ISTITUZIONI

DI

ARITMETICA PRATICA

DEL PROFESSORE

ANTONINO GIAMBARBA.

ISTITUZIONI

DI

ARITMETICA PRATICA

COMPOSTE

CON NUOVO, FACILE, E BREVE METODO

DA

ANTONINO GIAMBARBA

PUBBLICO PROFESSORE

DELLA MEDESIMA FACOLTA'.

NUOVA EDIZIONE ACCRESCIUTA, E MIGLIORATA.

PARTE PRIMA.

NAPOLI,

DALLA TIPOGRAFIA DI GIO. BATTISTA SEGUIN,

1817.

A S. E.

IL SIGNOR MARCHESE

D. DONATO TOMMASI

CONSIGLIERE, E SEGRETARIO DI STATO

DI

GRAZIA E GIUSTIZIA, ED AFFARI ECCLESIASTICI

MINISTRO CANCELLIERE

GENTILUOMO DI CAMERA DI S. M.

CAVALIERE GEROSOLIMITANO

GRAN SEGRETARIO DEL REAL ORDINE DI S. FERDINANDO, E DEL MERITO, SOCIO DELLE REALI ACCADEMIE ERCOLANESI DI ARCHEOLOGIA, E DELLE SCIENZE, PRESIDENTE DELLA SOCIETA' PONTANIANA, ec. ec. ec.

ECCELLENZA,

EGLI è per me gioconda, ed onorevole cosa che queste mie Istituzioni di ARITMETICA PRATICA sieno state mirate dal Pubblico con occhio benigno, e

A S. E.

IL SIGNOR MARCHESE

D. DONATO TOMMASI

CONSIGLIERE, E SEGRETARIO DI STATO

DI

GRAZIA E GIUSTIZIA, ED AFFARI ECCLESIASTICI

MINISTRO CANCELLIERE

GENTILUOMO DI CAMERA DI S. M.

CAVALIERE GEROSOLIMITANO

GRAN SEGRETARIO DEL REAL ORDINE DI S. FERDINANDO, E DEL MERITO, SOCIO DELLE REALI ACCADEMIE ERCOLANESI DI ARCHEOLOGIA, E DELLE SCIENZE, PRESIDENTE DELLA SOCIETA' PONTANIANA, ec. ec. ec.

ECCELLENZA,

EGLI è per me gioconda, ed onorevole cosa che queste mie Istituzioni di ARITMETICA PRATICA sieno state mirate dal Pubblico con occhio benigno, e

lette dalla gioventù con profitto fin dall' anno 1781, *che videro la prima volta la luce. Ma la gloria, e soddisfazione maggiore, che dar mi si possa, è quella, che ridonderà dalla compiacenza, con cui l' E. V. si è degnata accettarne la dedica ora, che colla ristampa vengono più complete, ed adorne a mostrarsi alla vista di tutti. Il Suo Nome scritto in fronte di esse darà loro una vita novella, e renderà alle stesse tanto costante, e perpetuo il favor de' lettori, per quanto stabile, e perenne sarà trasmessa nel cuore de' posteri la memoria delle virtù somme dell' E. V. Di queste dovrei empir molte pagine per dimostrare con quanta ragione io fondo sullo splendore di esse l' ornamento, e 'l decoro di questa qualunque siasi mia fatica; ma mi astengo di farne parola essendo tali, e tante che se in una sola serie si unissero quanti mai numeri, e cifre in tutta questa mia* ARITMETICA

trovansi sparse, non giugnerebbero giammai ad esprimerne, o calcolarne nè la grandezza, nè la quantità. Che se poi volessi disvelare un raggio solo della loro sublimità, potrei invitar tutti a considerare la cortesia, e la magnanimità, colla quale Ella non ha avuto a schifo di gradire la tenuità dell' offerta mia, e di dar all' offerente la speranza della valevole Sua protezione, sotto le ali della quale ricoverandomi con profondo rispetto, e colla più alta stima, e considerazione mi protesto

Dell' E. V.

Napoli 20 Luglio 1817.

Umilis. Devotis. ed Obbligatis. Servo
ANTONINO GIAMBARBA.

PREFAZIONE.

La determinazione piuttosto ad uno stato, che ad un altro nella vita civile è sovente il prodotto di una interna invincibil forza, che nè l' educazione, nè certe circostanze contraddicenti possono talora superare: e sarebbe desiderabile in tal circostanza che si lasciasse sempre una ragionevole libertà al genio. Allora non si vedrebbe ciò, che tutto giorno si osserva in moltissime persone, le quali dirette per uno stato, dopo la fatica, e i travagli di molti anni, non ne profittano affatto; e quindi avvanzano l' espettazione istessa, tostochè si danno a seguire la propria inclinazione. L' applicazione alla quale io mi sono addetto, e di cui sono frutto queste *Istituzioni di Aritmetica pratica*, che io presentai al Pubblico la prima volta nel 1781 dovea certamente incontrare degli ostacoli, come lo fu di fatti sul principio della educazione, e delle circostanze di mia vita, le quali m' invitavano ad abbracciare la professione

legale, e seguire l' esempio del mio onorato Genitore; ma io fui il primo ad avvedermi, che vi bisognava moltissima forza, anzi una straordinaria violenza per impedire, che la mia inclinazione non avesse il suo effetto, e colui, che poteva solo contrastarmi ciò, conobbe il mio genio, e prudentemente non volle opporsi. Lasciato adunque nella mia libertà procurai avvanzarmi in altri studj, e principalmente in quello dell' *Aritmetica*, e mi lusingo, che lo abbia percorso tutto. Mentre però fra le altre occupazioni mi applicava alla istruzione de' miei discepoli, e specialmente de' Chierici nel Seminario Arcivescovile di Napoli ebbi l' occasione di conoscere il fu Canonico Simioli di chiara, ed onorata memoria, il quale trovandosi allora Rettore del Seminario istesso, mi favorì di una particolare affezione; e siccome era questi un uomo inclinato a procurare colla maggior possibile facilità l' avvanzamento de' suoi giovani, e quelli di tutto il Clero, così non mancò di farmi frequentemente delle premure, perchè prendessi l' impegno di formare con metodo chiaro, e preciso una

Istituzione di Aritmetica pratica, che posta in istampa, potesse senza molta pena, soddisfare coloro, che ad essa si applicano, togliendo a' medesimi, addetti ad altre lezioni necessarie allo stato di ciascuno, la nojosa fatica di scriver molto, e d' impiegare tempo maggiore. La venerazione, e la rispettosa osservanza, che io avea per una persona di tanto merito, di cui onoro ancora con sommo riguardo la memoria, mi fè, senza molto pensarvi, eseguire il comando persuadendomi, che la di lui soddisfazione, ed approvazione avrebbe alla mia opera conciliata anche quella del Pubblico; siccome di fatti si avverò subito che comparve alla luce.

Ora di nuovo si presentano al pubblico queste mie *Istituzioni* migliorate, e disposte con tale chiarezza, e facilità che pare siansi all' estremo punto rese suscettibili dell' intelligenza di chicchesia. Spero che il Pubblico per cui sono stato sollecitato a riprodurle da' torchi, si ricordi del vantaggio, e della utilità, che da tale Scienza si ritrae, mentre al dir di Platone nell' *Epinomide*, *nè Scienza alcuna*, *nè Società può sussistere senza*

l' Aritmetica, ed al dir di Aristotele nelle sue opere filosofiche, *tanto è proprio dell' uomo il numerare, quanto il raziocinare*; e S. Agostino nei suoi libri, e propriamente dove tratta *de Doctrina Christiana*, non ebbe difficoltà di dire che *per l' ignoranza de' numeri s' ignorino moltissime cose nelle Sacre Carte*. Quindi ho fiducia che le accetterà col medesimo applauso, e gradimento, che ha mostrato nella prima edizione, uniformandosi così al giudizio de' Regj Esaminatori, che, l' onorarono della loro gravissima approvazione, ed indi avendole con loro relazione accennate al *Clementissimo nostro Sovrano* (D. G.), questi benignossi eleggermi pubblico Professore di questa materia nelle Regie Scuole di S. Ferdinando, accordandomi pure una pensione in premio delle mie fatiche, dietro varie rappresentanze d' Illustri Magistrati, ed anche dell' allora, Regia Camera, che le stimò egualmente utili, che necessarie.

PARTE PRIMA.

CAPITOLO I.

Definizioni generali dell'Aritmetica.

I. *L'Aritmetica è la scienza de' Numeri.*

Per scienza s'intende una cognizione certa, e costante, che si acquista per mezzo del raziocinio.

II. *L' Unità è il principio di qualunque Numero.*

Per numero s' intende un complesso, ovvero aggregato di unità, ed il numero si divide in semplice, e composto.

III. *Per numero semplice s' intende quello, ch' è espresso con una sola figura*, come 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *e per composto quello, ch' è espresso con due, o più figure*, come 10, 27, 326, ec.

IV. *Lo zero designato colla figura* O, *da se nulla significa, ma accoppiato al numero, o alla unità, ne accresce il valore.*

Per valore s' intende quante volte una data cosa si concepisce espressa, come se si dica due, e sotto questa data quantità due s' intendano uomini, il due segnato esprimerà due uomini.

V. *Per figura s'intende quel segno, di cui si*

servono gli Aritmetici per esprimere le unità, ed i numeri.

Le figure, delle quali ora facciamo uso, sono a noi derivate dagli Arabi.

Tutte le principali operazioni a quattro si riducono, e sono la SOMMA, la SOTTRAZIONE, la MOLTIPLICAZIONE, e la DIVISIONE. Coll' uso di queste quattro operazioni si scioglie in Aritmetica qualunque Problema.

CAPITOLO II.

Della maniera usata dagli Aritmetici per conoscere, ed esprimere qualsisia numero.

GIA' si disse, che i numeri possono essere o semplici, o composti; Or quì è necessario determinare la varietà de' numeri semplici, e de' composti, ed assegnarne la particolare espressione.

Questa maniera suole dagli Aritmetici di miglior metodo proporsi in un Problema, ch' esprimono così: *Di un dato numero qualunque esprimerne il valore.* Seguendo noi dunque il metodo di costoro, premettiamo alla soluzione del proposto Problema le seguenti cognizioni.

Primo. Per valore del numero s' intende l' espressione delle unità, ch' esso contiene, come si è detto di sopra.

Secondo. Per numero dato s' intende quell'

aggregato, o complesso di unità, che si vuol' esprimere, come si è accennato.

Ciò posto bisogna avvertire, che nove sono le figure, le quali servono all' espressioni de' numeri semplici, ed oltre ad esse lo zero, e si disegnano così:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	0,
uno	due	tre	quattro	cinque	sei	sette	otto	nove	zero

Ciascuna di queste figure dinota tante unità per quante figure è distante dalla prima, inclusavi quella, che si vuol' esprimere, eccetto il zero.

Dalla unione poi maggiore, o minore de' numeri semplici, risulta l' aggregato maggiore, o minore, ch' esprime il composto, come dalla unione dell' 1 col 7 risulta 17, cioè dieciassette numero composto.

L' espressioni, che servono a significare i numeri composti, possono essere quasi infinite, perchè quasi infinite unità insieme possono accoppiarsi. Per darne però quelle idee, che più necessarie sono, bisogna avvertire, che sempre una figura all' altra unita accresce il valore in ragione decupla, come se alla figura 1 (uno) aggiungeremo la seconda figura 0 (zero) avremo 10 (dieci); e se al 10 (dieci) aggiungeremo la terza figura, cioè un' altro 0 (zero), avremo 100 (cento): e così in seguito.

Che se poi in vece del zero si aggiungesse qualunque altra figura, allora il precedente numero crescerà ancora dieci volte nel suo va-

lore, oltre dell' unità, che conterrà il numero aggiunto.

Inoltre dobbiamo avvertire, che procedendo l' unione de' numeri semplici sino a qualunque grado, per bene leggerli, bisogna dividerli con una virgoletta, ovvero apice oblungato, che in ogni tre figure si segni, e quelle tre figure insieme unite si diranno membro dell' intera somma, la quale tanto si dirà maggiore, o minore, quanto maggiore, o minore sarà il numero delle virgolette, che contiene: ed essendo i numeri segni, o caratteri Arabi, bisogna distribuirli in membri, colla regola sopra assegnata, incominciando dalla dritta, e procedendo alla sinistra.

Finalmente è necessario sapere, che il numero, il quale una figura contiene, non può più di nove unità significare, quello, che due figure ha, non può più che decine esprimere, quello, che tre figure contiene, dinota centinaja; quello, che quattro ne ha, indica unità di migliaja. Quindi coll' istesso metodo procedendo, quello, che cinque figure ha, significa le decine delle migliaja; quello, che sei, le centinaja delle migliaja, quello, che sette figure contiene, dinota unità di milioni. Coll' esempio nel seguente foglio apposto si rende più chiaro l' insegnamento.

2	5	7	4	6	8	9
Il segnato numero 2 contiene 2 unità.	Il 2 col 5 segnati, come quì sotto si ossserva fa venticinque; perchè contiene 2 decine, e 5 unità.	Il 2 col 5, e 7 fa duecento cinquantasette; perchè contiene 2 centinaja, 5 decine, e 7 unità.	Il 2 col 5, 7, e 4 fa duemila cinquecento settantaquattro; perchè contiene 2 unità di migliaja, 5 centinaja, 7 decine, e 4 unità.	Il 2 col 5, 7, 4, e 6 fa venticinque mila, settecento quarantasei; perchè contiene 2 decine, e 5 unità di di migliaja, 7 centinaja, 4 decine, e 6 unità.	Il 2 col 5, 7, 4, 6, ed 8, fa duecento cinquantasettemila quattrocento sessantotto; perchè contiene 2 centinaja, 5 decine, e 7 unità di migliaja, 4 centinaja, 6 decine, ed 8 unità.	Il 2 col 5, 7, 4, 6, 8, e 9 fa due milioni, cinquecento settantaquattro mila, seicento ottantanove; perchè contiene 2 unità di milioni, 5 centinaja, 7 decine, e 4 unità di migliaja, 6 centinaja, 8 decine, e 9 unità.
2	25	257	2,574	25,746	257,468	2,574,689

Noi per togliere dalla confusione il principiante, abbiamo stimato nell' esempio non distenderci più del milione, giacchè seguendo l' istesso metodo, si potranno in seguito leggere i numeri di qualunque espressione. Di fatti otto figure più di decine di milioni non possono significare; nove figure, centinaja di milioni; dieci figure, migliaja di milioni; undici figure, decine di migliaja di milioni; dodici figure, centinaja di migliaja di milloni; e tredici figure finalmente dinotano i bilioni, o siano milioni di milioni; e procedendo così veniamo dopo con 19 figure ad esprimere i trilioni, o siano milioni di milioni di milioni; i quatrilioni con 25 figure, o siano milioni di milioni di milioni di milioni ec.

CAPITOLO III.

Della prima operazione Aritmetica, detta comunemente Somma, ovvero del Sommare.

Per *somma* s' intende l' aggregato di più numeri semplici, o composti, i quali erano prima divisi in varie partite, e che insieme si uniscono, per disegnare l' intiera espressione, e comprenderne tutto il valore, o sia la quantità.

Per *partita* s' intende qualunque numero semplice, o composto che sia, il quale si consideri assolutamente. Or dovendosi insieme unire partite di numeri composti, si usi la diligenza di scriverle in maniera, che una sia situata

sotto l' altra, in guisa che le unità alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja, le migliaja alle migliaja ec., corrispondano. Daremo più esempj per facilitare la cognizione di questa operazione.

Siano dunque da sommarsi i seguenti numeri semplici, cioè:

Se al 2 uniremo il 3 avremo 5; e se al 5 aggiungeremo il 4, avremo 9, il quale si segnerà dopo tirata una linea, perchè questo 9 è l' intiera somma de' proposti numeri semplici presi insieme.

2
3
4
9

Ma se avviene, che insieme unendo le unità, queste alla decina giungano, allora si noterà l' intiera decina espressa in due figure, come abbiamo insegnato di sopra.

Siano da sommarsi perciò i segnenti numeri, cioè:

Se al 2 si unisce il 5, avremo 7, e se al 7 il 3, avremo 10 espresso in due figure, ch' è appunto il risultato de' proposti numeri, segnato, come quì si vede.

2
5
3
10

Che se mai oltre la decina vi avvanzano unità, allora tirata una righetta, si noteranno sotto le unità quelle, che avvanzano, e la decina in fuori,

Siano dunque da sommarsi i seguenti numeri, cioè:

Se al 3 si unisce il 5, avremo 8; e se all' 8 il 7, avremo 15; e perchè il 15 supera la decina di 5 unità, noteremo la somma, come si vede.

3
5
7
15

Finora abbiamo con più esempj illustrata la maniera, con cui insieme si uniscono i numeri semplici; daremo in seguito un' altro esempio pe' numeri composti, come quì si osserva in un chiarissimo esempio, cioè:

	243
	128
	367
Prima somma	738
Seconda somma	495
Pruova	738

E facendo, secondo la nostra regola insegnata di sopra, l' operazione, ne risulta la somma di 738, che da noi si chiamerà *Risultato*.

Affine però di specificare particolarmente il metodo, con cui dovrà eseguirsi la data operazione, procureremo di cominciar sempre dall' ultima linea de' numeri, che sono alla destra, e diremo 3, ed 8 fanno 11, 11, e 7 fan 18, avremo dunque il risultato de' numeri della prima linea, che contiene una decina, ed 8 unità; onde notando le 8 unità sotto la stessa prima linea, ch' è delle unità, e portando una decina per unirla alla linea delle decine, seguiremo l' operazione dicendo 1, e 4 fan 5; 5, e 2 fan 7; 7, e 6 fan 13; abbiamo dunque nel risultato de' numeri della seconda linea 13 decine, e perchè 10 decine un centinajo compongono, perciò le 3, che sono sopra il centinajo, noteremo nella stessa seconda linea delle decine, portando il centinajo alla unione de' numeri della terza linea, che alle centinaja appartiene, e procedendo avanti l' operazione diremo 1, e 2 fan 3,

3, ed 1 fan 4; 4, e 3 fan 7, il quale risultato 7 notando sotto la linea terza, ch' è delle centinaja, avremo l' intiera somma di 738, ch' è ancora l' intiero risultato delle tre date partite, 243, 128, e 367.

Stimiamo affatto superfluo il moltiplicare gli esempj per isviluppare maggiormente la pratica di questa operazione, allorchè nel dato quesito vi siano delle unità di migliaja, decine di migliaja, e centinaja di migliaja ec., perchè ci persuadiamo, che facilmente si possa effettuare anche da' principianti, i quali riflettono, e praticano con diligenza le regole da noi assegnate di sopra, segnando sempre le centinaja sotto le centinaja, e trasportando le migliaja alla linea, che appartiene alle migliaja, e così in seguito.

Perchè non resti dubbio alcuno nella operazione della somma (locchè può facilmente accadere) è necessario dare alcune regole, le quali servono a provare la perfezione della operazione già fatta.

Gli Aritmetici provano la somma con la sottrazione; ma siccome questa operazione non si può apprendere, se non dopo la somma, così non potrà valere pe' principianti, per soddisfazione, ed utile de' quali daremo due altre pruove, che non han bisogno di ulteriori cognizioni per praticarsi.

La prima si fa con lasciare una delle date partite, e sommare le altre, aggiugnendo quindi al risultato di quelle la partita lasciata; che se l' intiero risultato uguaglierà esattamente il pri-

mo, l' operazione sarà ottimamente eseguita, altrimenti vi sarà dello sbaglio. Or diamone la pratica nell' esempio dato di sopra delle tre partite, 243, 128, e 367, che diedero l' intiero risultato di 738. Si tralasci una qualunque delle date partite, e sia la prima, vale a dire 243. Si uniscano poi insieme le altre due 128, e 367, ed avremo il risultato di 495. Or se a questo 495 aggiugneremo la partita lasciata, qual' è 243, e l' intiero risultato sarà 738, l' operazione sarà stata bene eseguita, altrimenti vi sarà dell' errore o nella prima, o nella seconda somma: onde siamo in questo caso nella necessità di ripigliare con più diligenza le sudette operazioni.

La seconda pruova, ch' è universale, e comune a' computisti, si fa, sommando con ordine contrario i numeri delle linee delle date partite, e vedendo se il risultato è l' istesso; imperciocchè siccome allora la combinazione non è la stessa, così se vi fu errore immediatamente comparisce. Eccone la pratica nello stesso dato esempio sommando 243, 128, 367 prima si è cominciato da sopra; cioè dal 3, e si è terminato al 7; ora bisogna cominciare dal 7, e terminare al 3. Sicchè se prima si disse 3, ed 8 fan 11, 11, e 7 fan 18; ora dovrà dirsi 7, ed 8 fan 15; 15, e 3 fan 18. Il risultato 18, che sommandosi da sopra, e da sotto la prima linea sempre è uniforme, dimostra la somma di questa prima colonna bene eseguita; or della stessa maniera operando si esamineranno l' altre quantità, che seguono nel dato esempio, ed

avendosi il risultato 738 l' intiera operazione sarà senza errore.

CAPITOLO IV.

Della Somma applicata alle Monete del Regno.

Finora abbiamo generalmente insegnato, come si esegua la somma della quantità, dobbiamo ora applicare questi medesimi insegnamenti alla somma delle diverse monete del nostro Regno per facilitare al principiante la cognizione del come possa al medesimo valore ridurre la diversa moneta.

Per procedere con ordine è necessario premettere la cognizione delle cennate monete del nostro Regno, e del vario valore di esse: queste sono le seguenti, cioè: *ducati*, *grana*, e rotti del grano, detti volgarmente *cavalli*; 12 dei quali formano il grano, e la somma di 100 grana compone il ducato. E perchè la nostra istituzione riguarda precisamente la pratica, perciò ancorchè sembri fuor di luogo daremo quì la maniera di scrivere, ed intendere gli enunciati rotti del grano.

Modo di scrivere i Rotti, che diconsi volgarmente Cavalli posti nella loro figura.

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11.
$^1/_{12}$	$^1/_6$	$^1/_4$	$^1/_3$	$^5/_{12}$	$^1/_2$	$^7/_{12}$	$^2/_3$	$^3/_4$	$^5/_6$	$^{11}/_{12}$.

Si avverta, che non si oltrepassa il numero di 11, giacchè l'intiero 12 compone un grano.

Si scrive 1 cavallo nella maniera di sopra, cioè $^1/_{12}$, dandoci ad intendere una duodecima parte dell'intiero. Si scrivono 2 cavalli $^1/_6$, per essere diviso l'intiero in 6 porzioni eguali, di cui presa ne abbiamo una sesta parte. Si scrivono 3 cavalli $^1/_4$, per essere diviso l'intiero in quattro porzioni, e presa una quarta parte. Si scrivono 4 cavalli $^1/_3$, per essere diviso l'intiero in tre parti uguali, e presa una terza parte. Si scrivono 5 cavalli $^5/_{12}$, per non aver parti uguali. Si scrivono 6 cavalli $^1/_2$, per essere la metà dell'intiero. Si scrivono 7 cavalli $^7/_{12}$, per non aver similmente parti uguali, come il $^5/_{12}$. Si scrivono 8 cavalli $^2/_3$, per essere due porzioni dell'intiero diviso in tre parti. Si scrivono 9 cavalli $^3/_4$, per essere tre porzioni dell'intiero diviso in quattro parti. Si scrivono 10 cavalli $^5/_6$, per essere cinque porzioni dell'intiero diviso in sei parti. Si scrivono 11 cavalli $^{11}/_{12}$, per non aver parimente parti eguali, siccome al $^5/_{12}$, e $^7/_{12}$.

Abbiamo iusegnato che la somma di 12 cavalli forma un grano, e quella di 100 grana il ducato,

Nello scrivere le partite delle cennate monete per quindi sommarle, bisogna avvertire di notare i cavalli sotto i cavalli, le grana sotto le grana, e li ducati sotto i ducati; nell' intelligenza, che quante volte la somma de' cavalli, o arriva a 12, o passa il 12 è necessario notare il zero, o il dippiù de' 12 nella linea, che gli corrisponde, e trasportare l' intero alla linea delle grana; così arrivata la somma delle grana a 100 bisogna unirle, come unità alla linea de' ducati. Diamo un esempio per facilitare la maniera di unire insieme le descritte monete. Siano dunque da sommarsi le seguenti partite, cioè:

Denom.	10.	100.	12.
	Doc.	*grana*	*cav.*
	368.	79.	1/2
	197.	38.	1/4
	982.	56.	3/4
Som.	1548.	74.	1/2

Incominciando adunque dalla dritta, cioè dalla linea de' cavalli, diremo 6, e 3 che fan 9, e 9 che fan 18; ma 18 cavalli formano un grano, e 6 cavalli; i 6 cavalli adunque noteremo nella linea de' cavalli, e porteremo un grano, il quale uniremo nella linea delle grana, dicendo 9, ed 1, che portammo, fan 10, ed 8 fan 18, e 6 fan 24; noteremo le 4 grana, e porteremo le due decine di grana per unirle alla linea delle decine, dicendo 2, e 7 fan 9, e 3 fan 12, e 5 fan 17; noteremo le 7 decine nella propria linea, e porteremo un ducato per unirlo alla linea delle unità de' ducati, dicendo 1, e 8 fan 9, e 7 fan 16, e 2 fan 18; noteremo l' 8, e porteremo una decina per unirla alla linea delle decine, dicendo in seguito 1, e 6 fan

7, e 9 fan 16, ed 8 fan 24, noteremo le 4 decine, e porteremo le due centinaja per unirle alla linea delle centinaja dicendo 2, e 3 fan 5, ed 1 fan 6, e 9 fan 15, il quale noteremo intieramente dopo il 4, perchè non vi è altra linea da sommarsi; onde leggendo l' intiero risultato avremo ducati 1548, grana 74, e cavalli 6, cioè $^1/_2$.

CAPITOLO V.

Della somma applicata ai diversi pesi.

La diversità de' pesi, che sono presso di noi specialmente in questa Città, merita tutta la riflessione; ed affinchè non erriamo, stimiamo avvertire distintamente in primo luogo il peso, di cui tutti si servono nelle biade, in secondo luogo quello, che appartiene tra noi alle lane, al lino ec., in terzo luogo parleremo del peso comune delle gioje, ed in particolare di quello, che serve pe' diamanti, in quarto luogo insegneremo il metodo de' varj pesi, di cui fanno uso gli Orefici, ed in ultimo luogo ci riserveremo a parlare de' pesi, di cui ci serviamo nell' olio; colle quali distinzioni ci persuadiamo di rendere chiarissima la pratica di sommare i diversi pesi, giacchè tutti gli altri qualunque sieno o alli già enunciati si riducono, o da questi pochissimo differiscono.

Incominciamo adunque dal peso delle biade, e tra queste sceglieremo il grano, come quello, di cui l' uso è più comune, ed universalissimo. Il grano fra noi ridotto a farina in due varj pesi si distingue, in *tomola* cioè, ed in *rotola*; quaranta rotola formano un tomolo; quindi sempre distintamente le rotola dalle tomola dividendo, distintamente ancora in due linee diverse le scriveremo, e sommandole dovremo avvertire, che le rotola fino alla somma di 39 possono essere scritte nella linea delle rotola, ma come giungono alla somma di 40, allora componendo un tomolo, debbano come unità unirsi alla linea delle tomola. Diamo un esempio del fin quì detto; onde siano da sommarsi le seguenti partite, cioè:

Denom.	10.	40.
	Tomola	*Rotola*
	23.	27.
	26.	15.
	18.	24.
Somma	68.	26.

E seguendo nel dato esempio la comune regola della somma, cominceremo dall' ultima linea delle unità delle rotola, e diremo 7, e 5 fan 12, e 4 fan 16; e perchè 16 contiene una decina, e 6 unità, perciò noteremo le 6 nnità alla loro rispettiva linea, e trasporteremo alla linea delle decine la decina, che al 6 è avvanzata, dicendo 1, e 2 fan 3, ed 1 fan 4, e 2 fan 6, avremo 6 decine, ma siccome 6 decine compongono 60 rotola, e 40 rotola fanno un tomolo, così la somma di 6 decine conterrà un tomolo, e 20 rotola; onde notando le 2 decine alla loro rispettiva linea, le altre 4, o sia

il tomolo, uniremo alla linea delle tomola; e seguendo a sommare gl' intieri, come sopra abbiamo usato, avremo l' intera somma, ch' è di 68 tomola, e 26 rotola.

Nel peso delle lane, del lino ec., noi c serviamo della parola *Decina*, la quale però in questo genere non è composta già da dieci rotola, ma bensì da quattro; onde dando di questo peso la distinzione, lo dividiamo in *rotola*, in *decine*, ed in *cantaja*, avvertendo, che il cantajo è composto di 25 decine, ed ogni decina di 4 rotola. Secondo il nostro costume diamo un' esempio atto a dilucidare il fin quì detto. Siano dunque da sommarsi le seguenti partite; cioè:

Den.	10.	25.	4.
	Cantaja	*decine*	*rotola*
	14.	23.	2.
	32.	12.	1.
	29.	2.	3.
Som.	76.	13.	2.

Prendendo i numeri dell' ultima linea spettante alle rotola, uniremo al 2 l' 1, ed avremo 3, ed al 3 l' altro 3, ed avremo 6; or siccome abbiamo detto, che in questo genere di peso, 4 rotola formano una decina, così notando il 2 nella sua linea delle rotola, uniremo la decina alla linea delle unità delle decine, e diremo 1, e 3 fan 4, e 2 fan 6, e 2 fan 8: ma come 8 decine non arrivano al cantajo, così non noteremo figura alcuna, ma seguendo l' operazione diremo 8, e 20 fan 28, e 10 fan 38, dalla quale somma tolte 25, che formano il cantajo, segneremo le restanti 13 decine sotto la stessa linea, e porteremo 1 cantajo per unirlo alla linea delle cantaja; e proseguendo

seguendo a sommare gl' intieri, come sopra abbiamo praticato, avremo la somma di 76 cantaja, 13 decine, e 2 rotola.

Le gioje hanno diverso peso; i negozianti in questo genere danno il nome di *Carato* a tutte le pietre colorite, come sono rubini, smeraldi, zaffiri ec., e questo è il solo intiero, che alle gioje appartenga; questo intiero poi ha i suoi rotti, i quali diconsi *ottavi*, stante esso si divide in otto parti uguali. Le pietre però, che si chiamano diamanti, hanno l'intiero, che comunemente anche Carato si dice, ma poi ha molte divisioni, stante si divide in *grani*, ognuno de' quali è la quarta parte del Carato, in *ottavi*, ciascuno de' quali è l' ottava parte del grano, ed in *mezzottavi*, ognuno de' quali è la decimasesta parte del grano. Questa ultima divisione stimiamo necessaria ad avvertirsi per la esattezza del commercio, giacchè accade spessissimo, che i negozianti forestieri rimettono in questa Città i diamanti anche sotto il peso di Carato. Diamo un' esempio pe' Diamanti: Siano perciò da sommarsi le seguenti descritte partite, cioè:

Den.	10.	8.	2
	Grani	*ottavi*	*mezzott.*
	25.	3.	$^1/_2$
	12.	5.	$^1/_2$
	42.	2.	$^1/_2$
Som.	80.	3.	$^1/_2$

E seguendo la nostra regola principieremo dai mezzottavi, dicendo tre mezzi ottavi fanno un ottavo, e mezzo, segnato $^1/_2$ sotto la sua linea, porteremo l'ottavo, e diremo 1, e 3 fan 4, e 5 fan 9, e 2 fan 11; ma perchè 11 ottavi superano

il peso chiamato grano in 3 ottavi, perciò segneremo il 3 sotto la linea degli ottavi, e porteremo il grano alla sua linea; e proseguendo a sommare gl' intieri. come sopra abbiamo praticato avremo la somma di 80 grani, 3 ottavi, e $^1/_2$.

Gli Orefici ordinariamente usano quattro sorti di pesi chiamati *libre*, *once*, *trappesi*, ed *acini*; 20 acini compongono un trappeso, 30 trappesi un' oncia, e 12 once una libra. Diamo anche di questo vario peso un' esempio per maggior chiarezza. Siano da sommarsi le seguenti partite, cioè

Den.	10.	12.	30.	20.
	Libre	*once*	*trappesi*	*acini*
	53.	10.	24.	15.
	19.	5.	12.	6.
	18.	4.	16.	13.
Som.	91.	8.	23.	14.

Senzacchè ripetiamo l' istesso metodo altre volte accennato, s' incominci dagli acini, avvertendo, che passando i 20, il dippiù si noti nella linea rispettiva degli acini, ed i 20 si passino, come unità nella linea de' trappesi, il numero de' quali allorchè passerà i 30, si noterà pel dippiù nella linea de' trappesi, portandosi i 30, come unità, nella linea delle once, le quali arrivate a 12 passeranno ad essere unità delle libre, ed in questa linea dovranno essere unite, e così sommando avremo il risultato di libre 91, once 8, trappesi 23, ed acini 14.

Quì è di bene avvertire, che dai Speziali di medicina si divide la libra in 12 once, l' oncia in 10 dramme, la dramma in 3 scrupoli, e lo scrupolo in 20 acini.

L' olio poi diviso in pesi non importa altro, che saper di essere lo stajo composto di rotola 10. 1/3. Diamone anche di questo peso un' esempio.

Siano perciò da sommarsi le notate partite, cioè:

Den.	10.	10. 1/3
	Staja	*rotola*
	24.	7.
	12.	5.
	36.	4.
Som.	73.	5. 2/3

Ed operando secondo la nostra regola diremo 7, e 5 fan 12, e 4 fan 16; ma perchè 16 rotola compongono 1 stajo, e 5 rotola, e due terzi, perciò queste rotola 5. 2/3 noteremo nella linea delle rotola, e porteremo lo stajo per unirlo alla linea delle staja, e seguendo l' operazione per gl' intieri, secondo abbiamo usato di sopra, avremo il risultato di staja 73, e rotola 5. 2/3. Ed il fin quì detto basti per le regole de' pesi.

CAPITOLO VI.

Della somma applicata alle diverse Misure.

Resta per quanto a noi sembra, che parliamo delle misure, avendo già insegnato ciocchè basta per rapporto alle monete, ed ai pesi, Per darne dunque una chiara, e distinta notizia procureremo di parlarne secondo il nostro metodo. Incominciamo dalle misure de' panni di qualunque specie, e questi dividendosi in *canne*. *palmi*, e *rotti* di essi, diciamo, che otto palmi compongono una canna, e che cinque sono le generali espressioni de' rotti de' palmi, cioè: $^1/_4$, che significa la quarta parte di un palmo; $^1/_3$, che dinota la terza parte di un palmo; $^1/_2$ che esprime una metà del palmo; $^2/_3$, che significano due terze parti del palmo; e finalmente $^3/_4$, che significano tre quarte parti del palmo. Diamo ora un' esempio, che comprenda le canne, i palmi, ed i rotti. Siano da sommarsi le segnate partite, cioè:

Den.	10.	8.	
	Canne	*palmi*	*ec.*
	35.	3.	$^1/_2$
	18.	5.	$^1/_4$
	39.	4.	$^1/_2$
Som.	93.	5.	$^1/_4$

Se ad $^1/_2$ uniremo $^1/_4$, avremo $^3/_4$; e se al $^3/_4$ uniremo un $^1/_2$, avremo 5 quarti; onde notato $^1/_4$ nella linea de' rotti, porteremo 1 palmo per unirlo alla linea de' palmi, e diremo 1, e 3 fan 4, e 5 fan 9, e 4 fan 13; ma

siccome abbiamo detto, che 8 palmi costituiscono una canna, così superandosi l'8 dal 13 per 5, scriveremo il 5 sotto la linea de' palmi, e porteremo l'una canna per unirla alla loro rispettiva linea, e proseguendo l'operazione per gl' intieri, siccome abbiamo praticato di sopra, avremo l' intiera somma di 93 canne, 5 palmi, e 1/4. Volendo però con maggior facilità sommare gli accennati rotti di palmi, potrà concepirsi il palmo diviso in 12 parti, ciascuna delle quali esprima di esso una dodicesima parte, non altrimenti, che un cavallo esprime la dodicesima parte di un grano, e così considerare questi rotti di palmi, come rotti di grana. Secondo questo concetto sommando i sudetti rotti di palmi, o se questi fossero di pesi, troveremo con facilità il vero, ed esatto risultato.

Avvertendosi inoltre, che presso gli Artieri queste 12 parti, in cui abbiamo supposto diviso il palmo, si nominano *once* perchè essi, concepiscono di 12 once comporsi il palmo.

Passiamo ora a quelle misure, che appartengono alle biade. Si usa nella Città di Napoli, ove siamo, considerare il tomolo diviso in pesi, ed in misure. Avendo già nel precedente Capitolo parlato diffusamente de' pesi, abbiamo notato, che 40 rotola formano un tomolo. Toccando ora quello, che appartiene alle misure diciamo, che 24 *misure* compongono il *tomolo*; ond' è, che sommando le unità, e le decine delle misure, dal risultato toglieremo tutt' i 24, che bisogna trasportare, come unità alla linea delle tomola, e con quelle unirle. Ecco un' e-

sempio. Siano da sommarsi le seguenti partite, cioè:

Denom.	10.	24.
	Tomola	*Misure*
	48.	19.
	26.	18.
	13.	19.
Somma	89.	8.

Secondo il nostro metodo faremo così: 9, ed 8 fan 17, e 9 fan 26, il quale per togliere la confusione si unisca alle decine, dicendosi 26, e 10 fan 36, e 10 fan 46, e 10 fan 56; Or perchè 56 contiene due volte il 24, che compone il tomolo, ed avvanzano 8, perciò questo 8 si noterà alla linea delle unità delle misure, e porteremo 2 tomola per unirle alla linea delle tomola; e sommando poscia gl'intieri secondo il modo insegnato avremo per risultato tomola 89, e misure 8.

Dalle misure, che appartengono alle biade, passiamo a quelle, che spettano all'olio. L'olio suole misurarsi in Napoli per *staja*, *quarti*, e *misurelle*. Ogni 6 misurelle formano un quarto, e 16 quarti lo stajo. Diamo un'esempio. Siano da sommarsi le seguenti partite, cioè

Denom.	10.	16.	6.
	Staja	*quarti*	*misurelle*
	28.	10.	2.
	12.	8.	3.
	37.	3.	4.
Somma	78.	6.	3.

Ed incominciando dalla linea delle misurelle, diremo 2, e 3 fan 5, e 4 fan 9; ma 6 misurelle formano un quarto, il 3 dunque noteremo alla linea delle misurelle, e trasporteremo il quarto alla linea de' quarti, seguendo così: 1, e 10 fan 11, e 8 fan 19, e 3 fan 22; ma 16 quarti compongono

uno stajo, così il 6 sopravvanzato noteremo nella linea de' quarti, trasportando uno stajo alla linea delle unità delle staja, e proseguendo a sommare per gl' intieri, troveremo il risultato di 78 staja, 6 quarti, e 3 misurelle.

Parliamo ora delle misure, di cui ci serviamo in Napoli pel vino. Queste sono comunemente tre, cioè *botte*, *barile*, e *carafa*; 66 carafe fanno un barile, e 12 barili una botte. Questa notizia si faciliti operandola con un' esempio. Siano da sommarsi le seguenti partite, cioè:

Denom.	10.	12.	66.
	Botti	*barili*	*carafe*
	24.	7.	25.
	42.	9.	42.
	18.	3.	38.
Somma	85.	8.	39.

Incominciando dalla ultima linea, che esprime le carafe, diremo 5, e 2 fan 7, ed 8 fan 15, ed unendo quindi il 15 alle decine, che seguono nell' altra linea, diremo 15, e 20 fan 35, e 40 fan 75, e 30 fan 105, dalla qual somma tolte 66 carafe, che formano un barile, noteremo le rimanenti 39 carafe sotto la linea delle carafe, e seguendo l' operazione diremo 1, e 7 fan 8, e 9 fan 17, e 3 fan 20. Ma perchè 12 barili compongono la botte, così togliendo dal 20 il 12, resterà 8, che segneremo nella linea de' barili, portando la botte alla sua linea, e proseguendo l' operazione per gl' intieri, avremo il risultato di 85 botti, 8 barili, e 39 carafe.

Per dar compitamente tutte quelle cognizioni necessarie per qualunque genere di somma, aggiugniamo in ultimo la cognizione di ciocchè

spetta alle misure della maggior parte delle nostre terre. I misuratori de' campi dividono le loro misure in *moggia*, *quarte*, *none*, *quinte*, *passi*, e *palmi*, e quì si avverta, che palmi 7 1/3 costituiscono un passo, 2 passi formano una quinta, 5 quinte una nona, 9 none una quarta, e 10 quarte finalmente un moggio. Siano dunque da sommarsi le seguenti partite, cioè:

Denom.	10.	10.	9.	5.	2.	7. 1/3
	Moggia	*Quarte*	*None*	*Quinte*	*Passi*	*Palmi*
	27.	7.	3.	4.	1.	6.
	44.	9.	2.	1.	1.	7.
	27.	3.	1.	2.	1.	4.
Somma	99.	9.	7.	4.	1.	2. 1/3

Incominciando dalla linea de' palmi, diremo 6, e 7 fan 13, e 4 fan 17, ma 7 palmi, ed un terzo formano un passo, dunque il 17 contenendo due volte 7 palmi, ed un terzo, e di avvanzo palmi 2 1/3, segneremo questi nella linea de' palmi, e portando 2 passi diremo 2, e 1 fan 3, ed 1 fan 4, ed 1 fan 5, ma 2 passi, formano una quinta, dunque segnato l' 1 nella linea de' passi, porteremo le 2 quinte a quella delle quinte, dicendo 2, e 4 fan 6, ed 1 fan 7, e con 2 fan 9, ma 5 quinte formano una nona, segnato dunque il 4, che avvanza nella linea delle quinte, porteremo 1 nona nella linea delle none, dicendo 1, e 3 fan 4, e 2 fan 6, ed 1 fan 7, ma 9 none formano una quarta, sicchè non giugnendo queste alla sudetta somma, si segneranno nella linea delle none, e proseguendo l'operazione, diremo 7,

e 9 fan 16, e 3 fan 19, ma 10 quarte formano un moggio, segneremo perciò il 9 di avvanzo nella linea delle none, e trasporteremo il moggio nella sua rispettiva linea, per cui operando per gl' intieri, avremo il risultato di 99 moggia, 9 quarte, 7 none, 4 quinte, 1 passo, e palmi 2 1/3. Tutte le operazioni fin quì eseguite potranno esaminarsi colle pruove di sopra accennate.

Si avverta, che non essendo le istesse misure, e li stessi pesi in tutte le parti del Regno, l' operatore, applicando le nostre date regole, facilmente potrà eseguire qualunque somma di diversi pesi, o misure, postocchè ne abbia la cognizione: quello, che si è detto dei diversi pesi, e misure del Regno, si avverte altresì per fuori Regno, ove variano anche le monete.

Si avverta finalmente, che se dovranno sommarsi moltissime partite, talchè la moltiplicità di esse renda alquanto difficile l' operazione, potrà allora questa facilitarsi, dividendo le partite a cinque a cinque, a sei a sei ec., e formate quindi di queste particolari partite le somme rispettive, potranno esse notarsi al di fuori. Or queste somme infine si uniranno, e così facilmente si avrà la somma totale di tutte le date partite.

CAPITOLO VII.

Della Sottrazione.

Per *sottrazione* intendono gli Aritmetici quella operazione, che insegna a togliere dal numero maggiore il numero minore, e ricavare il numero che resta. Il numero minore, che si toglie dal maggiore, chiamasi *sottraendo*, e quello, che avvanza *residuo*. Siccome in ogni genere di quantità esser vi può la maggiore, e la minore, così tutte le quantità possono esser soggette a questa operazione. E qui è ancora da notarsi, che la sudetta operazione aritmetica della sottrazione può solamente applicarsi alle quantità ineguali, stantecchè tra l'eguali non essendovi diversità, non può in conto veruno usarsi.

I numeri, che le quantità esprimono, le quali compongono questa operazione, si debbono scrivere in modo, che le unità alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja ec., esattamente corrispondono; e perchè possono avvenire tre casi nella sottrazione, perciò noi daremo tre esempj, che ciascun di questi casi partitamente spieghino. Il primo caso accade, allorchè tutte le figure della quantità maggiore sieno maggiori altresì di quelle della quantità minore, in questo caso l'operazione sarà facilissima, come dal nostro esempio si vedrà.

Dal numero maggiore 4579 debba sottrarsi il numero minore 2164, come quì si osserva.

Num. Maggiore	4579
Num. Minore	2164
Residuo	2415
Pruova	4579

E notate le figure delle quantità date, come si è accennato di sopra, si dica: chi con 9 vuol pagar 4, resta dovendo 5, onde tirata una righetta sotto le due date quantità, scriveremo il 5 nel luogo che alle unità corrisponde, ed in seguito si dirà, chi con 7 vuole pagar 6 resta debitore in 1, quale noteremo presso il 5; e seguendo l'operazione si dirà, chi con 5 vuol pagar 1, restan 4; e finalmente, chi con 4 pagar vuole 2, restan 2, onde la quantità scritta sotto la righetta sarà 2415, che chiameremo *residuo*.

La pruova più universale, che si assegna dagli Aritmetici per vedere se la sottrazione sia stata bene eseguita, si è, di sommare la quantità minore col residuo, e se la somma sarà uguale alla quantità maggiore, l'operazione sarà senza errore. Sommando dunque la quantità minore, cioè 2164, col residuo, cioè 2415, avremo 4579, che sarà una quantità eguale alla maggiore, onde l'operazione è senza errore.

Può ancora eseguirsi cotesta pruova colla sottrazione istessa; e ciò si farà sottraendo il residuo dal numero maggiore, locchè fatto, se il residuo di questa seconda sottrazione sarà il sottraendo, l'operazione sarà senza errore. Inoltre potrebbe usarsi la pruova del 9, la quale si fa con togliere in prima così dal sottraendo,

come dal residuo tutti i 9, e con notare l'avvanzo in un lato di nn X; quindi togliendosi ancora tutti i 9 dal numero maggiore, se l'avvanzo sarà l'istesso del primo già notato, l'operazione sarà senza errore. Ciascuno potrà da se applicare queste regole per la pruova della sottrazione, rimettendoci noi alla prima regola insegnata per la somma, come la più facile, la più sicura, e la più usata.

Il secondo caso accade, quando qualche figura da sottrarsi sia maggiore, di quella, da cui dee sottrarsi; nel quale caso per seguire con facilità l'operazione, nella quantità del maggior numero si prenda dalla figura, che alla sinistra è immediatamente scritta, una unità, la quale rapportata alla figura, che segue, si converte in decina: quindi dal numero, che ne risulta si sottrae la figura trovata maggiore, considerandosi in seguito mancante di una unità la figura, che ha fatto l'imprestito. Diamo un'esempio, in cui questo caso succeda, onde dobbiamo avvalerci di questa regola. Sia da sottrarsi dalla quantità 8636 il numero 954, come quì vedesi designato.

Num. Maggiore	8636
Num. Minore	954
Residuo	7682

E scritte le quantità secondo la regola assegnata, si dica, chi con 6 vuol pagare 4, restan 2, che si noti sotto la righetta al suo luogo; in seguito si dica, chi con 3 pagar vuole 5, non può; onde prende ad imprestito dalla figura, che le precede alla sinistra una unità, la quale congiunta al 3, si converte in decina; e farà 13; quindi

si dirà, da 13 pagandone 5 restano 8, che verrà segnato sotto la sua linea presso il 2, e seguendo l'operazione considereremo il 6 divenuto 5 per l'unità tolta, onde diremo, chi con 5 voglia pagar 9 non può, prendasi, come sopra, ad imprestito dall'altra immediata figura l'unità, che attaccata al 5 avremo 15, da questo togliendo il 9 restan 6, il quale notasi nella sua linea; e finalmente essendo rimasta l'ultima figura 7, si dirà, chi dal 7 non paga cosa veruna resta debitore dello stesso 7, che scriveremo in ultimo luogo. Sicchè fatta l'operazione, cioè tolta la quantità minore 954 dalla quantità maggiore 8636, il residuo sarà 7682.

Il terzo caso finalmente avviene allorchè nel numero maggiore vi siano de' zeri; in questo caso si prenderà dall'immediato numero una unità, e si congiugne al primo zero, ed i zeri, che seguono si considereranno, come 9, eccetto il primo zero, il quale notato alla destra di chi opera vale per 10. Diamo un' esempio, in cui questo caso si avveri. Dalla quantità maggiore 8007 debba sottrarsi la minore 2367, come si osserva.

Num. Maggiore	8007
Num. Minore	2367
Residuo	5640

E secondo la nostra regola diremo chi con 7 paga 7 resta 0, che si noterà dopo la righetta sotto la stessa linea; indi si dirà; chi con 0 paga 6, non può, onde prendendo ad imprestito l'unità dal numero 8, e congiunta al zero, che segue farà 10, dal quale prendendo ancora l'unità, e rapportata all'altro zero farà parimente 10;

quindi si dica, chi da 10 paga 6 restano 4; e perchè lo zero seguente dee considerarsi 9 per l' unità, come sopra tolta, si dirà, chi con 9 paga 3 restano 6; e finalmente l' 8 essendo rimasto 7, da questo sottratto il 2 restano 5, sicchè dalla quantità maggiore 8007 sottratta la quantità minore 2367, il residuo sarà 5640.

Oltre però questa regola comune, che gli Aritmetici in generale insegnano, ne abbiamo un' altra particolare, la quale è in frequentissimo uso presso i pratici, e da noi in queste istituzioni si propone ai studiosi principianti, affinchè occorrendo le sottrazioni co' rotti, dove secondo l' uso degli Aritmetici sopracennato, sarebbe alquanto più difficile, e lunga l' operazione, possano per la maggior chiarezza, e brevità usar questo nuovo metodo da praticarsi tanto nel seguente esempio che in tutte le operazioni della sottrazione.

Questo metodo si esercita allora quando qualche numero sottraendo è maggiore di quello, dal quale dee sottrarsi; con questo adunque noi consideriamo di quante unità manca il rotto pel suo intiero, queste uniremo al numero, da cui dovrebbesi fare la sottrazione, e non si può, perchè minore, e'l risultato si noterà sotto la loro linea, portandosi l' intero per unirlo alla figura, che immediatamente si trova nel sottraendo; e così ci regoleremo in seguito. Ecco

un esempio pratico sulle nostre monete divise in ducati, grana, e cavalli.

Da ducati	713. 75 1/4
Tolti duc.	274. 87 3/4
Restano duc.	438. 87 1/2

S' incominci dalla linea de' cavalli, e si dica: chi con 3 cavalli vuol pagarne 9 non può, ma da 9 cavalli per giugnere al suo intiero, cioè al grano, ve ne vogliono 3, i quali uniti a' 3 di sopra, formano 6 cavalli. Questi 6 cavalli, o sia 1/2 notati nella loro linea, si porti un grano per unirlo alla linea delle grana, cioè al 7, il quale divenuto 8, si dirà, chi con 5 vuol pagare 8, non può; ma da 8 per giugnere a 10 vi vogliono 2 grana, queste si uniscono al 5, ed avremo 7, che si noterà sotto la stessa linea, portando una decina per unirla all' 8, linea delle decine, il qnale 8 divenuto 9, si dirà, chi con 7 vuol pagar 9 non può, ma da 9 decine per giugnere a 10, cioè al ducato, vi manca 1 decina, la quale unita al 7 fa 8, che si noterà sotto la linea delle decine di grana con portare 1 ducato nella linea delle unità de' ducati, cioè al 4, che divenuto 5, si dirà, chi da 3 ducati vuol pagarne 5 non può, ma da 5 per giugnere all' intero, cioè 10, vi mancan 5, questo unito al 3 di sopra avremo 8, che si segnerà sotto la sua linea, e si porterà l' intero, cioè la decina per unirlo al 7 seguente, il quale divenuto 8 si proseguirà l' operazione colle regole già date, e si vedrà essere il residuo di ducati 438, e grana 87 1/2.

Dalle monete passiamo ad applicare la pre-

sente operazione ai Pesi, ed incominciamo dalle Tomola, e rotola. E quì è necessario ricordarsi, che 40 rotola compongono un Tomolo. Diamo un' esempio.

Da Tomola	713. 25.
Tolte Tom.	275. 29.
Restano Tom.	437. 36

Si cominci dalle rotola, e si dica, chi con 25 rotola vuol pagarne 29, non può: da 29 per giugnere a 40 intiero tomolo, vi vogliono rotola 11; si uniscano queste 11 alle 25, ed avremo 36, quale si noterà sotto la linea delle rotola, portando un tomolo per unirlo alle unità delle tomola, cioè al 5, il quale divenuto 6, si seguirà ad operare per gl' intieri, come si trova insegnato, ed avremo il residuo di tomola 437, e rotola 36.

Diamo ora un' esempio, che contenga cantaja, decine, e rotola.

Da Cantaja	371. 13. 2
Tolte Cant.	175. 17. 3
Restano Cant.	195. 20. 3

Abbiamo detto di sopra, che 4 rotola compongono una decina, e 25 decine un cantajo: dunque principiando l' operazione dalla linea delle rotola diremo, chi con 2 rotola vuole pagarne 3, non può, da 3 per giugnere al suo intiero vi vuole 1; si unisca questo 1 al 2 di sopra, e si avranno 3, il quale notato sotto la linea delle rotola, si porterà una decina per unirla alla linea delle decine, cioè al 17, il quale divenuto 18, si dirà, chi con 13 vuol pagare 18, non può, da 18 per giugnere a 25 intiero cantajo, vi vogliono 7 decine, che unite alle 13 fanno 20;

si

si noti questo 20 al luogo delle decine, portando un cantajo per unirlo al 5 nella linea delle cantaja, il quale divenuto 6, si proseguirà l' operazione per gl' intieri nella maniera sopra descritta, ed avremo il residuo di cantaja 195, decine 20, e rotola 3.

Diamo un esempio attinente alle Libre, e suoi rotti.

Da Libre	571. 10. 17. 12
Tolte Lib.	277. 10. 19. 15
Restano Lib.	293. 11. 27. 17

Bisogna richiamare alla memoria ciocchè, parlando di questo genere di pesi, abbiamo sopra accennato, ove si discorre della somma. Quivi si disse, che i rotti delle libre sono once, trappesi, ed acini; e che 20 acini compongono un trappeso, 30 trappesi un' oncia, e 12 once una libra. Ciò dunque richiamato alla memoria, si dica, chi da 12 acini vuol togliere 15, non può; ma da 15 per giugnere a 20, vi vogliono 5; si unisca questo 5 al 12, ed avremo 17, il quale notato nel suo luogo, ch' è degli acini, si porterà un trappeso per unirlo al 19, il quale divenuto 20, si dirà, chi da 17 trappesi vuol togliere 20 non può; ma da 20 per giugnere a 30 vi vogliono 10, quale unito al 17, avremo 27; si noti questo 27 al suo luogo, ch' è de' trappesi, e si porterà 1 oncia per unirla al 10, che siegue, il quale divenuto 11, si dirà, chi da 10 once vuol togliere 11, non può; ma da 11 per giugnere alla libra, vi vuole 1 oncia, unita questa alle 10 di sopra, avremo 11, quale si noti al luogo delle once, con portare 1 libra per unirla al 7 unità del-

le libre, il quale 7 divenuto 8, si proseguirà l'operazione per gl'intieri, e si conoscerà essere il residuo di libre 293, once 11, trappesi 27, ed acini 17.

Diamo un' esempio, che riguardi il peso dell'Olio.

Da Staja	735. 5.
Tolte Staja	376. 7.
Restano Staja	358. 8. 1/3

Abbiamo avvertito di sopra, che ogni stajo è composto di dieci rotola, ed un terzo. Si cominci dunque l'operazione con dire, chi con 5 rotola vuol pagarne 7, non può, ma perchè da 7 rotola per giugnere allo stajo, che si compone di rotola 10 1/3, ce ne vogliono rotola 3 1/3, quindi unendo queste rotola 3 1/3 alle rotola 5 di sopra, fanno rotola 8 1/3, le quali si noteranno sotto la linea delle rotola portando 1 stajo per unirlo al 6, unità delle staja, il quale divenuto 7, si proseguirà l'operazione per gl'intieri, come di sopra si è fatto, ed avremo il residuo di staja 358, e rotola 8 1/3.

Passiamo ora alla sottrazione delle misure, e prima parleremo di quelle, che si dividono in canne, palmi, e rotti. Diamone un' esempio, cioè:

Da Canne	735. 3. 1/2
Tolte Can.	378. 5. 3/4
Restano Can.	356. 5. 3/4

L'operazione si faccia così; chi con 1/2 vuol pagare 3/4 non può; ma da 3/4 per giugnere all'intiero palmo vi vuole 1/4, quale unito a 1/2 di sopra fa 3/4, si noti questo 3/4 al suo luogo, e si porti 1 palmo per unirlo alla linea de' palmi, cioè al 5, quale fattosi 6, si dirà, chi con 3

vuol pagar 6, non può; ma da 6 per giugnere all' 8 intiero della canna, vi vogliono 2 palmi; si unisca questo 2 al 3, ed avremo 5, quale si noti al luogo de' palmi, portando 1 canna, per unirla all' 8, unità delle canne, che divenuto 9 si proseguirà l' operazione per gl' intieri nella guisa, che si è fatto ne' precedenti esempj, ed avrassi il residuo di canne 356, palmi 5, e 3/4.

Diamo un' esempio, che appartenga alle misure delle biade.

Da Tomola	731.	13.
Tolte Tom.	275.	19.
Restano Tom.	455.	18.

Prima di cominciare l' operazione non manchiamo di ripetere che 24 misure compongono un tomolo. Ciò posto si dica, chi con 13 vuol pagare 19, non può; ma da 19, per giugnere al tomolo, cioè al 24, vi vogliono 5 misure, si unisca questo 5 al 13, ed avremo 18, si noti questo 18 nel luogo delle misure, e porteremo un tomolo per unirlo alla linea delle unità delle tomola, cioè al 5, il quale divenuto 6, si proseguirà l' operazione per gl' intieri nella solita forma, e si vedrà essere il residuo di tomola 455, e misure 18.

Dalle biade passiamo a dare un' esempio, che riguardi le misure dell' olio.

Da Staja	731.	11.	3.
Tolte Staja	375.	13.	4.
Restano Staja	355.	13.	5.

Avanti di principiare l' operazione giova ricordarsi, che 6 misurelle compongono un quarto, e 16 quarti uno stajo. Ciò posto si faccia l' operazione con dire, chi da 3 misurelle vuol pagarne 4 non

può; ma da 4 per giugnere a 6 vi vogliono 2, si unisca questo 2 al 3, ed avremo 5, quale notato al luogo delle misurelle, si porterà 1 quarto per unirlo alla linea de' quarti, cioè al 13, il quale divenuto 14 si dirà, chi con 11 vuol pagare 14 non può; ma da 14 per giugnere al 16 vi vogliono 2, si unisca questo 2 all' 11, ed avremo 13, il quale si noti sotto la stessa linea, portando 1 stajo nella linea delle staja, ed unendolo al 5, il quale fattosi 6, si procederà per gl' intieri nel modo espressato di sopra, ed avrassi il residuo di staja 355, quarti 13, e 5 misurelle.

Diamo un' esempio per le misure del vino, e prima si avverta, come si è detto altrove, che queste si dividono in botti, barili, e carafe; 66 carafe formano un barile, e 12 barili una botte.

Da Botti	28.	7.	45.
Tolte Bot.	15.	10.	47.
Restano Bot.	12.	8.	64.

Si cominci dalle carafe, e si dica, chi con 45 carafe vuol pagarne 47 non può; ma da 47 per giugnere a 66 vi vogliono 19, unito questo 19 al 45 avremo 64, quale notato sotto la linea delle carafe, si porterà 1 barile per unirlo alla linea de' barili, cioè al 10, il quale divenuto 11, si dirà, chi con 7 vuol pagare 11, non può, ma da 11, per giugnere a 12 barili, ve ne vuole 1, perciò si unisca questo 1 al 7, ed avremo 8, quale si noti sotto la stessa linea, portando una botte per unirla al 5, linea delle botti. Indi si seguirà l' operazione per gl' intieri nel modo sopra accennato, ed

avremo il residuo di botti 12, barili 8, e carafe 64.

Veniamo a dare un' esempio per le misure de' terreni, affine di chiudere compitamente il Capitolo della sottrazione.

Da Moggia 56. 8. 3. 2. 1. 4
Tolte Moggia 24. 3. 6. 3. 0. 6

Restano Moggia 32. 4. 5. 4. 0. 5 1/3

Giova quì rammentare, che palmi 7 1/3 formano un passo; 2 passi una quinta; 5 quinte una nona, 9 none una quarta, e 10 quarte un moggio. E seguendo il nostro metodo diremo, cominciando dalla linea de' palmi, chi con 4 pagar vuole il 6 non può, ma da' 6 palmi per giugnere a 7 1/3 intiero passo mancano 1 1/3, questi uniti al 4 di sopra avremo palmi 5 1/3, che segneremo sotto la stessa linea, portando un passo nel suo sito, considerandolo scritto in luogo del zero, quindi si dica, da un passo togliendo il detto passo, che portammo resta zero, questo notasi sotto la sua linea, indi diremo, da 2 quinte volendone togliere 3 non si può; ma dal 3 per giungere al 5 ve ne vogliano 2, questo col 2 di sopra fan 4; che vien segnato nel suo luogo, portando una nona per unirla al 6, che divenuto 7 dirassi, chi da 3 none ne voglia sottrarre 7 non può, da questo al 9 vi mancano 2, quale unito al 3 fan 5 none, scritte queste nel proprio luogo si porterà una quarta per congiungerla al 3, che considerato 4 si dica, da 8 quarte pagandone 4 restan 4, che notato nel luogo, che l' appartiene si

proseguirà l' operazione per gl' interi nel modo praticato negli antecedenti esempj, e si vedrà essere il residuo di moggia 32 quarte 4, none 5, quinte 4, e palmi 5 1/3. Or tutti questi esempj potranno esaminarsi colle pruove già notate nel primo esempio.

CAPITOLO VIII.

Della Moltiplicazione.

Veniamo ora alla terza operazione aritmetica, generalmente detta *Moltiplicazione*. Per moltiplicazione intendiamo, che un numero tante volte si prenda, quante sono le unità, che l' altro compongono. Per esempio si debba moltiplicare il 5 pel 3, si farà questa operazione così: si prenda tante volte il 5, quante unità contiene il 3; ma il 3 contiene 3 unità; dunque tre volte dovrà prendersi il 5, ma il 5 preso tre volte fa 15; dunque il 5 moltiplicato per 3 fa 15. Abbiamo dunque tre termini, ovvero tre numeri, due de' quali furono dati, ed il terzo si è da essi ricavato: quello il quale abbiamo tante volte preso, quante unità avea l' altro, si dice *moltiplicando*, ovvero numero, che dee moltiplicarsi; l' altro numero dato, le di cui unità han servito a moltiplicare il primo, chiamasi *moltiplicatore*, cioè quello, che moltiplica, il terzo finalmente, che non era stato dato, ma che si è dedotto dalla moltiplicazione,

si chiama *prodotto*. Questa è la definizione sì della moltiplicazione, come de' termini, che la compongono.

Affinchè la moltiplicazione non sia di grave difficoltà a' principianti, aggiungeremo la notizia di una tavola detta *Pitagorica* dal di lei Autore, che dicesi essere stato Pitagora, ed è la seguente.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

L'uso di questa tavola gioverà moltissimo a facilitare la moltiplicazione.

In questa tavola divisa in varie colonne, delle quali alcune sono orizontali, ed altre verticali trovasi l' unità nel principio dell' apice della prima colonna, ch' è alla sinistra, donde cominciandosi un cammino dalla parte superiore all' inferiore si veggono notati in varie casette della stessa prima colonna verticale i numeri semplici, cioè dall' unità sino al 9. Questo stesso osservasi, se dal medesimo apice segnato coll' unità nella prima colonna superiore orizontale prendasi il cammino orizontalmente dalla sinistra verso la destra. Or l' uso di questa tavola si è: che sempre, che occorra doversi moltiplicare un numero per un altro, bisogna attendere alle due prime colonne, che dall' apice hanno il loro incominciamento, vale a dire, alla prima colonna verticale sita a sinistra, ed alla prima orizontale posta nella parte superiore. E volendo moltiplicare un numero, ch' è nella prima colonna verticale per un' altro numero, che si trova nella prima colonna orizontale, deesi allora dar movimento contrario a' numeri, che debbono moltiplicarsi, cosicchè quel numero ch' è situato nella colonna verticale comincerà orizontalmente a moversi, e quel numero poi, ch' è nella colonna orizontale comincerà verticalmente a discendere: per questo movimento vanno i due numeri suddetti ad incontrarsi in una sola casetta (che perciò dicesi casetta d' incontro); ora in questa si troverà il prodotto della moltiplicazione di un numero per l' altro; per esempio: sia il moltiplicando 8, e 'l moltiplicatore 7: si noti nella linea orizontale, ch' è nella parte

superiore il luogo del moltiplicando 8, ed in seguito si osservi nella prima colonna verticale alla sinistra il 7: quindi dato il movimento suddetto alli presi due numeri si troverà la casetta del loro incontro, in cui si vedrà segnato il numero 56, ch'è il prodotto della moltiplicazione de' suddetti due numeri proposti. Col metodo stesso usato nel dato esempio si potranno ritrovare nella tavola suddetta tutt'i prodotti della moltiplicazione, in cui però il moltiplicando, e'l moltiplicatore non superino il 9.

E quì è necessario avvertire che nella moltiplicazione di un numero per l'altro si usa dagli Aritmetici pratici la voce *Via* dicendo, come nel proposto esempio, 7 via 8 fan 56. Queta voce *Via* usata comunemente dagli Aritmetici pratici è lo stesso che dire *Volte*: Sicchè tanto è dire 7 via 8, quanto è dire 7 volte 8.

Passiamo ora a specificar la maniera, che tener si dee nell' eseguire questa operazione. E prima di ciò bisogna sapere, che il moltiplicatore puol' essere composto di una, di due, di tre, o di più figure; locchè quando accade, bisogna segnarle in maniera, che combini il moltiplicatore sotto il moltiplicando, cioè le unità, sotto le unità, le decine sotto le decine, le centinaja sotto le centinaja ec. Nello eseguire poi la moltiplicazione si avverta, che quando i numeri, che nascono dalla moltiplicazione, passino le decine, deve segnarsi solamente l' avvanzo di esse decine, e le decine si trasportino aggiugnendosi al prodotto della moltiplicazione figura, che segue, bene inteso però, che

nella moltiplicazione dell' ultima figura si segni l' avvanzo, e le decine ancora.

Finalmente rimane a notare, che essendo molte le figure, che compogono il numero moltiplicatore, ciascuna da se separatamente deve moltiplicare tutte le figure del numero moltiplicando, e siccome il numero moltiplicando devesi prendere tante volte, quante sono le unità, che costituiscono ciascuna figura del numero moltiplicatore, così nascer ne debbono altrettanti prodotti, ciascuno de' quali si segnerà in modo, che cominciando dal primo, e passando al secondo, al terzo, al quarto prodotto ec., sempre si lasci una figura a mano destra; sicchè le decine sotto le decine, le centinaja sotto le centinaja ec., sieno scritte. I prodotti poi, quanti essi sono, nati dalle moltiplicazioni, e segnati nella maniera additata di sopra, debbono insieme sommarsi, e 'l prodotto nato dalla somma de' varj prodotti, sarà il terzo numero, che si vuole sapere. Daremo più esempj per dilucidazione della presente operazione. Incominciamo dalla più facile moltiplicazione, che si fa con una sola figura nel moltiplicatore; siano i due dati numeri, 658, e 4; il 658 sia il moltiplicando, e'l 4 sia il moltiplicatore; il 658 si scriva nella parte superiore, e sotto di esso il 4, in guisa che venga questo situato sotto l' 8, ch' è la linea delle unità, che gli spetta; siccome con chiarezza vien disposto nell' esempio inseguito descritto:

Num. da moltiplicarsi	658
Num. moltiplicatore	4
Prodotto	2632

Si dica dunque 4 via 8 fan 32; ma il 32 contiene 3 decine, e 2 unità, sicchè tirata la linea sotto del moltiplicatore, il 2 si noterà sotto al medesimo e propriamente sotto lo stesso 4, e 3 decine si porteranno per unirle al prodotto della moltiplicazione del 5, che spetta alle decine, con dire 4 via 5 fan 20, e 3 (ch' erano le tre decine riportate) fan 23; onde notato il 3 dopo il 2, si trasporteranno le due centinaja per unirle al prodotto dell' ultima moltiplicazione del 6, che alle centinaja appartiene, e proseguendo l' operazione, diremo 4 via 6 fan 24, e 2 (che sono le due centinaja riportate) fanno 26, il quale interamente noteremo dopo il 3, onde il prodotto sarà 2632. Ecco come con facilità si esegue questa operazione con una sola figura nel moltiplicatore.

Prima però di passar oltre a dare altri esempj, giova avvertire, che volendo ridurre qualunque somma di ducati a carlini, basterà a quella aggiugnere un zero; e volendo in seguito ridurre qualunque somma di ducati a grana, basterà aggiungervi due zeri. Così per l' opposto volendo ridurre una data quantità di grana a carlini basterà togliere con una virgoletta dalla quantità data una figura alla destra; che se la detta somma di grana si voglia ridurre a ducati, allora segneremo alla destra due figure, una per la riduzione delle grana a carlini, e l' altra per la riduzione de' carlini a ducati.

Diamo un' esempio con due figure nel moltiplicatore. Si cerca sapere, libre di seta 654 a carlini 37 la libra, quanto importino? Il numero moitiplicando è 654, ed il moltiplicatore è 37, si scriva il 37 sotto il 654, in guisa che il 7 corrisponda al 4, ed il 3 al 5, come quì si osserva descritto.

Libre 654
A carlini 37 *la libra*
4578
1962
2419,8

Ciò proposto veniamo all' operazione, e perchè la prima figura del numero moltiplicatore è il 7, perciò da questo l' incominceremo. Per maggiore intelligenza della quale premettiamo che qualora alcuna figura del moltiplicatore sia maggiore di alcuna delle figure del moltiplicando, per maggior facilità potrà questa per quella moltiplicarsi, locchè si farà quante volte ciò accada. Dunque perchè la prima figura del moltiplicatore è il 7, e quella del moltiplicando è 4, perciò moltiplicheremo pel 4 il 7, dicendo, 4 via 7 fan 28; ma il 28 supera di 8 unità le due decine; dunque l'8 noteremo sotto la tirata linea, e porteremo 2, ed in seguito si dirà, 5 via 7 fan 35, e 2 che portammo, fan 37; notato dopo l' 8 il 7, porteremo il 3, e seguiremo così, 6 via 7 fan 42, e 3, che portammo fan 45, il quale intieramente noteremo dopo il 7, ed avremo il prodotto della prima figura 4578. Terminata la moltiplicazione pel 7, passiamo ad eseguirla pel 3, ch' è la seconda figura del moltiplica-

tore, dicendo 3 via 4 fan 12; superando il 12 per 2 unità la decina, questo 2, secondo la regola data, noteremo sotto il 7, seconda figura del primo prodotto, e porteremo l'una decina per unirla al prodotto della moltiplicazione, che segue, e continuando l'operazione diremo, 3 via 5 fan 15, ed 1, che portammo fan 16, segneremo il 6 dopo il 2, e porteremo 1, dicendo poi, 3 via 6 fan 18, ed 1, che portammo, fan 19, il quale interamente noteremo dopo il 6, dando il prodotto 1962: sommando quindi i due prodotti, cioè 4578, e 1962 nella maniera appunto, come nell'esempio si osserva daranno la somma di carlini 24198, ch'è il prodotto, o sia l'importo di libre 654 a carlini 37 l'una.

Volendo poi vedere quanti ducati fa la predetta somma di carlini 24198, basterà togliere per mezzo di una virgoletta una sola figura a mano destra da tutto il numero, ch'è quanto a dire l'8, e saranno ducati 2419, e carlini 8, che si diranno grana 80.

Diamo ora un'esempio con quattro figure nel numero moltiplicatore, le quali dinotino grana per facilitare maggiormente l'intelligenza di questa operazione. Il numero moltiplicando esprima cantaja, ed il moltiplicatore grana.

Si cerca sapere, cantaja 7348, a ducati 26, e grana 57, cioè grana 2657 il cantajo quanto

importano? si vegga quì l'esempio descritto.

Sotto il moltiplicando 7348 si scriva il moltiplicatore 2657, come si vede, e si cominci la moltiplicazione dall'ultima figura del moltiplicatore, ch'è 7, e fatta l'operazione, come sopra, si vedrà essere il prodotto 51436, che noteremo al suo luogo, e seguendo l'operazione pel 5, seconda figura del moltiplicatore, avremo il prodotto 36740, che scriveremo al rispettivo luogo, e quindi seguendo l'operazione pel 6, terza figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 44088, che noteremo al suo luogo, e finalmente seguendo l'operazione pel 2, quarta figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 14696, i quali prodotti tutti descritti, come si osserva, si sommeranno, ed avremo 19523636 grana. Per sapere quanti ducati forma la predetta somma di grana, basterà notare con una virgoletta le due ultime figure alla destra cioè 36, e si avranno 195236 ducati, e grana 36, che sono l'importo richiesto. Ed ecco perfezionata colla maggiore facilità la presente moltiplicazione.

Cantaja	7348
A grana	2657
	51436
	36740
	44088
	14696
	195236,36

Siccome però, avvenir può, che tra le figure, le quali compongono il moltiplicatore, vi sia uno, o più zeri, così daremo anche in questo caso un'esempio, per agevolarne maggiormente l'uso. Sia il moltiplicando 538, e'l moltiplicatore 304. Qui è da notarsi, che comunemente gli Aritmetici scrivono i zeri, che for-

mano il prodotto del moltiplicando per lo zero, in una particolare linea al suo luogo, seguendo quindi la moltiplicazione per le rimanenti figure del moltiplicatore, perfezionano così la loro operazione. Noi però affine di evitare l'imbarazzo, e la lunghezza, in simil caso, situando nel suo luogo il primo zero, proseguiamo la moltiplicazione per la terza figura, ed il prodotto lo scriviamo immediatamente dopo lo zero alla sinistra di esso, e sempre abbiamo l'istesso valore nella somma de' prodotti, evitando un maggior tedio. Vediamone nel dato esempio la prova. S'incominci la moltiplicazione dalla prima figura del moltiplicatore, cioè il 4, e darà il primo prodotto 2152. Terminata la prima operazione si seguirà per lo zero, seconda figura del moltiplicatore, e si vedrà che il secondo prodotto sarà tutto di zeri, che non esprimono cosa. E finalmente seguendo l'operazione per la terza figura, cioè pel 3 avremo il prodotto di 1614. Scritti dunque, nella maniera, che inseguito si vede, i tre prodotti, e sommati, daranno l'intiero prodotto di 163552. Secondo il nostro metodo poi dopo aver moltiplicato, come sopra, il moltiplicando pel 4, prima figura del moltiplicatore, solamente moltiplicheremo per lo zero una figura, e questo zero scriveremo sotto la seconda figura del primo prodotto, e quindi facendo la moltiplicazione per la terza figura del molticatore, il prodotto di essa comincerà a scriversi dopo lo zero notato sotto la seconda figura del primo prodotto alla sinistra di esso, e fatta quindi la somma, ne uscirà l'istesso prodotto, cioè 163552.,

che si è estratto con maggior facilità: l' istesso metodo si terrà, se vi fossero più zeri. Quì descritti si veggono amendue gli esempj risoluti in due guise, che danno somiglianti prodotti.

Primo Modo.	*Secondo Modo.*
538	538
304	304
2152	2152
000.	16140.
1614..	
163552	163552

Abbiamo quì d' avvertire, che essendo l' unità il principio di ogni numero, non potrà nella moltiplicazione nè accrescere, nè sminuire alcun numero. Quindi è, che allora quando il moltiplicatore è 1, il prodotto sarà un numero eguale al moltiplicando. Inoltre fa d' uopo altresì di sapere, che lo zero essendo semplice segno, o figura, e non esprimente alcun numero, se si prenda per moliplicatore, non darà alcun numero, ovvero prodotto; onde tutte le moltiplicazioni, che si fanno pei zeri, non danno prodotto. Questa notizia conferisce assaissimo ad abbreviare le operazioni, perchè quando si dovranno moltiplicare per zeri qualsisiano numeri, allora basterà mettere nel prodotto tanti zeri, quanti

quanti sono i zeri moltiplicatori. Diamo un' esempio per la pratica di questa utilissima regola.

Sia il moltiplicando 346 e 'l moltiplicatore sia 100, come quì si vede.

346
100
34600

Siccome abbiamo detto di sopra, che l' unità non accrescendo, nè sminuendo alcun numero darà per prodotto un numero eguale al moltiplicando; e trovandosi in fine del moltiplicatore uno, o più zeri, questi aggiugnendo al prodotto dell' unità, o di altra figura, daranno l' intiero prodotto; così nel presente caso essendo nel moltiplicatore una unità, e due zeri; scriveremo il moltiplicando, e dopo di esso noteremo i due zeri, ed il prodotto intiero sarà 34600.

Abbiamo dato un' esempio, in cui i zeri si trovavano nel moltiplicatore; diamone ora un' altro, in cui i sudetti zeri si trovino nel moltiplicando. Sia dunque il moltiplicando 6000, e 'l moltiplicatore 538. Esempio.

538
6000
3228000

Per rendere più facile, e più breve l' operazione, faremo che il moltiplicando passi ad essere moltiplicatore, e 'l moltiplicatore moltiplicando; sicchè si dica: debbono moltiplicarsi 538 per 6000. Prima si notino sotto la linea del moltiplicatore i tre zeri, e quindi si faccia la moltiplicazione pel 6, ed avremo l' intiero prodotto 3228000, come nell' esempio si osserva.

CAPITOLO IX.

Della Moltiplicazione, in cui accada, che vi siano rotti nel moltiplicando, o nel moltiplicatore, o nell' uno, e nell' altro.

Suole moltissime volte accadere, che nel moltiplicando, o nel moltiplicatore vi siano rotti. Ad evitare perciò qualunque confusione, è necessario dare quelle regole, che fan d' uopo a ben dirigere l' operazione. A tal' effetto diciamo, che allora quando i rotti sono nel moltiplicando secondo la loro espressione debbono prendersi in parte dal moltiplicatore; e quando i medesimi sono nel moltiplicatore, debbono prendersi dal moltiplicando. Diamo alcuni esempj per facilitare l' intelligenza, ora col rotto nel moltiplicando, ed ora nel moltiplicatore. Si cerca in primo luogo sapere, cantaja 567 $^1/_2$, a ducati 47 il cantajo, quanto importino? Esempio:

Cantaja	567 $^1/_2$
a duc.	47
	3969
	2268.
	23. 50
	26672. 50

Incominciando adunque, secondo la nostra regola, la moltiplicazione pel 7, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 3969, quindi l' eseguiremo pel 4, seconda figura del moltiplicatore, ed avremo il secondo prodotto

esprimente 1268, che verranno segnati nel loro luogo. Veniamo ora al rotto, che dinota una metà. Abbiamo detto di sopra, che quando il rotto è nel moltiplicando, dee prendersi in parte dal moltiplicatore. Or quì essendo ciò avvenuto, dovremo prenderlo in parte dal moltiplicatore; ma cotesto rotto esprime una metà, dunque una metà dovrà prendersi dal moltiplicatore, e si dirà la metà di 4 è 2, e questo 2 si segnerà verticalmente sotto la figura, da cui prendesi il rotto, ed indi diremo la metà di 7 è 3 ½, vale a dire 3 ducati, e 50 grana, il 3 adunque si segnerà dopo il 2, ed il 50 in fuori. Sicchè dopo avere scritti i prodotti nella maniera, che sopra si veggono notati, avremo, fatta la somma, l' intiero prodotto di ducati 26672, e grana 50, che sarà l' importo richiesto.

Diamo un' esempio col medesimo rotto nel moltiplicatore. Si cerca sapere, libre 637, a ducati 13 ½ la libra, quanto importino? Ecco l' esempio descritto.

Libre	637
a duc.	13 ½
	1911
	637.
	318. 50
	8599. 50.

Ora abbiamo nel moltiplicatore la metà, e si vede benissimo, che il moltiplicando è 637, e 'l moltiplicatore 13 ½. Onde fatta la moltiplicazione pel 3, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 1911; e fatta la moltiplicazione per 1, seconda figura, darà, come si è detto di sopra, per prodotto l' istesso moltiplicando, stante l' unità

non fa che cresca dippiù il moltiplicando di quello, che esso sia. Siccome poi il rotto sta nel moltiplicatore, così dovrà, secondo la sua espressione, prendersi in parte dal moltiplicando; onde si dirà, la metà di 6 è 3, la metà di 3 è 1, ed avvanza 1; ed unendo quest' 1, ch' esprime decina, al 7 farà 17; onde si dirà, la metà di 17 è 8, ed avvanza 1 ducato (perchè il moltiplicatore esprime ducati) la di cui metà è grana 50, perlocchè notato il 318. 50 dopo il secondo prodotto, e sommate queste quantità avremo l'intero prodotto esprimente ducati 8599, e grana 50, ch' è altresì l'importo richiesto.

Questa regola da noi assegnata è in uso presso coloro, che vogliono perfezionare le sudette operazioni aritmetiche colla pratica, di cui intendiamo istruire i Giovani. Non ignoriamo però la maniera, che usano comunemente gli Aritmetici, i quali riducono l'intiero alla medesima espressione del rotto, vale a dire, se è metà il rotto, a metà, se è quarto a quarti ec., e quindi ridotto l'intiero alla medesima espressione del rotto, si moltiplicherà questo prodotto per l'altro numero, e si dividerà il prodotto, che nascerà da questa seconda moltiplicazione pel denominatore del rotto istesso, ed in tal guisa perfezionarsi potrà l'operazione.

Le pruove, che danno gli Aritmetici per far conoscere, se sia stata bene eseguita l'operazione, sono molte; alcuni danno quella del 9, ed i più accurati danno quella della divisione. Quest' ultima si fa dividendo l'intiero prodotto della moltiplicazione pel moltiplicatore,

e se il quoziente è la quantità moltiplicanda, l'operazione sarà stata ben' eseguita, altrimenti vi sarà incorso errore; ovvero si potrà dividere il prodotto per la quantità moltiplicanda, ed il quoziente sarebbe un numero eguale al moltiplicatore, quante volte fosse stata ben' eseguita l'operazione, altrimenti vi sarà sbaglio. Ma siccome questa maniera di provare la moltiplicazione non potrà eseguirsi, se non dopochè si sarà bene appresa la divisione, così allora riuscirà facile l'intenderla senza fatica. La pruova poi del 9, si fa, con togliere tutt' i 9, sì dall' intero prodotto della moltiplicazione, come dalle due quantità moltiplicanti. Quindi moltiplicati tra loro gli avvanzi del moltiplicatore, e del moltiplicando, dal prodotto essendovi i 9, si tolgano allora, se questo avvanzo è uguale all' avvanzo dell' intero prodotto, tolti parimente i 9, l'operazione sarà senza errore; che se accada alle volte, che tolti i 9 dal prodotto de' numeri, che sono nel braccio sinistro della croce, non vi è avvanzo alcuno, allora vi resterà zero, ed in tal caso anche zero si avrà dall' intero prodotto della moltiplicazione, tolti i 9.

Diamo un' esempio colla pruova del 9, e prendiamo l'esempio, in cui il moltiplicando sia

3506, ed il moltiplicatore 132; il prodotto sarà 462792, come quì può chiaramente osservarsi.

3506		
132		
7012	*pruova*	
10518	5	3
3506	6	3
462792		

Per provare, se l' operazione sia stata bene eseguita, si segni una croce, come si vede, e sommati i numeri del moltiplicando, e tolto sempre il 9, l'avvanzo 5 si segnerà nella sinistra parte della croce al di sopra, e così tolti i 9 dalla somma dei numeri del moltiplicatore, l' avvanzo 6 si segnerà sotto lo stesso braccio, e moltiplicato il 5 pel 6 avremo 30, or dal prodotto 30 tolti i 9, si segni l'avvanzo 3 nel braccio destro superiore della croce; e quindi tolti tutti i 9 dal prodotto della intera moltiplicazione, si segni ben' anche l'avvanzo 3 nel braccio destro inferiore; e perchè questi avvanzi sono gl' istessi l'operazione è stata bene eseguita. Questa pruova, per dirla con sincerità, non è sempre costante.

Abbiamo notato, che la comune pruova data dagli Aritmetici per sapere sicuramente, se la moltiplicazione sia stata ben fatta è la divisione; ma perchè la cognizione, che si dà per la moltiplicazione precede a quella della divisione, perciò stimiamo di notarne quì un' altra costantissima, che non ha bisogno di altra cognizione, fuorchè quella finora data per la moltiplicazione. Nella moltiplicazione entrano sempre necessariamente due numeri diversi, l' uno de' quali dicesi moltiplicando, e l' altro moltiplicatore. Ora per vedere, se fatta la moltipli-

cazione del moltiplicando pel moltiplicatore vi sia incorso errore, noi prenderemo del moltiplicando la metà, e raddoppieremo il moltiplicatore, ed allora il prodotto di questa moltiplicazione dovrà essere lo stesso, che si è dedotto dalla prima moltiplicazione, che se non sarà lo stesso nell'operazione vi fu sbaglio: imperocchè siccome prima si è presa la metà del moltiplicando, e quindi si è raddoppiato il moltiplicatore, così le quantità degl' interi prodotti dovranno essere le stesse, essendo tanto avvanzato col raddoppiare il moltiplicatore, quanto si è mancato nel prender la metà del moltiplicando. Diamo un' esempio per la dilucidazione di questa pruova. Sia il dato moltiplicando 432, e 'l moltiplicatore 46. Fatta la moltiplicazione, l' intiero prodotto sarà 19872. Or per sapere, se l' operazione sia stata ben' eseguita, dal moltiplicando 432 si prenda la metà, la quale sarà 216. Quindi il moltiplicatore 46 si raddoppj, e darà 92; or se si moltiplichi 216 per 92, ed il prodotto sarà lo stesso del primo dedotto dalla prima moltiplicazione, l' operazione sarà stata ben' eseguita. Fatta adunque l' operazione, cioè moltiplicato 216 per 92, vedremo essere il prodotto 19872, ch' è lo stesso della prima moltiplicazione, come inseguito tutto chiaramente si osserva.

Esempio della regola.		*Esempio della pruova.*
Moltiplicando	432, — *metà di esso*	216.
Moltiplicatore	46, — *doppio di esso*	92.
	2592	432
	1728.	1944.
	19872	19872

I prodotti uguali fan vedere essere bene eseguita la regola.

Potrebbe accadere, che i numeri da moltiplicarsi fossero tutti pari, o tutti dispari, ovvero uno pari, e l' altro dispare. In questi casi allorchè accaderà il primo, cioè quando saranno tutti pari, potremo servirci della regola data di sopra, di cui anche ci serviremo, quando uno sarà pari, l'altro dispare; con questa avvertenza, che sempre, per maggior facilità, si prenderà la metà del numero pari, e si raddoppierà il dispare: imperciocchè non importa, se si raddopj il moltiplicando, o il moltiplicatore, basta però che uno si raddoppj, e dell' altro si prenda la metà.

Che se avvenga, essere i due numeri della moltiplicazione, amendue dispari, allora nascendo in uno necessariamente il rotto, il quale sempre esprime una metà, potremo servirci della regola da noi sopra assegnata, quando abbiamo parlato della moltiplicazione co' rotti.

Abbiamo dato gli esempj, con cui si è osservato, come debbonsi dirigere le operazioni, allorchè vi ha nel moltiplicando, o nel moltiplicatore una metà, diamone ora altri per osservare, come cotesta medesima operazione si faciliti, esistendo nel moltiplicando, o nel moltiplicatore un rotto, che esprima tre quarti. Si cerca dunque sapere, cantaja 638 3/4, alla ragione di ducati 17 il cantajo, quanto importino? Si vegga qui l'esempio.

Cantaja	638 3/4
a duc.	17.
	4466
	638.
	8. 50.
	4. 25.
	10858. 75.

E quindi si esegua l'operazione nella maniera da noi insegnata di sopra, ch'è quanto dire, prima pel 7 si moltiplichi 638, e 'l prodotto, che sarà 4466 si scriva sotto la linea, e quindi fatta la moltiplicazione per la seconda figura, ch'è l'unità, la quale nè accresce, nè diminuisce numero alcuno, il prodotto sarà l'istesso moltiplicando, cioè 638; onde scrittolo nella maniera da noi espressa di sopra, passeremo al rotto. Abbiamo per rotto tre quarti, il qual'è nel moltiplicando, ma da noi si è insegnato di sopra, che quando il rotto è nel moltiplicando, si dee prendere dal moltiplicatore; dunque essendo tre quarti una metà, ed un quarto, ch'è lo stesso che una metà dell'intiero, ed una metà della metà, si dirà: la metà di 17 ducati è 8 ducati, e grana 50, e la metà di 8, e 50 è 4, e 25; onde fatta la somma

di tutt'i prodotti, l'importo richiesto sarà di ducati 10858, e 75 grana.

Perfezionata l'operazione, quando il rotto 3/4 sarà nel moltiplicando, passiamo a vedere, come potrà effettuarsi, stando questo stesso rotto nel moltiplicatore. Si cerca sapere, cantaja 587, a ducati 34 3/4 il cantajo, quanto importino? Si osservi l'esempio quì descritto.

Cantaja	587
a duc.	34 3/4
	2348
	1761.
	293. 50.
	146. 75.
	20398. 25.

È chiaro che il rotto, il quale esprime tre quarti, quì sia nel moltiplicatore. Moltiplicato dunque il 587 prima pel 4 sarà il prodotto 2348; e quindi fatta la moltiplicazione pel 3, sarà il prodotto 1761; e finalmente essendo il rotto nel moltiplicatore, secondo la nostra regola, dovrà prendersi in parte dal moltiplicando; onde presa prima la metà del 587, avremo ducati 293, e 50 grana, e quindi de' sudetti ducati 293, e 50 presa la metà, avremo ducati 146, e 75 grana, e fatta la somma de' segnati prodotti, si avrà l'intiero prodotto di 20398 ducati, e 25 grana, che sarà l'importo richiesto.

Finora abbiamo dato esempj, con cui si è procurato di facilitare l'operazione presente di moltiplicare i numeri anche coi rotti, i quali non esprimono, che una metà, o tre quarti. Diamone ora altri, che insegnino questa operazione con facilità, esprimendo i rotti un terzo, o due terzi. Si cerca sapere, cantaja

726 1/3, a ducati 76 il cantajo, quanto importino? come nell' esempio quì descritto si vede.

Cantaja	726. 1/3
a duc.	76.
	4356
	5082.
	25. 33 1/3
	55201. 33 1/3

Moltiplicato prima il 726 pel 6, prima figura del moltiplicatore, darà il prodotto 4356, e fatta poscia la moltiplicazione pel 7, seconda figura del moltiplicatore, darà per prodotto 5082, quali scritti nella maniera sopraccennata, verremo a prendere in parte il rotto, ch' è un terzo. E perchè si è detto, che quando il rotto è nel moltiplicando, devesi prendere in parte dal moltiplicatore, perciò diremo la terza parte di 7 è 2, il quale noteremo sotto la prima figura del secondo prodotto, e vi avvanza 1; si unisca questo 1 al 6, seconda figura del moltiplicatore, il quale passa ad esser decina, e farà 16; ma la terza parte di 16 è 5, e ne avvanza 1 ducato, il quale ridotto a grana forma 100 grana, la di cui terza parte è grana 33 1/3, dunque segnato il 5 dopo il 2, ed il 33 1/3 in fuori, e fatta finalmente la somma di tutt' i prodotti, avremo ducati 55201, e grana 33 1/3, che sarà l'importo richiesto.

Sia il rotto, che esprima un terzo nel moltiplicatore; onde si cerca sapere, canne 647, a ducati 48 1/3 la canna, quanto importino? Co-

me chiaramente si scorge nell' esempio quì descritto.

Canne	647	
a duc.	48 1/3	
	5176	
	2588.	
	215.	66 2/3
	31271.	66 2/3

Secondo la regola sopra insegnata, si moltiplichi prima il 647 per l' 8, ed il prodotto 5176, si scriva nel suo luogo; si passi poi a moltiplicare l' istesso 647 pel 4, ed il prodotto sarà 2588; or qui essendo il rotto 1/3 nel moltiplicatore, dovremo prenderlo dal moltiplicando. Diremo dunque: la terza parte del 647 è ducati 215, e grana 66 2/3, quali notati nella maniera, come si vede, e fatta la somma, avremo il prodotto di 31271 ducati, e grana 66 2/3, ch' è l' importo richiesto.

Diamo ora gli esempj, in cui i rotti esprimano due terzi, e prima questo rotto sia nel moltiplicando. Si cerca sapere, libre 748 2/3, alla ragione di ducati 17 la libra, quanto importino? Esempio.

Libre	748 2/3	
a duc.	17	
	5236	
	748.	
	5.	66 2/3
	5.	66 2/3
	12727.	33 1/3

Fatta la moltiplicazione del 748 pel 7, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 5236, e quindi essendo 1 la seconda figura del moltiplicatore, il quale nè accresce, nè diminuisce quantità alcuna, darà per prodotto il moltiplicando, cioè 748, siccome abbiamo sopra insegnato. Veniamo ora al rotto,

che esprime due terzi. Per facilitare maggiormente questa operazione, noi prenderemo un terzo dal moltiplicatore, qual'è di ducati 5, e grana 66 2/3, giacchè il rotto è nel moltiplicando, e quindi replicandolo, cioè notando di nuovo i ducati 5, e grana 66 2/3 avremo preso in parte i due terzi. Fatta finalmente la somma di tutt' i prodotti, avremo ducati 12727, e grana 33 1/3, che sarà l' importo richiesto.

Diamo un'esempio col medesimo rotto di due terzi nel moltiplicatore. Si cerca sapere, cantaja 463, a ducati 24 2/3 il cantajo, quanto importino? Come chiaramente si osserva nell' esempio quì descritto.

Cantaja	463
a duc.	24 2/3
	1852
	926.
	154. 33 1/3
	154. 33 1/3
	11420. 66 2/3

Fatta la moltiplicazione pel 4, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 1852, e fatta poi la moltiplicazione pel 2, seconda figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 926. Or essendo il rotto nel moltiplicatore, dovrà, siccome abbiamo detto, prendersi in parte dal moltiplicando, cioè dal 463. E seguendo l' istesso metodo sopra insegnato, ne prenderemo prima un terzo, ch'è 154 ducati, e grana 33 1/3, indi lo replicheremo, ed avremo così presi in parte i due terzi. Fatta quindi la somma di tutt' i prodotti, avremo ducati 11420, e grana 66 2/3, che sarà l' importo richiesto.

Diamo finalmente gli esempj co' rotti, che esprimono un quarto. Si cerchi sapere, cantaja

576 1/4, a ducati 65 il cantajo, quanto importino? Esempio:

Cantaja	576 1/4
a duc.	65
	2880
	3456.
	16. 25
	37456. 25

Fatta la moltiplicazione pel 5, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 2880, e fatta quindi la moltiplicazione pel 6, seconda figura, il prodotto sarà 3456. Veniamo al rotto, il quale essendo nel moltiplicando, dovrà prendersi dal moltiplicatore, ed esprimendo un quarto bisognerà dal moltiplicatore prendere la quarta parte; onde si dirà la quarta parte di 6 è 1, il quale si noterà, ed avvanzano 2, che col 5, che siegue, farà 25, la quarta parte di 25 è 6, che si noterà presso l'1, ed avvanzando un ducato, ovvero 100 grana, si dirà la quarta parte di 100 grana è 25, che si scriveranno in fuori, e fatta la somma di tutt'i prodotti, avremo ducati 37456, e 25 grana, che sarà l'importo richiesto.

Diamo un'esempio col medesimo rotto di un quarto nel moltiplicatore. Si cerca sapere,

libre 827, a ducati 13 1/4 la libra, quanto importino? Si osservi l'esempio quì descritto.

Libre	827
a duc.	13 1/4
	2481
	827.
	206. 75
	10957. 75

Fatta la moltiplicazione per la prima figura del moltiplicatore, sarà il prodotto 2481; e per la seconda figura, il prodotto sarà 827. Veniamo al rotto, il quale essendo nel moltiplicatore, dovrà prendersi dal moltiplicando; e perchè esprime un quarto, dovrà prendersi la quarta parte dal moltiplicando, la quale sarà di ducati 206, e grana 75, e fatta la somma di tutt' i prodotti, avremo ducati 10957, e grana 75, che sarà l'importo richiesto.

Finora abbiamo dato esempj, in cui essendo il rotto nel moltiplicando, o nel moltiplicatore è riuscita facilissima l'operazione usando le nostre date regole; ma perchè questi rotti possono essere nel moitiplicando, e nel moltiplicatore, come comunemente esprimono i Pratici, possono essere i rotti *nel prezzo*, *e nella roba* nel tempo stesso, così per agevolare in questo caso altresì l'operazione, noi daremo gli esempj col rotto nel moltiplicando, e nel moltiplicatore. Prima però di darli colla maggior chiarezza stimiamo avvertire, che il rotto del moltiplicatore dee, secondo la sua espressione, prendersi in parte dalli soli numeri intieri del moltiplicando; ma il rotto del moltiplicando anche secondo la sua espressione dovrà non solo prendersi in parte dai

numeri intieri del moltiplicatore, ma benanche dal suo rotto. Ed essendovi rotti di rotti, o nel moltiplicando, o nel moltiplicatore, ovvero nell' uno, e nell' altro termine, in tal caso dopo di aver preso in parte il primo rotto, andremo successivamente prendendo in parte il secondo rotto, che ha per suo intero l'unità del precedente rotto, e così potrà praticarsi, se più rotti vi fossero. Gli esempj renderanno colla pratica più chiare le nostre regole. Si cerchi sapere, cantaja 758 3/4, a ducati 35 4/5 il cantajo, quanto importino? come nell' esempio quì si vede.

Cantaja	758 3/4	
a due.	35 4/5	80
	3790	
	2274.	
	151.	60
	454.	80
	17.	90
	8.	95
	27163.	25

Eseguiamo l' operazione secondo le prime nostre regole, e fatta la moltiplicazione pel 5, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 3790; indi fatta la moltiplicazione pel 3, seconda figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 2274. Veniamo ora a' rotti, ed incominciamo dal rotto del moltiplicatore, il quale esprime quattro quinti, onde prendendo prima in parte dal moltiplicando un quinto diremo, che la quinta parte di 7 è 1, ed avvanzano 2, che col 5 seguente farà 25, ma la quinta parte di 25 è 5, questo adunque si noterà dopo l' 1, e si dirà in seguito la quinta parte di 8 è 1, il quale notato dopo il 5 avvanzeranno 3 ducati (perchè il moltiplicatore esprime ducati) che

che ridotti a carlini fanno 30 carlini, ma la quinta parte di 30 è 6 carlini, o siano 60 grana, queste si noteranno, ed avremo preso in parte un quinto, e perchè il rotto esprime 4/5, perciò restano a prendersi in parte 3 altri quinti, i quali si avranno moltiplicando per 3 il quinto già preso, il che fatto, il prodotto sarà di ducati 454, e grana 80, il quale si noterà al suo luogo.

Passiamo al rotto del moltiplicando. Abbiamo insegnato di sopra che quando il rotto esprime tre quarti, si prende prima la metà, e quindi la metà della già presa metà; onde si dirà la metà di 3 è 1, ed avanza 1, che col 5, che siegue, farà 15; indi si dirà, la metà di 15 è 7, e vi avvanza 1 ducato; e perchè ogni cantajo è stato comprato per 35 ducati, e 4/5, cioè 80 grana (che per facilitare l'operazione si sono nell'esempio segnate dopo il rotto) perciò nel prendere in parte il rotto del moltiplicando dal moltiplicatore, debbesi considerare anche il suo rotto; onde unendo il ducato avvanzato, che forma 100 grana, alle grana 80 rotto del moltiplicatore, avremo 180 grana, la di cui metà sarà grana 90. Quindi prenderemo la metà della già presa metà, e si avranno ducati 8, e grana 95. Onde scritti con ordine i prodotti provenienti dai rotti, e sommati insieme cogli altri prodotti; avremo l'intiero prodotto di ducati 27163, e grana 25, che sarà l'importo richiesto.

Si avverta però, che se mai le date cantaja 758 3/4 si volessero moltiplicare per grana

3580, che sono appunto li ducati 35, e li 4/5 del ducato sciolti in grana, anche si avrà quel prodotto stesso, che si è avuto nella operazione già fatta.

Diamo un' esempio, il di cui moltiplicatore esprima carlini, e sia il rotto nel moltiplicatore, e nel moltiplicando. Si cerchi sapere, tomola 847 1/2, a carlini 24 2/3 il tomolo, quanto importino? Esempio.

Tomola	847 1/2		
a carl.	24 2/3	6 2/3	
	3388		
	1694.		
	282	3 1/3	
	282	3 1/3	
	12	3 1/3	
	2090,5	0 —	

Fatta la moltiplicazione pel 4, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 3388, e fatta poi la moltiplicazione pel 2, seconda figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 1694. E venendo ai rotti incominceremo dal rotto del moltiplicatore, che esprimendo due terzi, prima prenderemo un terzo, e poi lo replicheremo, con dire la terza parte di 8 è 2, ed avanza 2, che col 4 seguente fa 24; onde si dirà, la terza parte di 24 è 8, e finalmente la terza parte di 7 è 2, ed avvanza un carlino (perchè il moltiplicatore esprime carlini) la terza parte di un carlino è grana 3 1/3, la quale quantità scriveremo al suo luogo, e replicando i medesimi numeri per l' altro terzo passeremo al rotto del moltiplicando, che esprime una metà, la quale dovrà prendersi dal moltiplicatore; onde si dirà, la metà di 2 è 1, la metà di 4 è 2, la metà di 6 è 3, e finalmente

di $^2/_3$ è $^1/_3$; segnati questi numeri nel loro luogo, e fatta la somma di tutt' i prodotti avremo ducati 2090, e grana 50, che sono appunto l' importo richiesto.

Diamo infine un' esempio, che esprima grana il moltiplicatore, e siavi il rotto nel moltiplicando, e nel moltiplicatore. Si cerchi sapere, canne 785 $^1/_2$ a grana 75 $^1/_3$ la canna, quanto importino? Esempio.

Canne	785 $^1/_2$
a grana	75 $^1/_3$
	3925
	5495 .
	261 $^2/_3$
	37 $^2/_3$
	591, 74 $^1/_3$

Fatta la moltiplicazione pel 5, prima figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 3925, e fatta poi la moltiplicazione pel 7, seconda figura del moltiplicatore, il prodotto sarà 5495. E passando al rotto del moltiplicatore, il quale dovrà prendersi in parte dal moltiplicando, si dirà: un terzo di 7 è 2, ed avvanza 1, questo coll' 8, che siegue, fa 18: indi si dirà: il terzo di 18 è 6; e finalmente il terzo di 5 è 1, ed avvanzano 2 grana (perchè il moltiplicatore esprime grana), cioè 24 cavalli, il terzo di 24 è 8, cioè $^2/_3$ di un grano. Passando quindi al rotto del moltiplicando, che si prenderà dal moltiplicatore, si dirà: la metà di 7 è 3, ed avvanza 1, che col 5 fa 15; indi la metà di 15 è 7, ed avvanza un grano, ovvero 12 cavalli, i quali uniti ad $^1/_3$, cioè a' 4 cavalli, che seguono, fanno 16 cavalli, la metà di 16 cavalli sono 8 cavalli, ovvero $^2/_3$ di un grano, notati questi numeri, e sommando tutt' i pro-

dotti, avremo ducati 591, e grana 74 1/3, che sono l' importo richiesto.

CAPITOLO X.

Del prendere in parte.

Date le necessarie regole per bene eseguire la moltiplicazione, ancorchè oltre gl' intieri vi siano i rotti nel moltiplicatore, e nel moltiplicando, passiamo a dare alcune regole, che insegnano quella operazione aritmetica detta presso i Pratici *Prendere in parte*. Essa non insegna, se non che la maniera di sapere quanto importi di prezzo una data porzione di qualunque roba presa dal suo intiero. Gli esempj illustreranno vieppiù questa operazione. Incominciamo dai *palmi*, che sono i rotti della *canna*. È noto a chicchesia, che la nostra canna si compone da otto palmi. Or sia una canna di qualunque roba, la quale si compri a ragione di ducati 9, e grana 78, si vuol sapere, quanto costi un palmo di questa roba. Ecco l' esempio pratico.

Palmo 1 a ducati 9. 78 la can. che imp.?

Imp. di 1 pal. duc. 1. 22 1/4 ottavo di can.

Giacchè la canna è composta da 8 palmi, 1 palmo in conseguenza è l' ottava parte della canna; per sapere dunque, quanto vaglia 1 pal-

mo di qualunque roba, si prenda l'ottava parte di quel prezzo, che si paga l'intiera canna, onde nel dato esempio si dirà, l'ottava parte di 9 è 1, ed avanza 1, che col 7 passerà ad esser decina, e farà 17, indi l'ottava parte di 17 è 2, ed avvanza 1, che coll'8 passerà ad esser decina, e farà 18, ma l'ottava parte di 18 è 2, ed avvanzano 2 grana, che sono 24 cavalli, la di cui ottava parte è 1/4 di grano, cioè tre cavalli. L'importo dunque di 1 palmo di roba, che vale ducati 9, e grana 78 la canna è 1 ducato, e grana 22 1/4, come si vede.

Si desideri ora sapere, quanto vagliano 2 palmi di roba, a grana 73 1/2 la canna? Esempio.

Palmi 2 a grana 73 1/2 la can., che imp.?

Imp. de' 2 pal. gr. 18 1/3 quarto della can.

Due palmi sono la quarta parte della canna; prendendo adunque la quarta parte del prezzo della canna, sapremo l'importo di 2 palmi; diremo dunque nel dato esempio, la quarta parte di 7 è 1; e vi avvanzano 3, che congiunto al 3, numero, che siegue, farà 33, quindi diremo, la quarta parte di 33 è 8, ed avvanza 1, cioè un grano, che unito al rotto 1/2 fa 18 cavalli; la quarta parte di 18 cavalli è 4, cioè 1/3 di grano, che si noterà al suo luogo; e secondo il rigore vi sarebbe anche un mezzo cavallo, del quale rotto, perchè è una

minuzia, di cui i pratici non tengono conto alcuno, non si avrà ragione, sì in questo, come in altri esempj, in cui ciò avvenga. Sicchè l'importo de' due palmi sarà di grana 18 1/3, come si osserva.

Si voglia sapere, quanto vagliano 3 palmi di roba, che si compra a ducati 7 1/2 la canna? Quì è necessario avvertire che il rotto di sopra, quanto ogni altro, sia di ducato, sia di carlino, per facilitare l'operazione lo scioglieremo in grana, e così verrà segnato in qualunque esempio pratico.

Palmi 3 a ducati 7. 50 la can., che imp.?

Prez. di 2 pal. duc.	1. 87 1/2
Prez. di 1 palmo	93 3/4
Imp. de' 3 pal. duc.	2. 81 1/4

Siccome 2 palmi sono la quarta parte della canna, ed 1 palmo è la metà di 2 palmi, che uniti fanno 3 palmi; così dal prezzo dell'intera canna presa la quarta parte, avremo il prezzo di 2 palmi, ch'è un ducato, e grana 87 1/2, e di questa quarta parte presa la metà, avremo il prezzo di 1 palmo, cioè grana 93 3/4, quali prezzi uniti daranno l'importo de' 3 palmi dati, come nell'esempio si osserva.

Noi non istimiamo necessario dar esempio particolare per valutare una porzione di roba, che esprime 4 palmi; poichè essendo 4 palmi

la metà di una canna, facil cosa è comprenderne il valore, se prenderassi la metà dell' intero prezzo della canna.

Pongasi un esempio, in cui voglia sapersi il prezzo di palmi 5 di roba, che vale ducati 9 3/4, ovvero grana 75 la canna? Esempio.

Palmi 5 *a ducati* 9. 75 *la can., che imp.?*

Prez. di 4 *pal. duc.*	4. 87 1/2
Prez. di 1 *pal. duc.*	1. 21 5/6
Imp. de' 5 *pal. duc.*	6. 09 1/3

Siccome prendendo la metà della canna, cioè 4 palmi, e di questa metà prendendo la quarta parte, cioè 1 palmo, che coi 4 avremo 5 palmi; così dell' intiero prezzo dato presa la metà, e poi la quarta parte della metà, già presa, nell' unire i prezzi suddetti avremo l' importo di 5 palmi, come chiaro apparisce dall' esempio.

Vogliasi sapere il costo di 6 palmi di roba, che vale ducati 3 1/3, o siano grana 33 1/3 la canna? Esempio.

Palmi 6 *a ducati* 3. 33 1/3 *la can., che?*

Prez. di 4 *pal. duc.*	1. 66 2/3
Prez. di 2 *palmi*	83 1/3
Imp. de' 6 *pal. duc.*	2. 50 —

Essendo 4 palmi la metà della canna, e palmi 2 la metà della già presa metà, che uniti fanno 6 palmi, ne siegue, che prendendo la metà dell' intiero prezzo della canna, e di questa metà prendendo altra metà, nell' unire i suddetti prezzi avremo l' importo de' dati 6 palmi, come nell' esempio si ravvisa.

Diasi un' esempio, in cui si cerchi sapere il costo di palmi 7 di roba, che vale ducati 5, e $^2/_3$; ovvero grana 66 $^2/_3$ la canna. Prendendo la metà della canna, si avranno 4 palmi; prendendo la metà di questa presa metà, avremo 2 palmi; di questi 2 palmi presa la metà, avremo un palmo: uniti questi faranno i 7 palmi dati; non altrimenti operando nel prendere le porzioni dell' intero prezzo della canna, avremo la valuta de' 7 palmi, come dall' esempio segnato nella seguente pagina si vedrà.

Si aggiugne quì però una riflessione, che faciliterà la cognizione de' 7 palmi, quantità prossima alla canna, per mezzo di una breve operazione; e si è che 7 palmi mancando di 1 palmo dalla canna, trovato il costo di tal palmo, e sottrattolo dall' intero prezzo della canna, il risultato sarà il costo, o sia l' importo de' palmi 7. Diremo dunque, secondo lo stesso esempio dato de' palmi 7, che essendo 1 palmo l' ottava parte della canna, devesi prendere anche del prezzo dato della canna l' ottava parte, che sarà grana 70 $^5/_6$. Or se dai ducati 5, e grana 66 $^2/_3$, prezzo della canna, sottrarremo le grana 70 $^5/_6$, si vedrà chiaramente che il residuo dovrà essere di ducati 4, grana 95, e $^5/_6$, che

sarà l' importo de' 7 palmi. Questa regola data da noi pei palmi è universale, e potremo di essa servirci in tutte le porzioni prossime all' intiero. Ecco pertanto descritti i cennati due modi di oprare, che danno lo stesso risultato.

Primo Modo.

Palmi 7 *a ducati* 5. 66 $^{2}/_{3}$ *la can., che?*

Costo di 4 *pal. duc.*	2.	83 $^{1}/_{3}$
Costo di 2 *pal. duc.*	1.	41 $^{2}/_{3}$
Costo di 1 *palmo*		70 $^{5}/_{6}$
Imp. de' 7 *pal. duc.*	4.	95 $^{5}/_{6}$

Secondo Modo.

Palmi 7 *a ducati* 5. 66 $^{2}/_{3}$ *la can., che?*
Prez. di 1 *palm. gr.* 70 $^{5}/_{6}$
Fatta la sottrazione
Restano ducati 4. 95 $^{5}/_{6}$ *imp. de'* 7 *pal.*

Gli esempj dati finora possono facilitare meravigliosamente tutte le operazioni di questo genere. Ma se poi avvenga esservi rotti de' palmi, che prender si debbano, potrà uscirsi da qualsivoglia inviluppo, se si prenda in parte separatamente la data porzione. Eccone un' esempio. Si cerchi sapere il valore di palmi 4 $^{1}/_{4}$ di qualunque roba, che vaglia ducati 6, e $^{3}/_{4}$, cioè grana 75 la canna. Esempio.

Palmi 4 1/4 a duc. 6. 75 la can. che?

Costo di	2 *palmi duc.*	1.	68 3/4
Costo di	1 *palmo*		84 1/3
Costo di	1 *palmo*		84 1/3
Costo di	1/4 *di pal.*		21 1/12
Imp. de' pal.	4 1/4	*duc.* 3.	58 1/2

Questa operazione (come qualunque altra di simil fatta) riuscirebbe difficile pel rotto 1/4, qualora i dati 4 palmi si prendessero in parte in una volta, stantecchè il rotto 1/4 sarebbe la decimasesta parte de' 4 palmi. Per maggior facilità adunque faremo così: si vegga prima, secondo il dato prezzo, quanto importino 2 palmi, o sia il quarto della canna, e saprassi, giusta la nostra data regola, importare 1 ducato, e grana 68 3/4. Si trovi poscia l' importo di 1 palmo, ch' è la metà del quarto, e si vedrà essere di grana 84 1/3, queste grana 84 1/3 si replichino per l' altro palmo; e finalmente da questo prezzo si prenda la quarta parte, ed avremo il costo del quarto di palmo, il quale sarà di grana 21 1/12. Si uniscano poi i suddetti prezzi, e si avrà l' importo de' dati palmi 4 1/4, come nell' esempio si vede.

Or fa d' uopo dare una regola per pruova della bontà di queste insegnate operazioni, la quale per maggior facilità applicheremo al dato esempio. Si vegga col medesimo metodo, quanti palmi manchino dalli 8, intiero della canna, e veduto essere palmi 3 3/4, si vegga inseguito

quanto sia l' importo di questi alla medesima ragione di ducati 6, e grana 75 la canna, e si conoscerà essere di ducati 3, e grana 16 1/3. Or questo importo unito al primo già ritrovato darà la somma di ducati 6, grana 74, e 5/6, poco meno dell' intiero prezzo della canna, non avendosi conto delle poche minuzie perdute, come di sopra si è espressato, onde apparisce l' operazione bene eseguita, come ciascuno da se potrà conoscere.

Gli esempj dati per agevolare l' operazione Aritmetica chiamata, *prendere in parte*, riguardo ai palmi, vogliamo che si eseguano ancora per rapporto a rotti della *libra*, che sono le *once* ec. Si cerchi sapere adunque il costo di 1 oncia, la di cui libra si paghi ducati 13, e grana 60. Esempio.

Oncia 1 *a ducati* 13. 60 *la lib.*, *che imp.?*

Imp. di 1 *oncia duc.* 1. 13 1/3 *dodic. di lib.*

Essendo la libra composta di 12 once, ne siegue, che 1 oncia sia la dodicesima parte di essa; prendendosi adunque la dodicesima parte dell' intiero prezzo della libra, si avrà l' importo di 1 oncia. Si dica pertanto la dodicesima parte di 13 è 1, ed avvanza 1 ducato, il quale unito a' 6 carlini, che sieguono faranno 16 carlini, ma la dodicesima parte di 16 è 1, e vi avvanzano 4 carlini, che col zero fanno 40 grana; la dodicesima parte di 40 è 3 1/3.

Dunque l' importo dell' oncia sarà di 1 ducato, 13 grana, e 1/3, come si vede nell' esempio.

Vogliasi ora sapere il costo di 2 once alla ragione di ducati 2, e grana 6 1/2 la libra. Esempio.

Once 2 a ducati 2. 62 1/2 la lib., che?

Imp. delle 2 once gr. 43 3/4

Ben si vede, che 2 once sono la sesta parte della libra; per saper dunque il costo di 2 once alla data ragione, si prenda dall' intiero prezzo la sesta parte, e 'l risultato sarà l' importo richiesto, come dall' esempio si osserva.

Si cerchi sapere il prezzo di 3 once, la di cui libra vaglia 75 grana. Esempio.

Once 3 a grana 75 la libra; che imp.?

Imp. delle 3 onc. gr. 18 3/4

Il 3 è la quarta parte del 12; si prenda dunque il quarto del prezzo dell' intiera libra, e si saprà il costo delle date 3 once, come nell' esempio appare.

Si domandi ora sapere il costo di 4 once, la di cui libra vaglia ducati 17, e 1/4 cioè 25 grana, segue l' esempio.

Once 4 *a ducati* 17. 25 *la libra, che?*

Imp. delle 4 *once duc.* 5. 75.

Siccome il 4 è la terza parte di 12, così se si prenderà il terzo dall' intiero prezzo della libra, si avrà il costo delle date 4 once, come dimostrasi nell' esempio.

Si voglia sapere il prezzo di 5 once, alla ragione di ducati 2, e grana 82 1/2 la libra. Esempio.

Once 5 *a ducati* 2. 82 1/2 *la libra, che?*

Costo di 4 *once gr.*	94 1/6
Costo di 1 *oncia gr.*	23 1/2

Imp. delle 5 *once duc.* 1. 17 2/3

Quì è chiaro, che prendendosi il terzo della libra, si avranno 4 once, e di queste prendendosi la quarta parte, si avranno, colle 4 prese, 5 once. Così ancora prendendosi prima dell' intiero prezzo della libra la terza parte, e di questa terza parte prendendosi il quarto, e sommando questi prezzi, si avrà l' importo delle 5 date once, come può scorgersi dall' esempio.

Che se saper si volesse il prezzo di 6 once, siccome queste sono la metà della libra, così presa la metà dell' intiero prezzo della libra, si saprà il costo delle 6 once, come abbiamo altresì detto de' palmi.

Si cerchi ora il prezzo di 7 once, la cui libra vaglia ducati 3, e grana 45. Esempio.

Once 7 a ducati 3. 45 la libra, che?

Costo di 6 once duc.	1.	72 1/2
Costo di 1 oncia		28 3/4
Imp. delle 7 once duc.	2.	01 1/4

Se quì si prende la metà della libra, si avranno 6 once, e se di questa metà si prende la sesta parte, si avrà 1 oncia, che colle 6 fan 7 once. Non altrimenti si farà del prezzo: se ne prenderà la metà, e quindi la sesta parte della presa metà, e si avrà nell' unire questi prezzi l' importo delle 7 once, come dall' esempio si rileva.

Si desideri inoltre sapere il costo di 8 once, la cui libra vaglia ducati 4 1/4, o siano grana 25. Esempio.

Once 8 a ducati 4. 25 la libra, che?

Costo di 4 once duc.	1.	41 2/3
Costo di 4 once duc.	1.	41 2/3
Imp. delle 8 once duc.	2.	83 1/3

Prendendosi quì il terzo della libra, si avranno 4 once, e replicandole, avremo, in unirle, 8 once. Dunque, se prenderemo il terzo del dato prezzo della libra, e poi lo repliche-

remo, avremo in unire questi prezzi l'importo delle 8 once, come si ravvisa nell'esempio.

Si trovi il costo di 9 once, la cui libra vaglia grana 65. Esempio.

Once 9 *a grana* 65 *la libra, che imp.?*

Costo di 6 *once gr.*	32 1/2
Costo di 3 *once gr.*	16 1/4
Imp. delle 9 *once gr.*	48 3/4

Se quì si prenderà la metà dell'intiera libra, si avranno 6 once, e di queste presa benanche la metà, si avranno 3 once, che col le 6 faranno 9 once. Così anche, se si prenderà la metà del prezzo dato della libra, e di detta metà anche la metà, si avrà nell'unirle l'importo delle 9 once, come può vedersi nell'esempio.

Diasi un esempio per sapere l'importo di 10 once, la cui libra vaglia ducati 15, e grana 33 1/3, come quì sotto vien segnato.

Once 10 *a ducati* 15. 33 1/3 *la lib. che?*

Prezzo di 6 *once duc.*	7.	66 2/3
Prezzo di 3 *once duc.*	3.	83 1/3
Prezzo di 1 *onc. duc.*	1.	27 3/4
Imp. delle 10 *once duc.*	12.	77 3/4

Quì si avverta, che in più guise può farsi

questa operazione, prendendo prima in parte la metà della libra, e poi il terzo della medesima libra, ed avremo le date once. Noi però l' eseguiremo in modo, che se vi fussero rotti delle once, potrebbesi con facilità conoscere anche di essi la valuta. Si prenda dunque la metà della libra, ch' è 6 once, indi di questa metà già presa la seconda metà, cioè 3 once, e finalmente il terzo di questa seconda metà ch' è 1 oncia, ed avremo 10 once. Non altrimenti prendasi prima la metà del prezzo della libra, indi la metà della già presa metà, e finalmente il terzo di questa seconda metà, e si avrà in unire questi prezzi l' importo delle once 10, come vedesi nell' esempio.

Si desideri finalmente sapere il valore di 11 once, alla ragione di ducati 4, e grana 35 la libra. Esempio.

Once 11 *a ducati* 4. 35 *la libra, che?*

Costo di	6 *once duc.*	2.	17 $^1/_2$
Costo di	4 *once duc.*	1.	45
Costo di	1 *oncia*		36 $^1/_4$
Imp. di	11 *once duc.*	3.	98 $^3/_4$

Questa operazione può eseguirsi in due guise. Prima con prendere il costo di 1 oncia, e sottrattolo dal prezzo della libra, il residuo sarà il prezzo delle 11 once, come si è praticato parlando dei palmi. Che se poi questa stessa operazione vorrà eseguirsi secondo le altre regole date

date da noi, si prendono prima 6 once, che sono la metà della libra, e la metà del prezzo della medesima, quindi si prendono 4 once, che sono il terzo della libra, e'l terzo ancora del prezzo di essa. Finalmente la rimanente oncia, essendo la quarta parte delle cennate 4 once, si prenderà la quarta parte del prezzo delle medesime; ed uniti questi prezzi anche avremo l'importo delle date 11 once, come vedesi nell' esempio.

Diasi un' esempio, in cui oltre le once esista il rotto ancora dell' oncia stessa. Si cerchi adunque il costo di once 4 $^1/_3$, di cui vaglia la libra ducati 19, e grana 25.

Once 4 $^1/_3$ *a ducati* 19. 25 *la libra*,

Costo di 3	*once duc.*	4.	81 $^1/_4$
Costo di 1	*onc. duc.*	1.	60 $^5/_{12}$
Costo di	$^1/_3$ *d' oncia*		53 $^5/_{12}$
Imp. delle once 4 $^1/_3$	*ducati*	6.	95 $^1/_{12}$

Quì si vegga prima quanto importino 3 once, cioè il quarto della libra, e giusta la nostra regola si saprà essere l'importo di ducati 4, e grana 81 $^1/_4$; quindi si vegga l'importo di 1 oncia, ch'è il terzo delle 3 once, quale sarà di ducato 1, e grana 60 $^5/_{12}$; e finalmente da questo prezzo si prenda la terza parte, che sarà di grana 53 $^5/_{12}$, e così avrassi il costo di $^1/_3$ d'oncia. Unendo tutt'i sudetti prezzi si avrà

l'importo delle date once 4 1/3, come dall' esempio si scorge.

Parlandosi della somma de' diversi pesi si disse, che la libra presso gli Orefici si divide in once, trappesi, ed acini. La compitezza delle nostre regole adunque esige, che si dia quì un' esempio di detti generi di pesi, per insegnar la maniera da tenersi per prenderli in parte. Si desideri pertanto sapere il valore di once 5, trappesi 21, ed acini 17 di oro, la di cui libra vaglia ducati 216.

Once 5 21/30 17/20 *a duc.* 216 *la l.*

Cost. di onc. 4			*duc.*	72
Cost. di onc. 1			*duc.*	18
Costo di	*trap.* 10		*duc.*	6
Costo di	*trap.* 10		*duc.*	6
Costo di	*trap.* 1			60
Costo di		*ac.* 10		30
Costo di		*ac.* 5		15
Costo di		*ac.* 2		6
Imp. di once 5,	*trap.* 21,	*ac.* 17,	*duc.*	103. 11.

Sul proposto quesito si prenda prima il terzo della libra, cioè 4 once, e così dell' intiero prezzo della libra si prenda altresì la terza parte, che importa ducati 72. Quindi di questo terzo già preso si prenda la quarta parte, ch' è 1 oncia, e così si faccia del prezzo già preso, e sarà di ducati 18. Ed ecco prese in parte le 5 once.

Si passi ora a prendere il costo de' 21 trappesi dati. Poicchè 30 trapperi compongono un' oncia, si prenda prima il terzo di 30, ch' è 10, e così del prezzo ritrovato nell' oncia prendasi il terzo, qual' è di ducati 6; si replichino poi i medesimi ducati 6 per gli altri 10 trappesi; indi il rimanente trappeso essendo la decima parte del terzo già preso si prenda ancora la decima parte del prezzo di esso, che importerà grana 60. Ed ecco presi in parte i 21 trappesi.

Vengasi in fine a prendre in parte i dati acini 17. Componendosi di 20 acini un trappeso ne prenderemo prima 10, che essendo la metà del trappeso, la metà si prenderà del prezzo di esso, e l' importo sarà di grana 30, indi se ne prendano 5 acini, ch' essendo la metà del 10 di sopra, la metà ancora prenderemo del prezzo degli stessi, che sarà di grana 15, e pei rimanenti acini 2, che sono il quinto del medesimo 10 prenderassi il quinto ancora del prezzo dei cennati acini 10, che importerà grana 6; e sommati tutti i prezzi daranno ducati 103, e grana 11, che sono appunto l' importo delle once 5, trappesi 21, ed acini 17, la cui libra costava ducati 216, come nell' esempio lucidamente appare.

Or se avvenisse, che nel dato esempio non vi fussero trappesi, allora per avere la cognizione de' rotti, che sieguono, cioè degli acini, debbesi avere quella del trappeso; e poichè si sa che 30 trappesi compongono un' oncia, perciò prendendosi dell' oncia la trigesima parte, avrassi il prezzo di un trappeso, dal quale si

prenderanno in parte gli acini, come rotti di esso; avvertendo però, che nel sommare tutt i prodotti, si dee tralasciare quello del trappeso, perchè non vi è, ma solamente si è posto per prendere con facilità in parte il costo degli acini. Questo avvertimento può servire di regola generale in tutti gli esempj, dove manchi uno, o più rotti medj.

Finora abbiamo dato esempj di prendere in parte un rotto, o più rotti senza gl' intieri, diamo ora un' esempio, che contenga gl' intieri, i rotti, ed anche i rotti de' rotti.

Si cerchi dunque sapere, canne 583, 3/8 (cioè 3 palmi), e 3/4, (cioè tre quarti di un un palmo), a ducati 18, e 1/3, cioè grana 33 1/3 la canna, che importino?

Canne	583	3/8	3/4
a duc.	18	1/3	33 1/3
	4664		
	583		
	194.		33 1/3
	4.		58 1/3
	2.		29 1/6
	1.		14 7/12
			57 1/4
	10696.		92 2/3

E fatte quindi le moltiplicazioni per gl' intieri, passeremo ai rotti, e poichè il rotto del moltiplicatore esprime un terzo, perciò, secondo la nostra regola, si prenderà la terza parte del moltiplicando, la qual' è di ducati 194, e grana 33 1/3.

Or si prendano in parte i rotti della canna, che sono i palmi. Questi palmi nel nostro esempio sono 3. Presi adunque prima palmi 2, che sono il quarto della canna, e così preso il

quarto del prezzo di essa si avranno ducati 4, e grana 58 1/3. Quindi si prenda la metà di 2 palmi, cioè 1 palmo, e così del ritrovato prezzo si prenda la metà, che sarà di ducati 2, e grana 29 1/6. Presi in parte i rotti degl' intieri, che furono i palmi, si prendano ora i rotti de' rotti, che sono parti de' palmi. Le date porzioni sono tre quarti; se ne prendano prima due quarti, o sia una metà del palmo, e la metà ancora si prenda dal prezzo di esso già noto, che sarà di ducato 1, e grana 14 7/12. E prendendo la metà di questo mezzo palmo, ch' è un quarto di palmo, si prenderà ancora la metà del noto prezzo di mezzo palmo, che sarà di grana 57 1/4. Sommando poi tutt' i cennati prodotti daranno ducati 10696, e grana 92 2/3, che saranno appunto l' importo richiesto, come nell' esempio chiaramente si osserva.

CAPITOLO XI.

Di alcune regole eccettuate di Moltiplicazione.

Nel Capitolo precedente si sono dati gli esempj per facilitare quelle regole dette di prendere in parte, le quali bene apprese agevoleranno a' giovani studiosi il metodo di prendere in parte qualunque altro rotto di pesi, o misure, o monete, che occorrer li possano. Le regole del presente Capitolo avrebbero anch' esse bisogno del metodo finora tenuto, cioè di prendere in parte il rotto. Noi però in questa specie di regola possiamo proporne un' altro, onde rendere l' operazione più breve, e facile: ciò importa moltiplicare le cantaja, ed i rotti di esse, cioè le rotola, unitamente pe' rispettivi prezzi, e quindi nel prodotto per mezzo di una segnatura di figure si avrà l' importo, che si cerca: per la ragione, che siccome è noto che 100 rotola formano un cantajo, così dal 100 togliendosi li due zeri rimarrà l' espressione di un cantajo; da ciò ne siegue, che se il moltiplicatore, o sia il prezzo di ciascun cantajo, esprima ducati, al prodotto, che nascerà segnando alla destra due figure, sarà ridotto a ducati, esprimendo le due figure segnate grana. Che se poi il moltiplicatore esprime carlini, allora si punteranno dal nato prodotto tre figure, due pel centinajo, o sia per le rotola, ed una perchè il prezzo è di

carlini, esprimendo le due prime figure grana, e l'altra, che rimane, cavalli. Che se finalmente il moltiplicatore esprime grana, allora si dovranno puntare quattro figure, due per le grana, e due pel centinajo: con quest' avvertenza però, che le due prime dopo la puntatura esprimeranno grana, e delle due rimanenti si prenderà la prima per cavalli, non facendosi conto dell' altra, come minuzia; o pure si prenderanno per parti centesime le due ultime figure. Se ne diano intanto gli esempj per agevolar l' intelligenza di questa regola. Si voglia sapere 72 cantaja, e 43 rotola a ducati 23 il cantajo, che importino?

Cantaja 72.43	
a duc.	23 *il cant.*
	21729
	14486
	166589

Senza prendere quì in parte le rotola, si moltiplichino pel 23 sì le cantaja, come le rotola, in guisacchè si considerino scritte le cantaja, e le rotola seguitamente, come se si dicesse doversi moltiplicare rotola 7243 per 23. E fatte le moltiplicazioni l' intiero prodotto sarà 166589, Or poichè il moltiplicatore esprime quì ducati, perciò, secondo l' avvertimento dato di sopra, punteremo due sole figure, ed avremo ridotto il sudetto prodotto a ducati, cioè di ducati 1665, e grana 89, che saranno l' importo richiesto.

Diasi ora un' esempio col moltiplicatore, che esprima carlini. Si cerchi sapere cantaja 47, e rotola 38 a carlini 37 il cantajo, che impor-

tano? E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 175306.

Or noi, secondo la data regola, dovremo quì segnare tre figure, due per la riduzione delle rotola a cantaja, ed una per la riduzione de' carlini a ducati; onde le prime due dopo la puntatura esprimeranno grana, e l'altra esprimerà cavalli; l'importo dunque sarà di ducati 175, grana 30, e 6 cavalli in circa.

Cantaja 47. 38.	
a carl.	37 *il cant.*
	33166
	14214
	175306

Pongasi un' esempio col moltiplicatore, che esprime grana. Si voglia perciò sapere, cantaja 37, e rotola 86, a grana 67 il cantajo, quanto importino?

E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 253662.

Or quando il moltiplicatore esprime grana bisogna puntare quattro figure, le due prime dopo la puntatura esprimeranno grana, e delle due, che restano si fa conto soltanto della prima, che esprime cavalli, non curandosi dell'altra, come minuzia. Questo prodotto dunque sarà di ducati 25, grana 36, e 6 cavalli, ovvero, se si considerano ambedue le dette rimanenti due figure, come centesime parti del grano, l'importo sarà di ducati 25, grana 36, e cavalli 8 in circa.

Cantaja 37. 86.	
a grana	67 *il cant.*
	26502
	22716
	253662

Dati i sufficienti esempj per intendere queste particolari regole di moltiplicare, di cui fanno uso i pratici, fa d' uopo dare un' esempio, in cui sia il rotto nel moltiplicatore. Si cerchi sapere, cantaja 6, e rotola 7 a ducati 17 $^1/_2$ il cantajo; quanto importino?

Cantaja 6. 07	
a duc.	17 $^1/_2$ *il cant.*
	4249
	607.
	303 $^1/_2$
	10622 $^1/_2$

Fatte le moltiplicazioni, e preso in parte il rotto l' intiero prodotto sarà 10622, e $^1/_2$, il quale mezzo debbe intendersi, come mezzo grano. E perchè i questo luogo il moltiplicatore esprime ducati dovranno perciò puntarsi due figure per la riduzione delle rotola a cantaja, onde l' importo sarà di ducati 106, e grana 22 $^1/_2$.

Seguendo costantemente il nostro metodo, procureremo d' impinguare di esempj le presenti nostre istituzioni per facilitare maggiormente la pratica. E giacchè siamo attualmente dando le regole, che si dicono volgarmente *del tanto per* 100, vi aggiugneremo esempj di alcuni generi, che soglionsi vendere a centinaja. L' avvertimento dato da noi di sopra nel segnar le figure, ci serve ancora quì per sapere il numero delle figure, che dovranno puntarsi nelle differenti specie di monete, con cui si comprano li dati generi.

Si desideri dunque sapere il prezzo di 735

cocomeri, alla ragione di ducati 4 $^1/_2$ il centinajo? Esempio.

Fatta la moltiplicazione, e preso in parte il rotto, l'intiero prodotto sarà 3307 $^1/_2$. E perchè quì il moltiplicatore esprime ducati, si dovranno solamente puntare due figure alla destra, che servono per la riduzione del centinajo; onde l'intiero importo sarà di ducati 33, e grana 7 $^1/_2$.

Cocomeri	735
a duc.	4 $^1/_2$ *per* 100
	2940
	367 $^1/_2$
	3307 $^1/_2$

Esprima ora il moltiplicatore carlini. Si cerchi sapere il prezzo di 467 piatti, a carlini 13 il centinajo? Esempio.

E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 6071. Or poichè il moltiplicatore esprime quì carlini, si dovranno puntare tre figure, due pe' due zeri del centinajo, ed una per la riduzione di carlini a ducati; bene inteso, che le due prime dopo la puntatura esprimono grana, e l'ultima cavalli; onde, l'importo sarà di ducati 6, grana 7, ed 1 cavallo in circa.

Piatti	467
a carl.	13 *per* 100
	1401
	467
	6071

Diamo ora un'esempio col moltiplicatore, che esprima grana. Si desideri dunque sapere il prezzo di 871 pigne, alla ragione di grana 87 il centinajo?

E fatte le moltiplicazioni l' intiero prodotto sarà 75777. E perchè quì il moltiplicatore esprime grana, si punteranno quattro figure, due pe' due zeri del centinajo, e due per la riduzione delle grana a ducati, delle quali quattro figure le due ultime esprimeranno centesime parti di un grano, e le altre due dinoteranno grana; onde l'importo sarà di ducati 7, grana 57, e 77 centesimi, che sono quasi nove cavalli, o siano tre quarti di un grano in circa.

Pigne	871
a grana	87 *per* 100
	6097
	6968
	75777

Se però avvenisse, che la quantità della cosa non arrivasse a 100, allora anche l' istesso metodo si terrà nella puntatura delle figure.

Diamone un' esempio. Si cerchi sapere il prezzo di 43 sarcine, che vagliano ducati 6 il centinajo?

Fatta la moltiplicazione, secondo le nostre regole, il prodotto sarà 258, e puntate le due ultime figure pe' due zeri del centinajo l' importo sarà di ducati 2, e grana 58, come nell' esempio si vede.

Sarcine	43
a duc.	6 *per* 100
	258

Vi sono poi i generi, che si vendono a migliaja; or su di questi ancor daremo gli esempj per facilitarne l' operazione. Giova però premettere, che siccome ne' generi, che si vendono a centinaja, due figure si puntano sempre pe' due zeri, oltre quelle, che debbono pun-

tarsi di più, secondo la specie di moneta ch'esprime il moltiplicatore, così perchè tre zeri uniti all' 1 esprimono il migliajo, sempre tre figure dovranno puntarsi in corrispondenza de' tre zeri, e quattro, se il moltiplicatore esprime carlini; tre pe' tre zeri del migliajo, ed una per la riduzione de' carlini a ducati; e cinque figure si punteranno, se il moltiplicatore esprime grana; tre pe' tre zeri del migliajo, e due per la riduzione di grana a ducati. Se ne diano gli esempj: ed in primo si cerchi sapere l' importo di 7435 bocce di vetro, alla ragione di ducati 17 $^1/_2$ il migliajo? Esempio.

Fatte le moltiplicazioni, e preso in parte il rotto l' intiero prodotto sarà 130112 $^1/_2$.

Bocce di vetro	7435
a duc.	17 $^1/_2$ *per* 1000
	52045
	7435 .
	3717 $^1/_2$
	130112 $^1/_2$

Esprimendo quì il moltiplicatore ducati, solamente si punteranno tre figure pe' tre zeri del migliajo, delle quali le due prime dopo la puntatura esprimeranno grana, e l' ultima cavalli; onde l' importo richiesto sarà di ducati 130, grana 11, e due cavalli in circa.

Poniamo quì appresso un' esempio col moltiplicatore, che esprima carlini. Si desideri perciò sapere l' importo di 6384 limoni, alla ragione di carlini 38 il migliajo?

E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 242592.

Limoni	6384
a carl.	38 *per* 1000
	51072
	19152
	242592

Or quì debbono puntarsi quattro figure, tre pe' tre zeri del migliajo, ed una per la riduzione de' carlini a ducati, con avvertire però, che le due prime, che si trovano dopo la puntatura esprimono grana, e le due ultime centesime parti del grano; onde l'importo richiesto sarà di 24 ducati, 25 grana, e 92 centesime parti del grano, cioè un grano in circa.

Diasi finalmente un' esempio col moltiplicatore esprimente grana. Si desideri dunque sapere l'importo di 3860 spighe di grano d'India a ragione di ducati 4, e grana 35, cioè grana 435 il migliajo?

E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 1679100.

Spighe	3866
a grana	435 *per* 1000
	19300
	11580
	15440
	1679100

Siccome si è detto, esprimendo quì grana il moltiplicatore, dovranno puntarsi cinque figure, tre pe' tre zeri del migliajo, e due per la riduzione delle grana a ducati; bene inteso però, che le due prime dopo la puntatura esprimono grana, e le tre ultime millesime parti del grano. Onde l'importo richiesto diremo essere di ducati 16, grana 79, e centomillesime parti del grano,

ovvero una decima parte del grano, poco meno di un cavallo.

Chiudiamo questi esempj, come quelli del centinajo, vale a dire, con un numero, che non giugne a 1000. Si cerchi perciò sapere il prezzo di 486 bottoni a ducati 34 il migliajo?

E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 16524.

Bottoni	486
a duc.	34 *per* 1000
	1944
	1458.
	16524

E quì si noti, che il moltiplicatore esprimendo ducati, dovranno puntarsi le tre ultime figure, che corrispondono ai tre zeri del migliajo. Onde ciò fatto diremo essere l'importo richiesto ducati 16, grana 52, e 4 cavalli in circa.

CAPITOLO XII.

Di alcune regole di moltiplicare, che riguardano i Capitali posti ad interesse.

Aggiugniamo alle già date regole altre non meno utili, che riguardano i Capitali posti ad interesse, di cui voglia sapersi la rendita. Questa cognizione si ha anche col puntare un determinato numero di figure nel prodotto della moltiplicazione del Capitale per l'interesse, in guisa che quando nel Capitale, e nell'interesse determinato per ogni centinajo non vi sieno grana, allora si punteranno due sole figure pe' due zeri del centinajo; e quando poi vi sieno grana nel moltiplicando, o nel moltiplicatore, bisognerà segnare nell'intiero prodotto quattro figure, due pe' due zeri del centinajo, e due per la riduzione di grana a ducati; e finalmente quando nel moltiplicando, e nel moltiplicatore vi sono grana, allora dovremo segnare sei figure; due pe' due zeri del centinajo, due per la riduzione delle grana a ducati del moltiplicando, e due per la riduzione delle grana a ducati del moltiplicatore. Diamone particolari esempj per facilitare l'intelligenza delle già date regole. Si cerchi sapere, il Capitale di ducati 873 posto all'interesse al 4 ½ per 100, che rendita darà?

Fatta la moltiplicazione, e preso in parte il rotto l' intiero prodotto sarà 3928 ½.

Cap. di duc. 873	
a duc. . . . . . 4 ½ *per* 100	
3492	
436 ½	
3928 ½	

Or quì secondo la nostra regola data di sopra dovranno puntarsi due figure soltanto pe' due zeri del centinajo, e queste due puntate figure esprimeranno grana; onde diremo, che il fruttato del capitale di 873 ducati sieno ducati 39, grana 28 ½, ch' è la rendita richiesta.

Diamo ora un' esempio, in cui vi siano grana nel solo capitale. Voglia sapersi, il capitale di ducati 726., e grana 40, al 5 per 100, che rendita darà?

Si considerino i sudetti ducati 726, e le grana 40 unitamente.

Cap. di duc. 726. 40	
duc. . . . . . 5 *per* 100	
3632. 00	

E fatta l' operazione secondo la nostra regola il prodotto sarà 363200. Or quì essendovi le grana nel solo capitale, o sia nel solo moltiplicando, dovranno puntarsi quattro figure, due pe' zeri del centinajo, e due per la riduzione delle grana a ducati; onde leggendo il nostro prodotto diremo essere la rendita richiesta di ducati 36, e grana 32.

Si dia ora un' esempio, che abbia le grana nel moltiplicatore. Si cerchi sapere, il capitale di

di ducati 1835 posto all' interesse a ducati 3, e grana 56 per 100, che rendita darà?

Si considerino le figure del moltiplicatore unitamente, e secondo il nostro metodo si facciano le moltiplicazioni, e l' intiero prodotto sarà 653260.

Cap. di duc.	1835
a duc. . . .	3.56 *per* 100
	11010
	9175
	5505
	65.3260

Or quì è necessario puntare quattro figure, due pe' due zeri del centinajo, e due per la riduzione delle grana a ducati; bene inteso però che le due ultime esprimono centesime parti del grano, e le due dopo la puntatura esprimono grana, onde leggendo il sudetto prodotto diremo essere la rendita richiesta ducati 65, grana 32, e 60 centesimi, ovvero 6 cavalli in circa.

Può finalmente accadere che vi siano grana nel capitale, e nell' interesse. Si cerchi dunque sapere, il capitale di ducati 618, e grana 65 dato all' interesse a ducati 4, e grana 46 per 100, che rendita darà?

Si considerino le figure tutte, che compongono il capitale unitamente, come altresì si faccia delle figure, che compongono il moltiplicatore.

Cap. di duc.	618. 65
a duc.	4. 46 *per* 100
	371190
	247460
	247460
	27.591790

E fatte le moltiplicazioni l'intiero prodotto sarà 27591790. E quì debbonsi puntare sei figure, due pe' due zeri del centinajo; due per la riduzione delle grana a ducati del moltiplicatore; e due per la riduzione delle grana a ducati del moltiplicando: sulla intelligenza però, come si è di sopra avvertito, che le due prime dopo la puntatura esprimono grana, le due seguenti centesime parti del grano, e delle altre, come piccole minuzie, non dovrà tenersi conto; onde leggendo il sudetto prodotto, si dirà essere di ducati 27, grana 59, e 17 centesimi, cioè 1 cavallo circa, che sono la rendita richiesta.

Finora si sono date le più necessarie cognizioni per intendere, come possa sapersi il frutto de' capitali posti a qualunque interesse. Che se accaderà passare qualche tempo, in cui non siasi ricevuto il noto interesse del capitale, sarà necessario allora usar la regola seguente, che quì brevemente apporremo. Si finga dunque, che di un capitale di ducati 1246, posto all'interesse a ducati 4 1/4 per 100, fra lo spazio di anni 8, e mesi 10 non siasi ricevuto alcun frutto, si cerchi sapere, qual sia la somma del fruttato in tanto tempo scorso: nella pagina seguente si trova l'esempio.

Capitale di ducati	1246
a ducati	4 1/4 *per* 100
	4984
	311 1/2
Int. di un' anno duc.	52.95 1/2
Si moltiplichi per anni	8 10/12
Int. di an. 8. . . . . *duc.*	423.64
Int. di mesi 6 *duc.*	26.47 3/4
Int. di mesi 4 *duc.*	17.65 1/6
Int. di an. 8, *mesi* 10 *duc.*	467.76 11/12

Si trovi prima colla regola proposta il fruttato di 1 anno, e quindi questo si moltiplichi, pel numero degli anni decorsi, in cui non siasi ricolto alcuno interesse, e se vi siano mesi, si prendano in parte; come si faccia ancora se vi siano giorni. Sicchè applicando questa regola al dato quesito, si troverà prima quanto frutta il capitale di ducati 1246 posto all' interesse a ducati 4 1/4 per 100; e fatta l' intiera operazione si vedrà essere la rendita di un' anno ducati 52, e grana 95 1/2.

Secondo la regola di sopra additata si moltiplichino li descritti ducati 52, grana 95, e 1/2 per gli anni 8 decorsi, e fatta la l' operazione, il prodotto sarà 42364. E poichè nel tempo decorso oltre gli anni, vi sono ancora i mesi, che sono 10, questi anche do-

vendo dare il loro frutto, si prendano in parte. E siccome si sa che 12 mesi compongono l'anno, così si prendano prima 6 mesi, che essendo la metà dell'anno, si dovrà prendere la metà del fruttato di esso, che sarà di ducati 26, grana 47, e $^3/_4$. Quindi pe' rimanenti 4 mesi, essendo questi la terza parte dell'anno, prendasi eziandio il terzo del fruttato del medesimo, ch'è di ducati 17, grana 65, e $^1/_6$. Or unendo insieme il prodotto di anni 8, e quello de' 6, e de' 4 mesi si avrà l'intiera somma del fruttato nel dato tempo decorso di 8 anni, e 10 mesi, che sarà di ducati 467, e grana 76 $^{11}/_{12}$.

Altro esempio convien si dia, in cui il tempo decorso oltre gli anni, ed i mesi abbia ancora i giorni, i quali si prenderanno parimente in parte, come si è fatto de' mesi, seguendo le stesse leggi assegnate nella regola data di sopra. Sia dunque il capitale 836 ducati, posto all'interesse a ducati 5 $^1/_2$ per 100, e fingasi, che per anni 7, mesi 5, e giorni 22 non se ne sia esatto alcun frutto, ond'è, che vuol sapersi quanto raccoglier si debba?

Capitale di ducati 836
a ducati 5 $^1/_2$ *p.* 100

4180
418

Int. di un' anno duc. 45.98
Si moltiplichi per anni 7 $^1/_{12}$ $^{22}/_{36}$

Int. di an. 7.		*duc.*	321.86
Int. di	*mesi* 4 . . .	*duc.*	15.32 $^2/_3$
Int. di	*mese* 1 . . .	*duc.*	3.83 $^1/_6$
Int. di	*g.* 10	*duc.*	1.27 $^2/_3$
Int. di	*g.* 10	*duc.*	1.27 $^2/_3$
Int. di	*g.* 2	*gr.*	25 $^1/_2$
Int. di an. 7, *mesi* 5, *g.* 22		*duc.*	343.82 $^2/_3$

Si trovi prima il fruttato di 1 anno secondo le nostre regole, il quale sarà di ducati 45, e grana 98. Or questo si moltiplichi per 7, e'l prodotto sarà di 32186, cioè ducati 321, e grana 86. E quindi prendendo in parte i detti mesi 5, se ne prendano prima 4, ch'è il terzo dell'anno; e così ancora del fruttato intiero di 1 anno si prenda il terzo, che sarà di ducati 15, e grana 32 $^2/_3$. Or di questo prodotto si prenda la quarta parte, cioè il fruttato di 1 mese, che sarà di ducati 3, e grana 83 $^1/_6$. Ed ecco presi in parte i dati 5 mesi. Si sa, che il mese ne' calcoli di pagamenti si considera composto di 30 giorni, or essendovene 22 nel

tempo decorso dovranno prendersi in parte, e prima se ne prendano 10 giorni, che sono il terzo del mese, prendendo altresì il terzo del fruttato di 1 mese, che sarà di ducato 1, e grana 27 $^2/_3$; e questo replicando, si avranno presi in parte 20 giorni. Indi de' 10 giorni presa la quinta parte, cioè 2 giorni, e così dell' interesse già noto presa la quinta parte, s' avranno grana 25 $^1/_2$. E sommati insieme tutt' i detti prodotti, daranno l' intiero prodotto, cioè ducati 343, grana 82, e $^2/_3$, che sarà il fruttato decorso.

Diamo ora una regola, che insegni saper le rate decorse ne' varj tempi, che sieno stati i pegni nel Banco. Bisogna riflettere, se il tempo scorso sia di anni, di mesi, o di giorni; imperocchè, se sarà di soli mesi, o di mesi, e giorni si prenderanno in parte dall' anno; e se vi siano anni, si seguirà la regola tenuta ne' capitali. Eccone un' esempio. Un pegno di ducati 83 sia rimasto in Banco per mesi 9, e giorni 12; si cerca sapere, quanto debbasi pagare d' interesse al medesimo alla ragione di ducati 8 per 100?

Un pegno di ducati 83
a ducati 8 *per* 100

Interesse di un'anno duc. 6. 64

Int. di mesi 6	*duc.*	3.	32
Int. di mesi 2	*duc.*	1.	10 $^{2}/_{3}$
Int. di mese 1	*gr.*		55 $^{1}/_{3}$
Int. di *gior.* 10	*gr.*		18 $^{5}/_{12}$
Int. di *gior.* 2	*gr.*		3 $^{2}/_{3}$
Int. di mesi 9, *e gior.* 12	*duc.*	5.	20 $^{1}/_{12}$

Si trovi l'interesse di un'anno, locchè si farà moltiplicando l'83 per 8, e'l prodotto sarà di ducati 6, e grana 64, puntando le due ultime figure. Or il tempo decorso contiene soltanto mesi, e giorni; dunque l'interesse di questi si saprà prendendolo in parte dall'interesse di un'anno; perlocchè si prendano prima 6 mesi, che sono la metà dell'anno, e dell'interesse di un'anno prendasi anche la metà, ch'è di ducati 3, e grana 32. Quindi si prendano 2 mesi, cioè la terza parte di 6, e così anche si prenda il terzo dell'interesse di 6 mesi, ch'è di ducato 1, e grana 10 $^{2}/_{3}$. Finalmente si prenda in parte un solo mese, cioè la metà di 2, e così facciasi dell'interesse di 2 mesi, che sarà di grana 55 $^{1}/_{3}$. Presi in parte i mesi, convien prendere in parte i giorni, che sono 12. Se ne prendano prima 10, cioè il terzo del mese, e così dell'interesse di un mese prendasi il ter-

20, cioè grana 18 $^{5}/_{12}$. Finalmente si prendano 2 giorni, cioè la quinta parte di 10, e così dell'interesse di 10 giorni si prenda il quinto, cioè grana 3 $^{2}/_{3}$. E sommati insieme tutt'i sudetti prodotti de' mesi, e giorni presi in parte, daranno ducati 5, e grana 20 $^{1}/_{12}$, che sarà l'interesse richiesto.

CAPITOLO XIII.

Della riduzione de' pesi minori a maggiori, e de' maggiori a minori, con nuovo metodo pratico.

S' incominci da quelle regole, che insegnano di ridurre le cantaja a tomola. Si sa che il tomolo di farina è formato da 40 rotola, onde si arguisce, che contenendo il cantajo 100 rotola, due tomola, e mezzo compongono un cantajo. Se dunque moltiplicheremo qualunque numero di cantaja per 2 $^{1}/_{2}$, avremo ridotte a tomola le cantaja. Diamo un'esempio. Si cerchi sapere, cantaja 67 quante tomola facciano? Si moltiplichi 67 per 2, e sarà il prodotto 134; e perchè nel moltiplicatore v'ha il rotto, che esprime una metà, perciò una metà si prenda dal 67, che sarà 33, e $^{1}/_{2}$ cioè, 20 rotola. Sommati dunque questi due prodotti, daranno 167 tomola, e 20 rotola. Può però questa operazione farsi con maggior brevità, se si replichi il numero delle cantaja date, e quindi di esso

si prenda la metà, come nell' esempio dato, se si replichi il 67, e si prenda il 33, e 20, ch' è la metà del 67, e fatta di essi la somma, il prodotto sarà di tomola 167, e 20 rotola, simile a quello della prima operazione seguita. Seguono gli esempj, che confermano il fin quì detto.

Primo Modo.

Cantaja 67 quante tomola formino?
Si moltiplichi 2 $^1/_2$.

134
33. 20

Fan. tom. 167. 20

Secondo Modo.

Cantaja 67 quante tomola formino?
Si replichi 67
Sua metà 33. 20

Fan. tom. 167. 20

Ed ecco che due varie operazioni danno un' effetto.

Diamo quì la regola per provare, se sia stata ben fatta la sudetta operazione. Il prodotto ritrovato è di tomola 167, e rotola 20. Si moltiplichino le tomola 167 per 40, ed il prodotto

sarà 6680, che saranno rotola, a cui unite le 20 faranno l'intiero prodotto 6700; e puntate le due ultime figure, si saranno ridotte le tomola a cantaja, il cui numero è 67, quante appunto erano le date cantaja.

Diamo ora un' altro esempio, in cui oltre le cantaja vi siano anche le rotola. Si cerca sapere, cantaja 39, e rotola 76 quante tomola formino?

Cantaja 39. 76 *quante tom. fanno?*
Si replichi 39
Sua metà 19. 20

Fan. tom. 99. 16

Questa operazione la faremo con avvalerci del secondo modo, che sopra si è notato, cioè replicando le sole cantaja 39, e poi prendendone la metà di esse, che sarà tomola 19, e rotola 20, alle quali aggiunte le rotola 76 di sopra, e fatta la somma, avremo tomola 99, e rotola 16. Ed ecco ridotte le cantaja, e le rotola a tomola.

Non solamente le cantaja possono ridursi a tomola, ma ben anche le rotola a libre. Questa regola insegna di moltiplicare la data quantità delle rotola per un numero, che contenga tante unità, quante sono le libre, che compongono il rotolo. E perchè il rotolo è formato di 33 once, ed un terzo di oncia, perciò moltiplicheremo il dato numero per due; poi prenderemo in parte nove once, e finalmente un terzo

di un' oncia; poichè tanto è il dire 33 once, ed un terzo, quanto il dire libre 2, once 9, ed 1/3 di oncia. Diamo un' esempio. Siano date rotola 79, e si voglia sapere quante libre formino? Si moltiplichi il 79 per 2, e'l prodotto sarà 158. Quindi si prendano in parte le 9 once prendendone prima 6, ch' è la metà della libra, e la metà ancora si prenda del 79, che sarà di libre 39, e 1/2, o siano 6 once. Indi si prendano 3 once, che sono la metà delle 6, e la metà si prenda ancora del 39 1/2, la quale sarà di libre 19, ed once 9; e finalmente prendasi in parte il terzo dell' oncia, che rimane, e siccome la terza parte di un' oncia è la nona parte di 3 once, così prendasi la nona parte di libre 19, e 9 once, che sarà di libre 2, once 2 1/3, i quali prodotti tutti insieme sommati daranno libre 219, ed once 5 1/3. Questa operazione potrà anche effettuarsi col replicare prima il dato numero delle rotola, cioè 79, e prendendo poscia in parte le once 9 1/3, come sopra si è praticato, e sommati insieme i prodotti daranno l' istesso risultato di libre 219, once 5 1/3, che si è ricavato dall' altra operazione. Si osservino nella pagina seguente descritti due esempj corrispondenti alli due dati modi di operare sull' istesso quesito.

Primo Modo.

Rotola 79 *quante libre fanno?*
Si moltiplichi 2 $9/_{12}$ $^1/_3$

158
39. 6
19. 9
2. 2 $^1/_3$

Fanno libre 219. 5 $^1/_3$

Secondo Modo.

Rotola	79 *quante libre fanno?*
Si replichi	79
Sua metà	39. 6
Metà di detta metà	19. 9
Nono di detta metà	2. 2 $^1/_3$
Fanno libre	219. 5 $^1/_3$

Pongasi un'altro esempio, in cui vi sia un rotto. Si cerchi sapere, rotola 508, e $^1/_2$, cioè once 16 $^2/_3$ quante libre facciano?

Rotola	508. 16 $^2/_3$ *quante lib. for.?*
Si replichi	508
Sua metà	254
Metà di det. metà	127
Nono di essa metà	14. 1 $^1/_3$
Fanno libre	1412. 6

Quì faremo uso di quel facilissimo metodo designato di sopra, vale a dire, con replicare le sole rotola 508, prendendone quindi la metà, cioè 254, che sono libre; e di queste l'altra metà, cioè 127 libre; e poi di questa seconda metà la nona parte, cioè 14 libre, ed oncia 1 1/3; al che unite le once 16 2/3, e sommate tutte queste quantità, si avranno libre 1412; ed once 6; ch'è quanto si chiese.

Abbiamo finora parlato del modo, come possono ridursi le rotola a libre; bisogna ora specificare la maniera di ridurre le libre a rotola. Ben si sa, che il nostro rotolo comunemente è composto di once 33 1/3. Or se si ridurranno tutte le dette once a terzi, si vedrà esser composto il rotolo di 100 terzi di once. Inoltre si sa, che la libra è formata da 12 once; or riducendo queste once anche a terzi, si vedrà comporsi la libra da 36 terzi di oncia. Ciò posto moltiplicando per 36 qualunque quantità di libre, si ridurranno a terzi di once. Per ridurre poi qualunque prodotto di terzi d'once a rotola si punteranno due figure alla destra pe' due zeri del numero 100, cioè per quanti terzi di once compongono un rotolo, e così avremo ridotte le libre a rotola. Avvertendosi, che quelle figure, le quali precedono alle puntate, esprimeranno rotola, e le puntate esprimeranno terzi d'once, le quali per ridurle ad once intiere, basterà prenderne la terza parte. Diamo un'esempio per facilitare la cennata regola. Si cerchi sapere, quante rotola formino libre 349?

Libre 349 *quante rotola formino?*
Si moltiplichi 36

2094
1047

Fanno rot. 125.64
ed once 21 1/3

Or si moltiplichi il dato numero 349 per 36. E fatte le operazioni l' intiero prodotto sarà 12564, che sono terzi di once; e puntando le ultime figure, cioè 64, e presa di questo 64 la terza parte avremo rotola 125, ed once 21 1/3. Ed ecco ridotto il dato numero di libre a rotola.

Altro esempio si dia, ove sia il rotto. Si cerchi sapere, 178 libre, ed once 8 quante rotola facciano?

Libre 178 8/12 *quante rotola fanno?*
Si moltiplichi 36

1068
534
Uniti li terzi 24, *che fanno le* 8 *once.*

Danno rot. 64.32
ed once 10 2/3

Si moltiplichi il dato numero delle libre per 36, e fatta l' operazione prima pel 6, il

prodotto sarà 1068, e fatta poscia l' operazione pel 3 il prodotto sarà 534, e perchè v' ha il rotto di 8 once, perciò riducendole anche a terzi di once, avremo 24 terzi, che noteremo al suo luogo, ed avremo, fatta la somma, l' intiero prodotto di 6432 terzi di once, e puntate le due ultime figure, dalle quali si prenderà la terza parte, si avranno 64 rotola, once 10, e $^2/_3$. Ed ecco ridotta a rotola la data quantità di libre. Volendo dare una regola per provare, se sia stata bene eseguita la sudetta operazione, potremo servirci della regola precedente dove abbiamo insegnata la maniera di ridurre le rotola a libre. Sicchè se nel dato esempio le rotola 64, once 10 $^2/_3$ formeranno libre 178, ed once 8, che sono le date, l' operazione sarà stata bene eseguita.

Si chiuda l' operazione del moltiplicare colla regola, la quale insegna di ridurre le once a rotola. Siano date once 24342, che debbano farsi rotola. Come quì si vede.

Once 24342 *quante rotola facciano?*
Si moltipl. 3

Fanno rot. 730.26
ed once 8 $^2/_3$

Le sudette once dunque si riducano a terzi, e ciò si farà moltiplicando la data quantità per 3, e'l prodotto sarà di terzi 73026. Si puntano poscia le due ultime figure, delle quali si prenda la terza parte, cioè 8 once, e $^2/_3$, e

l'avremo ridotte a rotola, che sono 730, ed once 8 2/3. E ciò basti per la moltiplicazione.

CAPITOLO XIV.

Della Divisione.

Passiamo alla quarta operazione Aritmetica, detta *Divisione*; Siccome fin dal principio di queste nostre Istituzioni ci siamo preposti di volerle scrivere per facilitarne la pratica, così seguendo questo metodo stesso procureremo di accennare le varie maniere usate dagli Aritmetici generalmente per *dividere*, affinchè non ne manchi la cognizione, e faremo quindi sempre capo a quelle regole, che usano comunemente i pratici.

Noi chiamiamo *Dividere* quella operazione, colla quale una qualunque quantità minore divide un'altra qualunque quantità maggiore. Nella Divisione adunque sempre debbono esser date due quantità, una minore, e l'altra maggiore, delle quali, l'una, che divide è la minore, e l'altra, ch'è divisa è la maggiore. Quella, che divide, cioè la minore, da noi si chiamerà *Partitore*, ovvero *Divisore*; quella la qual'è divisa, si chiamerà *Dividendo*. E perchè dopo aver divisa la quantità maggiore per la quantità minore ne nasce una terza quantità, questa chiameremo *Quoziente*. Il Quoziente dunque sarà quella quantità, la quale avrà tante unità, quanto

quante volte il divisore divide, o entra nel dividendo. Finalmente il numero, che avvanza dalla divisione si dirà *residuo*. Sicchè i termini della divisione, sono il *Divisore*, che divide, il *Dividendo*, ch'è diviso; il *Quoziente* è il numero, che nasce dalla divisione; e'l *Residuo* è la quantità, che avvanza oltre il quoziente. Diamo un'esempio. Si debba dividere 9 per 4, come quì sta descritto.

Divisore 4,	*Dividendo* 9
Quoziente 2,	*Residuo* 1

Si vede bene, che il 4 entra nel 9 2 volte, e vi avvanza 1. Dunque il 4, che divide il 9, sarà il divisore; il 9 ch'è diviso dal 4, sarà il dividendo; il 2, che disegna quante volte il 4 entra nel 9, sarà il quoziente; e finalmente l'1, che avvanza dalla divisione oltre il quoziente, sarà il residuo. Ed ecco specificata generalmente la divisione. Veniamo a darne le particolari regole, ed incominciamo dalla più semplice, che appunto è quella, la quale insegna a dividere con una sola figura nel divisore.

Questa regola dà varj precetti pel suo pronto, ed esatto uso. Col primo precetto s'insegna, che ogni numero del dividendo, debbe dividersi dal divisore. Il secondo precetto insegna, che sotto ciascun numero diviso dee scriversi il suo quoziente, cioè quante volte lo divide il divisore. Nel terzo precetto s'impone, che se oltre il quoziente avvanzasse qualche numero, questo congiungendosi al numero, che siegue nella stessa quantità del dividendo si considera, come decine. E finalmente si avverta, che se l'avvan-

zo fosse ancora nel fine della divisione, o potrà l'avvanzo notarsi, come numeratore, ed il divisore, come denominatore, formando così un rotto, o potremo continuare l'operazione riducendo quest' avvanzo ad una specie inferiore, come, se esprimesse ducati, si ridurrà a carlini, se canne a palmi, se libre, ad once ec. Diamo un' esempio, in cui coll' uso faciliteremo la pratica de' dati precetti. Si cerchi sapere, persone 3 dividendosi ducati 487, quanto a ciascuna spetta?

Persone 3 divisi duc. 487, che spetta a ciasc.?

Spetta a ciascuna d.	162.	33	1/3
Si molt. pel Divisore		3	*Pruova.*
	486.	99	
		1	
Simile al Dividendo	487.	00	

E chiaro che il divisore sia 3, e'l dividendo sia 487. Or secondo il nostro metodo, il quale prescrive, che debbasi ciascun numero del dividendo dividere pel divisore, diremo; il 3 entra nel 4 una volta, e questo quoziente 1 si segnerà sotto lo stesso 4, con tirarvi prima una linea, e vi avvanza 1, il quale 1 di residuo unito all'8, che siegue, si considererà, come decina, e farà 18; indi si dirà: il 3 nel 18 entra 6 volte; si noti il quoziente 6 sotto l'8 dopo l'1; e si dica finalmente il 3 nel 7

entra 2 volte, il quale 2 si segnerà sotto il 7 appresso il 6. E perchè il residuo è 1, perciò secondo la nostra regola non faremo, come gli Aritmetici, i quali ne formano un rotto, come sopra, servendosi pel numeratore di esso il residuo 1, e pel denominatore il divisore 3, onde dicono $^1/_3$; ma bensì diremo: (aggiungendo all' 1 lo zero, considerandolo esprimente 10 carlini) il 3 in 10 entra 3 volte, e vi avvanza 1, ed aggiuntovi un' altro zero, lo riputeremo esprimente 10 grana, con dire: il 3 nel 10 entra tre volte, e avvanza 1 grano, o sieno 12 cavalli; il 3 in 12 entra 4 volte, o sia $^1/_3$ di un grano. Dunque dividendosi ducati 487 a 3 persone, spetteranno a ciascheduna ducati 162 $^1/_3$, o siano ducati 162, e grana 33 $^1/_3$, che sarà altresì il quoziente richiesto.

La divisione si pruova colla moltiplicazione. Imperocchè o moltiplicheremo il quoziente pel divisore, aggiugnendovi il residuo, se vi sarà, e dovrà dare il dividendo, o prenderemo in parte il rotto, come abbiamo insegnato, con aggiugnervi quell' ultimo residuo indivisibile de' cavalli, se vi sarà, e dovrà benanche dare il dividendo; in caso però non lo dia esattamente è segno di esservi incorso errore. Veggasi eseguito nel dato esempio il secondo metodo da noi proposto, vale a dire, di prendere in parte il rotto, essendo l' altro in se facilissimo ad eseguirsi. Essendosi divisi ducati 487 a 3 persone, abbiamo osservato, che la porzione di ciascuna, ovvero il quoziente è stato

di ducati 162, e grana 33 1/3. Sicchè moltiplicando 162 ducati, e grana 33 per 3, avremo grana 48699; quindi o aggiunto il grano di ultimo residuo, o dal 3 prendendo in parte 1/3, ch'è nel quoziente, avremo 1 grano, che unito alle grana 48699 daranno 48700; e puntate le due ultime figure per la riduzione delle grana a ducati, avremo ducati 487, che sono stati dati nel dividendo. Si osservi l'operazione dell'esempio unitamente colla sua pruova.

Può anche eseguirsi la pruova di qualunque divisione colla stessa divisione, se si raddoppierà così il divisore, come il dividendo, e l'uno diviso per l'altro dovrà dare lo stesso quoto della prima divisione. Così nel dato esempio raddoppiandosi il divisore 3, ed il dividendo 487, fatta la divisione, se il quoto sarà ducati 162, e grana 33 1/3, l'operazione sarà stata bene eseguita. Quando però il divisore è un numero pari potrà per maggior facilità prendersi la metà così del divisore, come del dividendo, e fatta quindi la divisione si avrà lo stesso quoto. Queste pruove saranno similmente un'esercizio utile pe' principianti.

In questa operazione di dividere può avvenire che talvolta il divisore sia maggiore di alcuno de' numeri del dividendo, di modocchè non possa esser diviso; allora sotto quel numero del dividendo, ch'è minore del divisore, si scrive lo zero, e quel numero si unisce all'altro, che siegue, considerandosi, come decine, nella maniera stessa, che abbiamo considerati

gli avvanzi. Diamone un'esempio. Si cerca sapere, persone 7 dividendosi ducati 5647, quanto a ciascuna spetti?

Persone 7 dividend. duc. 5647, che spetti a cias.

Spetta a ciascuna duc. 0806. 71 $^{5}/_{12}$
Si moltiplichi per . . . . 7 *Pruova.*

5646. 97
2 $^{1}/_{3}$
- $^{7}/_{12}$
Residuo indivisibile . . . . . . $^{1}/_{12}$

Simile al dividendo . . 5647. 00 —

E seguendo il nostro metodo diremo: il 7 in 5 non entra; onde tirata la righetta, sotto il 5 scrivasi lo zero; e passando ad unire il 5, come decine, al 6, che siegue si avrà 56, e diremo il 7 in 56 entra 8 volte, perciò si scriverà l'8 sotto il 6, e poscia si dirà il 7 in 4 non entra; onde si noterà lo zero sotto il 4, ed unendo questo 4 al 7, che siegue si considererà, come decine, e farà 47; ma il 7 in 47 entra 6 volte, e vi avvanzano 5; dunque scriveremo il 6 sotto il 7, ed in vece di scrivere il rotto $^{5}/_{7}$, ridurremo i 5 ducati avvanzati a carlini con aggiugnervi un zero, e farà 50; il 7 in 50 entra 7 volte, ed avvanza 1 carlino, a cui aggiugnendo altro zero, esprimerà 10 grana, e si dirà, il 7 entra in 10 una volta, e vi avvanzano 3 grana, cioè 36 cavalli;

il 7 in 36 entra 5 volte, sebbene avvanzi 1 cavallo, non se ne avrà conto, come minuzia, ma si scriverà $^5/_{12}$. Sicchè la porzione, che spetterà a ciascuna sarà di ducati 806, e grana 71 $^5/_{12}$, ch'è il quoziente richiesto.

Or per vedere, se sia stata ben' eseguita la detta divisione, si può provare colla regola da noi assegnata di sopra, avvertendosi, che quì bisogna aver conto del cavallo avvanzato, che da noi si è considerato indivisibile, ed aggiugnerlo al prodotto della moltiplicazione, perchè l' intero prodotto sia l' istesso numero del dividendo.

Può finalmente accadere, che vi siano zeri nel dividendo. Affinchè in tal caso il principiante non si confonda è necessario avvertire, che non potendosi dal numero dividere lo zero si noterà zero nel quoto, e si proseguirà la divisione. Si cerchi dunque sapere, ducati 63006 dividendosi a 9 persone, quanto spetti per ciascuna? Esempio.

Pers. 9 *dividend. duc.* 63006, *che spetti a cias.*

Spetta a ciascuna duc. 7000. 66 $^2/_3$

Questa operazione si eseguirà col seguente metodo, cioè dicendosi il 9 nel 6 non entra, onde si dirà, il 9 nel 63 entra 7 volte, e questo 7 si noterà sotto il 3; quindi si dirà il 9 nello zero non entra, onde si segnerà zero presso il 7, e proseguendo oltre, diremo: il 9 nel secondo zero non entra neppure, e segnando

un' altro zero nel quoto, diremo infine, il 9 nel 6, ultima figura del dividendo, non entra; onde si noterà un' altro zero nel quoziente, e riducendo i ducati 6 di avvanzo a carlini, avremo 60 carlini; ma il 9 in 60 entra 6 volte, il 6 dunque noteremo, e vi avvanzano 6 carlini, che ridotti a grana formano 60 grana; e si dirà in seguito, il 9 in 60 entra 6 volte, ed avvanzano 6 grana, che ridotte a cavalli fanno 72 cavalli; ora il 9 in 72 entra 8 volte; e perchè 8 cavalli sono due terzi di un grano, questi noteremo, ed avremo l' intiero quoto, che sarà di ducati 7000, e grana 66 $^2/_3$, ch' è la porzione di ciascuna persona.

Veniamo ora ad una regola di dividere in cui avvenga, che nel divisore vi siano in fine uno, o più zeri, oltre del numero di una figura, che ad essi precede. In questo caso sogliono gli Aritmetici pratici servirsi del seguente metodo, cioè: tagliano alla destra del dividendo tante figure, quanti zeri si troveranno nel divisore, i quali anche si troncheranno, onde venga a restare il divisore di una sola figura; il che fatto potrà eseguirsi l' operazione della divisione col metodo da noi tenuto, allorchè il divisore conteneva una sola figura, con avvertire però, che siccome le figure tagliate possono essere una, due, o più, così, se sarà una, questa si considera esprimente carlini, se saranno due dinoteranno grana, se saranno tre, le due prime dopo la puntatura conterranno grana, e l'ultima decime parti del grano, o pure si nomineranno cavalli, se saranno quattro figure; le due dopo la se-

gnatura significheranno grana, e le due ultime centesimi del grano, ec., quali figure tagliate dovranno esser parimenti divise, ed in questa guisa si avrà l'esatto quoziente richiesto. Diamone pertanto un' esempio. Si cerca sapere, cantaja 400 pagandosi ducati 59453, quanto costi il cantajo?

Cant. 4,00 *costano duc.* 594, 53, *che vale il c.?*

Vale ciascun cant. duc. 148, 63 1/4

Applicando dunque i cennati insegnamenti al proposto esempio, diremo che trovandosi due zeri nel divisore, i quali tagliandosi rimane solamente il 4. Or dalla parte destra dell' intero dividendo 59453 tagliando anche le due figure, cioè 53, queste le considereremo grana, come se si dicesse cantaja 4 si pagano ducati 594, e grana 53. E quindi si eseguirà l' operazione della divisione non altrimenti, che si operò nella regola precedente, allora quando il divisore conteneva una sola figura, ed il quoto sarà di ducati 148, e grana 63 1/4, che dinoterà altresì l' importo di un cantajo richiesto. Questa operazione può provarsi colla regola istessa segnata di sopra.

Rimane finalmente a parlare dell' ultima regola, la quale si usa, quando il divisore contiene due, o più figure. E quì notasi, che la difficoltà nell' intendere questa regola dipende dal saper trovare il quoziente, e gli avvanzi; perlocchè per eseguire con facilità tale opera-

zione, procureremo d'illustrare la presente regola con più esempj, che vadano di grado in grado illuminando il giovine, che fa l'operazione. E prima di ciò si avverta che per trovare il quoziente in una divisione, in cui il divisore contiene più figure, dee sapersi, quante volte il divisore entra nel dividendo. Questo si fa primieramente osservando quante volte la prima figura del divisore si contiene, cioè entra nella prima figura del dividendo, e facendo sì, che non meno di altrettante volte la seconda figura del divisore entri nella seconda figura del dividendo, non importando, che questa entrasse più volte, ec.

Ma se nella prima figura divisa si avrà avanzo questo, come decine, congiunto alla figura, che le segue sarà il numero, nel quale dovrà esaminarsi, se la seconda figura del divisore possa egualmente entrarvi.

Accadendo poi che la seconda figura del divisore non entrasse nella seconda figura del dividendo tante volte, quante si è fatta entrare la prima figura del divisore nella prima figura del dividendo; in tal caso si dovrà scemare il numero delle volte, che si è fatta entrare la prima figura del divisore nella prima figura del dividendo, onde vi sia tale avvanzo nella prima figura del dividendo, che congiunto questo, come decine, alla seconda figura dello stesso dividendo formi un numero tale, che la seconda figura del divisore possa in esso numero egualmente entrare.

Inoltre, se avvenga che le date figure del

divisore non entrassero in altrettante figure prese nel dividendo, perchè di minor valore, allora si prenderà l' altra figura, che immediatamente segue nel medesimo dividendo, facendo servire le due prime figure di esso per fare entrare la sola prima figura del divisore, e l' avvanzo, che si avrà congiunto, come decine alla figura seguente si farà entrare la seconda figura del divisore.

Avvertasi finalmente che calata qualche figura del dividendo per esser divisa in unione degli avvanzi, se vi saranno nella divisione, e'l divisore in tal numero non entrasse allora si noterà zero nel luogo del quoto, ed indi si proseguirà l'operazione.

Quindi il numero, che contiene quelle tante volte, che le date figure del divisore sono entrate in quelle del dividendo sarà il quoziente; che da noi si scriverà sotto il divisore. E lo stesso metodo terremo allora quando il divisore sia composto di tre, di quattro figure ec., vale a dire, esaminaremo anche quante volte la terza, la quarta figura ec., del divisore entra nella terza, quarta figura ec., del dividendo: Diamo un' esempio per facilitarne l' intelligenza, e questo abbia solo due figure nel divisore, e due nel dividendo. Si cerchi sapere, se libre 25, costino ducati 78, quanto importi ciascuna libra?

Libre 25 *cost. duc.* 78, *che vale la lib.?*

Vale duc. 3. 12 -30
-50

Seguendo la regola assegnata di sopra, vediamo, che il 2, prima figura del divisore, entra 3 volte nel 7, prima figura del dividendo, ed avvanza 1, che congiunto all' 8, seconda figura del dividendo farà 18; e perchè il 5, seconda figura del divisore entra benissimo 3 volte nel 18, dunque il 25 nel 78 entra 3 volte, quale 3 sarà il quoziente. Per trovare poi l'avvanzo, come usano gli Aritmetici in generale moltiplicheremo il 25 pel quoziente 3, e'l prodotto sarà 75, il quale si noti sotto il 78, e da quello sottratto, il residuo sarà 3. Noi però daremo un' altra regola affin di pervenire con più brevità a tale intelligenza. Si moltiplichi dunque nel dato esempio il quoziente 3 pel 5, prima figura del divisore, e'l prodotto 15 s' intenda segnato sotto l' 8 del dividendo, e si sottragga dall' 8 il 15; e perchè non si può, all' 8 si considerino aggiunte tante decine, quante bastino a sottrarre il 15; ma per questo effetto una sola decina è sufficiente; se noi dunque aggiugneremo 1 decina all' 8 avremo 18, e sottraendo dal 18 il 15 rimarrà 3; il 3 dunque si scriva sotto l' 8 del dividendo. Quindi seguendo a moltiplicare il quoziente 3 pel 2, seconda figura del divisore, avremo 6; or a questo 6 unita l' 1 decina, che portammo, come sopra, faranno 7, il quale si consideri scritto sotto il 7 del 78, e sottratto 7 da 7 non rimarrà cosa, e si conoscerà chiaramente l' avvanzo esser 3 ducati, i quali ridurremo all' immediata specie inferiore, cioè a carlini aggiungendovi un zero, e faranno 30 carlini; quindi ripigliando la divi-

sione si dirà, il 2 nel 3 entra una volta, ed avvanza 1, che unito allo zero, che segue farà 10, nel quale può anche entrare il 5 una volta; il quoto dunque di questa seconda operazione sarà 1 carlino. Or per trovare l' avanzo, si moltiplicherà il 25 pel ritrovato quoto 1, ed il prodotto della prima figura 5 sarà lo stesso 5, che considerato sotto lo zero del 30, diremo, da zero non potendosi togliere il 5 valuteremo lo zero come una decina, cioè 10, e da esso tolto il 5 rimarrà anche 5, che sono carlini; quindi fatta la moltiplicazione del 2 pel medesimo quoto 1 il prodotto sarà lo stesso 2, a cui unito l'uno, che portammo fan 3, questo considerato segnato sotto il 3 del 30, e sottratto da quello non rimarrà cosa, per cui si segnerà una lineetta, ed il residuo sarà il descritto 5, a cui aggiunto altro zero verrà ridotto alla specie inferiore, cioè a grana 50. E finalmente si osservi quante volte il 2 del divisore entra nel 5 del 50, e conosceremo entrarvi 2 volte, ed avvanzare 1, che unito allo zero farà 10, nel quale esattamente entra il 5 anche 2 volte: questo 2 è l' ultima figura del quoto della data regola, che si segnerà nel suo luogo. Quindi moltiplicheremo il 5 del divisore pel quoto 2, ed il prodotto 10 considerato segnato sotto lo zero del 50 vedremo che dal zero non potendosi sottrarre il 10 valuteremo anch' esso, come dieci, e fattene la sottrazione non rimarrà cosa, e finalmente moltiplicato il 2 del divisore per lo stesso quoto 2 il prodotto sarà 4, a cui unita la decina, che portammo fan 5, e questo sottratto dal 5

del 50 non si avrà avvanzo; l'intero quoto adunque sarà di ducati 3, e grana 12, che dinoterà altresì l'importo richiesto di ciascuna libra.

L'esempio di sopra esposto conteneva due figure nel divisore, e due nel dividendo. Può accadere, che nel dividendo vi fossero tre figure, e le due figure del divisore non entrassero nelle due prime figure del dividendo; come se si domandi sapere, canne 42 pagate ducati 347, quanto vaglia la canna? Esempio.

Canne 42 *cost. duc.* 347, *che vale la can.?*

Vale duc. 8. 26 1/6

110
260
—8
12
96
Residuo 12 *indivisibile.*

Veniamo a spiegare l'operazione. Siccome il divisore 42 è maggiore delle prime due figure del dividendo, cioè 34, non si potrà dividere; perlocchè bisognerà osservare primieramente quante volte il 4, prima figura del divisore, entri nel 34, e si conoscerà, che vi entra 8 volte, ed avvanzano 2. Or congiunto questo avvanzo 2 col 7, terza figura del dividendo, avremo 27, quindi si vegga, se il 2 in 27 entri 8 volte, ed entrandovi benissimo, diremo, che il 42 in 347 entra 8 volte, il quale 8 sarà il quoziente,

che noteremo al di sotto del divisore. Or per trovare qual sia l'avvanzo della sudetta divisione, secondo il nostro metodo, si moltiplichi il quoziente 8 pel 2, prima figura del divisore, ed avremo il prodotto 16; questo 16 supponiamo notato sotto il 7, terza figura del dividendo, e facendosi la sottrazione, si vede che dal 7 non si può sottrarre il 16, perlocchè considerata aggiunta una decina al 7, avremo 17, dal quale sottratto il 16 rimarrà 1, che segneremo sotto il 7. In seguito moltiplicheremo lo stesso 8 quoziente pel 4, seconda figura del divisore, e'l prodotto sarà 32, al quale aggiugnendo la decina, che portammo, avremo 33, che sottratto dal 34, che sono le due prime figure del dividendo, l'avvanzo sarà 1, il quale segneremo sotto il 4. Sicchè 11 ducati formeranno l'intiero avvanzo di tal divisione. Quindi dovendosi ridurre questi 11 ducati a carlini basterà, secondo il nostro metodo, aggiungervi un zero, e faranno 110 carlini; e seguendo l'istesso metodo di operare, vediamo che il 4 in 11 entra 2 volte, ed avvanzano 3, che unito allo zero farà 30, ora il 2 in 30 entrando benissimo 2 volte, questo 2 noteremo nel quoto. E secondo il metodo poc'anzi assegnato trovando l'avvanzo di questa divisione, vedremo essere 26 carlini, i quali ridurremo a grana aggiugnendovi un'altro zero, e farà 260; e proseguendo l'istessa operazione si vedrà, che il 4 in 26 entra 6 volte, ed avvanzano 2, a cui congiunto lo zero, avremo 20, nel quale il 2 entra sicuramente 6 volte; notato questo 6

nel quoto presso il 2, troveremo quindi col sudetto metodo l'avvanzo, il quale sarà di 8 grana. Or moltiplicando le 8 grana per 12, l'avremo ridotte a 96 cavalli; e perchè il 4 nel 9 entra 2 volte, ed avvanza 1, il quale congiunto al 6 fa 16, in cui entra benissimo 2 volte il 2, questi 2 cavalli, ovvero $^1/_6$ noteremo nel luogo del quoto, e vedendo essere l'avvanzo 12 cavalli, di questi non faremo conto, come già si è detto. Sicchè l'intiero quoziente sarà di ducati 8, grana 26, ed $^1/_6$, ch'è altresì il prezzo di ciascuna canna.

Se però avviene, che la prima figura de divisore entrasse più volte nelle due prime figure del dividendo, che la seconda entra nella terza; allora, giusta i nostri precetti, si dee diminuire di tante unità il quoziente, che avvanzi tanto, quanto congiunto questo avvanzo alla terza figura del dividendo, entri la seconda figura nella terza, come la prima entra nelle due prime. Eccone l'esempio. Si cerchi sapere, cantaja 28 pagate ducati 149, quanto importi il cantajo?

Cantaja 28 *pag. duc.* 149, *che vale il c.?*

Vale duc. 5. 32 $^1/_{12}$

—90
60
4
12
48
Residuo 20 *indivisibile.*

E venendo all' operazione, diremo: il 2 in 14 entra 7 volte; ma l' 8 nel 9 non entra 7 volte: dunque si conosce, che il 28 in 149 non può entrare 7 volte. Si diminuisca di una unità il quoziente 7, e si dica: il 2 in 14 entra 6 volte, ed avvanza 2, che col 9 fa 29; ma perchè l' 8 nel 29 non può entrare 6 volte, si diminuisca di nuovo di una unità il quoziente 6, e si dica; il 2 in 14 entra 5 volte, ed avvanza 4, il quale unito al 9 fa 49; ma l'8 in 49 entra benissimo 5 volte. Dunque si dirà, che il 28 in 149 non vi può entrare più di 5 volte. Sicchè posto il 5 per quoziente, per esso si moltiplicherà primieramente l'8 del divisore, e'l prodotto sarà 40, che pel 49, ultime figure del dividendo, manca 9: questo verrà segnato sotto il 9, terza figura del dividendo. Quindi si moltiplichi per lo stesso quoto 5 il 2 ultima figura del divisore, e si avrà il prodotto esprimente 10, a cui aggiunte le 4 decine, che portammo fan 14, il quale essendo un numero uguale al 14, prime figure del dividendo, non resta cosa, dove tirata una lineetta si troverà esser l'avvanzo 9 ducati, i quali ridotti a carlini, avremo 90 carlini. Or dividendo il 90 per 28 colla medesima regola sopra praticata, si avrà il quoto 3, e l'avvanzo sarà 6; e quindi riducendo questi 6 carlini di avvanzo a grana, avremo 60 grana; e dividendo questo 60 per 28, vediamo essere il quoziente 2, e l' avvanzo 4. E riducendo queste 4 grana a cavalli, avremo 48 cavalli, i quali divisi per 28, daranno per quoto 1 cavallo, o sia $^1/_{12}$; ond' è, che l' intiero

quoto

quoto sia ducati 5, e grana 32 $^1/_{12}$, ch' è altresì il costo di un cantajo richiesto.

Nella regola del dividere può accadere, quando nel dividendo vi sono più figure, e che le figure del divisore entrino esattamente in altrettante figure del dividendo senza avvanzo alcuno. In questo caso notato il quoziente si calerà la figura, che siegue, nella quale, se si vegga che non possa entrare il divisore, si noti nel luogo del quoto un zero, e si cali del dividendo l' altra figura, che siegue, in cui neppure entrando il divisore, un' altro zero si apporrà nel quoto, e si calerà altra figura ec. E questa regola debbe osservarsi ogni qualvolta il divisore non entri nel dividendo calata qualche figura, come altrove dicemmo. Diamone un esempio. Si cerchi sapere, 37 persone, dividendosi ducati 37127, quanto spetti per ciascuna?

Persone 37 *divisi ducati* 37127 *quanto ec.?*

Quoziente 1003. 43 $^1/_6$

..127
160
120
—9
12
108

Residuo 34 *indivis.*

Or seguendo il nostro metodo insegnato nella presente regola, vediamo, che il 37 divisore entra una volta nel 37, che sono le due

prime figure del dividendo. Segnato dunque l'1 nel luogo del quoto, e non essendovi avvanzo, caleremo l'1, ch'è la terza figura del dividendo; ma il 37 nell'1 non entra; dunque nel luogo del quoto dopo l'1 porremo lo zero, e presso l'1 calato nella sua colonna, si calerà l'altra figura del dividendo, cioè 2, che coll'1 farà 12; ma neppure nel 12 entra il divisore 37; noi dunque segneremo un'altro zero nel quoziente, e caleremo l'altra figura, che siegue nel dividendo, cioè il 7, ed avremo 127. Quindi vedremo colla nostra solita regola, quante volte il divisore 37 entri nel dividendo 127, e facendo l'operazione si avrà il quoziente 3, e l'avvanzo 16, al quale congiunto lo zero per la riduzione di ducati a carlini, avremo 160 carlini; sicchè proseguendo l'operazione, il divisore sarà 37, e'l dividendo 160; e dividendosi il 160 pel divisore 37, ne verrà il quoziente 4, ed avvanzerà 12, al quale accoppiato l'altro zero, l'avremo ridotto a grana, che saranno 120; onde sarà il divisore 37, e'l dividendo 120. Si divida di nuovo secondo le nostre date regole, ed avremo il quoziente 3, che si segnerà presso il 4, e l'avvanzo sarà 9 grana. Moltiplicate le 9 grana per 12, l'avremo ridotte a 108 cavalli, i quali divisi pel divisore 37, si avrà il quoziente di 2 cavalli, ovvero 1/6, che segneremo nel suo luogo, ed avremo l'intiero quoziente, che sarà di ducati 1003, e grana 43 1/6.

Siccome la difficoltà maggiore nella divisione consiste principalmente nell'intendere quante

volte l'intiero divisore entri nell'intiero dividendo, così questa difficoltà cresce a misura che crescono nella divisione i numeri; quindi è che per render compiuta, e chiara questa nostra istituzione, l'arricchiremo di esempj di varie specie affin di facilitare al possibile le operazioni, che potrebbero accadere allora quando nel divisore vi sieno più di due figure, e nel dividendo quante figure si vogliano. In tal caso, debbonsi prendere dal dividendo tante figure, quante sono quelle del divisore; che se non sieno sufficienti, prenderassi allora una figura dippiù, che dovrà esser quella, che siegue immediatamente, come si è insegnato. Diamo un' esempio, in cui il divisore contiene quattro figure e'l dividendo sei. Si voglia dunque sapere, cantaja 4325 pagate ducati 834829, quanto costi il cantajo?

Cantaja 4325 *cost. d.* 834829, *che il cant.?*

Vale duc. 193.02 1/3

40232
13079
—10400
1750
12

21000
Residuo indivisibile 3700

Or prendendo noi dal dividendo quattro figure (perchè tante sono quelle del divisore) le quali saranno 8348, perchè il 4 in 8 entra

2 volte, ma il 3 non entra 2 volte nel 3, si conoscerà che il 4325 in 8348 non possa entrare 2 volte; si diminuisca dunque il quoziente 2, e si dica, che il 4 in 8 entri 1 volta, ed avvanza 4, il quale congiunto al 3 farà 43; e perchè il 3 nel 43 entra benissimo una volta, ed avanza 40, il quale congiunto al 4, farà 404, e'l 2 in 404 entra anche benissimo 1 volta, ed avvanzano 402, che coll' 8 fanno 4028; ma il 5 in 4028 entra sicuramente 1 volta, ed avvanzano 4023; dunque segneremo 1 nel luogo del quoto, e proseguendo l' operazione si calerà il 2, quinta figura del dividendo, onde avremo 40232; e così seguendo la divisione giungeremo con facilità a conoscere il quoto, cioè, che il 4325 entra 9 volte nel 40232, ed avvanzano 1307; calata indi l' ultima figura, cioè il 9, avremo 13079, che divisi per lo stesso divisore 4325, sarà il quoto 3, ed avvanzano 104. Or siccome per l' esatto adempimento dell' operazione è necessario ridurre i ducati avvanzati a carlini con aggiugnere un zero, così facendo, vedremo che neppure ne' 1040 carlini entra il divisore 4325, onde resta chiaro, che non essendovi carlini nel nostro quoto, in suo luogo noteremo lo zero, ed un' altro ne aggiugneremo a' carlini 1040, riducendoli così a grana 10400. Quindi proseguendo la divisione, vedremo, che il divisore 4525 entra 2 volte nel dividendo 10400; notato dunque il 2 nel luogo del quoto, avvertiremo esser l' avvanzo 1750 grana, che moltiplicate per 12, l' avremo ridotte a cavalli, che saranno 21000,

e siccome il divisore 4325 entra 4 volte nel dividendo 21000, noteremo il 4 cioè 1/3 del grano, e si avrà l' intiero quoto di ducati 193, e grana 2 1/3, ch' è altresì il costo di ciascun cantajo. L' operazione dell' esempio sopra proposto è stata eseguita minutamente in tutta la sua estensione per far conoscere praticamente quanto possa rendersi la medesima facile, e breve, mediante un avvertimento che quì daremo, ed esso valerà per ogni caso simile.

Nell' eseguire l' operazione suddetta abbiamo avuto gli avvanzi di due, e di tre figure, che congiunti all' altra figura del dividendo han formato necessariamente un numero esprimente centinaja, e migliaja, dove sicuramente potendovi entrare le figure qualunque del divisore quante volte si è fatta entrare la precedente figura dello stesso in quella del dividendo potrà farsi a meno l' esaminarlo, ma segnare senza dubio il quoto già trovato, ed indi continuare l' operazione, risparmiando così una lunga, e superflua fatiga.

CAPITOLO XV.

Della Divisione coi Rotti.

Or se avviene, che nel divisore vi sieno rotti, allora bisognerà far uso di un' altra regola, e questa si chiamerà *dividere co' rotti nel divisore.* Questa operazione si fa con ridurre

ogni intiero alla medesima espressione del rotto, e quindi perchè allora, se si dividesse il dividendo per lo già ridotto divisore assolutamente si avrebbe il valore di un rotto, e non già dell'intiero, perciò affinchè si abbia il valore dell'intiero, bisognerà moltiplicare anche il dividendo pel denominatore del rotto del divisore. L'esempio renderà facile questa regola. Canne 13, e palmi 5 hanno importato ducati 67; si vuol sapere, quanto vaglia la canna?

Canne 13 5/8 *pagate duc.* 67, *che vale la c.?*

Si moltipl. 8

Divisore 109 *Dividendo* 536

Vale duc. 4.91 2/3

1000
—190
81
12

972
Residuo 100 *indivisibile*

Cavalli 12 1/2 *ot. parte*

Si riducano prima nel dato esempio le 13 canne a palmi, e ciò si farà moltiplicando 13 per 8, ed aggiugnendovi i 5 palmi, che sono i rotti apposti, vedremo essere il prodotto 109, che servirà per divisore. Or se divideremo i ducati 67 per 109, avremo l'importo di un palmo; ma noi desideriamo sapere l'importo di una

canna; dovremo dunque dare una règola per questa cognizione; e perchè tutta la difficoltà nasce dalla ineguaglianza de' termini, dobbiamo questi medesimi termini eguagliare, locchè si conseguirà, se moltiplicheremo il dividendo pel denominatore del rotto del divisore, stantecchè si sa benissimo, che dividendo, o moltiplicando più numeri per lo stesso denominatore, i prodotti, o i quoti acquisteranno una ragione esprimibile, ed uguale alla prima: come nel nostro esempio il dividendo 67 moltiplicandosi per 8, denominatore del rotto del divisore, avremo 536; con questa moltiplicazione noi abbiamo assegnata una ragione esprimibile, ed uguale alle date quantità. Imperocchè tante volte il dato dividendo 67 contiene il divisore dato 13 5/8, quante volte il 536 contiene il 109.

Quindi dividendo secondo la nostra regola 536 per 109, si dirà: l'1 in 5 si faccia entrare 4 volte, ed avvanza 1, che congiunto al 3 farà 13. Or lo zero, seconda figura del divisore, siccome non esprime quantità, così può entrar benissimo in 13 quante volte si voglia, e conseguentemente sempre l'istesso 13 avvanzerà, perchè lo zero non gli ha tolto alcuna quantità. Bisogna or vedere, se il 9, terza figura del divisore, entri 4 volte in 136, locchè accadendo benissimo, noteremo il 4 nel quoto, avvanzando 100; e seguendo coll'istesso metodo l'operazione, siamo nella necessità di aggiugnere all'avvanzo un zero per la solita riduzione de' ducati a carlini, e ne avremo 1000; ora il 109 in 1000 entra benissimo 9 volte; così noteremo il 9 nel

luogo del quoto, ed avvanza 19, al quale aggiugneremo lo zero per la solita riduzione di carlini a grana, onde avremo 190; ora il 109 in 190 entra una volta; l' 1 dunque noteremo nel quoto, ed avremo 81 grana di avvanzo, e questo 81 moltiplicato per 12, avremo ridotte le grana a cavalli, cioè 972; ma il 109 in 972 entra 8 volte, ed avvanzano 100, noteremo dunque l' 8, o sieno $^2/_3$ nel quoto, e non faremo conto del 100, come quello, in cui non entra il divisore 109. Il prezzo dunque di una canna sarà di ducati 4, grana 91, e cavalli 8, o sieno $^2/_3$ del grano.

Nella moltiplicazione abbiamo insegnato che qualunque rotto si possa prendere in parte. Or la pruova da noi, data sarebbe di moltiplicare il divisore 109 pel quoto, ed aggiugnendo il residuo, avremo il dividendo 536; ma la pruova, che in questo caso sembra la più naturale, e sicura è quella, che insegna sapere, se le date canne 13, e 5 palmi importino i dati ducati 67 alla ragione di ducati 4, e grana 91 $^2/_3$ la canna. Onde fattane l' intiera operazione, ed aggiunto il residuo, che esprimendo 100 ottave parti di cavalli, equivale a 12 cavalli, e mezzo, avremo il prezzo di tutte le canne 13, e 5 palmi, che sarà di ducati 67, come potrà conoscersi col porsi in pratica la detta pruova.

Or per conoscere quanto esprima il residuo in quella divisione, in cui è stato necessario moltiplicare il dividendo pel denominatore di un rotto qualunque, si osserverà quante unità contenga questo denominatore, e tante parti dell' in-

tiero conterrà il residuo, come nel nostro esempio, perchè il denominatore, che ha moltiplicato il dividendo è stato 8, perciò del residuo 100 si prenderà l'ottava parte, che equivale a 12 cavalli, e mezzo.

Se nella divisione s'incontrino più rotti nel divisore, bisognerà riflettere, qual denominatore de' rotti debba trasportarsi nel dividendo. Fingiamo dunque, che si domandasse il prezzo di un dato rotto, ch'è nel divisore; in tal caso il denominatore di questo dato rotto, di cui si desidera sapere il prezzo non si trasporta nel dividendo, ma bensì si trasportano solamente que' denominatori de' rotti, che seguono, se ve ne sieno. Imperocchè, se il dividendo si moltiplicasse pe' denominatori di tutt'i rotti, il quoto significherebbe il prezzo dell'intero, locchè non si domanda, allorchè chiedesi il prezzo di un dato rotto; moltiplicato però il dividendo pel denominatore del secondo rotto solamente, si avrà il prezzo del primo rotto, allorchè si chiede il valore del medesimo. Che se manchi il secondo rotto, mancando allora il denominatore, non vi sarebbe che trasportare, e così ci regoleremo, se il divisore abbia più di due rotti. Il seguente esempio renderà chiara questa regola, che potrà chiamarsi *regola del dividere colla domanda del valore del rotto*. Si diano once di oro 4, trappesi 23, ed acini 16, comprate ducati 75, e grana 50; e voglia sapersi quanto importi il trappeso.

Once d'oro 4 $^{23}/_{30}$ $^{16}/_{20}$ *pag. d.* 75.50 *che il trap.*

	30		20
	143	*Dividendo*	151000
	20		
			—7200
Divis.	2876		1448
			12
Grana	52 $^{1}/_{2}$ *prez. del trap.*		
			17376
		Residuo	120 *indivisib.*

Ben si vede nel dato esempio, che nel divisore abbiamo due rotti, il primo de' quali esprime trappesi, e l'altro acini. Si domanda il prezzo del trappeso. Or se si moltiplicasse il dividendo 7550 per 30 denominatore del rotto de' trappesi, e per 20 denominatore del rotto degli acini, si avrà, fatta la divisione, il valore dell'oncia intiera; locchè da noi non si cerca. Moltiplicando però il suddetto dividendo pel solo 20, denominatore degli acini, si avrà il valore del trappeso. Fatta dunque l'operazione secondo la regola sopra insegnata, cioè riducendo gl'intieri alla medesima espressione del primo rotto, vale a dire, de' trappesi, per mezzo della moltiplicazione del 30 pel 4, ed unendovi i 23 trappesi dati, si avrà 143, e questo 143 si ridurrà alla medesima espressione del secondo rotto, cioè degli acini con moltiplicarlo per 20, ed uniti i 16 acini si avrà il prodotto 2876, il quale servirà per divisore. Quindi moltiplicato il

dividendo pel solo 20, denominatore del secondo rotto, darà il prodotto 151000. Or fatta secondo il nostro metodo la divisione, si avrà il quoziente di grana 52 $^1/_2$, che sarà il prezzo del trappeso richiesto. E questo esempio basterà per agevolare la cognizione della data regola.

L'esempio posto da noi ha i rotti nel divisore: ma se avvenga, che il rotto sia nel dividendo, bisognerà in tal caso dare una regola generale, che sarà il moltiplicare pel denominatore del suddetto rotto così il dividendo, come il divisore, e dividere quindi pel prodotto del divisore il prodotto del dividendo; e così, se vi fussero più rotti. Se ne dia un esempio. Si cerchi sapere, staja 73 d'olio, pagate ducati 185 $^2/_3$, quanto costi lo stajo?

Staja d'olio 73 pag. duc. 185 $^2/_3$, *che lo stajo?*

3	
219	557
	1190
	950
Vale duc. 2.54 $^1/_3$	74
	12
	888
	Residuo 12 *indivisibile.*

Or volendo secondo la nostra regola generale eseguire l'operazione, moltiplicheremo prima il dividendo 185 per 3, ed aggiuntovi il 2, avremo 557, che sarà il prodotto da diversi.

Moltiplicheremo in seguito il divisore 73 per 3, ed avremo il prodotto 219. Fatto ciò divideremo 557 per 219, secondo la nostra regola, e conosceremo essere il quoto ducati 2, e grana 54 1/3, prezzo dello stajo richiesto.

Mettiamo per ultimo un caso, in cui avvenga, che vi sia il rotto nel divisore, e nel dividendo. Allora bisognerà moltiplicare il dividendo prima pel denominatore del suo rotto, aggiungendovi le unità, che contiene il numeratore del rotto istesso; e quindi moltiplicare il divisore pel denominatore del suo rotto aggiungendovi le unità, che contiene il numeratore dello stesso rotto; e trasportando il denominatore del rotto del dividendo nel divisore, lo moltiplicheremo per quello; ed in seguito trasportando il denominatore del rotto del divisore nel dividendo, lo moltiplicheremo per esso, e quindi si dividerà il prodotto del dividendo pel prodotto del divisore. Diamo un esempio. Per canne 73, e palmi 5 di raso si sono impiegate libre di seta 55 1/2. Si cerca sapere, quanta seta vi occorse per ciascuna canna?

Per can. 73 5/8 *libre* 55 1/2 *per* 1 *can. che?*

589 111
2 8

1178 888
12

Once 9 1/30 *per canna* 10656

Residuo 54

Or quì si moltiplichi prima il 73 per 8 denominatore del rotto del divisore, ed aggiungendovi il 5, avremo 589. Quindi il prodotto 589 si moltiplichi pel denominatore del rotto del dividendo, cioè 2, ed avremo 1178, che dovrà servirci di divisore. In seguito il 55 si moltiplichi pel 2, denominatore del rotto del dividendo, ed unendovi l' 1 avremo 111: questo prodotto 111 si moltiplicherà per 8, denominatore del rotto del divisore, ed il prodotto sarà 888; e perchè i moltiplicatori sono stati gli stessi così nel divisore, come nel dividendo, perciò saranno stati eguagliati i termini, e ridotti ad eguale ragione. Onde diviso l' 888 per 1178, si vede benissimo, che nel dividendo non entra il divisore, per cui dovremo ridurre il suddetto dividendo ad una espressione inferiore, locchè si farà moltiplicandolo per 12 nel nostro caso, ed il prodotto sarà 10656, che diviso per 1178, darà il quoto di once 9, e'l residuo 54, il quale se si voglia ridurre alla sua specie inferiore si moltiplicherà per 30, ed il prodotto 1620 diviso pel 1178 si avrà il quoto esprimente un trappeso non facendosi conto dell' avvanzo per essere piccolo oggetto, onde ogni canna di detto raso è composta di once 9, e $^1/_{30}$.

Mille altri esempj a questo simili, o pressocchè simili potranno per esercizio prodursi dal diligente operatore per rendere maggiormente chiara questa operazione, la qual'è la più difficile.

Molte operazioni per mezzo della divisione possono mandarsi ad effetto senza difficoltà; una delle quali quì trascriveremo per esercizio. Sia

data una quantità determinata di acini, come 328787. Si desideri sapere, quante libre compongano. Potrà eseguirsi questa operazione con determinare la quantità degli acini contenuti in una libra, che sono 7200, e quindi presa questa quantità 7200 per divisore, osservare quante volte entri nella data quantità di acini 328787, che si prendono per dividendo. Ma perchè in questa operazione può rimaner un residuo, che bisogna conoscere, quante once esprima, quanti trappesi, e quanti acini finalmente rimangano da tali riduzioni, le quali nozioni si dovranno avere per mezzo della divisione del residuo pei denominatori degli acini, de' trappesi, e delle once; perciò senza moltiplicare divisioni, divideremo prima la data quantità di acini pel denominatore degli acini stessi, cioè per 20, e 'l quoto si dividerà pel denominatore de' trappesi, cioè 30; e finalmente questo secondo quoto si dividerà pel 12, denominatore delle once; e 'l quoto di questa ultima divisione darà quelle libre, che formano gli acini 328787 oltre dei rotti. Ecco descritta l' operazione dell' esempio.

Acini 32878,7 *quante libre formano?*

2,0	1643,9 7/20
3,0	547 29/30
12	
	Fan. lib. 45 7/12 29/30 7/20

Facciasi dunque praticamente la suddetta

operazione; cioè dividansi gli acini 328787 per 20; la quale divisione potrà farsi col troncare il zero, del divisore, ed una figura del dividendo, e 'l quoto sarà di trappesi 16439, e 7 acini. Or questi trappesi 16439 si dividano pel 30, loro denominatore, e 'l quoto sarà di once 547, e 29 trappesi; e finalmente queste once 547, si dividano per 12, loro denominatore, e 'l quoto sarà di libre 45, ed once 7, al quale uniti i due residui di sopra, cioè 29 trappesi, ed i 7 acini, avremo libre 45 once 7, trappesi 29, ed acini 7, che formano la data quantità di acini 328787. A pruovare questa operazione basterà moltiplicare prima per 12 il 45, e aggiugnervi il 7; quindi moltiplicare per 30 il prodotto di questa prima moltiplicazione, ed aggiugnervi il 29; e finalmente moltiplicare il prodotto di questa seconda moltiplicazione per 20, ed aggiugnervi il 7; se il prodotto saranno i dati acini 328787, l'operazione sarà stata bene seguita altrimenti vi sarà incorso errore.

Altre operazioni sogliono quì apporsi dagli Aritmetici pratici, affin di esercitare i giovani sulle già insegnate operazioni, le quali trascriveremo per far cosa giovevole alla gioventù, in grazia, di cui si danno da noi queste istituzioni, e per facilitarne, l'esercizio ne proporremo la pratica.

APPENDICE

Di alcuni casi da risolversi per le operazioni Aritmetiche finora insegnate, e prima per la Somma.

Si domandi primieramente, se sottraendosi 2457 da un numero, ne restasse 3718, qual mai sarebbe questo numero?

Si sommerà 2457 col 3718, e si avrà 6175. Dunque 6175 sarà quel numero, da cui sottratto il 2457 rimane 3718.

Per la Sottrazione.

Si cerchi in secondo luogo, qual numero debba aggiugnersi al 2457, acciocchè la somma esprima 6175? Si sottragga dal 6175 il 2457, e'l residuo 3718 sarà il numero da aggiugnersi.

Per la Moltiplicazione.

Se si cerchi in terzo luogo sapere, qual numero si abbia da dividere per 37, acciocchè il quoto sia 28, si moltiplichi il 37 per 28, e'l prodotto sarà 1036. Sicchè il 1036 sarà quel numero, che diviso per 37, darà per quoto 28.

E per maggiormente facilitare l'esecuzione di altre dimande su questo proposito, aggiugneremo quì un'altro esempio, che del primo è alquanto

alquanto più intrigato; come, se si cerchino due numeri, di cui il maggiore diviso pel minore, il quoziente sia 45. Per risolvere tal quesito si dee moltiplicare il detto 45 per qualsivoglia numero, che si vuole, e 'l prodotto di questa moltiplicazione sarà il numero da dividersi, e 'l divisore sarà quel numero, per cui si è moltiplicato il sudetto 45, come, se si moltiplichi per 27, il prodotto sarebbe 1215, quale diviso pel 27, il quoziente sarà il detto 45. Dunque 27, e 1215 saranno i due numeri, il maggiore de' quali, cioè 1215 diviso pel minore cioè 27, darà per quoto 45.

Per la Divisione.

In seguito, se si domandi, per qual numero debba moltiplicarsi 120, acciocchè il prodotto sia 2160, si divida 2160 per 120, e 'l quoto sarà 18; per questo dunque dovrà moltiplicarsi il 120, acciocchè dia per prodotto 2160.

Ed aggiugnendovi, secondo il nostro metodo, altri esempj alquanto più intrigati, proponiamo primieramente sapere, per qual numero è stato diviso 703, onde sia nato il quoziente 19. Per risolvere questo quesito, faremo uso della divisione. Imperocchè, se divideremo 703 pel 19, avremo il quoziente 37, che sarà appunto il divisore ricercato. Difatti dividendo il 703 per 37, avremo per quoziente il detto 19.

Inoltre si domandi, che si trovino due numeri in guisacchè l' uno moltiplicato per l' altro il prodotto sia 420. Anche la divisione pratiche-

remo per isciogliere tale domanda. Divideremo dunque il dato numero 420 per qualsivoglia altro numero; come per esempio, lo divideremo per 15. Questo 15, e'l quoziente, che sarà 28, saranno i due numeri richiesti, li quali, se si moltiplicheranno l'uno per l'altro, si avrà per prodotto il sudetto numero 420.

E ciò potrà bastare per la cognizione necessaria a poter usare con facilità, e con metodo le quattro principali regole dell'Aritmetica.

CAPITOLO XVI.

De' Fratti, o Rotti.

Dopo aver parlato delle quattro prime operazioni Aritmetiche, e dopo averle considerate in tutti i loro rapporti per l'applicazione della pratica, resta a riflettere sulle parti dell'unità, quante volte si concepisca divisa in parti uguali. Coteste parti dunque dell'unità sono quelle, delle quali ci proponiamo a trattare in questo Capitolo, e che chiamiamo *Fratti, o Rotti*. Noi adunque definiremo il rotto essere una, o più parti di un intiero diviso in parti uguali. Come, se io voglia considerare il tutto diviso in tre parti eguali, e di queste ne voglia prendere due, dirò due terze parti del tutto, ovvero due parti delle tre eguali, in cui il tutto ho concepito diviso.

E perchè dobbiamo in quest'azione aver

presenti più quantità, vale a dire, le tre parti, in cui si è diviso il tutto, e le due parti, che si prendano dalle tre; perciò l'esprimeremo con due figure tramezzate da una linea, una delle quali esprimerà la quantità, che si prende dalle parti dell'unità divisa, e questa si noterà sopra la linea; l'altra significherà le parti determinate, in cui il tutto è diviso, e questa si scriverà sotto la linea. Or perchè la quantità, da noi scritta sopra la linea, numera quante parti si sono prese dal tutto diviso in parti, si chiama *Numeratore*; perciò il numero scritto sotto la linea designando le parti, in cui si è diviso il tutto si dirà *Denominatore*. Ogni frazione adunque costa di due numeri, cioè del denominatore, e del numeratore, fra i quali scrivesi sempre una linea.

Nè sarà fuor di proposito l'assegnar quì alcune regole principali per facilitare a' principianti la cognizione de' rotti.

I. In ogni frazione, moltiplicando, o dividendo tanto il numeratore, quanto il denominatore di essa per la stessa quantità ne risulta sempre una uguale al valore della prima data.

II. Se cresce di quantità in una frazione solamente il numeratore, allora il rotto cresce ancora in valore; se poi cresca soltanto il denominatore, il rotto perderà valore.

III. Semprecchè la quantità del numeratore sia eguale alla quantità del denominatore, allora la frazione sarà eguale ad un'intiero.

IV. Se avvenga però, che il numeratore

sia maggiore del suo denominatore; allora la frazione conterrà più dell'intiero, e di quante unità il numeratore supera il denominatore, tante ve ne saranno più dell'intero.

V. Se in più frazioni di diversa specie si trovi che tra i numeratori, e denominatori di esse vi passi la stessa ragione, saranno le medesime di egual valore.

VI. Se si diano più frazioni, e di esse voglia intendersi qual sia la maggiore, e quale la minore, si moltiplichino vicendevolmente il numeratore dell'una frazione, col denominatore dell'altra, e quella, che darà maggior prodotto sarà la maggiore.

E quì deve avvertirsi, che siccome l'unità divisa in parti eguali dà il rotto, o sia la frazione; così il rotto medesimo dell'unità, diviso anch'egli in parti eguali darà la frazione della frazione. Come se si divida $^1/_2$ (cioè una metà) in tre parti eguali, e di queste si prendano due parti, avremo due terze parti di una metà, e questi rotti si esprimeranno così $^2/_3$ di $^1/_2$.

L'operazione di ridurre frazioni di frazioni ad una semplice frazione potrà agevolmente eseguirsi, se noi moltiplicheremo tra loro sì i numeratori delle date frazioni, come i denominatori; perchè allora i due prodotti formeranno l'espressione di una terza frazione, che sarà la richiesta; e questa operazione chiamasi dagli Aritmetici pratici. *Infilzare i Rotti.*

Come nel dato esempio moltiplicando 2 per 1, e 3 per 2, il prodotto de'numeratori sarà 2,

e quello de' denominatori sarà 6, segneremo dunque la frazione $^2/_6$, e questa corrisponderà al valore delle due già date.

Per saper ridurre qualunque frazione a minimi termini, è necessario sapere prima, come trovasi la massima comune misura tra due date frazioni. Noi intendiamo per massima comune misura quel numero maggiore, che entri esattamente in due altri numeri, ed esattamente li misuri. Questo si ottiene con dividere dei due dati numeri il maggiore pel minore, e senza aver ragione al quoto, notare il residuo, e quindi per questo residuo dividere il numero minore, notando ancora l'avvanzo, e finalmente dividere l'avvanzo maggiore pel minore, finchè o riducasi a non potersi seguire più l'operazione, perchè esattamente eseguita la divisione, e sarà il quoto comune misura, o resta in fine della divisione un residuo uguale all'unità, ed allora que' numeri diconsi primi tra loro, ch'è quanto a dire, sono quantità commensurabili dalla sola unità. Come per esempio, si cerchi la massima comune misura del rotto $^{25}/_{210}$. Si divida pel 25, numero minore, il numero maggiore 210, e senza tener conto del quoto si noti l'avvanzo 10. Quindi si divida il 25 numero minore per l'avvanzo 10, e similmente senza tener conto del quoto si noti l'avvanzo 5: finalmente si divida per l'avvanzo minore 5 l'avvanzo maggiore 10; e perchè non vi è avvanzo il 5, quoto dell'ultima divisione, si considererà, come massima comune misura. Per ridurre dunque qualunque frazione a minimi termini, si

trovi la massima comune misura sì del denominatore, come del numeratore della frazione, e per essa dividasi sì il denominatore, come il numeratore; i quoti di questa divisione formeranno i minimi termini della frazione. Così nel dato esempio, essendo la frazione $^{25}/_{210}$, che voglia ridursi a minimi termini, e trovata la comune misura, cioè 5; per questo 5 si divida il 210, e'l quoto 42 sarà il denominatore della frazione ridotta; similmente si divida pel 5 istesso il 25, ed il quoto 5 sarà il numeratore della data frazione; onde la frazione data $^{25}/_{210}$, ridotta a minimi termini, darà $^{5}/_{42}$.

Dopo avere partitamente premesse quelle notizie, che abbiamo stimato necessarie per l'intelligenza de' numeri rotti, veniamo alle operazioni, ed incominciamo da quella del *Sommare*.

Il *Sommare* i rotti è ridurre più rotti, o della stessa, o di diversa specie ad un sol rotto, che eguaglia il valore di tutti i dati. Perchè dunque i rotti possono essere di diversa, e della stessa specie, perciò è necessario assegnare il metodo per sommare prima i rotti della stessa specie, e quindi i rotti di diversa specie. Noi chiamiamo rotti della stessa specie quelli, che hanno lo stesso denominatore, come $^{2}/_{9}$, $^{3}/_{9}$, $^{4}/_{9}$, $^{5}/_{9}$, cioè due noni, tre noni, quattro noni, cinque noni. Allorchè dovranno dunque sommarsi più rotti della stessa specie, bisogna unire insieme i numeratori, ed osservare, se il risultato ecceda, o nò il denominatore; se non lo eccede, si noterà questo risultato nel luogo del numeratore, ed un denominatore sotto; se poi

il risultato sarà eguale al denominatore è chiaro che la somma delle frazioni sarà eguale ad un' intiero. E finalmente, se il risultato sudetto supererà il denominatore, si dovrà riflettere al numero delle unità, per le quali il numeratore supera il denominatore, e nella frazione notar questo numero nel luogo del numeratore, scrivendovi sotto il denominatore, con portare tanti intieri per quante volte il numeratore uguaglia il denominatore, perchè è chiaro, che la quantità eguale al denominatore si considera eguale ad un intiero. Sia il primo esempio $^3/_8$, $^4/_8$. Queste due frazioni, che esprimono tre ottavi, e quattro ottavi hanno lo stesso denominatore, cioè 8, e per conseguenza sono della stessa specie. Sommando dunque il numeratore 3 col numeratore 4, avremo 7; il 7 dunque noteremo nel luogo del numeratore, e sotto si scriverà l' 8 pel denominatore, ed avremo sommate le due date quantità di frazioni. Or poicchè il 7, risultato della somma, non è nè uguale, nè maggiore del denominatore, perciò sarà la frazione della somma de' dati rotti di prima specie. Sia il secondo esempio $^5/_9$, $^3/_9$, $^1/_9$, cioè cinque noni, tre noni, ed un nono, perchè le dette frazioni hanno l' istesso denominatore, perciò saranno, come sopra, della stessa specie; onde sommati i numeratori tra loro, cioè 5, 3, e 1, avremo 9; e poichè il 9 risultato della somma, è uguale al denominatore della data frazione, perciò la somma sarà un intiero. Sia finalmente il terzo esempio $^3/_7$, $^2/_7$, $^4/_7$. Sommati i numeratori tra loro, il risultato sarà 9, ma il 9 supera

il 7 per 2 unità. Dunque il 2 si noterà nel luogo del numeratore, ed il denominatore 7 al suo luogo. Sicchè le frazioni date eguagliano un' intiero, e $^2/_7$, cioè due settime parti dell' intero.

Or se i rotti fossero di diversa specie, bisognerà ridurli alla medesima specie. Locchè si farà in qualunque operazione, in cui ciò accada. E quì cade in acconcio dare il metodo per ridurre i rotti di diversa specie, cioè quelli, che hanno diverso denominatore, all' istesso denominatore. Sogliono gli Aritmetici, per venire a fine di questa operazione, moltiplicare i denominatori fra loro, e quindi moltiplicano il numeratore di un rotto pel denominatore dell' altro; ed il denominatore dell' altro pel numeratore dell' uno, ed hanno i numeratori, ed il comune denominatore: sia l' esempio $^2/_5$ X $^3/_6$. Questi rotti sono

$$^{12}/_{30} \quad ^{15}/_{30}$$

di diversa specie. Moltiplicati tra loro i denominatori 5, e 6, daranno il prodotto 30, e questo sarà il comune denominatore. Quindi si moltiplicherà il 2, numeratore del primo rotto, per 6, denominatore del secondo rotto, ed il prodotto 12 servirà di numeratore al primo rotto della riduzione; il quale si scriverà sotto il $^2/_5$, e finalmente si moltiplicherà il 3, numeratore del secondo rotto, per 5, denominatore del primo rotto, ed il prodotto 15 sarà il numeratore del secondo rotto, che scriveremo sotto il $^3/_6$. Perlocchè le date frazioni di diversa specie $^2/_5$ $^3/_6$ saranno ridotte alla stessa specie di $^{12}/_{30}$,

e $^{15}/_{30}$. Or ciò fatto riuscirà agevole sommarli, seguendo la regola da noi sopra insegnata.

Se poi avvenga, che si dovessero sommare più di due rotti dati, bisognerà tenere la seguente regola, vale a dire, si moltiplicheranno tra di loro i denominatori dei dati rotti, ed il prodotto sarà il comune denominatore. Or per trovare il numeratore di ciascun rotto, si dividerà questo comune denominatore pel denominatore del rotto, di cui vuol sapersi il numeratore, ed il quoto, che nascerà da questa divisione, si moltiplicherà pel numeratore dello stesso rotto, ed il prodotto di questa moltiplicazione sarà il numeratore richiesto. Dell' istessa maniera si ritroverà il numeratore di qualunque altro rotto, come se si vogliano sommare rotti di diversa specie, cioè:

$$\frac{^{2}/_{5}}{^{32}/_{80}} \times \frac{^{3}/_{8}}{^{30}/_{80}} \times \frac{^{1}/_{2}}{^{40}/_{80}} \quad \textit{Comune Denominatore } 80.$$

Moltiplicando dunque 5 per 8 avremo 40, e questo 40 per 2 avremo 80, il quale sarà il comune denominatore delle date frazioni. Per trovare in seguito il numeratore della prima frazione, divideremo l'80, comune denominatore, pel 5, denominatore della prima frazione, ed il quoto sarà 16, il quale si moltiplicherà pel 2 numeratore della stessa prima frazione, ed il prodotto 32 sarà il numeratore della data prima frazione.

Col metodo istesso troveremo essere il nu-

meratore della seconda data frazione 30, ed il numeratore della terza frazione essere 40, ridotti così i rotti dati alla medesima specie, riuscirà facile il sommarli secondo la data regola.

Siccome i rotti possono sommarsi fra loro, così possono anche sottrarsi. In questa operazione bisogna avvertire, se il rotto da sottrarsi sia minore, o eguale al rotto, da cui si sottrae. Se sarà minore, basterà dal numero maggiore sottrarre il numero minore, e notare il residuo ancora secondo l' espressione de' rotti: intendendosi quì de' rotti della stessa specie. Se sarà poi il sottraendo eguale al rotto, da cui si sottrae; si vedrà essere zero il residuo. Sia il primo esempio. Volendosi sottrarre $^3/_9$ da $^5/_9$. Si sottrarrà il 3 dal 5, e si noterà il residuo, qual'è 2. E perchè questi dati rotti hanno lo stesso denominatore 9, perciò saranno della medesima specie, e conseguentemente notando colla espressione del rotto il residuo $^2/_9$, avremo fatta l' operazione. Sia il secondo esempio. Voglia sottrarsi $^4/_6$ da $^4/_6$. Perchè in questo caso il numeratore dell' uno è eguale al numeratore dell' altro, il residuo sarà zero.

Se i rotti da sottrarsi fossero di diversa specie, bisognerà ridurli alla stessa specie, cioè allo stesso denominatore, secondo la regola da noi insegnata nel sommare; e ridotti quindi a rotti della stessa specie seguiremo l' operazione, secondo i nostri precetti poco avanti notati.

Un altro caso può accadere nella sottrazione de' rotti, e questo succede allorchè da uno qualunque intiero si voglia sottrarre un dato

rotto. Per eseguire perfettamente l'operazione, in questo caso è necessario sapere, come gl' intieri si riducono a rotti. Questa operazione si fa moltiplicando l'intiero pel denominatore di quel rotto, a cui vogliasi l'intiero ridurre.

Ciò dunque inteso bene; se occorrerà sottrarre da qualunque intiero un rotto dato, basterà moltiplicare pel denominatore del rotto l'intiero, ed il prodotto notarlo per numeratore, sotto di esso scrivendo il detto denominatore; e ridotto così l'intiero alla stessa espressione del rotto dato, seguiremo la sottrazione, secondo la regola da noi già insegnata. Sia l'esempio. Dagl' intieri 12 voglia sottrarsi il rotto $^{8}/_{9}$. Si moltiplichi il 12 pel 9, ed il prodotto 108 si scriva col denominatore 9 sotto; e quindi fatta la sottrazione da $^{108}/_{9}$ di $^{8}/_{9}$, sarà l'avvanzo $^{100}/_{9}$. Per sapere poi quanti intieri facciano $^{100}/_{9}$ è necessario si abbia la cognizione di ridurre i rotti ad interi. Questo si farà col dividere il numeratore della data frazione pel suo denominatore, ed il quoziente esprimerà i numeri intieri, che si conterranno in quella data frazione; che se avvanzeranno altri numeri oltre il quoziente, questi si considereranno, come residui. Così nel dato esempio dividendo 100 pel 9, il quoto sarà 11 $^{1}/_{9}$; dunque $^{100}/_{9}$ saranno undici intieri, ed un nono.

L'ultimo finalmente de' casi, che stimiamo quì accennare per esatta cognizione della sottrazione de' rotti è quello, in cui avvenga doversi sottrarre da un rotto più rotti dati. Al-

lora se i rotti sottraendi siano della medesima specie, basterà sommarli, e'l risultato sottrarlo dal dato rotto, ridotto alla medesima espressione del sottraendo. Se saranno poi di diversa specie, prima si ridurranno alla medesima specie, e quindi si seguirà la stessa operazione.

Dobbiamo in terzo luogo discorrere della moltiplicazione de' rotti. Questa operazione non merita troppo applicazione, perchè a facilmente eseguirla basterà moltiplicare il numeratore dell' una frazione pel numeratore dell' altra, ed il simile fare de' rispettivi denominatori. Come, se debbansi moltiplicare $^3/_4$ per $^2/_5$, si moltiplichino tra loro i numeratori 3 per 2, ed il prodotto 6 si segni per numeratore della frazione, e quindi moltiplicato il 4 per 5, avremo 20, e questo sarà il denominatore della frazione medesima; onde il prodotto di $^3/_4$ per $^2/_5$, sarà $^6/_{20}$.

Se accada però, che si debbano moltiplicare gl' intieri per rotti, compiremo agevolmente l' operazione, riducendo (secondo il metodo da noi insegnato di sopra) gl' intieri a rotti; servendoci in seguito, per la moltiplicazione, delle nostre regole date.

Inoltre, se avviene che un' intiero, ed un rotto si debba moltiplicare per un rotto solo, allora si ridurrà l' intiero alla medesima espressione del suo rotto, e si eseguirà l' operazione, secondo le date regole.

Finalmente, se avviene, che così nel moltiplicatore, come nel moltiplicando vi siano in-

tieri, e rotti, ridotti gl' intieri alla espressione istessa dei rispettivi rotti, useremo le date regole per mandare affine l'operazione.

Rimane a parlare in ultimo luogo dell' ultima operazione de' rotti, ch' è quella della divisione.

Questa regola insegna a dividere un rotto dato, per altro rotto dato. L' operazione si eseguirà col mutare di luogo il numeratore, ed il denominatore della frazione, che fa le veci del divisore. Questa immutazione si esegue con passare il numeratore al luogo del denominatore, cioè sotto la righetta; ed il denominatore al luogo del numeratore, cioè sopra la righetta; e quindi ci serviremo della operazione medesima, di cui serviti ci siamo nella moltiplicazione, ed avremo così il quoto. Diamo un' esempio. Sia da dividersi la frazione $^5/_6$ per $^8/_9$. Il divisore $^8/_9$ si muti nel luogo del suo denominatore, e del suo numeratore; vale a dire il denominatore 9 si scriva sopra la righetta nel luogo del numeratore 8, e 'l numeratore 8 si scriva sotto la righetta nel luogo del denominatore 9, e sarà $9/8$; quindi moltiplicando il 5 numeratore della frazione dividenda pel 9 numeratore dell' altra frazione, ridotta già a questa espressione, avremo 45, e moltiplicando 6 per 8, avremo 48; onde il prodotto sarà $^{45}/_{48}$, che sarà il quoziente richiesto.

Se accada però, che un' intiero debbasi dividere per un rotto, basterà moltiplicare pel denominatore del rotto il dato intiero, come se il 6 si abbia a dividere per $^1/_2$, si molti-

plicherà per 2, denominatore della data frazione, l' intero 6, e darà $^{12}/_{2}$, che sarà il quoto richiesto.

Se avvenga, che un' intiero unitamente ad un rotto debba dividersi per un rotto, allora ridotto l' intero alla espressione medesima del rotto, e tenendo presenti le nostre regole, si eseguirà nel modo stesso l' operazione; come per esempio, se si debbano dividere 12 intieri, e $^{1}/_{3}$ per $^{3}/_{4}$, si ridurrà il 12, e $^{1}/_{3}$ alla espressione di terzi, ch' è quella del suo rotto, e moltiplicando il 12 per 3, avremo 36, al quale aggiunto l' 1, farà $^{37}/_{3}$, questo si divida pel $^{3}/_{4}$; ed immutando i termini del divisore, avremo $^{4}/_{3}$; quindi moltiplicando 37 per 4 avremo 148, che sarà il numeratore della frazione del quoto, e moltiplicando altresì 3 per 3, avremo 9, che sarà il denominatore della frazione data; onde l' intiera espressione del quoto sarà $^{148}/_{9}$.

Più casi possono occorrere nella divisione de' rotti: il primo de' quali sarebbe, se dovessero dividersi intieri, e rotti per intieri, e rotti. In simile occasione si ridurranno i rispettivi intieri alla medesima espressione de' loro rotti, come per esempio, si debba dividere 20 $^{3}/_{4}$ per 7 $^{1}/_{3}$; si riducano gl' intieri a rotti, ed avremo $^{83}/_{4}$, e $^{22}/_{3}$, e facendosi l' immutazione dei numeri del divisore si avrà $^{3}/_{22}$. Fatta quindi l' operazione secondo l' insegnata regola il quoto sarà $^{249}/_{88}$.

Altri casi, che possono accadere si renderanno facili a coloro, che avranno bene appresi i nostri precetti.

Per la pruova di queste rispettive operazioni, terremo l'istesso metodo, che abbiamo tenuto per gl' intieri, cioè proveremo la somma colla sottrazione, e la sottrazione colla somma, la divisione colla moltiplicazione, e la moltiplicazione colla divisione.

FINE DELLA PARTE PRIMA.