la metà di quella della ſuperficie AB, e ſe l' angolo BAC ſi faceſſe $= 60°$, perchè in tal caſo è $\varphi = 30°$ e il ſeno φ è $= \frac{1}{2}$, la reſiſtenza di AC diverrebbe quattro volte più piccola di quella di AB. E generalmente quanto più l' angol BAC s' ingrandiſce, tanto più la reſiſtenza della ſuperficie AC ne diventerà piccola, talmente che alla perfine quaſi del tutto ſvanirà. Perciochè ſe l' angolo BAC ſi pone $= 80°$, di maniera che $\varphi = 10°$, la reſiſtenza di AC ſarà 33 volte più piccola di quella di AB, e ſe ſi pone l'iſteſſo angolo BAC $= 85°$ ovvero $\varphi = 5°$, ciocchè torna allo ſteſſo, la reſiſtenza ſi ridurrà alla 131ma. parte. Da ciò ſi vede, in che maniera ſi può aſſai notabilmente diminuire la reſiſtenza de' vaſcelli, allungando, e reſtringendo la prora.

§.8. In queſto confronto abbiamo conſiderato ſolamente la reſiſtenza, che è direttamente contraria al movimento; ciocchè ſenza meno è ſufficiente a determinar la forza della reſiſtenza che s' incontra da' vaſcelli ne' loro moti progreſſivi; e di più ſi vede, in che maniera ſi può trovare queſta reſiſtenza, qualunque ſia la figura del vaſcello. Perciocchè non biſogna far altro, che dividere la ſuperperficie della carena in molti piccioliſſimi quadrilateri, i quali ſi potranno conſiderare come ſuperficie piane, ed indi cercar l' obliquità di ciaſcuno, riguardo alla direzione del movimento. Fa di meſtiero ancora, che in tutti queſti caſi ſi determini la forza, che per inclinare il vaſcello la reſiſtenza eſercita: a queſto fare ciaſcun ſi potrà valere della noſtra formola principale $\frac{ccff\,ſen.\,\varphi^2}{4g}$, la quale eſprime la reſiſtenza totale, e per la riſoluzione delle forze ſe ne potranno dedurre quelle, che ſono atte a produrre qualche inclinazione. Finalmente uopo è ricordarſi, che la lettera g eſprime una lunghezza di 16. piedi in circa di Londra; ciocchè a tali ſorte di ricerche è aſſai ſufficiente.

CAPO II.

Intorno la reſiſtenza de' vaſcelli ne' loro corſi diretti.

§.9. Qualora un vaſcello nell' acqua ſi muove in guiſa tale che la direzione del ſuo moto è parallela alla ſua chiglia, o per meglio dire, al grande aſſe della ſua carena, il ſuo corſo ſi chiama diretto, per diſtinguerlo da ogni altro corſo, la cui direzione foſſe a quella della chiglia inclinata. Noi dal corſo diretto cominceremo, e per rinvenire la reſiſtenza, che il vaſcello incontrerà facendo queſto corſo, conſidereremo la figura ABCD, *Fig.* 5.

ſic-

ſiccome quella , che ci rappreſenta la ſezione diametrale della carena , talmente che la retta AB nel medeſimo tempo rappreſenti il grande aſſe della ſezione, e la direzione ancora del movimento. Noi ſupporremo ſempre la velocità $= c$, additando per cotal lettera lo ſpazio percorſo dalla detta velocità in una ſeconda . Ciò poſto ſia A la prora, B la poppa , CD la chiglia , e G il centro della gravità di tutto il vaſcello , per lo quale facendo paſſare la verticale GE , queſta taglierà la ſezione dell' acqua AB in F, e la chiglia in E.

§.10. Supponghiamo ſul principio, che il vaſcello urti l' acqua colla ſua più grande ſezione traſverſale colla velocità $= c$, eſſendo la direzione del movimento perpendicolare a queſta ſezione. In tal ſuppoſizione la figura del vaſcello ſarebbe priſmatica, e tutte queſte ſezioni traſverſali ſarebbono infra loro uguali . Adunque la prora in A ſarebbe terminata da un piano verticale Aa, perpendicolare all' aſſe AB, ed uguale alla ſezione traſverſale FE , che noi ſempre conſidereremo come la più grande. Supponendo ancora l' aja di queſta ſuperficie A$a = ff$, come ella urta l' acqua direttamente, ſarà la reſiſtenza $= \frac{cc\,ff}{4g}$, e di più alla direzione del movimento direttamente contraria.

§. 11. Di più è coſa manifeſta, che la mezzana direzione di queſta reſiſtenza paſſerà per lo centro

di

di gravità della ſuperficie piana Aa. Dunque ſupponendo queſto centro in C, la linea orizzontale cd parallela ad AB ſarà la direzione della forza della totale reſiſtenza, che il vaſcello incontra nel ſuo corſo diretto. Da ciò ſi deriva I°. che il movimento del vaſcello ſarà ritardato da una forza $= \frac{cc\,ff}{4g}$. II°. Che la direzione cd, perchè non paſſa per lo centro di gravità G, queſta medeſima forza produrrà un momento per inchinare il vaſcello intorno al ſuo aſſe traſverſale, ſe poi paſſa per lo punto G perpendicolarmente al piano diametrale rappreſentato nella figura, queſto momento ſarà $= \frac{cc\,ff}{4g}\,Gd$, e l' effetto di queſto momento ſarà inchinare il vaſcello verſo la prora A, che per conſeguenza vieppiù ſi tufferà nell' acqua. Di più conoſcendoſi la ſtabilità del vaſcello per rapporto al medeſimo aſſe, il quale ſi può ſupporre $= Ms$, ſi potrà aſſegnare l' angolo $= i$ d' inclinazione. Per tal effetto fa uopo conſiderare, che perchè M addita il peſo del vaſcello, e perchè il momento di forza vien eſpreſſo per un volume di acqua, queſto momento ſi dee ridurre ad un peſo aſſoluto. Dunque facendoſi il volume intiero della carena $=$ V, come di ſopra s' è fatto, il momento di forza diverrà $= \frac{M}{V}\,\frac{cc\,ff}{4g}\,Gd$, il quale eſſendo diviſo per la ſtabilità Ms, darà il ſeno dell'inclinazione $\mathit{sen.}\,i = \frac{cc\,ff}{4g\,V}\,\frac{Gd}{s}$.

§. 12. Queſta reſiſtenza, che la più grande ſezione ne trasversale soffrirebbe, se si movesse nell' acqua direttamente colla stessa velocità, che il vascello, vien considerata come un termine di paragone, a cui si dee rapportare la resistenza, che qualsivoglia figura della prora dovrebbe sostenere, determinandosi quante volte la resistenza attuale è più picciola di quella della sezione trasversale. Or da ciò, che abbiam detto, si comprende, che la resistenza attuale può divenire molte volte più picciola di quella, che la sezione trasversale sperimenterebbe. Perciocchè noi abbiamo dimostrato, che quanto più la prora vien percossa obliquamente dall' acqua, tanto più picciola ne diviene la resistenza. Da chè ancora segue, che a proporzione che la prora d'un vascello è allungata, e ristretta successivamente in avanti, più la sua resistenza ne sarà diminuita. Ma perchè il restringimento ordinariamente si fa, non solamente da' lati verso il mezzo, ma ancora dal basso in alto, si scorge, che una tal forza ne risulterà, onde il vascello sarà spinto verticalmente in alto, oltre a quella, che direttamente s' oppone al suo movimento. Noi dobbiamo fissare la nostra attenzione su di queste due forze insieme, se ci vogliamo formare una compiuta idea di tutto l' effetto, che la resistenza può produrre.

§. 13. Ma perchè la ricerca di questa forza seco porta calcoli estremamente difficili, anche allora

quan-

quando le figure de' vascelli sono assai semplici, e perchè ad altro finalmente non si può pervenire, che ad approssimazione, prima d'entrare in alcun dettaglio, gioverà considerar la cosa in generale. Per la qual cosa sia ABCD la sezione diametrale del vascello, o piuttosto della carena, siccome già di sopra abbiam fatto, e la linea AC rappresenti la ruota della prora dalla chiglia C infino all'estremità A alla superficie dell'acqua, ovvero questa linea AC rappresenti la ruota di poppa, e la velocità, colla quale il vascello corre nella direzione BA sia $= c$. In primo luogo chiara cosa è, che tutti gli sforzi della resistenza si possono ridurre I°. ad una forza orizzontale nella direzione cP, e perciò direttamente contraria a quella del movimento: noi diviseremo questa forza per la lettera P. II°. Ad una forza verticale, la cui direzione è dQ, la quale sarà da noi contrassegnata colla lettera Q. Buono è anche notare il punto d'intersezione R, per lo quale passerà la direzione della forza RS equivalente alle due forze precedenti; potremo chiamare questo punto il centro della resistenza. Si potrebbe dire, che tutti gli sforzi della resistenza si riducono alla sola forza secondo RS, la cui quantità sarà, come ognun sà, $= \sqrt{(P^2 + Q^2)}$ la sua inclinazione all'orizzonte, ovvero l'angolo PRS avendo per sua tangente la frazione $\frac{Q}{P}$. Da ciò Fig.6.

ciò ſi vede, che baſta conſiderare le due forze Q, e P, le quali ſono ſempre proporzionali al quadrato della velocità del vaſcello.

§. 14. Vediam preſentemente, qual mai effetto ſi produrrà ſul vaſcello da ciaſcuna di queſte due forze. La prima o ſia l'orizzontale P produce, ſiccome nel caſo precedente, un doppio effetto: che uno ſi oppone direttamente al movimento, come ſe eſſa foſſe applicata al centro di gravità G, e come ſe ſpingeſſe il vaſcello in dietro; l'altro effetto riſulta dal momento di queſta forza riguardo all' aſſe traſverſale del vaſcello. Queſto momento $= P.\ GP$ tende a fare inchinare il vaſcello verſo la prora A. L'altra forza $= Q$, la quale è verticale, ſimilmente produce un doppio effetto, il primo è di ſpingere direttamente in alto il vaſcello, come ſe eſſa foſſe applicata al centro di gravità G, talmente che il peſo del vaſcello ne ſarà diminuito del peſo Q; l'altro effetto di queſta forza è di ſomminiſtrare un momento per rapporto al medeſimo aſſe traſverſale $= Q.\ FQ$, eſſendo la direzione di queſto momento oppoſta a quella del primo momento $P.GP$, egli tende a dare al vaſcello un' inclinazione contraria, e conſeguentemente ad alzare la prora, in guiſa, che ſe queſto momento ſorpaſſa il primo, il vaſcello s' inchinerà verſo la poppa per un momento di forza $= Q.\ FQ - P.GP$, il il quale essendo diviso per la stabilità del vascello relativa al medesimo trasversale, darà il seno dell' inclinazione, che ne risulterà.

§. 15. Egli segue da ciò, che si è detto, che per conservare il vascello nel movimento, che noi supponghiamo avere colla velocità $= c$, bisogna, che sia spinto direttamente in avanti per una forza uguale alla forza P, che risulta dalla resistenza, che lo spinge in dietro; e di più siccome il peso del vascello M vien diminuito dalla resistenza di un peso $= Q$, fa duopo caricarlo d'un nuovo peso Q, situato nel centro stesso di gravità G, finchè il luogo di questo punto non si muti. Finalmente per impedire, che il vascello non prenda alcuna inclinazione si applicherà la prima forza supposta $= P$ al di sopra del centro di gravità G, come in H, talmente che il suo movimento $P . GH$ diviene precisamente uguale al momento $Q . FQ - P . GP$, il quale tende ad inclinare il vascello in dietro. Dunque si avrà $P . GH = Q . FQ - P . GP$. Donde si ricava $GH = \frac{Q}{P} . FQ - GP$, $PH = \frac{Q}{P} . FQ$. Dunque supponendo che HK rappresenta questa forza $= P$ applicata al vascello, è cosa evidente, che il punto H si troverà precisamente nell' intersezione dell' asse verticale EG colla vera direzione della resistenza RS.

§. 16. Nella pratica non è necessario caricare il vascello d' un nuovo peso Q, ciò sarebbe privarsi, fuor di proposito, del vantaggio di diminuire il peso del vascello, e come in tal caso il vascello avrebbe un poco meno di fondo, il cavo della carena diverrebbe più picciolo, circostanza vantaggiosissima, mentre la resistenza ne sarebbe un poco diminuita, ed una minor forza conseguentemente basterebbe a conservar il vascello nel suo movimento.

CAPO III.

Intorno la maniera di valutare la resistenza d' una data prora.

§. 17. SE tale è la figura della prora, che tutti gli elementi della superficie sono egualmente inchinati alla direzione del movimento, facil cosa è determinare la resistenza contraria al movimento. Perciocchè per parte della resistenza, il cui effetto è di spignere il vascello verso alto, possiam tralasciare di determinarla, siccome già abbiamo osservato. Dunque supponendo l' aja della sezion trasversale, ovvero della sezione la più larga della carena $= ff$, la velocità del vascello nella direzione del suo grande asse BA $= c$, e l' angolo, la cui superficie intiera della prora è inchinata alla direzione del movimento, $= \varphi$, la resistenza che si oppone al movimento, siccome si è veduto, è ugua-

uguale al peso di una massa d' acqua, il cui volume sarebbe $= \frac{cc\,ff\,sen.\varphi^2}{4g}$. Or se la più larga sezione corresse nell' acqua direttamente, e colla stessa velocità, la sua resistenza sarebbe $= \frac{cc\,ff}{4g}$; dunque la resistenza della prora è tante volte più picciola, quante volte il quadrato del seno dell' angolo φ è più picciolo dell'unità. Da che si ricava, che sarebbe possibile diminuir la resistenza, quante volte si vorrebbe, se non vi fossero altre circostanze egualmente essenziali al vascello, che vi apportono i limiti.

§. 18. Or una tale uguaglianza d' inclinazione per tutta la superficie della prora può aver luogo in una infinità di casi. Noi ne metteremo alcuni quì sotto gli occhi. Se la sezione la più larga fosse un parallelogrammo rettangolo come MN*mn*, e se la prora avesse la figura di un cugno terminato per la linea verticale A*a*, in guisa che tutte le sezioni orizzontali fossero triangoli AMN, e *amn* tra loro uguali, le due facce A*a*M*m*, A*a*N*n* sosterrebbero in questo caso tutti gli sforzi dell'acqua sotto il medesimo angolo FAM $=$ FAN $= \varphi$, il cui seno essendo $= \frac{FM}{AM}$, la resistenza di questa figura sarà a quella della base MN*mn*, come FM² ad AM², ovvero esprimendosi la resistenza della base per la lettera R, quella della nostra prora sarà $= R\,\frac{FM^2}{AM^2}$. *Fig.7.*

§. 19. Egli ſarebbe la ſteſſa coſa ſe la ſezione la più larga eſſendo, ſiccome avanti, un parallelogrammo rettangolo, la prora montaſſe da E fino ad A
Fig.8. per un piano inclinato EA, in guiſa che tutte le ſezioni parallele alla diametrale ſecondo la lunghezza foſſero triangoli rettangoli uguali ad AFE. Perciocchè in queſto caſo l' angolo d' obliquità ſarebbe FAE, ed il ſuo ſeno $= \frac{EF}{AE}$; donde riſulterebbe la reſiſtenza $= R\ \frac{EF^2}{AE^2}$, ove R eſprime la reſiſtenza della più grande ſezione FE; queſta ſteſſa reſiſtenza avrebbe luogo ancora, ſe la più grande ſezione foſſe un ſemicerchio deſcritto dal raggio EF, e la prora foſſe la metà del cono deſcritto su queſta baſe, la cui cima foſſe in A. Finalmente ſi ſcorge, che queſta reſiſtenza converrebbe ad una qualſivoglia piramide, la quale aveſſe per baſe un poligono circoſcritto dattorno la baſe del cono, di cui abbiamo parlato; ma come tutte queſte figure non convengono alla pratica, è coſa inutile trattenerviſi, meglio è cercare i mezzi di determinare la reſiſtenza d'una qualſivoglia data prora.

Fig.9. §. 20. Per queſto effetto, ſia CDE la metà della più grande ſezione, ovvero la ſezione traſverſale, e ſupponghiamo, che ſi facciano nel vaſcello da queſta ſezione fino all'eſtremità della prora molte ſezioni parallele alle diſtanze date tra eſſe, e che ſi rapſi rapportino le loro figure per projezione su la più grande, delle quali una qualſivoglia figura ſia rappreſentata da MPQN, e quella che la ſegue verſo avanti da *mpqn* ſecondo il metodo praticato da' Coſtruttori ne' piani, che eſſi fanno de' vaſcelli. Baſterà per l'oggetto, che noi ci proponghiamo, conſiderare queſte figure dalla chiglia E fino alla ſuperficie dell'acqua CD. Si tirino di poi molte linee traſverſali, come RP*rp*, SQ*qs*, le quali tagliano le prime linee quaſi ad angoli retti, in guiſa che l'aja della prima mezza ſezione CDE ſi trova diviſa da queſti due ordini di linee in molti piccioli trapezj, e triangoli quaſi rettangoli; come, per eſempio, il trapezio P*p*Q*q*, il quale ſi deve prendere sì picciolo, che la porzione della ſuperficie della prora, che corriſponde a ciaſcuna di queſte figure, ſi poſſa conſiderare come un piano, di cui ſi tratta ritrovare l' inclinazione alla direzione del movimento. Eſſendoſi ritrovata queſta inclinazione, non ſi dee far altro, che moltiplicare la picciola aja PQ*pq* pel quadrato del ſeno di queſta inclinazione, e prendere la ſomma di tutti queſti prodotti, per aver il valore della formola $ff\ sen.\ \varphi^2$; di cui il doppio eſſendo moltiplicato per $\frac{cc}{4g}$ darà la reſiſtenza di queſta prora contraria al movimento.

§. 21. Per far queſte operazioni, conſideriamo una delle ſuddette aje $PQpq$ deſcritte ſul piano della ſezione MN, e ſupponendo l' intervallo tra queſta ſezione, e la ſeguente $mn = K$, alziamo su queſto piano le perpendicolari $P\pi$, $Q\rho = K$, i punti π, ρ ſi troveranno nella ſuperficie della prora egualmente, che i punti P, Q; e la figura quadrilatera $P\pi\rho Q$ rappreſenterà una porzione della ſuperficie della prora corriſpondente alla picciola aja $PpQq$ nella figura precedente. Ma le perpendicolari $P\pi$ $Q\rho$ eſſendo parallele al grande aſſe della carena, e conſeguentemente alla direzione del movimento, tutto ſi riduce a determinare l'angolo, onde queſte linee ſono inclinate ſulla ſuperficie $PpqQ$. E' coſa chiara, che ſe gli angoli Ppq, e Qqp foſſero retti, gli angoli $P\pi p$, $Q\rho q$ miſurerebbero eſattamente queſta inclinazione. Dunque perchè noi ſupponghiamo queſti angoli poc' appreſſo retti, l' errore non ſarà ſenſibile. Intanto come uopo è moltiplicare pel quadrato del ſeno dell' inclinazione, ſe i due angoli $P\pi p$, $Q\rho q$ non ſono eſattamente uguali, ſi moltiplicherà pel prodotto de' ſeni di queſti due angoli, i quali ſono $\frac{Pp}{P\pi}$, $\frac{Qq}{Q\rho}$. Dunque noi avremo per l' aja $PQpq$ queſto prodotto $\frac{PQ.\,pq.\,Pp.\,Qq}{P\pi.\,Q\rho}$. In queſta maniera eſſendoſi trovati tutti gli altri prodotti ſimili, ſi procederà ſiccome già abbiamo inſegnato nell' articolo precedente.

§. 22. Se ſi voleſſe mettere più di eſattezza in que-

questo calcolo, siccome è possibile, che i quattro punti P, Q, π, ρ, non siano del medesimo piano, si potrebbe menare una diagonale Pρ, o Qπ per aver due triangoli, ciascuno de' quali sarebbe un piano, de' quali facilmente si determinerebbero le inclinazioni. Ma perchè procedendo così, sarebbe quasi impossibile decidere, a quale delle due diagonali Pρ, e Qπ si dovrebbe dare la preferenza, niun si potrebbe lusingare di avvicinarsi più alla verità, eccetto che col servirsi della nostra regola. Del resto tutte queste precauzioni andrebbono a terminare a minuzie, alle quali non si potrebbe far attenzione nella pratica, e ci dobbiam contentare d' aver trovato, che una proposta prora soffrirà una resistenza dieci volte più picciola, che la sua più larga sezione, quando anche questo rapporto fosse in effetto, come $1 : 9\frac{1}{2}$, ovvero come $1 : 10\frac{1}{2}$.

§. 23. Ma ciocchè dee determinarci ad abbandonare questa spinosa ricerca si è, che non si può dissimulare, che la teoria della resistenza, che noi abbiamo quì esposta, è ancora difettosissima, e che non potremo valutare, se non in grosso, i risultati, che se ne ricavano. Riguardo al primo difetto, noi già l' abbiamo divisato quì sopra, rapportando, che le semplici pressioni, che una carena movendosi nell' acqua incontra, scambievolmente si distruggono, siccome effettivamente succede nello stato di riposo. Ma ciascun s'assicurerà facilmente, che qualora il vascello è in movimento, tutto ciò non può aver luogo, se si considera, che l'acqua del di dietro del vascello dovendo seguirlo, e raggiungerlo avanti di poter esercitare la sua pressione, la pression dell'acqua su la poppa d'un vascello, allorchè è in movimento, non è così forte, quanto la è, allorchè è in riposo, mentrechè la pressione su la prora deve essere quasi la stessa nell'uno, e nell'altro caso. Da che nasce evidentemente, che, perchè la pressione su la prora non è più controbilanciata da quella su la poppa, l'effetto della resistenza deve acquistare qualche accrescimento, il quale tanto più grande sarà, quanto più rapido è il movimento del vascello. Si scorgerà ancora, per poco che vi si rifletta, che questo accrescimento dipende ancora principalmente dalla figura della poppa, della quale non s'è avuto affatto conto nella ricerca della resistenza.

§.24. Questa circostanza sola ci fa ben conoscere, che malgrado tutte le pene, che si potrebbero soffrire per determinare con questo metodo la resistenza d'un vascello, niun si potrebbe mai lusingare di pervenire ad un esatto risultato. Vale meglio, posti da parte tutti questi calcoli quanto penosi, altrettanto nojosi, andar in cerca d'una formola assai

ſai ſemplice, di cui ci poſſiam ſervire per determinare quaſi in ciaſcheduno caſo la reſiſtenza del vaſcello. Per queſto effetto ſupponendo la reſiſtenza della ſezione la più larga della carena $= R$, come di ſopra, ſi farà la metà della lunghezza della carena, o pure la diſtanza di AF dall' eſtremità della prora a queſta ſezione $= a$, e la metà della ſua larghezza FM $= b$, alla quale è poc'appreſſo uguale la profondità. Intanto ſe la prora foſſe un parallelepipedo la reſiſtenza ſarebbe $= R$; ma ſe foſſe un cono, o una piramide terminata in A, la reſiſtenza ſarebbe, ſiccome s' è veduto di ſopra, $R \cdot \frac{FM^2}{AM^2} = \frac{bb}{aa+bb} \cdot R$. Or è coſa chiara, che tutte le figure delle carene, che ſono in uſo tengono certo mezzo tra queſti due eſtremi; in guiſa che ſupponendo la reſiſtenza attuale d'una tal prora $= n \cdot R$. la lettera n dinoterà una frazione mezzana tra l' unità 1, e la frazione $\frac{bb}{aa+bb}$. Queſto è il mezzo, che cercaſi aſſegnare. Egli ſi conoſce che dopo alcune eſperienze fatte ſopra i vaſcelli di linea, ſi avvicinerà molto alla verità, prendendo per n il mezzo armonico tra 1, e $\frac{bb}{aa+bb}$ il quale è $= \frac{2bb}{aa+2bb}$, e ci potrem ſervire quaſi ſempre di queſta formola, purchè la figura della prora non ſi allontani aſſai ſenſibilmente dall' ordinaria figura delle prore de' vaſcelli di linea. In queſto ſteſſo Fig. 7.

caſo

caſo non ſarà coſa difficile giudicare , a quale de' noſtri due limiti il valor della reſiſtenza è più vicino.

§. 25. Prendendo queſta formola $\frac{2bb}{aa + 2bb}$. R per eſprimere la reſiſtenza de' vaſcelli , ſi conoſce , che dipende unicamente dal rapporto tra la lunghezza della carena , e la ſua larghezza ; le lettere *a* e *b* dinotando le metà , e la lettera R eſprimendo la reſiſtenza della più larga ſezione della carena , ſe ſi moveſſe direttamente nell' acqua . Noi aggiungeremo una picciola tavola , ove ſi troverà per ciaſcun rapporto propoſto tra la lunghezza , e larghezza della carena , il valor della formola $\frac{2bb}{aa + 2bb}$ R , ovvero il vero valore della reſiſtenza.

Rap-

Rapporto.	*Resistenza.*
a : *b*	
2 : 1	$\frac{1}{3}$ R
$2\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{33}$ R, o poco a presso $\frac{1}{4}$ R
3 : 1	$\frac{2}{11}$ R
$3\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{57}$ R, o poco a presso $\frac{1}{8}$ R
4 : 1	$\frac{1}{9}$ R
$4\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{89}$ R, o poco a presso $\frac{1}{11}$ R
5 : 1	$\frac{2}{27}$ R
$5\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{129}$ R, o poco a presso $\frac{1}{16}$ R
6 : 1	$\frac{1}{19}$ R
$6\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{177}$ R, o poco a presso $\frac{1}{22}$ R
7 : 1	$\frac{2}{31}$ R

CAPO IV.

Intorno la resistenza de' vascelli nel corso obliquo, o della deriva in generale.

§. 26. QUando i vascelli spinti dall' azion del vento solcano, è impossibile, che seguano un corso diretto, e per lo più sono obbligati a solcare secondo una direzione più, o meno diffe-

differente da quella del loro grande asse: l'angolo, che allora fa il corso del vascello col suo grande asse si chiama la *Deriva*. Noi non entreremo ancora nella discussione delle circostanze, che obbligano il vascello a seguire un corso obliquo, e semplicemente supporremo, che il vascello si muove attualmente secondo un tal corso obliquo con una certa velocità, e procureremo determinar la resistenza, che l' acqua gli oppone. Posto ciò, è chiaro, che in questo caso, la mezzana direzione di tutti gli sforzi, che l' acqua esercita su la superficie della carena non caderà più nel piano diametrale del vascello, ma ne sarà allontanata più o meno verso l' uno, o l' altro lato; di più quella non sarà sempre orizzontale, e potrà essere inclinata all' orizzonte. Inoltre spesso è impossibile ridurre tutte le pressioni elementari ad una sola forza, che agisce secondo una certa direzione; ma sempre si potranno ridurre a tre forze, le cui direzioni sono parallele a tre assi principali del vascello, i quali sono I°. l'asse orizzontale tirato secondo la lunghezza del vascello; II°. l'asse orizzontale secondo la sua larghezza, e III°. l' asse verticale. Questi tre assi si tagliano nel centro di gravità del vascello.

§. 27. Ma perchè la considerazione di queste tre forze in generale sarebbe troppo astratta, e non ci som-

somministrerebbe alcuna chiara, ed utile cognizione, cominceremo le nostre ricerche su questo soggetto da un caso semplicissimo in verità, che non potrebbe aver luogo nella pratica, ma che tuttavia ci darà idee precise, e chiare intorno la natura del soggetto, che dobbiamo trattare. Supporremo aver la carena la figura d' un parallelepipedo rettangolo rappresentato nella decima figura, ove AB è il grande asse della carena, CD il suo picciolo asse, FE l' asse verticale, che nel medesimo tempo misura la profondità della carena. In questa ipotesi tutte le sezioni perpendicolari a ciascuno di questi tre assi sono parallelogrammi rettangoli, e perchè le facce che urtano l' acqua, sono verticali, tutti gli sforzi della resistenza agiranno secondo le direzioni orizzontali, e niuna forza ne risulterà, la cui direzione fosse verticale; di più la direzione del movimento essendo sempre orizzontale, qualunque sia l' angolo, che essa fa col grande asse AB, tutte le sezioni orizzontali dovranno sostenere i medesimi sforzi da parte dell' acqua. Dunque ci possiam ridurre a considerare la sola sezione fatta a fiore d'acqua ACBD, ed in tutti i corsi obliqui basterà considerare i due lati di questo parallelogrammo, che sono percossi dall' acqua. Essendosi trovati i sforzi, che ciascuno di questi due lati sostiene, si moltiplicheranno i medesimi per la profondità Fig. 10.

della

della carena FE, ed il prodotto ci darà la resistenza, che questa carena incontra da parte dell' acqua.

Fig. 11. §. 28. Dunque supponghiamo che il parallelogrammo rettangolo ACBD è la sezione orizzontale del vascello fatta a fior d'acqua, la linea AB il suo grande asse, e CD il picciolo, per abbreviare, faremo il mezzo grande asse $AF = a$, ed il mezzo picciolo asse $CF = b$. Di più FX sia la direzione obliqua secondo la quale si muove il vascello. L'angolo AFX, che fa questa direzione col grande asse, e che si chiama la *deriva* del vascello, essendo $= \varphi$, chiaro è, che la faccia $aAa = 2b$ sarà urtata dall'acqua sotto l'angolo AxF, ovvero $axX = 90° - \varphi$, il cui seno è $= cos.\ \varphi$: donde si deriva, che la forza dell'acqua sarà espressa da $2b\ cos.\ \varphi^2$. (questa formola dovrebbe essere moltiplicata per la profondità della carena, e per la quantità $\frac{cc}{4g}$, dinotando la lettera c la velocità del vascello nella direzione FX, ed in appresso da per tutto bisogna sempre sottintendere questa doppia moltiplicazione). Similmente tirando la linea Cc parallela ad FX, si scorge, che la faccia $aCb = 2a$ sarà percossa dall' acqua sotto l'angolo $aCc = \varphi$, donde si dee conchiudere la forza $= 2a\ sen.\ \varphi^2$. Queste due forze agiscono perpendicolarmente su la faccia, che a ciascuna corrisponde, e ciascuna passa per lo mez-

zo

zo di questa faccia. Dunque la prima di queste forze $2b\ cos.\ \varphi^2$ spingerà secondo la direzione AF, e supponendosi esser questa rappresentata dalla linea Fr, agirà, come se fosse applicata al centro F; similmente la linea F$s = 2a\ sen.\ \varphi^2$ rappresenterà la forza, che agisce su la faccia aCb. Dunque perfezionatosi il picciolo rettangolo Frys, la diagonale Fy rappresenterà la forza della resistenza, che il vascello incontra in questo movimento. Per la qual cosa questa forza intiera sarà $y = \surd\ (4bb\ cos.\ \varphi^4 + 4aa\ sen.\ \varphi^4)$ è l'obliquità di questa forza per rapporto al grande asse AB sarà l'angolo BFy, la di cui tangente è $\frac{ry}{Fr} = \frac{a.\ sen.\ \varphi^2}{b.\ cos.\ \varphi^2}$.

§. 29. Essendosi trovata questa forza, è cosa manifesta, che, affinchè il vascello si mantenga nel movimento, che noi supponghiamo, che quello ha secondo la direzione FX, fa uopo, che sia spinto da una forza direttamente contraria a quella della resistenza. Dunque continuando la diagonale yF verso Y, la retta FY sarà la direzione della forza, dalla quale uopo è, che il vascello sia spinto, affinchè segua il corso proposto FX. Or si è da noi osservato, che la tangente dell' angolo AFY è $= \frac{a.\ sen.\ \varphi^2}{b.\ cos.\ \varphi^2}$. Dunque conosciamo il rapporto fra l'obliquità del corso FX, e quella della forza spingente FY, rapporto indipendente dalla velocità c del vascello. Ma per aver la forza stessa, che si ricer-

ricerca per conservare il vascello in questo movimento; fa di mestieri moltiplicare la formola trovata $\surd\, 4\, aa. sen.\, \varphi^4 + 4\, bb.\, cos. \varphi^4$, non solo per la profondità della carena, ma ancora per la quantità $\frac{cc}{4g}$, ricordandoci però, che c dinota lo spazio, che il vascello percorre in una seconda di tempo, e g l'altezza, da cui la gravità fa cadere i corpi nel medesimo tempo; in guisa che questa altezza g si può credere di 16. piedi di Londra. Di più ognuno si ricorderà, che noi esprimiamo questa forza col peso d'una massa d'acqua, il cui volume viene espresso dalla formola, che noi gli diamo.

§. 30. Ciò che merita più la nostra attenzione, è il rapporto, che si trova tra i due angoli AFX, AFY, ovvero tra l'obliquità del corso, o sia della *deriva*, che noi facciamo $= \varphi$, e l'obliquità AFY della forza spingente, che supporremo $= \psi$, in guisa che $tang. \psi = \frac{a.\, sen.\, \varphi^2}{b.\, cos.\, \varphi^2}$, ovvero $\frac{a}{b}\, .\, tang.\, \varphi^2 = tang.\, \psi$. Da che segue, che sapendosi il rapporto delle lettere a e b, facil cosa è trovare per gli angoli φ, gli angoli ψ, che loro corrispondono, siccome ancora reciprocamente per tutti gli angoli ψ, gli angoli φ, che loro convengono. Per questo ultimo caso si ha $tang.\, \varphi = \surd \left(\frac{b}{a}\, tang. \psi \right)$, e perchè la quantità a ordinariamente è molto più grande di b, ne risulta, che l'obliquità della forza spingente AFY di assai sorpassa la *deriva*, o sia l'angolo

golo AFX nel maggior numero de' casi. Del resto si vede dalla nostra formola, che queste due obliquità divengono tra loro uguali, allorchè *tang.* $\varphi = \frac{b}{a}$. Perciocchè allora si avrà ancora *tang.* $\psi = \frac{b}{a}$: donde nasce, che se la deriva fosse minore, l'obliquità ψ diverrebbe ancora più picciola; ma essendo *tang.* $\varphi > \frac{a}{b}$, ψ diviene ancora $> \varphi$. Per render questo più chiaro si rappresenti un angolo α, talmente che *tang.* $\alpha = \frac{a}{b}$, e si avrà *tang.* $\varphi^2 =$ *tang.* α *tang.* ψ, cioè a dire i tre angoli α, φ, ψ, hanno sempre tra loro una tale relazione, che le loro tangenti sono sempre in proporzione geometrica, o sia, che *tang.* φ è mezza proporzionale tra *tang.* α, e *tang.* ψ.

§. 31. Noi abbiam veduto, che le due obliquità φ, e ψ divengono in fra loro uguali, allorchè $\varphi = \alpha$, e qualora ancora in questo caso si ha $\psi = \alpha$. Si scorge anche, che una tale uguaglianza dee aver luogo, qualora $\varphi = 0$, ed allorchè $\varphi = 90$. Nel primo caso il corso del vascello sarebbe diretto, e nel secondo il vascello si moverebbe secondo la direzione del picciolo asse FC, che si può anche riguardare come diretta. Poichè in questi tre casi di $\varphi = 0$, di $\varphi = \alpha$, e di $\varphi = 90°$ si ha $\psi = \varphi$, e perchè in tutti gli altri casi questi due angoli φ, e ψ sono tra loro differenti, senza dubbio si domanderà, in qual caso la differenza di questi due angoli sarà la più grande, ovvero, ciocchè torna allo stesso, in qual caso l'angolo XFY sarà il più grande? Facendosi questa ricerca secondo le regole dell' analisi, si troverà, che questo caso avrà luogo allora quando il seno del doppio angolo 2ψ è uguale alla metà del seno del doppio angolo 2φ, ovvero allorchè $sen.\ 2\psi = \frac{1}{2}\ sen.\ 2\varphi$. Ma lo sviluppamento di questa quistione dipende dalla risoluzione d'una equazione del quarto grado, la quale è $tang.\ \varphi^4 = 2\ tang.\ \alpha\ tang.\ \varphi^3 - 2\ tang.\ \alpha\ tang.\ \varphi + tang.\ \alpha^2 = 0$, di cui non si potrebbero assegnare le radici se non per approssimazione, in guisa, che la soluzione di questa quistione, la quale sul principio potrebbe comparire assai facile, esige per ciascun valore di α calcoli assai imbarazzanti.

§. 32. Tutto ciò, che abbiam rapportato, essendo ricavato da un caso, che non potrebbe aver luogo nella pratica, forse sembrerà strano, che noi vi ci siam trattenuti per sì lungo tempo; ma tantosto farem vedere, che la considerazione di questo caso ci può condurre a conclusioni assai generali, ed applicabili a quasi tutti i vascelli. Per questo noi attaccheremo alle lettere a, e b, le quali additano due mezzi assi della nostra figura, altre nozioni, che loro possono egualmente convenire. Perchè se la nostra figura si movesse direttamente secondo il grand' asse BA, la resistenza sa-

sarebbe $2b$; e se la medesima figura fosse mossa secondo il suo picciol'asse, la resistenza diverrebbe $= 2a$: quindi si può conchiudere, che le nostre formole diverranno applicabili a tutti i vascelli, se in luogo di $2b$ si sostituisce la resistenza, che il vascello soffrirebbe nel corso suo diretto, e che noi chiameremo P; ed in luogo di $2a$, quella, che il medesimo vascello soffrirebbe, se si movesse colla stessa velocità nella direzione del suo picciolo asse; detta resistenza disegneremo per la lettera Q. Così, parlandosi di un vascello quale si sia, si scriverà in vece delle lettere $2b$, e $2a$, la resistenza P, e Q; ed il rapporto trovato tra le due obliquità φ, e ψ, seguiterà ad aver luogo; in guisa che s' avrà $tang.\ \psi = \frac{Q}{P}\ tang.\ \varphi^2$. Ciò dee essere in effetto; poichè per poco, che vogliamo riflettere, conosceremo le lettere a, e b intanto essere entrate nelle formole di sopra dette, in quanto che esprimono le due resistenze, di cui abbiamo parlato. Segue ancora da ciò, che stabiliamo, che la forza secondo la direzione FY ricercata per mantenere il vascello nel suo corso FX, sarà $= \sqrt{(P^2 . sen. \varphi^4 + Q^2\ cos. \varphi^4)}$. Se queste formole non danno risultati esattamente conformi alla verità, almeno non si discosteranno da essa considerevolmente. Tale considerazione ci somministrerà il soggetto del Capo seguente.

CAPO V.

Sul rapporto tra l' obliquità del corso d' un vascello, e della forza spingente.

§. 33. DOpo queste ricerche sul rapporto de' due angoli φ, e ψ, consideriamo un qualsivoglia vascello, di cui i tre assi principali della carena sieno il grande asse AB $= a$, il picciolo CD $= b$, e la profondità FE $= e$; e vediamo come il rapporto, di cui quì trattasi, possa esprimersi unicamente per queste tre dimensioni della carena a, b, e. Determiniamo a prima giunta per i principj stabiliti di sopra la resistenza, che questo vascello incontrerebbe nel suo corso diretto secondo la direzione della sua lunghezza BA. Per questo effetto si considererà, che la sua più grande sezione trasversale CDE avendo per base CD $= b$, e per altezza FE $= e$, la sua aja sarà contenuta tra i limiti b, e, ed $\frac{1}{2} b, e$; per conseguenza la supporremo $= \frac{3}{4} b\, e$. Tosto si vedrà, che un picciolo errore in questo valore mezzano, non sarà d'alcuna conseguenza. Intanto questa stessa aja $= \frac{3}{4} b\, e$ esprimerà la resistenza, che soffrirebbe da essa direttamente nell' acqua, sottintendendo sempre la moltiplicazione per $\frac{cc}{4g}$. Adunque questo sarà il valore della lettera R, che noi abbiamo impiegata nel terzo

Capo

Capo per esprimere la resistenza nel corso diretto. Da ciò nasce, che la ragione $a : b$ essendo quella stessa, che noi abbiamo indicato per le stesse lettere, la resistenza, che questo vascello soffrirà nel suo corso diretto, sarà $= \frac{2bb}{aa + 2bb} \cdot \frac{3}{4} be$: perlocchè questa è la stessa quantità, che noi abbiamo designato colla lettera P sul fine del Capo precedente. Dunque si ha $P = \frac{2bb}{aa + 2bb} \frac{3}{4} be$.

§. 34. Concepiamo presentemente, che lo stesso vascello si muova colla medesima velocità c secondo la direzione del suo picciolo asse DC: si comprende subito, che egli sosterrà una resistenza grandissima. Per rinvenirla si dee da noi considerare la sezione diametrale della carena AEB, come urtante direttamente l'acqua. Ciò posto l'aja di questa sezione essendo compresa tra' limiti ae, ed $\frac{1}{2} ae$ la supporremo $= \frac{3}{4} ae$, quantità, la quale della stessa maniera esprimerà la resistenza di questa sezione. La curvatura del vascello ne diminuirà sensibilmente questa resistenza, perciocchè considerandosi b come il grande asse, ed a come il picciol asse, la nostra regola ci darà in questo caso la resistenza $= \frac{2aa}{2aa + bb} \frac{3}{4} ae$: resistenza, la quale di sopra è stata da noi additata colla lettera Q. Da ciò noi ricaviamo la frazione $\frac{Q}{P} = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{(2aa + 2bb)}{(aa + 2bb)}$, nella quale la profondità e, ed il co-efficiente $\frac{3}{4}$ non più si ritrovano. Se a è molte volte più grande di

 b, e

b, e con maggior ragione aa di bb, questa frazione si riduce poco a presso a $\frac{a^3}{2b^3}$, e siccome è cosa assai difficile di pervenire ad un più alto grado di precisione, ci appiglieremo a quest' ultima formola, di cui ciascuno si potrà valere, senza timore di considerabile errore.

§. 35. Intanto sarà cosa facilissima di venir a capo di ciò, che noi ci proponghiamo; perciocchè supponghiamo, che il nostro vascello faccia il corso obliquamente secondo la direzione FX, e che per mantenerlo in questo corso sia d' uopo spignerlo secondo la direzione FY; facendo l' angolo della prima obliquità FX, o la *deriva* del vascello AFX $= \varphi$, e l' obliquità della forza spignente FY, ovvero l' angolo AFY $= \psi$, avremo per l' espressione del rapporto fra questi due angoli, questa uguaglianza $tang. \psi = \frac{a^3}{2b^3}\ tang. \varphi^2$; donde si ricaverà facilmente l' angolo ψ, giacchè l' altro φ è dato. Ma se l' angolo ψ fosse dato, per ritrovare l' altro φ, si dovrebbe risolvere questa uguaglianza $tang. \varphi = \sqrt{\frac{2b^3}{a^3}\ tang. \psi}$. Si potranno siccome ognun ravvisa, calcolare senza lunga pena le tavole per ciascuna spezie di vascello, e queste tavole potranno essere di picciolo numero, essendo che il rapporto tra la lunghezza a, e la larghezza b è compreso in quasi tutti i vascelli tra i limiti 3 : 1 e 6 : 1; in guisa che i casi seguenti della ragione $a : b$, cioè, 3 : 1; $3\frac{1}{2}$:

$3\frac{1}{2}:1;4:1;4\frac{1}{2}:1;5:1;5\frac{1}{2}:1;6:1$; ci daranno tutti i lumi, che si possan desiderare. E perchè la *deriva* φ non potrebbe mai oltrepassare il grado 20, o 30, e perchè basterà calcolare queste tavole da cinque in cinque gradi, queste si ridurranno ad un picciolissimo numero di termini.

I.ª Spezie.

dove AB = 3 CD.

AFX	AFY	
5°	5°	54′
10	22	46
15	44	16
20	60	47
25	71	11
30	77	28
35	81	24

II.ª Spezie.

dove AB = $3\frac{1}{2}$ CD.

AFX	AFY	
5°	9°	19′
10	33	41
15	56	59
20	70	36
25	77	54
30	82	2
35	84	34

III.ª Spezie.

dove AB = 4 CD.

AFX	AFY	
5°	13°	46′
10	44	51
15	66	29
20	76	44
25	81	49
30	84	39
35	86	21

IV.ª Spezie.

dove AB = $4\frac{1}{2}$ CD.

AFX	AFY	
5°	19°	14′
10	54	47
15	78	1
20	80	36
25	84	14
30	86	14
35	87	27

V.ª Spezie.

dove AB = 5 CD.

AFX	AFY	
5°	25°	34'
10	62	46
15	77	26
20	83	7
25	85	47
30	87	15
35	88	8

VI.ª Spezie.

dove AB = $5\frac{1}{2}$ CD.

AFX	AFY	
5°	32°	29'
10	68	51
15	80	30
20	84	49
25	86	50
30	87	56
35	88	36

VII.ª Spezie.

dove AB = 6 CD.

AFX	AFY	
5°	39°	35'
10	73	25
15	82	39
20	86	1
25	87	34
30	88	25
35	88	55

§. 36. Ancorchè l'oggetto di queste tavole sia il far ritrovare l'obliquità della forza spingente AFY per ogni sorta di vascello, essendo data la *deriva*, ovvero l'angolo AFX, ce ne possiamo anche servire per rinvenir la *deriva* AFX, qualora ci sia data l'obliquità AFY. Se per cagion d'esempio, nella la quinta ſpezie, in dove AB = 5. CD, l'obliquità della forza ſpignente foſſe AFY = 62°, ſi ſcorge, che la *deriva*, ovvero l'angolo AFX ſarebbe quaſi = 10°. Ma ci ſi preſenta un inconveniente; gli angoli AFY ſaltano per intervalli aſſai grandi, di maniera che è facile applicarvi una ſufficiente interpolazione. Intanto queſta quiſtione preſentandoſi per lo più nella pratica, ſarà neceſſario calcolare un' altra tavola, ove ſi poſſa ritrovare per ciaſcuna ſpecie di vaſcello, e per ciaſcun angolo AFY il vero valore della *deriva* AFX. Baſterà far creſcere gli angoli AFY da dieci in dieci gradi infino a 60°, dipoi infino ad 80° da cinque in cinque gradi, finalmente per via di gradi ſemplici da 80° infino ad 85°: ſarebbe coſa inutile andar oltre 85°. Per calcolar queſta tavola ci ſerviremo di queſta formola $tang\,\varphi. = \sqrt{\left(\frac{2b^3}{a^3}.\ tang.\psi\right)}$, donde ſi ricava $log.\ tang.\ \varphi = \frac{1}{2}\ log.\ tang.\ \psi - \frac{1}{2}\ log.\ \frac{a^3}{2b^3}$. Dunque daremo la ſeguente forma a queſta tavola,

Tavola per conoscere la deriva de' vascelli di ciascun genere data l' obliquità della forza spingente AFY.

L' Angolo AFY	Lunghezza del vascello AB. 3 CD		$3\frac{1}{2}$ CD		4 CD		$4\frac{1}{2}$ CD	
10°	6°	31'	5°	11'	4°	14'	3°	33'
20	9	19	7	25	6	5	5	7
30	11	41	9	19	7	39	6	25
40	14	1	11	11	9	12	7	44
50	16	33	13	16	10	55	9	11
60	19	43	15	52	13	6	11	3
65	21	43	17	31	14	29	12	15
70	24	17	19	42	16	20	13	48
75	27	44	22	39	18	51	15	56
80	32	57	27	13	22	50	19	26
81	34	22	28	29	23	57	20	25
82	35	59	29	57	25	15	21	34
83	37	49	31	38	26	45	22	54
84	40	1	33	40	28	37	24	33
85	42	37	36	9	30	52	26	36

Tavola per conoscere la deriva de' vascelli di ciascuna specie data l' obliquità della forza spingente AFY.

L'Angolo AFY	Lunghezza del vascello AB. 5	CD	$5\frac{1}{2}$	CD	6	CD
10°	3°	2'	2°	38'	2°	19'
20	4	22	3	47	3	19
30	5	29	4	45	4	11
40	6	37	5	44	5	3
50	7	52	6	49	5	59
60	9	27	8	13	7	13
65	10	31	9	7	8	1
70	11	50	10	18	9	4
75	13	44	11	57	10	32
80	16	46	14	38	12	55
81	17	38	15	24	13	36
82	18	39	16	18	14	24
83	19	50	17	22	15	21
84	21	19	18	41	16	32
85	23	9	20	20	18	1

§. 37. Intanto coll'ajuto di questa tavola sarà cosa facile sciogliere la quistione, di cui sopra abbiamo parlato, in cui si trattava di assegnare per ciascuna spezie di vascello le due obliquità, ovvero gli angoli AFX, ed AFY, tali, che la lor differenza, ovvero l' angolo XFY divenisse il più grande. La risoluzione di questo problema è di somma importanza nell' arte del pilotaggio, affin di poter profittare di tutti i venti, siccome da noi si dimostrerà più precisamente nella Parte seguente. Frattanto

tanto rapporteremo quì i due angoli AFX, ed AFY, che danno la più grande differenza per ciascuna spezie di vascello. Tutto ciò appunto si ravvisa nella tavola seguente.

Specie del vascello	Angolo AFX		Angolo AFY		Loro differ. XFY	
AB = 3 CD	29°	30′	76°	53′	47°	23′
AB = $3\frac{1}{2}$ CD	26	4	78	56	52	52
AB = 4 CD	23	45	80	6	56	21
AB = $4\frac{1}{2}$ CD	20	0	80	36	60	36
AB = 5 CD	18	27	81	53	63	26
AB = $5\frac{1}{2}$ CD	16	18	82	6	65	48
AB = 6 CD	15	4	82	50	67	46

§. 38. Finora abbiamo considerato solamente la direzione della forza spingente; or da' principj, donde l'abbiam ricavata, si può anche conchiudere la forza ricercata per imprimere al vascello la velocità data c. Di sopra (§. 22.) abbiam ritrovato la formola $\sqrt{(P^2 \, cos.\varphi^4 + Q^2 . sen.\varphi^4)}$. Per esprimere la forza che cerchiamo, lo stesso §. ci somministra questa equazione: $tang.\psi = \frac{Q}{P}\, tang.\varphi^2$, donde si ricava $P = \frac{Q.\, tang.\varphi^2}{tang.\psi}$, e per conseguenza $P.\, cos.\varphi^2 = \frac{Q.\, sen.\varphi^2}{tang.\psi}$, e $P^2 \, cos.\varphi^4 = \frac{Q^2 \, sen.\varphi^4}{tang.\psi^2} = \frac{Q^2 \, sen.\varphi^4 \, cos.\psi^2}{sen.\psi^2}$. Nella formola sostituendo quest'ultimo valore di $P^2 cos.\varphi^4$, diventerà essa $Q\, sen.\varphi^2 \sqrt{\left(\frac{cos.\psi^2}{sen.\psi^2} + 1\right)} = Q.\, sen.\varphi^2 \times \sqrt{\left(\frac{cos.\psi^2 + sen.\psi^2}{sen.\psi^2}\right)}$
$= Q$

$= \frac{Q.\mathit{sen.}\varphi^2}{\mathit{sen.}\psi}$, espressione della forza spingente: di più abbiam ritrovato (§. 34.), che il valore di Q. era la quantità $\frac{3}{4}\ a, e. \frac{2aa}{2aa+bb}$, moltiplicata per $\frac{cc}{4g}$. Dunque l'espressione della forza spingente sarà $\frac{cc}{4g} . \frac{3}{4}\ a, e\ \frac{2aa}{2aa+bb} . \frac{\mathit{sen.}\varphi^2}{\mathit{sen.}\psi}$, ovvero semplicemente $\frac{cc}{4g}\ \frac{3}{4}\ a, e\ \frac{\mathit{sen.}\varphi^2}{\mathit{sen.}\psi}$, potendo essere la quantità bb trascurata relativamente a $2aa$. Se la forza spingente fosse data, ed $=$ F, facilmente se ne conchiuderebbe la velocità, che il vascello riceverà col mezzo di questa uguaglianza $\frac{cc}{4g} = \frac{4F}{3ae} . \frac{\mathit{sen}\ \psi}{\mathit{sen.}\varphi^2}$. Siccome ognun vede abbiam determinato la grandezza della forza spingente. Resta a determinare il luogo dell' applicazione di questa forza. Questo sarà l' oggetto delle nostre ricerche nel Capo seguente.

§. 39. Prima di por fine a questo Capitolo, farem osservare un assai singolar paradosso nella formola $\sqrt{P^2\ \mathit{cos.}\varphi^4 + Q^2\ \mathit{sen.}\varphi^4}$, la quale esprime la forza della resistenza. Essa diviene $=$ P, qualora $\varphi = 0$, e $=$ Q, allorchè $\varphi = 90°$. Il primo di questi casi ha luogo, quando il vascello nel suo corso segue la direzione del grande asse BA, ed il secondo, qualora si muove nella direzione del picciolo asse CD. Potrebbe sembrare, da ciò seguire, che essen-

essendo Q molte volte più grande di P, la più picciola resistenza dovrebbe aver luogo nel corso diretto, ove non v' ha più la deriva φ. Intanto è certo, che la resistenza diverrà ancora più picciola nel caso d'una certa deriva, che ha luogo, quando *tang.* $\varphi = \frac{P}{Q}$, e che per conseguenza sarà picciolissima. Perciocchè allora si avrà *sen.* $\varphi = \frac{P}{\sqrt{PP + QQ}}$, *cos.* $\varphi = \frac{Q}{\sqrt{PP + QQ}}$, e conseguentemente PP *cos.* $\varphi^4 = \frac{PPQ^4}{(PP + QQ)^2}$, e QQ *sen.* $\varphi^4 = \frac{QQP^4}{(PP+QQ)^2}$: dunque PP *cos.* φ^4 + QQ *sen.* $\varphi^4 = \frac{PPQ^4 + QQP^4}{(PP + QQ)^2} = \frac{PPQQ}{PP+QQ}$, la cui radice quadrata dà la resistenza $= \frac{PQ}{\sqrt{PP + QQ}}$, quantità più picciola di P, perchè $\frac{Q}{\sqrt{PP + QQ}}$ è più picciolo che 1. Ecco il grande paradosso: dandosi al vascello una picciola *deriva* φ, talmente che *tang.* $\varphi = \frac{P}{Q}$, la resistenza si trova più picciola, che nel corso diretto. Ecco il caso da noi sopra notato, in cui XFY svanisce: in guisa che la direzione della resistenza è direttamente contraria a quella del movimento.

CA-

Capo VI.

Intorno al luogo dell' applicazione della forza spingente.

§. 40. Allorchè considerammo, come di sopra fatto abbiamo, la carena come un parallelogrammo rettangolo, la forza della resistenza s' è trovata applicata al centro medesimo della carena F, ed avendo in seguito renduto generale questa ipotesi, le conseguenze, che ne tirammo, ad altro riguardo non hanno se non se alla quantità della resistenza F*y*, e alla sua obliquità, ovvero all' angolo *r*F*y*, che la sua direzione fa assieme col grande asse AB; e molto anderebbe errato chi volesse distendere questa generalità fino al luogo dell' applicazione. Per convincersi di questa verità, fa di mestiero supporre la carena della figura d' un rombo ACBD, di cui il grande asse sia AB, ed il picciolo CD, e farla muovere nella direzione FX, in guisa tale, che la *deriva* AFX sia minore dell' angolo ABC. Questo supposto è altrettanto più ragionevole, quanto le derive mai non divengono assai considerevoli, e che dall' altra parte è sufficiente, pel nostro oggetto, trovare il vero luogo dell' applicazione per le picciole derive. Ciò posto, è cosa chiara, che il vascello non sarà spinto dall' acqua,

Fig. 11.

Fig. 12.

qua, ſe non ſe nelle due facce d'avanti AC, e AD; e poichè l'obliquità d'incidenza è in tutto la ſteſſa su ciaſcuna delle facce, la mezzana direzione della forza dell'acqua paſſerà pe' punti M e N, ove quelle ſono diviſe in due parti uguali; ma queſte forze ſono perpendicolari alle facce: tirando dunque le perpendicolari MQ, e NQ, queſte ſi taglieranno ſul grande aſſe nel punto Q, pel quale paſſerà la mezzana direzione di queſte due forze, che è la ſteſſa della reſiſtenza medeſima.

§. 41. Adunque in queſto caſo la direzione della forza ſpingente QY paſſerà pel punto Q, ovvero la forza ricercata per mantenere il vaſcello nel ſuo movimento obliquo, dovrà eſſere applicata al punto Q, o piuttoſto ad un altro punto elevato perpendicolarmente al di ſopra di Q. Noi quì ci reſtringiamo a cercare la diſtanza orizzontale del mezzo del vaſcello F, al punto, ove dee applicarſi detta forza, ſenza punto brigarci anche della ſua altezza verticale, che dipende da circoſtanze particolari, che ſvilupperemo in avanti. Per determinare il punto Q, ſi tirerà CK perpendicolare al lato AC; è chiaro, che il punto Q ſi troverà nel mezzo dell' intervallo AK, e s' avrà queſta proporzione AF : FC : : FC : FK, e conſeguentemente FK $= \frac{FC^2}{AF}$, ed AK $= AF + \frac{FC^2}{AF}$, la cui metà AQ $= \frac{1}{2} AF + \frac{CF^2}{2AF}$, donde ſi conchiude l'intervallo FQ $= \frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\,AF-\frac{CF^2}{2AF}$. Dunque avanti al centro F della carena, cioè in Q dee essere applicata la forza spingente, ed introducendo nel valore di FQ l' intiera lunghezza $AB=a$, e tutta la larghezza $CD=b$ avremo l' intervallo $FQ=\frac{1}{4}\,a-\frac{bb}{4a}$.

§. 42. Paragoniamo ora le due figure, che abbiam dato alla carena: quella d'un parallelogrammo rettangolo ci avea somministrato l'intervallo $FQ=0$, quella d' un rombo ci ha dato questo intervallo $FQ=\frac{a}{4}-\frac{bb}{4a}$ donde conchiudiamo, che, essendo tutte le figure delle carene egualmente lontane da queste due figure estreme, le quali possono riguardarsi come limiti per tutti i vascelli in generale, l' intervallo IQ terrà un certo mezzo tra questi due valori o, ed $\frac{a}{4}\ \frac{bb}{4a}$. Possiamo dunque, senza timore di molto errare, stabilire generalmente questa distanza $FQ=\frac{a}{8}\ \frac{bb}{8a}$: se succede, che questo valore divenga alle volte un pò troppo grande, altre volte un poco troppo picciolo, la differenza sarà quasi sempre insensibile, e potrà non aversene conto nella pratica.

§. 43. Determinata così la distanza FQ, e dovendo la forza spingente essere applicata ne' corsi obliqui al di sopra del punto Q, chiaramente si vede, che in questo punto l' albero principale del vascello, o sia quello, che può riguardarsi come equivalente a tutti gli alberi presi insieme, dee piantarsi. E' cosa dunque importantissima determinar questo punto con esattezza. Si vede subito, che l'albero principale dee essere più vicino alla prora A, che alla poppa B; così praticano i costruttori, ed essi non s'allontanano guari da un certo rapporto tra le distanze AQ, e BQ, che le fanno quasi generalmente come 2 a 3; lo che molto bene s'accorda colle nostre determinazioni: poichè avendo $AQ = \frac{3}{8}a + \frac{bb}{8a}$, e $BQ = \frac{5}{8}a - \frac{bb}{8a}$, il rapporto tra AQ, e BQ diviene $3 + \frac{bb}{aa} : 5 - \frac{bb}{aa}$, quale rapporto sarebbe lo stesso, che quello di 2 : 3; se l'avesse $\frac{bb}{aa} = \frac{1}{5}$. Ma fa duopo considerare, che la supposizione, sulla quale abbiamo assignato all'intervallo FQ un valore mezzo aritmetico tra i due limiti, potrebbe allontanarsi un poco dalla verità. Similmente sembra probabile, che le figure reali s'accostano un poco più al rettangolo, che al rombo; così supponendo $FQ = \frac{2}{5}\left(\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}\right)$, s'avrebbe $AQ = \frac{2}{5}a + \frac{bb}{10\,aa}$, e $BQ = \frac{3}{5}a - \frac{bb}{10\,aa}$. Valori, di cui il rapporto sarà di 2 : 3, se non s'ha conto del picciolissimo termine $\frac{bb}{10\,aa}$. L'osservazione da noi fatta dell'accordo della sperienza colla nostra teoria, non può non rassodare il metodo di cui siamo valuti.

§. 44. Vediamo ora cosa avverrebbe, se la forza spingente non fosse applicata nel luogo, ove dee esse-

essere. Sul principio si vede, che per quanto è al moto progressivo del vascello, la resistenza produrrebbe sempre il medesimo effetto in qualunque parte la forza fosse applicata, purchè questo fosse sotto la medesima direzione, e che una forza contraria non distruggesse l'effetto, in qualunque luogo quella fosse applicata. In questa guisa il luogo dell'applicazione è assolutamente indifferente per rapporto al moto progressivo. Ma non è punto così relativamente all'inclinazione del vascello, che dipende dal momento della forza della resistenza per rapporto ad un asse orizzontale, che passa pel centro di gravità; e sebbene la forza contraria fosse uguale alla resistenza, potrebbe non ostante accadere, che l'inclinazione cagionata dalla resistenza, non fosse distrutta, ovvero ne risultasse una nuova. Ciò ordinariamente avviene ne' corsi obliqui; e sembra quasi impossibile d'impedire, che il vascello allora non soffra un'inclinazione sensibilissima: ma un vascello inclinato dee soffrire un'altra resistenza fuori di quella, che abbiamo assegnata; e sembra, che la resistenza diretta P debba spessissimo ricevere un qualche aumento, mentre che la laterale Q è alquanto diminuita: dunque la frazione $\frac{P}{Q}$ nella formola $tang. \psi = \frac{P}{Q} tang. \phi^2$, sarà alquanto accresciuta. Ciò non impedisce, che questa formola, e le tavole da quella dedotte, non possono essere di uso. Fa duopo di-

 mi-

minuire alquanto il rapporto della lunghezza alla larghezza del vascello. Così, se il vascello s'appartenesse alla quarta spezie, bisognerebbe far uso delle tavole della terza spezie.

§. 45. Ma ciò, che fa quì il principale oggetto, s'è il momento della resistenza per rapporto all'asse verticale del vascello, che passa pel suo centro di gravità; così nella figura tredicesima, ove la linea Qy rappresenta la forza della resistenza, e l'asse verticale passa pel punto F, il momento di questa forza è $Qy . QF$ *sen.* FQy, ed ha la mira a far girare il vascello dattorno l'asse verticale nel lato $A\alpha$. Da che ne segue, che se la forza spingente non è applicata in guisa, che il momento, il quale ne risulta nel lato contrario, sia precisamente uguale a quello, il vascello riceverà un movimento di rotazione dattorno del suo asse verticale; e se questo movimento non è distrutto, il vascello non potrà mantenersi nel corso proposto: poichè se la differenza nel luogo dell'applicazione della forza fosse alquanto considerabile, il timone solo non basterebbe a distruggere cotale effetto. Da ciò segue la necessità di osservare la regola, che abbiam ritrovata per lo luogo dell'applicazione della forza spingente, potendo l'effetto, che risulterebbe da un picciolo sbaglio, almeno a poc'a presso esser distrutto dall'azion del timone; oltrechè i piloti debbo-

no

no sempre avere alcune vele a loro disposizione, per supplire all' azion del timone.

§. 46. Abbiamo fin quì considerato tutte queste forze come applicate alla superficie dell' acqua; ma facil cosa è vedere, che soprattutto si dee por mente all' altezza, alla quale s' applica la forza spingente, allorchè trattasi dell' inclinazione, che soffrirà il vascello sì dall' azione della resistenza, come da quella della forza spingente; essendo cosa chiara, che quanto più il luogo dell'applicazione sarà elevato, tanto maggiormente il vascello sarà inclinato; e poichè nel corso obliquo della direzione della forza spingente QY è quasi perpendicolare al grande asse AB, ne risulterà un momento considerevolissimo per inclinare il vascello dattorno a detto asse; il cui effetto tanto maggiormente s' ha da temere, quanto più picciola è la stabilità per rapporto al medesimo asse; donde chiaro si scorge, che per render i vascelli atti a seguire i corsi obliqui, abbisogna accrescere la loro stabilità per rapporto al grande asse. Questa materia tratteremo con più di particolarità nella Parte seguente.

CAPO VII.

Su l' azione del timone nel corso diretto.

§. 47. SUpponendo, che la figura rappresenti una
Fig. 14. sezione orizzontale della carena ad una profondità qualunque sotto la superficie dell' acqua, sia BA il grande asse, la cui direzione è la stessa di quella del movimento, di cui la velocità $= c$, e che l'asse verticale del vascello passi pel punto F. Sia di più BK il timone fissato ad una obliquità qualunque, misurato dall' angolo bBK, che supporremo $= \zeta$. Ciò posto, si tratta di trovare l' effetto del timone, per far girare il vascello dattorno il suo asse verticale, insegnandoci la meccanica, che tutti i movimenti di rotazione debbono rapportarsi ad un asse, che passa per lo centro di gravità del corpo. In questa guisa dobbiamo primieramente cercare la forza, che agisce sul timore in questa situazione, ed in seguito il momento determinare per rapporto all' asse verticale FG, ovvero per rapporto al punto F.

§. 48. Allorchè il vascello camina nella direzione BA colla velocità $= c$, il timone BK sostiene il medesimo sforzo, che se l' acqua l' urtasse in una direzione contraria colla velocità stessa; supponendo niente di meno, che detto urto, ovvero la sua dire-

direzione non è turbata dalla figura della carena; perchè di leggieri si comprende, che la figura del corpo del vascello può alterare moltissimo non solamente la direzione, ma anche la velocità, colla quale l'acqua percuote il timone. Ma cominceremo le nostre ricerche su questo soggetto, facendo astrazione da queste irregolarità; supporremo che l'acqua urti il timone BK nella direzione BA, o sia IL con la velocità $= c$, e sviluppato che avremo questo caso, non sarà difficile valutare l'errori, che possono esser cagionati dalle dette irregolarità.

§. 49. Il timone essendo un piano, su cui l'acqua arriva dappertutto sotto la stessa obliquità BLI $=$ bBK $= \zeta$, la mezzana direzione degli sforzi dell'acqua passerà per lo centro di gravità della parte della sua aja tuffata nell'acqua. Supporremo questo centro in L, e facendo questa porzione dell'aja $= ff$, avremo la forza dell'acqua uguale al peso d'una massa d'acqua, il cui volume è uguale al prodotto dell'aja ff pel $sen.\ \zeta^2$, quadrato del seno d'incidenza, moltiplicato per $\frac{cc}{4g}$, in guisa che questa forza sarà $= \frac{cc\,ff}{4g} \cdot sen.\ \zeta^2$, passando la sua direzione Lb per lo punto L, ed essendo perpendicolare al piano del timone. Per meglio giudicare dell'effetto di questa forza, la divideremo in due laterali secondo Lp parallela all'asse AB, e secondo Lq, che è a quello perpendicolare. Chiamando poi in appresso l'intervallo BL, l, avremo a cagion dell'angolo bBL $= \zeta$, B$q = l$ *cos.* ζ e L$q = l$ *sen.* ζ: ma l'angolo L$bp = \zeta$, dunque s'avrà col dividere la forza secondo L$p = \frac{cc\,ff}{4g}$ *sen.* ζ^3, e quella secondo L$q = \frac{cc\,ff}{4g}$ *sen.* ζ^2 *cos.* ζ; la prima Lp s'oppone direttamente al movimento del vascello, la seconda Lq spinge il medesimo di fianco, come se l'una, e l'altra fossero applicate al centro di gravità del vascello. Ecco l'effetto dell'azion del timone in riguardo al movimento progressivo del vascello.

§. 50. Or secondochè queste due forze Lp, Lq cadono al di sopra, o al di sotto del centro di gravità, somministrano de' momenti, il cui effetto è d'inchinare il vascello; la prima Lp dattorno al picciolo asse, o sia all'asse trasversale del vascello, e l'altra Lq dattorno il suo grande asse. Ma il centro di gravità G del vascello ordinariamente trovandosi più in alto del punto L, se si suppone quest'altezza FG $= h$, il momento della prima forza Lp sarà $= \frac{cc\,ff\,h}{4g}$ *sen.* ζ^3, di cui l'effetto è d'inclinare il vascello verso la prora, che sarà tuffata di vantaggio nell'acqua. L'altra forza Lq dà il momento $\frac{cc\,ff\,h}{4g}$. *sen.* ζ^2. *cos.* ζ, che tende ad inclinare il vascello verso il lato dritto della figura, ovvero verso la parte, ove si trova il timone. Si noterà, che questi effetti saranno tanto meno sensibili, quanto più basso sarà situato il centro di gravità tà G del vascello, e perchè l'altezza FG $= h$ non potrebbe mai esser considerabile, un tal effetto del timone mai non può divenir pericoloso; ond'è, che ordinariamente non vi si fa alcuna attenzione.

§. 51. L'effetto principale del timone è il movimento, che imprime al vascello dattorno l'asse verticale GF, e per trovare questo movimento uopo è cercare il momento delle forze per rapporto al medesimo asse verticale FG. La forza secondo Lp essendo moltiplicata per l'intervallo L$q = l\ sen.\ \zeta$, per l'asse FG, ci darà il momento $\frac{cc\,ff}{4g}.\ l\ sen.\ \zeta^4$, il quale tende a voltare la prora A verso la destra. L'altra forza secondo Lq essendo moltiplicata per l'intervallo qF $=$ Bq $+$ BF dà un momento espresso per questi due termini $\frac{cc\,ff\,l}{4g}.\ sen.\ \zeta^2\ cos.\ \zeta^2 + \frac{cc\,ff}{4g}$ $sen.\ \zeta^2\ cos.\ \zeta$ BF, il di cui effetto è di fare egualmente voltare la prora verso la destra, ovvero verso quella parte, dove si trova il timone. Uniamo insieme questi due momenti, la loro somma sarà il momento intero, il quale tende a far voltare il vascello dattorno all'asse FG nella direzione Aa: questa somma è $\frac{cc\,ff\,l}{4g}\ sen.\ \zeta^2 + \frac{cc\,ff}{4g}\ sen.\ \zeta^2\ cos.\ \zeta$ BF. Questa formola fa vedere, che se l'angolo bBK fosse $= o$, ovvero se il timone fosse nel suo sito naturale, questo momento di forza totalmente svanirebbe. Nel caso, ove s'avesse questo stesso angolo $\zeta = 90$, il momento diverrebbe $\frac{cc\,ff\,l}{4g}$, e per questo

sto motivo picciolissimo, essendochè la linea BF, che in più volte avanza l'intervallo l non entrà nel calcolo.

§. 52. In questo caso di $\zeta = 0$ non essendovi affatto alcuno effetto del timone, e questo stesso essendo assai picciolo, qualora $\zeta = 90°$, è cosa evidente, che vi dee essere un certo angolo mezzano, che rende questo effetto il più grande, che sia possibile. Per ritrovar questo angolo tralasciam da principio nella nostra formola la parte $\frac{cc\,ff\,l}{4g}$ *sen.* ζ^2, la quale è picciolissima a riguardo dell' altra, in guisa che la quistione si riduce a trovare qual valore si debba dare all'angolo ζ, perchè la formola $\frac{cc\,ff}{4g}$. *sen.* ζ^2 *cos.* ζ. BF, ovvero semplicemente questa *sen.* ζ^2 *cos.* ζ abbia il più grande valore, che sia possibile. Le regole dell'analisi c'insegnano, che allora questo più grande valore ha luogo, quando *tang.* $\zeta = \sqrt{2}$, ovvero quando *sen.* $\zeta = \sqrt{\tfrac{2}{3}}$, e *cos.* $\zeta = \sqrt{\tfrac{1}{3}}$: l'angolo che noi cerchiamo bBK dee essere $= 54°, 44'$ cioè dire sotto questo angolo il timone produce il più grande effetto per far girare il vascello; ed il momento, intralasciando il picciolo intervallo l, sarà $= \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{cc\,ff.\,BF}{g}$. Se si volesse tener conto del picciolo intervallo BL $= l$, si farebbe la distanza BF $= a$, per aver questa formola: $\frac{cc\,ff\,l}{4g}$ *sen.* $\zeta^2 + \frac{cc\,ff\,a}{4g}$ *sen.* ζ^2 *cos.* ζ, ovvero $\frac{cc\,ff}{4g}$ (l *sen.* $\zeta^2 + a$ *sen.* ζ^2 *cos.* ζ) che deve essere un massi-

massimo, ovvero semplicemente questa $l\,sen.\,\zeta^2 + a\,sen.\,\zeta^2\,cos.\,\zeta$. Quivi le regole dell' analisi ci conducono a questa uguaglianza: $3\,cos.\,\zeta^2 + \frac{2l}{a}\,cos.\,\zeta - 1 = 0$. Ma perchè $\frac{l}{a}$ è sempre una frazione picciolissima, l'angolo ζ, che darà questa equazione, non sarà molto differente dal precedente, il quale è di 54°, 44'. Da ciò si deriva questa approssimazione assai semplice: s'aggiungeranno all'angolo 54°. 44' tanti gradi, quante unità contiene la quantità $\frac{23l}{a}$ cioè si farà $\zeta = 54^\circ\,44' + \frac{23l^\circ}{a}$.

§. 53. Questa determinazione non ha luogo, se non che quando l'acqua può liberamente pervenire sul timone nella direzione AB, ovvero IL, la qual cosa ha luogo solamente nella sezione orizzontale la più profonda della carena, ove è terminata dalla chiglia. Questa parte essendo quasi una linea retta, non impedisce l'acqua di arrivare sul timone nella direzione IL colla sua intiera velocità $= c$. Ma non si dee dire la stessa cosa d' ogni altra sezione orizzontale della carena al di sotto della chiglia; essa avrà verso il mezzo una assai grande larghezza, la quale impedirà l' acqua di portarsi liberamente sul timone. Se la lunghezza PK del timone fosse molto più grande della mezzo-larghezza della sezione, vi potrebbe l'acqua pervenire liberamente almeno sulla sua estremità K; ma questa lunghezza PK essendo ordinariamente più picciola della

della mezzo-larghezza FD, l'azione dell'acqua ſul timone ſarà tanto più alterata, quanto più vicini ſaranno al punto B i punti, ove urterà; ciocchè dee neceſſariamente rendere aſſai inviluppata la ricerca dell'effetto del timone. Fa duopo anche confeſſare, che non ſi è troppo ben conoſciuta la teoria del movimento de'fluidi; ſicchè non ſi può determinare l'alterazione, che ſoffrirà non ſolo la velocità, ma anche la direzione d'un fluido, che ſcorre per allato ad un corpo ſolido. Intanto procureremo di ſpargere su queſta cotal quiſtione il più gran lume, che ſi può, affinchè ſi regoli la pratica con una ſufficiente ſicurezza.

Fig. 15. §. 54. Sia dunque ACBD la figura d'una ſezione orizzontale al di ſopra della chiglia, la cui lunghezza ſia AB, e la larghezza CD, e la velocità del vaſcello ſeguendo la direzione BA $= c$, come di ſopra; BK la poſizione del timone, che fa con la chiglia l'angolo $= \zeta$, ed L il centro di gravità della ſuperficie del timone, o almeno della parte, che corriſponde a detta ſezione. Ciò poſto, è coſa manifeſta, che l'acqua non potrebbe pervenire ſul timone vicino al punto B, che ſeguendo la direzione CB, cioè a dire ſecondo la direzione de'lati di queſta ſezione vicino la poppa: donde ſi vede, che ſe cotale ſezione conſervaſſe la ſua mezzo-larghezza FC quaſi fino alla poppa, e che il lato CB andaſ-

andasse ad unirvisi per mezzo d'una curvatura sensibilissima, l'acqua vicino B non avrebbe alcuno movimento; in guisa tale, che non agirebbe sul timone, il quale conseguentemente non produrrebbe effetto alcuno. Fa di mestieri dunque, che il lato ACB non abbia in parte alcuna curvatura, e soprattutto non sia angoloso; ma che la larghezza FC diminuisca a poco a poco verso il punto B, con tanto poco di curvatura, quanto ne permettono le circostanze.

§. 55. Supponghiamo adunque, che l'acqua coli effettivamente vicino B secondo la direzione cB, e sia l'angolo $CBc = \beta$, e poichè la lunghezza del timone BK è sempre picciolissima per rapporto alle dimensioni del vascello, possiam supporre, che l'acqua coli secondo la medesima direzione su tutto il timone BK. Sia di più tirata la linea Li parallela a Bc per dinotare la direzione del movimento dell'acqua. Ciò posto, l'angolo BLI essendo $= \zeta$, e l'angolo $ILi = \beta$, l'obliquità sotto la quale il timone è percosso, sarà $= \beta + \zeta$: per rapporto alla velocità, sperimenteremo subito, che non è più $= c$, ma $= c. cos. \beta$; in guisa tale, che la formola trovata per lo caso precedente di leggieri s'applicherà al presente, scrivendo $c. cos. \beta$, in vece di c, e l'angolo $\beta + \zeta$ in vece di ζ; ciocchè ci darà per espressione della forza, colla quale le il timone sarà urtato dall'acqua $\frac{cc.\, cof.\, \beta^2}{4g}$. ff. sen. $(\beta+\zeta)^2$; (§. 49.). Da questa formola si vede, che più l'angolo β s'accosta al $90°$, più questa forza diverrà picciola, e diverrebbe nulla, se l'angolo ILi diventasse retto. Or questo è il caso precisamente, in cui abbiamo già notato, che l'acqua non eserciterebbe azione alcuna sul timone. Per ritrovare il momento di questa forza per rapporto all'asse verticale del vascello, si può nelle formole di sopra non aver conto della picciola parte, che comprenderebbe la lettera l, e l'altra parte, che è la maggiore, si troverà moltiplicando la forza sì per l'intervallo BF, come pel coseno dell'obliquità del timone, ovvero per $cof.\, \zeta$, in guisa che il momento di forza del timone sarà, pel caso di cui si quistiona, $\frac{cc.\, cof.\, \beta^2}{4g}$. ff. sen. $(\beta+\zeta)^2.\, cof.\, \zeta \times$ BF.

§. 56. Intanto, per trovare l'angolo ζ, o sia l'obliquità del timone, che produce il più grande effetto, l'analisi ci dà questa regola: che si cerchi un angolo γ, tale, che $cof.\, \gamma = \frac{1}{3}.\, cof.\, \beta$, e trovato quest'angolo, si piglia $\zeta = 90° - \frac{\beta+\gamma}{2}$. Così, se l'angolo β, o sia ILi fosse di $45°$, ovvero l'angolo CBD $= 90°$, s'avrebbe $cof.\, \beta = 7071068$, e conseguentemente $\frac{1}{3}\, cof.\, \beta = 2357023 = cof.\, \gamma$, donde si tira $\gamma = 76°, 22'$; dunque $\frac{\beta+\gamma}{2} = 60°, 41'$. Per conseguenza l'angolo $\zeta = 29°, 19'$, che vedesi essere molto più picciolo, che per la sezione la più bassa

baſſa della carena, ove abbiamo $\zeta = 50°, 41'$. Da queſto ſi può ricavare il valore, che andiamo trovando, facendo $\beta = 0$, quello, che precedentemente abbiamo trovato; poichè avendo allora *coſ.* $\beta = 1,0000000$, avremo *coſ.* $\gamma = 0,3333333$, e da queſto $\gamma = 70°, 32'$; dunque $\frac{\beta + \gamma}{2} = 35°, 16'$, ed in conſeguenza $\zeta = 54°, 44'$, ſiccome l' abbiam di ſopra trovato. Quindi ſi deriva un avvertimento molto importante pe' Piloti, che per aver il più pronto effetto del timone, fa biſogno dargli un' obliquità minore di quella di $54°, 44'$ fin quì preſcritta da' Geometri; poichè ſe la più alta ſezione della carena ricerca una obliquità di $29°, 18'$, eſigendone la più baſſa una di $54°, 44'$, abbiſogna ſenza dubbio prenderne una tra queſti due limiti. La mezza aritmetica ſarebbe $= 42°, 1'$; ma come il timone è molto più largo nel baſſo, che alla ſuperficie dell' acqua, e come gli urti nel baſſo ſono molto più forti, che in alto, l'obliquità mezzana dee molto più accoſtarſi al più grande limite. Donde ſembra poterſi ſtabilir queſta regola, che un' obliquità di $48°$ in circa quaſi ſempre produrrà il più grande effetto; ovvero, che per ottener queſto più grande effetto, dee il Piloto mettere la ſtanga del timone di maniera, che faccia con l' aſſe del vaſcello un angolo di $48°$, o almeno di $45°$, eſſendo le differenze quaſi inſenſibili nella vicinanza d' un *maſſimo*.

§. 57.

§. 57. Altro non ci resta a fare, se non se esporre le ragioni, che ci han determinato a fissare a c. Fig.16. $cos. \beta$, il valore della velocità, colla quale l'acqua urta il timone. Per ciò fare, supporremo, che la posizione attuale d' una sezione della carena, che noi consideriamo, sia rappresentata nella figura per ABM, essendo AB il grande asse del vascello, BM una parte qualunque del suo fianco, e conseguentemente l' angolo ABM $= \beta$, e che di poi in una seconda di tempo questa figura s' avanzi in abm, per lo spazio B$b = c =$ Mm, essendo la velocità c espressa dallo spazio percorso in una seconda. In questo stato, se l' acqua, che circondava il vascello nella posizione ABM, non lo seguisse nel suo movimento, lo spazio BbmM restarebbe vuoto; ma lo stato di pressione, in cui l' acqua si trova, lo costringe a seguire prontamente il vascello, ed occupare lo spazio BbmM; detta successione si farà pel più corto cammino. Menando dunque dal punto m sul lato BM la perpendicolare mN, è cosa chiara, che l' acqua da N andrà a riempire il vuoto presso m, e facendosi questa successione in una seconda di tempo per lo spazio Nm, la sua velocità sarà espressa da questo medesimo spazio: adunque poichè l'intervallo M$m =$ B$b = c$, e l' angolo mMN $=$ ABM $= \beta$, la vera velocità dell' acqua in N sarà $= c$ $sen. \beta$, essendo la sua direzione Nm. Intanto per ritrotrovare la velocità, colla quale l'acqua percuote il timone, bisogna concepire il vascello in riposo, e tutto il mare correre contro esso con la velocità c nella direzione AB. In questa supposizione una picciola mole d'acqua in N, oltre il suo proprio movimento da N in m, sarà trasportata in n percorrendo Nn parallela, ed eguale a bB. Unendo dunque questo movimento per Nn col proprio movimento per Nm, si terminerà il parallelogrammo MmNn, di cui la diagonale NM rappresenterà tanto la direzione, quanto la velocità, colla quale l'acqua in N si muove a riguardo del vascello. Or, M$m = c$, e l'angolo mMN $= \beta$, questa diagonale NM sarà dunque $= c.\ cos.\ \beta$. La velocità, colla quale l'acqua urta il timone è dunque in effetto $= c.\ cos.\ \beta$, siccome l'abbiam supposto di sopra; e poichè la direzione NM è la medesima, che quella da noi assegnatagli, questa teoria sembra sufficientemente stabilita.

CAPO VIII.

Sull' azion del timone ne' corsi obliqui.

§.58. Cominceremo le nostre ricerche su questo soggetto, che ci proponghiamo in questo Capo, dalle sezioni orizzontali della carena le più basse, che non comprendono se non la chiglia

Fig. 17. del vascello. Supponendo dunque, che la retta AB rappresenti la chiglia. Aα, ovvero FX la direzione del movimento, la cui velocità sia sempre $= c$, di maniera che l'angolo AFX sia l'angolo della deriva, che chiameremo, come per l'innanzi, φ; supponendo di più, che 'l timone BK faccia con la chiglia prolungata l'angolo KBS $= \zeta$, e ciò nella medesima direzione, che la deriva AFX, si tratta di determinare sì la velocità, come la direzione, colla quale l'acqua percuoterà il timone BK. A tal effetto, supporremo il vascello in riposo, e che l'acqua si muove secondo la dirczione αA, o sia XF con una velocità $= c$, subito si vede, che il corpo dalla chiglia opponendosi alla continuazione di questo movimento, l'acqua sarà costretta mutare a poco a poco direzione, a misura che s'accosterà; in guisa che dalla poppa in B seguirà la direzione della chiglia AB con una velocità diminuita, che potrassi valutare eguale a $c. \cos. \varphi$. Ma a qualunque distanza della chiglia, la direzione dell'acqua s'accosterà di più alla sua direzione naturale XF, e altrettanto più, quanto quella più s'allontanerà dalla chiglia; or, il timone avendo poco di estensione, se si suppone il suo mezzo in L, e si tiri la retta IL parallela alla chiglia, e si rappresenti la direzione dell'acqua per la linea iL, l'angolo ILi sarà minore, di quello della *deriva* AFX$= \varphi$, e la velo-

velocità per conseguenza maggiore di $c . cos. \varphi$; ma poichè è impossibile determinare cosa alcuna con precisione su questo soggetto, prenderemo qual che si sia altro angolo θ minore di φ, e supponendo l'angolo IL$i = \theta$, avremo la velocità dell'acqua $= c . cos. \theta$. La forza colla quale l'acqua urta il timone, avrà dunque per espressione $\frac{cc . cos. \theta^2}{4g} . ff . sen. (\zeta + \theta)^2$, a cagion dell'angolo d'incidenza BL$i = \zeta + \theta$: ff esprimendo la superficie del timone in questo luogo, e la linea LS perpendicolare a questa superficie indicando la direzione della forza.

§. 59. Del resto ognun vede, che in questa ricerca bisogna ricorrere a qualche valore supposto per determinare poc'a presso la direzione dell'acqua sul punto L. Questa mancanza d'esattezza non s'avrà per un gran male, se considerasi, che una determinazione esatta non sarebbe più avantaggiosa per la pratica; bastando conoscere all'ingrosso, che l'acqua urterà il timone effettivamente. Or il momento di questa forza per rapporto all'asse verticale FG, non avendo conto della picciola porzione, che dipende dall'intervallo BL, si troverà, come di sopra, $= \frac{cc . cos. \theta^2}{4g} . ff . sen. (\zeta + \theta)^2 . cos. \zeta \times$ BF. Si vede già da questa formola, che per aver il più grande effetto, l'angolo ζ dee esser preso più picciolo di $54°. 44'$. Per conoscere con più esattezza quest' angolo, si cercherà un angolo $\eta = \frac{1}{3} cos. \theta$, e si pi-ſi piglierà $\zeta = 90^\circ - \frac{\eta + \theta}{2}$. Del reſto di rado la *deriva* φ ſorpaſſando 20 gradi, ſi potrà fare $\theta = \frac{1}{2}\varphi$, e la formola non s'allontanerà conſiderabilmente dalla verità. Perchè θ non ſorpaſſando 10 gradi, ſi vede, che non potrebbe riſultarne errore ſenſibile, anche quando queſto angolo doveſſe eſſere di qualche grado o maggiore, o minore. Prendendo dunque $\theta = 10^\circ$, s'avrà $\eta = 70^\circ, 50'$, e $\zeta = 49^\circ, 35'$. In queſta ipoteſi il primo fattore $cc \,.\, cof.\, \theta^2$ non è conſiderabilmente diminuito per la moltiplicazione di $cof.\, \theta^2$: in fatti ſarebbe inutile di voler arrivare ad un più alto grado di preciſione.

Fig. 18. §. 60. Se il timone foſſe voltato dal lato oppoſto a quello della deriva, il caſo ſarebbe affatto differente dal precedente, non potendo la ſuperficie del timone ricevere ſe non ſe l'acqua che viene di là della prora A, ſeguendo la direzione Aα. Or ognun vede, che ſe quella conſervaſſe la ſua direzione, non arriverebbe ad urtare il timone, ancorchè foſſe più lungo dell'ordinario. Ma l'acqua, che ha cominciato a colare ſecondo la direzione Aα cangia inſenſibilmente il ſuo corſo, e curva il cammino preſſappoco ſecondo la linea $\alpha\beta\gamma$, in guiſa che qualcheduno de'ſuoi fili arriva a toccare l'eſtremità del timone. E' vero, che la forza, la quale indi riſulta, non può non eſſere molto più picciola, di quella del caſo precedente. Infatti ſi ſa troppo bene ne per la ſperienza, che è quaſi impoſſibile, in ſimil caſo, di far girare il vaſcello nel lato oppoſto alla deriva per mezzo del timone. I Piloti ordinariamente ſuppliſcono con alcune vele, nè appariſce come ſarebbe poſſibile rimediare altramente a queſto inconveniente, ſe non ſi voleſſe ſtabilire un timone alla prora. Ma oſtacoli aſſolutamente inſormontabili s'oppongono alla pratica di queſto mezzo.

§. 61. Conſideriamo ora una ſezione della carena più elevata, la cui larghezza ſia rappreſentata dalla linea CD, la lunghezza, ſiccome quì innanzi, dalla linea BA, la direzione del movimento dalla retta FX, e la *deriva* dall' angolo AFX $= \phi$. *Fig.19.* Ciò poſto, eſſendo il timone voltato dalla parte della *deriva*, e la ſua obliquità eſſendo l' angolo SBK $= \zeta$, è chiaro, che in queſto caſo l'acqua può colare più liberamente ſul timone, che nel corſo diretto, e per conſeguenza perderà meno della ſua velocità: le determinazioni, che abbiam trovato nel Capo precedente, avran luogo anche quì. Ma come l' obliquità d'incidenza dell'acqua è più grande nel caſo preſente, anche per la ſezione più baſſa della carena, ſegue, che per produrre il più grande effetto, l' angolo ζ dee eſſer preſo più picciolo, che quello di ſopra, e forſe ſarà coſa buona di non portar queſto angolo SBK di là di 40 gradi. Queſto avvertimento del reſto non è d' una grande utilità per la pratica; i Piloti ben s' avvedono se il vascello obbedisce al timone, o nò; e quale obliquità convengasi dargli per aver l' effetto il più grande, e 'l più pronto.

§. 62. La maggior difficoltà s' incontra, quando il timone BK è voltato dal lato opposto alla deriva. Sul principio si vede, che l' acqua, che cola dalla prora secondo la direzione A*a*, può appena arrivare sul timone, sebbene curvi a poco a poco il suo cammino. Così si vede, che in questo caso la maggior parte de' vascelli non obbedisce interamente all' azione del timone; il cui effetto sarebbe sempre molto minore, che nel corso diretto, quando anche l' acqua arrivasse ad urtarlo. La figura fa vedere ancora, che quanto più il vascello è corto per rapporto alla sua larghezza, tanto questo effetto è meno sensibile. Ma se la lunghezza del vascello sorpassi più volte la sua larghezza, e la poppa sia molto tagliata, ovvero lavorata verso il timone, la sua azione sul timone potrà divenire assai considerevole; vantaggio di somma considerazione di tale spezie di vascelli. Infatti noi vediamo, che i costruttori de' vascelli hanno uso di restringere insensibilmente la figura della poppa, togliendo quasi tutta la curvatura, per procurare a' loro vascelli l' eccellente prerogativa d' obbedire al timone. I Costruttori hanno anche inventato un

altro

altro mezzo propriissimo per venir a capo del medesimo oggetto; dando alla chiglia una posizione inclinata all' orizzonte, in guisa, che la poppa, e conseguentemente il timone siano tuffati alla più grande altezza, che l' innanzi del vascello. Per questo mezzo, l' acqua giunge sul timone, e l'urta nella sua parte inferiore con più libertà. V' ha ancora in questo caso una circostanza, che facilita l' azione del timone, cioè, che ne' corsi, ove la deriva si trova, per esempio, a destra, il vascello pendendo considerevolissimamente da questo lato, succede, che la chiglia sia molto più scoverta a sinistra; di maniera, che il corpo del vascello più non impedisce tanto l' acque di giungere sul timone.

§. *63*. Del resto buona cosa sia avvertire, che quanto abbiam detto su la più grande azione del timone, non dee sempre riguardarsi come una regola necessaria, in guisa che debba seguirsi in tutti i casi, ove v'ha bisogno di timone. Perchè fintanto che un vascello dee tener lo stesso corso, l'uso del timone non diviene necessario, se non se quando la direzione del vascello si è alquanto mutata per qualche accidente, di maniera che si tratta rimetterlo nel corso. Or una piccciolissima azione è sovente la più sufficiente a produrre questo effetto, e non sarebbe a proposito in un tal caso cercare di dare al timone la ſituazione ricercata per produrre il più grande effetto. Quando dunque ſi domanda di far voltare impetuoſamente il vaſcello, deeſi ricorrere all'azione la più efficace del timone. Fa duopo al preſente eſaminare il movimento di rotazione, che l'azione del timone imprime al vaſcello, ed in qual maniera quella l'imprime. Ciò ſarà il ſoggetto del Capo ſeguente.

CAPO IX.

Sul movimento di rotazione, che l'azion del timone imprime al vaſcello.

§. 64. AFfinchè determinar poſſiamo il movimento di rotazione impreſſo ad un vaſcello d'attorno il ſuo aſſe verticale dall'azion del timone, abbiſogna, prima d'altro fare, determinare appuntino il momento di queſta forza per rapporto all'aſſe verticale del vaſcello. Or noi, abbiam veduto, che queſto momento è ſempre diviſato da una formola di tal fatta: $\frac{\alpha \cdot cc}{4g} \cdot ff \cdot BF \cdot ff$ denotando la ſuperficie del timone, BF la diſtanza del timone dall'aſſe verticale del vaſcello, c la velocità del medeſimo vaſcello, ed α un co-efficiente numerico provegnente dall'obliquità del timone, dalla deriva del vaſcello, e dalla figura della poppa; in guiſa tale, che queſta formola comprende quat-

tro

tro dimensioni lineari, tre delle quali danno un volume d'acqua, il cui peso rappresenta la forza, la quale moltiplicata per la quarta linea, dà quello, che chiamiamo momento della forza. Da che si pare, che questo momento è sempremai proporzionale al quadrato della velocità, di maniera che quanto più rapido è il movimento del vascello, tanto più grande diverrà l'effetto del timone: l'effetto d'un vascello in riposo è insensibile al timone. E' similmente cosa evidente, che questa forza è proporzionale alla superficie del timone *ff*, ed ancora alla distanza BF, donde si vede, che più questa distanza è grande, ovvero più la lunghezza del vascello sorpassa la sua larghezza, più l'azione del timone è efficace. I vascelli lunghi, oltre i vantaggi, che abbiamo già notati, avranno anche quello d'esser più sensibili al timone.

§. 65. Ma la conoscenza di questo momento non basta a metterci in istato di determinare il movimento impresso al vascello, v'ha bisogno ancora d'un altro elemento tirato della massa medesima del vascello; bisognerebbe della stessa maniera, che se si trattasse di movimento progressivo, per aver quello, che chiamiamo, accelerazione, dividere la forza movente per la massa del corpo. Ma trattandosi quì d'un movimento di rotazione, fa di mestieri dividere il momento della forza per una quantità,

tità, che chiamasi momento d'inerzia del corpo per rapporto all' asse di rotazione. Or, secondo le regole della meccanica, detto momento d' inerzia si trova moltiplicando tutte le masse, o sian pesi, di cui si compone il vascello, ciascuno pel quadrato della sua distanza all' asse della rotazione. Moltiplicando dunque tutti i pesi del vascello, ciascun pel quadrato della distanza all' asse verticale FG, ne risulterà un prodotto del peso intero del vascello M per lo quadrato d' una certa distanza mezzana tra le più grandi, e le più picciole distanze; supporremo questa distanza $= k$, di maniera, che il momento d' inerzia di cui trattasi sarà $= Mkk$; ovvero riducendo il peso del vascello ad un volume d' acqua, come fatto avemo pel momento della forza, si scriverà in vece di M il volume della parte sommersa, o sia della carena, divisata di sopra per la lettera V; in guisa, che il nostro momento d' inerzia sarà $= V . kk$. Questa formola comprende cinque dimensioni lineari.

§. *66*. Intanto, per ritrovar l' accelerazione nel movimento di rotazione, bisogna, secondo le regole della meccanica, moltiplicare il momento della forza per $2g$, ovvero pel doppio dell' altezza, da cui i corpi liberamente cadano in una seconda, e dividere questo prodotto per il momento d' inerzia del vascello; di maniera, che questa accelerazione

sarà

farà espressa per questa formola $\frac{1}{2} . \frac{\alpha\, cc ff . BF}{V . kk}$, la quale avendo in alto, ed in basso cinque dimensioni lineari, dà una frazione numerica, che esprime il seno della velocità angolare in una seconda di tempo: bisogna osservare, che noi misuriamo una velocità angolare per l' angolo, che essa è capace di far percorrere in una seconda. Da che si rileva, che l' angolo, da cui il vascello sarà voltato nella prima seconda, sarà la metà della velocità angolare, che noi dobbiamo trovare. Quanto è al movimento seguente, si sa, che le velocità angolari acquistate saranno proporzionali a' tempi, e gli angoli percorsi per la rotazione a' quadrati de' tempi scorsi, se il vascello non incontrasse resistenza alcuna, e la forza movente dimorasse la stessa.

§. 67. Ma subito, che il vascello comincia a girare, e che per conseguenza la sua direzione, non altrimenti che la sua velocità soffrono qualche mutazione; è chiaro, che la forza dell' acqua sul timone non sarà la stessa; donde nasce, che il movimento di rotazione non può più determinarsi dal medesimo momento di forza. Di più, il vascello girando d' attorno il suo asse, incontra nell' acqua una resistenza, che tende a diminuire questo movimento. Intanto, fintantochè detto movimento è lentissimo, la mutazione nella forza, e resistenza non saprebbe essere sensibile; e puossi, per il

pic-

picciolo tempo d'una feconda, riguardare il movimento generato come d'accordo colla noftra formola: in guifa tale, che dopo una feconda la velocità di rotazione farà quafi la fteffa di quella, che abbiamo affegnata. Però quì non fi tratta d'una mifura affoluta di quefto movimento, piuttofto della proporzione, che ha luogo a quefto riguardo nelle differenti fpezie di vafcello: così conofcendo il rapporto tra le quantità *ff*, BF, V, e kk per due vafcelli differenti, e le velocità *c*, colle quali folcano nelle fimili circoftanze, fiamo nello ftato di giudicare quale di quefti due vafcelli farà più obbediente all'azion del fuo timone, e di determinare il rapporto, che avrà luogo tra le velocità di rotazione, colle quali ciafcuno girerà d'attorno il fuo affe verticale.

§. 68. Affin di fviluppare la natura di quefto rapporto farem, come di fopra, la lunghezza della carena a livello dell'acqua $= a$, la larghezza $= b$, la profondità $= e$, il volume della carena V farà quafi proporzionale al prodotto abe. Il quadrato kk dipende sì dalla lunghezza a, come dalla larghezza b; in fatti non falliremo fupponendolo proporzionale al prodotto ab. Riguardo al timone, le fue dimenfioni fi regolano ordinariamente su la larghezza del vafcello; e come la profondità e ne è la principale, fi può riguardare la fuperficie *ff* come me proporzionale al prodotto be. Finalmente l'intervallo BF è evidentemente proporzionale alla lunghezza a. Segue da ciò, che la velocità di rotazione generata in una feconda, ovvero in un picciolo intervallo di tempo, è proporzionale a questa formola $\frac{\alpha cc}{ab}$, il co-efficiente α racchiudendo in se le picciole differenze cagionate dalla diversità di costruzioni, e di corsi. Apparisce da questa formola, che il movimento di rotazione segue la ragion diretta del quadrato della velocità del solco, e l'inversa del prodotto ab, o sia dell'aja della fezione dell'acqua. Così di due vascelli perfettamente simili, di cui uno abbia tutte le sue dimensioni due volte maggiori dell'altro, la velocità di rotazione del maggiore farà quattro volte minore di quella del più picciolo, supposto che la velocità del solco sia la medesima ne' due vascelli.

§. 69. Termineremo questa Parte in accennando la forza, che il Piloto dee impiegare per mantenere il timone in una obliquità data. A tal effetto, sia l'obliquità del timone KBS $= \zeta$, alla quale è quasi eguale l'obliquità d'incidenza dell'acqua sulla sua superficie; la forza colla quale è spinta farà $= \frac{cc}{4g}\, ff\, sen.\, \zeta^2$. Moltiplicando questa quantità per l'intervallo BL $= l$, il punto L essendo il centro del timone, s'avrà il momento per rapporto all'asse B, d'attorno del quale il timone si muove.

Il Piloto dee dunque impiegare una forza tale, che applicata alla sbarra del timone, produca un movimento $= \frac{cc}{4g} . ffl\ sen. \zeta^2$; donde si vede, che il momento della forza del Piloto è proporzionale 1°. al quadrato della velocità del vascello, 2°. alla superficie del timone, 3°. all'intervallo BL, e 4°. al quadrato del seno dell'obliquità, alla quale vuol mantenere il timone.

Fine della seconda Parte.

PAR-

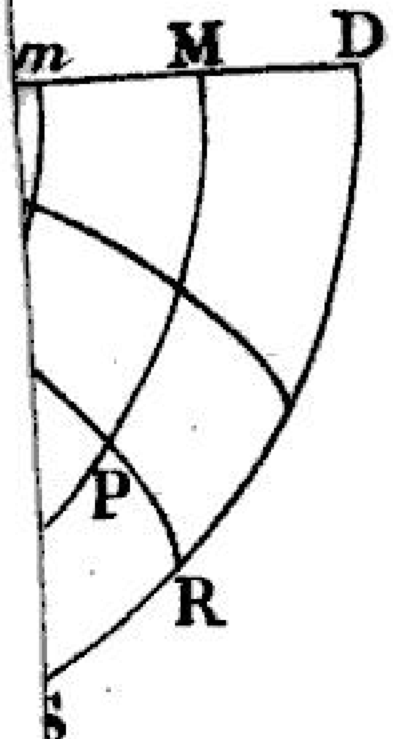


Fig. 9.

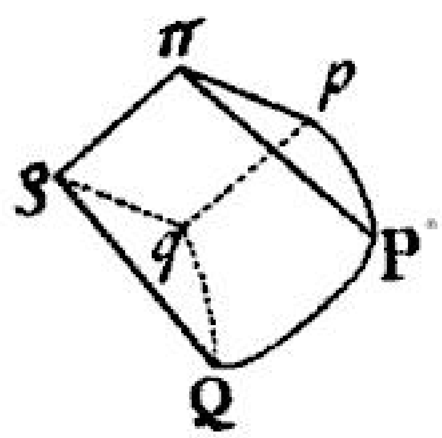


Fig. 10.

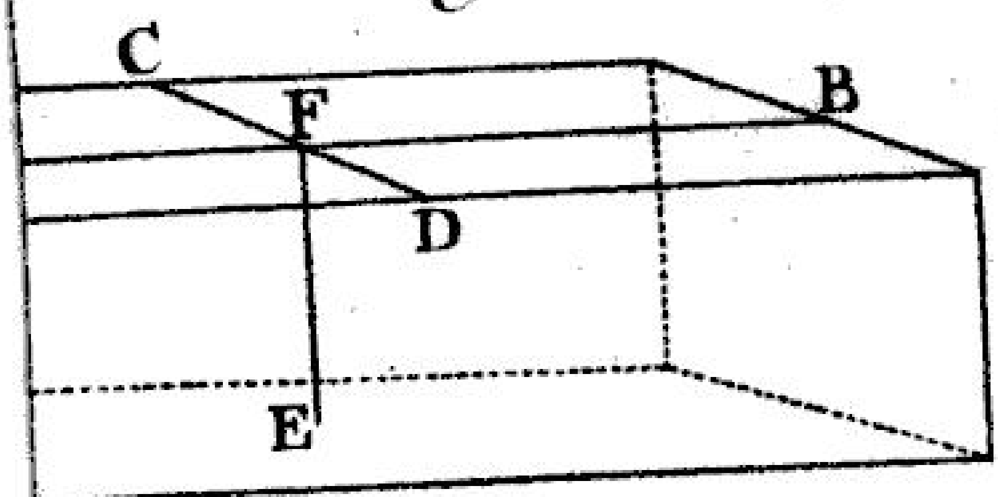
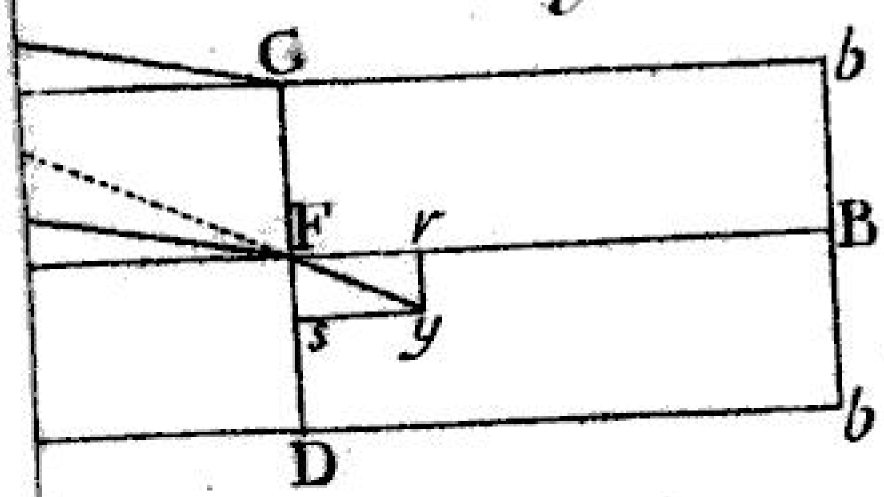


Fig. 11.



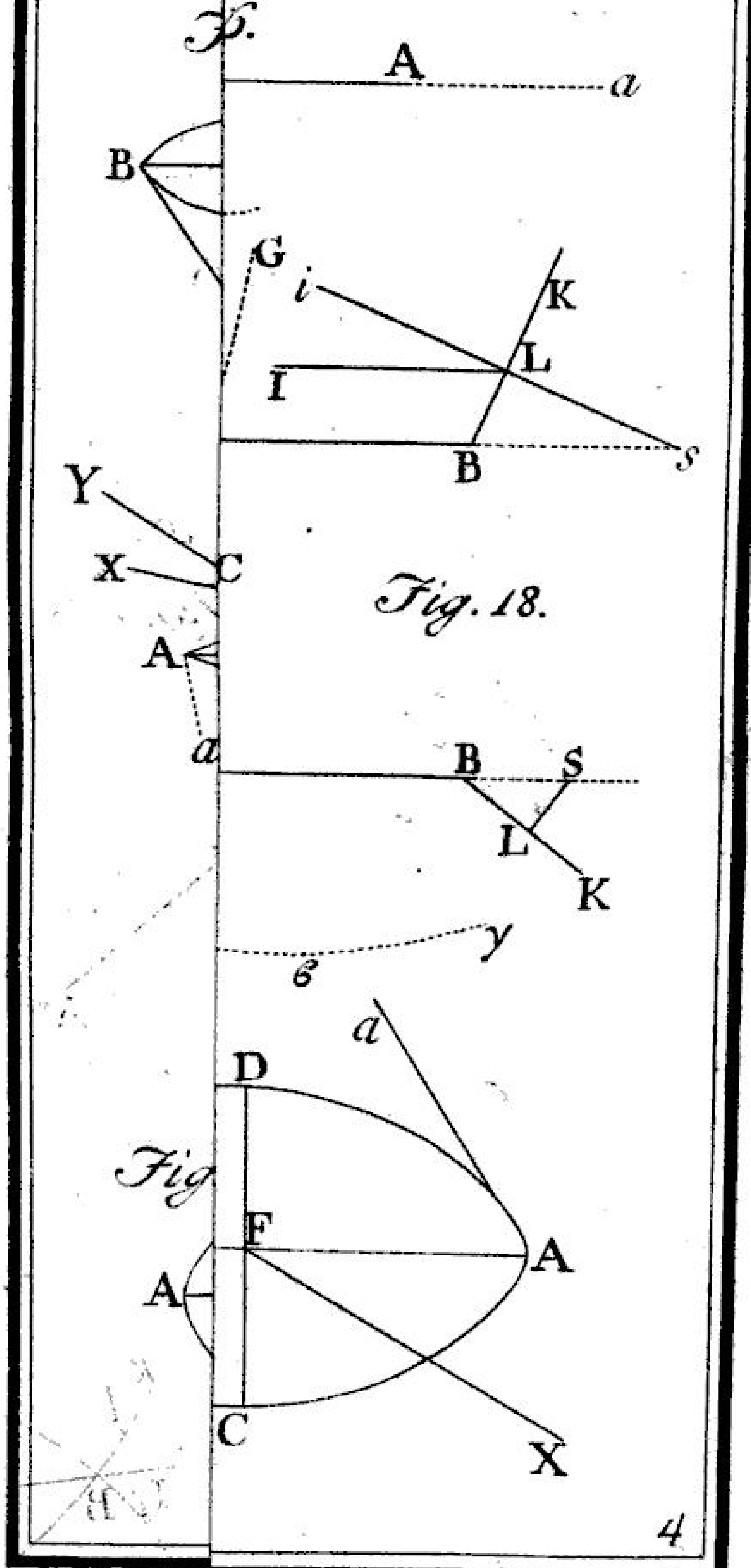


Fig. 18.

Fig

PARTE TERZA

Della maniera d' inalberare, e della manovra de' Vascelli.

CAPO I.

Delle vele, e della forza del vento.

§.1. L'Aria è una materia fluida, simile all' acqua, ma molto più sottile. L'esperienze ci hanno insegnato, che la densità dell'aria è in circa 800 volte minore di quella dell'acqua; vale a dire, che il peso d'uno spazio, o sia volume d'aria è 800 volte minore, di quello d' uno spazio, ovvero volume eguale d' acqua. Segue da ciò, che allora quando l' aria urta una superficie qualunque con una certa velocità, il suo effetto è 800 volte minore, che se fosse urtata dall' acqua colla medesima velocità. Conosciutosi questo rapporto tra la densità dell' aria, e dell' acqua, si può assegnare lo sforzo, che una superficie piana supposta $= ff$ sostiene, allorchè è spinta perpendicolarmente da un vento, la cui velocità $= c$: perchè avendo veduto, che se la medesima superficie fosse urtata dall'acqua mossa

mossa colla stessa velocità, la forza sarebbe uguale al peso d' un volume d'acqua $= \frac{cc\,ff}{4g}$ è chiaro, che la forza del vento sarà uguale al peso d'un volume d'acqua $= \frac{cc\,ff}{800.\,4g}$; bisogna ricordarsi, che g denoti l'altezza, donde i corpi liberamente cadono in una seconda; e di più, che noi misuriamo sempre le velocità per gli spazj, che esse farebbono percorrere in una seconda. Avemo determinato precedentemente la forza della resistenza per lo peso d' un volume d' acqua, similmente potremo esprimere la forza del vento per simili volumi d'acqua.

§.2. Poichè non è cosa facile assicurarsi, per mezzo d'osservazione, della velocità del vento, ovvero dello spazio, che percorre in una seconda, e dall' altra parte il vento può mutarsi ad ogni momento, il fu Signor *Bouguer* ha inventato un istromento assai semplice, per mezzo del quale si può conoscere con molta precisione la forza, che il vento esercita su d' una data superficie. Questo istromento è un canale incavato AABB, dentro del quale v'hà una molle girata in linea spirale CD, che si lascia comprimere più o meno da una verga FSD, che vi si fa entrare per un buco nel canale in AA, osservando di poi a quale grado le differenti forze, o pesi dati siano capaci di comprimere la spirale, si notino su la verga le divisioni; in guisa, che quella la quale si vede in S, indichi il peso ricercato per

*Fig.*1.

per ispingere la molle nello stato CD. Indi s'unisce perpendicolarmente a detta verga in F una superficie piana EFE d' una data estensione, come d'un piede quadrato, o più grande, secondo che si stima a proposito. L'istromento così disposto è diretto verso il vento di maniera, che la superficie, che vi è adattata sia spinta perpendicolarmente; e la divisione in S dinoterà il peso, al quale la forza del vento è equivalente: di poi sarà facil cosa ridurre questo peso ad un volume d'acqua, come avemo fatto fin quì per esprimere tutte le forze. Quindi si vede esser cosa facilissima determinare la forza, che il medesimo vento esercita su d'una superficie qualunque, sulla quale soffia perpendicolarmente.

§. 3. Ma non va così quando il vento urta obliquamente una superficie piana; la forza dell' urto diminuisce in ragione del quadrato del seno dell' obliquità. Così, se la superficie è $= ff$, la velocità del vento $= c$, e l'obliquità $= \theta$, la forza sarà uguale al peso d'una massa d'acqua, di cui il volume è $\frac{1}{600} \cdot \frac{cc}{4g} \cdot ff \cdot sen. \theta^2$; la direzione di questa forza essendo perpendicolare alla superficie, e che passa per lo centro di gravità. Col mezzo di questa formola di leggieri si troverà la forza che il vento esercita su le vele, supponendo, che le vele sono talmente tese, che la loro superficie può considerarsi come un piano, di cui l'aja sia $= ff$. Per formarci di questo un' idea più chiara, consideriamo una vela ben tesa, la cui superficie sia un piede quadrato, vale a dire, che $ff = 1$, che sia urtato perpendicolarmente dal vento, e di cui la velocità sia di dieci piedi per seconda, la nostra formola darà in tal caso $\frac{1}{800} \cdot \frac{100}{64}$ piedi cubici, a cagione di $g = 16$. Questa frazione è $= \frac{1}{510}$, ovvero in parti decimali, 0, 00195. Se la velocità del vento fosse di 20 piedi per seconda, la forza sarebbe $\frac{1}{125}$ d' un piede cubico; se fosse di 30 piedi sarebbe questa forza $\frac{1}{57}$. Finalmente se il vento percorresse 40 piedi per seconda, la forza sarebbe la 32ma. parte d' un piede cubico, il cui peso, è poco più di due libbre.

§. 4. Or non si possono giammai tendere le vele a segno, che le loro superficie divengano piane, soprattutto quando il vento è forte, e le colpisce quasi perpendicolarmente. Perchè in questo caso le vele sono curvate più o meno secondo una figura, a determinare la quale i Geometri vi sono riusciti; però importa molto poco pel nostro disegno conoscere questa figura, basta notare, che più una vela riceve di curvatura, più la forza del vento ne sarà diminuita; non altrimenti, che una prora curvata, ovvero appuntata soffre molto minor resistenza d'una prora piana. S' è similmente trovavato, che ſe la curvatura d'una vela, s'accoſti a quella d'un emisferio; la forza del vento ſarà ridotta alla metà di quella, che eſerciterebbe ſu la ſuperficie di un cerchio maſſimo della medeſima sfera; e poichè la ſuperficie di un cerchio maſſimo è due volte minore di quella dell'emisferio; ſegue, che una vela curvata in emisfero riceva dal vento la quarta parte dell'impulſione, che riceverebbe ſe foſſe piana. Abbiſogna adunque impiegar tutti i mezzi per impedire, o almeno diminuire la curvatura delle vele, per quanto il permettano le circoſtanze. Or, come è ſempre poſſibile concepir una vela piana, che produrrebbe lo ſteſſo effetto d'una curvata, non ci brigheremo punto più della curvatura delle vele, e nelle ſuſſeguenti ricerche le riguarderemo tutte come perſettamente piane, ſupponendole a proporzione più picciole.

§. 5. Avemo ſinora conſiderato la vela quale è in riposo, ma ſe eſſa ave un movimento ſimile a quello del vaſcello, ſu cui è diſpiegata, ſpeſſo ne riſulta un cambiamento molto conſiderabile nella forza, che il vento su d'eſſa eſercita. Supponghiamo, che la vela ſia portata ſecondo una certa direzione con la velocità $= v$, e che il vento ſoffia ſecondo la medeſima direzione con una velocità maggiore $= c$: è coſa manifeſta, che 'l vento agirà della ſteſſa maniera ſu la vela, che ſe la vela ſtaſſe in ripoſo, ed il vento la percuoteſſe con una velocità $= c - v$; e ſe la velocità del vento c foſſe minore di quella della vela, ſarebbe urtata dall' aria dal lato oppoſto. Or, ſe la direzion del vento foſſe contraria a quella del movimento della vela, l' urto ſi farebbe con una velocità $= c + v$; donde ſi vede, che fa duopo diſtinguere nella navigazione la vera velocità, e la vera direzione del vento, della direzione, e velocità, colla quale agiſce ſulle vele traſportate da' vaſcelli. Chiameremo vento apparente quello, che agiſce ſulle vele in movimento, per diſtinguerlo dal vento vero, che percuoterebbe le vele, ſe foſſero in ripoſo.

Fig.2. §.6. Per meglio ſpiegare queſta differenza in generale, ſia la linea ST la direzione, e la velocità, da cui la vela è traſportata; di maniera che detta linea ST ſia lo ſpazio percorſone in una ſeconda. Indi ſupponghiamo, ch' il vento ſoffia nella direzione VS con una velocità diviſata dalla ſteſſa linea VS, la quale denoti per conſeguenza il vero vento. Ciò poſto, ſi tratta di trovar il vento apparente, ovvero quello che agirebbe ſulla vela in ripoſo, della ſteſſa maniera, che il vento vero agiſce ſulla vela in moto. Per riſolvere queſta quiſtione, immaginiamo che tutto il ſiſtema abbia un movimento contrario, ed eguale a quello del vento, in guiſa che il tutto ſia traſportato ſecondo la direzio-

zione SV con una velocità desìgnata dalla medesima linea. In questa supposizione l' aria si ridurrà in riposo, e la vela avrà un moto composto del suo proprio movimento ST, e del movimento secondo SV. Compiendo dunque il parallelogrammo STvV, la diagonale SV diviserà il movimento della vela in un' aria tranquilla, e l'azione, che la vela sosterrà, sarà la medesima, che se fosse in riposo, ed il vento venisse a colpirla secondo la direzione, e colla velocità vS; di maniera che questa diagonale vS rappresenta perfettamente quello, che chiamato abbiamo vento apparente.

§. 7. Abbiamo veduto, che la linea ST esprimendo il movimento della vela, e la linea VS quello del vento vero, il vento apparente è disignato dalla diagonale vS. Intanto per trovare la sua azione su la vela, si riguarderà la vela come fosse in riposo, ed urtata dal vento denotato da questa linea vS; ed altro far non bisognerà, se non se applicare a questo caso le formole, che di sopra abbiam dato, per determinar la forza, ch' il vento vero VS esercita sulla vela trasportata dal suo movimento ST. Ciò posto, chiamando la velocità della vela ST$=$2, quella del vento vero vS sarà $= c$, e l'angolo VST $= \zeta$, la velocità del vento apparente vS sarà $\sqrt{(cc + 2cv. \, cos. \zeta + vv)}$. Per trovarne la direzione s'ha $sen. v\mathrm{ST} = \frac{v \, sen. \zeta}{\sqrt{(cc + 2cv \, cos. \zeta + vv)}}$: donde de ſi deduce $tang. vST = \frac{v\ sen. \zeta}{c + v\ cos. \zeta}$. Similmente conoſcendo il vento apparente $vS = u$, il movimento della vela $ST = v$, e l'angolo $vST = n$, potraſſi determinare il vento vero: perchè ſi troverà la ſua velocità $= c = \surd\ (uu - 2uv.\ cos. n + vv)$, ed indi $tang. \zeta = - \frac{u\ sen. n}{v - u\ cos. n}$.

§. 8. Dobbiamo quì avvertire una coſa di qualche importanza, cioè, che quelli che ſi trovano su d'un vaſcello in movimento, non oſſervano il vero vento, ma ſempre l'apparente, che corriſponde al movimento del vaſcello. Le banderuole medeſime, ed i ſtendardi non indicano, ſe non ſe queſto vento apparente, e l'iſtromento di ſopra rapportato indica la forza del vento apparente. Così, quando trattaſi determinar la forza, che il vento eſercita ſulle vele d'un vaſcello, fa duopo oſſervare ſul vaſcello medeſimo la direzione, e velocità del vento; e s'avrà, per mezzo delle formole date di ſopra, il vento apparente, che agiſce della ſteſſa maniera su le vele, che ſe ſtaſſero in ripoſo. Queſta differenza tra 'l vero, e l'apparente rende ragione d'un fenomeno, che non può non ſembrare ſingolariſſimo, cioè che due vaſcelli, che paſſano l'uno innanzi altro nel mare, oſſervano de' venti differenti, ſebbene il medeſimo vento vero ſoffia egualmente su l'uno, e l'altro. Poichè ſia ST il movimento dell'uno di queſti due vaſcelli,

e ST

e S T' il movimento dell' altro, mentrechè amendue sono spinti dal medesimo vento vero VS, o sia VS', se si menano le diagonali vS: ed v'S' le banderuole del primo vascello indicheranno il vento vS; e quelle dell'altro il vento v'S'; e può succedere, che questi due venti differiscano tra loro di qualche punto (1).

CAPO II.

Sulla qualità degli alberi, e sulla forma della prora, che l' azion delle vele esige.

§.9. NOn è necessario d'entrar quì in dettaglio di tutto ciò, che riguarda gli alberi, e la maniera con cui portano le vele; basta pel nostro oggetto, avvertire, che si procuri riempir di vele tutto lo spazio di sopra de' vascelli, affin dì tirare dal vento tutti i sforzi possibili, per mettere il vascello in moto. A questo fine si stabiliscono più alberi su vascelli per ricevere delle vele in tutta la loro altezza, dando a queste altrettanto di larghezza, che la grandezza del vascello permette. Sovente si situano delle vele tra gli alberi sì verso

(1) Il punto, presso i Naviganti, è un angolo di $11\frac{1}{4}$ gradi, ovvero l' ottava parte d'un angolo retto.

la prora, come verſo la poppa, per accreſcere, quanto ſia poſſibile, le ſuperficie, su cui il vento poſſa eſercitare la ſua azione. Ma grande che eſſer poſſa il numero degli alberi, e delle vele, ſi può ſempre concepire una ſola vela, che colpita dal vento, produrrebbe il medeſimo effetto, che tutte le vele preſe aſſieme; di maniera che il tutto ſi riduce ad aſſegnare sì la grandezza di queſta vela equivalente, come il luogo della ſua applicazione.

§. 10. Incontanente ſi vede, che la ſuperficie di queſta vela equivalente, dee uguagliare la ſomma di tutte le ſuperficie delle vele attuali, che conſideriamo come piane, e parallele tra loro; non eſſendovi alcuna ragione per ſituare le vele differentemente l'une dall'altre, ed i biſogni della navigazione ricercando ſempre, che tutte le vele ſiano eſpoſte egualmente all'azion del vento; eccettuatene qualche picciola, che i Piloti tengono a loro diſpoſizione, per ſupplire all'azion del timone, allorchè le circoſtanze l'addimandano. Così la noſtra vela equivalente ſarà ſempre parallela alle vele attuali, e la ſua ſuperficie eguale alla ſomma delle loro ſuperficie. V'ha ancora d'aggiungerſi una conſiderazione, qual'è, che non deeſi comprendere in queſta ſomma, ſe non ſe le ſuperficie delle vele, che attualmente ſono urtate dal vento; e che non biſogna eſcludere quelle, su cui il vento non per-

ve-

veniſſe; perchè quelle ſono coverte dall'altre vele anteriori; lo che facil coſa è conoſcere per la diſpoſizione delle vele relativamente alla direzione del vento. Se, per eſempio, il vaſcello ha il vento a poppa, le ſole vele dell'ultimo albero riceveranno l'azione, quelle degli alberi di avanti verſo la prora non potendo altro ricevere, che qualche ſoffio, che ſcappaſſe tra le vele, che covrono.

§. 11. Fiſſata l'idea della vela equivalente, e la ſua grandezza, oſſerveremo, che la direzione della forza, che il vento eſercita ſu d'eſſa, paſſa ſempre pel centro di gravità della ſua ſuperficie, e l'è perpendicolare. Queſto punto di ſomma importanza, fu chiamato dal Signor *Bouguer* il *centro velico*, e non differiſce dal centro di gravità della vela equilente. Per queſto punto paſſa la mezzana direzione di tutte le forze, colle quali il vento agiſce su tutte le vele attuali. E' coſa dunque molto eſſenziale conoſcere il luogo del centro velico. Sul principio ſi vede, che queſto punto ſi trova in qualche parte del piano diametrale del vaſcello continuato in alto, ordinariamente trovandoſi tutte le vele diviſe egualmente dall'una parte, e l'altra di queſto piano; la determinazione di queſto punto dipende per conſeguenza da'due elementi, di cui uno è la ſua elevazione ſopra del vaſcello, o ſia piuttoſto ſul livello del mare, e l'altro è la ſituazione del pun-

punto del grande asse, sul quale cade la perpendicolare menata dal centro velico. Già dimostrammo nella Parte precedente, che questo punto dee essere un poco più vicino alla prora, che alla poppa.

§. 12. Conoscendo il sito, e la grandezza di tutte le vele attuali, i principj della Statica ci somministrano le regole seguenti per determinare il vero luogo del centro velico. Supposta la superficie d'una vela qual che si sia $= K$, e l'elevazione del suo centro di gravità al di sopra del mare $= h$, la quale elevazione è misurata dalla perpendicolare tirata da questo punto alla superficie del mare, sia la distanza di questa linea alla poppa $= l$, e per riguardo a tutte l'altre vele queste medesime quantità sian additate dalle lettere K', h', l'; K'', h'', l'', &c. Ciò posto, l'altezza del centro velico sarà $\frac{Kh + K'h' + K''h'' + K'''h''' + \&c.}{K + K' + K'' + K''' + \&c.}$, e l'allontanamento di questo punto dalla poppa del vascello $\frac{Kl + K'l' + K''l'' + K'''l''' + \&c.}{K + K' + K'' + K''' + \&c.}$. Del resto si vede, che l'altezza del centro velico dipende principalmente dall'altezza degli alberi, che non saprebbonsi aumentare più in là di certi limiti indicati dalla grossezza del vascello, e dalla loro disposizione. Or le vele alte essendo ordinariamente molto più picciole delle basse, si pare, che il centro

ve-

velico non cade nel mezzo dell'altezza, che occupano le vele, ma sempre un po' più basso. Da che facil cosa è comprendere come debban disporsi le vele attuali, affin che il centro velico cada nel punto dato. Considereremo dunque come dati tanto il luogo del centro velico, che la grandezza della vela equivalente, e ne tireremo le regole per perfezionare la manovra de' vascelli.

§. 13. Sia la sezione diametrale d'un vascello rappresentata nella quarta figura, esprimendo la linea AB il pelo dell'acqua, o sia il grand'asse della carena, la linea LEH la chiglia, il punto G il centro della gravità del vascello, ed il punto W il centro velico, più elevato di G dall'intervallo W*g*, e più tirato avanti verso la prora dello spazio G*g*, o sia F*f*. Ciò posto, poichè la direzione della forza del vento passa pel centro velico W, e la superficie della vela equivalente è ordinariamente altresì grande, che le circostanze il permettono, ne dee risultare un grandissimo momento di forza per far inclinare il vascello, e questo momento di forza sarà tanto maggiore, quanto il centro velico è più elevato al di sopra del centro di gravità G. Ne' corsi diretti, in cui possono adoprarsi tutte le forze del vento, questo momento di forza inchinerà il vascello verso la prora; ed ancorchè la stabilità per rapporto a questa inclinazione sia la più gran-*Fig.*4.

de,

de, una tal inclinazione turberà molto il movimento del vascello. Per prevenire un tal effetto, abbisognerebbe, che la resistenza della prora somministrasse un momento di forza simile nel lato opposto: lo che accaderà allora quando la mezzana direzione della resistenza passa per lo centro medesimo velico W. Poichè sia WR la forza della resistenza, che divideremo secondo la direzione orizzontale Ws, e la verticale Wu, quella è distrutta dalla forza del vento; in guisa che niuno momento più ne risulti per inclinare il vascello. L'altra forza verticale Wu produce un doppio buon effetto, in quanto che spinge il vascello in alto, o sia ne diminuisce il peso, e per conseguenza la profondità della carena, ed in quanto essendo applicato in avanti del centro di gravità G, tende ad alzar la prora; in guisa che quando anche il centro velico W fosse più elevato, niente avrebbe a temere della sua elevazione. Questo buon effetto potrebbe anche essere accresciuto, dando alle vele medesime qualche picciola inclinazione all'orizzonte; in guisa che la forza del vento spingesse alquanto verso alto.

§. 14. La mezzana direzione della resistenza sempre passerebbe pel centro velico W, se la superficie della prora fosse una porzione di sfera descritta dal centro W col raggio WH, o sia WA. Perchè pas-

sando

ſando allora pel medeſimo punto W tutte le direzioni perpendicolari alla ſuperficie della prora, tutti gli sforzi elementari dell' acqua ſi riunirebbero nel medeſimo punto, e per conſeguenza la loro mezzana direzione WR paſſerebbe per tal punto; e ciò avverrebbe non ſolo ne'corſi diretti, ma anche negli obliqui: ſuppoſto però, che la detta porzione di sfera riceveſſe l' urto dell' acqua. Ma eſſendo che altre ragioni non permettono, che diaſi alla prora intera una tale figura, ſarà ſempre coſa vantaggioſiſſima, che almeno la ruota di poppa HA ſia un arco del cerchio deſcritto dal centro velico W. Quindi ſi ricava una regola faciliſſima per dare in tutti i caſi propoſti alla ruota della poppa HA la figura la più convenevole dall' eſtremità della chiglia H ſino a quella della carena A. Poichè per la parte di ſopra dell' acqua, converrà ſempre darle una direzione preſſo a poco verticale, affinchè nelle tempeſte le onde del mare abbiano meno preſa su d' eſſa per tormentare il vaſcello.

§. 15. Procureremo al vaſcello i medeſimi avvantaggi ne' corſi diretti, ſe diamo alla prora la figura d'un ſolido rotondo generato dalla rotazione di qualche figura dattorno al punto W; o piuttoſto dattorno un aſſe orizzontale, tirato per queſto punto, e parallelo all' aſſe traſverſale del vaſcello. Affin di dare alla prora una tale figura, ſi tagli il vaſcello

per

per un piano perpendicolare a quello della figura, e che passi sì per lo punto W, come per l'estremità della chiglia H; facendo girare la figura di questa sezione dattorno un asse orizzontale, che passa per W, s' avrà la figura, che fa duopo dare alla parte sommersa della prora; perchè quanto è alla parte superiore all'acqua, ciascuno è padrone di dargli quella figura, che il bisogno, e le circostanze possono addimandare.

§. 16. Sebbene i vantaggi d' una tale figura s'appartengano propriamente a' corsi diretti, nulladimeno non tralasceremo di ricavarne molta utilità ne' corsi obliqui; poichè sebbene il momento, che ha la mira di inclinare il vascello, non sia interamente distrutto, lo è non pertanto in parte; quel poco, che resta tende a far inclinare il vascello verso un lato: questo momento risultante dalla forza del vento, e che ne' corsi obliqui urta il vascello di lato, è tanto meno considerabile, quanto più obliquamente il vento lo colpisce. Ciò però non impedisce punto, che non si manchi d' occuparsi sempre essenzialmente in accrescere, quanto sia possibile, la stabilità de' vascelli per rapporto al loro grande asse. Noi facemmo vedere, che il mezzo più sicuro per venir a capo di sì importante oggetto, è l' accrescere la larghezza della carena per rapporto alla profondità dell' acqua. Vi si arri-

arriva anche dando più di lunghezza a' vascelli; la profondità della carena può perciò ricevere qualche diminuzione, supponendo che il peso intero del vascello sia lo stesso, ovvero riceva un minore accrescimento, che la lunghezza.

§. 17. La costruzione, che avemo dato per la ruota di poppa, è estremamente semplice, e facile ad eseguirsi. Intanto non sarà cosa inutile dar quì qualche formola per determinare quanto debba sporgere in fuori la ruota di poppa, e stabilire l' obliquità della parte della medesima, che entra nell' acqua. Perciò faremo, come di sopra, la lunghezza della carena $AB = a$, la larghezza $= b$, la profondità $EF = e$, e l' elevazione del centro velico W al di sopra della linea di fior d' acqua $Wf = h$. S'è veduto antecedentemente, che bisogna prendere l' intervallo $Af = \frac{2}{5}a$; ciocchè dà $Ff = \frac{1}{10}a$, supponendo il punto F nel mezzo dell' asse AB; donde s'avrà ancora $We = h + e$, ed $Ee = \frac{1}{10}a$. Ciò posto il triangolo rettangolo AWf dà $AW^2 = hh + \frac{4}{25}aa$, quantità uguale al quadrato della linea WH. Sottraendo dunque da questa quantità il quadrato dell' altezza $We = hh + 2eh + ee$, s'avrà $eH^2 = \frac{4}{25}aa - 2eh - ee$; ed in conseguenza $EH = \frac{1}{10}a + \sqrt{\frac{4}{25}aa - 2eh - e}$. Il valore di EH essendo noto, il punto H della chiglia, ove incomincia la ruota della poppa, si determina; e sottraendo la Fig.4.

lun-

lunghezza EH dal femi-affe AF $= \frac{1}{2} a$, s' avrà lo fporgere della ruota di poppa $Ah = \frac{2}{5} a - \sqrt{\frac{4}{25} aa - 2eh - ee}$, effendo la fua altezza $Hh = e$.

§. 18. Sviluppiamo detta formola riguardo le differenti fpezie de'vafcelli, che fono in ufo. Sul principio apparifce poterfi fupporre in generale $Wf = h = 4e$, ovvero l'altezza intera $We = 5e$; non effendo d'alcuna confeguenza una picciola differenza in quefto elemento. Indi fupponghiamo la larghezza $b = \frac{5}{2} e$, come la ftabilità l'efige; e finalmente fia $a = nb = \frac{5}{2} ne$, il numero indeterminato n abbracciando le differenti fpezie di vafcelli. Ciò pofto, lo fporgimento in fuori della ruota di poppa diverrà $Ah = ne - e\sqrt{nn - 9}$. Softituendo fucceffivamente per n i numeri $3, 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}, 5, 5\frac{1}{2}, 6$, fi troverà per tutte le fette fpezie di vafcello lo fporgimento della ruota di poppa, come fegue:

I°. Se $a = 3b$, s' avrà $Ah = 3e$,
ed $a = 7\frac{1}{2} e$.

II°. Se $a = 3\frac{1}{2} b$, s' avrà
$Ah = 3,5.e - e\sqrt{3,25} = 1,691.e$,
ed $a = 8\frac{3}{4} e$.

III°. Se $a = 4b$, s' avrà
$Ah = 4b = e\sqrt{7} = 1,355.e$,
ed $a = 10.e$.

IV°. Se $a = 4\frac{1}{2} b$, s' avrà
$Ah = 4,5.e - e\sqrt{11,25} = 1,146.e$,

ed a

ed $a = 11\frac{1}{4} e$.

V°. Se $a = 5 b$, s' avrà

$Ah = 5 . e - e \sqrt{16} = e$,

ed $a = 12\frac{1}{2} . e$.

VI°. Se $a = 5\frac{1}{2} b$, s' avrà

$Ah = 5{,}5 . e - e \sqrt{21{,}25} = 0{,}891 . e$,

ed $a = 13\frac{3}{4} . e$.

VII°. Se $a = 6 b$, s' avrà

$Ah = 6 . e - e \sqrt{27} = 0{,}812 . e$,

ed $a = 15 . e$.

Donde ſi vede, che più i vaſcelli ſono lunghi, più lo ſporgere in fuora della ruota della poppa deve eſſere picciolo, purchè non ſi voglia alzare di vantaggio il centro velico W ne' più lunghi vaſcelli.

CAPO III.

Sul movimento de' vaſcelli ne' corſi diretti.

§. 19. PErchè un vaſcello poſſa ſolcare ſecondo la direzione del ſuo grande aſſe, ovvero della ſua chiglia, fa duopo, che la forza, che lo ſpinge, agiſca ſeguendo la medeſima direzione: adunque tutte le vele devono eſſer diſpoſte in tal modo, che i loro piani ſiano perpendicolari al grande aſſe del vaſcello, affinchè le direzioni delle forze, che quelle ricevono dall'impulſo del ven-

to, divengano parallele al medesimo asse. Sia AB il grande asse del vascello, A la prora, e B la poppa; e la linea SFs perpendicolare a quest'asse dino-
Fig. 15. ti la vela equivalente, la cui superficie $= ff$. Ciò posto, il vascello in tale disposizione, si metterà in movimento secondo la direzione BA del suo grand' asse, sì che il vento potrà colpire la vela SFs da dietro, ciocchè accade in tutti i casi, in cui la direzione del vento VF fa coll' asse BF un angolo acuto verso l'uno, e l'altro lato. Poichè è chiaro, che divenuto retto l'angolo BFV, la vela non sarà più percossa, e se il vento venisse dal lato UF, il vascello sarebbe spinto in dietro.

§. 20. Sul principio supponghiamo, che l'angolo BFV svanisca, ovvero che il vascello abbia il vento in poppa, e che la velocità del vento sia uguale $= c$. Supponghiamo di più, che il vascello abbia già acquistato una velocità $= v$ secondo la medesima direzione BA. Poichè la vela SFs ave il medesimo movimento, non sarà percossa dal vento se non se coll'eccesso della sua velocità su quella del vascello, o sia la velocità apparente sarà $= c - v$; ma la direzione di questa velocità è perpendicolare alla vela; dunque la forza, che ne risulterà, sarà uguale al peso d'una massa d'acqua, di cui il volume è $\frac{1}{800} \frac{(c-v)^2}{4g} ff$. L'effetto di questa forza sarebbe l'accelerare il movimento del vascello, se non

non incontrasse resistenza alcuna.

§. 21. Supponendo ora, che il vascello incontri nell'acqua la stessa resistenza, che soffrirebbe una superficie piana $= rr$, la quale percuotesse l'acqua perpendicolarmente colla stessa velocità v, ne risulterebbe una resistenza $\frac{vv}{4g}.rr$. Or, se la forza spingente fosse maggiore di questa resistenza, il moto sarebbe accelerato, e se fosse minore, sarebbe ritardato. Dunque perchè il vascello solchi con una velocità uniforme, fa di mestiero, che la forza spingente sia uguale alla resistenza: da ciò tiriamo questa equazione $\frac{1}{800}\frac{(c-v)^2}{4g}.ff = \frac{vv}{4g}.rr$. ed estraendone la radice quadrata $(c-v): f = vr\sqrt{800}$; donde si ricava la velocità del vascello $v = \frac{cf}{f + r\sqrt{800}}$; questa espressione fa vedere, che nel caso, che noi consideriamo, il vascello riceverà una velocità, che sarà sempre molto minore della velocità del vento c; di più si vede quale esser dovrebbe la superficie delle vele, affinchè il vascello acquistasse la metà, o il terzo, ovvero qualsivoglia altra parte della velocità del vento. Per la metà, bisognerebbe, che $f = r.\sqrt{800}$, ed $ff = 800.rr$; e perchè v divenga $= \frac{1}{3}c$, bisognerebbe, che f fosse $= \frac{1}{2}r.\sqrt{800}$, ovvero $ff = 200.rr$, ed affinchè addivenga $= \frac{1}{4}c$, f deve essere $= \frac{1}{3}r.\sqrt{800}$, ovvero $ff = \frac{800}{9}.rr = 88\frac{8}{9}rr$. Finalmente se si cercasse una velocità $v = \frac{2}{3}c$, si trove-

 rebbe

rebbe $f = 2r . \sqrt{800}$, ovvero $ff\ 3200 . rr$; donde si scorge, che in che avrà acquistato un certo grado di velocità, non si avrà più la pena di aumentare le vele, per acquistarne uno maggiore.

§. 22. Consideriamo ora un vento qualunque, che soffia nella direzione VF, colla velocità vera $= c$, sotto l' obliquità BFV $= \theta$, e supponghiamo la velocità del vascello $= v$. Per rinvenire la velocità apparente del vento, denoteremo pella retta VF

Fig.6. la velocità c; facendo dipoi FT $= v$, e compiendo il parallelogrammo VFTv, la diagonale vF rappresenterà il vento apparente, che agisce sulla vela. Or s' è veduto di sopra, che a cagion dell' angolo BFV $= \theta$, s' avrà $v\mathrm{F} = \sqrt{(cc - 2cv\ cos. \theta + vv)}$: ma essendo l' angolo FT$v = \theta$, e Tv = VF $= c$, sarà, abbassando da v sopra TF la perpendicolare vu, $vu = c . sen. \theta$, e T$u = c . cos. \theta$, e conseguentemente F$u = c . cos. \theta - v$: donde si ricava $tang.\ \mathrm{BF}v = \frac{vu}{\mathrm{F}u} = \frac{c\ sen. \theta}{c\ cos. \theta - v}$, e per conseguenza

$$Sen.\ \mathrm{BF}v = \frac{c\ sen. \theta}{\sqrt{(cc - 2cv . cos. \theta + vv)}}.\ \text{e}$$

$$Cos.\ \mathrm{BF}v = \frac{c\ cos. \theta - v}{\sqrt{(cc - 2cv . cos. \theta + vv}}.$$

§. 23. Sia dunque nella quinta figura vF il vento apparente, dal quale la vela è attualmente percossa, la sua velocità si è trovata $v\mathrm{F} = (cc - 2cv . cos. \theta + vv)$, ed il coseno dell' angolo BF$v = \frac{c\ cos. \theta - v}{\sqrt{(cc - 2cv . cos. \theta + vv)}}$. Or questo coseno è il

seno

ſeno d' incidenza , o ſia il ſeno dell' angolo uFS, il quale moltiplicato per la velocità, dà il prodotto $= c \,.\, cof.\, \theta - v$, il di cui quadrato diviſo per $4g$, deeſi moltiplicare per la ſuperficie delle vele ff, e dividere per 800, affin d' avere finalmente la forza ſpingente, di cui l'eſpreſſione ſarà per conſeguenza $\frac{1}{800} \,.\, \frac{(c \,.\, cof.\, \theta - v)^2}{4g} \,.\, ff$. Queſto valore reſo eguale, come di ſopra, alla reſiſtenza $\frac{v^2}{4g}\, rr$, dà $v = \frac{c.\, cof.\, \theta.\, f.}{f + r.\, \sqrt{800}}$. Donde ſi vede che queſta formola differiſce dalla precedente in queſto , che in vece di c qui s' ave $c \,.\, cof.\, \theta$: locchè avreſſimo potuto conoſcere leggiermente facendovi rifleſſione. Perchè il vero vento VF eſſendo diviſo ſecondo le direzioni FB, e FS, è coſa chiara , che la velocità ſecondo FB , che è $c \,.\, cof.\, \theta$, dee eſſer diminuita dalla velocità del vaſcello v; donde naſce , che la velocità del vaſcello v è ſempremai e molto più picciola della velocità del vento c, e molto minore di $c \,.\, cof.\, \theta$.

§. 24. Da ciò ſi ſcorge, che quanto più l' obliquità del vento , ovvero l' angolo BFV s' accoſta al retto, tanto più la velocità del vaſcello ſarà picciola; e ciò in ragion del coſeno di queſto angolo. Ma fa duopo avvertire , che la quantità ff, che abbraccia tutte le vele percoſſe dal vento, s' è ſuppoſta la ſteſſa. Si preſenta quì un paradoſſo ſingolariſſimo; cioè, che un vento obliquo è capace d'imprimere al vaſcello una velocità maggiore, che un vento diretto ſecondo la direzione BF : ciò avviene quando il vaſcello ha più alberi guarniti di vele ; perchè in queſto caſo, allorchè il vento ſoffia nella direzione diretta BF, non potrebbe colpire, che le vele dell' ultimo albero ; dimorando inutili quelle degli alberi d' avanti . Ma avendo il vento qualche obliquità, potrà percuotere le vele d' avanti, o in tutta la loro eſtenſione, o almeno in parte ; così può ſuccedere, che la diminuzione cagionata dall' obliquità, ſia largamente compenſata dal grandiſſimo numero delle vele eſpoſte all'azion del vento ; da ciò naſce, che biſogna in queſto caſo aver cura, di dare alla quantità ff il ſuo giuſto valore, valutando con preciſione tutte le vele, che ſi trovano attualmente percoſſe dal vento : così più l' obliquità del vento ſarà grande, più biſognerà accreſcere il valore di ff giuſta le circoſtanze, che il numero degli alberi, e la loro diſtanza faranno facilmente conoſcere.

§. 25. Dopo queſta ſpoſizione generale della teoria, facciamone l' applicazione alle differenti ſpezie de' vaſcelli, che ſono in uſo . Fatta, come di ſopra, la lunghezza della carena $AB = a$, la larghezza $= b$, e la profondità $= e$, ci ricorderemo, che 'l valore di rr, indicante la ſuperficie piana, che proverebbe nell' acqua la ſteſſa reſiſtenza, che il vaſcello effettivamente incontra, s'è trovato quaſi

$= \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{4}\, b\, e .\ \frac{2.\, b^2}{a^2 + 2b^2}$. A riguardo delle vele ſupporremo, come ſopra, il centro velico al di ſopra della linea di fior d' acqua $h = 4e$; ſe ne ſottrarrà in circa $1.\, e$ per aver l' elevazione di queſto centro al di ſopra della coverta, la quale ſarà per conſeguenza $= 3.\, e$; adunque l' altezza delle vele ſarà quaſi $= 6.\, e$, e come la loro larghezza dipende da quella del vaſcello, ſi potrà eſprimere la ſuperficie delle vele d' un albero per la quantità $6.\, b\, e$; ovvero perciocchè s'ave più ſpeſſo $e = \frac{2}{5}\, b$, $\frac{12}{5}$ per bb. Ma convien togliere qualche coſa a cagion della curvatura delle vele, per mezzo della quale l'azion del vento è indebolita; ridurremo dunque l'eſpreſſione della ſuperficie delle vele d' un albero a $2\, bb$; in guiſa, che avremo per i tre alberi principali una ſuperficie $= 6.\, bb$. Da ciò ſegue, che nel caſo del vento in poppa non ſi potrebbe ſupporre ff maggiore di $2bb$. Nel caſo de' venti obliqui queſto valore potrà creſcere ſino a $6.\, bb$. Supporremo dunque in generale $ff = \alpha.\, bb$.

§. 26. Avendo dunque $ff = \alpha.\, bb$, ed $rr = \frac{3}{4}.\, be.\ \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2}$, ovvero a cagion di $e = \frac{2}{5}\, b$, $rr = \frac{3}{10}.\, bb.$

$\frac{2b^2}{a^2 + 2b^2} = \frac{3.\, b^4}{5(a^2 + 2b^2)}$. Detti valori ſi ſoſtitueranno nell' eſpreſſione trovata (§. 23.) per la velocità del vaſcello v, allora quando il vaſcello ſoffia nella direzione VF colla velocità $= c$, essendo la sua obliquità BFV $= \theta$, e si troverà $v = \dfrac{c.\, cos.\, \theta \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha} + \dfrac{b.\sqrt{480}}{\sqrt{(a^2+2b^2)}}} = \dfrac{c.\, cos.\, \theta}{1. + \dfrac{b.\sqrt{480}}{\sqrt{\alpha\,(a^2+2b^2)}}}$.

Su di che s'avvertirà, che il numero α può crescere da 2 fino a 6: e che come a^2 è sempre molto maggiore di $2b^2$, e questa ricerca non è suscettibile di soverchia precisione, si potrà arditamente supporre $v = \dfrac{ac\, cos.\theta \sqrt{\alpha}}{a\sqrt{\alpha}+b\sqrt{480}}$: donde si ricava pel caso di vento in poppa, allorchè $\theta = 0$, ed $\alpha = 2$, $v = \dfrac{ac}{a + b.\sqrt{240}} = \dfrac{2ac}{2a + 31.b}$. E' cosa facile col mezzo di questa formola, trovare la velocità, che un medesimo vento in poppa $= c$, imprimerà a sette spezie principali di vascelli.

	Se	s' avrà
I.	$a = 3.b$;	$v = \frac{6}{37}.c.$
II.	$a = 3\frac{1}{2}\,b$;	$v = \frac{7}{38}.c.$
III.	$a = 4.\,b$;	$v = \frac{8}{39}.c.$
IV.	$a = 4\frac{1}{2}\,b$;	$v = \frac{9}{40}.c.$
V.	$a = 5.b$;	$v = \frac{10}{41}.c.$
VI.	$a = 5\frac{1}{2}\,b$;	$v = \frac{11}{42}.c.$
VII.	$a = 6.\,b$;	$v = \frac{12}{43}.c.$

§. 27. Ma allora quando il vento soffia sotto l' obliquità BFV $= \theta$, non basta punto, per trovare la velocità del vascello, moltiplicare la velocità del vento c per $cos.\ \theta$; bisogna di più dare alla lettera α un valore maggiore di 2, secondo che una maggior quantità di vele sarà percossa dal vento; donde può succedere, che un vento obliquo imprima al vascello una velocità maggiore, che se fosse diretto. Checche ne sia, sarà cosa facile l'assegnare la velocità del vascello per qual che si sia caso. Del resto sempre si può cavar vantaggio dall'obliquità del vento, scegliendo qualche corso obliquo; e le formole di sopra ci metteranno in istato di risolvere la quistione seguente, che è senza dubbio d'assoluta importanza nella navigazione: *Data la direzione del vento ed il corso, che il vascello dee seguire, trovare la disposizione delle vele, affinchè il vascello riceva la massima velocità*. Prima di dar la soluzione di questo Problema, dobbiamo sviluppare più in dettaglio tutto ciò, che riguarda i corsi obliqui.

CA-

CAPO IV.

Sul movimento de' Vaſcelli ne' loro corſi obliqui.

§. 28. UN vaſcello ſeguirà ſempre un corſo più o meno obliquo, quando la forza ſpingente non ha per direzione quella del grande aſſe: or ciò avviene ſempre che le vele non ſono ordinate perpendicolarmente alla direzione del grande aſſe. Supponendo dunque il grande aſſe del vaſcello rappreſentato dalla linea AB, ſia la linea SF*s*
Fig. 7. la direzione della vela equivalente, di cui facciamo la ſuperficie ſempre $= ff$, e denotiamo per n l'obliquità o ſia l'angolo AFS, che queſta direzione fa aſſieme con AB. Da qualunque lato ſoffia il vento, purchè colpiſca su la faccia di dietro della vela S*s*, la forza ſpingente ſempre ſarà diretta ſecondo la linea FY perpendicolare alla vela. Or l'angolo SFY eſſendo retto, avremo l'angolo $AFY = 90° - n$, e queſto angolo niente differiſce da quello, che avemo di ſopra chiamato ψ, e per mezzo del quale aſſegnammo la direzione del movimento FX, chiamando φ l'angolo AFX, che denota la deriva del vaſcello. Abbiſogna dunque raccordarſi sì del rapporto, che v'ha tra i due angoli $AFX = \varphi$, ed $AFY = \psi = 90 - n$, come la formola, che eſprime la reſiſtenza, che il vaſcel-

lo

lo prova in un tal corſo obliquo.

§. 29. Supporremo ſempre la lunghezza della carena $AB = a$, la ſua larghezza $= b$, e profondità dell' acqua $= e$; e ci ricorderemo, che s' è trovato pel rapporto tra φ, e ψ, queſta uguaglianza, $tang. \psi = \frac{a^3}{2b^3} \cdot tang. \varphi^2$, e facendo la velocità del vaſcello $= v$, ſecondo la direzione FX, la forza della reſiſtenza s' eſpreſſe per $\frac{vv}{4g} a e \frac{sen. \varphi^2}{sen. \psi}$, quantità, a cui la forza ſpingente dee eſſere uguale, quando il moto del vaſcello è uniforme. Affinchè queſte formole poſſanſi facilmente applicare alla pratica, daremo quì due tavole, che indicano per tutte l'obliquità delle vele, o ſia angoli $AFS = n$ di 5 in 5 gradi sì i valori della deriva, o ſian gli angoli $AFX = \varphi$, come quei della formola $\frac{sen. \varphi^2}{sen. \psi}$, che entra nell' eſpreſſione della forza della reſiſtenza.

I. TA-

I. TAVOLA

Che ci dà la deriva AFX $= \varphi$ *per tutti gli angoli* AFS $= n$, *e le sette spezie principali de' vascelli.*

L'angolo AFS $= n$	Spezie de' vascelli. $a = 3\,b$		$a = 3\frac{1}{2}\,b$		$a = 4\,b$	
90°	0		0		0	
85	4°	36'	3°	40'	2°	59'
80	6	31	5	11	4	14
75	7	58	6	40	5	27
70	9	19	7	25	6	5
65	10	30	8	24	6	54
60	11	41	9	19	7	39
55	12	50	10	15	8	25
50	14	1	11	11	9	12
45	15	12	12	12	10	2
40	16	33	13	16	10	55
35	17	26	14	30	11	57
30	19	43	15	52	13	6
25	21	43	17	31	14	29
20	24	17	19	42	16	20
15	27	44	22	39	18	51
10	32	57	27	13	22	50
5	42	37	36	9	30	52

I. TAVOLA

Che ci dà la deriva AFX $= \varphi$ *per tutti gli angoli* AFS $= n$, *e le sette spezie principali di vascello.*

Spezie di vascelli.

L' angolo AFS $= n$	$a = 4\frac{1}{2}\,b$		$a = 5\,b$		$a = 5\frac{1}{2}\,b$		$a = 6\,b$	
90°	0		0		0		0	
85	2°	30′	2°	9′	1°	52′	1°	37′
80	3	33	3	2	2	38	2	19
75	4	42	3	55	3	23	2	57
70	5	7	4	22	3	47	3	19
65	5	48	4	57	4	17	3	46
60	6	25	5	29	4	45	4	11
55	7	4	6	3	5	14	4	37
50	7	44	6	37	5	44	5	3
45	8	26	7	13	6	15	5	31
40	9	11	7	52	6	49	5	59
35	10	4	8	37	7	29	6	34
30	11	3	9	27	8	13	7	13
25	12	15	10	31	9	7	8	1
20	13	48	11	50	10	18	9	4
15	15	56	13	44	11	57	10	32
10	19	26	16	46	14	38	12	55
5	26	36	23	9	20	20	18	1

II. TA-

II. TAVOLA

Che ci dà il valore della formola $\frac{sen\ \varphi^2}{sen.\psi}$ per tutte l' obliquità delle vele, e le sette principali spezie de' vascelli.

L'angolo AFS = n	Spezie de' vascelli. $a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$
90°	0, 0741	0, 0466	0, 0312
85	0, 0738	0, 0464	0, 0311
80	0, 0741	0, 0470	0, 0314
75	0, 0751	0, 0477	0, 0320
70	0, 0766	0, 0489	0, 0328
65	0, 0781	0, 0503	0, 0339
60	0, 0820	0, 0524	0, 0354
55	0, 0864	0, 0550	0, 0373
50	0, 0918	0, 0585	0, 0398
45	0, 0972	0, 0628	0, 0426
40	0, 1059	0, 0688	0, 0468
35	0, 1109	0, 0753	0, 0515
30	0, 1314	0, 0863	0, 0593
25	0, 1468	0, 0965	0, 0704
20	0, 1800	0, 1209	0, 0842
15	0, 2269	0, 1535	0, 1080
10	0, 3004	0, 2124	0, 1515
5	0, 4602	0, 3493	0, 2642

II. TA-

II. TAVOLA

Che ci dà il valore della formola $\frac{sen.\varphi^2}{sen.\psi}$ *per tutte l'obliquità delle vele, e le sette principali spezie de' vascelli.*

L'angolo AFS = n	Spezie de' vascelli. $a = 4\frac{1}{2} b$	$a = 5 b$	$a = 5\frac{1}{2} b$	$a = 6 b$
90°	0, 0219	0, 0160	0, 0120	0, 0092
85	0, 0219	0', 0161	0, 0122	0, 0094
80	0, 0221	0, 0162	0, 0123	0, 0095
75	0, 0226	0, 0165	0, 0124	0, 0096
70	0, 0233	0, 0170	0, 0127	0, 0097
65	0, 0239	0, 0174	0, 0131	0, 0101
60	0, 0250	0, 0182	0, 0137	0, 0106
55	0, 0262	0, 0191	0, 0145	0, 0113
50	0, 0281	0, 0207	0, 0155	0, 0121
45	0, 0298	0, 0221	0, 0167	0, 0129
40	9, 0332	0, 0244	0, 0184	0, 0142
35	0, 0367	0, 0273	0, 0203	0, 0159
30	0, 0424	0, 0311	0, 0236	0, 0182
25	0, 0499	0, 0374	0, 0264	0, 0207
20	0, 0605	0, 0447	0, 0340	0, 0269
15	0, 0780	0, 0582	0, 0444	0, 0346
10	0, 1124	0, 0845	0, 0647	0, 0508
5	0, 2012	0, 1551	0, 1209	0, 0960

§. 30.

§. 30. Mettendo in uso queste due tavole siamo in istato di determinare il corso d' un vascello per ciascuna obliquità delle sue vele AFS$=\eta$, e per ciascuna specie di vascello, purchè il vento soffia in maniera, che colpisca le vele da dietro. Perchè la prima tavola dimostra la deriva, o sia l'angolo AFX $=\varphi$, e la seconda dà il valore della formola $\frac{sen.\varphi^2}{sen.\psi}$, che chiameremo quì $=s$. Supponendo dunque la velocità del vascello $=v$, la resistenza sarà $=\frac{vv}{4g}\ \frac{3}{4}\ ae.s$. Intanto se la retta VF dinota il vento vero, la cui velocità sia uguale e, e l' obliquità d' incidenza, ovvero l' angolo VFS $=\theta$, bisognerà sul principio cercare il vento apparente per la regola data di sopra; ma potendo questa ricerca riuscire un pò imbarazzante, daremo una regola molto più semplice. Avendo preso la linea VF$=e$, si pigli sulla direzione del vascello FX, la porzione F$x$$=v$, e si tiri sulla vela SFs la perpendicolare TFZ, alla quale si meneranno da V, ed x le perpendicolari VT, ed xZ; la linea TF dinoterà la velocità del vento perpendicolare alla vela, e la linea FZ la velocità, colla quale la vela si sottrae direttamente al vento. Si vede, che la vela sarà percossa non altramente, che se fosse in riposo, ed il vento la percuotesse perpendicolarmente con una velocità = TF — FZ. Dunque poichè l' angolo SFV $=\theta$, e l'an-l'angolo SF$x = \eta + \varphi$, s'avrà FT$= c.\ sen.\ \theta$, FZ$= v$ $sen.\ (\eta + \varphi)$, e la velocità perpendicolare del vento$= c\ sen.\ \theta - v.\ sen.\ (\eta + \varphi)$. Per conseguenza supponendo la superficie delle vele $ff = \alpha bb$ (§.25.) la forza del vento sarà $\frac{1}{800}\left(\frac{c.\ sen.\ \theta - v\ (\eta + \varphi)\ )^2}{4g}\right.\ .\ \alpha bb$, che si uguaglierà alla resistenza, per aver questa equazione: $vv.\ \frac{3}{4}\ aes = \frac{1}{800}.\ (c.\ sen.\ \theta - v.\ sen.\ (\eta + \varphi)\ )^2\ \alpha bb$: donde si ricava $v = \frac{c.\ sen.\ \theta\ b\sqrt{\alpha}}{\sqrt{600.aes} + sen.\ (\eta + \varphi).\ b\sqrt{\alpha}}$

ovvero$= \frac{c.\ sen.\ \theta.}{sen.\ (\eta + \varphi) + \sqrt{\frac{600\ aes}{\alpha\ bb}}}$ formola, ch'esprime la velocità, colla quale il vascello solcherà sul suo corso FX.

§. 31. Ma come non si può conoscere il vento vero nel mare, allorchè il vascello è in movimento; e l'osservazioni altro non ci danno, nè ci possono dare, che il vento apparente, il quale entra immediatamente nell' espressione della forza spingente, la riduzione, che avemo insegnato nell' articolo precedente, in parte diviene inutile, e la velocità del vascello molto più di leggieri potrà determinarsi. Perchè se la linea VF$= c$ dinota già la velocità del vento apparente, di cui l' angolo d' incidenza sia VFS $= \theta$, subito si trova la forza spingente$= \frac{1}{800}.\ \frac{cc\ sen.\ \theta^2}{4g}\ \alpha\ bb$, la quale uguagliata alla resistenza $\frac{vv}{4g}.\ \frac{3}{4}\ aes$, dà la velocità del vascello $v = c$ *sen.* $\sqrt{\frac{\alpha . bb}{600 . aes}}$. Diamone un esempio: sia il nostro vascello della quinta spezie, o sia $a = 5\,b$, e la profondità dell'acqua $e = \frac{1}{3}\,b$; in guisa che $ae = \frac{5}{3}\,bb$; sia di più ff la somma delle vele colpite dal vento $= 4\,bb$, o sia $\alpha = 4$: sia in fine l'obliquità delle vele AFS $= 50° = n$, si ricaverà dalla prima tavola la deriva $\varphi = 6°, 37'$, e dalla seconda $\frac{sen. \varphi^2}{sen. \psi} = s = 0,0207$. Indi supponendo la velocità apparente $= c$, e l'angolo d'incidenza $= \theta$, si troverà la velocità del vascello $v = c\,.\,sen.\,\theta \sqrt{\frac{4}{600 . \frac{5}{3} . 0,0207}}$, ovvero $v = c\,.\,sen.\,\theta \sqrt{\frac{40}{207}} = 0,4396\,.\,c\,sen.\,\theta$. Così se l'obliquità del vento VFS fosse $= 30°$, la velocità del vascello sarebbe $= 0,2198\,.\,c$; o sia la velocità del vascello sarebbe la quinta parte di quella del vento.

§. 32. Se si paragona intanto la direzione del vento VF col corso del vascello FX, subito apparisce, che l'angolo VFX dee essere maggiore dell' angolo SFX $= n + \varphi$. Or se si considera la prima tavola, si vedrà, che la somma de'due angoli $n + \varphi$ diviene in calando sempre più picciola fino ad un certo punto, oltre del quale questa somma cresce. E' cosa dunque importantissima sapere quale è la disposizione delle vele, che dà la somma $n + \varphi$, o sia l'angolo SFX il più picciolo; poichè dando all'obliquità del vento VFS $= \theta$ il minimo valore, poten-

potendo ancora il vento agire ſulla vela, s'avrà il caſo, in cui l'angolo VFX diviene il più picciolo, e nel quale conſeguentemente il corſo del vaſcello s'accoſterà alla direzione del vento FV il più che ſarà poſſibile: ovvero nel quale il vaſcello avvanzerà più contro il vento. Si dice allora, che il vaſcello va più vicino al vento, e queſta qualità di così andare ſi riguarda ne' vaſcelli come qualità eccellente. Queſta dipende principalmente dalla ſpezie del vaſcello; e noi abbiamo fatto avvertire di ſopra, che più di lunghezza ha un vaſcello per rapporto alla ſua larghezza, più è acconcio ad avanzare contro il vento, o di andare più al vento. Affinchè ſviluppiamo bene queſt'oggetto ricordiamoci quì per ciaſcuna ſpezie de' vaſcelli gli angoli SFA $= \eta$, ed AFX $= \varphi$, di cui la ſomma $\eta + \varphi$ diviene la più picciola. Ciò s'oſſerva nella picciola tavola, che ſegue.

TAVOLA

Spezie di vaſcelli.	AFS $= \eta$		AFX $= \varphi$		SFX $= \eta + \varphi$	
$a = 3\ b$	13°	7′	29°	30′	42°	37′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	11	4	26	4	37	8
$a = 4\ b$	9	54	23	45	33	39
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	9	24	20	0	29	24
$a = 5\ b$	8	2	18	27	26	29
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	7	54	16	18	24	12
$a = 6\ b$	7	10	15	4	22	14

Questi ultimi angoli SFX essendo accresciuti dell' obliquità del vento VFS $= \theta$ mostreranno a qual grado ciascun vascello sarà capace d'andare più al vento. Ma è cosa buona notare, che non bisogna prendere l'angolo θ troppo picciolo; poichè allora il vento non potrebbe agire sulle vele a cagione delle loro curvature; e questa ragione ci fa credere, che non si può diminuire l'angolo θ più di un punto, overo di $11°, 15'$. Supponendo dunque l'angolo VFS $= 11°, 15'$, avremo gli angoli del più vicino VFX, come si vedono nella tavola seguente.

T A V O L A

Spezie di vascelli.	Angoli VFX	
$a = 3\ b$	53°	52'
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	48	23
$a = 4\ b$	44	54
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	40	39
$a = 5\ b$	37	44
$v = 5\frac{1}{2}\ b$	35	27
$a = 6\ b$	33	29

Donde si vede, che un vascello dell' ultima spezie $a = 6\ b$ potrebbe camminar contro vento fino quasi a tre punti.

§. 33. Ma come in simili corsi l'obliquità delle vele dovrebbe essere eccessiva, e l'angolo AFS sì pic-

picciolo, che quasi non si potrebbe ottenere nella pratica a cagion della curvatura delle vele; il più delle volte è più vantaggiosa cosa di non dare all'angolo SFX $= n + \varphi$ il suo più picciolo valore, ma pigliarlo piuttosto di qualche grado maggiore; affinchè l'angolo AFS non divenga d'un'estrema picciolezza. Per facilitare questa scelta, aggiungeremo quì la seguente Tavola.

III. TAVOLA

Che ci dà gli angoli SFX $= n + \varphi$ *per tutte l'obliquità delle vele* AFS $= n$, *e le sette spezie de' vascelli.*

Spezie de' vascelli.

L'angolo AFS $= n$	$a = 3\,b$		$a = 3\frac{1}{2}\,b$		$a = 4\,b$		$a = 4\frac{1}{2}\,b$	
90°	90°	0	90°	0'	90°	0'	90°	0'
85	89	35	88	40	87	59	87	30
80	86	31	85	11	84	14	83	33
75	82	58	81	40	80	27	79	42
70	79	19	77	25	76	5	75	7
65	75	30	73	24	71	54	70	48
60	71	41	69	19	67	39	66	25
55	67	50	65	15	63	25	62	4
50	64	1	61	11	59	12	57	44
45	60	12	57	12	55	2	53	26
40	56	33	52	13	50	55	49	11
35	52	26	49	30	46	57	45	4
30	49	43	45	52	43	6	41	3
25	46	43	42	31	39	29	37	15
20	44	17	39	42	36	20	33	48
15	42	44	37	39	33	51	30	56
10	42	57	37	13	32	50	29	26
5	47	37	41	9	35	52	31	36

III. TAVOLA

Che ci dà gli angoli SFX $= n + \varphi$, *per tutte l' obliquità delle vele* AFS $= n$, *e le sette spezie de' vascelli.*

Spezie de' vascelli.

L'angolo AFS $= n$	$a = 5b$		$a = 5\frac{1}{2}b$		$a = 6b$	
90°	90°	0'	90°	0'	90°	0'
85	87	9	86	52	86	37
80	83	2	82	38	82	19
75	78	55	78	23	77	57
70	74	22	73	47	73	19
65	69	57	69	17	68	46
60	65	29	64	45	64	11
55	61	3	60	14	59	37
50	56	37	55	44	55	3
45	52	13	51	15	50	31
40	47	52	46	49	45	59
35	43	37	42	29	41	34
30	39	27	38	13	37	13
25	35	31	34	7	33	1
20	31	50	30	18	29	4
15	28	44	26	57	25	32
10	26	46	24	38	22	55
5	28	9	25	20	23	1

Questa tavola fa vedere, che pigliando l'angolo $n = 15°$ non si perderanno sull' andare lo più che è possibile al vento, che alcuni minuti per le primiere spezie, e solamente due gradi per la prima: differenza, che non può esser sensibile nella pratica.

CAPO V.

Sul più veloce solcare de'vascelli, dati il loro corso, e la direzione del vento.

§. 34. Noi ci proponghiamo in questo Capo dare la soluzione del Problema enunciato di sopra, e che comprende l'oggetto il più interessante dell'arte del Piloto.

Fig. 7. *Dati il corso di un vascello, e la direzione del vento, trovare la disposizione sì del vascello, come delle vele, perchè corra sul corso proposto colla più grande velocità.*

Noi supponghiamo il vento apparente dato, non potendoci l'osservazioni fatte su d'un vascello far conoscere altro, che il vento apparente. Sia dunque VF la direzione del vento apparente, e la sua velocità $= c$, e la linea FX rappresenti il corso, che il vascello dee tenere. Date queste direzioni, l'angolo VFX è noto. Supponghiamo quest' angolo $= \delta$ a riguardo delle quantità, che si tratta determinare, fatta l'obliquità delle vele AFS $= n$, si troverà per mezzo della prima tavola del Capo pre-

precedente la deriva del vascello, o sia l' angolo AFX $=\varphi$, ed indi si avrà l'angolo d'incidenza del vento VFS $=\theta=\delta-\eta-\varphi$. Abbiamo trovato di sopra la velocità del vascello $v=c\ cos.\theta\sqrt{\frac{\alpha\ bb}{600.a.es.}}$ la lettera s dinotando la formola $\frac{sen.\varphi^2}{sen.\psi}=\frac{sen.\varphi^2}{sen.\eta}$ a cagion di $\eta=90-\psi$. Per conseguenza per risolvere il nostro Problema, trattasi trovare il valore dell' angolo η, perchè questa formola $\frac{sen.\theta}{sen.\varphi}\sqrt{cos.\eta}$ $=\frac{sen.(\delta-\eta-\varphi)}{sen.\varphi}\sqrt{cos.\eta}$ acquisti il più gran valore, che sia possibile, ricordandosi del rapporto tra gli angoli η e φ, espresso dall' equazione $cos.\eta=\frac{a^3}{2b^3}\ tang.\varphi^2$.

§. 35. Or facendo uso di questa formola secondo le regole che l'analisi prescrive per trovare i *massimi*, o i *minimi* valori, si arriva a questa uguaglianza finale: $tang.(\delta-\eta)=\frac{1}{2}\ tang.\eta\left(\frac{2-tang.\eta\ tang.\varphi}{\frac{1}{2}-tang.\eta\ tang.\varphi}\right)$ dalla quale dovrebbono ricavarsi gli angoli η, e φ per ciascun angolo proposto δ. Ma ricercando ciò de'calcoli molto imbarazzati val meglio ritorcere la quistione, e cercare l' angolo δ per tutti gli angoli η, e φ. Perchè disposti tutti questi valori in una tavola simile a quella del Capo precedente sarà facile per la seconda volta ritorcere la quistione, ed assegnare per ciascun angolo δ gli angoli η, e φ. Ciocchè darà la soluzion del Problema.

TA-

TAVOLA

Che nota per tutti gli angoli AFS $= n$, *e le sette spezie de' vascelli, l'angolo* VFX $= \delta$, *compreso tra la direzion del vento, ed il corso del vascello* FX.

Spezie de' vascelli.

L'angolo AFS $= n$	$a = 3b$		$a = 3\frac{1}{2}b$		$a = 4b$		$a = 4\frac{1}{2}b$	
90°	180°		180°		180°		180°	
85	178	53'	176	50'	175	41'	175	0'
80	172	13	170	12	168	59	168	11
75	165	33	163	24	162	4	161	11
70	158	40	156	23	154	57	153	59
65	151	38	149	13	147	40	146	37
60	144	18	141	44	140	5	138	57
55	136	46	134	4	132	21	131	10
50	128	43	125	53	124	5	122	51
45	120	20	117	25	115	35	114	19
40	111	10	108	10	106	19	105	1
35	101	28	98	29	96	41	95	25
30	90	32	87	34	85	50	84	36
25	78	36	75	58	74	24	73	18
20	64	55	62	37	61	13	60	16
15	50	17	48	38	47	38	46	56
10	33	20	32	21	31	45	31	19
5	16	19	16	0	15	46	15	37

TA-

TAVOLA

Che nota per tutti gli angoli AFS $= n$, *e le sette spezie de' vascelli, l'angolo* VFX $= \delta$ *compreso tra la direzione del vento, ed il corso del vascello* FX.

Spezie de' vascelli.

L'angolo AFS $= n$	$a = 5\,b$		$a = 5\frac{1}{2}\,b$		$a = 6\,b$	
90°	180°		180°		180°	
85	174	33'	174	13'	173	56'
80	167	38	167	13	166	55
75	160	33	160	5	159	44
70	153	16	152	44	152	19
65	145	51	145	16	144	49
60	138	8	137	31	137	3
55	130	18	129	39	129	10
50	121	56	121	15	120	44
45	113	23	112	41	112	8
40	104	5	103	22	202	56
35	94	30	93	48	93	24
30	83	41	83	1	82	29
25	72	27	71	54	70	25
20	59	29	59	3	58	36
15	46	23	46	4	45	44
10	31	1	30	49	30	36
5	15	31	15	26	15	22

§. 36.

§. 36. Se ſtando in riposo il vaſcello abbiamo regolata la diſpoſizione ſul vento vero, incominciando a camminare il vaſcello, il vento ſembrerà cangiar direzione, ſebbene eſſo dimori lo ſteſſo. Abbiſognerà dunque mutar la diſpoſizione uniformamente alle regole date, della ſteſſa maniera, che ſe effettivamente il vento ſi foſſe cangiato. Or come il vaſcello acquiſta aſſai preſto la velocità, che il vento è capace imprimergli, tutta la mutazione potrà farſi in pochiſſimo tempo; in guiſa che non ſi tarderà ad accorgerſi, ſe la diſpoſizione data al vaſcello, ed alle vele ſia d'accordo colle regole trovate, o no. Nell'ultimo caſo, il tutto ſubito ſi rimetterà nello ſtato, in cui dee eſſerlo. Del reſto è coſa buona oſſervare, che in tutti i caſi, in cui ſi tratta d'un *maſſimo*, o *minimo*, un picciolo allontanamento dalle regole preſcritte quaſi niente cangia nell'effetto; in guiſa che il Piloto potrà ſempre credere buona la ſua diſpoſizione tanto, che queſta non s'apparti conſiderabilmente da quella preſcritta dalla regola. La conſiderazione della differenza tra'l vento vero, ed apparente ne diviene in conſeguenza all'intutto inutile.

§. 37. Per far vedere come un Piloto debba ſervirſi della tavola da noi data, eccone un eſempio per un vaſcello della ſpezie $a = 4\frac{1}{2} b$, e ſupponendo, che la direzione del vento VF faccia col cor-

ſo

ſo FX, che dee il vaſcello tenere, un angolo VFX $= 138°. 57'$, la noſtra tavola c' indica ſubito, che biſogna prendere l'obliquità delle vele, o ſia l'angolo AFS $= 60°$. La prima tavola del Capo precedente ci dà di poi la deriva AFX $= 6°. 25'$, e per conſeguenza l'angolo SFX $= 66°. 25'$. Donde ricaviamo l'angolo YFS $= \theta = \delta - \eta - \phi = 72°. 32'$: il Piloto diſporrà dunque le vele in guiſa, che la loro obliquità, o ſia l'angolo AFS divenga $= 60°$; indi facendo girare il vaſcello di maniera, che il vento cada ſulle vele ſotto un angolo VFS $= 72°. 32'$, ſarà aſſicurato, che il vaſcello ſolcherà ſul corſo propoſto FX colla deriva AFX $= 6°. 25'$, e colla più grande velocità poſſibile. Per aſſegnar queſta più grande velocità, che il vaſcello riceverà in tale diſpoſizione, ſi ricaverà dalla ſeconda tavola del Capo precedente il valore della formola $\frac{sen. \varpi^2}{sen. \psi} = s = 0,0250$. Indi eſſendo $a = \frac{9}{2} b$, e facendo $e = \frac{2}{5} b$, e $ff = 3bb$ per la ſuperficie di tutte le vele, ſi troverà la velocità del vaſcello $v = c.\ sen.\ (72°, 32') \sqrt{\frac{3bb}{1080.\ 0,0260.\ bb}} = \frac{9}{5}\ sen.\ (72°\ 32')$ o ſia $v = 0,318$; in guiſa che il vaſcello acquiſterà quaſi tre decime della velocità del vento. Se la velocità del vento foſſe di 30 piedi per ſeconda, quella del vaſcello ſarebbe di 9, piedi. Or una (*) Werſta contiene

Fig. 9.

(*) Miglio di Ruſſia.

tiene 3500 piedi, bisognerebbero dunque 389 seconde, o sia $6\frac{1}{2}$ minuti per percorrere lo spazio d'una Wersta. Questo esempio sembra che non lascia difficoltà alcuna sulla maniera di servirsi delle nostre regole.

§. 38. Forse qualcheduno sarà sorpreso in trovare in questa nostra ultima tavola, per gli angoli VFX$=\delta$, valori molto minori de' limiti assegnati di sopra, per avvicinarsi al vento. Per esempio, pigliando l'angolo AFS$=\eta=5°$, questa tavola dà per la prima spezie de' vascelli ove $a=3\,b$, l'angolo $\delta=16°\ 19'$, mentre che abbiamo veduto di sopra, che un tal vascello non saprebbe profittare del vento, che sotto un angolo VFX$=53°.\ 52'$; ma tal meraviglia cesserà subito, quando si considereranno le condizioni, nelle quali questo picciolo angolo VFX$=16°.\ 19'$ deve aver luogo; perchè l'angolo SFA essendo$=\eta=5°$, la deriva sarà AFX $=\varphi=42°.37'$, e conseguentemente l'angolo SFX $=\eta+\varphi=47°.\ 37'$, il quale essendo sottratto dall'angolo VFX$=16°.\ 19'$, lascia per l'angolo VFS il valore $\theta=-31°.\ 28'$. Or questo valore essendo negativo, indica, che il vento dee percuotere la vela dall'altro lato, in guisa che il vascello sarà spinto in dietro. In effetto, il seno dell'angolo θ divenendo negativo, la nostra formola darà una velocità negativa, ed una tale veloci-

Fig. 7.

locità, sebbene possa essere un *massimo* o *minimo* per questo corso, dee essere rigettata. Bisogna dunque in generale, sempre che la nostra tavola dà per l'angolo VFX $=\delta$ un valore minore di SFX $=\eta+\varphi$, rigettar questi casi come assolutamente impossibili, perchè allora l'angolo d'incidenza del vento VFS $=\theta$ $\delta-\eta-\varphi$ diverrebbe negativo. Questa considerazione fa vedere, che i piccioli valori, che possansi ammettere per l'angolo VFX $=\delta$ sono quelli, in cui $\delta=\eta+\varphi$, e conseguentemente l'angolo $\theta=0$; nel qual caso il vascello resterebbe in riposo. La tavola seguente mette sotto gli occhi i veri limiti dell'angolo VFX $=\delta$ per ciascuna spezie di vascello.

Tavola degli angoli δ, η, φ.

Spezie del vascello	VFX $=\delta$		SFA $=\eta$		AFX $=\varphi$	
$a=3\ b$	42°	37′	13°	7′	29°	30′
$a=3\frac{1}{2}\ b$	37	8	11	4	26	4
$a=4\ b$	33	39	9	54	23	45
$a=4\frac{1}{2}\ b$	29	24	9	24	20	0
$a=5\ b$	26	29	8	2	18	27
$a=5\frac{1}{2}\ b$	24	12	7	54	6	18
$a=6\ b$	22	14	7	10	15	4

§. 39. Per risparmiare a' Piloti la penosa fatica d'andar cercando, e combinare tutti gli elementi, che

che le nostre tavole abbracciano, aggiungeremo quì delle tavole particolari per ciascuna spezie di vascello. La prima colonna di ciascuna conterrà gli angoli dati VFX, compresi tra la direzione del vento, ed il corso del vascello. Cominceremo dal più picciolo valore di questo angolo, quando il vascello sta in riposo; e di là saliremo successivamente fino a 180°. La seconda colonna abbraccerà l'obliquità delle vele, o sia l'angolo AFS $= \eta$; la terza darà la deriva, o sia l'angolo AFX $= \varphi$; la quarta, la somma de' due ultimi angoli, °SFX $= \eta + \varphi$, la quale essendo tolta dall'angolo δ, darà l'incidenza del vento, o sia l'angolo VFS $= \theta = \delta - \eta - \varphi$, i cui valori compongono la quinta colonna. Finalmente si troveranno nella stessa colonna i valori della formola $s = - \frac{sen.\,\phi^2}{sen.\,\psi} = \frac{sen.\,\phi^2}{cos.\,\eta}$ che ricaveremo dalla seconda tavola del Cap. prec. di questi valori abbiamo bisogno per trovare la velocità stessa del vascello.

I. TAVOLA

Del più veloce solcare pe' vascelli di prima spezie
$a = 3\,b$.

VFX δ		AFS η		AFX φ		SFX $\eta+\varphi$		VFS θ		$s=\frac{sen.\omega^2}{sen\,\psi}$
42°	37′	13°	7′	39°	30′	42°	37′	0°	0′	— —
50	17	15	0	27	44	42	44	7	33	0, 2269
64	55	20	0	24	17	44	17	20	38	0, 1800
78	36	25	0	21	43	46	43	31	53	0, 1468
90	32	30	0	19	43	49	43	40	49	0, 1314
101	28	35	0	17	26	52	26	49	2	0, 1109
111	10	40	0	16	33	56	33	54	37	0, 1059
120	20	45	0	15	12	60	12	60	8	0, 0972
128	43	50	0	14	1	64	1	64	42	0, 0918
136	46	55	0	12	50	67	50	68	56	0, 0864
144	48	60	0	11	41	71	41	73	7	0, 0820
151	38	65	0	10	30	75	30	76	8	0, 0781
158	40	70	0	9	19	79	19	79	21	0, 0766
165	33	75	0	7	58	82	58	82	35	0, 0751
172	13	80	0	6	31	86	31	85	42	0, 0741
178	53	85	0	4	35	89	35	89	18	0, 0738
180	0	90	0	0	0	90	0	90	0	0, 0741

II. TAVOLA.

Del più veloce solcare pe' vascelli della seconda spezie
$a = 3\frac{1}{2} b.$

VFX δ		AFS η		AFX φ		SFX $\eta+\varphi$		VFS θ		$s = \frac{sen.\varphi^2}{sen.\delta}$
37°	8'	11°	4'	26°	4'	37°	8'	0°	0'	— —
48	38	15	0	22	39	37	39	10	59	0, 1535
62	37	20	0	19	42	39	42	22	55	0, 1209
75	58	25	0	17	31	42	31	33	27	0, 0965
87	34	30	0	15	52	45	52	41	42	0, 0863
98	29	35	0	14	30	49	30	48	59	0, 0753
108	10	40	0	13	16	53	16	54	54	0, 0688
117	25	45	0	12	12	57	12	60	13	0, 0628
125	53	50	0	11	11	61	11	64	42	0, 0585
134	4	55	0	10	15	65	15	68	49	0, 0550
141	44	60	0	9	19	69	19	72	25	0, 0524
149	13	65	0	8	24	73	24	75	49	0, 0503
156	23	70	0	7	25	77	25	78	58	0, 0489
163	24	75	0	6	40	81	40	81	44	0, 0477
170	12	80	0	5	11	85	11	85	1	0, 0470
176	50	85	0	3	40	88	40	88	10	0, 0464
180	0	90	0	0	0	90	0	90	0	0, 0466

III. TAVOLA

Del più veloce solcare pe' vascelli della terza spezie
$a = 4b$.

VFX δ		AFS η		AFX φ		SFX $\eta+\varphi$		VFS θ		$s = \frac{sen.\varphi^2}{sen.\psi}$
33°	39'	9°	54'	23°	45'	33°	39'	0°	0'	— —
47	38	15	0	18	51	33	51	13	47	0, 1080
61	13	20	0	16	20	36	20	24	53	0, 0842
74	24	25	0	14	29	39	29	34	55	0, 0704
85	50	30	0	13	6	43	6	42	44	0, 0593
96	41	35	0	11	57	46	57	49	44	0, 0515
106	19	40	0	10	55	50	55	55	24	0, 0468
115	35	45	0	10	2	55	2	60	33	0, 0426
124	5	50	0	9	12	59	12	64	53	0, 0398
132	21	55	0	8	25	63	25	68	56	0, 0373
140	5	60	0	7	39	67	39	72	26	0, 0354
147	40	65	0	6	54	71	54	75	46	0, 0339
154	57	70	0	6	5	76	5	78	52	0, 0328
162	4	75	0	5	27	80	27	81	37	0, 0320
168	59	80	0	4	14	84	14	84	45	0, 0314
175	41	85	0	2	59	87	59	87	42	0, 0311
180	0	90	0	0	0	90	0	90	0	0, 0312

IV. TAVOLA.

Del più veloce solcare pe' vascelli della quarta spezie
$a = 4\frac{1}{2}\, b$.

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s = \frac{sen.\upsilon^2}{sen.\psi}$
29° 24′	9° 24′	20° 0′	29° 24′	0° 0′	— —
31 19	10 0	19 26	29 26	1 53	0, 1124
46 56	15 0	15 56	30 56	16 0	0, 0780
60 16	20 0	13 48	33 48	26 28	0, 0605
73 18	25 0	12 15	37 15	36 3	0, 0499
84 36	30 0	11 3	41 3	43 33	0, 0424
95 25	35 0	10 4	45 4	50 21	0, 0367
105 1	40 0	9 11	49 11	55 50	0, 0332
114 19	45 0	8 26	53 26	60 53	0, 0298
122 51	50 0	7 44	57 44	65 7	0, 0281
131 10	55 0	7 4	62 4	69 6	0, 0262
138 57	60 0	6 25	66 25	72 32	0, 0250
146 37	65 0	5 48	70 48	75 49	0, 0239
153 59	70 0	5 7	75 7	78 52	0, 0233
161 11	75 0	4 42	79 42	81 29	0, 0226
168 11	80 0	3 33	83 33	84 38	0, 0221
175 0	85 0	2 30	87 30	87 30	0, 0219
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0, 0219

V. TA-

V. TAVOLA

Del più veloce solcare pe' vascelli della quinta spezie

$a = 5b$.

VFX δ		AFS η		AFX φ		SFX $\eta+\varphi$		VFS θ		$s=\frac{\text{sen.}\,\varphi^{2}}{\text{sen.}\,\downarrow}$
26°	29'	8°	2'	18°	27'	26°	29'	0°	0'	— —
31	1	10	0	16	46	26	46	4	15	0, 0845
46	23	15	0	13	44	28	44	17	39	0, 0582
59	29	20	0	11	50	31	50	27	39	0, 0447
72	27	25	0	10	31	35	31	36	56	0, 0374
83	41	30	0	9	27	39	27	44	14	0, 0311
94	38	35	0	8	27	43	27	51	1	0, 0273
104	5	40	0	7	52	47	52	56	13	0, 0244
113	23	45	0	7	13	52	13	59	10	0, 0221
121	56	0	0	6	37	56	37	65	19	0, 0207
130	18	55	0	6	3	61	3	69	15	0, 0191
138	8	60	0	5	29	65	29	72	39	0, 0182
145	51	65	0	4	57	69	57	75	54	0, 0174
153	16	70	0	4	22	74	22	78	54	0, 0170
160	33	75	0	3	55	78	55	81	38	0, 0165
167	38	80	0	3	2	83	2	84	36	0, 0162
174	33	85	0	2	9	87	9	87	24	0, 0161
180	0	90	0	0	0	90	0	90	0	0, 0160

IV. TAVOLA.

Del più veloce solcare pe' vascelli della quarta spezie
$a = 4\frac{1}{2}\, b$.

VFX δ		AFS n		AFX φ		SFX $n+\varphi$		VFS θ		$s = \frac{sen.\varphi^2}{sen.\psi}$
29°	24'	9°	24'	20°	0'	29°	24'	0°	0'	— —
31	19	10	0	19	26	29	26	1	53	0, 1124
46	56	15	0	15	56	30	56	16	0	0, 0780
60	16	20	0	13	48	33	48	26	28	0, 0605
73	18	25	0	12	15	37	15	36	3	0, 0499
84	36	30	0	11	3	41	3	43	33	0, 0424
95	25	35	0	10	4	45	4	50	21	0, 0367
105	1	40	0	9	11	49	11	55	50	0, 0332
114	19	45	0	8	26	53	26	60	53	0, 0298
122	51	50	0	7	44	57	44	65	7	0, 0281
131	10	55	0	7	4	62	4	69	6	0, 0262
138	57	60	0	6	25	66	25	72	32	0, 0250
146	37	65	0	5	48	70	48	75	49	0, 0239
153	59	70	0	5	7	75	7	78	52	0, 0233
161	11	75	0	4	42	79	42	81	29	0, 0226
168	11	80	0	3	33	83	33	84	38	0, 0221
175	0	85	0	2	30	87	30	87	30	0, 0219
180	0	90	0	0	0	90	0	99	0	0, 0219

V. TAVOLA

Del più veloce solcare pe' vascelli della quinta spezie
$a = 5b$.

VFX δ	AFS η	AFX φ	SFX $\eta+\varphi$	VFS θ	$s=\frac{sen.\odot^2}{sen.\perp}$
26° 29'	8° 2'	18° 27'	26° 29'	0° 0'	— —
31 1	10 0	16 46	26 46	4 15	0, 0845
46 23	15 0	13 44	28 44	17 39	0, 0582
59 29	20 0	11 50	31 50	27 39	0, 0447
72 27	25 0	10 31	35 31	36 56	0, 0374
83 41	30 0	9 27	39 27	44 14	0, 0311
94 38	35 0	8 27	43 27	51 1	0, 0273
104 5	40 0	7 52	47 52	56 13	0, 0244
113 23	45 0	7 13	52 13	59 10	0, 0221
121 56	0 0	6 37	56 37	65 19	0, 0207
130 18	55 0	6 3	61 3	69 15	0, 0191
138 8	60 0	5 29	65 29	72 39	0, 0182
145 51	65 0	4 57	69 57	75 54	0, 0174
153 16	70 0	4 22	74 22	78 54	0, 0170
160 33	75 0	3 55	78 55	81 38	0, 0165
167 38	80 0	3 2	83 2	84 36	0, 0162
174 33	85 0	2 9	87 9	87 24	0, 0161
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0, 0160

VI. TAVOLA

Del più veloce solcare pe' vascelli della sesta spezie

$a = 5\frac{1}{2}\,b$.

VFX δ		AFS η		AFX φ		SFX $\eta+\varphi$		VFS θ		$s=\frac{sen\,\varphi^2}{sen.\,\psi}$
24°	12'	7°	54'	16°	18'	24°	12'	0°	0'	— —
30	49	10	0	14	38	24	38	6	11	0, 0647
46	4	15	0	11	57	26	57	19	7	0, 0444
59	3	20	0	10	18	30	18	28	45	0, 0340
71	54	25	0	9	7	34	7	37	47	0, 0264
83	1	30	0	8	13	38	13	44	48	0, 0236
93	48	35	0	7	29	42	29	51	19	0, 0203
103	22	40	0	6	49	46	49	56	33	0, 0184
112	41	45	0	6	15	51	15	61	26	0, 0167
121	15	50	0	5	44	55	44	65	31	0, 0155
129	39	55	0	5	14	60	14	69	25	0, 0145
137	31	60	0	4	45	64	45	72	46	0, 0137
145	16	65	0	4	17	69	17	75	59	0, 0131
152	44	70	0	3	47	73	47	78	57	0, 0127
160	5	75	0	3	23	78	23	81	42	0, 0124
167	13	80	0	2	38	82	38	84	35	0, 0123
174	13	85	0	1	52	86	52	87	21	0, 0122
180	0	90	0	0	0	90	0	90	0	0, 0120

VII. TA-

VII. TAVOLA.

Del più veloce solcare pe' vascelli della settima spezie $a = 6b$.

VFX δ		AFS η		AFX ϕ		SFX $\eta+\phi$		VFS θ		$s = \frac{sen.\phi^2}{sen.\psi}$
22°	14'	7°	10'	15°	4'	22°	14'	0°	0'	— —
30	36	10	0	12	55	22	55	7	41	0, 0508
45	44	15	0	10	32	25	32	20	12	0, 0346
58	36	20	0	9	4	29	4	29	32	0, 0269
70	25	25	0	8	1	33	1	37	24	0, 0207
82	29	30	0	7	13	37	13	45	16	0, 0182
93	24	35	0	6	34	41	34	51	50	0, 0159
102	56	40	0	5	59	45	59	56	57	0, 0142
112	8	45	0	5	31	50	31	61	37	0, 0129
120	44	50	0	5	3	55	3	65	41	0, 0121
129	10	55	0	4	37	59	37	69	33	0, 0113
137	3	60	0	4	11	64	11	72	52	0, 0106
144	49	65	0	3	46	68	46	76	3	0, 0101
152	19	70	0	3	19	73	19	79	0	0, 0097
159	44	75	0	2	57	77	57	81	47	0, 0096
166	55	80	0	2	19	82	19	84	36	0, 0095
173	56	85	0	1	37	86	37	87	19	0, 0094
180	0	90	0	0	0	90	0	90	0	0, 0092

§. 40. Sempre che l'angolo preſcritto VFX $= \delta$ o eſattamente ſi ritrova, o ſolamente vi ſi accoſta in queſte tavole, ſi daranno agli angoli ν, e φ i valori, che vi ſono indicati; non potendo una picciola differenza nell'angolo VFS $= \theta$ alterare ſenſibilmente la più gran velocità del ſolco. Ma ſe queſt' angolo δ s' allontana conſiderabilmente da que', che ſi trovano nelle tavole, non ſarà punto difficile trovar de' valori mezzani: ciò biſogna chiarire con un eſempio: ſia il vaſcello della quin-
Fig. 10. ta ſpecie, nel quale $a = 5.\,b$, e l'angolo propoſto VFX $= \delta = 90°$, è chiaro, che pigliando un mezzo tra gli angoli 83° 41, e 94°. 38′, che ſi trovano nella quinta tavola, ſi potrà prendere $\nu = 33°$, $\varphi = 8°$, e $5 = 0,028$, e ſi diriggerà il vaſcello per rapporto al corſo dato FX, di maniera, che la deriva, o ſia l'angolo AFX divenga $= 8°$. Indi le vele ſaranno diſpoſte in guiſa, che l'angolo AFS divenga $= 33°$; ciocchè darà l' angolo SFX $= 41°$, e per conſeguenza l'angolo d' incidenza VFS $= \theta = 49°$. Tale ſarà nel caſo propoſto la diſpoſizione la più vantaggioſa. Per trovare la velocità del vaſcello, eſpreſſa per la formola $v = c.\,ſen.\,\theta.\sqrt{\frac{\alpha\,bb}{600.\,aes}}$, ove $\alpha\,bb$ eſprime tutta la ſuperficie delle vele, ſupporremo queſta ſuperficie $= 4bb$, e la profondità dell' acqua $e = \frac{1}{3}\,b$, ma $a = 5.\,b$; avremo dunque $a\,e = \frac{5}{3}\,bb$, e conſeguente-

mente

mente $v = c$ *sen.* $49^{\circ} . \sqrt{\frac{1}{7}} = 0,2853 . c$; in guisa tale, che la velocità del vascello sarà a quella del vento come $28\frac{1}{2}$: 100. Così se la velocità del vento fosse di 30 piedi per seconda, quella del vascello sarebbe di $8\frac{1}{2}$ piedi, ovvero percorrerebbe lo spazio d'una Wersta in $412'' = 6'. 52''$, o sia quasi in 7. minuti. Tale sarà la più gran velocità, che questo vascello potrà acquistare nelle date circostanze.

CAPO VI.

Sulla maniera migliore di bordeggiare per arrivare al vento.

§.41. Vegniamo a vedere come mai sia possibile, che un vascello segua un corso, di cui la direzione faccia con quella del vento, un angolo più o meno acuto. Si comprenderà di leggieri da ciò la possibilità di diriggere il corso del vascello, *Fig.* 11. in guisa, che arriva infino al luogo situato su la direzione del vento, e più vicino alla sua origine. Perchè sia al principio F il luogo del vascello, VF la direzione del vento, che ci proponghiamo per pervenire a qualche parte F″, situata su questa direzione, si vede che sarebbe impossibile arrivarvici pel corso diretto FF″. Bisognerà dunque seguire un corso obliquo, e diriggere subito il vascello sulla

sulla dritta, per esempio, secondo la direzione FX; lo che può mandarsi a fine per un' infinità di maniere differenti, secondo che l' angolo VFX è più o meno grande, e disponendo il vascello, come abbiamo insegnato; purchè solchi sul corso FX colla maggior velocità. Il vascello arrivato in X, cangeremo la sua disposizione, facendolo girare di bordo, affinchè possa camminare verso la sinistra sotto la medesima obliquità per rapporto al vento, e lo si farà correre sul corso XFX' egualmente inclinato alla direzione FV. Pervenuto in X il vascello muterà di nuovo la sua disposizione, girerà di bordo per correre sul corso X' F'' sempre egualmente inclinato alla direzione del vento. Si vede che per una tale manovra il vascello può arrivare infino al luogo proposto, facendo uno, o più serpeggiamenti, secondochè le circostanze l'addimandano. Questa maniera di navigare è chiamata dalla gente di marina, *bordeggiare*; ella somministra un eccellente mezzo di profittare del vento anche direttamente contrario. Noi ci proporremo in questo Capo cercare quali sono le disposizioni necessarie, perchè il vascello arriva più velocemente da F a F' contro la direzion del vento.

§. 42. E' cosa naturale il pensare, che sarebbe avvantaggioso fare l' angolo VFX picciolo quanto più è possibile, senza che il vascello cessa d' avanzarsi;

zarsi ; ma fa duopo considerare , che più si diminuisce quest'angolo approssimandosi a' limiti notati nelle sette ultime tavole del Cap. prec. più il movimento diviene lento . Così sarà sempre miglior cosa far quest'angolo più grande per procurare al vascello una più grande velocità, per la quale profitterà più prestamente del vento . Da ciò segue, che per venir a capo dell' oggetto , di cui si tratta , bisogna pigliar l' angolo $VFX = \delta$; di maniera che non sia più la velocità v impressa al vascello, che diviene la più grande , ma quella , che ne risulta nella direzione FV . Or questa velocità , essendo $v.\ cos.\ \delta$, bisogna cercare una disposizione tale , che rende il valore della formola $v.\ cos.\ \delta$ la più grande, che sia possibile .

§. 43. Conosciute bene le significazioni de' quattro angoli η, ϕ, θ, δ s' ha la velocità del vascello $v. = c\ sen.\ \theta.\ \sqrt{\frac{\alpha\ bb}{600.\ aes}} = c.\ sen.\ \theta.\ \sqrt{\frac{\alpha\ bb\ cos.\ \eta}{600.\ ae.\ sen.\ \phi^2}}$. Bisogna dunque , che questa formola moltiplicata per $cos.\ \delta$, addivenga un *massimo* ; intralasciando dunque il fattore noto, $c.\ \sqrt{\frac{\alpha\ bb}{600.\ ae}}$, la formola che dee divenire un *massimo* sarà $sen.\ \theta.\ cos.\ \delta.\ \sqrt{\frac{cos.\ \eta.}{sen.\ \phi^2}}$, ovvero $\frac{sen.\ \theta.\ cos.\ \delta.\ \sqrt{cos.\ \eta}}{sen.\ \phi}$. Ciò posto , si noterà, che l' angolo ϕ è determinato dall' angolo η , e che conosciuto l' angolo θ, s' ha $\delta = \theta + \eta + \phi$; in guisa che i due angoli η , e θ sono indetermiterminati; questi due angoli bisogna determinare in maniera, che il valore della nostra formola divenga il più grande. A tal effetto, supponghiamo primo, che l'angolo η, e per conseguenza l'angolo φ sian già trovati, per tal supposizione la formola, che bisogna rendere un *massimo*, si ridurrà a *sen.* θ *cos.* δ, avendo già l'altro fattore $\frac{\sqrt{cos.\ \eta}}{sen.\ \varphi}$ il suo giusto valore. Or si sa dalla Trigonometria, che questo prodotto *sen.* θ. *cos.* δ si riduce a questa formola $\frac{1}{2}$ *sen.* $(\delta + \theta) - \frac{1}{2}$ *sen.* $(\delta - \theta)$, e $\delta = \eta + \varphi + \theta$, s'avrà dunque $\delta - \theta = \eta + \varphi$; dunque *sen.* $(\delta - \theta)$ è una grandezza già determinata, e si tratta trovare il più gran valore possibile del seno dell'angolo $\delta + \theta$; ciocchè ha luogo evidentemente allorchè $\delta + \theta = 90°$.

§. 44. Trovato così il valore dell'angolo $\delta + \theta$, non è più necessario cercare l'angolo η, che scioglie la quistione, poichè avemo già risoluto questo Problema nel Capo precedente, ove assegnammo per ciascuno angolo δ i tre angoli η, φ, θ, perchè il vascello solchi colla maggior velocità, secondo ciascun corso proposto. Ecco dunque una soluzione semplicissima del Problema, che abbiamo proposto. Bisogna cercare nelle tavole particolari, che abbiam dato sulla fine del Cap. preced. il caso, ove la somma de' due angoli $\delta + \theta$ dà 90°, e s'avrà per ciascuna specie di vascello il valore dell'angolo lo δ, che determina il corso FX, che il vascello dee tener bordeggiando. Così per la prima spezie di vascello, l'angolo $\delta = 64° \; 55'$, dà l'angolo $\delta + \theta = 85° \; 33'$, che è troppo picciolo; l'angolo $\delta = 78° \; 36'$ dà l'angolo $\delta + \theta = 110° \; 29'$, che è troppo grande; donde si vede, che pigliandosi in circa $\delta = 67° \frac{1}{2}$, s'avrà $\theta = 22° \frac{1}{2}$: a questo valore di θ corrisponde l'angolo $\eta = 21° \frac{1}{4}$, e l'angolo $\varphi = 23° \frac{3}{4}$. Per conseguenza per ben bordeggiare con un vascello della prima specie, bisogna fare le disposizioni seguenti.

I°. VFX $= \delta = 67° \frac{1}{2}$;
II°. AFS $= \eta = 21° \frac{1}{4}$;
III°. VFS $= \varphi = 23° \frac{3}{4}$, e
IV°. VFS $= \theta = 22° \frac{1}{2}$.

Riguardo alla velocità s'avrà $s = 0,174, 2 \; 600. \; s = 104, 4$; per conseguenza a cagion di $a = 3b$, s'avrà $v = c. \; sen. \; 22° \frac{1}{2} . \sqrt{\frac{\alpha b}{313 . 2 . e}}$. Dunque la velocità contro il vento $v. \; cos. \; \delta = v. \; sen. \; \theta = c. \; sen. \; (22° \frac{1}{2}.)^2 \sqrt{\frac{\alpha b}{313 . 2 . e}}$, donde si ricava $v. \; cos. \; \delta = 0,0083 . c \sqrt{\frac{\alpha b}{e}}$, c dinotando la velocità del vento.

§. 45. Si seguirà lo stesso metodo per calcolare gli angoli VFX $= \delta$, AFS $= \eta$, AFX $= \varphi$, SFX $= \eta + \varphi$, ed VFS $= \theta$, per l'altre spezie di vascelli, come per trovare la velocità contro il vento $v. \; cos. \; \delta = v. \; sen. \; \theta$, formola che si riduce, come abbiamo già

già veduto, a questa forma N. $c. \sqrt{\frac{x\, b}{e}}$, N dinotando una certa frazione decimale. Si vedono in questa tavola i risultati di questi calcoli per trovare l'altre specie de' vascelli.

TAVOLA

Del più veloce solcare, bordeggiando contro il vento.

Disposizione.

Spezie di vascelli.	VFX δ	AFS n	AFX φ	VFS θ	*La frazione* N
$a = 3\ b$	$67^\circ \frac{1}{2}$	21°	$23^\circ \frac{3}{4}$	$22^\circ \frac{1}{2}$	0, 0083
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	65	21	$19\frac{1}{4}$	25	0, 0114
$a = 4\ b$	$63\frac{1}{4}$	21	16	$26\frac{3}{4}$	0, 0142
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	62	$20\frac{3}{4}$	$13\frac{1}{4}$	28	0, 0177
$a = 5\ b$	$61\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	12	$28\frac{3}{4}$	0, 0181
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	$60\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$	$29\frac{1}{2}$	0, 0232
$a = 6\ b$	$60\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{2}$	10	$29\frac{3}{4}$	0, 0273

Dobbiamo avvertire, che i calcoli non si son fatti con tutta l'esattezza; non essendo sensibile nella pratica la differenza d'un grado; un più esatto grado di precisione avrebbe domandato de' calcoli assai intricati, e non sarebbe stato d'alcuna utiltà reale. La tavola, che vi diamo sarà sufficiente per potervi regolare nella pratica.

§. 46. Considerando questa tavola, di leggieri si percepirà, che tutta l'arte del Piloto, per ben bor-

bordeggiare, ſi riduce alle due regole ſeguenti.

La prima regola riguarda l'angolo AFS $= n$, che le vele debbono fare coll'aſſe del vaſcello. Si vede, che queſto angolo varia da 21° ſino a 20° $\frac{1}{2}$. Poſto dunque, che la differenza di un mezzo-grado non ſaprebbe niente mutare nell'effetto, il Piloto potrà ſempre diſporre le vele, in guiſa che la loro obliquità per rapporto all'aſſe del vaſcello ſia in circa di 21°, o 20° $\frac{1}{2}$.

La ſeconda regola riguarda l'angolo VFS $= \theta$, ſotto il quale il vento colpiſce le vele; queſto angolo varia nella noſtra tavola da 22° $\frac{1}{2}$ ſino a 29° $\frac{3}{4}$. Or rapportandoſi la maggior parte de' vaſcelli a qualcheduna delle ſpezie mezzane tra $a = 3\,b$, ed $a = 6.\,b$, il Piloto potrà ſempre prendere un mezzo tra queſti due limiti, che ſarà quaſi 26°, così, dopo aver diſpoſte le vele SF ſecondo la prima regola, farà girare il vaſcello in guiſa, che il vento colpiſca le vele ſotto un angolo di 26°; oſſervando intanto, che nel caſo, in cui il vaſcello apparterrebbe a qualcheduna delle prime ſpezie, biſogna diminuire di qualche grado queſto angolo di 26°, ed aumentarlo al contrario di qualche grado, ſe il vaſcello s'accoſtaſſe a qualcheduna dell'ultime ſpezie. Del reſto molto non importa, che alcuno s'apparti dalla regola trovata un grado, o più; non eſſendo di conſeguenza al- *Fig.* 12.

euna

cuna un picciolo errore in tutte le ricerche, che s' aggirano su d' un *maſſimo*, o *minimo*. Queſte due regole eſattamente oſſervate, il Piloto potrà eſſer ſicuro, che il ſuo vaſcello profitterà del vento con tanta velocità, quanta è poſſibile, quando anche non conoſceſſe la deriva, o ſia l' angolo AFX, di cui potrà anche trovare il vero valore coll' ajuto della noſtra tavola.

Egli non è coſa fuor di propoſito notare il gran vantaggio, che i vaſcelli lunghi hanno ſu quelli, che ſono più corti. Si vede, che la formola $\sqrt{\frac{xb}{c}}$ eſſendo la ſteſſa non altrimenti che la velocità del vento, i vaſcelli della prima ſpezie non profittano del vento, che con una velocità, che è come o, 0083; mentre che la velocità nella medeſima direzione di quelli dell' ultima ſpezie è come o, 0273, vale a dire, tre volte maggiore; in guiſa che un vaſcello della ſettima ſpezie è capace di profittare del vento con una velocità tre volte maggiore di quella d' un vaſcello della prima ſpezie.

§. 47. Se alcuno ſi proponeſſe avanzare non ſolo contro il vento, ma anche contro un' altra direzione, che foſſe alquanto lontana (perchè riguardo a quelle, che ſono molto lontane, i vaſcelli poſſonvi correre direttamente) il metodo da noi di ſopra uſato di leggieri ci darà la riſoluzione di di questo caso. Infatti supponendo che la direzion del vento sia VF, e che si voglia avanzare contro la direzione FU, l'angolo VFU essendo $= \gamma$, si farà come sopra l'angolo VFX $= \delta$, FX dinotando il corso del vascello, e l'angolo sotto il quale il vento colpisce le vele $= \theta$. Pigliando dipoi uno spazio $Fx = v$ per esprimere la velocità del vascello, e tirando da x sopra FU la perpendicolare xu, s'avrà a cagion dell'angolo UFX $= \delta - \gamma$, lo spazio $Fu = v \; cos. \; (\delta - \gamma)$: Questo spazio si tratta rendere un *massimo*. Per arrivarvi, considerando gli angoli η e φ come avendo il loro giusto valore, bisogna che questa formola $sen. \; \theta \; cos. \; (\delta - \gamma)$ ottenga il più grande valore. Or ciò accaderà quando la somma di questi due angoli $\theta + \delta - \gamma$ diverrà un angolo retto; ciocchè darà $\delta + \theta = 90° + \gamma$. Si dovrà dunque solamente cercare nelle nostre tavole particolari il caso, in cui la somma de' due angoli $\delta + \theta$ diviene uguale a $90° + \gamma$; ed indi si troveranno gli angoli η e φ. Ma come questa quistione occorre di rado assai, sarebbe superfluo trattenervisi d'avvantaggio; e finiremo avvertendo, che non bisogna troppo far conto, se accordino esattamente la esperienza, e le nostre determinazioni, quando il vascello solca contro vento. In questo caso il vento non colpisce unicamente le vele, egli percuote tutta la superficie del vascello, Fig. 13.

gli alberi , il cordellame ec., e l'effetto di quest' impulso è spinger il vascello in dietro , ed alterare considerabilmente l'effetto del vento sulle vele; e ciò tanto più , quanto più violento sarà il vento ; perchè allora le onde del mare concorrono a rispingere il vascello.

CAPO VII.

Rischiaramento su le differenti spezie di Vascello.

§. 48. ALlora quando avemo distinto le differenti spezie di vascelli, dopo i differenti rapporti , che anno luogo tra la lunghezza della carena a , e la sua larghezza b, vi ci siamo stati condotti dalla considerazione del rapporto tra la resistenza della prora, e quella della più grande sezione trasversale della carena , l'una , e l'altra essendo supposte muoversi direttamente nell'acqua. Questa considerazione unita a qualche esperienza fatta su' vascelli di guerra, ci determina a supporre questo rapporto uguale a quello di $\frac{2bb}{aa+2bb}$ ad 1, il quale tiene un mezzo armonico tra i due casi estremi , tra' quali sembran potersi rapportare tutti i vascelli , che sono in uso . Chiaro si vede, che questa ipotesi è fondata su d'una certa legge , secondo la quale la larghezza della carena diminuisce dal suo mezzo fino all'estremità della prora: così

così, allorchè la costruzion d'un vascello s'allontana da questa legge, può accadere, che la resistenza della sua prora divenga o maggiore, o minore di quella assegnata dalla nostra formola. Deesi da ciò conchiudere, che le differenti destinazioni de' vascelli addimandando differenti figure della prora, non bisogna meravigliarsi, se l'applicazione della nostra formola s'allontani sovente dalla verità. Per rimediare a questo difetto, aggiungiamo quì i seguenti rischiaramenti sul vero carattere delle differenti spezie di vascello.

§. 49. Prima d'ogni altra cosa s'avvertirà, che ne' corsi diretti un errore nella nostra formola non porta conseguenza alcuna; essendo di picciolissima importanza, che il vascello in questo caso solchi un pò più veloce, o più lento, di quel che insegna la nostra regola. Di rado alcuno si dà la pena di misurare esattamente la velocità del vento, e la superficie delle vele, per paragonare la velocità attuale del vascello, con quella che dà la nostra formola; e quanto mai grande possa essere la differenza tra queste due velocità non avrà influenza alcuna sulla manovra de' vascelli. Ma tutto il contrario avviene ne' corsi obliqui, ove il conoscimento della deriva, che fa una parte essenzialissima dell'arte di condurre i vascelli, dipende principalmente dalla precisione della nostra regola;

in guisa, che se molto s'allontanasse dalla verità, potrebbe cagionare degli accidenti molto dispiacevoli. Ci ricorderemo, che avendo supposto $= \psi$ l'angolo AFY, che la forza spingente FY fa
Fig. 7. coll'asse del vascello FA, ed avendo chiamato φ l'angolo AFX, che è fatto dalla direzione del corso del vascello FX assieme col detto asse FA, e che misura la deriva, abbiamo conformemente alla nostra ipotesi espresso la relazione tra i due angoli ψ e φ, per questa equazione: $tang.\ \psi = \frac{a^3}{2b^3}\ tang.\ \varphi$; e se succedesse, che quest' equazione s'allontanasse molto dalla verità, le regole da noi prescritte pe' corsi obliqui, ci potrebbono far cadere in errori di molta considerazione. Or principalmente su questa uguaglianza abbiamo noi stabilito le differenti spezie di vascelli, piuttosto che sul rapporto tra la lunghezza, e la larghezza della carena. Così la prima spezie notata per la forma $a = 3\,b$, deve comprendere tutti i vascelli, in cui questa relazione ha luogo, $tang.\ \psi = \frac{27}{2}.\ tang.\ \varphi^2$, quando anche il rapporto tra a e b fosse tutt'altro, che $a = 3\,b$. Della stessa maniera il vero carattere della nostra seconda spezie dinotato per $a = \frac{7}{2}\,b$ dee comprendere tutti i vascelli, per li quali avremo $tang.\ \psi = \frac{343}{16}.\ tang.\ \varphi^2$, ovvero poc'a presso $tang.\ \psi = 22.\ tang.\ \varphi^2$, qualunque sia il rapporto tra a e b; non va così per tutte le altre specie. Perciò dun-

dunque biſogna giudicare a quale ſpezie deeſi rapportare ciaſcun vaſcello propoſto. Per render chiaro tutto ciò, che abbiamo detto, con un eſempio, ſupponghiamo un vaſcello, nel quale queſta relazione ha luogo, $tang\,\psi = 50\,.\,tang.\varphi^2$; ſe ſi paragona il numero 50 col co-efficiente $\frac{a^3}{2b^3}$, ſi troverà $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{100}$, ovvero $a = 4\frac{2}{3}\,.\,b$. Donde ſi vede, che queſto vaſcello dee eſſer ſituato nella noſtra quarta ſpezie indicata da $a = 4\frac{1}{2}\,b$, e la quinta deſignata per $a = 5\,b$, ſenza brigarſi del rapporto, che può aver luogo tra la lunghezza, e larghezza della carena di queſto vaſcello.

§. 50. Per render più generale queſta maniera di ordinare i differenti vaſcelli, ſupponghiamo, che per un vaſcello propoſto ſiaſi trovato queſta relazione: $tang.\,\psi = N.\,tang.\varphi^2$, ſi farà $\frac{a^3}{2b^3} = N$, e ſe ne dedurrà $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{2.\,N}$. Facendo di poi $\sqrt[3]{2.\,N} = n$, s'avrà $a = n.\,b$: donde ſi vede, che queſto vaſcello ſi rapporta a quella fra le noſtre ſpezie indicata per $a = n\,b$, ſebbene il vero rapporto tra la lunghezza, e la larghezza della carena poſſa eſſere differentiſſima da queſta. Non ſarà molto difficile ſcovrire il valore di queſto numero N per mezzo d'una ſperienza aſſai ſemplice: ſi diſporranno le vele obliquamente all'aſſe AB ſotto un angolo AFS $= \eta$, che potraſſi pigliare ad arbitrio: diriggendo di poi il vaſcello in maniera, che il vento cada perpendicolarmente ſulle vele, purchè la forza ſpingente FY ſia perpendicolare alla loro ſuperficie, e l'effetto della loro curvatura ſia il minore, che ſia poſſibile, s'avrà l'angolo $\psi = 90 - \eta$. Così diſpoſto il vaſcello ſe gli farà percorrere qualche ſpazio, ed oſſerveraſſi eſattamente il corſo FX, ſul quale egli ſolca; ciocchè farà conoſcere la deriva, o ſia l'angolo AFX $= \varphi$. Conoſciuti per mezzo di queſta ſperienza gli angoli φ e ψ, s' avrà il numero $N = \frac{tang.\varphi^2}{tang.\psi}$; donde ſi determinerà la ſpezie, alla quale dee riferirſi queſto vaſcello. Del reſto ſarà ſempre coſa buona di fare queſte eſperienze, quando è bel tempo, ed il mar è calmato, per non aver che temere dall'agitazione delle onde.

§.51. Poſſiamo anche ſervirci utilmente de'buoni modelli in picciolo, che rappreſentano eſattamente i vaſcelli tali, quali ſono, per fare dell'eſperienze ſulla reſiſtenza de' vaſcelli; ciocchè ſarebbe tanto più intereſſante, quanto la teoria su queſto ſoggetto è ancora difettoſiſſima, come avemo già oſſervato. Per venir a capo di queſt' oggetto, non fa di meſtieri, che il modello rappreſenti il vaſcello per intero, ſarebbe ſufficiente, che eſprimeſſe eſattamente la figura della carena, e ſoprattutto la ſua ſuperficie, anche ſino al grado di pulitura, che quella poſſa avere; perchè s'è oſſervato, che le carene più o meno pulite, ovvero unite poſſono avere differenferenti gradi di resistenza. Ma è inutile rappresentare in un tal modello tutte le parti interiori del vascello, non altrimenti che tutto quanto è al di sopra dell'acque. Si comprenderà facilmente, che mettendo in esperienza più picciole carene, tali quali si sian descritte, e figure differenti, se ne potranno ricavare lumi importantissimi per perfezionare la costruzione de' vascelli, potendo l'esperienze, che si faranno facilmente col mezzo di quelle, far conoscere le buone, o cattive qualità, che i vascelli costruiti su' loro modelli devono avere relativamente alla resistenza. Perchè per l'altre proprietà de' vascelli la teoria con assai di solidità s'è stabilita, purchè non s'abbia più bisogno di ricorrere all'esperienza.

§.52. Per far questa sperienza v'abbisogna un gran bacino ripieno d'acqua *llnn*, nel quale il modello, che si vuol mettere in esperienza possa moversi liberamente per uno spazio molto considerabile; supponendo dunque, che si tratti di trovare la resistenza, che un tal modello AB proverà nell'acqua per la sua prora nel corso diretto, vi s'attaccherà un filo AMNO, che si farà passare fuori del bacino per sopra una carrucola O, e si caricherà dall' altra estremità d'un peso P, che colla sua gravità trascinerà il picciol vascello per lo spazio AMN. Si baderà ad attaccare il filo al picciol vascello, in *Fig.* 14.

guisa che durante il suo movimento la carena sia tuffata nell'acqua ad una determinata profondità, e che il movimento si faccia per la medesima linea retta AN, secondo la direzione dell' asse BA; locchè non sarà molto difficile ad aversi dopo qualche saggio. Il moto del modello sarà sul principio accelerato, ma non indugierà a divenir uniforme. Supponghiamo, che ciò avvenga dopo aver percorso lo spazio AM, si noterà questa parte M sul bacino colla linea *mm*, e così subito che il modello avrà toccato questo termine M, si conterà per mezzo d'un pendolo, il numero delle seconde, che gli abbisognano per percorrere lo spazio MN; osservato con cura, e determinato questo tempo, saremo in istato d'assegnar la resistenza, che il modello prova ne' corsi diretti.

§. 53. A tal effetto, ridurremo prima il peso P, di cui si carica il filo, ad un volume d'acqua egualmente pesante; di maniera che P sia un'estensione di tre dimensioni. Prendendo dipoi rr per esprimere la superficie piana, la quale proverebbe la stessa resistenza, che il vascello movendosi direttamente nell'acqua colla medesima velocità, rr rappresenterà la resistenza assoluta del vascello, che noi cerchiamo: sia di più v la velocità, colla quale il vascello percorrerà uniformemente lo spazio MN $= s$, e che il numero delle seconde di tempo osservato sia $= t$,

le

le lettere s, t, e P esprimono, come si vede, quantità note; ed r non altrimenti che v quantità incognite. Intanto è chiaro, che la resistenza sarà $= \frac{vv}{4g} rr$, e questa resistenza dovendo essere uguale alla forza P, avremo questa equazione $\frac{vv.rr}{4g} = P$. Or poichè il moto si fa colla velocità v per lo spazio s nel tempo t, s'avrà $v = \frac{s}{t}$. Dunque la nostra equazione diverrà, sostituendo $\frac{ss\ rr}{4g\ tt}, = P$, donde si ricaverà la resistenza assoluta $rr = \frac{4g\,P\,tt}{ss}$ espresso dalle quantità note.

§. 54. Si potrà ancora per mezzo di simili esperienze, fatte su de' modelli de' vascelli, scovrire la giusta relazione tra i due angoli ψ e φ, che avemo indicato per questa formola $tang.\ \psi = N.\ tang.\ \varphi^2$. Bisogna perciò ricordarsi l'origine di questa formola, che abbiamo ricavato dal rapporto tra la resistenza della prora, e la resistenza laterale, che il vascello soffrirebbe, se il suo movimento si facesse secondo la direzione del picciolo asse della carena. Perchè avendo designato la resistenza della prora per la lettera p, e la resistenza laterale per q, abbiamo trovato questa eguaglianza: $tang.\ \psi = \frac{b}{p}\ .\ tang.\ \varphi^2$. Or la sperienza del §. precedente avendoci fatto trovare la resistenza assoluta della prora $p = rr$, altro non resta a fare, che un'altra simile esperienza, che ci farà trovare l'altra resistenza assoluta q.

§. 55.

§. 55. Perciò, mettendo nel bacino il picciolo modello, lo farem muovere per lo ſpazio MN, in guiſa che la direzione ſia ſempre perpendicolare al grand' aſſe AB; ciocchè ſi metterà facilmente in pratica col mezzo di due fili attaccati in A, e B, ligati inſieme in C. Poichè queſto è lo ſteſſo modello, che nella ſperienza precedente, lo farem muovere per lo ſteſſo ſpazio $MN = s$ adoprando lo ſteſſo peſo P. Supponghiamo intanto, che la reſiſtenza laterale, che cerchiamo, ſia uguale a quella d'una ſuperficie piana RR, e che il movimento per lo ſpazio MN ſi faccia in ſeconde dinotate da T, troveremo come nel caſo precedente $R^2 = \frac{4g.\,P.\,TT.}{ss}$. Queſta formola ci dà il valore della lettera $q = \frac{4g.\,P.\,TT.}{ss}$, eſſendo quello di $p = \frac{4g\,P.\,tt.}{ss}$ il rapporto $\frac{q}{p}$ dunque tra queſte due reſiſtenze diviene $= \frac{RR}{rr} = \frac{TT}{tt}$, e queſto rapporto ſegue la ragion duplicata de'tempi T, e t impiegati a percorrere il medeſimo ſpazio MN. Avendo dunque $N = \frac{TT}{tt}$, s'avrà $n = \sqrt[3]{2\,N} = \sqrt[3]{\frac{2\,TT}{tt}}$; ed i vaſcelli coſtruiti su queſto modello devono riferirſi alla ſpezie, che è deſignata dall'equazione $a = n\,b$, qualunque ſia il rapporto, che abbia luogo tra la lunghezza della carena a, e la ſua larghezza b.

Supponghiamo, che ſiaſi trovato per mezzo di una

Fig. 5.

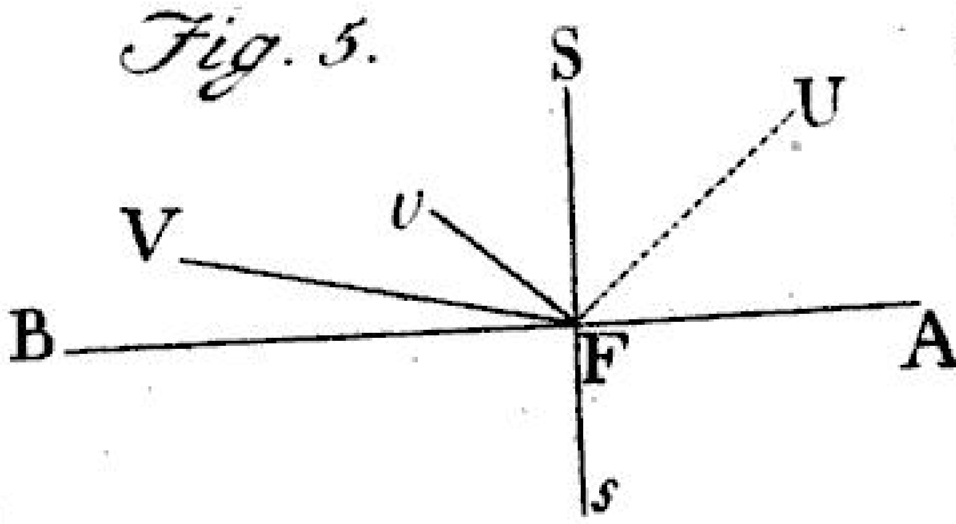
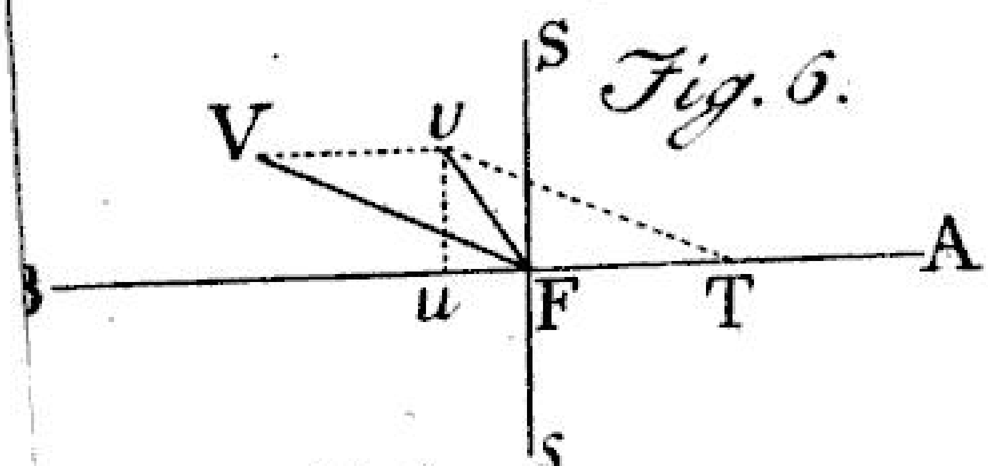


Fig. 6.



7.

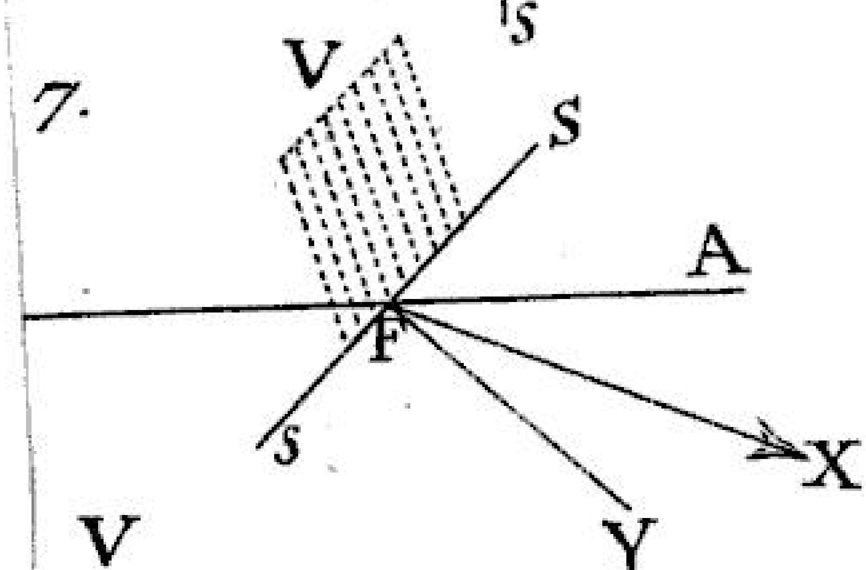
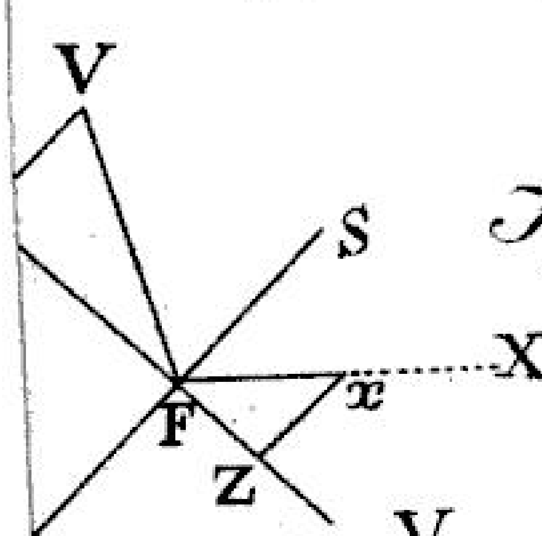


Fig. 8.



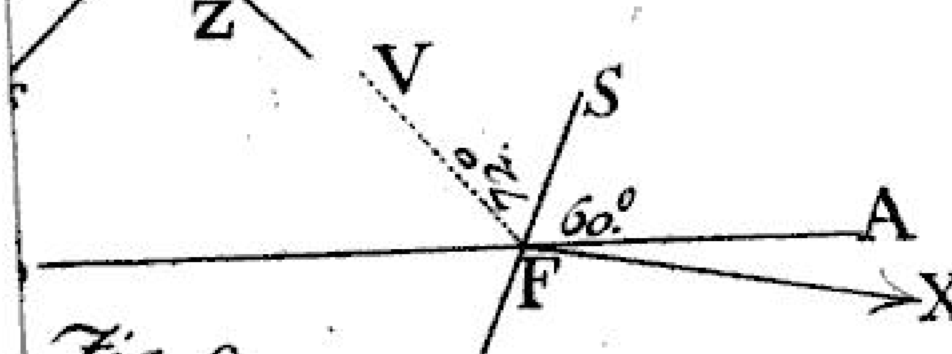
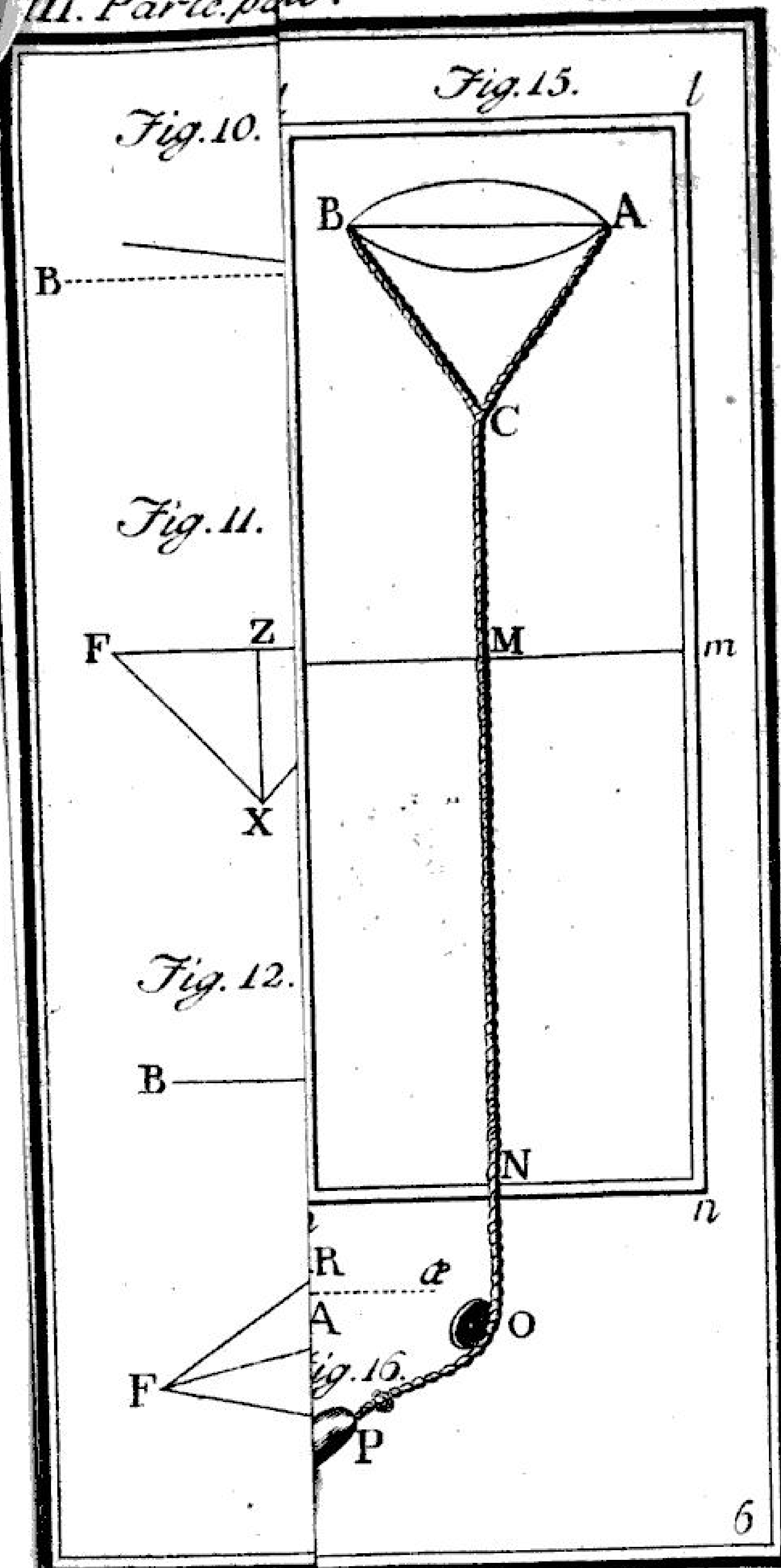


Fig. 9.



Filip. de Grado inc.

una ſperienza, i due tempi $t = 5''$, e $T = 400''$, s'avrà in queſto caſo $N = 64$, e per conſeguenza $n = \sqrt[3]{2N} = 5,04$: donde ſi vede, che un tal vaſcello dee eſſer arrollato quaſi nella quinta ſpezie $a = 5b$. Tale è in generale il metodo da ſeguirſi per applicare le regole date di ſopra per gli corſi obliqui de' vaſcelli.

MEMORIA

SU L' AZION DE' REMI.

§. 1. L'Azione de' Rematori effendo un travaglio de' più penofi, è fenza dubbio molto difpiacevole, che folamente il terzo de'loro sforzi fia impiegato a mettere il vafcello in moto, effendo gli altri due terzi inutilmente adoprati, sì per ritirare i remi fuori d'acqua, come per rimetterli nella loro primiera fituazione affine di tuffarli di nuovo nell'acqua. Così fupponendo il numero de' rematori $= n$, non fi potrà contare, che $\frac{1}{3}n$, che travagliano attualmente a movere il vafcello; perchè febbene i rematori agifcono in una volta, colpendo l'acqua co' loro remi, e la loro azione continui nello ftefs' ordine; niente non impedifce, che non fi fupponga non effere, che $\frac{1}{3}$ de' rematori, che travagliano continuamente a fpingere il vafcello. Quefta fuppofizione che è tutta legitima, è altronde neceffaria, perchè fi poffa riguardare il moto del vafcello come uniforme, fenza effere obbligato di badare all'accelerazioni, e ritardazioni alternative, alle quali il vafcello pofto in moto dall' azion de' remi è foggetto in effetto. Di più come i rematori fono agenti liberi, la loro azione non è fufcettibile d'una più efatta determinazione, percioccciocchè i loro sforzi possono variare in una infinità di maniere, senza che se ne accorgano quasi essi stessi.

§. 2. Consideriamo intanto la forza colla quale un rematore è capace d'agire; prima bisogna notare, che qualunque siano i sforzi, che un rematore può fare stando in riposo, devono soffrire una diminuzione tanto più grande, quanto più di velocità esigono da parte del rematore nel movimento del suo corpo, e de' suoi membri; e vi sarà sempre un certo grado di velocità, a cui non possa arrivare senza divenire incapace di ogni sforzo, e più s'accosta, più la forza, che vuole impiegare soffre diminuzione. Poichè è cosa di somma importanza aver conto di questa variabilità nella forza de' rematori, che risulta dal loro proprio movimento, procureremo ridurla a qualche determinazione fissa. A tal effetto nominiamo F la forza, che un rematore in riposo è capace di cacciare, e sia c la più grande velocità, colla quale egli può movere le sue membra, in guisa che dimenando le sue membra con questa velocità c non sia in istato di vincere il minore ostacolo. Ciò posto si tratta d'assegnare la forza colla quale questo stesso rematore agirà, allorchè si muove con una velocità data $= u$: la formola, che esprime questa forza dee esser tale, che pigliando la velocità $u = 0$, la for-

za

za diviene $= F$, e che svanisce facendo $u = c$.

§. 3. Questa diminuzione di forza è evidentemente cagionata da' sforzi, che i rematori devono fare, per movere il loro proprio corpo; in guisa, che più essi impiegano di forza per produrre questo effetto, meno loro ne resta per applicarla a' remi. Ma come la libertà dell' agente non può non influire molto sulla sua azione, è impossibile di racchiudere questa variabilità nelle formole analitiche; intanto v' ha luogo da presumere, che non c' apparteremo molto dalla verità, paragonando questo caso con quello d' una corrente d' acqua, di cui la velocità sia $= c$, e che urtando un corpo in riposo v' esercita una forza $= F$. Or se il medesimo corpo è mosso secondo la direzione stessa con una velocità $= u$, minore di c, si sa che la forza della corrente su questo corpo sarà allora $= F\left(1 - \frac{u}{c}\right)$ donde apparisce, che possiamo servirci della medesima formola per esprimere la forza d' un rematore nel caso proposto. E' cosa buona d'osservare, su questa formola, che la lettera F esprime e una forza assoluta, e un volume d' acqua, il cui peso è uguale alla forza, di cui si tratta; e che le lettere c ed u, di cui ci serviamo per esprimere le velocità, indicano i spazj, che le velocità faranno percorrere in una seconda.

§. 4. Supponendo intanto il rematore in azione, ed ed $u =$ alla velocità, colla quale egli dimena il ſuo corpo, e ſpezialmente le braccia, la forza, che egli diſpiegherà ſu de' remi ſarà eſpreſſa da queſta formola $F\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$, e come il numero de' rematori è ſuppoſto $= n$, e l'azione continua è ſolamente di un terzo d'eſſi, la ſomma di tutte le forze, che agiſcono ſu de' remi per muovere il vaſcello, ſarà $= \frac{1}{3} n . F\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$. Tale è la forza totale, che agiſce continuamente ſul vaſcello, e che indicheremo per abbreviare, per la lettera P, facendo $P = \frac{1}{3} n . F\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$.

§. 5. La linea POQ rappreſenti un remo appoggiato in O ſul bordo del vaſcello, e chiamiamo la ſua parte interiore al vaſcello $OP = p$, e l'altra eſteriore $OQ = q$, ſupponendo, che la forza del rematore è applicata al punto P, e che il punto Q è il centro della palma, o ſia della parte del remo che colpiſce l'acqua. Ciò poſto, poichè il punto del remo P è tirato dal rematore nella direzione PR colla velocità $= u$, la linea PR eſſendo perpendicolare ad OP, l'altro punto Q ne riceverà un movimento ſecondo la direzione QS, di cui la velocità ſarà $= \frac{qu}{p}$, la linea QS eſſendo ſimilmente perpendicolare ad OQ, riguardandoſi il remo come una linea retta, o come una leva appoggiata al punto O. *Fig.16.*

§. 6. Conſiderando intanto il movimento del vaſcello, che ſi ſuppone muoverſi ſecondo la direzio-

ne

ne Aα con una velocità $= v$, è chiaro, che soffrirà la medesima resistenza, che se fosse in riposo, e l' acqua colasse secondo la direzione contraria αA colla velocità $= v$. In questa supposizione si può riguardare il vascello, come essendo effettivamente in riposo, e l' azion de' remi, come impiegata a conservare il vascello in riposo nella corrente dell' acqua, di cui la velocita è v. Per determinare la resistenza, supporremo, che ff esprime una superficie piana, che, colpita direttamente dalla stessa corrente d' acqua, ne riceva un urto uguale alla resistenza cercata. Ciò posto, si sa, che la forza di questa resistenza sarà uguale al peso d' una massa d'acqua, di cui il volume $= ff\frac{vv}{4g}$, g dinotando l'altezza della caduta d' un corpo in una seconda. Facciamo anche, per abbreviare, questa formola $\frac{ff\,vv}{4g} = R$.

§. 7. Ritorniamo ora al remo, di cui il punto Q ha un movimento secondo QS colla velocità $= \frac{qu}{p}$. L' acqua essendo mossa secondo la direzione αA colla velocità $= v$, si vede, che il remo non colpisce l' acqua, se non se tanto, quanto la sua velocità $\frac{qu}{p}$ sorpassa la velocità dell' acqua v. La direzione QS non è in verità precisamente la stessa, che αA, ma la differenza non può giammai essere di qualche considerazione; la lunghezza, che s' usa dare a' remi è tale, che mentrechè si muove nell' acqua, la direzione QS non può differire se non se molto poco dalla direzione del vascello. Si può dunque supporre la velocità, colla quale l' acqua è colpita da' remi, $= \frac{qu}{p} - v$.

§. 8. Sia al presente hh la superficie della palma, ovvero dell' estremità del remo, colla quale l'acqua è colpita perpendicolarmente, o quasi, la forza che ne risulta sarà $= \frac{hh}{4g} \cdot \left(\frac{qu}{p} - v\right)^2$, la cui direzione sarà la retta QT, la stessa quasi di quella del movimento, e come questa formola esprime la forza d' un Rematore, prodotta nel punto P del remo, la somma di tutte queste forze sarà $= \frac{1}{3} n \frac{hh}{4g} \left(\frac{qu}{p} - v\right)^2$, noi la faremo, per abbreviare, = Q. Bisogna osservare, che hh dinota l' aja d' una palma, che corrisponde ad un rematore; perchè se due, o più rematori applicati allo stesso remo siano, allora hh non dinoterebbe se non se la metà, ovvero una parte minore della superficie intera della palma.

§. 9. Ecco dunque tre forze P, Q, e R, da cui dipende la soluzione del nostro Problema, ovvero la determinazione della velocità, che sarà impressa al vascello dal numero n de' rematori, che a quello supponghiamo applicati; poichè noi consideriamo il vascello come in riposo, la natura della leva appoggiata al punto O ci somministra il rapporto tra le forze P, e Q, il quale è espresso per l' uguaglianza $P.p = Q.q$. Ma come queſte due forze ſono applicate al remo, che loro obbediſce attualmente, ſi poſſono conſiderare come agenti immediatamente ſul corpo del vaſcello: dunque la forza ſoſtiene l' appoggio O, che immediatamente agiſce ſul vaſcello, ed eſſendo detta forza uguale alla ſomma P + Q, il punto O è ſpinto ſecondo la direzione OA: ma come i rematori tirando i remi nella direzione PR appoggiano i loro corpi, e ſpecialmente i loro piedi contro il vaſcello, ne riſulta una forza = P, da cui il vaſcello è ſpinto nella direzione contraria. Fa duopo dunque togliere queſta forza da quella, che è applicata al punto O, e che è = P + Q, reſterà la forza = Q, dalla quale il vaſcello ſarà ſpinto nella direzione OA. Ma ſuppoſto il moto del vaſcello uniforme, biſogna, che queſta forza Q ſia uguale alla reſiſtenza R. Di niente più dunque ſi tratta, che di conoſcere queſte due equazioni: 1°. $P.p = Q.q.$, e 2°. $Q = R$.

§. 10. L'ultima di queſte equazioni $Q = R$, mettendo in vece di Q e R, i loro valori trovati di ſopra, diviene $\frac{1}{3}\, n.\, \frac{bb}{4g} \left(\frac{qu}{p} - v\right)^2 = \frac{ff.\, vv}{4g}$, di cui la radice quadrata è $b. \left(\frac{qu}{p} - v\right) \sqrt{\frac{1}{3}\, n.} = fv$; donde ſi ricava $\frac{qu}{p} - v = \frac{fv}{b\sqrt{\frac{1}{3}\, n}}$. Supponghiamo, per abbreviare, $\frac{f}{b\sqrt{\frac{1}{3}\, n}} = m$, in guiſa che $ff = \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3} m^2 . h^2 . n$, ovvero $n = \frac{3 . ff}{m^2 . h^2}$; e la noſtra equazione diverrà $\frac{qu}{p} - v = mv$; donde dedurremo $\frac{q}{p} = \frac{(m+1)v}{u}$, e $\frac{p}{q} = \frac{u}{(m+1)v}$. Conoſciamo dunque il rapporto tra le due parti di ciaſcun remo, date le due velocità v ed u col numero m.

§. 11. La prima equazione $Pp = Qq$ ci dà in ſeguito, a cagion di $Q = R$, $P = \frac{qR}{p} = \frac{(m+1) . v.}{u}$ R, nuova equazione, che diviene, introducendo i valori trovati di ſopra, $\frac{1}{3} n . F \left(1 - \frac{u}{c} \right)^2 = \frac{ff(m+1)v^3}{4g . u}$; donde ſi ricava $\frac{1}{3} n . Fu \left(1 - \frac{u}{c}\right)^2 = \frac{ff(m+1).v^3}{4g}$. Queſt' equazione ſervirà per trovare la velocità del vaſcello v, eſſendo dati la forza de' rematori, il loro numero n, la loro velocità u, ed il numero m, col mezzo di queſta formola $v = \sqrt[3]{\frac{4 . ngFu\left(1 - \frac{u}{c}\right)^2}{3\, ff(m+1)}}$.

§. 12. Poſſiamo ancora col mezzo di queſta formola riſolvere queſta quiſtione importantiſſima: *Con quale velocità i rematori devono agire su de'remi, affinchè il vaſcello riceva la più grande velocità poſſibile?* Perchè vediamo, che detta velocità ſvanirebbe sì nel caſo di $u = 0$, come nel caſo di $u = c$. Si tratta dunque trovare il valore di u, affinchè la formola abbia il più grande valore poſſibile: ciò ave luogo, allorchè $u = \frac{1}{3} c$. Deeſi quì badare, che

$F\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$ esprimendo la forza d'un rematore, ed u la velocità, colla quale agisce, il prodotto $Fu\left(1-\frac{u}{c}\right)^2$ esprime precisamente, ciocchè in meccanica chiamiamo, la quantità d' azione. Un' altra osservazione importante, e che merita tutta la nostra attenzione è, che la velocità impressa al vascello v è proporzionale alla radice cubica della quantità d' azione de' rematori per quanto la lettera m dimora la stessa: perchè abbracciando così m il numero de' rematori, questa proporzione può divenir più intrigata, come vedremo nel seguito. Non v' ha dunque dubbio alcuno, che debbasi prendere $u = \frac{1}{3}c$, ciocchè dà la quantità d' azione $\frac{4}{27}$. Fc; e la più grande velocità del vascello avrà per espressione questa quantità $\sqrt[3]{\frac{16}{81} \cdot \frac{ng\,Fc}{ff.(m+1)}}$, che diverrà, mettendo in vece di n il suo valore $\frac{3\,ff}{m^2 b^2}$, $\sqrt[3]{\frac{16}{27} \cdot \frac{g\,Fc}{m^2\,b^2\,(m+1)}}$. Avendo così trovata la più grande velocità, si vede che la lunghezza di ciascun remo dee esser divisa nel punto O, di maniera che s'abbia $\frac{OQ}{OP} = \frac{q}{p} = \frac{(m+1)v}{u} = \frac{3\,(m+1)v}{c}$. Disponendo così i remi, come prescrive questa formola, saranno disposti nella maniera la più vantaggiosa, che sia possibile, per imprimere al vascello la più grande velocità.

§. 13. Per applicare queste formole alla pratica, bisogna prima dare a F, che dinota la forza, colla la quale un uomo in riposo è capace d' agire, il suo valore vero, osservando, che non dee supporsi questa forza troppo grande, affinchè i rematori possano sostenere la fatica. Alcune sperienze hanno fatto conoscere, che si può questa forza portar al di là del peso di tre quarti d' un piede cubico d'acqua, ovvero in circa cinquantaquattro libbre. Ci siamo anche fondati a giudicare, che la più grande velocità d' un uomo c non dee punto oltrepassare sette piedi e mezzo, di cui il terzo, o sia il valore di u è $2\frac{1}{2}$ piedi. Dopo questa determinazione è cosa facile giudicare, se una galera, od altro bastimento a remi sia ben disposto, o nò; perchè se i rematori, tirando i remi nell' acqua, dimenano le loro braccia con una velocità più grande, o più picciola di due piedi e mezzo per seconda, è un segno sicurissimo, che il travaglio de' rematori non è disposto, come lo dovrebbe essere.

§. 14. Si sa ancora dalla sperienza, che la grandezza d'una palma relativamente ad un uomo, non dee sorpassare un mezzo piede quadrato, affinchè i remi non divengano d'una gravezza, che renderebbe difficile il maneggiarli. Facendo dunque $hh = \frac{1}{2}$, s' avrà il numero de' rematori $n = \frac{6.ff}{m^2}$. Di poi supponendo il numero de' rematori $n = \alpha ff$, la quantità ff essendo espressa in piedi quadrati, perchè tutto si rapporta alla quantità della resistenza indicata per ff, avremo $mm = \frac{6}{\alpha}$, e $m = \sqrt{\frac{6}{\alpha}}$. Finalmente l'altezza essendo $g = 16$ piedi di Londra, le due equazioni, che comprendono tutta la soluzione del nostro Problema, saranno: $v = \sqrt[3]{\frac{160.\ \alpha}{9(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}})}}$ $= \sqrt[3]{\frac{160}{9}} \cdot \frac{\alpha}{1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}}$, ed avendo trovato v, l'altra equazione è $\frac{q}{p} = \frac{3(m+1)v}{c} = \frac{2(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}})v}{5}$, ovvero $\frac{q}{p} = \frac{2}{5} \cdot v\left(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}\right)$.

§. 15. Col mezzo di queste formole si può calcolare una tavola, dove si trova per ciascun numero de' rematori tanto la velocità del vascello, o sia lo spazio percorso in una seconda di tempo, espresso in piedi di Londra, quanto la proporzione tra le due parti di ciascun remo, o sia il valore della frazione $\frac{OQ}{OP}$; tale è la tavola seguente. La prima colonna abbraccia il numero de' rematori espresso per la quantità $\alpha\, ff$, ed ff essendo la resistenza assoluta espressa in piedi quadrati, si danno successivamente alla lettera α i valori 1, 2, 3, 4, 5, &c. sino a 40, o più in là; avendo la sperienza fatto conoscere, che una galera di ducento sessanta rematori proverebbe una resistenza assoluta $ff = 10$ piedi quadrati; il numero de' rematori sarebbe in questo caso $= 26\, ff$. La seconda dà la velocità del vascello, o sia il numero de' piedi percorsi per seconde. Nella terza si trova lo spazio percorso cosso in un'ora, e che è $= 3600 . v$. Si trova in fine nella quarta il giusto valore del rapporto $\frac{OQ}{OP}$.

Numero de' Rematori	Velocità del Vascello	Spazio percosso per ore	Rapporto $\frac{OQ}{OP}$
1 ff	1 , 727	6218	2, 383
2 ff	2 , 352	8468	2, 570
3 ff	2 , 806	10080	2, 710
4 ff	3 , 173	11425	2, 824
5 ff	3 , 487	12555	2, 923
6 ff	3 , 764	13551	3, 011
7 ff	4 , 013	14446	3, 091
8 ff	4 , 240	15263	3, 165
9 ff	4 , 449	16017	3, 233
10 ff	4 , 646	16725	3, 290
11 ff	4 , 827	17378	3, 357
12 ff	4 , 999	17998	3, 414
13 ff	5 , 163	18586	3, 468
14 ff	5 , 318	19145	3, 520
15 ff	5 , 466	19679	3, 568
16 ff	5 , 608	20191	3, 617
17 ff	5 , 745	20681	3, 663
18 ff	5 , 876	21153	3, 707
19 ff	6 , 002	21609	3, 750
20 ff	6 , 124	22048	3, 792
21 ff	6 , 243	22474	3, 832
22 ff	6 , 358	22887	3, 871
23 ff	6 , 469	23286	3, 909

Numero de' Rematori	Velocità del Vascello	Spazio percorso per ora	Rapporto $\frac{OQ}{OP}$
24 *ff*	6 , 577	23676	3 , 946
25 *ff*	6 , 682	24054	3 , 982
26 *ff*	6 , 784	24423	4 , 017
27 *ff*	6 , 884	24782	4 , 052
28 *ff*	6 , 982	25135	4 , 086
29 *ff*	7 , 077	25475	4 , 118
30 *ff*	7 , 170	25810	4 , 150
31 *ff*	7 , 262	26140	4 , 181
32 *ff*	7 , 350	26458	4 , 212
33 *ff*	7 , 437	26773	4 , 243
34 *ff*	7 , 522	27080	4 , 273
35 *ff*	7 , 606	27380	4 , 302
36 *ff*	7 , 688	27678	4 , 331
37 *ff*	7 , 769	27966	4 , 359
38 *ff*	7 , 848	28254	4 , 387
39 *ff*	7 , 926	28533	4 , 414
40 *ff*	8 , 003	28811	4 , 441
45 *ff*	8 , 368	30127	4 , 569
50 *ff*	8 , 708	31347	4 , 690
60 *ff*	9 , 325	33563	4 , 908
70 *ff*	9 , 874	35546	5 , 106
80 *ff*	10 , 374	37347	5 , 286
90 *ff*	10 , 834	39003	5 , 452
100 *ff*	11 , 261	40539	5 , 608

§.16.

§. 16. Si vede da ciò che precede, che la teoria niente determina su la lunghezza assoluta de' remi, ma se si considera lo spazio descritto dal punto P durante il tempo d' una mossa di remo, e facciasi questo spazio $PR = r$, è cosa chiara, che se la parte $OP = p$ fosse uguale a $PR = r$ il remo percorrerebbe in ciascuna mossa d' esso un angolo di 60 gradi; in guisa che al principio, e verso la fine, la direzione QS dell' urto dell' acqua sarebbe assai obliqua a quella del vascello, donde nascerebbe una diminuzione sensibilissima. Or questo spazio $PR = r$ potendo essere valutato tre piedi in circa, fa di mestiero, che la parte interiore de' remi OP sia almeno di cinque o sei piedi. Tutta la lunghezza si troverà così determinata per un numero dato di rematori. Si può anche avvertire, che se le circostanze permettono dare alle palme una superficie maggiore d' un mezzo-piede quadrato, la velocità del vascello sarebbe sensibilmente accresciuta. Ciò si può vedere da una tavola inserita nelle memorie dell' Accademia di Berlino, tomo III. pag. 210., ove ho supposto $hh = \frac{3}{4}$ piedi quadrati; si vedrà ancora che 'l rapporto delle parti $\frac{OQ}{OP}$ è più picciolo. Ciocchè abbiamo detto su l' azione de' remi, e sul movimento, che il vascello ne riceve, sembra bastevole a dare una compiuta idea di questa materia.

SUP-

SUPPLEMENTO.

LETTERA DEL SIG. LEXELL AL SIG. MARCHESE DE CONDORCET.

Signore, avendo comunicato al Signor Eulero la foluzione d'un problema, in cui fi è occupato nella fua teoria della coftruzione, e manovra de' vafcelli, e che egli credeva allora non poterfi rifolvere, che per approffimazione, m' ha incaricato di farvene parte, perchè ne facciate l' ufo, che ftimate a propofito nella nuova edizione, che fe ne fa a Parigi. Sebbene poco importante io creda quefta mia foluzione, non ho potuto pertanto difpenfarmi di conformarmi alla volontà del Signor Eulero. L' oggetto del problema, di cui fi tratta nella memoria quì aggiunta, è di *trovare la più grande differenza tra l' obliquità del corfo, e quella della forza fpingente*. Io non poffo dubitare, che la mia foluzione non fia efatta, mentre l' equazione $tang.\ \alpha\ tang.\ \psi = tang.\ \varphi^2$, data dal Sig. Eulero, efprime efattamente il rapporto, che ave luogo tra quefte obliquità. Ma fembra, che la maniera, con cui il Sig. Eulero ha dimoftrato quefto rapporto non fodisfa tanto, quanto farebbe a defiderarfi; e potrebbe alcuno effer tentato di dubitare, che tanto l' angolo ψ non dovrebbe effer efpreffo da qual-

che

che altra funzione dell' angolo φ, quanto il prodotto di *tang.* φ^2 da una grandezza costante. Egli mi sembra che in generale, e qualunque siasi la figura del vascello, deesi avere *tang.* $\psi = A. \frac{e - cos. 2\varphi}{f - cos. 2\varphi}$ equazione che si riduce a quella del Sig. Eulero, allorchè $e = 1$, e $f = 1$. Bisognerebbe dunque provare, che in tutte le spezie di vascelli e è $= 1$, e $f = 1$. Fa duopo convenire, che senza ciò la soluzione del problema sarebbe di nessuna utilità generale, ed assoluta. Ma come in tali sorte di ricerche non è guari possibile d' arrivare ad una precisione Geometrica, basta che il rapporto determinato dal Sig. Eulero sia vero, o si accosti al vero.

Si trova ancora nella teoria del Sig. Eulero un problema molto rimarchevole, in cui si tratta di trovare il più veloce solcare. Il Sig. Eulero ne ha dato una soluzione indiretta. E' vero che la soluzione d' esso dipende dalla risoluzione d' un'equazione del quinto grado, e questa equazione non s' accorda co' metodi noti d' approssimazione. Ciò senza dubbio ha obbligato il Sig. Eulero a cercare l' angolo δ supponendo gli angoli η e φ noti, *III. parte della sua teoria, Cap. V.* §. 35. piuttosto che l' angolo φ, supponendo δ noto. Noterò a questo soggetto, che la ricerca dell' angolo δ, facendo uso della formola del Sig. Eulero, non è poco imba-

imbarazzante. Ma detta formola può tramutarsi in un' altra estremamente semplice, e comodissima per il calcolo numerico.

Poichè s'ha $tang.(\delta - \eta)\,cot.\eta = \frac{2 - tang.\eta\, tang.\varphi}{1 - 2\, tang.\eta\, tang.\varphi}$ $= \frac{2\, cot.\eta - tang.\varphi}{cot.\eta - 2\, tang.\varphi}$. e $cot.\eta = cot.\alpha.\, tang.\varphi^2$, sarà, sostituendo questo valore di $cot.\eta$ $tang.(\delta - \eta)\, cot.\eta = \frac{2\, cot.\alpha.\, tang.\varphi - 1}{cot.\alpha.\, tang.\varphi - 2} = \frac{2\, tang.\varphi - tang.\alpha}{tang.\varphi - 2\, tang.\alpha}$. Supponendo di poi $tang.\theta = \frac{sen.(\varphi + \alpha)}{3 \cdot sen.(\varphi - \alpha)}$, s'avrà $tang.(45^\circ + \theta) = \frac{1 + tang.\theta}{1 - tang.\theta} = \frac{3\, sen.(\varphi - \alpha) + sen.(\varphi + a)}{3\, sen.(\varphi - \alpha) - sen.(\varphi + \alpha)} =$ $\frac{2\, tang.\varphi - tang.\alpha}{tang.\varphi - 2\, tang.\alpha}$. Dunque $tang.(\delta - \eta)\, cot.\eta = tang.(45^\circ + \theta)$, ovvero $tang.(\delta - \eta) = tang.\eta\, tang.(45^\circ + \theta)$. Così per trovare l' angolo δ bisogna cercare l'angolo θ col mezzo dell'equazione $tang.\theta = \frac{sen.(\varphi + \alpha)}{3\, sen.(\varphi - \alpha)}$, e s' avrà $tang.(\delta - \eta) = tang.\eta$ $tang.(45^\circ + \theta)$.

Ho l' onore d' essere &c.

Pietroburgo, li $\frac{2}{13}$ Decembre 1775.

NOTE SUL PROBLEMA

Nel quale s' è proposto trovare la più grande differenza tra l' obliquità del corso de' Vascelli, e quella della forza spingente. *Vedete la teoria della costruzione e monovra de' Vascelli del Sig. Eulero. Part. II, cap. IV, §. 31., cap. V, §. 37., e Parte III, cap. IV, §. 32.*

Il Sig. Eulero cercando il rapporto tra l'angolo φ della deriva, e l' obliquità ψ della forza spingente, ha trovato quest' equazione: $tang.\ \psi = \frac{a^3}{2b^3}\ tang.\ \varphi^2$ la quale, facendo $\frac{2b^3}{a^3} = tang.\ \alpha$, si tramuta in questa: $tang.\ \alpha\ .\ tang.\ \psi = tang.\ \varphi^2$. Or essendo proposto di trovare in qual qual caso la differenza tra gli angoli ψ e φ è la più grande, è chiaro che questo caso ave luogo, allorchè $2\ sen.\ 2\ \psi = sen.\ 2\ \varphi$, ovvero, ciocchè torna allo stesso, allorchè $2\ sen.\ \psi\ cos.\ \psi = sen.\ \varphi\ cos.\ \varphi$, combinando questa equazione con quella che la precede, $tang.\ \alpha\ tang.\ \psi = tang.\ \varphi^2$, si troverà questa nuova equazione $cos.\ \alpha^2\ sen.\ \varphi^4 - 2\ sen.\ \alpha\ cos.\ \alpha\ sen.\ \varphi\ cos.\ \varphi + sen.\ \alpha^2\ cos.\ \varphi^4 = 0$, la quale s' accorda perfettamente con quella del quarto grado, dato dal Sig. Eulero nella sua teoria, *Parte II*, *cap. IV*, §.31., ma di cui non ha cercato le radici, credendo che si potessero avere per approssimazione; avendo un poco esaminato questa equazione, ho trovato to una ſoluzione troppo ſemplice, di cui eccone il dettaglio.

Si ha $sen.\ \varphi^4 = \frac{1}{4}(1 - cos.\ 2\varphi)^2$; $cos.\ \varphi^4 = \frac{1}{4}(1 + cos.\ 2\varphi)^2$, e $sen.\ \alpha\ cos.\ \alpha.\ sen.\ \varphi\ cos.\ \varphi = \frac{1}{4} sen.\ 2\alpha\ sen.\ 2\varphi$. Soſtituendo queſti valori nella equazione precedente, avremo $(1 - cos.\ 2\varphi)^2\ cos.\ \alpha^2 + (1 + cos.\ 2\varphi)^2\ sen.\ \alpha^2 - 2\alpha\ sen.\ 2\varphi = 0$; donde ſi ricaverà, ſviluppando le potenze indicate, $cos.\ 2\varphi^2 - 2\ cos.\ 2\varphi\ cos.\ 2\alpha - 2\ sen.\ 2\alpha\ sen.\ 2\varphi + 1 = 0$. Si può dare a queſta equazione una forma più comoda facendo $2\varphi = \zeta$, e $2\alpha = \beta$, ciocchè darà $cos.\ \zeta^2 - 2\ cos.\ \beta\ cos.\ \zeta - 2\ sen.\ \beta + 1 = 0$. Intanto per riſolvere queſta equazione, ſupporrò, che ſia formata dalle due ſeguenti: $cos.\ \zeta + m\ sen.\ \zeta + n = 0$; $cos.\zeta - m\ sen.\ \zeta + n' = 0$, le quali moltiplicate l'una pell'altra, daranno $cos.\ \zeta^2 - m^2\ sen.\ \zeta^2 + (n + n)\ cos.\ \zeta + m(n' - n)\ sen.\ \zeta + nn' = 0$, ovvero $(1 + m^2)\ cos.\ \zeta^2 + (n + n')\ cos.\zeta + m(n' - n(sen.\zeta\ nn' - m^2 - = 0$. Per potere poi fare il paragone di queſta equazione, con quella, che ſi cerca riſolvere, ſi moltiplicherà queſta per $1 + m^2$ ciocchè darà $(1 + m^2)\ cos.\ \zeta^2 - 2(1 + m^2)\ cos.\ \beta\ cos.\ \zeta - 2(1 + m^2)\ sen.\ \beta\ sen.\ \zeta + 1 + m^2 = 0$. Paragonando queſte due equazioni termine a termine, ne riſulteranno le ſeguenti uguaglianze: $n + n' = -2(1 + m^2)\ cos.\ \beta$; $n - n' = \frac{-2(1 + m^2)}{m}\ sen.\ \beta$; $nn' = 1 + 2\ m^2$, la prima, e ſeconda uguaglianza daranno

$n =$

$n = -(1 + m^2)\left(cos.\,\beta - \frac{sen.\,\beta}{m}\right)$; $n' = -(1 + m^2)\left(cos.\,\beta - \frac{sen.\,\beta}{m}\right)$, e per conseguenza $nn' = (1 + m^2)^2\left(cos.\,\beta^2 - \frac{sen.\,\beta^2}{m^2}\right) = 1 + 2\,m^2$.

Facendo dipoi per facilitare il calculo, $m^2 = \mu$, l'equazione sarà $(1 + \mu)^2\left(cos.\,\beta^2 - \frac{sen.\,\beta^2}{\mu}\right) = 1 + 2\,\mu$, ovvero $(1 + \mu)^2(\mu\,cos.\,\beta^2 - sen.\,\beta^2) = \mu(1 + 2\,\mu)$; ovvero finalmente a cagion del $cos.\,\beta^2 = 1 - sen.\,\beta^2 - (1 + \mu)^3\,sen.\,\beta^2 + \mu(1 + \mu)^2 = \mu(1 + 2\,\mu)$; donde si conchiude $(1 + \mu)^3\,sen.\,\beta^2 = \mu^3$.

Segue evidentemente da ciò $\frac{\mu}{1 + \mu} = sen.\,\beta^{\frac{2}{3}}$.

Dunque $\mu = \frac{sen.\,\beta^{\frac{2}{3}}}{1 - sen.\,\beta^{\frac{2}{3}}}$, e $m = \frac{sen.\,\beta^{\frac{1}{3}}}{\surd(1 - sen.\,\beta^{\frac{2}{3}})}$.

Supponendo intanto, che siasi cercato un angolo γ, tale che $sen.\,\gamma = sen.\,\beta^{\frac{1}{3}}$, s' avrà $m = \frac{sen.\,\gamma}{\surd(1 - sen.\,\gamma^2)} = tang.\,\gamma$. Dunque $1 + m^2 = 1 + tang.\,\gamma^2 = \frac{1}{cos.\,\gamma^2}$; $cos.\,\beta + \frac{sen.\,\beta}{m} = \frac{sen.\,(\beta + \gamma)}{sen.\,\gamma}$; $cos.\,\beta - \frac{sen.\,\beta}{m} = \frac{sen.\,(\gamma - \beta)}{sen.\,\gamma}$: $n' = -(1 + m^2)\left(cos.\,\beta + \frac{sen.\,\beta}{m}\right) = -\frac{sen.\,(\beta + \gamma)}{sen.\,\gamma.\,cos.\,\gamma^2}$; $n = \frac{-sen.\,(\gamma - \beta)}{sen.\,\gamma\;cos.\,\gamma^2} = -\frac{sen.\,(\beta - \gamma)}{sen.\,\gamma\;cos.\,\gamma}$. Sostituendo questi valori nelle nostre due equazioni $sen.\,\gamma\,cos.\,\gamma^2\,cos.\,\zeta + m\,sen.\,\zeta + n = 0$; $cos.\,\zeta - m\;sen.\,\zeta + n' = 0$, elleno prendono le forme seguenti: $cos.\,\zeta + tang.\,\gamma\;sen.\,\zeta + \frac{sen.\,(\beta - \gamma)}{sen.\,\gamma\;cos.\,\gamma^2} = 0$;

o; $cos.\zeta - tang.\gamma\, sen.\zeta - \frac{sen.(\beta+\gamma)}{sen.(\gamma-\beta)} = o$; ovvero

$$cos.(\zeta-\gamma) = \frac{sen.(\gamma-\beta)}{sen.\gamma\ cos.\gamma}\,;\ cos.(\zeta+\gamma) = \frac{sen.(\gamma+\beta)}{sen.\gamma\ cos.\gamma}\,.$$

Ma queste due equazioni non possono somministrarci egualmente i valori reali per l'angolo ζ, perchè seguirebbe da ciò, che quest' angolo potesse avere quattro valori reali. Bisogna dunque cercare quale di queste due equazioni dà i valori reali per ζ. Si vede subito, che la prima equazione darà i valori reali per ζ, se l'espressione $\frac{sen.(\gamma-\beta)}{sen.\gamma\ cos.\gamma}$ è una frazione, o se $sen.\gamma\ cos.\gamma > sen.(\gamma-\beta)$, o finalmente se $sen.\gamma\ cos.\gamma > sen.\gamma\ cos.\beta - cos.\gamma\ sen.\beta$. Or avendo supposto di sopra $sen.\gamma^3 = sen.\beta$, s'avrà $cos.\beta = \sqrt{(1 - sen.\gamma^6)} = cos.\gamma \sqrt{(1 + sen.\gamma^2 + sen.\gamma^4)}$, e $sen.\gamma\, cos.\beta - cos.\gamma\, sen.\beta = sen.\gamma\ cos.\gamma \times (\sqrt{1 + sen.\gamma^2 + sen.\gamma^4} - sen.\gamma^2)$. Di più è chiaro, che $1 + sen.\gamma^2 = \sqrt{(1 + 2\, sen.\gamma^2 + sen.\gamma^4)}$ è $> \sqrt{(1 + sen.\gamma^2 + sen.\gamma^4)}$. Per conseguenza $sen.\gamma\ cos.\gamma\ (1 + sen.\gamma^2) > sen.\gamma\ cos.\gamma \sqrt{(1 + sen.\gamma^2 + sen.\gamma^4)}$, e $sen.\gamma\ cos.\gamma > sen.\gamma\ cos.\gamma\ (\sqrt{(1 + sen.\gamma^2 + sen.\gamma^4)} - sen.\gamma^2)$. Dunque $sen.\gamma\ cos.\gamma > sen.(\gamma-\beta)$. E' dunque dimostrato, che la prima delle nostre due equazioni somministrerà sempre de'valori reali per ζ, e conseguentemente, che la seconda non ne può dare, che immaginarj.

Si tratta intanto di trovare i due valori di ζ, dedot-

dedotti dall' equazione $cos. (\zeta - \gamma) = \frac{sen. (\gamma - \beta)}{sen. \gamma\ cos. \gamma}$. Perciò faremo $\frac{sen. (\gamma - \beta)}{sen. \gamma\ cos. \gamma} = cos. \varepsilon$, ed avremo $\zeta - \gamma = \varepsilon$, ovvero $\zeta' - \gamma = -\varepsilon$, donde si ricava $\zeta = \gamma + \varepsilon$, $\zeta = \gamma - \varepsilon$, e per conseguenza $\varphi = \frac{1}{2} (\gamma + \varepsilon)$ $\varphi = \frac{1}{2} (\gamma - \varepsilon)$, e $\varphi + \varphi' = \gamma$, $\varphi - \varphi' = \varepsilon$. Altro non resta a compire la soluzione del nostro Problema, che determinare i due angoli γ, ed ε; ma il primo è dato dall' equazione $sen. \gamma = sen. \beta \frac{1}{3} = sen. 2 \alpha \frac{1}{3}$, ed il secondo dell'equazione $cos. \varepsilon = \frac{sen. (\gamma - \beta)}{sen. \gamma\ cos. \gamma}$, i due valori dunque reali di φ, $\varphi = \frac{1}{2} (\gamma + \varepsilon)$ $\varphi' = \frac{1}{2} (\gamma - \varepsilon)$ saranno determinati.

Avendo così trovato il valore di φ, è facile dedurne l'angolo ψ col mezzo dell' equazioni $tang. \alpha\ tang. \psi = tang. \varphi^2$, ovvero $2\ sen. 2 \psi = sen. 2 \varphi$; ma possiamo dispensarci da queste equazioni, servendoci di quella, che ne deriva: $sen. 2 \varphi = sen. (2 \alpha - 4 \psi)$. Ciò vogliamo dimostrare.

Si ha $tang. \varphi^2 = tang. \alpha\ tang. \psi$: s' avrà dunque $cos. \varphi^2 = \frac{cos. \alpha\ cos. \psi}{cos. (\alpha - \psi)}$, e $sen. \varphi^2 = \frac{sen. \alpha\ sen. \psi}{cos. (\alpha - \psi)}$. Dunque $sen. \varphi^2\ cos. \varphi^2 = 4\ sen. \psi^2\ cos. \psi^2 = \frac{sen. \alpha\ cos. \alpha\ sen. \psi\ cos. \psi}{cos. (\alpha - \psi)^2}$, e per conseguenza $2\ sen. 2 \psi = \frac{sen. 2 \alpha}{2\, cos. (\alpha - \psi)} = \frac{sen. 2 \alpha}{1 + cos. 2 (\alpha - \psi)}$; donde si ricava $2\ sen. 2 \psi + 2. sen. 2. \psi\ cos. 2. (\alpha - \psi) = sen. 2. \alpha$. Ma $sen. 2. \alpha - sen. 2. (\alpha - 2 \psi) = 2\ sen. 2 \psi\ cos. 2 (\alpha - \psi)$;

dunque $2\,sen.\,2\psi - sen.\,2\,(\alpha - 2\psi) = 0$. Dunque $sen.\,2\varphi = 2\,sen.\,2\psi = sen.\,2\,(\alpha - 2\psi)$. Si ha da questa equazione o $2\alpha - 4\psi = 2\varphi$, o $4\psi - 2\alpha = 360' - 2\varphi$. La prima di queste uguaglianze dà $\psi = \frac{1}{2}(\alpha - \varphi')$ e la seconda $\psi = 90° + \frac{1}{2}(\alpha - \varphi)$.

Sebbene la soluzione di questo Problema sia assai semplice, possiamo abbreviarlo considerabilmente in tutti i casi, in cui la frazione $\frac{2b^2}{a}$ è molto picciola, ovvero, ciocchè torna allo stesso, allorchè l'angolo α è molto picciolo; perchè in questi casi il più picciolo valore dell'angolo φ, che avemo designato per φ', diviene quasi uguale ad $\frac{1}{2}\alpha$, ed il valore corrispondente ψ uguale ad $\frac{1}{4}\alpha$. S'avrà per conseguenza $\varphi = \gamma - \varphi' = \gamma - \frac{1}{2}\alpha$, e $\psi = 90° + \frac{3}{4}\alpha - \frac{1}{2}\gamma$. Applicando questi principj a' differenti valori della frazione $\frac{b}{\alpha}$, che possono aver luogo ne' differenti generi di vascello, ho calculato la Tavola seguente, in cui si trova la più grande differenza tra l'obliquità della forza spignente, e quella del corso per ciascuna spezie di vascello.

TA-

TAVOLA

$\frac{a}{b}$	φ	ψ	$\psi - \varphi$	$n + \varphi$
3, 0	29° 46'	77°. 14'	47° 28'	42° 22'
3, 1	28 50	77 30	48 40	41 20
3, 2	27 57	77 46	49 49	40 11
3, 3	27 7	78 2	50 55	39 5
3, 4	26 21	78 17	51 56	38 4
3, 5	25 37	78 32	52 55	37 5
3, 6	24 55	78 46	53 51	36 9
3, 7	24 15	79 0	54 45	35 15
3, 8	23 38	79 14	55 36	34 24
3, 9	23 3	79 27	56 24	33 36
4, 0	22 29	79 39	57 10	32 50
4, 1	21 57	79 51	57 54	32 6
4, 2	21 26	80 3	58 37	31 23
4, 3	20 56	80 15	59 19	30 41
4, 4	20 28	80 26	59 58	30 2
4, 5	20 1	80 37	60 36	29 24
4, 6	19 36	80 47	61 11	28 49
4, 7	19 11	80 57	61 45	28 15
4, 8	18 48	81 7	62 19	27 41
4, 9	18 25	81 17	62 52	27 8
7, 0	18 3	81 26	63 23	26 37
7, 1	17 42	81 35	63 53	26 7
7, 2	17 22	81 44	64 22	25 38
7, 3	17 2	81 52	64 50	25 10
7, 4	16 44	82 0	65 16	24 44
7, 5	16 26	82 8	65 42	24 18
7, 6	16 8	82 15	66 7	23 53

TA-

TAVOLA.

$\frac{a}{b}$	φ	ψ	$\psi-\varphi$	$\eta+\varphi$
5,7	15° 51′	82° 23′	66° 32′	23° 28′
5,8	15 35	82 30	66 55	23 5
5,9	15 20	82 37	67 17	22 43
6,0	15 5	82 44	67 39	22 21
6,1	14 50	82 51	68 1	21 59
6,2	14 36	82 57	68 21	21 39
6,3	14 22	83 3	68 41	21 19
6,4	14 9	83 9	69 0	21 0
6,5	13 56	83 15	69 19	20 41
6,6	13 43	83 20	69 37	20 23
6,7	13 31	83 26	69 55	20 5
6,8	13 19	83 31	70 12	19 48
6,9	13 7	83 37	70 30	19 30
7,0	12 56	83 42	70 46	19 14

S' avvertirà, che l'angolo $\eta = 90 - \psi$ è l'angolo dell' obliquità delle vele. *Vedete la III. Parte della Teoria del Sig. Eulero Cap. IV.* Così questa tavola può riguardarsi come un supplemento di quelle, che ci ha date Eulero *Parte II. Cap. V.* §. 37., e *Parte III. Cap. IV.* §. 32. Dunque è cosa facile coll' ajuto di questa tavola costruirne un' altra, in cui si trovano gli angoli che più s' accostano. Perciò bisogna aggiungere l' angolo $\eta + \varphi$ trovato di sopra 11° 15′, la somma sarà l'angolo che più s'accosta, purchè però si supponga, che l'obliquità della la direzione del vento è di un punto. In generale, l'angolo più vicino si trova per ciascuna spezie di vascello, aggiungendo l'obliquità del vento all'angolo $u + \varphi$.

F I N E.

TAVOLA
DELLE MATERIE.

PRIMA PARTE

Dove si considerano i vascelli in equilibrio, ed in riposo.

PAR-

PARTE SECONDA

Ove si ragiona della resistenza, che i vascelli incontrano ne' movimenti loro progressivi, e dell' azione del timone.

PAR-

PARTE TERZA

Della maniera d'inalberare, e della manovra de' Vaſcelli.