TRATTATO

D' ASTRONOMIA.

TRATTATO
D' ASTRONOMIA
DI
VITO CARAVELLI.

TOMO III.

IN NAPOLI

Nella Stamperia de' Raimondi
Con licenza de' Superiori
MDCCLXXXIV.

INDICE

De' Capi contenuti in questo Tomo.

LIBRO III.

De' principali sistemi del Mondo, e di quanto ha ad essi immediato rapporto.

L I.

LIBRO IV.

Delle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarj.

TRATTATO D'ASTRONOMIA.

LIBRO III.

De' principali sistemi del Mondo, e di quanto ha ad essi immediato rapporto.

DEFINIZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

1. SI dice *orbita* d' un pianeta, o d' una cometa la curva intera, per cui il centro del pianeta, o della cometa va scorrendo in ogni rivoluzione periodica.

AVVERTIMENTO.

2. Delle orbite in luoghi opportuni se ne dirà la vera forma, e se ne determineranno le situazioni. Sta bene qui avvertire che l'orbita del Sole, o per meglio dire della terra è nel piano dell' eclittica; essendo l' eclittica quel cerchio appunto, per la cui periferia apparisce scorrere il centro del Sole in ogni anno; e che tutte le altre orbite intersecano l' eclittica, sebbene con angoli alquanto diversi, e in siti diversi, secondo si determinerà ne' luoghi convenienti.

DEFINIZIONE II.

3. Di qualunque orbita, che interseca l' eclittica, si dicono *nodi* i due punti, ne' quali incontra il piano dell' eclittica; *limiti* i due punti, ognuno ugualmente distante dagli nodi; *linea de' nodi* la comune sezione del piano dell' orbita col piano dell' eclittica, o sia la retta, che congiugne i due nodi; e finalmente *luoghi de' nodi* i due punti della periferia dell' eclittica, che incontra la linea de' nodi prolungata.

DEFINIZIONE III.

4. De' nodi d' un' orbita si chiama *nodo ascendente* quello, da cui incomincia il corpo

po celeste nella sua rivoluzione periodica a scorrere la parte della sua orbita esistente nell'emisfero settentrionale per rispetto dell' eclittica; e *nodo discendente* l' altro, da cui incomincia l' istesso corpo a scorrere l' altra parte dell' orbita esistente per rispetto pure dell' eclittica nell' emisfero australe. Similmente de' limiti d' un' orbita si dice *limite settentrionale* quello, ch' è nella parte dell' orbita esistente per rispetto dell' eclittica nell' emisfero settentrionale; e *limite australe* l' altro, ch' è nella parte dell'orbita esistente pure per rispetto dell' eclittica nell' emisfero australe.

AVVERTIMENTO.

5. Gli Astronomi contrassegnano il nodo ascendente col segno ☊, e'l nodo discendente coll'altro segno ☋.

DEFINIZIONE IV.

6. Se un corpo celeste in progredire col suo moto proprio per la sua orbita apparisce ora avanzarsi secondo l' ordine de' segni, ora ritrocedere, e ora starsi per qualche tempo come immobile, senz' apparire nè procedere innanzi, nè ritrocedere; si dice tale corpo celeste essere *diretto* nel primo caso, *retrogrado* nel secondo, e *stazionario* nel terzo.

AVVERTIMENTO.

7. Qui appresso si dirà che il Sole, e la Luna appariscono sempre diretti, e che gli altri pianeti si veggono ora diretti, ora stazionarj, e ora retrogradi. Si dirà altresì dove accadono sì fatte apparenze ne' detti corpi; ed in seguito si dirà come accadono.

DEFINIZIONE V.

8. Due corpi celesti si dicono essere in *congiunzione*, se appariscono corrispondere all' istesso punto di cielo, o a punti dell' istessa longitudine, e di latitudini di poca differenza.

COROLLARIO.

9. Quindi due corpi celesti nel giorno, in cui sono in congiunzione, debbono insieme nascere, e insieme tramontare, o nascere, e tramontare con picciola differenza.

DEFINIZIONE VI.

10. Qui appresso si dirà che tutt' i pianeti s' osservano da tempo in tempo in congiunzione col Sole. Di sì fatte congiunzioni chiamiamo *congiunzione inferiore* quella, che accade, trovandosi il pianeta tra 'l Sole,

e la terra; e *congiunzione superiore* quella, che succede, trovandosi il pianeta per rispetto della terra al di là dal Sole.

COROLLARIO I.

11. Venendo ogni pianeta dal Sole illuminato, ed avendo conseguentemente sempre illuminata la parte rivolta al Sole, e la parte rimanente oscura: è facile a intendere che un pianeta ha alla terra rivolta tutta la parte illuminata nella congiunzione superiore col Sole, e tutta la parte oscura nella congiunzione inferiore.

AVVERTIMENTO I.

12. Si noti che ogni pianeta per certo intervallo di tempo prima, e dopo la sua congiunzione col Sole si rende invisibile, nascendo allora, e tramontando col Sole, o con picciola differenza; vale a dire quando il lume forte del giorno non permette poter discernere la sua luce debile. Si noti altresì che se un pianeta prima della congiunzione col Sole si vede di mattina all' oriente prima di spuntare il Sole, dopo la congiunzione si vede ricomparire di sera all' occidente dopo tramontato il Sole, e all' opposto. E finalmente si noti che il tempo, che scorre dallo sparire d' un pianeta prima della congiunzione fino al ricom-

parire dopo, è diverso, secondo i diversi pianeti.

COROLLARIO II.

13. Essendo rivolta alla terra tutta la parte oscura d'un pianeta, qualora è nella congiunzione inferiore col Sole, e tutta la parte illuminata, qualora è nella congiunzione superiore: è facile pure a intendere che quando un pianeta incomincia a ricomparire dopo la congiunzione, deve ricomparire con picciola parte illuminata del suo disco, se è stato nella congiunzione inferiore, e con quasi l' intero disco illuminato, se è stato nella congiunzione superiore. Ed ecco in che modo si può conoscere, se la congiunzione avuta da un pianeta col Sole è stata l'inferiore, o la superiore.

AVVERTIMENTO II.

14. Si noti anche che in alcune congiunzioni inferiori col Sole di que' pianeti, che hanno col Sole tali congiunzioni, la retta procedente dal centro della terra al centro del pianeta corrisponde a qualche punto del disco solare. In tale caso s' osserva passare il pianeta per avanti il Sole da tutti gli abitanti della terra, per rispetto de' quali tale passaggio succede non di notte, ma di giorno; e s'osserva scorrere pel disco solare una

una macchia nera, che non è, se non un' apparenza derivante dall' essere la vista priva di vedere, per l' interposizione del pianeta, la corrispondente parte del Sole.

AVVERTIMENTO III.

15. Si noti finalmente che tre pianeti hanno congiunzioni inferiori col Sole, come si dirà in seguito, la Luna, Mercurio, e Venere. Quando la macchia nera, che s' osserva passare pel disco solare, viene prodotta dalla Luna, si dice allora tale fenomeno impropriamente *ecliße del Sole*; essendo realmente ecliße della terra: quando poi è prodotta da Mercurio, o da Venere; in tale caso si dice semplicemente *passaggio di Mercurio, o di Venere pel disco solare*.

DEFINIZIONE VII.

16. Due corpi celesti si dicono *in opposizione*, se appariscono in punti del cielo diametralmente opposti, o in punti, che differiscono di poco in latitudine, e di 180° in longitudine.

COROLLARIO I.

17. Quindi due corpi celesti nel giorno, in cui sono in opposizione, debbono insieme, o con picciola differenza uno nascere,

e l' altro tramontare. E perciò que' pianeti vengono in opposizione col Sole, che da tempo in tempo nascono, in che tramonta il Sole, o nascono con picciola differenza dal momento, in cui il Sole tramonta, e al contrario.

COROLLARIO II.

18. In oltre un pianeta, quando è in opposizione col Sole, ha il disco illuminato tutto rivolto verso la terra. Onde un pianeta, quand' è in opposizione col Sole, apparisce illuminato coll' intero suo disco.

AVVERTIMENTO.

19. Si noti che gli Astronomi contrassegnano la congiunzione di due corpi celesti col segno ☌, e l' opposizione col segno ☍.

DEFINIZIONE VIII.

20. Si dice *elongazione d' un pianeta dal Sole* l' angolo, sotto cui apparisce il pianeta distante dal Sole; si dice poi *massima elongazione d' un pianeta dal Sole* il massimo angolo, sotto cui può il pianeta apparire dal Sole distante.

OS.

OSSERVAZIONI PRELIMINARI.

OSSERVAZIONE I.

21. *Se si va spesso osservando la Luna, ora si vede cessare di apparire all' oriente di mattina, e dopo alcuni giorni incominciare a ricomparire di sera all' occidente con picciola parte del suo disco illuminata; e ora si vede nascere illuminata coll' intero disco, in che tramonta il Sole: e tali fenomeni si veggono alternativamente sempre ricorrere, senza mai vedere la Luna, dopo d' essere stata per qualche tempo invisibile, ricomparire illuminata coll' intero disco.*

COROLLARIO.

22. Quindi la Luna, girando per l' orbita sua, ora è in congiunzione inferiore col Sole, e ora in opposizione, e conseguentemente ora è tra 'l Sole, e la terra, e ora per rispetto della terra di qua dal Sole. Per la qual cosa l' orbita della Luna comprende solamente la terra, senza comprendervi il Sole.

OSSERVAZIONE II.

23. *Se spesso si va Venere osservando, ora si ve-*

si vede cessare di comparire di sera all' occidente, tramontato il Sole, e dopo più giorni incominciare a ricomparire di mattina all' oriente prima di spuntare il Sole con picciola parte del suo disco illuminata; e ora si vede cessare di comparire di mattina all' oriente prima di spuntare il Sole, e dopo più giorni incominciare a ricomparire di sera all' occidente, illuminata con quasi l' intero disco, dopo tramontato il Sole. E tali fenomeni s' osservono anche in Mercurio; e si veggono sempre alternativamente ricorrere in ambidue tali pianeti, senza vedere mai nascere uno di essi, in che tramonta il Sole, e senza vedere la massima elongazione dal Sole di Mercurio mai maggiore di 28°, e di Venere mai maggiore di gr. 47.

COROLLARIO I.

24. Quindi Mercurio, e Venere, girando per le proprie orbite, ora sono in congiunzione inferiore col Sole, e ora in congiunzione superiore, e conseguentemente ora tra la terra, e 'l Sole, e ora per rispetto della terra al di là dal Sole; nè mai sono col Sole in opposizione, e conseguentemente per rispetto del Sole di qua dalla terra. E perciò le orbite di sì fatti pianeti comprendono solamente il Sole, senza comprendervi la terra.

CO-

COROLLARIO II.

25. In oltre vedendosi giugnere la massima elongazione di Mercurio dal Sole fino a 28°, e di Venere fino a gr. 47: è facile a intendere essere l'orbita di Mercurio più prossima al Sole, e quella di Venere più rimota.

COROLLARIO III.

26. Finalmente vedendosi ciascuno de' detti pianeti ricomparire di mattina all'oriente dopo una congiunzione con picciola parte del disco illuminata, e ricomparire di sera all'occidente dopo l'altra congiunzione, illuminato con quasi l'intero disco: ne segue che tali pianeti si veggono di mattina all'oriente, da che incominciano a ricomparire dopo la congiunzione inferiore, fino a che spariscono per la congiunzione superiore; e si veggono di sera all'occidente, da che incominciano a ricomparire dopo la congiunzione superiore, fino a che spariscono per la congiunzione inferiore.

OSSERVAZIONE III.

27. *Se da tempo in tempo si va Marte osservando, ora si vede cessare di comparire di sera all'occidente, tramontato il Sole, e dopo mol-*

molti giorni ricomparire di mattina all' oriente prima di nascere il Sole coll' intero disco illuminato; e ora si vede coll' intero disco pure illuminato nascere, in che tramonta il Sole. E tali fenomeni s' osservano anche in Giove, e Saturno; e si veggono sempre alternativamente ricorrere in tutti e tre i detti pianeti, senza vederne mai ricomparire uno dopo d' essere stato per qualche tempo invisibile, che non avesse illuminato l' intero disco.

COROLLARIO.

28. Quindi Marte, Giove, e Saturno, girando per le proprie orbite, ora sono in congiunzione superiore col Sole, e ora in opposizione; e conseguentemente ora per rispetto della terra di là dal Sole, ed ora per rispetto del Sole di qua dalla terra; nè mai sono col Sole in congiunzione inferiore. Per la qual cosa le orbite di sì fatti pianeti comprendono dentro il giro di esse il Sole, e la terra.

OSSERVAZIONE IV.

29. *Si vede da tempo in tempo la Luna occultare Venere, e ogni altro pianeta, Venere occultare Marte, Marte occultare Giove, e Giove occultare Saturno, e non mai s' osserva il contrario.*

CO-

COROLLARIO.

30. Dunque è a distanza maggiore dal Sole più l' orbita di Saturno che quella di Giove, più quella di Giove che l' altra di Marte, più quella di Marte che quella di Venere; e di più l' orbita della Luna è più prossima alla terra che quella di Marte, nè si estende fino all' orbita di Venere.

AVVERTIMENTO I.

31. Si noti che dall' essere le orbite di Marte, Giove, e Saturno per rapporto del Sole al di là della terra, e le orbite di Mercurio, e di Venere di qua, n' è derivato che si denominano *pianeti superiori* i tre primi, e *pianeti inferiori* i due secondi.

AVVERTIMENTO II.

32. Si noti pure che tra i pianeti superiori è d' annoverarsi oggi il pianeta scoperto in Marzo del 1781 da Guglielmo Herschel del Bagno in Inghilterra, essendo stata la sua orbita, per le osservazioni finora fatte, conosciuta a una distanza dal Sole circa il doppio di quella di Saturno.

OS-

OSSERVAZIONE V.

33. *Se si vanno spesso determinando, come a suo luogo insegneremo, i diametri apparenti del Sole, della Luna, e di tutti gli altri pianeti; si trova ognuno di essi ora d' una grandezza, e ora d' un' altra: anzi si trova che ognuno va crescendo sino a certo limite, e poscia di nuovo si va diminuendo. Il diametro del Sole si trova oggi massimo poco dopo il solstizio d' inverno, e minimo poco dopo il solstizio di state; e da questo solstizio a quello si trova andare successivamente crescendo, e da quello a questo successivamente scemando. Quello della Luna si trova due volte andar crescendo, e due volte andar scemando in ogni sua rivoluzione periodica. Finalmente si trova sempre il diametro ne' pianeti superiori maggiore nelle opposizioni col Sole, che nelle congiunzioni, e ne' pianeti inferiori maggiore nelle congiunzioni inferiori col Sole, che nelle congiunzioni superiori.*

COROLLARIO.

34. Quindi i pianeti non serbano sempre le medesime distanze dalla terra. Il Sole n'è meno rimoto nel solstizio d' inverno, che in quello di state. I pianeti superiori ne sono meno rimoti nelle opposizioni col Sole, che nelle congiunzioni. E finalmente i pia-

pianeti inferiori ne ſono anche meno rimoti nelle congiunzioni inferiori col Sole, che nelle congiunzioni ſuperiori.

OSSERVAZIONE VI.

35. *Se giorno per giorno ſi vanno determinando le longitudini e de' pianeti ſuperiori, e de' pianeti inferiori; ſi trovano retrogradi i primi circa le oppoſizioni, e i ſecondi circa le congiunzioni inferiori; diretti tutti fuori delle retrogradazioni, e ſtazioni; e tutti ſtazionarj una volta in paſſare dalla direzione alla retrogradazione, e un' altra volta in paſſare dalla retrogradazione alla direzione.*

OSSERVAZIONE VII.

36. *Se ſi proſeguono le dette determinazioni, ſi trova da una retrogradazione all' altra ſcorrere per*

		an.	gior.
Saturno	*circa*	1 .	13
Giove		1 .	34
Marte		2 .	50
Venere		1 .	220
Mercurio		0 .	115

Di più ſi trova eſſere

Saturno

Diretto	*circa giorni*	243
Retrogrado		140
Stazionario		8,

Gio-

Giove

Diretto		284
Retrogrado	*circa giorni*	120
Stazionario		4,

Marte

Diretto		705
Retrogrado	*circa giorni*	73
Stazionario		2,

Venere

Diretta		542
Retrograda	*circa giorni*	42
Stazionaria		$1\frac{1}{2}$,

Mercurio

Diretto		93.
Retrogrado	*circa giorni*	22
Stazionario		$\frac{1}{2}$.

Finalmente l' arco della retrogradazione è per

Saturno	*tra li gr.*	6, e 7,
Giove	*di gr.*	10,
Marte	*tra li gr.*	10, e 19,
Venere	*di gr.*	16
Mercurio	*tra li gr.*	9, e 16.

ALTRE DEFINIZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

37. Chiamiamo *sistema del mondo* la positura, e l' ordine, col quale si trovano i gran

gran corpi della natura nell' universo disposti.

AVVERTIMENTO.

38. Il sistema del mondo è stato diversamente da diversi Astronomi immaginato; e ciò è derivato dall' avere supposto immobile nel centro dell' universo altri la terra, e altri il Sole. Quindi sono nati i diversi sistemi degli Astronomi.

DEFINIZIONE II.

39. Per *sistema d'un Astronomo* s' intende il sistema del mondo, secondo è stato da tale Astronomo immaginato.

AVVERTIMENTO I.

40. I sistemi più celebri degli Astronomi si riducono a tre, a quello di Tolomeo, a quello di Copernico, e a quello di Ticone. Gli Astronomi sono stati guidati al primo di sì fatti sistemi dalli sensi, al secondo dalla Natura, e al terzo dalli pregiudizj. Il sistema di Tolomeo è stato di buona parte degli antichi Astronomi. Dal tempo di Copernico non avrebbe avuto più un seguace, se un falso timore d' irreligione non avesse trattenuti alcuni a non allontanarsene. Il sistema di Copernico, deriso alla pri-

prima dal volgar pregiudizio de' sensi, colla veracità, che racchiude, è giunto a far dimenticare il tolemaico. Finalmente il sistema di Ticone ha servito per dimostrare che anche gli uomini di talento possono soggiacere all'impero de' pregiudizj.

AVVERTIMENTO II.

41. Ancorchè de' tre nominati sistemi il copernicano solamente si sia conosciuto concorde co' fenomeni della Natura: nondimeno ci piace d'esporli qui brievemente tutti e tre; affinchè del copernicano se ne possa meglio conoscere la semplicità, e l'eleganza. Perciò sia il

CAP. I.

S' espongono i tre sistemi di Tolomeo, di Copernico, e di Ticone.

Sistema di Tolomeo.

42. Vuole Tolomeo

1° Che la terra stia immobile nel centro dell'universo, e che la sfera mondana, una

una con tutt' i corpi celesti giri in $24^{or.}$ intorno l' asse del mondo, e conseguentemente intorno al centro della terra dall' oriente all' occidente:

2º Che i pianeti, oltre il moto diurno, abbiano moti proprj, co' quali il Sole, e la Luna appariscano sempre diretti, e tutti gli altri ora diretti, ora stazionarj, e ora retrogradi, e co' quali si trasferiscano per piani alquanto inclinati l' uno agli altri, e compiano le intere rivoluzioni in tempi diversi:

3º Che tutte le stelle abbiano pure un moto proprio sempre diretto, cioè dall' occidente all' oriente intorno l' asse dell' eclittica, col quale moto, senza mutare situazione tra esse, si vadano avanzando di continuo in longitudine; e che tale moto sia così lento, che per compiersi l' intera rivoluzione vi vogliano anni 36000:

4º Che ogni pianeta abbia il suo particolare orbe sferico, detto *cielo* del pianeta, al quale appartenga, e dal quale venghi trasportato dall' occidente all' oriente, perchè faccia la sua rivoluzione periodica:

5º Che tutte le stelle abbiano pure un orbe sferico detto *cielo stellato*, o *firmamento*, al quale sieno tutte affisse, e dal quale sieno incessantemente, ed equabilmente portate in giro dall' occidente all' oriente intorno l' asse dell' eclittica col detto moto lentissimo:

6º Che il cielo della Luna sia il più prossimo alla terra, e che appresso ad esso procedano successivamente il cielo di Mercurio, il cielo di Venere, il cielo del Sole, il cielo di Marte, il cielo di Giove, il cielo di Saturno, e finalmente il firmamento.

7º Finalmente che tutt' i detti cieli sieno compresi in un altro più ampio, detto il *primo mobile*, e che tale cielo roti intorno l' asse mondano in 24$^{or.}$, e rapisca seco in giro tutt' i cieli inferiori co' corpi affissi in essi.

COROLLARIO.

43. Secondo Tolomeo adunque la rotazione diurna di tutt' i corpi celesti è un moto vero di tali corpi, e non apparente; e deriva dal primo mobile, che suppone rotare in 24$^{or.}$ intorno l' asse mondano dall' oriente all' occidente, e trasferire seco in giro per l' istessa direzione tutt' i cieli inferiori, come se formassero un solo corpo, e conseguentemente tutt' i corpi celesti affissi in essi.

AVVERTIMENTO I.

44. Si noti che Tebizio arabo, e Alfonso Re di Castiglia circa il 1300, confrontando le situazioni, che avevano allora le

le stelle colle determinate da Astronomi più antichi, giudicarono non procedere le stelle sempre crescendo in longitudine, ma ora crescendo fino a certa misura, e ora per altrettanta grandezza scemando; e giudicarono altresì non essere l' inclinazione dell' eclittica all' equatore costante, ma procedere ora crescendo fino a certo limite, e ora scemando per altrettanta grandezza. Quindi vollero che il firmamento, oltre il moto diurno da oriente ad occidente, avesse due moti di librazione, uno col quale oscillasse intorno l' asse dell' eclittica per un arco di 2°. 20' in anni egiziani 1117, ora movendosi verso oriente, e ora verso occidente; e un altro, col quale oscillasse per un arco di 24' in anni egiziani 3434, ora movendosi verso settentrione, e ora verso austro. Per tale motivo supposero tra 'l firmamento, e 'l primo mobile due altri cieli, che chiamarono *cieli cristallini*; e a tali cieli attribuirono i moti atti a comunicare al firmamento le dette oscillazioni.

AVVERTIMENTO II.

45. Il moto diurno de' corpi celesti reale e non apparente, se s' accorda co' sensi, sembra alla ragione ripugnare. Di fatto se si supponga il Sole, quando apparisce nell' equatore, avere dalla terra non la distanza, ch' effettivamente ha, ma la minima, vale

a dire la distanza di semidiametri terrestri 22542, come si determinerà a suo luogo, ovvero di miglia italiane 155043876, essendo il semidiametro terrestre a un di presso di miglia 3439. Movendosi il Sole effettivamente secondo Tolomeo col moto diurno, deve in 24$^{or.}$ nel detto tempo correre almeno la periferia del cerchio, che ha per raggio la detta distanza, e conseguentemente deve correre miglia italiane 487092814; onde in 1'' deve correre un arco almeno di miglia italiane 5637. Or ciò è affatto inconcepibile; perchè è inconcepibile come un corpo così enorme, qual'è il Sole, possa in poco più d' una battuta di polso correre uno spazio così grande, quale è quello di miglia 5637; anzi uno spazio maggiore, essendo la distanza del Sole dalla terra nel detto tempo maggiore dell'adoperata nel calcolo. Più inconcepibile è lo spazio, che dovrebbe correre in 1'' Marte, qualora apparisce nell' equatore; assai più quello, che dovrebbe correre Giove; di vantaggio quello, che dovrebbe correre Saturno; ed oltremodo inconcepibile quello, che dovrebbero correre in 1'' le stelle fisse, che appariscono nell' equatore, e nelle vicinanze di esso. Quindi il moto diurno de' corpi celesti, che suppone Tolomeo essere in tali corpi un moto reale, sembra affatto ripugnare alla ragione.

AV-

AVVERTIMENTO III.

46. Ripugna anche l' esposto sistema di Tolomeo alla Fisica per più risguardi. 1. Se tutt' i cieli sono portati in giro dal primo mobile in 24$^{or.}$ dall' oriente verso l' occidente, è da credere che sieno tali cieli incastrati l' uno dentro dell' altro; e, se è così, come accade che i pianeti, trasferiti da proprj cieli, abbiano moti proprj per direzione opposta dall' occidente verso l' oriente, e moti diversi, per direzioni alquanto inclinate le une alle altre, e intorno a punti diversi, secondo si dirà appresso? e avendo tali moti, del che non è da dubitarne, come possono i detti cieli essere incastrati l' uno nell' altro, per esser tutt' insieme trasferiti dal primo mobile dall' oriente verso l' occidente in 24$^{or.}$? 2. I supposti cieli o sono fluidi, o solidi; se fluidi, come tanti moti diversi, per diverse direzioni, e intorno a punti diversi possono conservarsi costanti, senza turbarsi vicendevolmente, e senza risultarne da essi un moto solo per una sola direzione? Se sono solidi, come possono essere dalle Comete traversati, senza soffrirne ne' moti di essi disturbo alcuno? Come la Cometa del 1680 dalle regioni superiori a tutt' i pianeti potè giugnere in distanza dal Sole non più della sesta parte del diametro dell' istes-

so Sole, e indi di nuovo allontanarsene, traversando in tal modo i cieli di tutt'i pianeti? La supposizione adunque de' cieli, fluidi o solidi che s'immaginano, è sempre una supposizione alla Fisica ripugnante.

AVVERTIMENTO IV.

47. Il detto fin qui è sufficiente a far conoscere la falsità del sistema del Tolomeo; ma ciò, che si dirà in seguito, farà conoscere d'essere affatto discorde colla natura. Intanto procediamo ad esporre il

SISTEMA DI COPERNICO.

48. Vuole Copernico

1. Che il Sole stia immobilmente collocato nel centro dell'universo:

2. Che la terra sia un pianeta, che si muova intorno al Sole descrivendo in un anno nel piano dell'eclittica un'orbita secondo l'ordine de' segni, con mantenere sempre il suo asse parallelo a se stesso, e inclinato all'istessa eclittica con un angolo uguale al complimento dell'inclinazione della medesima eclittica coll'equatore:

3. Che, oltre il detto moto, si vada la terra in ogni giorno rivolgendo dall'occiden-

dente verſo l' oriente intorno al proprio aſſe, e faccia con tal ſuo moto apparire girare in $24^{or.}$ tutt' i corpi celeſti dall' oriente all' occidente.

4. Che intorno al Sole facciano le rivoluzioni periodiche dall' occidente verſo l' oriente in piani alquanto diverſi, in tempi diverſi, e a diverſe diſtanze ſucceſſivamente Mercurio, Venere, la Terra, Marte, Giove, e Saturno:

5. Che la Luna s' aggiri nello ſpazio di circa un meſe intorno la Terra:

6. Finalmente che le ſtelle ſieno immobilmente collocate ad immenſa diſtanza dal Sole; talchè alla diſtanza di eſſe non abbia il diametro dell' orbita della Terra alcuna ſenſibile ragione.

COROLLARIO.

49. Secondo Copernico adunque è apparente, e non reale sì il moto diurno de' corpi celeſti dall' oriente verſo l' occidente, che il moto annuo del Sole ſecondo l' ordine de' ſegni; derivando il primo dal moto diurno della Terra intorno al proprio aſſe dall' occidente verſo l' oriente, e 'l ſecondo dal moto annuo dell' iſteſſa Terra intorno al Sole pure ſecondo l' ordine de' ſegni. E di più ſecondo Copernico non hanno luogo i cieli ſuppoſti da Tolomeo.

AV-

AVVERTIMENTO I.

50. L' esposto sistema famoso di Niccolò Copernico si deve alla felice combinazione, che seppe farne de' due movimenti attribuiti da diversi Filosofi dell' antichità alla Terra; cioè del moto diurno intorno al proprio asse, sospettato da alcuni, e al moto annuo per l' eclittica, sospettato da altri. Tale sistema, quanto perseguitato alla prima dagli pregiudizj, altrettanto uniforme alla natura, è l' unico, che ci presenta l' universo con ordine, con simmetria, con semplicità, con eleganza, e degno del supremo Architetto della natura; che sodisfa a tutt' i fenomeni celesti, senza bisogno di ripieghi; e che somministra un mirabile accordo tra i calcoli de' moti de' corpi celesti, e le osservazioni, come si anderà nel decorso di questo trattato sempre conoscendo.

AVVERTIMENTO II.

51. Si noti che dopo Copernico l' immortale Galileo, appena che ebbe inventato il cannocchiale, scoprì nel dì 7 di Gennaro del 1610 intorno Giove girare quattro pianeti minori, che chiamò *stelle medicee*, e che comunemente appresso si sono detti *Satelliti di Giove*. E si noti altresì che, reso in seguito il cannocchiale più adatto agli

usi

usi astronomici, scoprirono gl' insigni Astronomi Cristiano Hugenio, e Domenico Cassini cinque altri pianeti minori girare intorno Saturno; però l' Hugenio nel 25 di Marzo del 1655 con cannocchiali di piedi 12, e 23 ne scoprì solamente il 4°, ch'è il più grosso di tutti, e Cassini ne scoprì in diversi tempi gli altri quattro, cioè il 5° circa la fine d' ottobre del 1671 con un cannocchiale di piedi 17, il 3° nel 23 di dicembre del medesimo anno con cannocchiali di piedi 35, e 70, ed il 1°, e 2° nel 1684 con cannocchiali del Campano di piedi 34, 47, 100, e 136, e con altri del Borello di piedi 40, e 70. In Inghilterra dell' esistenza de' quattro Satelliti di Saturno, scoperti dal Cassini, se n' è dubitato fino al 1718; ma non se n'è dubitato di vantaggio, da che furono osservati tutti e cinque da Mr. Pound con un cannocchiale del Campano, dato in dono dall' Hugenio alla Società regia.

AVVERTIMENTO III.

52. Si noti in oltre che la scoperta de' detti Satelliti ha dato origine alla distinzione de' pianeti in primarj, e secondarj; chiamandosi *pianeti primarj* quei, che fanno le rivoluzioni intorno al Sole, e *pianeti secondarj* quei, che le fanno intorno alli primarj. Onde pianeti primarj sono nel sistema

co-

copernicano Mercurio, Venere, la Terra, Marte, Giove, Saturno, e 'l nuovo pianeta ultimamente ſcoperto da Herſchel; e ſecondarj la Luna, che gira intorno la terra, i Satelliti di Giove, che girano intorno a Giove, ed i Satelliti di Saturno, che intorno Saturno s' aggirano.

AVVERTIMENTO IV.

53. Si noti pure che Saturno, oltre i cinque ſatelliti, ha di più un anello, che il circonda intorno intorno, ſenza toccarlo, e che il fa comparire ſecondo le diverſe ſituazioni per riſpetto della terra ora d' una forma, e ora d' un' altra. E' da ſapere intanto che, ſe il famoſo Hugenio diviſe con Caſſini la gloria della ſcoperta de' ſatelliti di Saturno, la gloria d' avere indovinato a motivo delle diverſe apparenze di tale pianeta d' eſſere circondato da un anello, non la diviſe con veruno.

AVVERTIMENTO V.

54. Si noti di vantaggio che Copernico non fa menſione nel ſuo ſiſtema delle Co-Comete; perchè a ſuo tempo intorno a tali corpi ancora prevaleva la falſa opinione ariſtotelica, che che ne aveſſero in contrario ſoſtenuti più tra gli antichi. Eſſendoſi intanto dagli moderni poſto fuori d' ogni dub-

dubbio essere le Comete corpi nati col mondo, e corpi, che girano intorno al Sole in orbite determinate, e in costanti periodi; dalli moderni s'è il sistema copernicano arricchito della famiglia delle Comete, ch' è assai più numerosa di quella de' pianeti, secondo si dirà a luogo opportuno.

AVVERTIMENTO VI.

55. Si noti pure che i satelliti di Giove, e di Saturno, l'anello dell' istesso Saturno, e le Comete, se hanno interamente squarciato il sistema tolemaico, non hanno niente turbato il sistema copernicano, come si anderà nel decorso di questo trattato continuamente osservando. E finalmente si noti che in dire con Copernico essere il Sole nel centro dell'universo, non intendiamo dire, se non se che il centro del Sole sia in un punto dell'universo, per rispetto di cui le stelle si possono considerare come nella superficie d' un' immensa, ed esterminata sfera, che abbia per centro tale punto. Siamo intanto persuasi che sia l' universo un immenso, ed esterminato spazio vuoto, di cui non ce ne possiamo immaginare i limiti; che in tale spazio il supremo Architetto della natura abbia immobilmente collocati tutt' i gran corpi luminosi della natura, o sieno tutte le stelle ad immense distanze le une dalle altre; che il Sole sia la stella da noi men

men rimota, e alla quale colla Terra apparteniamo; che l'istesso Sole non solamente illumina tutt'i pianeti, e tutte le comete della sua pertinenza, ma anche l'anima colla sua attrazione, e l'obbliga, combinata sì fatta forza coll'altra di proiezione, ricevuta nel momento della creazione, a girare intorno ad esso; e che forse ogni altra stella abbia i suoi particolari pianeti, e le sue particolari comete, senza che gli uni d'una pertinenza si confondessero mai cogli altri d'un'altra pertinenza; essendo ciò ben conforme all'infinita potenza, e grandezza dell'Autore della natura; ed essendo ingiurioso all'istesso sommo Autore il credere che per sollazzo avesse inutilmente creati tanti immensi corpi, de' quali neppure co' più fini cannocchiali è permesso a noi altri contemplarli. Ma venghiamo all'altro

SISTEMA DI TICONE.

56. Vuole Ticone

1. Che la Terra stia immobilmente collocata nel centro dell'universo, e che intorno ad essa facciano dall'oriente verso l'occidente le rivoluzioni diurne tutt'i corpi celesti, come nel sistema tolemaico:

2. Che intorno l'istessa Terra facciano dall'

dall' occidente verso l' oriente le rivoluzioni periodiche la Luna, il Sole, e la sfera delle stelle fisse; movendosi il Sole per un orbita, che intersechi quella di Mercurio, di Venere, e di Marte, e non già le altre di Giove, e di Saturno; e movendosi altresì in giro la sfera delle fisse per lo spazio d' anni 25000:

3. Finalmente che facciano le rivoluzioni periodiche dall' occidente verso l' oriente i pianeti primarj intorno al Sole, ed i secondarj intorno alli primarj, come nel sistema copernicano; però nel trasferirsi il Sole per la sua orbita, si vadano insieme trasferendo le orbite de' detti pianeti, conservando sempre col piano dell' eclittica le medesime inclinazioni.

COROLLARIO I.

57. Secondo Ticone adunque è pure il moto diurno de' corpi celesti reale, e non apparente, e conseguentemente alla ragione ripugnante.

COROLLARIO II.

58. Andandosi il Sole movendo per la sua orbita, e conseguentemente trasferendo continuamente le orbite degli altri pianeti: è facile a comprendere che il centro d' ognuno di tali altri pianeti deve di moto com-

composto dal proprio, e da quello, che risulta dalla traslazione dell' orbita, andar descrivendo una spezie di spirale, che con infiniti giri in infiniti nodi si deve intrecciare, senza tornare mai in se stessa, come avvertì il famoso Keplero, e come si trova nelle memorie dell' Accademia delle scienze di Parigi del 1709 descritta per ciascun pianeta, e delineata dal Cassini. Il che rende le dette orbite assai composte, assai intrigate, e assai lontane dalla semplicità, che segue la natura in tutte le sue fatture.

AVVERTIMENTO I.

59. Si noti che Ticone col suo sistema non ha potuto evitare l' imbarazzo de' cieli diversi: però tali cieli vengono da esso a motivo della Cometa del 1577 creduti fluidi, senza badare che la fluidità de' cieli colla contrarietà de' moti non può affatto sussistere.

AVVERTIMENTO II.

60. Fin qui si sono esposti i sistemi più celebri; vale a dire le principali opinioni avute dagli Astronomi circa quali de' gran corpi della natura sono in moto, e come, e quali in quiete, e circa l'ordine, che serbano nell' universo i medesimi corpi. Ma per entrare nelle particolari circostanze de' mo-

moti de' corpi celesti, che si credono in moto secondo i diversi esposti sistemi, a fine di poter rendere ragione di tutt' i fenomeni celesti, e di sottomettere a calcolo i medesimi moti, conviene entrare nelle speziali ipotesi, o supposizioni, alle quali a tale oggetto hanno dovuto ricorrere gli autori de' medesimi sistemi, e che comunemente si dicono *teoriche astronomiche*. Or se si volessero esporre tutte le teoriche astronomiche relativamente alli detti sistemi, e addurre tutte le correzioni date alle medesime in diversi tempi, per meglio adattarle alli fenomeni, e far meglio corrispondere i calcoli alle osservazioni, si procederebbe assai innanzi, senza vantaggio della scienza; essendo le teoriche degli antichi atte solamente a farci conoscere per quali vie erronee s' è per secoli proceduto in Astronomia. Intanto delle teoriche degli antichi non ne soggiugniamo qui, se non la sola di Tolomeo, risguardante il moto annuo del Sole; affinchè si possa avvertire che l'Astronomia d' oggi è tutta diversa da quella degli antichi. Di tutte le altre teoriche degli antichi, risguardanti i moti periodici degli altri pianeti, ne daremo in seguito solamente un cenno, acciò s' abbia un' idea del modo intralciatissimo, e niente concorde colla natura, secondo il quale supponevano essi, che s' eseguissero tali moti; e acciò si possa meglio ammirare nelle teoriche de' moderni la ſemplicità della natura relativamente alli medeſimi moti. Perciò ſia il

CAP. II.

Della teorica del moto annuo del Sole ſecondo Tolomeo.

Fenomeni oſſervati circa il moto annuo del Sole.

61. Sono tali fenomeni i ſeguenti.

1. Appariſce il Sole avere per l' eclittica moto inequabile, e moto con velocità maſſima in un punto di eſſa, con velocità minima nel punto diametralmente oppoſto, e con velocità, che ſi va per piccioli gradi ſucceſſivamente diminuendo dal maſſimo al minimo, in procedere dal primo punto al ſecondo, e ſucceſſivamente accreſcendo dal minimo al maſſimo, in procedere dal ſecondo punto al primo.

2. Impiega di più il Sole per gli ſegni ſettentrionali, o ſia dall' equinozio di primavera fino a quello d' autunno 8 giorni di più, che non impiega ne' ſegni auſtrali, o ſia dall' equinozio d' autunno fino all' altro di primavera.

3. Fi-

3. Finalmente il Sole col ſuo diametro appariſce nel corſo dell' anno di miſura non coſtante ; ma di miſura maſſima , dove la ſua velocità ſi vede maſſima , minima , dove la velocità ſi vede minima , e di mezzana grandezza , dove la velocità è mezzana .

AVVERTIMENTO.

62. Gli eſpoſti fenomeni induſſero Tolomeo alle ſuppoſizioni , che qui ſoggiugniamo .

Suppoſizioni di Tolomeo circa il moto proprio del cielo del Sole .

63. Vuole Tolomeo

1. Che il cielo del Sole ſia eccentrico colla terra , e che giri in un anno tropico intorno al ſuo centro equabilmente dall' occidente verſo l' oriente , traſportando il Sole nell' iſteſſo tempo per la periferia d' un ſuo cerchio maſſimo , procedente pel centro della terra , e inclinato all' equatore celeſte per quanto ſi trova eſſere l' inclinazione dell' eclittica coll' iſteſſo equatore :

2. Che la porzione maggiore del detto cerchio ſia nell' emisfero ſettentrionale , e la porzione minore nell' emisfero auſtrale :

3. Finalmente che l' arco della porzione

maggiore del detto cerchio sia tale, che il Sole in correrlo impieghi circa 8 giorni di più, che non impiega in correr l' arco della porzione rimanente.

COROLLARIO I.

64. Secondo Tolomeo adunque l' orbita del Sole è la periferia d' un cerchio esistente nel piano dell' eclittica, eccentrico coll' istessa eclittica, e col centro esistente nella metà dell' eclittica, dove si trovano i segni settentrionali; e centro tanto lontano dal centro dell' istessa eclittica, o sia della terra, che il Sole in correre l' arco della porzione maggiore, esistente nell' emisfero settentrionale, impieghi circa 8 giorni di più, che non impiega in correre l' arco della porzione rimanente, che si trova nell' emisfero australe.

COROLLARIO II.

Fig. 1. 65. Contrassegnino LQMR l' eclittica, LM la comune sezione di essa coll' equatore, L il principio d' ariete, M il principio di libra, LQM il mezzo cerchio esistente nell' emisfero settentrionale, MRL il mezzo cerchio esistente nell' emisfero australe. Se pel centro T s' intenda menato il diametro QR perpendicolare ad LM, contrassegneranno Q il principio di cancro, e R il

il principio di capricorno; cioè Q contrassegnerà il punto, in cui l'eclittica si tocca col tropico di cancro, e R contrassegnerà l'altro punto, in cui l'istessa eclittica si tocca col tropico di capricorno. Contrassegni in oltre AIPG il cerchio, la cui periferia secondo Tolomeo è l'orbita del Sole, e 'l cui centro O è conseguentemente nel mezzo cerchio LQM dell'eclittica. E' chiaro che movendosi il Sole per AIPG secondo Tolomeo in un anno, quando sarà successivamente ne' punti L, Q, M, R dell' eclittica, cioè quando sarà in G, apparirà essere nel principio d'ariete, quando sarà in N apparirà essere nel principio di cancro, quando sarà in I apparirà essere nel principio di libra, e quando sarà in V apparirà essere nel principio di capricorno.

COROLLARIO III.

66. Quindi il Sole col suo moto diurno ne' giorni dell'anno, ne' quali si trova in G, e I apparisce descrivere l'equatore; ne' giorni, ne' quali si trova in N, e V apparisce descrivere i tropici; per tutt' il tempo, che va scorrendo l'arco GN, apparisce col moto diurno descrivere paralleli, che si vanno successivamente avvicinando dall'equatore al tropico di cancro; per tutt' il tempo, che va scorrendo l'arco NI, apparisce col moto diurno descrivere paralleli, che si vanno successivamente avvicinando dal tropico di cancro all' equatore; per tutt' il tempo, che va scorrendo l' arco IV, apparisce col moto diurno descrivere paralleli, che si vanno successivamente avvicinando dall' equatore al tropico di capricorno; e finalmente per tutt' il tempo, che va scorrendo l' arco VG, apparisce col moto diurno descrivere paralleli, che si vanno successivamente avvicinando dal tropico di capricorno all' equatore.

COROLLARIO IV.

67. S' intenda per gli centri T, e O menato il diametro BC dell' eclittica, che interseca l' orbita del Sole in A, e P. Essendo il punto T del diametro AP diverso dal centro O, avrà il Sole distanza dalla terra massima, quando è in A, minima, quand' è in P; e avrà in procedere da A a P per ASP distanza, che si anderà successivamente diminuendo dalla massima alla minima, e in procedere da P ad A per PGA avrà distanza, che s' anderà successivamente avanzando dalla minima alla massima; e finalmente avrà distanze uguali in punti ugualmente distanti da A. Quindi sono derivate le seguenti

DEFINIZIONI.

68. Si dicono i punti A, e P dell' orbita

ta ſolare inſieme *apſidi*; il punto A di maſſima diſtanza dal centro T della terra *apogeo*, o *ſommo apſide*; il punto P di minima diſtanza dall' iſteſſo centro *perigeo*, o *imo apſide*; il diametro AP *linea degli apſidi*; il cerchio AIPG l' *eccentrico*; la diſtanza OT del centro dell' eccentrico dal centro della terra *eccentricità*; il punto B dell' eclittica *luogo dell' apogeo*; e finalmente il punto C *luogo del perigeo*.

COROLLARIO I.

69. Eſſendo il diametro apparente del Sole alle diverſe diſtanze dalla terra in ragione reciproca delle medeſime diſtanze (§ 145 *del tom.* 2.); apparirà tale diametro minimo nell' apogeo, maſſimo nel perigeo; e apparirà andare ſucceſſivamente creſcendo dal minimo al maſſimo in procedere il Sole dall' apogeo al perigeo, e andare ſucceſſivamente ſcemando dal maſſimo al minimo in procedere il Sole dal perigio all' apogeo; nè apparirà d' uguali grandezze, ſe non in punti dell' orbita ugualmente diſtanti dall' apogeo.

COROLLARIO II.

70. Eſſendo in oltre ſecondo Tolomeo equabile il moto del Sole per la ſua orbita; ſecondo Tolomeo correrà il Sole della ſua orbita archi uguali in tempi uguali. Or

tali archi uguali dalla terra debbono apparire disuguali per le distanze diverse, alle quali si trovano da essa; e debbono apparire minimo il corso alla distanza massima TA, massimo il corso alla distanza minima TP; gli altri corsi successivamente, procedendo il Sole dall' apogeo A al perigeo P, andarsi per gradi avanzando dal minimo al massimo; gli altri corsi successivamente, procedendo il Sole dal perigeo P all' apogeo A, andarsi per uguali gradi diminuendo dal massimo al minimo; e non debbono apparire uguali, se non quei, che corre il Sole ad uguali distanze da A. Quindi il Sole, in girare per la sua orbita, deve apparire della velocità minima nel luogo dell' apogeo, della velocità massima nel luogo del perigeo, e duna velocità, che si va successivamente accrescendo dalla minima alla massima in procedere dall'apogeo al perigeo, e successivamente diminuendo dalla massima alla minima in procedere dal perigeo all' apogeo: nè deve apparire il moto del Sole d' uguali velocità, se non in punti dell' orbita ugualmente distanti dall' apogeo, e conseguentemente in punti dell' eclittica ugualmente distanti dal luogo dell' apogeo.

COROLLARIO III.

71. Quindi il Sole apparisce della massima velocità, dove apparisce del massimo dia-

diametro, della velocità minima, dove apparisce del diametro minimo, e di mezzana velocità, dove il diametro apparisce della mezzana grandezza.

COROLLARIO IV.

72. Di più se c' immaginiamo girare intorno al centro T della Terra il raggio TD dell' eclittica, procedente sempre pel centro S del Sole; il moto angolare di tale raggio coll' altro TB sarà inequabile, come quello del Sole veduto dalla terra. Quindi derivano le seguenti

DEFINIZIONI.

73. Si chiamano il raggio TD *linea del moto vero del Sole*; il punto D dell' eclittica, che incontra sì fatto raggio, ovunque sia il Sole, *luogo vero del Sole*; l' arco LD dell' eclittica, procedente secondo l' ordine de' segni dal principio d' ariete L fino al luogo vero del Sole, *longitudine vera del Sole*; e l' arco BD, che procede pure secondo l' ordine de' segni dal luogo dell' apogeo B fino al luogo vero D del Sole, *argomento*, o *anomalia vera*, o *anomalia equata*, o pure *anomalia coequata del Sole*.

ALTRE DEFINIZIONI.

74. Se poi c' immaginiamo un Sole finto girare per la periferia dell' eclittica equabilmente in tanto tempo, in quanto tempo apparisce inequabilmente girare il Sole vero; e c' immaginiamo nell' istesso momento, che parte il Sole vero dall' Apogea A, partire il Sole finto dal luogo B dell' apogeo: il Sole finto si dice *Sole medio*; il raggio TF dell' eclittica, che si suppone girare col detto Sole finto, si chiama *linea del moto medio del Sole*; il punto F dell' eclittica, dove si suppone giunto l' istesso Sole finto, si dice *luogo medio del Sole*; la longitudine LF del Sole medio, si chiama *longitudine media del Sole*; l' arco BF dell' eclittica, procedente secondo l' ordine de' segni dal luogo B dell' apogeo fino al luogo F del Sole medio, si dice *anomalia media del Sole*; e si chiama *equazione*, o *prostaferesi del Sole* l' angolo DTF, formato dalla linea TF del moto medio del Sole colla linea TD del moto vero, e conseguentemente l' arco DF, che il misura, differenza delle longitudini vera, e media del Sole, e anche delle anomalie vera, e media dell' istesso Sole.

CO-

COROLLARIO I.

75. Essendo equabile il moto sì del Sole finto per la periferia dell' eclittica LQMR, che del Sole vero per la sua orbita AIPG, e compiendosi in egual tempo la rivoluzione sì dell' uno, che dell' altro: ne segue che, supponendosi partire il Sole finto dal luogo B dell' apogeo nel medesimo momento, che ne parte il Sole vero dall' apogeo A; nel medesimo momento debbono pervenire anche il Sole finto nel luogo C del perigeo, e 'l Sole vero nel perigeo P. Quindi la linea TF del moto medio s' unisce colla linea TD del moto vero e nel momento, in cui il Sole si trova nell' apogeo, e nel momento, in cui si trova nel perigeo. E perciò ne' detti momenti il luogo del Sole vero, e quello del Sole medio non differiscono; nè differiscono la longitudine vera, e la media, come anche l' anomalia vera, e l' anomalia media.

COROLLARIO II.

76. S' intenda per S tirata da O la retta OE, e si supponga tale retta girare intorno ad O col Sole S. Si muoverà sì fatta retta intorno al punto O coll' istessa equabilità di moto, che si suppone muovere la linea TF del moto medio intorno al centro T. Sicchè

chè in qualunque ſito S, che ſarà il Sole, ſarà ſempre l'angolo BOE = BTF, e conſeguentemente OE parallela a TF. Onde ſarà ſempre pure l' angolo OST = DTF. Quindi è che ſi dicono pure OE *linea del moto medio del Sole*, e l'angolo OST *equazione*, o *proſtafereſi del Sole*.

COROLLARIO III.

77. Eſſendo la ragione di SO : OT coſtante, ovunque ſia il Sole S, coſtante ſarà ancora la ragione del ſeno dell'angolo OTS al ſeno dell' angolo OST, o ſia il ſeno dell' anomalia vera al ſeno dell' equazione. E perciò tale equazione è nulla, quando il Sole ſi trova e nell'apogeo A, e nel perigeo P; va ella poi creſcendo, procedendo il Sole dall'apogeo verſo il perigeo; però creſce, finchè l' anomalia vera OTS ſi fa di gr. 90, dove diventa maſſima; e dopo tale punto va ſcemando fino al perigeo, dove ſi fa nulla; va in ſeguito di nuovo creſcendo, finchè diventa un' altra volta maſſima, dove ſi fa di gr. 90 il complimento a quattro retti dell' anomalia vera; e da tale altro punto ſi va un'altra volta diminuendo, finchè ſi fa di nuovo nulla, tornato il Sole all' apogeo.

CO-

COROLLARIO IV.

78. Sicchè l'equazione del Sole è nulla, trovandosi il Sole e nell'apogeo, e nel perigeo; è massima, quando è di gr. 90 tanto l'anomalia vera del Sole, quanto il suo complimento a quattro retti; e finalmente è d'uguali grandezze minori della massima in quattro punti dell'orbita, dove e le anomalie vere, e i complimenti di esse a quattro retti ugualmente distano dalli gr. 90.

COROLLARIO V.

79. Quindi la linea del moto medio TF, in procedere il Sole dall'apogeo al perigeo, deve precedere la linea del moto vero, ed andarsi prima l'una dall'altra successivamente allontanando, finchè l'equazione divenga la massima, e indi andarsi l'una all'altra successivamente avvicinando, finchè s'uniscano insieme nel perigeo. In procedere poi il Sole dal perigeo all'apogeo, deve l'istessa linea del moto medio seguire la linea del moto vero, e andarsi pure prima l'una dall'altra successivamente allontanando, finchè l'equazione divenga la massima, e poscia andarsi l'una all'altra successivamente avvicinando, finchè di nuovo s'uniscano insieme, tornato il Sole all'apogeo.

CO-

COROLLARIO VI.

80. Di vantaggio, girando intorno al punto T la linea TF del moto medio colla velocità media, e la linea TD del moto vero colla velocità apparente; finche feguono tali linee ad andarfi allontanando l' una dall' altra, la velocità dell' una è fempre maggiore della velocità dell' altra; divengono poi d' uguali velocità, dove ceffano d' allontanarfi l' una dall' altra, ed incomincia l' una ad avvicinarfi all' altra; il che fuccede ne' luoghi de' maffimi allontanamenti, e confeguentemente dove l' equazione fi fa maffima. Per la qual cofa la velocità media è maggiore dell' apparente nel primo, e ultimo quadrante dell' anomalia vera, e minore nel fecondo, e terzo quadrante; e finalmente fono uguali ne' due punti, dove in uno è di gr. 90 l' anomalia vera; e nell' altro è di gr. 90 il fuo complimento a quattro retti.

COROLLARIO VII.

81. Precedendo TF la TD nel primo femicerchio delle anomalie, e feguendola nel fecondo: è chiaro doverfi l' equazione del Sole fottrarfi dall' anomalia media, per avere la vera, nel primo femicerchio delle anomalie, e aggiugnerfi nel fecondo femicerchio.

CO-

COROLLARIO VIII.

82. Finalmente non unendosi la linea del moto medio con quella del moto vero, se non nell'apogeo, e perigeo; è facile ad intendere che il Sole medio, e 'l Sole vero giungono alli punti sì equinoziali, che solstiziali in tempi diversi. Quindi è che si distinguono gli equinozj, ed i solstizj in medii, e veri; chiamandosi *equinozj medii*, e *solstizj medii* i momenti, ne' quali il Sole medio giugne alli punti equinoziali, e solstiziali, ed *equinozj veri*, e *solstizj veri* i momenti, ne' quali il Sole vero apparisce esser giunto ne' medesimi punti equinoziali, e solstiziali.

AVVERTIMENTO.

83. Ecco brievemente sviluppata la teorica del moto annuo del Sole secondo Tolomeo. Non sarà fuori di proposito soggiugnere il come in vigore di tale teorica determinò il Tolomeo i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita; e come in conseguenza di tali determinazioni ne ricavò tutte le altre, che abbisognano, per determinare in ogni tempo il luogo vero del Sole. Perciò soggiugniamo il seguente

CAP.

CAP. III.

S' insegna il modo praticato da Tolomeo in determinare i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico; e s' insegnano altresì i modi d' eseguire secondo Tolomeo tutte le altre determinazioni spettanti il moto annuo del Sole.

PROBL. I.

84. *Insegnare il come Tolomeo determinò i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico.*

SOLUZIONE.

Sia nella *Fig.* 1. quanto s' è antecedentemente supposto, e per O si tirono HK parallela a QR, e OY perpendicolare ad HK; saranno l' arco GK = KI, l' arco YK = 90°, la OH uguale al seno di GY, e la HT uguale al seno di KN.

1. Aven-

1. Avendo determinato Tolomeo l' anno tropico medio di $365^{gi}.\ 5^{or}.\ 55'.\ 12''$, ed avendo trovato determinato da Hipparco l' equinozio di primavera, il folſtizio di ſtate, e l' equinozio d' autunno, e in conſeguenza di ciò rilevato che il Sole dall' equinozio di primavera fino al folſtizio di ſtate, cioè da G ad N aveva impiegato giorni $94\frac{1}{2}$, e dal folſtizio di ſtate fino all' equinozio d' autunno, cioè da N ad I aveva impiegato giorni $92\frac{1}{2}$; con cercare in ordine all' anno tropico medio, a ciaſcuno de' tempi impiegati dal Sole in correre gli archi GN, NI, e alli gr. 360 dell' intera orbita i quarti proporzionali, determinò eſſere

$$GN = 93^\circ.\ 8'.\ 33''$$
$$NI = 91.\ 10.\ 16.$$

Sicchè

$$GNI = 184^\circ.\ 18'.\ 49''.$$

Onde

$$GK = 92^\circ.\ 9'.\ 24''\tfrac{1}{2}.$$

E perciò

$$GY = GK - YK = 2^\circ.\ 9'.\ 24''\tfrac{1}{2}$$
$$KN = GN - GK = 0^\circ.\ 59'.\ 8''\tfrac{1}{2}.$$

2. Poſto il raggio dell' eccentrico = 10000000; con determinare relativamente a tale raggio i ſeni degli archi GY, KN, determinò eſſere

$$OH = 376345$$
$$HT = 172027.$$

E con calcolare nel triangolo rettangolo OHT, noti già i cateti OH, HT, l' angolo OTH, determinò tale angolo OTH, e conseguentemente l'arco BL = 65°. 26'. 8''. Onde determinò essere il luogo B dell'apogeo nel 5°. 26'. 8'' di Gemini, e conseguentemente il luogo C del perigeo nel 5°. 26'. 8'' di Sagittario.

3. Finalmente, con trovare nell'istesso triangolo rettangolo OHT in ordine al seno dell'angolo OTH già determinato, al seno massimo, e al cateto OH il quarto proporzionale, determinò relativamente al raggio dell'eccentrico, posto = 10000000, essere l'eccentricità OT = 413787, e conseguentemente essere l'eccentricità al raggio dell'eccentrico, come 413787: 10000000, o a un di presso come 413: 10000.

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

85. Si noti che le determinazioni dell'eccentricità, e dell'angolo OTH da noi fatte hanno qualche leggiera differenza dalle fatte da Tolomeo, che determinò l'eccentricità OT = 415, e l'angolo OTH = 65°. 30'. Tale divario è derivato dall'essersi avvaluto Tolomeo dell'anno solare della misura di giorni 365 $\frac{1}{4}$, e dal non avere nel calcolo cercata tutta la finezza da noi usata.

CO-

COROLLARIO I.

86. Essendosi determinata l' eccentricità = 413787 relativamente al raggio dell' eccentrico, posto = 10000000; se in ordine a 10000000, a 413787, e al seno massimo si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il seno dell'equazione massima (§ 78); la quale equazione massima, fatto il calcolo, si trova essere di $2^{\circ}.\ 22'.\ 17''$, che poco differisce dalla determinata da Tolomeo di $2^{\circ}.\ 23'$.

COROLLARIO II.

87. Essendo in oltre l' angolo AOY = BTL, sarà l' arco AY = $65^{\circ}.\ 26'.\ 8''$. E' stato determinato GY = $2^{\circ}.\ 9'.\ 24''\ \frac{1}{2}$. Sicchè l' arco AG = $67^{\circ}.\ 35'.\ 32''\ \frac{1}{2}$. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli $67^{\circ}.\ 35'.\ 32''\ \frac{1}{2}$ dell' arco GA, e all' anno tropico medio si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo impiegato dal Sole per l' arco GA; e conseguentemente, conosciuto l' equinozio di primavera, si conosce il tempo dell' arrivo del Sole nell' apogeo A.

COROLLARIO III.

88. Dovendo nel momento dell' equinozio medio di primavera essere TL la situazione della linea del moto medio; ed essendo OY parallela a TL, sarà nel detto momento Y il sito del Sole. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli $2^{\circ}.\ 9'.\ 24''\frac{1}{2}$ dell' arco GY, e all' anno tropico medio si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo, per cui l' equinozio medio di primavera posticipa l' equinozio vero, e per cui conseguentemente l' equinozio medio d' autunno anticipa l' equinozio vero dell' istessa stagione.

COROLLARIO IV.

89. S' intenda per Y tirato il raggio TZ dell' eclittica. Se nel triangolo TOY, noti i lati TO, OY, e l' angolo TOY, conseguente dell' angolo YOA già determinato, si determina l' angolo OYT; si fa noto l' angolo ZTL, e conseguentemente l' arco LZ; vale a dire che si fa nota la longitudine vera, che compete al Sole nel momento dell' equinozio medio di primavera.

CO-

COROLLARIO V.

90. S' intendano tirate dal centro O la retta OG, e dal centro T la retta TW parallela ad OG. Sarà TW la linea del moto medio nel momento dell'equinozio vero di primavera. Se nel triangolo OTG, noti i lati TO, OG, e l'angolo OTG, si determina l'angolo OGT, si fa noto l'angolo LTW, e conseguentemente l'arco LW; onde nota si fa pure pel momento dell'equinozio vero di primavera e la longitudine media LQMW del Sole, e l'anomalia media BMW.

AVVERTIMENTO II.

91. Si noti che, determinata la longitudine media del Sole, e l'anomalia media pel momento dell' equinozio di primavera, con facilità si possono determinare e la longitudine media, e l' anomalia media per qualunque altro tempo dell' anno, e stabilire l'*epoca*, o sia la *radice* sì della longitudine media, che dell'anomalia media del Sole; che vale quanto dire la longitudine media, e l' anomalia media, che compete al Sole in un tempo, che si vuole per principio de' computi di tali cose, come nel mezzodì del primo di Gennaro relativamente al meridiano del luogo, dove si

costruiscono le Tavole de' moti del Sole.

AVVERTIMENTO III.

92. Si noti pure che, determinata la longitudine media del Sole per qualunque tempo, supposto essere allora il Sole in S, si rende noto l' arco LBF. E' anche noto l' arco LB, longitudine dell' apogeo già determinata. Dunque si rende nota l' anomalia media BF, o sia l' angolo BTF, e conseguentemente noto l' angolo SOT. Essendo intanto nel triangolo TSO noti i lati SO, OT, e l' angolo compreso SOT, coll' ajuto della Trigonometria si possono determinare l' equazione TSO, e per conseguenza l' anomalia vera OTS, e la distanza TS del Sole dalla terra. E di più, determinata l' anomalia vera, e conseguentemente l' arco BD, con aggiugnervi LB, longitudine dell' apogeo, si conosce la longitudine LBD vera del Sole. Ed ecco in che modo, determinata la longitudine dell' apogeo, e determinata per qualunque tempo la longitudine media del Sole, si possono determinare la longitudine vera del Sole per qualunque tempo, e la sua distanza dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

93. Prima di procedere innanzi sta bene av-

avvertire che si possono eseguire le determinazioni già insegnate dell' eccentricità del Sole nell' eccentrico, e del luogo dell' apogeo secondo un altro metodo più semplice, proposto dal cavaliere de Loville. Perciò soggiugniamo il seguente

PROBL. II.

94. *Insegnare il modo proposto dal cavaliere de Loville per determinare nell' eccentrico e l' eccentricità dell' orbita solare, e 'l luogo dell' apogeo.*

SOLUZIONE.

Contrassegnino LBMC l' eclittica, GAI l' orbita circolare eccentrica del Sole, T il centro dell' eclittica, e conseguentemente della terra, O il centro dell' eccentrico, LM la comune sezione dell' eclittica coll' equatore, L il principio d' ariete, ed M il principio di libra. Si supponga in oltre essere AP la linea degli apsidi, ed essere prolungata in B, e C. E finalmente si supponga essere LBMC l' ordine de' segni. Fig. 2.

1. Si determini l' equinozio di primavera, vale a dire il momento, in cui il Sole si trova in G, e conseguentemente apparisce essere nel principio L di ariete. Si determini di più il tempo, in cui il Sole si trova in qualunque altro punto S dell' or-

bita tra l' equinozio di primavera, e quel lo d' autunno, con determinare anche, supposto tirato per S il raggio TD dell' eccentrico, la longitudine vera LD, che compete al Sole in tale tempo. E finalmente si determini l' equinozio d' autunno, vale a dire il momento, in cui il Sole si trova in I, e conseguentemente apparisce essere nel principio M di libra. Si faranno noti il tempo, che impiega il Sole da G ad S, il tempo, che impiega da G ad I per GSI, e conseguentemente il restante dell' anno tropico medio, che impiega da I a G per IPG, e l' angolo LTD, misurato dalla longitudine vera LD determinata.

2. S' intendano congiunti i raggi OG, OS, OI dell' eccentrico. In ordine all' anno tropico medio, al tempo determinato, che impiega il Sole da I a G per IPG, e alli gr. 360 dell' intera periferia si cerchi il quarto proporzionale; si fa noto l' arco IPG, e conseguentemente l' angolo IOG; e perciò noti si rendono pure gli angoli uguali OIG, OGI. Similmente si determini l' arco GS; onde si fa noto pure l' angolo GOS, e noti gli angoli uguali OSG, OGS, e conseguentemente l' angolo SGT.

3. Si metta il raggio dell' eccentrico OG = 10000000, e relativamente a tale raggio nel triangolo iscoscele GOS, noti tutti gli angoli, si determini il lato SG.

4. Nel triangolo STG, noti gli angoli STG,

STG, SGT, e 'l lato SG, si determini GT.

5. Finalmente nel triangolo TGO, noti i lati TG, GO, e l' angolo compreso TGO, si determinino l' angolo GTO, e 'l lato TO, cioè la longitudine LB dell' apogeo A, e l' eccentricità TO relativamente al raggio dell' eccentrico.

Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

95. Si noti che, determinati nel triangolo OTG gli angoli OTG, OGT, si fa noto l' angolo GOT, e noto anche il suo conseguente GOA; onde noto si fa l' arco GA. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli gradi dell' arco GA, e alla lunghezza dell' anno tropico medio si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo, che impiega il Sole a scorrere dall' equinozio di primavera fino all' apogeo A.

AVVERTIMENTO II.

96. Si noti pure che le determinazioni fatte in tempi diversi del luogo dall' apogeo del Sole hanno fatto conoscere che tale apogeo non corrisponde sempre al medesimo punto dell' eclittica, ma che si va avanzando sempre secondo l' ordine de' segni. A suo luogo si dirà che si va avanzando con un

un moto lentissimo di $1'$. $6''$ l'anno, e che nel primo di Maggio del corrente anno 1783 si trova corrispondere a 9°. $14'$. $27''$ di cancro.

AVVERTIMENTO III.

97. Si dovrebbero qui soggiugnere le teoriche e de' pianeti superiori, e de' pianeti inferiori secondo Tolomeo; ma dal ciò fare ci astenghiamo, per non intertenerci in cose, che non presentano, se non gli sforzi d' un genio, il quale, senza prendere la giusta via, s' ingegna di condursi alla meta. Ci contentiamo solamente d' accennare che per gli moti di ciascuno de' pianeti supe-
Fig. 3. riori Tolomeo suppone un cerchio ACPD eccentrico colla terra; vale a dire che abbia il suo centro O diverso dal centro T della terra; e vuole che tale cerchio abbia una determinata inclinazione al piano dell' eclittica, e proceda per l' istesso centro T della terra. Suppone in oltre nel medesimo piano del detto eccentrico un altro cerchio uguale ECFD, che abbia il suo centro X nella retta TO prolungata, e tanto distante da O, quanto ne è O distante da T. Suppone di più un terzo cerchio minore IQZV detto l' *epiciclo*, che abbia il suo centro B affisso alla periferia dell' eccentrico ACPD; e vuole che per effetto del moto proprio del cielo del pianeta roti in se stes-
so

so l' eccentrico ACPD, e trasporti seco il detto epiciclo, facendo compiere al centro B di moto equabile relativamente non al punto O, ma al punto X dall' occidente verso l' oriente l' intero giro della periferia ACPD in tanto tempo, in quanto tempo il pianeta compie la sua intera rivoluzione periodica. Quindi è che il cerchio ACPD, è chiamato il *deferente*, e 'l cerchio ECFD l' *equante*. Finalmente suppone che il pianeta sia affisso alla periferia dell' epiciclo; e vuole che l' epiciclo giri intorno al suo centro secondo l' ordine de' segni, e che trasporti seco in giro il pianeta in modo, che il raggio dell' istesso epiciclo, procedente pel centro del pianeta, sia sempre in un piano perpendicolare all' eclittica, parallelo all' altro pure perpendicolare all' eclittica, in cui si trova la linea del moto medio del Sole; acciocchè in qualunque sito sia l' epiciclo, supposto per B menata la retta TI, sia sempre in I il pianeta nelle congiunzioni medie col Sole, e in Z nelle medie opposizioni; cioè alle massime distanze dalla terra nelle congiunzioni medie col Sole, e alle distanze minime nelle medie opposizioni; ben inteso però che sì fatte distanze massime, e minime sono sempre relative al sito, in cui si trova il centro B dell' epiciclo nella periferia ACPD del deferente.

AV-

AVVERTIMENTO IV.

98. Le riferite ſuppoſizioni di Tolomeo riſguardano i moti de' pianeti ſuperiori in longitudine. Si dovrebbero ſoggiugnere le altre riſguardanti i moti in latitudine de' medeſimi pianeti; ma ci aſteniamo di ſoggiugnerle, eſſendo baſtanti le già riferite a far comprendere che, ſe ſi doveſſero i detti pianeti muovere ſecondo ſuppone Tolomeo, avrebbero biſogno, d' Intelligenze ſuperiori, deſtinate all' eſecuzione di tali moti. Ci aſteniamo pure di accennare le ſuppoſizioni del Tolomeo per le teoriche de' pianeti inferiori, facendoſi uſo in eſſe anche di deferenti, di equanti, e di epicicli. Da ciò, che s' è accennato intanto ſi rileva che, ſe i pianeti e ſuperiori, e inferiori ſi moveſſero nelle rivoluzioni periodiche ſecondo vuole Tolomeo, deſcriverebbo curve compoſte da foglie intrecciate co' nodi; coll' ajuto delle quali foglie ſpiega il Tolomeo le direzioni, e le retrogradazioni de' pianeti, dovendo andare diretti in progredire per le parti ſuperiori di eſſe, e retrogradi in progredire per le parti inferiori.

AVVERTIMENTO V.

99. Ci aſteniamo di vantaggio d' eſporre le teoriche di Copernico; perchè anche que-

questi s' avvalse in esse di cerchi eccentrici, e di epicicli. E' da sapere intanto che se a Copernico è dovuta la gloria d' avere rettificata l' Astronomia per riguardo del sistema del mondo, all' immortale Keplero l' è dovuta non minor gloria d' averla rettificata per riguardo delle orbite planetarie; e d' avere nel tempo istesso scoperte le leggi fondamentali, che osservano i pianeti ne' *moti proprj*, e che in seguito s' è conosciuto osservarsi anche dalle comete. Keplero con immensa fatica si sforzò di ridurre una moltitudine di luoghi di Marte, che risultavano da calcoli, concordi colle determinazioni fattene dal celebre Ticone; e non li riuscì mai di venirne a capo, finchè s' avvalse ne' suoi calcoli di teoriche, che supponevano un' eccentrico, un equante, e un epiciclo: vi pervenne finalmente, quando suppose Marte girare per un' ellisse intorno al Sole immobile in uno de' suoi fuochi. Ecco in che modo il Keplero liberò Marte dall' imbarazzo de' detti cerchi, surrogandovi un' orbita ellittica col Sole immobile in un fuoco di essa. Fu facile dopo ciò all' istesso Keplero liberare tutti gli altri pianeti dall' istesso imbarazzo, con sostituire per ogni pianeta alli detti cerchi un' orbita ellittica col Sole immobile in uno de' fuochi. Ed ecco in che modo vennero dal Keplero rettificate le teoriche astronomiche per riguardo delle orbite planetarie; rettificazione in in vero che dall' esatta corrispondenza de' calcoli colle osservazioni è stata sempre in seguito confermata non solamente per riguardo di tutt' i pianeti, ma anche per riguardo delle comete.

AVVERTIMENTO VI.

100. Si noti che il medesimo Keplero, prima di conoscere essere ellittiche le orbite planetarie, sospettò che ogni pianeta venisse mosso intorno al Sole da una forza emanante dal Sole istesso, e che l' efficacia di tale forza fosse maggiore a distanza minore dal Sole, e minore a distanza maggiore. Dal che ne dedusse che la velocità in un pianeta deve variare ne' diversi punti dell' orbita in ragione reciproca delle distanze de' medesimi punti dal Sole. Tale conseguenza fe cadere il Keplero nel sospetto che, in girare un pianeta intorno al Sole, fossero le aree proporzionali ai tempi, ragionando a un di presso del seguente modo.
Fig. 4. S' intenda essere ABCD l' orbita, che descrive un pianeta intorno al Sole immobile in S. S' intenda in oltre essere AB, AC due archi qualunque di tale orbita. E finalmente s' intendano da S alli punti A, B, C tirate le rette SA, SB, SC. Supposte le velocità del pianeta per gli diversi elementi degli archi AB, AC in ragione reciproca delle distanze di tali elementi da S; saranno

no i tempi, che impiegherà il pianeta per sì fatti elementi nella ragione diretta delle medesime distanze. E perciò sarà il tempo, che impiegherà il pianeta per l'arco AB a quello, che impiegherà per l'arco AC, come la somma delle distanze da S degli elementi di AB alla somma delle distanze pure da S degli elementi di AC. Ma la prima di tali somme si può considerare come componente l'area ASB, e la seconda come componente l'area ASC. Sicchè il tempo, che il pianeta impiega per l'arco AB, sta a quello, che impiega per l'arco AC, come l'area ASB all'area ASC. E perciò le aree sono proporzionali ai tempi.

AVVERTIMENTO VII.

101. Della proporzionalità delle aree co tempi volle il Keplero assicurarsene maggiormente con una dimostrazione positiva, quando ancora supponeva i pianeti muoversi per cerchi eccentrici. Suppone due archetti descritti da un pianeta circa gli apsidi in tempi uguali; e, supponendo le velocità in ragione reciproca delle distanze, dimostra essere relativamente al Sole le aree corrispondenti a tali archetti uguali. E da ciò ne dedusse generalmente che in girare un pianeta intorno al Sole, le aree intorno al Sole, corrispondenti agli archi in tempi uguali, sono uguali, e conseguentemente le cor-

corrispondenti ad archi descritti in tempi qualunque sono proporzionali alli medesimi tempi. Di sì fatta proporzionalità se ne persuase talmente il Keplero, che l'adottò, senza farne altra dimostrazione, per le orbite ellittiche. Intanto tale proporzionalità delle aree co' tempi, se non è stata affatto dimostrata con raziocinio fondato su principj meccanici, e geomitrici per le orbite ellittiche, ed è stata dimostrata con dimostrazione assai difettosa per le orbite circolari, è stata dall'accordo de' calcoli, che l'hanno supposta, colle osservazioni da lungo tempo posta fuori d'ogni dubbio; talchè da lungo tempo è passata nella classe delle leggi astronomiche; vale a dire nella classe delle verità astronomicamente dimostrate, di cui non se ne dubita più in Astronomia.

AVVERTIMENTO VIII.

102. So che l'immortale Newton abbia rigorosamente dimostrato essere le aree proporzionali alli tempi, qualunque ne sieno le orbite descritte da' pianeti intorno al Sole, con supporre i pianeti animati da una forza tendente di continuo verso il Sole: e all' opposto essere i pianeti animati da una forza tendente di continuo verso del Sole, con supporre essere le aree proporzionali a' tempi. Sicchè di sì fatte dimostrazioni la prima è fondata sulla supposizione d'essere

i pia-i pianeti animati da una forza tendente di continuo verſo del Sole, e la ſeconda ſulla ſuppoſizione d' eſſere le aree proporzionali a' tempi. Or ſiccome è da dimoſtrarſi che ogni pianeta ſia animato da forza tendente di continuo al Sole: così dobbiamo contentarci d' eſſere ſtata la proporzionalità delle aree co' tempi aſtronomicamente dimoſtrata; acciò in conſeguenza di tale proporzionalità ſi poſſa dimoſtrare l' eſiſtenza della detta forza ne' pianeti; altrimente ſi caderebbe nella fallacia, detta da Logici *cerchio vizioſo*.

AVVERTIMENTO IX.

103. Si noti di vantaggio che il Keplero, dopo di avere conoſciuto eſſere ellittiche le orbite planetarie, ed eſſere le aree di tali orbite relativamente al Sole immobile in uno de' fuochi delle medeſime proporzionali ai tempi, proccurò di determinare le diſtanze medie de' pianeti dal Sole del modo, che s' inſegnerà a ſuo luogo. Fatte poi tali determinazioni, cercò di vedere ſe v' era qualche analogia tra sì fatte diſtanze, e i tempi periodici de' medeſimi pianeti, che trovava già determinati, o tra alcune potenze di eſſe diſtanze, e di eſſi tempi. Dopo faticoſiſſimi calcoli, e calcoli qualche volta errati, li riuſcì finalmente di ſcoprire che i quadrati de' tempi periodici, che impiegano i pianeti a girare intorno al Sole,

sono nella ragione de' cubi delle distanze medie, che gli stessi pianeti hanno dal Sole. Quest' altra analogia, trovata dal Keplero tra i quadrati de' tempi periodici, e i cubi delle distanze medie de' pianeti dal Sole, è stata talmente confermata dagli Astronomi posteriori, e verificata anche ne' satelliti e di Giove, e di Saturno, che s'è da più tempo annoverata pure tra le leggi astronomiche. Però tale legge, come dimostreremo in seguito, deriva dall' essere le orbite ellittiche col Sole in uno de' fuochi di esse, e le aree relativamente al Sole proporzionali ai tempi.

AVVERTIMENTO X.

104. Da quanto s' è fin qui detto agevolmente si comprende che, in proseguire innanzi l' Astronomia, tutto l' edifizio sarà appoggiato a tre basi fondamentali. La prima sarà che il Sole stia immobile nel suo sito, e che la terra si muova giornalmente intorno al proprio asse, e annualmente intorno al Sole. La seconda sarà che le orbite de' pianeti sieno ellittiche, e che habbiano tutte il Sole in uno de' fuochi di esse. La terza finalmente sarà che le aree relativamente al Sole, trattandosi de' pianeti primarj, e relativamente alli pianeti primarj, trattandosi de' pianeti secondarj, sieno proporzionali ai tempi. Prima intanto di metterci in cam-

cammino, ci piace di premettere il come con facilità si spiegano i principali fenomeni celesti coll' ajuto del moto e diurno, e annuo della terra. Perciò soggiugniamo i due seguenti capi.

CAP. IV.

Si spiegano nel sistema copernicano l' apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti, l' apparente moto annuo del Sole, e le vicende delle stagioni, de' giorni, e delle notti.

Spiega dell' apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti.

105. Rotando la terra secondo il sistema copernicano in ogni giorno dall' occidente verso l' oriente intorno al suo asse, agli spettatori terrestri, che non s' avveggono di tale rotazione, deve apparire che roti nel medesimo tempo per direzione opposta, cioè dall' oriente verso l' occidente intorno l' asse del mondo tutta la sfera mondana, e conseguentemente tutt' i corpi celesti, che appariscono nella sua superficie. Ed

ecco come, per la rotazione diurna della terra dall' occidente verſo l' oriente intorno al proprio aſſe, deriva l' apparente moto diurno di tutt' i corpi celeſti dall' oriente verſo l' occidente intorno l' aſſe mondano.

AVVERTIMENTO I.

106. Si noti che col rotare la terra intorno al proprio aſſe, deve rotare anche intorno all' iſteſſo aſſe l' orizzonte terreſtre di qualunque luogo della terra. E perciò il naſcere, e tramontare de' corpi celeſti relativamente a un luogo della terra deriva non da moto reale di tali corpi dall' oriente all' occidente, ma da moto reale dell' orizzonte terreſtre del luogo dall' occidente verſo l' oriente. L' iſteſſo ſi deve intendere del paſſaggio de' corpi celeſti pel meridiano di qualunque luogo terreſtre.

AVVERTIMENTO II.

Fig.5. 107. Contraſſegnino ABCD l' eclittica, S il Sole, PERQ la terra, PR il ſuo aſſe, e PGR il meridiano d' un luogo terreſtre, che per chiarezza chiamo L. Ricevendo il meridiano PGR in ogni rivoluzione giornaliera della terra tutte le infinite diverſe poſizioni poſſibili; qualora ſi trova diretto al centro d' un corpo celeſte, allora ſi dice paſſare tale corpo pel meridiano del luo-

luogo L. Si ſupponga ſuccedere il paſſaggio d' un corpo celeſte pel meridiano PGR nel momento, in cui il centro della terra ſi trova in C. Se la terra in una ſua rivoluzione reſtaſſe immobile in C, la rivoluzione incominciata nel momento del paſſaggio del corpo celeſte pel meridiano PGR ſi terminerebbe, tornato il meridiano PGR alla medeſima ſituazione di prima; onde, ſuppoſto immobile il detto corpo celeſte, tornerebbe tale corpo a paſſare pel medeſimo detto meridiano, e da un paſſaggio all' altro per sì fatto meridiano vi ſcorrerebbe il tempo preciſo d' una intera rivoluzione della terra intorno al proprio aſſe. Or la terra intanto ſi trasferiſce per un arco dell' eclittica. Si ſupponga trasferirſi per l' arco CF. Sicchè la rivoluzione della terra, incominciata in C dal momento del paſſaggio pel meridiano PGR del corpo celeſte, ſi compie quando la ſteſſa terra è giunta in F, e conſeguentemente quando il medeſimo meridiano PGR è in F in una ſituazione parallela a quella avuta in C. E perciò, ſe il corpo celeſte è una ſtella, ella per l' immenſa diſtanza, che ha dalla terra, tornerà a vederſi paſſare pel medeſimo meridiano PGR, compita la detta rivoluzione della terra in F; ſe poi è il Sole, non può egli vederſi tornato all' iſteſſo detto meridiano, compita la rivoluzione della terra in F, ma deve la terra raggirarſi per altro poco, af-

affinchè possa il meridiano PGR corrispondere di nuovo al Sole.

COROLLARIO.

108. Da ciò è facile a dedurne le seguenti conseguenze. 1. Che il giorno sidereo è sempre più brieve del giorno solare. 2. Che il giorno sidereo è il tempo preciso, che impiega la terra a girare intorno al proprio asse. 3. Che trovandosi il giorno sidereo sempre dell'istessa misura, dell'istessa misura deve sempre essere il tempo della rivoluzione intera della terra intorno al proprio asse. 4. Finalmente che non essendo costante l'arco, che descrive la terra per l'eclittica in tutte le sue rivoluzioni diurne, costante non può essere per tutto l'anno neppure l'eccesso del giorno solare sul giorno sidero, e conseguentemente costante per tutto l'anno non può nè tampoco essere la lunghezza dell'istesso giorno solare.

Spiega dell' apparente moto annuo del Sole.

Fig. 6. 109. S'intenda essere S il Sole, e ABCD l'orbita della terra; e s'intenda tale orbita estesa fino alla superficie della sfera mondana, talchè LMNO rappresenti l'eclittica, ed

ed S il suo centro. E finalmente s' intendano per S tirati i diametri LN, OM dell' eclittica, che intersecano il perimento della detta orbita ne' punti A, B, C, D. E' chiaro che trovandosi la terra in A, il Sole S deve apparire nel punto L dell' eclittica; e che progredendo la terra successivamente per gli archi AB, BC, CD, DA secondo l' ordine de' segni, deve apparire di progredire il Sole successivamente anche secondo l' ordine de' segni per gli archi dell' eclittica LM, MN, NO, OL. Ed ecco come dal moto annuo vero della terra per la sua orbita secondo l' ordine de' segni deriva l' apparente moto annuo del Sole per l' eclittica anche secondo l' ordine de' segni.

COROLLARIO.

110. Quindi se in L è il principio d' ariete, in M il principio di cancro, e conseguentemente in N il principio di libra, e in O il principio di capricorno; quando il Sole S veduto dalla terra apparisce essere nel principio d' ariete L, la terra veduta dal Sole apparirebbe nel principio di libra N; e similmente quando il Sole S veduto dalla terra apparisce nel principio di cancro M, la terra veduta dal Sole apparirebbe nel principio di capricorno O.

Spiega delle vicenne delle ſtagioni.

Fig. 5. 111. Contraſſegnino ABCD l'orbita terreſtre, S il Sole, e PERQ la terra; e contraſſegnino della terra PR l'aſſe, EQ l'equatore, LM il tropico di cancro, NO il tropico di capricorno, P il polo ſettentrionale, e R il polo meridionale. Poichè la terra nel girare per la ſua orbita mantiene ſempre il ſuo aſſe parallelo a ſe ſteſſo, e inclinato all' eclittica con un angolo uguale al complimento al retto dell' inclinazione dell' eclittica coll' equatore, vale a dire con un angolo di $66^{\circ}. 31'. 49''$; ſe per S s' intende tirata SZ parallela all' aſſe terreſtre PR, deve eſſere SZ inclinata al piano ABCD dell' eclittica col detto angolo. S' intenda per S menata la retta BD, comune ſezione del piano ABCD col piano dell' angolo d'inclinazione della retta SZ coll' iſteſſo piano ABCD; e per l' iſteſſo punto S s' intenda anche menata nel medeſimo piano ABCD la retta AC perpendicolare a BD. E' chiaro pel § *64 della Geo. Sol.* che di tutti gl' infiniti angoli, che può formare ZS colle infinite rette, che da S ſi poſſono menare agl' infiniti diverſi punti del perimetro ABCD, il minimo è ZSB di $66^{\circ}. 31'. 49''$, e 'l maſſimo è il ſuo conſeguente ZSD di $113^{\circ}. 28'$.

28'. 11''; che ciascuno degli angoli ZSA, ZSC è retto; che ciascuno di quelli, che forma ZS colle rette tirate da S a punti sì dell' arco CD, che dell' arco DA è maggiore del retto, e tanto più approssimante al massimo ZSD, quanto più il punto dell' arco CD, o DA s'avvicina al punto D; e finalmente che ciascuno degli altri angoli, che forma ZS colle rette tirate da S a' punti sì dell' arco AB, che dell' arco BC è minore del retto, e tanto più approssimante al minimo ZSB, quanto più il punto dell' arco AB, o BC s' avvicina al punto B. Ciò posto

1. Quando la terra si trova in C, e conseguentemente il Sole apparisce in A; essendo l' asse terrestre PR parallelo ad SZ, e l' angolo ZSC retto, retto sarà anche l' angolo PCS. Onde l' arco del meridiano terrestre, procedente per CS, che tramezza tra 'l polo P, e la retta CS, è di 90°, quant' è la distanza del polo P dall' equatore. E perciò la retta CS nel momento, in cui la terra è in C, incontra la superficie dell' istessa terra nella periferia dell' equatore. Per la qual cosa il Sole nel detto momento corrisponde verticalmente all' equatore terrestre, e conseguentemente apparisce nell' equatore celeste, cioè nel principio d' ariete, in cui la periferia dell' equatore s' interseca da una banda con quella dell' eclittica, accadendo in sì fatto momento l' e-

l'equinozio di primavera. E di più perchè durante una rivoluzione diurna, di poco l terra s'avanza nell'eclittica; perciò, duran te la rivoluzione diurna, in cui la terra i trova in C, la retta CS incontra sempr la terra a un di presso nella periferia dell equatore. Sicchè, durante la rivoluzion diurna, in cui succede l'equinozio di pri mavera, il Sole deve apparire descriver l'equatore celeste.

2. Quando poi la terra procede da C in D, e 'l Sole conseguentemente apparisce pro cedere da A in B; andandosi l'angolo ZSC successivamente accrescendo sul retto fin a $113^{\circ}.31'.49''$ in D, l'angolo PCS s'an derà successivamente diminuendo per rispet to del retto fino a $66^{\circ}.28'.11''$ nell'istes so punto D. Onde l'arco del meridian terrestre, procedente pel Sole S, e che tra mezza tra 'l polo settentrionale P, e la retta CS s'anderà successivamente diminuen do per rispetto dell'arco di quadrante fin all'arco di $66^{\circ}.28'.11''$. Sicchè il Sol anderà verticalmente corrispondendo non pi all'equatore, ma a paralleli, li quali s'an deranno successivamente allontanando dall equatore EQ verso il tropico di cancr LM; e conseguentemente in ogni giorno pel picciolo avanzo giornaliero della terr nell'eclittica, apparirà descrivere parallel celesti, li quali da giorno in giorno s'an deranno sempre avvicinando al tropico di

can-

cancro. Per la qual cosa si ha la primavera, intanto che la terra si trasferisce da C a D, ed il Sole per conseguenza apparisce trasferirsi da A a B.

3. Quando la terra si trova in D, e 'l Sole conseguentemente apparisce in B; essendo l' angolo PDS di 66°. 31'. 49", quant' è la distanza del tropico di cancro LM dal polo settentrionale P, nel momento, in cui la terra si trova in D, la retta SD incontra la superficie terrestre nella periferia del tropico di cancro; e perciò in tale momento il Sole corrisponde verticalmente al detto tropico, e conseguentemente apparisce nel tropico di cancro celeste, cioè nel principio di cancro, in cui la periferia dell' istesso tropico si tocca con quella dell' eclittica, accadendo in sì fatto momento il solstizio di state. E di più perchè, durante una rivoluzione diurna, di poco la terra s' avanza nell' eclittica; perciò, durante la rivoluzione diurna, in cui la terra si trova in D, la retta SD incontra sempre la terra a un di presso nella periferia del detto tropico. Sicchè, durante la rivoluzione diurna, in cui succede il solstizio di state, il Sole deve apparire descrivere il tropico celeste di cancro.

4. Quando in oltre la terra procede da D ad A, e 'l Sole conseguentemente apparisce procedere da B a C; andandosi l' angolo PDS successivamente avvicinando al ret-

retto, l' arco del meridiano terrestre, procedente pel Sole S, e che tramezza tra 'l polo settentrionale P, e la retta SD s' anderà successivamente approssimando all' arco di quadrante. Onde il Sole anderà verticalmente corrispondendo non più al tropico di cancro, ma a paralleli, li quali s' anderanno successivamente avvicinando dal tropico di cancro LM all' equatore EQ; e conseguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo giornaliero della terra nell' eclittica, apparirà descrivere paralleli celesti, li quali da giorno in giorno s' anderanno sempre avvicinando all' equatore. Per la qual cosa si ha la state, intanto che la terra si trasferisce da D ad A, ed il Sole per conseguenza apparisce trasferirsi da B a C.

5. Quando di più la terra si trova in A, e 'l Sole conseguentemente apparisce in C, accade similmente l' equinozio d' autunno, e nel giorno di tale equinozio il Sole apparisce descrivere un' altra volta l' equatore.

6. Quando di vantaggio la terra procede da A a B, e 'l Sole per conseguenza apparisce procedere da C a D; andandosi l' angolo ZSA successivamente diminuendo dal retto fino a *66°. 31'. 49"* in B, l' angolo PAS s' anderà successivamente accrescendo relativamente al retto fino a 113°. 28'. 11" in B. E perciò il Sole anderà verticalmente corrispondendo non più all' equatore, ma a paralleli, li quali s' anderanno successivaſivamente allontando dall' equatore EQ verſo il tropico di capricorno NO; e conſeguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo diurno della terra nell'eclittica, apparirà deſcrivere paralleli celeſti, li quali da giorno in giorno s'anderanno ſempre avvicinando al detto tropico. Per la qual coſa ſi ha l' autunno, intanto che la terra ſi trasferiſce da A a B, e 'l Sole per conſeguenza appariſce trasferirſi da C a D.

7. Quando ulteriormente la terra ſi trova in B, e 'l Sole conſeguentemente appariſce in D, accade ſimilmente il Solſtizio d'inverno, e nel giorno di tale ſolſtizio il Sole appariſce deſcrivere il tropico di capricorno.

8. Quando finalmente la terra procede da B a C, e 'l Sole conſeguentemente appariſce procedere da D ad A; andandoſi l' angolo PBS ſucceſſivamente avvicinando al retto, anderà il Sole verticalmente corriſpondendo non più al tropico di capricorno NO, ma a paralleli, li quali s' anderanno ſucceſſivamente allontanando dal detto tropico verſo l' equatore EQ; e conſeguentemente l' iſteſſo Sole apparirà in ogni giorno andare deſcrivendo paralleli celeſti, li quali da giorno in giorno s' anderanno ſempre avvicinando all' equatore. Per la qual coſa ſi ha l' inverno, intanto che la terra procede da B a C, e 'l Sole conſeguentemente appariſce procedere da D ad A.

Ed

Ed ecco in che modo dal moto vero della terra per l'eclittica in un anno, e dal parallelismo dell'asse terrestre derivano le vicenne delle stagioni.

AVVERTIMENTO I.

112. Si noti che nello spiegare le vicenne delle stagioni non s'è avuto riguardo alla variazione dell'inclinazione dell'eclittica; perchè tale variazione non altera affatto nè i tempi delle stagioni, nè le lunghezze di esse, sebbene alterasse alquanto le distanze de' tropici dall'equatore.

AVVERTIMENTO II.

113. Si noti ancora che non ci prendiamo pena di spiegare nel sistema copernicano le vicende de' giorni, e delle notti, spiegandosi in questo sistema, come si sono spiegate nel sistema antico; poichè nel sistema copernicano, per gli moti della terra e diurno, e annuo, apparisce muoversi il Sole del modo, che realmente si suppone muoversi nel sistema antico.

CAP.

C A P. V.

Si ſpiegano nel ſiſtema copernicano le direzioni, le ſtazioni, e le retrogradazioni de' pianeti primarj, e ſe ne deducono le conſeguenze, che immediatamente dedurre ſe ne poſſono da tali ſpieghe.

Spiega per gli pianeti ſuperiori.

114. Contraſſegnino ADFG l' orbita terreſtre, HLO l' orbita di qualunque de' pianeti ſuperiori, PTY la sfera mondana, e S il Sole. Fig.7.

1. Sia I il ſito, dove il pianeta ſi trova in una oppoſizione col Sole S, e ſia QS la retta procedente per I, ed S; ſarà C il ſito della terra nella medeſima oppoſizione. Eſſendo la terra più veloce del pianeta, debbono ambidue tali corpi prima dell' oppoſizione trovarſi in qualche momento in una retta tangente l' orbita terreſtre a deſtra della retta QS, e dopo in altro momento trovarſi in un' altra retta tangente l' iſteſſa orbita a ſiniſtra della

la medesima retta QS. Sia la prima di tali rette AR, e la seconda EP; talchè prima dell' opposizione, quando la terra perviene in A, il pianeta pervenga in H, e dopo, quando la terra perviene in E, il pianeta pervenga in K. E' chiaro che in procedere secondo l' ordine de' segni la terra da A a C, e da C ad E, e 'l pianeta da H ad I, e da I a K, l' istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da R a Q, e da Q a P. Sicchè il pianeta apparisce retrogrado per tutto l' arco RP, intanto che la terra, e 'l pianeta istesso procedono direttamente da A, e H fino al momento dell' opposizione per gli archi AC, HI, e dal momento dell' opposizione da C, e I per gli archi CE, IK.

2. Procedendo innanzi nelle proprie orbite secondo l' ordine de' segni la terra da E, e 'l pianeta da K, il pianeta deve apparire successivamente andarsi allontanando da P verso sinistra, e conseguentemente secondo l' ordine de' segni, e andarsi avvicinando alla congiunzione col Sole. Si supponga tale congiunzione accadere, pervenuto il pianeta in L; e si supponga altresì essere TG la retta procedente per L, e S. Nel momento di tale congiunzione la terra deve trovarsi in G. Procedendo ulteriormente innanzi la terra da G, e 'l pianeta da L, debbono di nuovo trovarsi ambidue tali corpi in una retta tangente l' orbita terrestre. Sia

BY

BY tale tangente, talchè, in pervenire la terra in B, il pianeta pervenga in M. E' chiaro che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da E a G, e da G a B, e 'l pianeta da K ad L, e da L a M, l' iſteſſo pianeta deve apparire procedere pure ſecondo l' ordine de' ſegni da P a T, e da T a Y. Sicchè il pianeta appariſce diretto per tutto l' arco PY, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da E, e K fino al momento della congiunzione per gli archi EG, KL, e dal momento della congiunzione da G, e L per gli archi GB, LM.

3. Procedendo in oltre innanzi nelle proprie orbite ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da B, e 'l pianeta da M, s' anderanno di nuovo avvicinando all' altra oppoſizione. Si ſupponga accadere tale altra oppoſizione, quando il pianeta giugne in N; e ſia XS la retta procedente per N, e S. Nel momento di sì fatta oppoſizione la terra deve trovarſi in D. Si ſupponga di più eſſere VF la retta tangente l' orbita terreſtre, nella quale retta dopo l' oppoſizione ſi debbono inſieme trovare la terra, e 'l pianeta. E' chiaro pure che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da B a D, e da D ad F, e 'l pianeta da M a N, e da N a O, l' iſteſſo pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' ſegni da Y a X, e da X ad V. Sicchè il pianeta appariſce un' altra volta retrogrado per tutto l' arco YV, intanto

che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da B, ed M fino al momento dell' opposizione per gli archi BD, MN, e dal momento dell' opposizione da D, ed N per gli archi DF, NO.

4. Dell' istesso modo proseguendo si conosce che, movendosi la terra, e 'l pianeta per le orbite proprie, procedendo sempre sì l' una, che l' altro secondo l' ordine de' segni, deve il pianeta essere circa le opposizioni col Sole sempre retrogrado, e circa le congiunzioni sempre diretto; e che ne' passaggi dalle direzioni alle retrogradazioni, e dalle retrogradazioni alle direzioni deve per qualche intervallo di tempo, più, o meno lungo a proporzione della lentezza maggiore, o minore della velocità del pianeta relativamente a quella della terra non apparire nè diretto, nè retrogrado, e conseguentemente stazionario.

COROLLARIO I.

115. Quindi nel sistema copernicano le stazioni, e le retrogradazioni de' pianeti superiori non sono, se non mere apparenze, derivanti dal moto periodico della terra intorno al Sole più veloce di quello de' medesimi pianeti.

CO-

COROLLARIO II.

116. Dovendo per le tangenti ZA, ZE essere l' arco ACE, per cui la terra si deve muovere, durante una retrogradazione del pianeta, minore sempre dell' arco restante EGA dell' orbita terrestre, e più minore dell' arco EGB, per cui l' istessa terra si deve muovere, durante la direzione dell' istesso pianeta: è facile ad intendere che i pianeti superiori impiegano minor tempo nelle retrogradazioni, che nelle direzioni.

COROLLARIO III.

117. In oltre quanto più il pianeta è rimoto, tanto più l' arco AE si fa maggiore, ed RP minore. E perciò quanto più il pianeta è rimoto, tanto più cresce il tempo della retrogradazione, e si diminuisce l' arco dell' istessa retrogradazione.

AVVERTIMENTO I.

118. Sia la terra in C, e 'l pianeta in I in una opposizione dell' istesso pianeta col Sole. Scorso un anno dopo tale opposizione, la terra ritorna in C, e 'l pianeta si deve trovare avanzato all' oriente nella sua orbita di circa $\frac{1}{30}$ dell' istessa orbita, se è Saturno, di circa $\frac{1}{12}$, se è Giove, e di

circa $\frac{8}{15}$, ſe è Marte; perchè deſcrive la ſua orbita nello ſpazio Saturno di circa 30 anni, Giove di circa 12 anni, e Marte di circa an. $1\frac{7}{8}$, o ſia di $\frac{15}{8}$ d'anno. Per poter dunque la terra pervenire in corriſpondenza del ſito, dove ſi trova allora il pianeta, deve impiegare $\frac{1}{30}$ di anno, ſe il pianeta è Saturno, $\frac{1}{12}$, ſe è Giove, e $\frac{8}{15}$, ſe è Marte. Intanto il pianeta ſi deve ulteriormente avanzare verſo l'oriente di $\frac{1}{30}$ di $\frac{1}{30}$ della ſua orbita, ſe è Saturno, di $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{12}$, ſe è Giove, e di $\frac{8}{15}$ di $\frac{8}{15}$, ſe è Marte; e perciò per pervenire la terra, dove ſi trova il pianeta in tale tempo, deve impiegarvi di più $\frac{1}{30}$ di $\frac{1}{30}$ di anno, ſe ſi tratta di Saturno, $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{12}$, ſe ſi tratta di Giove, e $\frac{8}{15}$ di $\frac{8}{15}$, ſe ſi tratta di Marte; e così procedendo in infinito. Sicchè da un' oppoſizione all' altra deve a un di preſſo ſcorrere un tempo diſegnato per Saturno dalla ſerie infinita

an. $1 + \frac{1}{30} + \frac{1}{30^2} + \frac{1}{30^3}$, ec. in infinito;

per Giove dalla ſerie infinita

an. $1 + \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{12}\right)^3$, ec. in infi.;

e per Marte dalla ſerie infinita

an. $1 + \frac{8}{15} + \left(\frac{8}{15}\right)^2 + \left(\frac{8}{15}\right)^3$, ec. in inf..

Or la ſomma della prima di tali ſerie è uguale $\frac{30}{29}$ di anno, o ſia a an. $1\frac{1}{29}$, ovvero a un anno, e gior. 13, della ſeconda è uguale a $\frac{12}{11}$ di an., o ſia a an. $1\frac{1}{11}$, ov-

ovvero a un an., e giorni 33, e della terza è uguale a $\frac{15}{7}$ di an., o sia ad anni $2\frac{1}{7}$, ovvero a an. 2, e gior. 52. Dunque da una opposizione all'altra scorrono a un di presso per Saturno an. 1, e gior. 13., per Giove an. 1, e gior. 33, e per Marte an. 2, e gior. 52.

AVVERTIMENTO II.

119. Si noti che il tempo, che scorre da un'opposizione all'altra d'un pianeta è a un dipresso tanto, quanto quello, che scorre da una congiunzione all'altra, e quanto quello pure, che scorre dal principio d'una retrogradazione al principio della retrogradazione, che immediatamente segue. E perciò se la terra s'è trovata in A, quando Saturno, o Giove ha incominciato ad apparire retrogrado; scorso un anno, e ritornata la terra in A, non può Saturno, o Giove incominciare ad apparire di nuovo retrogrado, se la terra non s'avanza in B per circa 13 altri giorni, se si tratta di Saturno, e per circa 33 altri giorni, se si tratta di Giove. Similmente se la terra s'è trovata in A, quando Marte ha incominciato ad apparire retrogrado; scorsi due anni, e ritornata la terra due volte in A, non può Marte incominciare ad apparire di nuovo retrogrado, se la terra non s'avanza in B per circa 52 altri giorni.

COROLLARIO IV.

120. Quindi il ſito della terra nella ſua orbita in ogni principio di retrogradazione d'un pianeta ſuperiore non è coſtante, ma va ſempre avanzandoſi dall' occidente verſo l' oriente.

AVVERTIMENTO III.

121. Si noti pure che le determinazioni già fatte de' tempi da ſcorrere da oppoſizione ad oppoſizione, o da congiunzione a congiunzione, o da principio di retrogradazione a principio di retrogradazione per riguardo de' pianeti ſuperiori, ſi debbono prendere per determinazioni fatte all' ingroſſo per più ragioni. 1 Perchè i tempi periodici adoperati ſono i tempi periodici all' ingroſſo determinati. 2 Perchè i pianeti ne' diverſi ſiti delle orbite hanno velocità diverſe, ſecondo ſi dimoſtrerà a ſuo luogo. 3 Finalmente perchè, eſſendo la figura delle orbite elittiche, e variando ne' diverſi ſiti di eſſe e le velocità, e le diſtanze de' pianeti dalla terra, non poſſono gli archi delle retrogradazioni dell' iſteſſo pianeta eſſere dell' iſteſſa miſura.

Spiega per gli pianeti inferiori.

122. Contrassegnino AGF l'orbita terrestre, LHIO l'orbita di Mercurio, o di Venere, PTX la sfera mondana, e S il Sole. Fig. 8.

1. Sia I il sito, dove il pianeta si trova in una congiunzione inferiore col Sole S, e sia QZ la retta procedente per S, e I; sarà C il sito della terra nella medesima congiunzione. Essendo la terra men veloce del pianeta, debbono ambidue tali corpi prima della detta congiunzione trovarsi in qualche momento in una retta tangente l'orbita del pianeta a sinistra di CQ, e dopo in altro momento trovarsi in un'altra retta tangente la medesima orbita a destra dell'istessa CQ. Sia la prima di tali rette RZ, e la seconda ZP; talchè prima della congiunzione, quando la terra perviene in A, il pianeta pervenga in H; e dopo, quando la terra perviene in E, il pianeta pervenga in K. E' chiaro che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da A a C, e da C ad E, e'l pianeta da H ad I, e da I a K, l'istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da R a Q, e da Q a P. Sicchè il pianeta apparisce retrogrado per tutto l'arco RP,

intanto che la terra, e 'l pianeta istesso procedono direttamente da A, e H fino al momento della congiunzione per gli archi AC, HI, e dal momento della congiunzione da C, e I per gli archi CE, IK.

2. Procedendo innanzi nelle proprie orbite secondo l' ordine de' segni la terra da E, e 'l pianeta da K, il pianeta deve apparire successivamente andarsi allontanando da P verso sinistra, e conseguentemente secondo l'ordine de' segni, e andarsi avvicinando alla congiunzione superiore col Sole. Si supponga tale congiunzione accadere, pervenuto il pianeta in L; e si supponga altresì essere TG la retta procedente per L, e S. Nel momento di tale altra congiunzione la terra deve trovarsi in G. Procedendo ulteriormente innanzi la terra da G, e 'l pianeta da L, debbono di nuovo trovarsi ambidue tali corpi in una retta tangente l'orbita del pianeta. Sia BY tale tangente; talchè, in pervenire la terra in B, il pianeta pervenga in M. E' chiaro che in procedere secondo l' ordine de' segni la terra da E a G, e da G a B, e 'l pianeta da K ad L, e da L ad M, l' istesso paneta deve apparire procedere pure secondo l' ordine de' segni da P a T, e da T ad Y. Sicchè il pianeta apparisce diretto per tutto l' arco PY, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da E, e K fino al momento della congiunzione superio-

riore per gli archi EG, KL, e dal momento dell' isteſſa congiunzione da G, e L per gli archi GB, LM.

3. Procedendo in oltre innanzi nelle proprie orbite ſecondo l'ordine de' ſegni la terra da B, e 'l pianeta da M, s' anderanno di nuovo avvicinando all' altra congiunzione inferiore. Si ſupponga accadere tale altra congiunzione, quando il pianeta giugne in N; e ſia XD la retta procedente per S, e N. Nel momento di sì fatta congiunzione la terra deve trovarſi in D. Si ſupponga di più eſſere VF la retta tangente l' orbita del pianeta, nella quale retta dopo la detta congiunzione ſi debbono inſieme trovare la terra, e 'l pianeta. E' chiaro pure che in procedere ſecondo l' ordine de' ſegni la terra da B a D, e da D ad F, e 'l pianeta da M ad N, e da N ad O, l' isteſſo pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' ſegni da Y ad X, e da X ad V. Sicchè il pianeta appariſce un' altra volta retrogrado per tutto l' arco YV, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da B, ed M fino al momento della detta congiunzione per gli archi BD, MN, e dal momento dell' isteſſa congiunzione da D, e N per gli archi DF, NO.

4. Dell' isteſſo modo proſeguendo ſi conoſce che movendoſi la terra, e 'l pianeta per le orbite proprie, procedendo ſempre sì l' una, che l' altro ſecondo l' ordine de' ſegni,

gni,

gni, deve il pianeta essere circa le congiunzioni inferiori col Sole sempre retrogrado, e circa le congiunzioni superiori sempre diretto; e che ne' passaggi dalle direzioni alle retrogradazioni, e dalle retrogradazioni alle direzioni deve per qualche intervallo di tempo, più, o meno lungo a proporzione della minore, o maggiore velocità del pianeta relativamente a quella della terra, non apparire nè diretto, nè retrogrado, e conseguentemente stazionario.

COROLLARIO I.

123. Quindi nel sistema copernicano le stazioni, e le retrogradazioni de' pianeti inferiori sono pure mere apparenze, derivanti dal moto periodico della terra intorno al Sole, men veloce di quello de' medesimi pianeti.

COROLLARIO II.

124. Dovendo per le tangenti ZH, ZK essere l'arco HIK, per cui il pianeta si deve muovere, durante una sua retrogradazione, minore sempre dell'arco restante KLH, e più minore dell'arco KLM, per cui l' istesso pianeta si deve muovere, durante la direzione: è facile ad intendere che anche i pianeti inferiori impiegano minor tempo nelle retrogradazioni, che nelle direzioni.

CO-

COROLLARIO III.

125. In oltre quanto più il pianeta è prossimo al Sole, tanto più l'arco HK si fa parte maggiore dell'orbita, e l'arco RP minore. E perciò a proporzione del tempo dell'intera rivoluzione è maggiore il tempo della retrogradazione per Mercurio, che per Venere, e minore per Mercurio, che per Venere l'arco RP dell'istessa retrogradazione.

AVVERTIMENTO I.

126. Sia la terra in C, e'l pianeta in I in una congiunzione inferiore dell'istesso pianeta col Sole. Scorsa una rivoluzione intera del pianeta dopo la detta congiunzione, il pianeta ritorna in I, e la terra si deve trovare avanzata nella sua orbita di circa $\frac{87}{365}$ dell'istessa orbita, se il pianeta è Mercurio, e di circa $\frac{224}{365}$, se è Venere; perchè descrive la sua orbita nello spazio di circa 87 giorni Mercurio, di circa 224 giorni Venere, e di circa 365 giorni la Terra. Per poter dunque il pianeta pervenire in corrispondenza del sito, dove si trova allora la Terra, deve impiegare $\frac{87}{365}$ del suo tempo periodico, se è Mercurio, e $\frac{224}{365}$ del suo tempo periodico, se è Venere. Intanto la terra si deve ulteriormente avanzare nella sua orbita di $\frac{87}{365}$ di $\frac{87}{365}$, o sia di

di $\left(\frac{87}{365}\right)^2$ dell' istessa orbita, se il pianeta è Mercurio, e di $\frac{224}{365}$ di $\frac{224}{365}$, o sia di $\left(\frac{224}{365}\right)^2$ dell' istessa orbita, se è Venere; e perciò per giugnere il pianeta, dove si trova la Terra in tale tempo, deve impiegarvi di più $\left(\frac{87}{365}\right)^2$ del suo tempo periodico, se si tratta di Mercurio, e $\left(\frac{224}{365}\right)^2$ del tempo suo periodico, se si tratta di Venere; e così procedendo all' infinito. Sicchè, posto il tempo periodico del pianeta $= 1$, da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore deve a un di presso scorrere un tempo disegnato per Mercurio dalla serie infinita

$$1 + \frac{87}{365} + \left(\frac{87}{365}\right)^2 + \left(\frac{87}{365}\right)^3, \text{ ec. in infi.}$$

e per Venere dalla serie infinita

$$1 + \frac{224}{365} + \left(\frac{224}{365}\right)^2 + \left(\frac{224}{365}\right)^3, \text{ ec. in infi.}$$

Or la somma della prima di tali serie è uguale a $\frac{365}{278}$ del tempo periodico, o sia a $\frac{365}{278} \times 87$, ovvero a giorni 114, e della seconda è uguale a $\frac{365}{141}$ del tempo periodico, o sia $\frac{365}{141} \times 224$, ovvero a giorni 580. Dunque da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore scorrono a un di presso per Mercurio giorni 114, o circa mesi 4, e per Venere giorni 580, o circa mesi 19.

AVVERTIMENTO II.

127. Si noti che il tempo, che ſcorre da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore è a un di preſſo tanto, quanto quello, che ſcorre da una congiunzione ſuperiore all' altra anche ſuperiore, e quanto quello pure, che ſcorre dal principio d' una retrogradazione al principio della retrogradazione, che immediatamente ſegue. E perciò ſe la Terra s' è trovata in A, quando Mercurio, o Venere ha incominciato ad eſſere retrogrado, non può il pianeta incominciare di nuovo ad eſſere retrogrado, ſe, ſcorſa un' intera ſua rivoluzione, trattandoſi di Mercurio, non s' avanza di più la Terra in B per circa giorni 27, e ſe, ſcorſe due intere rivoluzioni, trattandoſi di Venere, non s' avanza di più la Terra in B per circa giorni 132.

COROLLARIO IV.

128. Quindi il ſito della terra nella ſua orbita in ogni principio di retrogradazione d' un pianeta inferiore neppure è coſtante, ma va anche ſempre avanzandoſi dall' occidente verſo l' oriente.

AVVERTIMENTO III.

129. Si noti che ciò, che s' è detto nel § 121 relativamente alli pianeti superiori, si deve intendere anche relativamente alli pianeti inferiori.

AVVERTIMENTO IV.

130. Si dovrebbe qui soggiugnere il modo di determinare il punto, in cui un pianeta diviene stazionario; ma dal ciò insegnare ci asteniamo, per non intertenerci in una determinazione, che neppure ci somministra una sufficiente approssimazione; determinandosi tale punto nella supposizione che le orbite sieno circolari, concentriche, nel medesimo piano, e col Sole nel centro comune; vale a dire in una supposizione, che non concorda affatto colla natura. Del resto quando siamo curiosi di sapere in qual punto accade la stazione d'un pianeta, e per quanto tempo, si può ricorrere all' Efemeridi, dove si hanno giorno per giorno le longitudini del Sole, e conseguentemente della Terra, e de' pianeti. Così nel corrente anno 1783 coll' ajuto dell' Efemeridi di Bologna conosciamo essere stazionario Saturno dal 17 d' Aprile fino al giorno 25, e dal 5 di Settembre fino al giorno 13; apparendo Saturno dal 17 d' Aprile fino al giorno

25

25 sempre nel 12°. 25′ di capricorno, scorrendo la Terra intanto dal 27°. 17′ di Libra fino al 5°. 5′ di scorpione; e apparendo Saturno dal 5 di Settembre fino al giorno 13 sempre nel 5°. 49′ di capricorno, e scorrendo intanto la Terra dal 12°. 40′ di pesce fino al 20°. 27′.

AVVERTIMENTO V.

131. Si noti finalmente che procederemo ora innanzi con supporre sempre astronomicamente dimostrato essere il Sole immobile nel suo sito, e la Terra in moto giornalmente intorno al proprio asse, e annualmente intorno al Sole; 2 essere le orbite de' pianeti ellittiche, e avere ognuna il Sole in uno de' fuochi, trattandosi di pianeti primarj, ed il pianeta primario, trattandosi di pianeta secondario; e 3 finalmente essere in ogni orbita le aree relativamente al Sole, trattandosi di pianeti primarj, e relativamente alli pianeti primarj, trattandosi di pianeti secondarj, proporzionali ai tempi,

CAP.

CAP. VI.

Si ſtabiliſcono le forze, per le quali i pianeti ſi muovono nelle proprie orbite.

DEFINIZIONE I.

132. Chiamiamo *forza di proiezione* quella, che fa azione ſu d' un corpo una ſola volta, ſenza più replicarla, e vi fa azione nel ſolo momento, in cui il corpo incomincia a muoverſi.

DEFINIZIONE II.

133. Si dice *forza centrale* quella, che in ogni momento replica la ſua azione ſu d'un corpo, e la replica ſempre per direzione procedente coſtantemente da un determinato punto.

DEFINIZIONE III.

134. Relativamente a una forza centrale ſi dice *centro delle forze* il punto determinato, da cui procedono le direzioni, ſecondo le quali tale forza replica ſempre le ſue azioni.

DE-

DEFINIZIONE IV.

135. Una forza centrale si chiama *forza centripeta*, se in ogni sua azione spigne il corpo verso il centro delle forze, e *forza centrifuga*, se lo spigne non verso il centro delle forze, ma per direzione opposta.

TEOREMA I.

136. *Un corpo, che si muove in uno spazio libero spinto da una sola forza, o che tale forza faccia azione una sola volta, o che replichi la sua azione in ogni istante di tempo, si deve muovere per una linea retta, e tale moto deve essere equabile nel primo caso, e variabile nel caso secondo.*

DIMOSTRAZIONE.

Se la forza fa azione sul corpo una sola volta, si deve il corpo in tale caso muovere per la direzione, secondo la quale riceve l' azione, senza potere alterare nè tale direzione, nè la velocità impressali dalla forza. Onde il moto di tale corpo deve essere per una linea retta, ed equabile.

Se poi la forza replica in ogn' istante la sua azione; in tale caso da istante ad istante si deve alterare la velocità del corpo, ma non la direzione. Perchè, avendo nel primo iſtante la forza fatta azione ſecondo direzione, per cui ſi muove il corpo nel iſteſſo iſtante, non v' è ragione, per c nel ſecondo iſtante non debba farla per medeſima direzione. Onde nel ſecondo iſtante deve il corpo proſeguire il moto con diverſo grado di velocità, ma per la medeſima direzione, per cui s' è moſſo nel primo iſtante. L' iſteſſo deve accadere negl altri ſeguenti iſtanti. Sicchè in queſto caſ il moto del corpo deve eſſere per una line retta, ma variabile. Ch' è quanto biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO I.

137. Quindi un corpo, acciò in uno ſpazio libero ſi poſſa muovere per una curva deve eſſere ſpinto non da una, ma da più forze inſieme.

AVVERTIMENTO I.

138. Eſaminiamo intanto quali, e quante forze debbono concorrere, acciò un corpo poſſa in uno ſpazio libero deſcrivere una
Fig. 9. curva. Perciò contraſſegni ABCD, ec. la
e 10. curva, per cui ſi muova un corpo in uno ſpazio libero, avendo incominciato il ſuo moto da A; e contraſſegnino AB, BC, CD, ec. gli elementi di tale curva, che il corpo corre in iſtanti di tempo infinitamente

piccioli, ed uguali; si potranno tali elementi prendere senza errore sensibile per linee rette. Avendo il corpo nel primo istante corso l'elemento AB; se in B non ricevesse nuova azione, supposta prolungata AB in M, finchè sia MB = BA, correrebbe nel secondo istante BM. Ma corre BC. Dunque, supposta congiunta CM, e supposto fatto il parallelogrammo MQ, deve il corpo in B ricevere nuova azione per BQ, e tale da farsi correre BQ nell'istesso istante, che correrebbe BM col moto ricevuto nel primo istante, e che corre BC a cagione dell'istesso moto, e della nuova azione. Similmente se il corpo in C non ricevesse altra nuova azione; supposta prolungata BC in N, finchè sia NC = CB, correrebbe nel terzo momento CN. Ma corre CD. Sicchè, supposto fatto il parallelogrammo NR, deve il corpo in C ricevere altra nuova azione per CR, e tale da farli correre CR nell'istesso istante, che correrebbe CN col moto, che aveva nell'istante antecedente, e che corre effettivamente CD a cagione dell'istesso moto, e dell'altra nuova azione. L'istesso deve accadere in ogni altro istante di tempo. Quindi il corpo in descrivere la curva ABCD, ec. è animato da una forza, che in ogn'istante replica la sua azione, e tali azioni le replica per le direzioni BQ, CR, ec. diverse da quelle, per le quali il corpo corre ne' medesimi istanti. Or tale for-

forza non può ſola nel primo iſtante con una ſua azione far muovere il corpo per AB; altrimenti per una forza ſola il corpo ſi potrebbe muovere per una curva, il che ripugna (§ 137). Faccia dunque tale forza azione nel primo momento per AP; e ſia AP lo ſpazio, che dovrebbe correre il corpo nel primo iſtante per sì fatta azione. Correndo intanto il corpo in tale iſtante effettivamente AB; ne ſegue, ſuppoſta congiunta PB, e ſuppoſto fatto il rettangolo PL, che il corpo nel primo momento viene ſpinto ancora da un' altra forza, la cui direzione, ed efficacia viene eſpreſſa da AL; la quale forza dopo il primo iſtante non replica più la ſua azione.

COROLLARIO II.

139. Sicchè un corpo, che in uno ſpazio libero deſcrive una curva, viene ſpinto da due forze, una di proiezione, che fa azione nel ſolo primo momento, in cui il corpo incomincia a muoverſi, e un' altra, che va in ogn' iſtante replicando la ſua azione; e tali azioni le replica per direzioni diverſe da quelle, per le quali il corpo ne' medeſimi iſtanti ſi muove.

COROLLARIO III.

140. E perciò, ſe la forza, che in ogn' iſtan-

istante replica la sua azione sul corpo, che si muove per una curva, è diretta sempre in rette procedenti da un punto; il corpo descrive in tale caso una curva per due forze, una di proiezione, e l'altra centrale; e tale forza centrale sarà forza centripeta, se le azioni sue saranno sempre dirette verso il centro delle forze, e centrifuga, se saranno dirette in parti opposte; e di più la curva sarà concava verso il centro delle forze nel primo caso, e convessa nel caso secondo.

AVVERTIMENTO II.

141. Si noti che, derivando il moto d'un corpo per una curva ABCD, ec. dall'efficacie delle due dette forze, dall'angolo, che formano le direzioni di esse, e dalla legge, secondo la quale procedono le azioni di quella, che in ogni istante le replica; si deve tale curva variare o di posizione, o di grandezza, o d'indole, o di più di sì fatte circostanze col variarsi una, o più delle dette cose, e all'opposto. Spetta al Geometra definire le anzi dette cose, data la curva, e definire l'indole della curva, date le anzi dette cose.

AVVERTIMENTO III.

142. Da quanto s'è fin qui detto si rileva

leva che se sul corpo, che si muove per la curva ABCD, ec., animato da forza centripeta, cessasse in un punto C di sì fatta curva di fare azione la forza centripeta, il corpo correrebbe dal punto C per la direzione CN, tangente la curva in C, non perchè verrebbe spinto da forza centrifuga, ma perchè mancherebbe in C l'azione della forza centripeta, che l'obbliga a mutare direzione. Onde è errore di coloro, che credono che, se la forza centripeta sforza il corpo, che si muove per una curva, concava verso il centro delle forze, a descrivere la curva, una ugual forza centrifuga lo sforza in qualunque punto per la tangente della curva nel medesimo punto; essendo tale sforzo non effetto di forza centrifuga, ma della forza acquistata dal corpo fino al medesimo punto, e forza, che lo spigne per la direzione della tangente della curva nell'istesso punto. E se la mano, che gira un corpo con una fionda, sente in ogni momento uno sforzo, ciò deriva, perchè essa in ogni momento deve sforzare il corpo a girare per la curva, e deve conseguentemente in ogni momento sperimentare una reazione uguale all'azione. Premesse intanto tali cose venghiamo al

TEOREMA II.

Fig. 9. e 10. 143. *Si muova un corpo in uno spazio libero*

bero spinto in A da due forze per due diverse direzioni AT, AS, una di proiezione per la direzione AT, e l'altra centrale, che in ogn' istante replichi la sua azione per direzione procedente sempre dal centro S delle forze. Dico che tale corpo, qualunque sia la legge della forza centrale, descrive una curva esistente nel piano dell' angolo TAS, e concava, o convessa per rispetto di S, secondochè la forza centrale è centripeta, o centrifuga, e che le aree relativamente al punto S sono proporzionali ai tempi.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda essere AL lo spazio, che correrebbe il corpo nel primo istante per la sola forza di proiezione, e AP quello, che correrebbe per la sola forza centrale. Si supponga fatto il parallelogrammo PL, e tirata in esso la diagonale AB; dinoterà AB lo spazio corso dal corpo nel primo istante. S' intenda in oltre prolungata AB in M, finchè sia MB = AB. Dinoterà BM lo spazio, che correrebbe il corpo nel secondo istante, se in B non replicasse la forza centrale la sua azione. Si supponga congiunta la retta BS, ed essere BQ lo spazio, che nel secondo istante dovrebbe il corpo correre per la nuova azione della forza centrale. Supposto fatto il parallelogrammo QM, e tirata in esso la diagonale BC, dinoterà

BC lo ſpazio corſo dal corpo nel detto ſecondo iſtante. Similmente ſi ſupponga prolungata BC in N, finchè ſia NC = BC. Dinoterà CN lo ſpazio, che correrebbe il corpo nel terzo iſtante, ſe in C la forza centrale non replicaſſe di nuovo la ſua azione. Si ſupponga pure congiunta la retta CS, ed eſſere CR lo ſpazio, che nel terzo iſtante dovrebbe il corpo correre per la nuova azione della forza centrale. Suppoſto fatto il parallelogrammo RN, e tirata in eſſo la diagonale CD, dinoterà CD lo ſpazio corſo dal corpo nel terzo iſtante. Dell'iſteſſo modo procedendo innanzi s' avranno le altre lineette dinotanti gli ſpazj, che il corpo anderà ſucceſſivamente correndo negli altri iſtanti di tempo.

Or gli ſpazj AB, BC, CD, ec., corſi dal corpo ſucceſſivamente in uguali iſtanti di tempo, ſono lineette infinitamente picciole, e in direzioni diverſe. E perciò la linea ABCD, ec. deſcritta dal corpo è linea curva, avendo ognuna delle ſue parti infinitamente picciole fuori della direzione della ſua vicina.

In oltre eſſendo il parallelogrammo PL nel piano dell' angolo TAS, nel medeſimo piano è anche la ſua diagonale AB, e conſeguentemente il punto B. Onde nell'iſteſſo piano ſono pure BM, BQ, e conſeguentemente BC. Similmente ſi dimoſtra che ogni altro elemento della curva ABCD, ec. è nel è nel piano dell' angolo TAS. Sicchè nel piano del detto angolo è l' intera curva ABCD, ec., che descrive il corpo.

Finalmente, supposto tirate le rette SM, SN, avendo i triangoli ASB, BSM le basi AB, BM uguali, e 'l vertice comune in S, saranno tali triangoli tra essi uguali. Sono di più uguali i triangoli BSM, BSC, per avere la base comune BS, ed essere racchiusi tra le parallele BS, MC. Dunque i triangoli, o sieno le aree ASB, BSC, corrispondenti agli archetti AB, BC descritti in uguali istanti di tempo, sono tra esse uguali. Similmente si dimostra essere le aree BSC, CSD, corrispondenti agli archetti BC, CD descritti pure dal corpo in uguali istanti di tempo, tra esse uguali; e così procedendo innanzi. Per la qual cosa la curva ABCD descritta dal corpo, concava o convessa per rispetto di S, secondochè la forza centrale è centripeta, o centrifuga, ha relativamente al punto S le aree corrispondenti ai suoi diversi archi proporzionali ai tempi, ne' quali sono i medesimi archi corsi. Ch' è quanto bisognava dimostrare.

TEOREMA III.

144. *Si muova un corpo in uno spazio libero per la curva ABCD, ec., concava o convessa relativamente al punto S, e sieno le aree rela-*

relativamente all' istesso punto S proporzionali ai tempi. Dico essere il corpo spinto in ogni momento da una forza centrale, ed essere S il centro delle forze.

DIMOSTRAZIONE.

S' intendano essere AB, BC due archetti infinitamente piccioli, che il corpo corre in due istanti uguali, e sussecutivi; saranno, supposte congiunte le rette SA, SB, SC, le aree ASB, BSC uguali. S' intenda in oltre prolungato l'elemento AB in M, finchè sia MB = AB; sarà, supposta congiunta SM, il triangolo BSM uguale all' area ASB, e conseguentemente uguale all' area BSC. E perciò, supposta congiunta CM, sarà CM parallela a BS. Or dinotando AB lo spazio corso dal corpo in un istante, dinoterà BM quello, che correrebbe nell' istante seguente, se non ricevesse il corpo in B nuova azione. Ma corre BC in tale istante. Dunque il corpo in B riceve una nuova azione secondo la direzione della retta parallela a CM, e conseguentemente secondo la direzione della retta BS, procedente da S. Similmente si dimostra che in ogni altro istante la forza, che replica la sua azione sul corpo, la replica sempre per direzione procedente dal punto S, relativamente a cui le aree sono proporzionali ai tempi. Sicchè il corpo in descrivere la curva ABCD, ec.

ec. è animato da una forza centrale, ed S è il cento delle forze. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO.

145. Si noti che la detta forza centrale è forza centripeta, se la curva ABCD, ec. è concava relativamente ad S, e centrifuga, se è convessa.

COROLLARIO I.

146. Descrivendo ellisse ogni pianeta primario intorno al Sole immobile in uno de' fuochi di essa, e ogni pianeta secondario intorno al suo primario, esistente pure in uno de' fuochi di essa; ed essendo le aree relativamente al Sole, trattandosi di pianeta primario, e relativamente al pianeta primario, trattandosi di secondario, proporzionali ai tempi: ne segue essere animato da una forza centripeta ogni pianeta primario verso del Sole, e ogni pianeta secondario verso il suo primario.

COROLLARIO II.

147. Quindi due forze sono concorse al moto d'ogni pianeta per la sua orbita, una di proiezione, che ha fatto azione nel solo primo momento, in cui l'Autore della natura

tura l' ha posto in moto, e l' altra centripeta, che, replicando in ogni istante sempre la sua azione, fa che nello spazio libero perennemente si muova per la sua orbita.

CAP. VII.

Della legge, che osserva ogni pianeta in girare per la propria orbita relativamente alla velocità, e della ragione, che hanno le velocità di due pianeti in due punti qualunque delle proprie orbite, qualora queste vengono descritte intorno all' istesso centro delle forze.

DEFINIZIONE

Fig. 11. 148. Contrassegni l' ellisse ANPQ l' orbita di qualunque pianeta, e sieno di tale ellisse AP l' asse maggiore, e 'l fuoco S il centro delle forze. Se in S v' è, o vi si suppone la terra, in tale caso si dicono *apogeo* il punto A, e *perigeo* il punto P; se poi v' è il Sole, o altro pianeta primario, diverso dalla terra, in tale altro caso si dicono *afelio* il punto A, e *perielio* il punto P.

AV-

AVVERTIMENTO.

149. Si noti che gli Aſtronomi in abbandonare il ſiſtema volgare della terra quieta, hanno amato di ritenere il linguaggio di coloro, che l'hanno ſeguito, per evitare la confuſione, che ne potrebbe naſcere dal modo di ſpiegarſi degli uni col modo di ſpiegarſi degli altri. A tal fine riferiſcono il moto annuo della terra al Sole, niente importando che il moto reale dell' una ſia conſiderato come moto apparente dell' altro; e, contraſſegnando con ANPQ l'orbita terreſtre, e con S il Sole, in vece di conſiderare, e calcolare il moto vero della terra pel perimetro di sì fatta orbita, eſſendo il Sole in S, conſiderano, e calcolano il moto apparente del Sole pel medeſimo perimetro, ſupponendo la terra non nel fuoco S, ma nell' altro fuoco dell' iſteſſa orbita. Quindi chiamano *apogeo* del Sole il punto P, al quale viene riferito, trovandoſi la terra nel ſuo afelio A, e *perigeo* il punto A, al quale viene riferito, trovandoſi la terra nel ſuo perielio P. Per la qual coſa il luogo dell' apogeo del Sole è il punto dell' eclittica, al quale appariſce il Sole corriſpondere, quando la terra è nel ſuo afelio A, vale a dire alla maſſima diſtanza dal Sole. Similmente il luogo del perigeo del Sole è il punto dell' eclittica, al quale appariſce il So-

Sole corrispondere, quando la terra si trova nel suo perielio P, cioè alla distanza minima dall' istesso Sole.

TEOREMA IV.

150. *La velocità, colla quale qualunque pianeta si muove per la sua orbita, si va variando ne' diversi punti dell' orbita, come si variano le perpendicolari, procedenti dal centro delle forze sulle rette tangenti l' orbita ne' medesimi punti, reciprocamente prese.*

DIMOSTRAZIONE.

Contrassegni ANPQ l' ellisse che un pianeta primario descrive intorno al Sole S, esistente in uno de' fuochi dell' istessa ellisse, o un pianeta secondario intorno al suo primario; e sieno Mm, Nn due archetti, ovunque presi, descritti dal pianeta in uguali istanti di tempo. Saranno tali archetti nella ragione delle velocità del pianeta ne' punti M, e N. S' intendano congiunte le rette SM, Sm, SN, Sn, e s' intendano prolungati gli archetti Mm, Nn in X, e Y. Saranno MX, NY tangenti della curva in M, e N. S' intendano in oltre su tali tangenti calate da S le perpendicolari SX, SY. Essendo i tempi per Mm, Nn uguali, uguali saranno le aree, o sieno i triangoletti MSm, NSn; onde le basi di essi triangoli saranno in in ragione reciproca delle altezze. E perciò ſarà Mm: Nn = SY : SX. Ma ſta Mm: Nn, come la velocità del pianeta in M alla velocità in N. Sicchè le velocità del pianeta in due punti qualunque M, e N della ſua orbita ſono in ragione reciproca delle perpendicolari procedenti dal centro delle forze S ſulle tangenti l' orbita ne' medeſimi punti M, e N. Per la qual coſa la velocità, colla quale qualunque pianeta, ec.. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO I.

151. Sia AP l' aſſe maggiore dell' elliſſe. Saranno SA, SP le perpendicolari procedenti da S ſulle tangenti della curva in A, e P. E perciò le velocità del pianeta negli eſtremi A, e P dell' aſſe maggiore ſono in ragione reciproca delle diſtanze de' medeſimi punti dal centro S delle forze.

AVVERTIMENTO I.

152. Si noti che l' iſteſſo non accade relativamente a tutti gli altri punti dell' orbita; poichè relativamente a tutt' i punti dell' elliſſe, diverſi da A, e P, le perpendicolari calate da S ſulle tangenti della curva ne' medeſimi punti, ſono diverſe dalle diſtanze degli ſteſſi punti da S: anzi tali perpendicolari, con procedere da A a P per ANP, ſi

si vanno successivamente diminuendo dall
massima SA fino alla minima SP, e, co
procedere da P ad A per PQA, si vann
con pari gradi successivamente accresc ndo
dalla minima SP fino alla massima SA.

COROLLARIO II.

153. Quindi la velocità di qualunque pianeta è minima nell'afelio, massima nel perielio, e si va successivamente accrescendo dalla minima alla massima in procedere il pianeta dall'afelio al perielio, e successivamente diminuendo dalla massima alla minima in procedere dal perielio all'afelio.

COROLLARIO III.

154. In oltre determinando relativamente a qualunque pianeta la ragione della velocità massima, che ha nella sua orbita, alla velocità minima, si ha per l'istessa orbita la ragione di AS: SP.

COROLLARIO IV.

155. Contrassegni ANPQ l'orbita terrestre. Essendo i diametri apparenti del Sole guardato dalla terra da punti diversi della sua orbita in ragione reciproca delle distanze dell'istesso Sole dalli medesimi punti (§ 145 *del tom.* 2); saranno i diametri apparenti

renti del Sole nell'afelio, e nel perielio, o sia il suo apparente diametro minimo, e 'l suo apparente diametro massimo nella ragione delle velocità minima, e massima, che apparisce avere il Sole ne' medesimi siti; perchè tanto l'una, che l'altra delle dette ragioni uguaglia quella di PS : SA. E perciò determinando una di sì fatte ragioni, si ha anche l'altra; e ciascuna determina la ragione di PS: SA.

AVVERTIMENTO II.

156. Si noti che trovandosi la terra ora in A, e ora in qualsisia altro punto N della sua orbita, non è da prendere la ragione delle velocità apparenti del Sole in tali tempi uguale a quella de' diametri, che apparisce avere l'istesso Sole ne' medesimi tempi; perchè la prima di sì fatte ragioni è reciproca di quella delle perpendicolari calate da S sulle rette tangenti l' orbita in A, e N, e la seconda è reciproca di quella delle distanze AS, SN, che ha dal Sole la terra ne' punti A, e N. Sicchè la ragione delle velocità apparenti, che ha il Sole in due punti diversi, si può prendere per quella de' diametri apparenti nel solo caso, quando uno di tali punti è l' afelio, e l' altro il perielio.

TEOREMA V.

157. *Sieno ANPQ, e RBT le orbite di due pianeti, che hanno l' istesso centro delle forze S, e sieno M, e B due punti qualunque di tali orbite, e Mm, BC due archetti infinitamente piccioli descritti dalli pianeti in tempi infinitamente piccioli, ed uguali, movendosi uno da M, e l' altro da B. Dico essere, supposto congiunte le rette SM, Sm, SB, SC, le velocità di tali pianeti in M, e B in ragione composta dalla diretta delle areette MSm, BSC, e dalla reciproca delle perpendicolari calate da S sulle tangenti delle curve in M, e B.*

DIMOSTRAZIONE.

Si mettano la velocità d' un pianeta in $M = V$, e quella dell' altro in $B = v$. Sarà $V : v = Mm : BC$. S' intendano gli archetti Mm, CB prolungati in X, e H; sarà MX tangente in M, e CH tangente in B. S' intendano in oltre da S calate su tali tangenti le perpendicolari SX, SH; e finalmente s' intenda da BSC tagliata l' areetta BSD uguale ad MSm. Essendo il triangoletto MSm uguale a BSD, sarà

$$Mm : BD = SH : SX = \frac{1}{SX} : \frac{1}{SH}.$$

Ma

Ma

$$BD : BC = are.\,BSD : are.\,BSC = are.\,MSm : are.\,BSC.$$

Dunque

$$Mm : BC = \frac{are.\,MSm}{SX} : \frac{are.\,BSC}{SH}.$$

E perciò

$$V : v = \frac{are.\,MSm}{SX} : \frac{are.\,BSC}{SH}.$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

158. Si mettano l' area ellittica intera ANPQ = A, l' areetta MSm = a, l' area ellittica intera RBT = B, l' areetta BSC = b, il tempo periodico per la prima ellisse = t, per la seconda = T, e 'l tempo infinitamente picciolo, in cui i due pianeti si suppongono mossi uno per Mm, e l' altro per BC = c; s' avranno le seguenti proporzioni, cioè

$$a : A = c : t$$
$$b : B = c : T.$$

Sicchè

$$a = \frac{A \times c}{t},$$

 B×c,

$$b = \frac{B \times c}{T}.$$

E perciò sarà

$$V : v = \frac{A \times c}{t \times SX} : \frac{B \times c}{T \times SH},$$

ovvero

$$V : v = \frac{A}{t \times SX} : \frac{B}{T \times SH}.$$

Per la qual cosa le velocità de' detti pianeti in due punti qualunque M, e B delle orbite di essi sono in ragione composta dalla diretta semplice delle aree ellittiche intere, e dalla reciproca composta da quella de' tempi periodici, e dall' altra delle perpendicolari calate dal centro comune delle forze sulle rette tangenti le orbite ne' medesimi punti M, e B.

AVVERTIMENTO.

159. Esposto già che ogni pianeta è animato da una forza centripeta, la quale replica in ogn' istante di tempo la sua azione, spignendolo sempre verso il Sole, se è pianeta primario, e verso un pianeta primario, se è pianeta secondario, esistente il Sole, o il pianeta primario in uno de' fuochi dell' orbita ellittica, che il pianeta descrive; resta ora d' esporre secondo qual legge la det-

detta forza centripreta fa azione alle diverse distanze dal centro delle forze. Perciò soggiugniamo il seguente

CAP. VIII.

Della legge, secondo la quale la forza centripeta fa azione alle diverse distanze dal centro delle forze.

TEOREMA VI.

160. *Contrassegni ACBD l' orbita ellittica di qualunque pianeta, e sia S il fuoco, verso cui, essendovi il Sole, o un pianeta primario, vanno dirette le azioni della forza centripeta, che fanno girare il pianeta per tale orbita. Dico che l' efficacia della forza centripeta ne' diversi punti di ACBD si varia, come si variano i quadrati delle distanze de' medesimi punti dal fuoco S, reciprocamente prese.* Fig. 12.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda dell' ellisse ACBD essere AB l' asse maggiore, CD l' asse minore, F l' altro fuoco, e PE, RK due archetti infinitamente piccioli descritti dal pianeta in tempi infinitamente piccioli, ed uguali. S' intendano in oltre menati il diametro trasverso PM, e 'l suo conjugato QN, e calata da P su QN la perpendicolare PH. S' intendano di vantaggio congiunte le rette SK, SR, SE, SP, PF; per P, ed R menate le tangenti XY, RZ; per E, ed F menate le Ec, FI parallele ad XY; e per K menata la Kb parallela ad RZ. S' intendano ancora da E, e K calate su PS, SR le perpendicolari ET, KV. E finalmente s' intendano compiti i parallelogrammetti PaEX, RbKZ.

Essendo uguali gli angoli XPS, YPF (§ 84 *delle sez. con.*), uguali saranno gli alterni di essi PIF, PFI; onde PI = PF. E' di più QN parallela ad XY (§ 66 *delle sez. con.*), e conseguentemente parallela ad FI. Dunque nel triangolo SIF, per essere SO = OF, è pure SG = GI. E perciò è $GP = \frac{1}{2}(SP + PF) = OA$.

Si metta il parametro dell' asse primario AB = L; sarà 2 AO : 2 OC = 2 OC : L. Onde $OC = \sqrt{\frac{1}{2} L \times AO}$. Ma $QO \times PH = AO \times OC$ (§ 108 *delle sez. con.*). Dunque $QO \times PH = AO \sqrt{\frac{1}{2} L \times AO}$, e conseguentemente $PH = \frac{AO}{QO} \sqrt{\frac{1}{2} L \times AO}$.

In oltre PG : PO = Pa : Po,

ovvero

AO : PO = Pa : Po.

Dun-

Dunque

$$Po = \frac{PO \times Pa}{AO}.$$

Or essendo pel (§ 93 *delle sez. con.*)

$$PO^2 : OQ^2 = Mo \times oP : (Eo)^2 ;$$

e potendosi prendere senza errore sensibile $Mo = MP = 2\,PO$, ed $Eo = Ea$, sarà

$$PO^2 : OQ^2 = 2\,PO \times \frac{PO \times Pa}{AO} : (Ea)^2 .$$

E perciò

$$Ea = OQ \sqrt{\frac{2\,Pa}{AO}} .$$

Di più

$$PG : PH = Pa : Pc ,$$

ovvero

$$AO : \frac{AO}{QO} \sqrt{\tfrac{1}{2} L \times AO} = Pa : Pc .$$

Sicchè

$$Pc = \frac{Pa}{QO} \sqrt{\tfrac{1}{2} L \times AO}.$$

Or essendo i triangoletti rettangoli ETa, acP simili, sarà

$$Pa : Pc = Ea : ET ,$$

ovvero

$$Pa : \frac{Pa}{QO}\sqrt{\tfrac{1}{2} L \times AO} = OQ \sqrt{\frac{2 Pa}{AO}} :$$
ET.

Sicchè

$$ET = \sqrt{L \times Pa} \;;$$

e perciò

$$Pa = \frac{1}{L} \times ET^2 .$$

Similmente si dimostra essere $Rb = \frac{1}{L} \times KV^2$,

Dinotando di vantaggio Pa, Rb gli spazj, che correrebbe il pianeta in istanti uguali di tempo, se dalle sole azioni della forza centripeta venisse mosso in P, e R; posta l'efficacia della forza centripeta in $P = F$, e quella, che ha in $R = f$, sarà

$$F : f = Pa : Rb = \frac{1}{L} \times ET^2 : \frac{1}{L} \times KV^2 ,$$

ov-

ovvero

$$F : f = ET^2 : KV^2 .$$

Ma per l' uguaglianza de' tempi per PE, RK, e conseguentemente delle aree, o sia de' triangoletti PSE, RSK, sta

$$ET : KV = SR : SP = \frac{1}{SP} : \frac{1}{SR} .$$

Sicchè

$$F : f = \frac{1}{SP^2} : \frac{1}{SR^2} .$$

Per la qual cosa l' efficacia della forza centripeta ne' diversi punti dell' orbita ACBD, tendente la forza al fuoco S, si varia, come si variano i quadrati delle distanze de' medesimi punti dal fuoco S, reciprocamente prese. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

161. Avendo il pianeta nell' afelio A la massima distanza da S, nel perielio B la distanza minima, e in procedere da A a B per ACB distanza, che si va successivamente diminuendo dalla massima alla minima, e in procedere da B ad A per BDA distanza, che si va successivamente accrescendo dalla minima alla massima. Dunque un pia-

pianeta, in girare per la ſua orbita, riceve dalla forza centripeta la minima azione nell' afelio A, l'azione maſſima nel perielio B, e azione, che ſi va ſucceſſivamente accreſcendo dalla minima alla maſſima in procedere dall'afelio al perielio, e ſucceſſivamente diminuendo dalla maſſima alla minima in procedere dal perielio all'afelio.

COROLLARIO II.

162. Eſſendo le azioni della forza centripeta in A, e B nella ragione di $\frac{1}{SA^2} : \frac{1}{SB^2}$; ed eſſendo le velocità del pianeta in A, e B nella ragione di $\frac{1}{SA} : \frac{1}{SB}$ (§ 151); saranno le azioni della forza centripeta nell' afelio, e nel perielio nella ragione de' quadrati delle velocità, che ha il pianeta ne' medeſimi punti.

COROLLARIO III.

163. Contraſſegnino ACBD l'orbita della terra, ed S il Sole. Eſſendo i diametri apparenti del Sole, quando la terra è in A, e B nella ragione di $\frac{1}{SA} : \frac{1}{SB}$; ſaranno

le

le azioni della forza centripeta, che animano la terra in A, e B nella ragione de' quadrati sì delle velocità apparenti, che de' diametri apparenti del Sole, trovandosi la terra ne' medesimi punti.

AVVERTIMENTO I.

164. Si noti che trovandosi la terra ora in A, e ora in qualsisia altro punto P, la ragione delle azioni della forza centripeta in tali punti uguaglia quella de' quadrati de' diametri apparenti, e non già de' quadrati delle velocità apparenti del Sole; perchè la ragione de' detti diametri è reciproca di quella delle distanze de' medesimi punti dal Sole, e la ragione delle dette velocità è reciproca di quella delle perpendicolari calate dal Sole sulle rette tangenti l' orbita terrestre negli stessi punti.

AVVERTIMENTO II.

165. Si noti pure che la forza centripeta, che spigne in ogn' istante i pianeti primarj verso il Sole, e i secondarj verso i primarj, o è inerente ne' pianeti, su quali va in ogn' istante replicando la sua azione, o risiede nel pianeta centrale, cioè nel pianeta esistente nel centro delle forze, e da esso si diffonde in tutte le distanze, nelle quali esercita il suo potere. Il primo di sì fat-

fatti casi non può aver luogo in natura; essendo impossibile che la forza inerente in un corpo, e che conseguentemente indivisibilmente l' accompagna si possa alterare, senza alterarsi la massa dell' istesso corpo; ed essendo impossibile che tale forza, non alterandosi, possa fare nel medesimo corpo ora azione maggiore, e ora azione minore, secondochè il corpo si trova ora meno, e ora più rimoto da un altro. Dunque ha luogo il secondo caso. E perciò diffondendosi la detta forza dal pianeta centrale, la sua efficacia a diverse distanze dalla sua origine deve essere diversa, e andarsi successivamente diminuendo a proporzione che si va accrescendo la superficie della sfera della sua diffusione, o sia a proporzione che si va accrescendo il quadrato della distanza della medesima diffusione; non altrimenti che si vanno diminuendo il calore, la luce, gli odori, e 'l suono a proporzione che s' accrescono i quadrati delle distanze de' corpi, da' quali tali qualità si diffondono.

COROLLARIO IV.

166. Quindi la forza centripeta ne' pianeti non è forza gravitante in essi verso il pianeta centrale, ma forza attraente dell' istesso pianeta centrale. E perciò relativamente a più pianeti animati nelle proprie orbite dall' attrazione dell' istesso corpo centra-

trale, come Venere per esempio, e la Terra animate dall'attrazione solare, non solamente le azioni di tale attrazione, che riceve Venere in diversi punti della sua orbita, procedono in ragione reciproca de' quadrati delle distanze di sì fatti punti dal centro del Sole; ma ben anche le azioni dell' istessa attrazione solare fatte una su Venere, e l'altra sulla Terra in due punti qualunque delle orbite di tali pianeti, procedono in ragione reciproca de' quadrati delle distanze di tali punti dall' istesso centro del Sole.

AVVERTIMENTO III.

167. Si noti che lo stesso non vale per pianeti animati nelle proprie orbite da attrazioni di corpi centrali diversi; dovendo essere diverse le forze attraenti di corpi centrali diversi, come diverse sono la masse, che li compongono. Onde non è l'azione, che riceve la Luna in un punto della sua orbita dall'attrazione terrestre, all' azione, che riceve Venere in un punto pure dell'orbita sua dall'attrazione solare, come il quadrato della distanza del secondo punto dal centro del Sole al quadrato della distanza del punto primo dal centro della terra; dovendosi con questa ragione comporre l' altra delle forze attraenti della Terra, e del Sole, o sia delle masse di tali corpi, per avere la

ra-

ragione delle dette azioni.

AVVERTIMENTO IV.

168. Si noti che dalla forza attraente del Sole vengono animati non ſolamente tutt' i pianeti primarj, ma ben anche tutte le comete, come ſi dirà a ſuo luogo. Sicchè la sfera d'attrazione del Sole ſi eſtende non ſolamente per tutt' il ſiſtema planetario, ma anche ſino alle più rimote comete nelle enormi diſtanze, per le quali dal Sole s'allontanano. Per la qual coſa ſe i pianeti ſecondarj ubbidiſcono alle attrazioni de' riſpettivi primarj, qualche influenza ſu di eſſi vi ha anche l'attrazione ſolare: anzi ne' luoghi opportuni ſi dirà che qualche diſturbo ſi produce ne' moti de' ſecondarj dalle attrazioni de' primarj, a' quali eſſi non appartengono; e che i primarj iſteſſi in certe poſiture vicendevolmente ſi diſturbano alquanto ne' moti colle riſpettive attrazioni.

AVVERTIMENTO V.

169. Prima di procedere innanzi non ſarà fuori di propoſito paragonare la forza centripeta de' pianeti colla gravità de' corpi terreſtri. Perciò contraſſegnino T la terra, ed
Fig. 13. RQ l' orbita della Luna, che ſi può ſenza molto errore prendere per un cerchio, che abbia per centro il centro T della terra; e con-

e contrassegni LM l' archetto, che corre la Luna in 1'. S' intenda congiunto il raggio TL, e calata da M su TL la perpendicolare MP; dinoterà LP lo spazio, che correrebbe la Luna in 1' per la sola forza centripeta, Essendo LM corso in 1', si può senza sensibile errore prendere per LM la sua corda, e conseguentemente $LP = \frac{LM^2}{2\,TL}$. Essendo in oltre il raggio terrestre TA di pal. 24163153 (§ 213 *delle geo. prat.*), e la distanza mezzana della Luna dal centro della terra di 60 semidiametri terrestri, come si determinerà a suo luogo; sarà TL di pal. 1449789180; onde l' intera orbita lunare sarà di pal. 9107575628. 76. Di più la Luna corre l' intera sua orbita in $27^{gio.}$. $7^{or.}$. 43', ovvero in 39343', come si determinerà in luogo opportuno. Sicchè l'arco LM corso in 1' è a un di presso di pal. 231491, e conseguentemente $LP = \frac{LM^2}{2\,TL}$ $= \frac{53588083081}{2899578360} =$ pal. 18. 57 a un di presso. Or se la Luna venisse sulla terra, l'efficacia della sua forza centripeta dovrebbe crescere quanto il dinota il quadrato di 60, o sia quanto il dinota 3600. Per tale forza dunque la Luna sulla terra dovrebvrebbe discendere per l'altezza di pal. (18. 57)×3600 in 1'. Tanta pure è l'altezza, per cui un corpo terrestre discende verso la terra in 1'. Sicchè la forza centripeta della Luna è l'istessa della gravità de' corpi terrestri; e conseguentemente, essendo la forza centripeta della Luna dell' istessa natura della forza centripeta d' ogni altro pianeta, la forza di gravità de' corpi terrestri è dell' istessa natura della forza centripeta di ogni pianeta.

COROLLARIO V.

170. Quindi l'attrazione della terra rende gravi i corpi terrestri; e quindi la gravità ne medesimi corpi alle diverse distanze dal centro della terra deve variare, secondo variano i quadrati di tali distanze, reciprocamente prese.

CAP. IX.

S' espongono altri importanti teoremi, che alla teorica delle forze centripete de' pianeti appartengono.

TEOREMA VII.

171. *Contrassegnino AMB, CGD le orbite di* Fig. 14. *due pianeti, che girano intorno all' istesso corpo centrale S, e P, e Q i parametri degli assi maggiori di tali orbite. Dico che le velocità di sì fatti pianeti in due punti qualunque M, e G di tali orbite sono in ragione composta dalla diretta delle radici de' parametri P, e Q, e dalla reciproca delle perpendicolari procedenti da S sulle rette tangenti le medesime orbite ne' punti M, e G.*

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda essere MN, GH due elementi delle orbite AMB, CGD, che i pianeti corrono in tempi infinitamente piccioli, ed uguali; e s' intendano tali elementi prolungati in X, e Y. Saranno MX, GY tangenti delle orbite in M, e G. S' intendano in oltre da S calate su tali tangenti le perpendicolari SX, SY, e congiunte le rette SM, SN, SG, SH. S' intendano pure da N, e H calate su SM, SG le perpendicolari NT, HR; e finalmente s' intenda essere Ma, Gb i spazietti, che i pianeti correrebbero da M, e G per le sole azioni delle forze centripete.

Poste le velocità de' pianeti in M, e G espresse da V, e v, sarà pel § 157

$$V : v = \frac{are.\ MSN}{SX} : \frac{are.\ GSH}{SY},$$

ovvero

$$V : v = \frac{SM \times NT}{SX} : \frac{SG \times HR}{SY},$$

Onde

$$V^2 : v^2 = \frac{SM^2 \times NT^2}{SX^2} : \frac{SG^2 \times HR^2}{SY^2}.$$

Ma pel § 160

$$NT^2 = P \times Ma$$
$$HR^2 = Q \times Gb.$$

Sicchè

$$V^2 : v^2 = \frac{P \times Ma \times SM^2}{SX^2} : \frac{Q \times Gb \times SG^2}{SY^2}.$$

Or

Or, essendo le forze centrali in M, e G nella ragione di Ma : Gb, sarà

$$Ma : Gb = SG^2 : SM^2;$$

onde

$$Ma \times SM^2 = Gb \times SG^2.$$

E perciò

$$V^2 : v^2 = \frac{P}{SX^2} : \frac{Q}{SY^2},$$

e conseguentemente

$$V : v = \frac{1}{SX} \surd P : \frac{1}{SY} \surd Q.$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

172. Essendo $V : v = \frac{are.\ MSN}{SX} : \frac{are.\ GSH}{SY}$, e $V : v = \frac{1}{SX} \surd P : \frac{1}{SY} \surd Q$; sarà *are.* MSN : *are.* GSH $= \surd P : \surd Q$. Nell' istessa ragione sono le aree corrispondenti a due archi qualunque descritti dalli pianeti in tempi uguali. Sicchè le aree corrispondenti ad archi descritti in tempi ugua-

li da due pianeti, che girano intorno a un istesso corpo centrale, sono proporzionali alle radici de' parametri degli assi maggiori delle orbite ellittiche de' medesimi pianeti.

COROLLARIO II.

173. Si mettano di più l' area ellittica intera ANB = A, l' area ellittica intera CGD = B, il tempo periodico per la prima orbita = t, e 'l tempo periodico per la seconda orbita = T; sarà pel § 158

$$V : v = \frac{A}{t \times SX} : \frac{B}{T \times SY}.$$

Ma pel § 171

$$V : v = \frac{1}{SX} \sqrt{P} : \frac{1}{SY} \sqrt{Q}.$$

Sicchè

$$\frac{1}{t} \times A : \frac{1}{T} \times B = \sqrt{P} : \sqrt{Q}.$$

E perciò

$$T : t = \frac{B}{\sqrt{Q}} : \frac{A}{\sqrt{P}}.$$

Per la qual cosa i tempi periodici sono in ragione composta dalla diretta delle aree ellittiche intere, e dalla reciproca de' parametri degli assi maggiori delle medesime ellissi.

CO-

COROLLARIO III.

174. Se i punti M, e G sono i vertici degli assi minori delle orbite ellittiche; saranno in tal caso SM, SG uguali alle metà degli assi maggiori, ed SX, SY uguali alle metà degli assi minori. Or esprimendo le metà delli detti assi maggiori con A, e B, e le metà degli assi minori con *a*, *b*; ed essendo

$$2A : 2a = 2a : P$$
$$2B : 2b = 2b : Q;$$

saranno

$$P = \frac{1}{A} \times 2a^2,$$

$$Q = \frac{1}{B} \times 2b^2.$$

E perciò sarà

$$V : v = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{1}{A} \times 2a^2} : \frac{1}{b}\sqrt{\frac{1}{B} \times 2b^2},$$

cioè

$$V : v = \frac{1}{\sqrt{A}} : \frac{1}{\sqrt{B}}.$$

Sicchè le velocità de' pianeti ne' supposti

 pun-

punti sono in ragione reciproca delle radici delle distanze de' medesimi punti dal centro comune S delle forze.

COROLLARIO IV.

175. Essendosi di vantaggio dimostrato nel § 173 essere i tempi periodici t, e T de' pianeti, che girano per le orbite ellittiche intorno all'istesso corpo centrale S, in ragione composta dalla ragione diretta delle aree ellittiche intere, e dalla reciproca delle radici de' parametri degli assi principali; ritenendo l'istesse denominazioni del corollario precedente, sarà

$$t : T = \frac{A \times a}{\sqrt{P}} : \frac{B \times b}{\sqrt{Q}}.$$

Ma

$$\sqrt{P} = \sqrt{\frac{2a^2}{A}}$$

$$\sqrt{Q} = \sqrt{\frac{2b^2}{B}}.$$

Sicchè

$$t : T = \frac{A \times a\sqrt{A}}{\sqrt{2a^2}} : \frac{B \times b\sqrt{B}}{\sqrt{2b^2}},$$

ovve-

ovvero

$$t : T = \sqrt{A^3} : \sqrt{B^3},$$

e conseguentemente

$$t^2 : T^2 = A^3 : B^3.$$

Per la qual cosa per gli pianeti, che girano intorno l' istesso corpo centrale, i quadrati de' tempi periodici sono nella ragione de' cubi della metà degli assi principali delle ellissi, o sieno delle distanze, che hanno gli stessi pianeti dal centro comune S delle forze, qualora si trovano ne' vertici degli assi minori, vale a dire nelle medie distanze dal corpo centrale.

COROLLARIO V.

176. Potendosi finalmente considerare il cerchio come un' ellisse, in cui i due assi sono uguali, e conseguentemente il parametro di ciascuno uguaglia il diametro, e in cui i due fuochi s' uniscono nel centro. Se un corpo celeste girasse per la periferia d'un cerchio, descrivendo intorno al suo centro aree proporzionali ai tempi; sarebbe tale corpo animato da una forza centripeta tendente sempre all' istesso centro, e tale forza sarebbe costante in tutt' i punti della peri-

feria, come punti ugualmente distanti dal centro; e procederebbe altresì il corpo con una velocità costante, essendo le perpendicolari alle tangenti sempre il raggio dell'istesso cerchio, ch'è costante. Di più se due corpi celesti girassero per le periferie di due cerchi concentrici, descrivendo ognuno intorno al centro comune aree proporzionali ai tempi; le forze centrali, che spignerebbero costantemente tali corpi verso il centro comune, sarebbero in ragione reciproca de' quadrati de' raggi de' cerchi; le velocità costanti de' medesimi corpi sarebbero in ragione composta dalla diretta delle radici de' parametri, e dalla reciproca delle perpendicolari calate dal centro comune sulle tangenti, e conseguentemente nella ragione reciproca de' raggi de' cerchi; e finalmente i quadrati de' tempi periodici sarebbero nella ragione de' cubi de' raggi degli stessi cerchi.

TEOREMA VIII.

Fig. 15. 177. *Contrassegnino ABCD l'orbita ellittica d'un pianeta, F il fuoco, dove è diretta la forza centripeta, AC, BD gli assi conjugati, e BEG il cerchio descritto col centro F, e coll'intervallo FB. Dico che, se tale pianeta girasse per la periferia BEG, spinto sempre verso il centro F dalla forza centripeta del vigore, che fa azione sull'istesso pianeta nel punto B dell'ellisse, la velocità costante,*

che

che avrebbe per la detta periferia, uguaglierebbe quella, che ha nel punto B dell' ellisse, e che il tempo periodico per l' istessa periferia sarebbe uguale al tempo periodico per l' ellisse.

DIMOSTRAZIONE.

Potendosi considerare il cerchio BEG come un' ellisse, che ha per metà dell' asse primario ogni suo raggio, e per vertice dell' asse secondario ogni punto della sua periferia; sarà la velocità del pianeta nel punto B dell' ellisse alla velocità, che avrebbe in ogni punto della periferia BEG, come $\sqrt{FB}$: $\sqrt{OA}$ (§ 174); e sarà il tempo periodico per l' ellisse ABCD al tempo periodico pel cerchio BEG, come $\sqrt{OA^3}$: $\sqrt{FB^3}$ (§ 175). E perciò, essendo FB = OA, sarà la velocità del pianeta nel punto B dell' ellisse uguale a quella, che avrebbe in ogni punto della periferia BEG, e 'l tempo periodico per l' ellisse uguale al tempo periodico pel cerchio BEG. Ch' è quanto bisognava dimostrare.

TEOREMA IX.

178. *Girino due pianeti per le periferie circolari AMG, CDI con forze centriprete tendenti alli centri O, e F, e in tali centri sieno corpi centrali di masse diverse, e conseguentemente con forze attraenti proporzionali a tali masse.* Fig. 16.

Di-

Dico che sì fatte masse sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' raggi OA, FC, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici de' pianeti per le dette periferie.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda col centro O, e coll' intervallo OB = FC descritto il cerchio BNH, e per la periferia di tale cerchio s' intenda girare un altro pianeta animato dalla medesima forza attraente del corpo centrale O. S' intenda in oltre essere AM, BN, CD gli archetti, che i rispettivi pianeti corrono in tempi infinitamente piccioli, ed uguali. Finalmente dalli punti M, N, e D s' intendano calate su AG, CI le perpendicolari MP, NQ, DE. Dinoteranno AP, BQ, CE gli spazj da corrersi dalli pianeti, uguali, o disuguali che sieno di masse, in uguali istanti per le sole forze centripete. Onde sta AP : BQ, come la forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la periferia AMG, alla forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la periferia BNH, ovvero come $\frac{1}{OA^2} : \frac{1}{OB^2}$; e sta BQ : CE, come la forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la periferia BNH, alla forza centripeta, che anima il pianeta, che si muove per la peririferia CDI, ovvero, mettendo la massa del corpo centrale O = M, e quella del corpo centrale F = m, come M : m. Essendo dunque

$$AP : BQ = \frac{1}{OA^2} : \frac{1}{OB^2},$$
$$BQ : CE = M : m;$$

sarà

$$AP : CE = \frac{M}{OA^2} : \frac{m}{OB^2} = \frac{M}{OA^2} : \frac{m}{FC^2}.$$

Or potendosi prendere senza errore sensibile gli archetti AM, CD per le corde di essi, sarà

$$AP : CE = \frac{AM^2}{2OA} : \frac{CD^2}{2FC} = \frac{AM^2}{OA} : \frac{CD^2}{FC}.$$

Onde

$$\frac{M}{OA^2} : \frac{m}{FC^2} = \frac{AM^2}{OA} : \frac{CD^2}{FC},$$

e

$$\frac{M}{OA} : \frac{m}{FC} = AM^2 : CD^2.$$

S' esprimano di più i tempi periodici de' Pianeti per le periferie AMG, CDI con

T,

T, e t, e 'l tempo infinitamente picciolo per gli archetti AM, CD con s, s' avranno le seguenti proporzioni, cioè

$$s : T = AM : peri.\ AMG$$
$$s : t = CD : peri.\ CDI.$$

Sicchè

$$AM = \frac{peri.\ AMG \times s}{T}$$
$$CD = \frac{peri.\ CDI \times s}{t}.$$

E perciò

$$\frac{M}{AO} : \frac{m}{FC} = \frac{(peri.AMG)^2 \times s^2}{T^2} : \frac{(peri.CDI)^2 \times s^2}{t^2},$$

ovvero

$$\frac{M}{AO} : \frac{m}{FC} = \frac{AO^2}{T^2} : \frac{FC^2}{t^2},$$

e conseguentemente

$$M : m = \frac{OA^3}{T^2} : \frac{FC^3}{t^2}.$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

CO-

COROLLARIO.

179. Sieno ABCD, LMNQ le orbite ellittiche di due pianeti, delle quali sieno AC, LN gli assi maggiori, BD, MQ gli assi minori, e F, e S i fuochi, verso dove le azioni delle forze centripete de' pianeti sono sempre dirette, e dove sieno corpi centrali di masse diverse. S' è già dimostrato che, descrivendo i cerchi BEG, e MRT co' centri F, e S, e coll' intervalli FB, SM, i medesimi pianeti, se si movessero per le periferie di tali cerchi colle forze centripete costanti, che hanno ne' punti B, e M delle orbite ellittiche, impiegherebbero a girare per tali periferie tempi uguali ai tempi periodici per le dette orbite (§ 177). Ma le masse de' corpi centrali F, e S sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' raggi FB, SM, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici per le periferie BEG, MRT (§ *prec.*). Dunque le medesime masse sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' semiassi maggiori OA, PL delle orbite ellittiche, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici per le medesime orbite. Fig. 15.

AVVERTIMENTO.

180. Ecco con quale fondamento si deter-

termineranno a ſuo luogo le ragioni delle maſſe de' pianeti centrali. In ſeguito ſi determineranno di tali pianeti le ragioni de' volumi, e conſeguentemente le ragioni delle denſità, che hanno, con dividere le ragioni delle maſſe per quelle de' volumi. Con avere premeſſe intanto l' eſpoſte dottrine, abbiamo ſtabilito quanto biſogna per procedere alle teoriche più rilevanti dell' Aſtronomia, che ne' ſeguenti libri s' anderanno l' una dopo l' altra ordinatamente ſviluppando.

Fine del Libro terzo.

LIBRO IV.

Delle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarj.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

181. Si dirà di qualunque pianeta primario *luogo eliocentrico* quel punto della superficie della sfera mondana, al quale dal Sole si vedrebbe corrispondere il suo centro, e *luogo geocentrico*, se il pianeta non è la terra, quel punto dell' istessa superficie, al quale dalla terra apparisce corrispondere l' istesso detto centro.

DE-

DEFINIZIONE II.

Fig. 17. 182. Contrassegnino AIPL l'orbita ellittica della terra, o di qualsisia pianeta primario, O il suo centro, S il fuoco, dove risiede il Sole, AP l'asse primario, e BNCM il cerchio della sfera mondana, nel cui piano si trova la detta orbita. Si diranno di tale orbita AP *la linea degli apsidi*, A l'*afelio*, e P il *perielio*; e si dirà altresì il cerchio BNCM l'*eclittica del pianeta*.

COROLLARIO.

183. Avendo ogni pianeta primario la sua eclittica nel piano della sua orbita, avrà ancora i suoi luoghi eliocentrici sempre nella periferia dell'istessa eclittica. E perciò, supposta prolungata AP in B, e C, sarà B il luogo eliocentrico dell'afelio A, e C il luogo eliocentrico del perielio P. Similmente nel momento, in cui il pianeta si trova in T, supposto essere SD il raggio dell'eclittica del pianeta procedente per T, sarà D allora il luogo eliocentrico del pianeta.

AVVERTIMENTO I.

184. Si noti per chiarezza che, quando in seguito diremo semplicemente *eclittica*, o *eclit-*

eclittica della terra, intenderemo il cerchio massimo della sfera mondana, che ne' libri precedenti abbiamo chiamato con tal nome, e nel cui piano si trova l' orbita terrestre: qualora poi diremo *eclittica di Mercurio*, o *eclittica di Venere*, ec., intenderemo il cerchio massimo dell' istessa sfera mondana, nel cui piano si trova l' orbita di Mercurio, o di Venere, ec.

AVVERTIMENTO II.

185. Si noti pure che siccome l' orbita d' ogni pianeta primario passa pel centro del Sole; così l' eclittica d' ogni pianeta primario deve passare pel medesimo centro, e deve conseguentemente intersecarsi con quella della terra in un diametro della sfera mondana procedente per l' istesso centro del Sole; e tale diametro co' suoi estremi determina i due punti, detti *nodi* dell' orbita del pianeta.

DEFINIZIONE III.

186. Si dirà *inclinazione dell' orbita* di qualunque pianeta primario, diverso dalla terra, l' angolo d' inclinazione, che forma l' istessa orbita con quella della terra, e conseguentemente che forma coll' eclittica terrestre. Si diranno in oltre della periferia dell' eclittica di ciascuno de' detti pianeti *limiti*

i due punti, ognuno de' quali è a diſtanza di gr. 90 dalli nodi; e ſi dirà *limite ſettentrionale* quello, che per riſpetto dell' eclittica terreſtre caderà nell' emisfero ſettentrionale, e *limite auſtrale* l' altro, che per riſpetto dell' iſteſſa eclittica terreſtre caderà nell' emisfero auſtrale.

AVVERTIMENTO.

187. Sogliono gli Aſtronomi riferire ſecondo il biſogno talora i luoghi eliocentrici de' pianeti primarj alle periferie dell' eclittiche di eſſi pianeti, e talora i luoghi sì eliocentrici, che geocentrici alla periferia dell' eclittica terreſtre. Il come intanto ciò ſi faccia, s' intenderà da quanto ſi anderà in ſeguito ſoggiugnendo.

DEFINIZIONE IV.

188. Contraſſegnino MVNZ l' eclittica terreſtre, BNCM l' eclittica di qualunque altro pianeta primario, N, e M i nodi di eſſa, MVNZ l' ordine de' ſegni, e X il principio d' ariete. S' intenda di più eſſere l' arco NY = NX. Si diranno relativamente all' eclittica del pianeta il punto Y *il principio d' ariete*, l' arco YN la *longitudine eliocentrica del nodo* N, e l' arco YCB la *longitudine eliocentrica dell' afelio* A.

DE-

DEFINIZIONE V.

189. Sieno della terra, o di qualsisia altro pianeta primario AIPL l'orbita ellittica, S il fuoco, dove risiede il Sole, BNCM l'eclittica del pianeta, B il luogo dell'afelio A, e ♈ il principio d'ariete nella medesima eclittica. Si finga un' altro pianeta girare per la periferia BNCM con moto equabile, ed in tanto tempo, in quanto compie il giro della sua orbita il pianeta vero, e girare con partire dal luogo B dell' afelio nel momento, in cui parte dall' afelio A il pianeta vero. Si diranno il finto *pianeta medio*, il moto di tale pianeta finto *moto medio* del pianeta, il punto della periferia BNCM, dove si vedrebbe dal Sole in qualunque tempo il pianeta vero, *luogo eliocentrico vero* del pianeta, il punto dell'istessa periferia, dove nell'istesso tempo dovrebbe trovarsi il pianeta finto, *luogo eliocentrico medio* del pianeta, il raggio della detta eclittica, procedente da S al luogo eliocentrico vero del pianeta, *linea del moto vero* del pianeta, e l' altro procedente da S al luogo eliocentrico medio, *linea del moto medio* del pianeta. Degli archi poi procedenti secondo l'ordine de' segni quello, che procede dal principio d'ariete ♈ fino al luogo vero del pianeta, si dirà *longitudine eliocentrica vera* del pianeta; l'altro, che procede

K 2 pure

pure da Y fino al luogo medio, si dirà *longitudine eliocentrica media* del pianeta; l'altro, che procede dal luogo B dell' afelio fino al luogo vero, si chiamerà *anomalia vera*, o *anomalia equata*, o *coaquata* del pianeta; e l'altro, che procede dall' istesso punto B fino al luogo medio, si dirà *anomalia media* del medesimo pianeta. Finalmente la differenza delle due longitudini vera, e media, che competono nell' istesso tempo al pianeta, e conseguentemente delle due anomalie pure vera, e media, si dirà *prostafaresi*, o *equazione del centro*; e finalmente la distanza del pianeta vero dal centro del Sole si chiamerà *raggio vettore*.

COROLLARIO I.

190. Quindi se, trovandosi il pianeta vero in T, il finto sia in E; supposto tirati i raggi SD, SE, saranno del pianeta allora D il luogo vero, E il luogo medio, SD la linea del moto vero, SE la linea del moto medio, YCD la longitudine eliocentrica vera, YCE la longitudine eliocentrica media, BD l'anomalia vera, BE l' anomalia media, DE l'equazione del centro, e la retta TS il raggio vettore.

COROLLARIO II.

191. Supponendosi partire il pianeta medio

dio dal luogo B dell' afelio nel momento, che parte da A il pianeta vero, e supponendosi compiere le intere rivoluzioni da ambidue tali pianeti nel medesimo tempo: ne segue che il pianeta medio perverrà in C nell' istante, in cui giugne nel perielio P il pianeta vero. Onde la linea del moto vero s' unisce con quella del moto medio in pervenire il pianeta vero e nell' afelio, e nel perielio; e conseguentemente in tali momenti non solamente l' equazione del centro si fa nulla, ma anche si fanno uguali e le due longitudini eliocentriche vera, e media, e le due anomalie vera pure, e media, facendosi le due anomalie ambedue nulle nell' afelio, e ambedue di gr. 180 nel perielio.

DEFINIZIONE VI.

192. Supposte le medesime cose; supposto descritto il cerchio AKPR intorno al diametro AP; e supposta tirata pel centro T del pianeta la FH perpendicolare ad AP: si dirà del pianeta pel momento, in cui si trova nel punto T della sua orbita, l' arco AF del cerchio AKPR, e arco procedente secondo l' ordine de' segni dall' afelio A fino alla retta FH, che passa pel centro T del pianeta, ed è perpendicolare alla linea AP degli apsidi, *anomalia eccentrica*.

COROLLARIO I.

193. Quindi l' anomalia eccentrica d' un pianeta è pure nulla, trovandosi il pianeta nell' afelio, e di gr. 180, trovandosi nel perielio.

COROLLARIO II.

194. S' intenda tirata la retta SF. Essendo, supposto il pianeta in T, e conseguentemente il suo luogo vero D, e 'l suo luogo medio E, l' anomalia media BE all' intera periferia BNCM, come il tempo impiegato dal pianeta per AT al tempo dell' intera rivoluzione, e conseguentemente come l' area ellittica AST all' intera ellisse AIPL (§ 131); e perciò come l' area circolare ASF all' intero cerchio AKPR (§ 123 *delle sez. conc.*). Se in ordine all' area del cerchio AKPR, all' area circolare ASF, terminata dall' anomalia eccentrica AF, e alli gr. 360 si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà l' anomalia media del pianeta.

COROLLARIO III.

195. S' intenda finalmente tirato il raggio OG parallelo ad SE; e, supposto congiunte le rette OF, SG, s' intenda da S cala-

calata sul raggio FO prolungato la perpendicolare SQ. Sarà l'arco AG simile a BE; onde l'anomalia media BE sta all'intera periferia BNCM, come l'arco AG all'intera periferia AKPR (§ 342 *della Geo. pia*), e conseguentemente come il settore circolare AOG all'intero cerchio AKPR. Nell'istessa ragione s'è dimostrato essere pure (§ *prec.*) l'area circolare ASF all'intero cerchio AKPR. Sicchè il settore AOG sta al cerchio AKPR, come l'area circolare ASF all'istesso cerchio. Onde il settore AOG uguaglia l'area ASF; e perciò il settore GOF uguaglia il triangolo rettilineo FOS; e conseguentemente l'arco GF uguaglia la retta SQ. Per la qual cosa l'arco GF, differenza delli due archi AF, AG, vale a dire delle due anomalie eccentrica, e media, uguaglia la perpendicolare SQ calata dal fuoco S sul raggio FO prolungato, e raggio, che limita l'anomalia eccentrica AF.

DEFINIZIONE VII.

196. Incominciandosi le anomalie a computare dalla linea CB, e continuandosi a numerare per le intere periferie BNCM, AKPR secondo l'ordine de' segni; si dirà delle medesime anomalie BNC il *primo semicerchio*, e CMB il *secondo semicerchio*.

COROLLARIO I.

197. Avendo il pianeta vero in A la minima velocità, e in P la massima (§ 153), e 'l pianeta medio sempre l'istessa velocità, mezzana tra la massima, e la minima del pianeta vero; in partire il pianeta vero dall'afelio A, deve la linea del moto medio separarsi da quella del moto vero, e nel primo semicerchio delle anomalie deve la prima delle dette linee sempre precedere l' altra, con andarsi prima l' una vieppiù allontanando dall' altra, finchè la velocità della linea del moto vero giunga al grado di quella del moto medio, e poscia l' una all' altra avvicinando, finchè s' uniscano insieme, giunto il pianeta nel perielio; in partire poi il pianeta vero dal perielio P deve la linea del moto medio di nuovo separarsi da quella del moto vero, e nel secondo semicerchio delle anomalie deve la prima di tali linee sempre seguire l' altra, coll' andarsi prima l' una vieppiù allontanando dall' altra, finchè la velocità della linea del moto vero giunga un' altra volta al grado di quella del moto medio, e poscia all' altra avvicinando, finchè s' uniscano di nuovo insieme, ritornato il pianeta all' afelio A.

CO-

COROLLARIO II.

198. Quindi l' equazione del centro tanto nel primo, quanto nel secondo semicerchio delle anomalie prima va successivamente crescendo, finchè diventa la massima, dove la velocità della linea del moto vero acquista il grado di quella del moto medio, e poscia va successivamente diminuendosi, finchè si fa nulla, giunto in un caso il pianeta al perielio, e ritornato nell' altro all' afelio.

AVVERTIMENTO I.

199. Per conoscere dove la velocità della linea del moto vero uguaglia quella del moto medio, dove è minore, e dove è maggiore: sieno AFPG l' orbita ellittica d' un pianeta, S il Sole, BEC l' eclittica del pianeta, FIG un cerchio descritto col centro S, e coll' intervallo SF mezzo proporzionale tra i due semiassi dell' orbita; e, supposto il pianeta in qualunque punto T dell' orbita, sieno SD la linea del moto vero, ed SE la linea del moto medio. Sarà l' intera ellisse AFPG al suo settore AST, come il tempo dell' intera rivoluzione del pianeta vero al tempo, che impiega per AT (§ 131), o come l' intera periferia BEC all' arco BE, ovvero come l' in- Fig. 18.

l' intera periferia FIG all' arco IH, o pure come l' intero cerchio FIG al settore circolare ISH. E perciò, essendo il cerchio FIG uguale all' ellisse AFPG (§ 124 *delle sez. con.*), sarà il settore circolare ISH uguale al settore ellittico AST. S' intenda che in un istante infinitamente picciolo di tempo si trasferiscano la linea di moto vero dal sito SX al sito ST, e la linea di moto medio dal sito SK al sito SH. Sarà pure per la medesima ragione il settore circolare infinitamente picciolo HSK uguale al settore ellittico infinitamente picciolo TSX. Col centro S, e coll' intervallo SX s' intenda descritto l' archetto circolare XV. Si potrà senza sensibile errore prendere il settore circolare XSV come uguale al settore ellittico XST, e conseguentemente come uguale al settore circolare KSH, e ST come uguale a SX, e conseguentemente come uguale a SV. Perciò VX : HK

$$= SH : ST = \frac{1}{ST} : \frac{1}{SH}.$$ Or essendo

nel momento, in cui il pianeta si trova in T, la velocità della linea del moto vero a quella della linea del moto medio, come l' angolo XST all' angolo KSH, e perciò

come $\frac{XV}{ST} : \frac{HK}{SH}$; sarà nel detto momento la velocità della linea del moto vero ro a quella del moto medio, come $\frac{1}{ST^2}$: $\frac{1}{SH^2}$.

COROLLARIO III.

200. Quindi la velocità della linea del moto vero è minore di quella del moto medio, finchè il raggio vettore ST è maggiore del raggio del cerchio FIG, o sia di SF; è uguale, dove tali raggi si fanno uguali; ed è maggiore, finchè il raggio vettore è minore di SF. Per la qual cosa la velocità della linea del moto vero è minore di quella del moto medio ne' tempi, ne' quali il pianeta si muove da A ad F, e da G ad A; è uguale ne' momenti, ne' quali il pianeta si trova ne' punti F, G della sua orbita; ed è maggiore in tutt' il tempo, in cui si muove da F a P, e da P a G.

COROLLARIO IV.

201. E perciò la massima equazione del centro si ha, trovandosi il pianeta e nel punto F della sua orbita, e nel punto G; cioè ne' due punti, dove l' anomalia vera FSA in uno, e 'l complimento a quattro retti ASG dell' istessa anomalia nell' altro è l' angolo formato da SA, e dal raggio vettore, mezzo proporzionale tra i due semiassi dell' orbita.

CO-

COROLLARIO V.

202. Come s' è dimostrato essere la velocità della linea del moto vero, qualora il pianeta è nel punto T della sua orbita, a quella del moto medio nella ragione di $\frac{1}{ST^2} : \frac{1}{SF^2}$; così si dimostra essere la velocità della linea del moto medio a quella della linea del moto vero, trovandosi il pianeta in qualunque altro punto Q dell' orbita nella ragione di $\frac{1}{SF^2} : \frac{1}{SQ^2}$. Sicchè la velocità della linea del moto vero, qualora il pianeta è in T, sta a quella dell' istessa linea del moto vero, trovandosi il pianeta in qualunque altro punto Q della sua orbita nella ragione di $\frac{1}{ST^2} : \frac{1}{SQ^2}$. E perciò la velocità non del pianeta, ma della linea del moto vero ne' diversi punti dell' orbita sono in ragione reciproca de' quadrati delle distanze de' medesimi punti dal Sole, e conseguentemente nella ragione delle attività, che ha la forza centripeta nelli medesimi punti.

CO-

COROLLARIO VI.

203. Di vantaggio perchè la linea del moto medio nel primo ſemicerchio delle anomalie ſempre precede quella del moto vero, e nel ſecondo ſempre la ſegue; perciò, in procedere il pianeta dall' afelio al perielio, ſi determina l' anomalia vera con togliere dall'anomalia media l'equazione; e in procedere dal perielio all' afelio, ſi determina l' iſteſſa anomalia vera coll' aggiugnere l' equazione all' anomalia media.

COROLLARIO VII.

204. Finalmente non unendoſi la linea del moto vero con quella del moto medio, ſe non nell'afelio, e nel perielio: è facile a intendere, che, ſe il pianeta è la terra, la linea del moto medio, e quella del moto vero debbono giugnere in tempi diverſi sì ne' punti equinoziali, che ne' punti ſolſtiziali. Quindi è che gli equinozj, ed i ſolſtizj ſi diſtinguono in veri, e medj, chiamandoſi *equinozi veri*, e *ſolſtizj veri* i momenti di tempo, ne' quali perviene alli punti equinoziali, e ſolſtiziali la linea del moto vero, ed *equinozi medii*, e *ſolſtizj medii* i momenti, ne' quali agli ſteſſi detti punti vi giugne la linea di moto medio.

AV-

AVVERTIMENTO II.

205. Riferendosi dagli Astronomi, secondo s'è detto nel §149, il moto annuo vero della terra al Sole; al Sole rapportano e 'l moto medio della terra, e 'l moto vero, sebbene tal moto vero sia apparente nel Sole; e conseguentemente al Sole si rapportano le linee e del moto vero, e del moto medio, le anomalie e vere, e medie, le longitudini e vere pure, e medie, e finalmente l'equazioni del centro. E' d'avvertire intanto ch'essendo A l'afelio della terra, e P il perielio, C è il luogo dell'apogeo del Sole, e B quello del perigeo; onde per rispetto del Sole le anomalie s'incominciano a numerare dal punto C dell'eclittica; e perciò sono di sì fatte anomalie CMB il primo semicerchio, e BNC il secondo.

Fig.17

AVVERTIMENTO III.

206. A suo luogo si determinerà essere nel corrente anno 1783 il luogo C dell'apogeo del Sole a 9°. 14'. 18'' di cancro, e conseguentemente il luogo B del perigeo a 9°. 14'. 18'' di capricorno. Onde, supposto ognuno degli archi aC, bB di 9°. 14'. 18'', e supposte di più divise le mezze periferie aNb, aMb in due parti uguali in Y, e W; saranno in Y il principio d'

d' ariete, in *a* il principio di cancro, in W il principio di libra, e in *b* il principio di capricorno; e conseguentemente il principio d' ariete, e quello di cancro cadono nel secondo semicerchio delle anomalie del Sole, e 'l principio di libra, e quello di capricorno cadono nel primo. Quindi al principio d' ariete e a quello di cancro giugne la linea del moto medio del Sole dopo quella del moto vero, e al principio di libra, e a quello di capricorno vi giugne prima (§ 197). Onde l' equinozio vero nella primavera anticipa il medio, e nell' autunno posticipa; così ancora il solstizio vero nell' estate anticipa il medio, e nell' inverno posticipa. Per la qual cosa, determinato il tempo dell' equinozio vero, per avere il tempo dell' equinozio medio, conviene determinare il tempo, ch' esige la linea di moto medio a scorrere per quanto il dinota l' equazione del centro in tale punto, e aggiugnerlo al tempo dell' equinozio vero, se si tratta dell' equinozio di primavera, o sottraerlo da esso, se si tratta dell' equinozio d' autunno. Similmente, determinato il tempo del solstizio vero, per avere il tempo del solstizio medio, conviene determinare pure il tempo, ch' esige la linea di moto medio a scorrere per quanto il dinota l' equazione del centro in tale altro punto, e aggiugnerlo al tempo del solstizio vero, se si tratta del solstizio di state, o sot-

sottraerlo da esso, se si tratta del solstizio d'inverno.

DEFINIZIONE VIII.

207. Riferendosi qualunque pianeta primario, diverso dalla terra, all'eclittica terrestre, si dirà *longitudine eliocentrica*, o *longitudine geocentrica* del pianeta l'arco di tale eclittica procedente secondo l'ordine de' segni dal principio d'ariete fino al cerchio di latitudine, che passa pel luogo eliocentrico, o geocentrico dell'istesso pianeta; e si dirà altresì *latitudine eliocentrica*, o *latitudine geocentrica* dell'istesso pianeta l'arco del cerchio di latitudine, che tramezza tra la detta eclittica, e 'l luogo eliocentrico, o geocentrico del medesimo pianeta. Tali latitudini poi si diranno *settentrionali*, o *meridionali*, secondochè per rispetto dell'eclittica terrestre caderanno nell'emisfero settentrionale, o meridionale.

COROLLARIO I.

Fig. 19, e 20. 208. Contrassegnino EC l'eclittica terrestre, O uno de' suoi poli, AB l'orbita terrestre, RV l'orbita d'un altro pianeta primario, S il Sole, T la terra in un punto della sua orbita, e P il pianeta esistente nell'istesso tempo in tale punto dell'orbita sua. Supposto congiunte le rette SP, TP, e supe supposto prolungata SP in H fino alla superficie della sfera mondana; sarà H il luogo eliocentrico allora del pianeta P. Onde se per H s' intende passare l' arco OF di cerchio di latitudine; supposto essere L il principio d' ariete, saranno in tale tempo del pianeta P relativamente all'eclittica terrestre LF la longitudine eliocentrica, e HF la latitudine pure eliocentrica; la quale latitudine, soppoſto menato il raggio SF dell'eclittica, sarà misura dell' angolo HSF, e conseguentemente sarà dall' istesso angolo HSF contrassegnata.

COROLLARIO II.

209. S' intenda da P calata sul piano dell'eclittica terrestre la perpendicolare PQ; incontrerà tale perpendicolare la SF in Q (§ *69 della geo. sol.*). S' intenda in oltre congiunta la TQ; per S tirata SG parallela a TQ; e per G menato l' arco OG di cerchio di latitudine. Potendosi senza sensibile errore prendere la distanza TS della terra dal Sole come un nulla per rispetto del raggio della sfera mondana; si può senza sensibile errore prendere il punto G pel punto, che incontra nella periferia dell' eclittica la TQ prolungata. Ora essendo al piano dell'eclittica perpendicolare sì il piano SOG, che il piano PTQ (§ *67 della geo. sol.*); ed essendo le comuni sezioni SG, TQ di ta-

li piani col piano dell'eclittica paralleli; paralleli saranno ancora sì fatti piani. E perciò se il piano dell' angolo PTS s' intenda prolungato, finchè incontri in SI il piano OSG, sarà SI parallela a TP (§ 72 *della geo. sol.*); e conseguentemente il punto I della superficie della sfera mondana si può prendere senza errore sensibile per quello, che nella medesima superficie incontra TP prolungata. Onde il punto I è il luogo geocentrico del pianeta nel momento, in cui si trova in P, e OG l' arco di cerchio di latitudine procedente per tale luogo. Quindi LCG è pel medesimo momento la longitudine geocentrica del pianeta, e IG la latitudine pure geocentrica.

COROLLARIO III.

210. Finalmente, essendo SG parallela a TQ, e SI parallela a TP; sarà l' angolo PTQ = ISG, e conseguentemente della misura della latitudine geocentrica IG del pianeta. E perciò, essendo l' angolo PTQ misurato dalla latitudine geocentrica del pianeta, e PSQ dalla latitudine eliocentrica; e potendo essere l' angolo PTQ maggiore, uguale, o minore dell'angolo PSQ, secondo la situazione della terra T, e del pianeta P; può anche secondo la situazione della terra, e del pianeta la latitudine geocentrica essere maggiore, uguale, o minore della latitudine

dine eliocentrica del pianeta.

DEFINIZIONE IX.

211. Sia quanto s' è supposto ne' §§ precedenti. Si diranno del pianeta P il punto Q dell' eclittica terrestre *luogo ridotto all' eclittica*, la PS *distanza dal Sole*, la PT *distanza dalla Terra*, la QS *distanza curtata dal Sole*, la QT *distanza curtata dalla terra*, l' angolo SQT *parallasse annua*, o *parallasse del gran orbe*, l' angolo QST *angolo di commutazione*, e l' angolo STQ *angolo di elongazione*.

COROLLARIO I.

212. Essendo l' angolo TQS = QSG, e conseguentemente misurato dall' arco FG, differenza delle longitudini eliocentrica, e geocentrica del pianeta: ne segue che la parallasse del gran orbe, o sia parallasse annua relativamente a qualunque pianeta primario, diverso dalla terra, dà la differenza delle longitudini eliocentrica, e geocentrica del pianeta.

COROLLARIO II.

213. Essendo in oltre l' angolo QST misurato dalla differenza delle longitudini eliocentriche della terra, e del pianeta P. Dun-

que l' angolo di commutazione d' un pianeta P dà la differenza delle dette longitudini.

COROLLARIO III.

214. Essendo di più l' angolo STQ misurato dalla differenza delle longitudini geocentriche del Sole, e del pianeta P. Dunque l' angolo di elongazione d' un pianeta P dà la differenza delle dette longitudini.

COROLLARIO IV.

215. Di vantaggio dal triangolo STQ si ricavano le seguenti proporzioni, cioè

$$SQ : QT = \textit{sen.}\ STQ : \textit{sen.}\ TSQ\ ,$$
$$SQ : ST = \textit{sen.}\ STQ : \textit{sen.}\ SQT\ ,$$
$$QT : TS = \textit{sen.}\ TSQ : \textit{sen.}\ SQT\ .$$

Dunque la distanza curtata del pianeta dal Sole sta alla distanza curtata dalla terta, come il seno di elongazione al seno di commutazione: l' istessa distanza curtata dal Sole sta alla distanza della terra dal Sole, come il seno di elongazione del pianeta al seno della sua parallasse annua: e finalmente la distanza curtata del pianeta dalla terra sta alla distanza dell' istessa terra dal Sole, come il seno di commutazione al seno della detta parallasse annua.

CO-

COROLLARIO V.

216. Nel triangolo rettangolo TQP, posto il seno massimo = R, sta R : cos. PTQ = TP : TQ. Onde $TP = \frac{1}{cos.\ PTQ} \times R \times TQ$; vale a dire che la distanza del pianeta dalla terra è uguale al quoziente, che nasce dividendo pel coseno della latitudine geocentrica il prodotto della distanza curtata dalla terra pel seno massimo. Similmente nell'altro triangolo rettangolo SQP sta pure R : cos. PSQ = SP : SQ. Sicchè $SP = \frac{1}{cos.\ PSQ} \times R \times SQ$; cioè la distanza del pianeta dal Sole è uguale al quoziente, che si ha dividendo pure pel coseno della latitudine eliocentrica il prodotto della distanza curtata dal Sole pel seno massimo.

COROLLARIO VI.

217. Quindi TP : SP = cos. PSQ × TQ : cos. PTQ × SQ. E perciò la ragione della distanza del pianeta dalla terra alla distanza dell' istesso pianeta dal Sole è composta da quella delle distanze curtate dalla terra, e dal Sole, e dall' altra de' coseni delle latitudini eliocentrica, e geocentrica.

COROLLARIO VII.

218. Essendo pure per gli triangoli rettangoli TQP, SQP

$$TQ : QP = R : tang.\ PTQ,$$
$$SQ : QP = R : tang.\ PSQ;$$

sarà

$$TQ : SQ = tang.\ PSQ : tang.\ PTQ.$$

E perciò la distanza curtata del pianeta dalla terra sta alla distanza curtata dal Sole, come la tangente della sua latitudine eliocentrica alla tangente della sua latitudine geocentrica.

COROLLARIO VIII.

219. Finalmente essendo

$$TQ : SQ = tang.\ PSQ : tang.\ PTQ,$$
$$TQ : SQ = sen.\ TSQ : sen.\ STQ;$$

sarà

$$sen.\ TSQ : sen.\ STQ = tang.\ PSQ : tang.\ PTQ.$$

Per la qual cosa il seno di commutazione sta al seno di elongazione, come la tangente te della latitudine eliocentrica del pianeta alla tangente della latitudine geocentrica.

DEFINIZIONE X.

220. Contrassegnino AB l'eclittica terrestre, AC l' eclittica di qualunque pianeta diverso dalla terra, A il nodo ascendente, O uno de' poli dell' eclittica terrestre, e P il luogo eliocentrico del pianeta. S' intenda per P passare l' arco OD di cerchio di latitudine. Si dirà l' arco AP dell' eclittica del pianeta, procedente secondo l' ordine de' segni dal nodo ascendente A fino all' arco di latitudine, che passa per P, *argomento di latitudine*; e la differenza de' due archi AP, AD si dirà *riduzione all' eclittica*. Fig. 21

AVVERTIMENTO I.

221. Si noti che, data l' inclinazione dell' orbita del pianeta, e conseguentemente dato l' angolo sferico A, e dato l' argomento di latitudine AP, se si cerca in ordine al seno massimo, al coseno dell' angolo A, e alla tangente dell' argomento AP il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la tangente dell' arco AD (§ 71 *della Trig. sfer.*); determinata la quale tangente, si determina l' arco AD; e, determinato l' arco AD, la differenza di AD, e AP dà la riduzione all' eclittica.

AVVERTIMENTO II.

222. Si noti pure che l'argomento di latitudine AP si ha sottraendo dalla longitudine eliocentrica del pianeta nell' orbita la longitudine eliocentrica del nodo ascendente A. E si noti altresì che l' arco AP è maggiore di AD, se il punto P cade nel primo, o nel terzo quadrante dell'argomento; è uguale, se cade ne' limiti, o nell'altro nodo; ed è minore, se cade nel secondo, o nel quarto quadrante dell' argomento.

COROLLARIO.

223. Quindi si determina l' arco dell' eclittica terrestre AD con sottrarre la riduzione all' eclittica dall' argomento di latitudine, quando il punto P cade nel primo, o nel terzo quadrante dell' istesso argomento, e con aggiugnerla, quando cade nel quadrante secondo, o quarto del medesimo argomento. Quando poi il punto P cade o in uno de' limiti, o nell'altro nodo; perchè la riduzione all' eclittica in tali punti è nulla, così l' arco AD dell' eclittica terrestre in tali casi non differisce punto dall' argomento istesso di latitudine.

AVVERTIMENTO III.

224. Si noti anche che con determinare l' arco AD ſi ha la longitudine eliocentrica del pianeta nell' eclittica terreſtre, aggiugnendo a sì fatto arco la longitudine eliocentrica del nodo aſcendente A.

AVVERTIMENTO IV.

225. Si noti finalmente che facendoſi nulla la riduzione all' eclittica e ne' nodi, e ne' limiti, deve eſſa per ogni arco de' quattro quadranti, ne' quali reſta diviſa l' intera periferia dell' eclittica del pianeta dalli due nodi, e dalli due limiti andare ſucceſſivamente prima creſcendo dal zero fino a certa miſura, e poſcia da tale miſura ſimilmente ſcemando fino al zero. Onde deve in ognuno de' detti archi compiere l' intero ſuo periodo, e avere nel mezzo di eſſi il maſſimo valore. Contraſſegnino intanto Fig.22
AECF l' eclittica della terra, ABCD l' eclittica di qualunque altro pianeta primario, A il nodo aſcendente di tale eclittica, C il nodo diſcendente, Y il polo ſettentrionale dell' eclittica terreſtre, e Z il polo meridionale. S' intendano diviſe le mezze periferie ABC, AEC, ADC, AFC in due parti uguali in B, E, D, F; ſaranno dell' eclittica del pianeta B il limite ſettentrionale,

nale, e D il limite auſtrale. S' intendano di più preſi ad arbitrio i punti L, e N, che abbiano uguali diſtanze dai nodi A, e C, e conſeguentemente dal limite B; e per tali punti s' intendano paſſare i ſemicerchi YLZ, YNZ di latitudini; ſaranno uguali tra eſſi e i quattro archi AL, NC, CS, VA, e i quattro altri AM, OC, CT, XA, e gli altri quattro LB, BN, SD, DV, e finalmente i quattro altri ME, EO, TF, FX. Onde di quanto l' arco AL eccede AM, di tanto CN eccede CO, CS eccede CT, e conſeguentemente ABCS eccede AECT, e VA eccede XA, e di altrettanto manca altresì BL da EM, BN da OE, e conſeguentemente AN da AO, SD da TF, e DV da FX, e conſeguentemente ABCV da AECX. Ma relativamente ai punti L, N, S, V le riduzioni all' eclittica ſono riſpettivamente l' eceſſo di AL ſu AM, il difetto di AN da AO, l' eceſſo di ABCS ſu AECT, e 'l difetto di ABCV da AECX. Sicchè alli punti L, N, S, V della periferia dell' eclittica del pianeta, egualmente diſtanti riſpettivamente dalli nodi A, e C, e conſeguentemente dalli limiti B, e D corriſpondono riduzioni all' eclittica uguali. E perciò determinando le riduzioni all' eclittica corriſpondenti a tutt' i gradi dell' arco AB del primo quadrante degli argomenti di latitudini, le medeſime, coll' iſteſſo ordine preſe, apparterranno anche

che a tutt' i gradi dell' arco CD del terzo quadrante degli argomenti di latitudine; e, prese in ordine contrario, apparterranno pure a tutt' i gradi e dell' arco BC del secondo quadrante, e dell' arco DA del quarto quadrante de' detti argomenti di latitudine. Premesse intanto tali nozioni, procediamo ora alle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarj.

CAP. I.

Delle fondamentali determinazioni relativamente all' orbita terrestre.

PROBL. I.

226. *Determinare dell' orbita terrestre relativamente all' asse maggiore, posto* = 100000, *la distanza dell' afelio dal Sole, la distanza del perielio, e l' eccentricità.*

SOLUZIONE.

1. Si vada per più giorni innanzi, e dopo ciascuno de' solstizj coll' ajuto d' un delicato micrometro obiettivo determinando il diametro apparente del Sole colla massima possibile esattezza, finchè si giunga a conoscere

re e la ſua miſura minima, che ha, quando appariſce nella ſtate della minima grandezza, e la ſua miſura maſſima, che ha, quando appariſce nell' inverno della grandezza maſſima. Or eſſendo già ſtato determinato colla più ſcrupoloſa eſattezza apparire il detto diametro della minima grandezza ſotto l' angolo di $31'. 30''. 59$, e della grandezza maſſima ſotto l' angolo di $32'. 35''. 21$: ne ſegue eſſere la grandezza apparente del diametro del Sole, quando la terra ſi trova nell' afelio, alla grandezza apparente, che dimoſtra, quando la terra ſi trova nel perielio nella ragione di $31'. 30''. 59 : 32'. 35''. 21$, ovvero di $1890 . 59 : 1955 . 21$. E perciò la diſtanza dell' afelio della terra dal Sole ſta alla diſtanza del perielio nella ragione di $1955 . 21 : 1890 . 59$ (§ 155); vale a dire che,
Fig. 23 contraſſegnando AKPG l' orbita terreſtre, AP il ſuo aſſe maggiore, O il ſuo centro, A l' afelio, P il perielio, e S il Sole, ſi poſſono prendere $AS = 1955 . 21$, e $PS = 1890 . 59$; e conſeguentemente $AO = \frac{1}{2} (AS + SP) = 1922 . 9$, e l' eccentricità $SO = SA - AO = 32 . 31$.

2. Si cerchi in ordine al numero 1922. 9, al numero 32. 31, e al numero 100000 il quarto proporzionale, ch' è 1680. 2. Si ha relativamente al ſemiaſſe AO, poſto $= 100000$, l' eccentricità $SO = 1680 . 2$; e conſeguentemente la diſtanza $AS = AO + OS$

$= 101$

$= 101680.2$, e la diſtanza $PS = PO - OS = 98319.8$. Ch' è quanto biſognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

227. Se intorno alli medeſimi tempi de' ſolſtizj ſi vanno giorno per giorno coll' ajuto di altezze meridiane determinando le declinazioni del Sole, e in conſeguenza di eſſe le longitudini: dalle differenze di sì fatte longitudini giornaliere ſi hanno le velocità della linea del moto vero, e ſi rileva la miſura della velocità minima di sì fatta linea, e la miſura della velocità maſſima. Or eſſendoſi trovata la velocità minima di tale linea di $57'.11''$, o ſia di $3431''$, e la velocità maſſima di $1^{\circ}.1'.11''$, o ſia di $3671''$. Sicchè la velocità minima della linea del moto vero della terra ſta alla velocità maſſima nella ragione di $3431 : 3671$. Nella reciproca dell' iſteſſa ragione deve per conſeguenza eſſere il quadrato della diſtanza dell' afelio della terra dal Sole al quadrato della diſtanza del perielio (§ 202). Dunque la diſtanza dell' afelio della terra dal Sole ſta alla diſtanza del perielio nella ragione di $\sqrt{3671} : \sqrt{3431}$, ovvero nella ragione di 3671 al mezzo proporzionale trovato tra 3671, e 3431, vale a dire nella ragione di $3671 : 3548.97$. E per-

perciò si possono prendere AS = 3671, SP = 3548 . 97; e conseguentemente il semiasse maggiore AO = 3609 . 98, e l' eccentricità OS = 61 . 01. Per la qual cosa, posto il semiasse AO = 100000, sarà l' eccentricità OS = 1690 . 03, e conseguentemente AS = 101690 . 03, PS = 98309. 97. Ed ecco in che altro modo relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000, si possono determinare la distanza dell' afelio della medesima orbita dal Sole, la distanza del perielio, e l' eccentricità.

AVVERTIMENTO II.

228. Si noti che in seguito noi prenderemo sempre l'eccentricità SO = 1680 . 207, quanta è stata trovata dal famoso M. de la Caille in conseguenza d' un gran numero d' osservazioni calcolate; e perciò prenderemo sempre AS = 101680 . 207, e PS = 98319 . 793.

AVVERTIMENTO III.

229. Si noti pure che, determinate le distanze AS, SP dal Sole dell' afelio, e del perielio della terra relativamente al semiasse maggiore AO, posto = 100000, è facile relativamente all' istesso semiasse maggiore determinare il semiasse minore OK, essendo

pel

pel (§ 61 *della sez. con.*) $OK^2 = AS \times SP$, e $OK = \sqrt{AS \times SP}$. Eccone il calcolo.

$$AS = 101680 . 207$$
$$PS = 98319 . 793 .$$

Dunque

$$\begin{array}{ll} Log.\ AS & = 5 . 0072363 \\ Log.\ PS & = 4 . 9926409 \\ \hline Som. & = 9 . 9998772 , \end{array}$$

Onde

$$Log.\ OK = 4 . 9999386 ,$$

E perciò

$$OK = 99985 . 86 .$$

AVVERTIMENTO IV.

230. Si noti finalmente che, determinato il semiasse minore OK relativamente al semiasse maggiore AO, posto = 100000, è facile anche a determinare relativamente al medesimo semiasse maggiore la distanza ST, che ha la terra dal Sole, dove l'equazione del centro è la massima, e conseguentemente dove la velocità della linea del moto ve-

vero uguaglia quella della linea del moto medio, essendo pel § 201 $ST = \sqrt{AO \times OK}$. Eccone il calcolo:

$$AO = 100000$$
$$OK = 99985 . 86 .$$

Dunque

$$\begin{array}{l} Log. \ AO = 5 . 0000000 \\ Log. \ OK = 4 . 9999386 \\ \hline Som. = 9 . 9999386 . \end{array}$$

Onde

$$Log. \ ST = 4 . 9999693 .$$

E perciò

$$ST = 99992 . 92 .$$

P R O B L. II.

231. *Poste le determinazioni già fatte, determinare l' anomalia vera TSA, che compete alla terra, dove la sua equazione del centro è massima.*

So-

SOLUZIONE.

S' intenda essere V l' altro fuoco dell' orbita, e s' intenda congiunta la retta TV. Saranno

$$\begin{array}{llll} SV & = 2\,SO & = & 3360\,.\,414 \\ ST & & = & 99992\,.\,92 \\ TV & = AP - ST & = & 100007\,.\,08\,. \end{array}$$

Nel triangolo TSV, noti tutt' i lati, si determini coll' ajuto della Trigonometria l'angolo TSV. Fatto il calcolo, si trova tale angolo di $89^\circ.\,16'.\,42''$. Sicchè l' anomalia vera, che compete alla terra, dove la sua equazione del centro è massima, è di $89^\circ.\,16'.\,42''$. Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

232. Si noti che l' anomalia vera già determinata è il complimento a quattro retti dell' altra anomalia vera, che compete alla terra, qualora si trova nell' altro punto G, dove un' altra volta l' equazione del centro si fa massima. E perciò l' anomalia vera, che compete alla terra nel punto G, è di $270^\circ.\,43'.\,18''$.

AVVERTIMENTO II.

233. Si noti pure che, per determinare l' anomalia media della terra, qualora si trova nell' istesso punto T, conviene prima determinare l' anomalia eccentrica; vale a dire che, supposto descritto il cerchio AFPX, supposta tirata per T la FH perpendicolare ad AP, e supposto congiunto il raggio OF, conviene prima determinare l' angolo AOF. Per far ciò intanto, fa di mestieri premettere i due seguenti lemmi. Perciò sia il

LEMMA I.

Fig.24 234. *Contrassegni ABC qualunque triangolo rettangolo in B. Dico, posto il seno massimo* = *R*, *essere* tang. $\frac{1}{2}$ *BAC* = *R* × $\frac{BC}{CA + AB}$.

DIMOSTRAZIONE.

Si prolunghi BA in D, finchè sia AD = AC, e si congiunga CD; sarà l' angolo BDC = $\frac{1}{2}$ BAC, e DB = DA + AB = CA + AB. Or essendo

$$DB : BC = R : \textit{tang.}\ BDC,$$

sarà

sarà

$$AC + AB : BC = R : tang. \tfrac{1}{2} BAC.$$

E perciò

$$tang. \tfrac{1}{2} BAC = R \times \frac{BC}{CA + AB}.$$

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

LEMMA II.

235. *Contrassegnino AIPL l' orbita ellittica di qualunque pianeta, AP l' asse maggiore, O il centro, S il Sole, A l' afelio, P il perielio, AKPR il cerchio col diametro AP descritto, T il pianeta, ed FH la perpendicolare ad AP, procedente per T. Dico che, congiunte le rette TS, FO, sia la tangente della metà dell' anomalia vera AST alla tangente della metà dell' anomalia eccentrica AOF, o sia* tang. $\frac{1}{2}$ *AST*: tang. $\frac{1}{2}$ *AOF* $= \sqrt{PS} : \sqrt{AS}$, Fig. 17

DIMOSTRAZIONE.

Essendo, supposto il seno massimo $= R$,

$$tang. \tfrac{1}{2} AST = R \times \frac{TH}{TS + SH},$$

FH

$$tang. \tfrac{1}{2} AOF = R \times \frac{FH}{FO + OH} \text{ (§ prec.)};$$

sarà

$$tang. \tfrac{1}{2} AST : tang. \tfrac{1}{2} AOF = \frac{TH}{TS + SH} : \frac{FH}{FO + OH},$$

ovvero, innalzata da O su AP la perpendicolare OK,

$$tang. \tfrac{1}{2} AST : tang. \tfrac{1}{2} AOF = \frac{OI}{TS + SH} : \frac{OK}{FO + OH};$$

vale a dire

$$tang. \tfrac{1}{2} AST : tang. \tfrac{1}{2} AOF = \frac{OI}{TS + SH} : \frac{OA}{FO + OH}.$$

Ma pel (§ 65 *delle sez. coni.*)

$$TS = AO + \frac{OS \times OH}{OA}.$$

Dunque

$$TS + SH =$$

$$AO + SH + \frac{OS \times OH}{OA} = SA + OH +$$

OS

$$\frac{OS \times OH}{OA} = SA + (AO + OS)\frac{OH}{OA}$$

$$= SA + \frac{SA \times OH}{OA} = \frac{PH \times SA}{OA}.$$

E' di più

$$FO + OH = PH.$$

Sicchè

$$tang. \tfrac{1}{2} AST : tang. \tfrac{1}{2} AOF = \frac{OI \times OA}{PH \times SA} : \frac{OA}{PH}.$$

E perciò

$tang. \tfrac{1}{2} AST : tang. \tfrac{1}{2} AOF = OI : SA$; e conseguentemente, essendo pel § 61 *delle sez. con.*

$$OI = \sqrt{PS \times SA},$$

sarà

$tang. \tfrac{1}{2} AST : tang. \tfrac{1}{2} AOF = \sqrt{PS} : \sqrt{SA}$. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

236. Quindi se si cerca il quarto proporzionale in ordine alla radice di PS, alla radice di SA, e alla tangente della metà dell'

un' altra volta l' equazione del centro si fa massima. E perciò l' anomalia eccentrica, che compete alla terra nel punto G, è di 269°. 45'. 34".

PROBL. IV.

239. *Sia quanto s' è supposto ne' probl. precedenti. Poste le determinazioni già fatte, determinare l' anomalia media, che compete alla terra, quando si trova in T, dove l' equazione del centro è massima, e determinare l' istessa massima equazione.*

SOLUZIONE.

S' intenda essere BECL l' eclittica, ed SE la linea del moto medio nel momento, in cui la terra si trova in T. Dinoterà l' arco BE l' anomalia media da determinare.

1. Si calcoli col raggio OA = 100000 il cerchio AFPX. Sarà, fatto il calcolo, tale cerchio espresso dal numero 31410000000.

2. Si calcoli il settore circolare AOF, essendosi trovato l' angolo AOF = 90°. 14'. 26". Fatto il calcolo, si trova tale settore espresso dal numero 7873488472.

3. S' intenda da S calata su OF la perpendicolare SQ; e nel triangolo rettangolo SQO, noto l' angolo SOQ, complimento a due retti dell' anomalia eccentrica AOF, è nota l' eccentricità SO = 1680. 207, si de-

determini SQ. Fatto il calcolo si trova SQ = 1680 . 191.

4. Si calcoli il triangolo OSF, essendo la base OF = 100000, e la sua altezza SQ = 1680 . 191. S'avrà tale triangolo espresso dal numero 84009550.

5. Si sommino i numeri già determinati, esprimenti uno il settore circolare AOF, e l' altro il triangolo OSF; e s' avrà lo spazio circolare ASF espresso dal numero 7957498022.

6. Si cerchi in ordine al numero esprimente il cerchio AFPX, al numero esprimente lo spazio circolare ASF, e alli gr. 360 dell' intera periferia BECL il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà i gradi dell' anomalia media BE cercata. Fatto il calcolo, si trova tale anomalia media, o sia l' angolo BSE = $91° . 12' . 12''$.

7. Finalmente dall' anomalia media BSE = $91° . 12' . 12''$ si sottragga l' anomalia vera AST = $89° . 16' . 42''$, il residuo $1° . 55' . 30''$ dà la cercata equazione massima del centro.

Ch' è quanto bisognava determinare.

AVVERTIMENTO.

240. Si noti che l' anomalia media già determinata è il complimento a quattro retti dell' altra, che compete alla terra, qualora si trova nell' altro punto G, dove un' al-

altra volta l'equazione del centro è di $1^{\circ}.55'.30''$. E perciò l'anomalia media, che compete alla terra nel punto G, è di $268^{\circ}.47'.48''$.

CAP. II.

S'insegna a determinare la longitudine dell'apogeo del Sole, e quanto da sì fatta determinazione immediatamente deriva.

DEFINIZIONE.

Fig.25 241. Contrassegnino AMBD un'ellisse, AB il suo asse maggiore, O il suo centro, e F uno de' suoi fuochi. Si prolunghi BA in G, finchè sia OG terza proporzionale in ordine ad OF, ed OA; e per G si meni CE perpendicolare a BG. Chiameremo la CE *direttrice* dell'ellisse.

COROLLARIO I.

242. Posto nell'orbita terrestre il semiasse maggiore OA = 100000, e stabilita già l'eccentricità OF = 1680.207; sarà la distanza della direttrice dal centro, cioè OG = 5951647.624, e la distanza dell' istes-

isteſſa direttrice dal fuoco vicino, cioè FG = 5949967 . 417.

COROLLARIO II.

243. Eſſendo GO : OA = OA : OF, ſarà dividendo GA : OA = AF : OF; e perciò FA : AG = OF : OA. Sicchè la ragione di FA ad AG è uguale a quella dell' eccentricità al ſemiaſſe maggiore.

COROLLARIO III.

244. In oltre eſſendo GO : OA = OA : OF, ſarà GO : OB = OB : OF; e componendo GB : BO = FB : OF. Onde FB : BG = FO : OB; vale a dire la ragione di FB a BG uguale pure a quella dell' eccentricità al ſemiaſſe maggiore.

COROLLARIO IV.

245. Si tiri dal fuoco F a qualunque punto M del perimetro dell' elliſſe la retta FM, e da M ſi calino MC perpendicolare alla direttrice, ed MP perpendicolare all' aſſe AB. Sarà pel (§ 55 *delle ſez. coni.*) FM

$$= AO - \frac{OP \times OF}{OA} = \frac{AO^2 - OP \times OF}{AO},$$

e ſarà $MC = GP = GO - OP = \frac{AO^2}{OF} - OP$

$$- OP = \frac{AO^2 - OP \times OF}{OF}$$. Onde FM :

$$MC = \frac{AO^2 - OP \times OF}{AO} : \frac{AO^2 - OP \times OF}{OF}$$

$= OF : AO$. Quindi ſe da qualunque punto del perimetro dell' elliſſe ſi tirano due rette, una al fuoco, e l'altra perpendicolare alla direttrice menata dalla banda dell' iſteſſo fuoco, la ragione di tali rette uguaglia ſempre quella dell' eccentricità al ſemiaſſe maggiore.

COROLLARIO V.

246. Si tiri nell' elliſſe qualunque altra retta FN; e, calata da N ſulla direttrice la perpendicolare NI, ſi congiunga MN, e ſi prolunghi fino all' iſteſſa direttrice in H. Sarà $FM : MC = FN : NI$; onde $FM : FN = MC : NI = MH : NH$, e $FM - FN : FM = MN : MH$. Sicchè ſe in ordine alla differenza delle rette FM, FN, alla retta FM, e all' altra MN ſi cerca la quarta proporzionale, tale quarta proporzionale dà la MH.

AVVERTIMENTO.

247. Si noti che la MH può cadere e di qua, e di là per riſpetto di MC, ſecondo la ſitua-

ſituazione de' punti M, e N; nel qual caſo è ſempre MH maggiore di MC: può confonderſi coll' iſteſſa MC, nel caſo che i punti M, e N ſono ad uguali diſtanze dall' aſſe AB, e dall' iſteſſa banda per riſpetto di eſſo: e finalmente può eſſere parallela alla direttrice CE, nel caſo che i punti M, e N ſono uno di qua, e l' altro di là dall' aſſe, e ad uguali diſtanze dal vertice A. Premeſſe tali coſe, procediamo al ſeguente

PROBL. V.

248. *Inſegnare il modo di determinare l' apogeo del Sole.*

SOLUZIONE.

1. In due giorni dell' anno, che abbiano una diſtanza tra eſſi di circa 2, o 3 meſi, e che per chiarezza chiamo A, e B, ſi determinino con ſomma eſattezza in conſeguenza d' oſſervazioni accuratamente fatte le longitudini meridiane del Sole; e coll' iſteſſa eſattezza ſi determinino ſimilmente le longitudini meridiane, che ha il Sole ne' giorni, che ad eſſi immediatamente ſeguono.

2. Dalle longitudini meridiane del Sole ne' giorni A, e B ſi rilevino quelle della terra ne' medeſimi giorni; e dalle differenze di eſſe da quelle de' giorni ſeguenti ſi rilevino le velocità della linea de' moti veri

ri della terra ne' ſteſſi giorni A, e B.

Fig.26 3. Si ſupponga eſſere AMPD l'orbita terreſtre, AP l'aſſe, XZ la direttrice, O il centro, S il Sole, L, e M i luoghi della terra nella detta orbita ne' momenti delle determinazioni fatte delle longitudini del Sole. S' intendano congiunte le rette SL, SM, LM. S'intenda in oltre calata da L ſu XZ la perpendicolare LC. E finalmente s' intendano prolungate AP, ed LM fino alla direttrice in G, e B. Saranno note le velocità della linea de' moti veri della terra in L, e M, e ſarà noto l' angolo LSM, differenza delle longitudini determinate. Si mettano le velocità della detta linea in L = V, e in M = W; ſarà V :

$$W = \frac{1}{SL^2} : \frac{1}{SM^2}$$ (§ 202); onde $\sqrt{V}$:

$$\sqrt{W} = \frac{1}{SL} : \frac{1}{SM} = SM : SL$$, e V :

$$\sqrt{V \times W} = SM : SL$$. Perciò s' eſprima

SM con V, e SL con $\sqrt{V \times W}$, o ſia colla mezza proporzionale trovata tra V, e W.

4. Nel triangolo LSM, noti i lati SL, SM, e l'angolo LSM, ſi determinino i rimanenti angoli SLM, SML, e la baſe LM.

5. In ordine alli numeri determinati, eſprimenti l' eccentricità OS, il ſemiaſſe mag-

maggiore OP , ed SL, si cerchi il quarto proporzionale. S'avrà il numero esprimente LC dell' istessa unità di quelli, co' quali si sono espresse le rette SL, SM.

6. In ordine alla differenza de' numeri esprimenti SL, SM, al numero esprimente SL, e all'altro esprimente LM si cerchi pure il quarto proporzionale. S'aurà il numero esprimente LB dell' istessa unità pure di quelli, co' quali sono state espresse le SL, SM.

7. Nel triangolo rettangolo LCB, nota l'ipotenusa LB, e noto il cateto LC, si determini l'angolo BLC.

8. Degli angoli SLM, CLB, già determinati, se ne trovi la somma, o la differenza, secondo il caso esige; e s'avrà l'angolo CLS, e conseguentemente LSA.

9. Finalmente dalla longitudine della terra in L si sottragga l'angolo ASL già determinato, il residuo darà la longitudine del luogo dell'afelio A della terra; e l'istesso residuo, diminuito di 6 segni, darà la longitudine del luogo dell' apogeo del Sole.

Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

249. Per soggiugnere qui un esempio dell' esposto metodo relativamente all' anno corrente 1783, sono stato nella necessità di ricor-

correre all'Efemeridi di Bologna, mancandomi le longitudini del Sole, che v' abbisognano, ricavate da esattissime osservazioni. Onde con sì fatto calcolo non pretendo stabilire il preciso luogo, che ora occupa l'apogeo del Sole, ma solamente mettere sotto gli occhi d'ognuno la calcolazione da fare, per poterlo determinare secondo il metodo da noi esposto.

ESEMPIO.

Sia da determinarsi il luogo dell' apogeo del Sole.

Nel corrente anno 1783 secondo l'Efemeridi di Bologna è stata la longitudine del Sole nel

22	d'Agosto di	$4^s . 29^\circ . 7' . 28''$
23		$5^s . 00^\circ . 5' . 22''$
	Differ.	$57' . 54''$
10	d'Ottobre di	$6^s . 17^\circ . 00' . 13''$
11		$6^s . 17^\circ . 59' . 40''$
	Differen.	$59'' . 27''$.

Onde la longitudine della terra nel

22 d'Agosto di	$10^s . 29^\circ . 7' . 28''$
10 d'Ottobre di	$0^s . 17^\circ . 00' . 13''$
Differ.	$47^\circ . 52' . 45''$.

E la

E la velocità della terra nel

22 d' Agosto di $57' . 54'' = 3474''$
10 d' Ottobre di $59' . 27'' = 3567''$.

Sicchè, supposta la terra in L nel 22 d'Agosto, e in M nel 10 d' Ottobre, e chiamando V la velocità della linea del moto vero della terra in L, e W quella avuta in M; saranno l'angolo $LSM = 47° . 52' . 45''$, $V = 3474$, e $W = 3567$.

I.

Per determinare i numeri da esprimere le rette SL, SM.

$$
\begin{array}{rl}
Log.\ V & = 3 . 5408298 \\
Log.\ W & = 3 . 5523031 \\
\hline
Somma & = 7 . 0931329 \\
Log.\ \sqrt{V \times W} & = 3 . 5465664 .
\end{array}
$$

Sicchè

$$\sqrt{V \times W} = 3520 . 19 .$$

Onde si può mettere

$$LS = 3520 . 19$$

$MS = 347$

II.

Per determinare nel t
rimanenti angoli SL

$LS + MS = 69$

$LS - MS =$

$\frac{1}{2}(SML + SLM) = 66$

Onde

Log. tag. $\frac{1}{2}(SML+SLM) = 10$

Log. $(LS - MS) = 1$

Som. $= 12.$

Log. $(LS + MS) = 3.$

Log. tag. $\frac{1}{2}(SML - SLM) = 8.1$

Sicchè

$\frac{1}{2}(SML - SLM) = 51'. 8$

E perciò l'angolo

$SLM = 65^\circ.\ 12'.\ 29''\frac{1}{2}$

$SML = 66^\circ.\ 54'.\ 45''\frac{1}{2}.$

III.

Il […]inare nel medesimo triango-
[…] la base LM relativamente

[…]. LSM	=	9 . 8702470	
[…]. SL	=	3 . 5465664	
Som.	=	13 . 4168134	
[…]n. SML	=	9 . 9637444	sott.
LM	=	3 . 4530690 .	

Onde

LM = 2838 . 37 .

IV.

[…]eterminare LC relativamente ad
[…], SM.

(OP=100000)	=	5 . 0000000	
SL	=	3 . 5465664	
Som.	=	8 . 5465664	
[…]g.(OS=1680.207)	=	3 . 2253627	sott.
Log. LG	=	5 . 3212037 .	

 Sic-

$MS = 3474$.

II.

Per determinare nel triangolo LSM i rimanenti angoli SLM, SML.

$$LS + MS = 6994 . 19$$
$$LS - MS = 46 . 19$$
$$\tfrac{1}{2}(SML + SLM) = 66^\circ . 3' . 37'' \tfrac{1}{2}.$$

Onde

$$\textit{Log. tag.}\ \tfrac{1}{2}(SML+SLM) = 10 . 3526505$$
$$\textit{Log.}\ (LS - MS) = 1 . 6645480$$

$$\text{Som.} = 12 . 0171985$$
$$\textit{Log.}\ (LS + MS) = 3 . 8447373 \text{ sot.}$$

$$\textit{Log.tag.}\ \tfrac{1}{2}(SML - SLM) = 8 . 1724612.$$

Sicchè

$$\tfrac{1}{2}(SML - SLM) = 51' . 8''.$$

E perciò l' angolo

$$SLM = 65^\circ . 12' . 29'' \tfrac{1}{2}$$
$$SML = 66^\circ . 54' . 45'' \tfrac{1}{2}.$$

III.

III.

Per determinare nel medesimo triangolo LSM la base LM relativamente ai lati.

Log. sen. LSM	=	9 . 8702470	
Log. SL	=	3 . 5465664	
Som.	=	13 . 4168134	
Log. sen. SML	=	9 . 9637444	sott.
Log. LM	=	3 . 4530690 .	

Onde

LM = 2838 . 37 .

IV.

Per determinare LC relativamente ad SL, SM.

Log. (OP = 100000)	=	5 . 0000000	
Log. SL	=	3 . 5465664	
Som.	=	8 . 5465664	
Log. (OS = 1680.207)	=	3 . 2253627	sott.
Log. LG	=	5 . 3212037 .	

Sicchè

$$LC = 209509 \,.\, 5 \,.$$

V.

Per determinare LB relativamente pure ad SL, SM.

Log. SL	$= 3 \,.\, 5465664$		
Log. LM	$= 3 \,.\, 4530690$		
Som.	$= 6 \,.\, 9996354$		
Log. (SL—SM)	$= 1 \,.\, 6645480$	sott.	
Log. LB	$= 5 \,.\, 3350874$		

Onde

$$LB = 216315 \,.\, 39 \,.$$

VI.

Per determinare nel triangolo rettangolo BCL l'angolo BLC.

Log. LC	$= 5 \,.\, 3212037$
Log. ſen. maſ.	$= 10 \,.\, 0000000$
Som.	$= 15 \,.\, 3212037$

Log.

Log. LB = 5 . 3350874 sott.

Log. cos. BLC = 9 . 9861163 .

Sicchè

l' ang. BLC = 14°. 24'. 39".

E perciò

l' ang. SLM = 65°. 12'. 29" $\frac{1}{2}$
l' ang. BLC = 14 . 24 . 39 sott.

---

l' ang. CLS = LSA = 50°. 47'. 50" $\frac{1}{2}$.

Per la qual cosa

Longit. di L...... 10ˢ. 29°. 7'. 28"
Angolo LSA...... 50 . 47. 50 $\frac{1}{2}$ sot.

Longit. dell' afelio A della terra .... 9ˢ. 8°. 19'. 37" $\frac{1}{2}$
E conseguentemente longit. dell' apogeo del Sole .... 3ˢ. 8°. 19'. 37" $\frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO II.

250. So che gli Astronomi hanno cercata la longitudine dell' apogeo del Sole per

 più

più vie diverse dalla qui da noi insegnata; e che a forza di replicate, e vicendevoli correzioni date alle determinazioni, alle quali menano i metodi da essi adoperati, sono giunti finalmente a stabilire tale longitudine pel 22 d' Agosto del corrente anno 1783 di $3^s . 9^o . 14' . 47''$. A noi intanto è piaciuta la via, che abbiamo esposta, per non stabilire cosa alcuna, che debba dipendere da determinazioni non ancora fatte; difetto, che spesso s' incontra ne' libri d'Astronomia. E se coll' esempio addotto non s'è rilevata la precisa longitudine dell' apogeo del Sole; se n'è rilevata una, che se ne avvicina, la quale col suo difetto addita d' esservi nelle determinazioni prese dall' Efemeridi, per mancanza di determinazioni ricavate da accurate osservazioni, qualche leggiero difetto.

AVVERTIMENTO III.

251. Dovendo il Sole col suo diametro apparire della minima grandezza, qualora apparisce nell' apogeo, della grandezza massima, qualora apparisce nel perigeo, e di grandezze uguali, e medie tra la massima, e minima, qualora apparisce in punti dall' apogeo ugualmente distanti: è facile a chicchessia comprendere il come coll' andar misurando del Sole il diametro apparente in diversi tempi dell' anno, e determinando nel tem-

tempo istesso la longitudine, si può giugnere a determinare il luogo del suo apogeo. Tale luogo intanto, in tal modo determinato, non può avere esattezza alcuna, vedendosi per più giorni il diametro del Sole dell' istessa misura, a cagione della gran distanza della terra dal Sole; la cui variazione non diviene sensibile, se non, scorsi più giorni, giugne a certa misura. Ad ogni modo per tal via s' è all' in grosso conosciuto essere da lungo tempo l' apogeo del Sole al di là del principio di cancro per alcuni gradi. Il che è sufficiente a farci conoscere nell' adoperare il metodo da noi insegnato, se la LB cade di là, o di qua di LC, e conseguentemente se l' angolo BLC si deve sottrarre da SLM, o aggiugnere ad esso, per avere l' angolo SLC, e conseguentemente LSA. Poichè si deve sottrarre, o aggiugnere, secondochè col sottrarre, o aggiugnere risulta l' apogeo al di là del principio di cancro.

AVVERTIMENTO IV.

252. Si noti di vantaggio che la LB nella calcolazione deve, fuori del caso, in cui si trova parallela alla direttrice, venire o eguale ad LC, qualora i punti L, e M si trovano ugualmente distanti dalla linea AP degli apsidi, nel qual caso l' angolo BLC è nullo, o pure maggiore. Sicchè, ri-

risultando minore, è sicuro indizio che mancano allora d' esattezza o le longitudini de' punti L, e M adoperate, o le adoperate velocità della linea del moto vero della terra ne' medesimi punti.

AVVERTIMENTO V.

253. Sebbene la longitudine dell' apogeo del Sole, e conseguentemente quella dell' afelio della Terra, determinata nell' esempio addotto, non dia il preciso luogo, in cui si trova oggi corrispondente tale afelio: nondimeno, per insegnare i modi di fare le altre determinazioni, che in conseguenza delle già fatte si possono eseguire, supporremo qui in seguito quanto s' è supposto, e determinato nel detto esempio. Perciò soggiugniamo i seguenti problemi.

PROBL. VI.

254. *Determinare in conseguenza di quanto s' è supposto, e determinato nel detto esempio i raggi vettori SL, SM relativamente al semiasse maggiore OA dell' orbita, posto = 100000.*

SOLUZIONE.

1. S' intenda da S calata su LC la perpendicolare SE. Essendo nel triangolo rettangolo SEL nota l' ipotenusa SL, posta = 3520.

3520. 19, e noto l'angolo ELS, determinato $= 50^\circ . 47' . 50'' \frac{1}{2}$; se con tali dati si cerca il lato LE, s'avrà LE espressa relativamente all'unità del numero, con cui s'è espressa SL. Fatto il calcolo, si trova LE = 2225 . 53. E perciò, essendosi trovata relativamente alla medesima unità LC = 209509 . 5, sarà relativamente all'istessa unità EC, o sia SG = 207279 . 97.

2. Essendo in oltre relativamente al semiasse OA, posto = 100000, determinata SG = 5949967 . 417 (§ 242): se in ordine al numero 207279 . 97, al numero 5949967 . 417, e al numero 3520 . 19 si cerca il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale dà relativamente al detto semiasse, posto = 100000, la SL = 101046 . 98. Similmente si trova relativamente ad AO, posto = 100000, la SM = 99721 . 1. Ch'è quanto bisognava determinare.

COROLLARIO.

255. Essendo relativamente al semiasse AO, posto = 100000, trovata PS = 98319 . 793 (§ 228); ed essendo il semidiametro apparente del Sole, quando la terra si trova in P, o sia il Sole nel perigeo, $= 32' . 35'' . 21 = 1955'' . 21$. Dunque se in ordine ad SL, ad SP, e a 1955 . 21, o sia a 101046 . 91, a 98319 . 793, e a 1955 . 21 si cerca il quarto proporzionale; tale quar-

quarto proporzionale dà il diametro apparente del Sole, qualora la terra si trova in L, $= 1902''. 44 = 31'. 42''. 44$. Similmente se in ordine a SM, a SP, e a $1955''. 21$, o sia a $99721. 1$, a $98319. 793$, e a $1955. 21$ si trova pure il quarto proporzionale; tale altro quarto proporzionale dà il diametro apparente del Sole, quando la terra si trova in M, $= 1927''. 73 = 32'. 7''. 73$.

PROBL. VII.

256. *Determinare in conseguenza di quanto s'è supposto, e determinato nell' istesso esposto esempio le anomalie eccentriche, corrispondenti alle vere ASL, ASM.*

SOLUZIONE.

S' intenda intorno all' asse AP descritto il cerchio AHP; per L, e M s' intendano menate le FX, HY perpendicolari ad AP; e s' intendano congiunti i raggi OF, OH. Dinoteranno gli angoli AOF, AOH le anomalie eccentriche, corrispondenti rispettivamente alle vere ASL, ASM. S' intenda in oltre nell' orbita tirato il semiasse minore OK; e saranno, sopposto il semiasse maggiore $OA = 100000$, $PS = 98319. 793$, e $OK = 99985. 86$.

Si cerchino in ordine alli numeri esprimenmenti PS, OK, e a ciascuna delle tangenti delle metà delle anomalie vere ASL, ASM i quarti proporzionali.

S' avranno co' tali quarti proporzionali le tangenti delle metà delle anomalie eccentriche AOF, AOH (§ 235); onde i doppj degli angoli corrispondenti a sì fatte tangenti daranno le anomalie eccentriche AOF, AOH.

Ch' è quanto bisognava determinare.

CALCOLO.

ang. ASL $= 50^\circ . 47' . 50'' \frac{1}{2}$
ang. ASM $= 98^\circ . 40 . 35 \frac{1}{2}$.

Perciò

Log. OK	=	4 . 9999386
Log. tan. $\frac{1}{2}$ ASL	=	9 . 6765168
Som.	=	14 . 6764554
Log. PS	=	4 . 9926409 sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AOF	=	9 . 6838145 .

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF $= 25^\circ . 46' . 22''$,

e

AOF $= 51^\circ . 32' . 44''$.

In

In oltre

$$\begin{array}{llcl} Log. & OK & = & 4 \,.\, 9999386 \\ Log.\,tan. & \frac{1}{2}\,ASM & = & 10 \,.\, 0660197 \\ \hline & Som. & = & 15 \,.\, 0659583 \\ Log. & PS & = & 4 \,.\, 9926409 \quad \text{sott.} \\ \hline Log.\,tan. & \frac{1}{2}\,AOH & = & 10 \,.\, 0733174 \,. \end{array}$$

Sicchè

$$\tfrac{1}{2}\,AOH = 49^{\circ}\,.\,48'\,.\,48'',$$

e conseguentemente

$$AOH = 99^{\circ}\,.\,37'\,.\,36''\,.$$

PROBL. VIII.

257. *Poste le determinazioni già fatte, determinare le anomalie medie corrispondenti alle vere ASL, ASM.*

SOLUZIONE.

S' intenda la linea del moto medio essere ST, quando la terra si trova in L, e SV, quando si trova in M. Dinoteranno gli angoli AST, ASV le anomalie medie rispettivamente corrispondenti alle vere ASL, ASM.

ASM. S' intendano in oltre congiunte le SF, SH; e finalmente s' intendano da S calate SI perpendicolare ſu FO prolungata in I, e SN perpendicolare ad OH.

1. Si calcoli col raggio OA = 100000 il cerchio intero AHP. Sarà, fatto il calcolo, tale cerchio eſpreſſo dal numero 31410000000.

2. Si calcolino i ſettori circolari AOF, AOH, eſſendo l'angolo AOF = 51°. 32'. 44'', ed AOH = 99°. 37'. 36''. Fatti i calcoli, ſi trovano eſpreſſi il ſettore AOF dal numero 4497349722. 22, e 'l ſettore AOH dal numero 8692426604. 93.

3. Si calcolino ne' triangoli rettangoli SIO, SNO i lati SI, SN, eſſendo nel primo noto l' angolo SOI, come uguale all' anomalia eccentrica AOF, e nel ſecondo noto l' angolo SON, come complimento a due retti dell'anomalia eccentrica AOH, ed eſſendo in ambidue note l' eccentricità OS = 1680. 207. Fatt' i calcoli, ſi trovano SI = 1315. 77, ed SN = 1656. 546.

4. Si calcolino il triangolo SOF, che ha per baſe OF = 100000, e per altezza SI = 1315. 77, e 'l triangolo SOH, che ha per baſe OH pure = 100000, e per altezza SN = 1656. 546. Fatt' i calcoli, ſi trovano eſpreſſi il triangolo SOF dal numero 65788500, e 'l triangolo SOH dal numero 82827300. E conſeguentemente vengono eſpreſſi lo ſpazio circolare ASF dal numero

mero 4563138222 . 22, e lo ſpazio circolare ASH dal numero 8775253904 . 93.

5. Finalmente ſi cerchino in ordine al numero eſprimente l' intero cerchio AHP, a ciaſcuno de' numeri eſprimenti i ſpazj circolari ASF, ASH, e alli gr. 360 i quarti proporzionali; tali quarti proporzionali daranno le anomalie medie cercate, o ſieno gli angoli AST, ASV. Fatt' i calcoli, ſi trovano l' anomalia media corriſpondente alla vera ASL, cioè l' angolo AST = 52°. 17'. 58", e l' anomalia media corriſpondente alla vera ASM, cioè l' angolo ASV = 100°. 34'. 33".
Ch' è quanto biſognava determinare.

COROLLARIO I.

258. Corriſpondendo all' anomalia vera ASL di 50°. 47'. 50" $\frac{1}{2}$ l'anomalia media AST di 52°. 17'. 58", e all'anomalia vera ASM di 98°. 40'. 35" $\frac{1}{2}$ l'anomalia media ASV di 100°. 34'. 33"; l' equazione del centro, quando la terra s' è trovata in L, è ſtata di 1°. 30'. 7" $\frac{1}{2}$, e quando s' è trovata in M, è ſtata di 1°. 53'. 57" $\frac{1}{2}$.

COROLLARIO II.

259. Eſſendo la differenza de' due angoli AST, ASV, o ſia l' angolo TSV = 48°. 16'. 35". Dunque la linea del moto medio

dio dal mezzodì vero del 22 d' agosto fino al mezzodì vero del 10 d' ottobre s' è mossa per un angolo di 48°. 16'. 35''.

P R O B L. IX.

260. *Rilevare dalle determinazioni già fatte il moto medio del Sole.*

SOLUZIONE.

La linea del moto medio dal mezzodì vero del 22 d' agosto fino al mezzodì vero del 10 di ottobre, vale a dire in 49 giorni s'è mossa per 48°. 16', 35'', o sia per 173795'': però come il mezzodì vero del 22 d'agosto posticipa il medio di 2'. 24'', e 'l mezzodì vero del 10 d' ottobre anticipa il medio di 13'. 9''; così per ridurre i 49 giorni veri in tempo medio, conviene alli giorni 49 aggiugnere 2', 24'', e togliere dalla somma 13'. 9''. Sicchè il tempo medio scorso tra i due detti mezzodì è di 48 gior.. 23 or.. 49'. 15'', o sia di 4232955''. E perciò se in ordine a 4232955'', a un giorno medio, o sia 86400'', e a 173795'' si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà in minuti secondi il moto della linea del moto medio del Sole in un giorno medio. Fatto il calcolo, si trova tale moto di 3548'', o sia di 59'. 8''. Per

la

la qual cosa il moto medio del Sole è di 59'. 8'' a giorno.
Ch' è ciò, che bisognava determinare.

PROBL. X.

261. *Rilevare dalle determinazioni già fatte il tempo vero, in cui il Sole è stato nell' apogeo, ovvero la terra nel suo afelio.*

SOLUZIONE.

Si cerchi in ordine all' angolo TSV, all' angolo TSA, e al tempo medio, in cui la linea del moto medio s' è mossa dal sito ST al sito SV, il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo medio, in cui l' istessa linea del moto medio s' è mossa dal sito SA al sito ST, cioè dà in tempo medio di quanto il momento del passaggio della terra per l' afelio A ha preceduto quello dell' arrivo in L, o sia il mezzodì vero del 22 d' agosto. Fatto il calcolo, essendo l' angolo TSV = 48°. 16'. 35'', l' angolo TSA = 52°. 17'. 58'', e 'l tempo medio, in cui la linea del moto medio s' è mossa dal sito ST al sito SV = 48g. 23or. 49'. 15'', si trova il quarto proporzionale di 53g. 1or. 48'. 23''. Dunque è passata la terra pel suo afelio prima del mezzodì vero del 22 d' agosto per quanto il dinota il tempo medio di 53g. 1or. 48'. 23''. Or

Or tramezzando tra 'l mezzodì del 22 d' agosto, e 'l mezzodì dell' ultimo di giugno giorni 53; e posticipando il mezzodì vero del 22 d' agosto di 2'. 24" il mezzodì medio, e 'l mezzodì vero dell' ultimo di giugno di 3'. 14" il mezzidì medio; trammezzerà tra i due detti mezzodì veri il tempo medio di 53g. 0or. 0'. 50". Se tale tempo medio si sottrae dall' altro di 53g. 1or. 48'. 23", il residuo di 1or. 47'. 33" dà il tempo medio, per cui il momento del passaggio della terra per l' afelio ha preceduto il mezzodì vero dell' ultimo di giugno. Riducendo dunque il tempo medio 1or. 47'. 33" in tempo vero, con trovare il quarto proporzionale in ordine alla lunghezza del giorno vero 29 di giugno, ch' eccede il giorno medio di 12", alla lunghezza del giorno medio, e al detto tempo medio da ridurre, o sia in ordine a 24or. 0'. 12", a 24or., e a 1or. 47'. 33"; tale quarto proporzionale, che, fatto il calcolo si trova essere di 1or. 47'. 32", dà il tempo vero, per cui il passaggio della terra per l' afelio ha preceduto il mezzodì vero del 30 di giugno. Per la qual cosa tale passaggio è stato in tempo vero nella mattina del 30 di giugno a 10or. 12'. 28". Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

262. So che quanto s'è determinato nelli qui esposti problemi non ha l'esattezza, che s'esige dagli Astronomi; essendo ogni cosa appoggiata alla determinazione fattane dell'afelio della terra alquanto difettosa, pel motivo antecedentemente allegato. Intanto ci è piaciuto esporre sì fatte determinazioni, per additare le vie da tenere in farle con scrupolosa esattezza, quando si rilevano da osservazioni esattissime due longitudini del Sole, e le velocità della linea del moto vero dell'istesso Sole ne' punti, a' quali appartengono tali longitudini, e in conseguenza di tali cose si rileva il luogo del detto afelio.

AVVERTIMENTO II.

263. Prima di procedere innanzi è necessario sapere che il luogo dell'apogeo del Sole, creduto costante da Tolomeo, avendolo nell'anno 140 dopo G. C. trovato al 5°. 30' di gemini, dove era stato trovato nell'anno 140 prima di G. C. da Ipparco, e costante lungo tempo dopo Tolomeo, s'è conosciuto finalmente che si va lentamente, e costantemente avanzando secondo l'ordine de' segni, confrontando le determinazioni fattene da diversi Astronomi

mi in tempi diversi. Per conoscere intanto il fatto annuale avanzo, basta paragonare le osservazioni di Waltero, che sono le più accurate, con quelle del famoso Abate de la Caille. Questi ha rilevato d'essere stata la longitudine dell'apogeo del Sole secondo le osservazioni del Waltero di $3^s . 3^\circ . 57' . 57''$ nel primo di Gennaro del 1496, e secondo le osservazioni proprie di $3^s . 8^\circ . 38'$ nel primo di Gennaro del 1750. Sicchè in 254 anni la longitudine dell' apogeo del Sole s'è accresciuta di $4^\circ . 40' . 3''$; il che dà un' accrescimento annuale di $1' . 6''$. Similmente secondo Waltero la longitudine del detto apogeo è stata nel principio dell' anno 1503 di $3^s . 4^\circ . 9'$, e secondo l' Abate de la Caille nel principio dell' an. 1750 di $3^s . 8^\circ . 38'$. Dunque in anni 247 s'è accresciuta sì fatta longitudine di $4^\circ . 29'$; il che dà un' accrescimento annuale di $1' . 5''$. Or essendosi trovato l'accrescimento annuale della longitudine dell' apogeo del Sole per uno degli esposti confronti di $1' . 6''$, e per l'altro di $1' . 5''$; si può stabilire col Signor de la Lande di $1' . 5'' \frac{1}{2}$; e di tale misura il prenderemo sempre in seguito.

COROLLARIO.

264. Quindi essendo stata determinata dall' Abate de la Caille la longitudine dell' apogeo del Sole pel primo di Gen. del 1750

 di

di $3^s . 8^o . 38'$; pel primo di Gen. del corrente an. 1783 ha dovuta essere di $3^s . 9^o . 14' . 1'' \frac{1}{2}$, e pel corrente giorno 28 di Ottobre deve essere di $3^s . 9^o . 14' . 55'' \frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO III.

265. Si noti finalmente che in avere stabilito l' avanzo annuale della longitudine dell' apogeo del Sole di $1' . 5'' \frac{1}{2}$, non si deve credere andarsi avanzando realmente per rispetto delle stelle fisse in ogni anno il luogo del detto apogeo di $1' . 5'' \frac{1}{2}$; essendovi nell' avanzo della detta longitudine compresa la precessione degli equinozj, ch' è di $50'' \frac{1}{3}$ l' anno. Sicchè la longitudine dell' apogeo solare s' avanza annualmente di $1' . 5'' \frac{1}{2}$; ma il luogo dell' apogeo non si muove realmente in ogni anno secondo l' ordine de' segni per rispetto delle stelle fisse, se non di $15'' \frac{1}{6}$.

CAP.

CAP. III.

Della determinazione di qualunque equinozio medio in conſeguenza delle determinazioni già inſegnate, qualora è determinato l' equinozio vero corriſpondente.

PROBL. XI.

266. *Dato un equinozio vero, determinare il medio corriſpondente in conſeguenza delle determinazioni già inſegnate.*

SOLUZIONE.

Sia da determinare l' equinozio medio di primavera d' un anno qualunque Q, di cui s' è già determinato il vero corriſpondente.

S' intenda eſſere AMPK l' orbita terreſtre, Fig. 27
AP la linea degli apſidi, O il centro, OK il ſemiaſſe minore, e S il Sole; ſaranno A l' afelio della detta orbita, P il perielio, e OS l' eccentricità.

S' intenda in oltre eſſere BCDE l' eclittica, CE la comune ſezione dell' iſteſſa eclittica coll' equatore nel momento dell' equinozio vero, e la retta AP prolungata in B,

 e D.

e D. Saranno nel detto momento C il principio d' ariete, E il principio di libra; D il luogo dell' apogeo del Sole, B il luogo del perigeo, L il sito della terra, ed SL la linea del moto vero dell' istessa terra; e conseguentemente l' arco BCDE dinoterà per l' istesso detto momento l' anomalia vera della terra.

S' intendano di più descritto col diametro AP il cerchio ANPF, per L tirata FX perpendicolare ad AP, e congiunte le rette SF, OF.

Finalmente s' intendano da S tirata SI perpendicolare ad OF, ed SV, che sia il sito della linea del moto medio nel momento del detto equinozio vero.

1. Si determini la longitudine dell' apogeo del Sole pel tempo dell' equinozio vero. S' avrà noto l' arco CD, e conseguentemente l' arco BE; onde noto si farà pure l' arco BCDE, o sia l' anomalia vera della terra pel momento del detto equinozio vero.

2. Si metta il semiasse OA = 100000; saranno PS = *98319. 793*, SO = 1*680*. 207 (§ 228), e OK = *99985. 86*; e in ordine a PS, OK, e alla tangente della metà dell' anomalia vera già determinata si cerchi il quarto proporzionale; s' avrà con tale quarto proporzionale la tangente della metà dell' anomalia eccentrica corrispondente (§ 2*36*); e quindi s' avrà l' arco ANPF, e conseguentemente s' avrà l' arco

co PF, misura dell'angolo POF.

3. Si determini col raggio OA = 100000 la quadratura del cerchio ANPF; e con trovare in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli gradi, e minuti dell' arco ANPF, e alla quadratura già determinata del cerchio ANPF il quarto proporzionale. S' avrà la quadratura del settore circolare, terminato dalli raggi OA, OF, e dall' arco ANPF.

4. Nel triangolo rettangolo SIO, nota l' ipotenusa SO, e noto l' angolo SOI, si determini il lato SI, che verrà espresso nelle parti, delle quali OA ne contiene 100000.

5. Si determini la quadratura del triangolo OSF, note già la base OF, e l' altezza SI; e tale quadratura nel supposto caso si sottragga da quella del settore terminato dalli raggi OA, OF, e dall' arco ANPF. Darà il residuo la quadratura dello spazio circolare terminato dalle rette AS, SF, e dall' arco ANPF.

6. In ordine alla quadratura dell' intero cerchio ANPF, alla quadratura dello spazio circolare terminato dalle rette AS, SF, e dall' arco ANPF, e alli gr. 360 dell' intera periferia BCDE si trovi il quarto proporzionale. S' avrà l' anomalia media BCDV, corrispondente alla vera BCDE (§ 194); e la differenza di sì fatte anomalie darà l' equazione del centro, o sia l' arco VE.

7. Finalmente si cerchi in ordine a 59'.

8'', alli gradi, e minuti dell' arco VE, ed a 24$^{or.}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà il tempo medio, in cui la linea del moto medio si muove dal sito SV al sito SE, o per cui l' equinozio medio cercato di primavera posticipa il vero. Onde, aggiugnendo tale quarto proporzionale al tempo medio dinotante l' equinozio vero, si avrà l' equinozio medio cercato.

Ch' è ciò, che bisognava determinare.

ESEMPIO.

Il tempo medio, in cui è accaduto l' equinozio vero di primavera nel corrente anno 1783 in Napoli è stato il gior. 20 di Marzo, 6$^{or.}$. 3'. 25''. Si cerca il tempo medio, in cui è accaduto l' equinozio medio.

I.

La longitudine dell' apogeo del Sole nel 20 di Marzo è stata di $3^s . 9^o . 14' . 15''\frac{1}{2}$. Sicchè CD, e conseguentemente BE $= 99^o . 14' . 15''\frac{1}{2}$; onde l' anomalia vera della terra BCDE nel momento dell' equinozio vero è stata di $260^o . 45' . 44''\frac{1}{2}$.

II.

Posto il semiasse OA $=$ 100000, sono

PS

PS = 98319 . 793 , SO = 1680 . 207 , OK = 99985 . 86 . Quindi

Log. OK	=	4 . 9999386
Log. tan. $\frac{1}{2}$ BCDE	=	10 . 0703254
Som	=	15 . 0702640
Log. PS	=	4 . 9926409 sot.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ (ano. eccen.)	=	10 . 0776231 .

Onde

$\frac{1}{2}$ *arc.* AF = 50° . 5' . 35''.

E perciò

arc. AF = 100° . 11' . 10'',

e conseguentemente

anom. ecc. ANPF = 259° . 48' , 50'',
ang. POF = 79° . 48' . 50''.

III.

Essendosi posta OA = 100000; sarà la quadratura del cerchio ANPF = 31410000000; e cercando in ordine a 360°, a 259° . 48'. 50'', e alla quadratura trovata il quarto proporzionale, si ha la quadratura del settore circolare AOFPNA. Fatto il calcolo si tro-

trova tale quadratura = 22668761805 . 55.

IV.

Log. sen. SOI	=	9 . 9931003
Log. SO	=	3 . 2253628
Som.	=	13 . 2184630
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000 sott.
Log. SI	=	3 . 2184630 .

Onde

SI = 1653 . 72 .

E perciò il triangolo OSF = 82686000, e conseguentemente lo spazio circolare ASFPNA = 22586075805 . 55.

V.

Si cerchi in ordine alla quadratura del cerchio ANPF, alla quadratura del detto spazio circolare ASFPNA, e ai gr. 360 il quarto proporzionale; s'avrà l'anomalia media BCDV. Fatto il calcolo, si trova l'arco BCDV = 258° . 51' . 58'', e conseguentemente l'equazione del centro VE = 1° . 43' . 46'' $\frac{1}{2}$.

VI.

VI.

Si cerchi in ordine a $59' . 8''$, a $1^{o} . 43' . 46'' \frac{2}{3}$, e a $24^{or.}$ il quarto proporzionale; s'avrà il tempo medio, per cui l'equinozio medio di primavera ha posticipato il vero. Fatto il calcolo, si trova tale tempo di $18^{gi.} . 18^{or.} . 7' . 6''$, che, aggiunto al tempo medio dell' equinozio vero, dà il tempo medio cercato dell' equinozio medio il 22 di Marzo. $0^{or.} . 10' . 31''$.

AVVERTIMENTO.

267. Se si deve determinare l' equinozio medio d' autunno: in tale caso come M è il luogo della terra nel momento dell'equinozio; così, determinata la longitudine CD dell' apogeo del Sole conveniente al tempo dell'equinozio vero d' autunno, con sottrarre i gradi, e minuti di tale arco da due angoli retti, si ha l' angolo ASM, anomalia vera della terra pel detto momento. Il calcolo intanto procede dell' istesso modo: però nel caso dell' equinozio d' autunno all' area del settore va aggiunta quella del triangolo, e non sottratta, come nel caso dell' equinozio di primavera.

CAP.

CAP. IV.

Si definiscono, e determinano tutte le spezie di anni solari.

DEFINIZIONE I.

268. Si chiama *anno anomalistico* il tempo, che scorre da che la terra parte dal suo afelio, fino a che vi ritorna, o da che il Sole apparisce essere nel suo apogeo, fino a che vi apparisce ritornato.

COROLLARIO.

269. Nell' anno anomalistico adunque la terra compie l' intero giro della sua orbita, e scorrere conseguentemente per tutt' i punti di essa. E sebbene, durante tale tempo, la situazione dell' orbita terrestre riceva certa leggiera mutazione di sito, con rotare intorno al Sole per quanto basta a far avanzare l' apogeo secondo l' ordine de' segni di $15'' \frac{1}{6}$: nondimeno non ricevendo alterazione la figura dell' orbita, poichè gl' infiniti diversi punti del suo perimetro conservano sempre le medesime distanze dal Sole; neppure riceve alterazione l' attività della forza at-

attraente del Sole ne' medesimi punti. E perciò, non alterandosi l'attività della detta forza, coll' andare l'orbita terrestre variando sito continuamente intorno al Sole, la velocità della terra non riceve alterazione alcuna; e conseguentemente non riceve alterazione il tempo, in cui l'istessa terra compie l'intera rivoluzione per la sua orbita. Quindi l'anno anomalistico si conserva sempre d'una costante misura.

DEFINIZIONE II.

270. Si dice *anno sidereo* il tempo, che scorre dal momento, in cui il Sole corrisponde a una stella, fino a quello, in cui vi torna di nuovo a corrispondere.

COROLLARIO I.

271. Essendo le stelle fisse immobili nella sfera mondana: è facile ad intendere che il Sole in partire dal corrispondere a una stella, deve partire dall' apparire su d'un raggio dell'eclittica, tendente a tale stella; e in tornare a corrispondere alla medesima stella, deve tornare ad apparire sul medesimo raggio. Quindi l'anno sidereo è misurato dal tempo, che scorre da che il Sole apparisce su d'un raggio dell'eclittica, fino a che vi apparisce tornato.

COROLLARIO II.

272. Per avere il Sole una differenza di longitudine con una ſtella, deve apparire ſu d' un determinato raggio dell' eclittica ; e per tornare ad avere coll' iſteſſa ſtella l' iſteſſa differenza di longitudine, deve tornare ad apparire ſul medeſimo raggio. Sicchè l' anno ſidereo ſi ha ancora dal tempo, che ſcorre da che il Sole ha una differenza di longitudine con una ſtella, fino a che torna ad avere coll' iſteſſa ſtella la medeſima differenza di longitudine.

AVVERTIMENTO.

Fig.28 273. S' intenda eſſere AMPL l'orbita terreſtre, AP l' aſſe maggiore, e S il Sole; ſaranno A l' afelio di tale orbita, e P il perielio, e conſeguentemente P l' apogeo del Sole, e A il perigeo. S' intenda in oltre eſſere BCDE l' eclittica, ed AP prolungata in B, e D. Se in ogni rivoluzione della terra la ſua orbita reſtaſſe fiſſa nel ſuo ſito: ſiccome in partire la terra dal ſuo afelio A, ſi vedrebbe il Sole ſul raggio SD dell' eclittica; così in tornare in A, ſi vedrebbe il Sole tornato ſull' iſteſſo raggio SD. Onde l' anno ſidereo uguaglierebbe l' anno anomaliſtico. Ma perchè, durante l' anno anomaliſtico, la detta orbita dal ſito AMPL ſi si trasferisce nel sito IMHL; talchè il suo asse maggiore, ch'era sul diametro BD dell' eclittica, passa sul diametro FG, che forma con BD un angoletto di $15'' \frac{1}{6}$; perciò, tornata la terra nel suo afelio, deve il Sole apparire non sul raggio SD, ma sull'altro SF; e conseguentemente deve apparire tornato sul raggio SD tanto tempo prima di compiersi l' anno anomalistico, quanto ne bisogna alla linea del moto vero per trasferirsi dal sito SD al sito SF.

COROLLARIO III.

274. Quindi l' anno sidereo è minore dell' anomalistico, e tanto minore, quanto tempo esige la linea del moto vero del Sole per muoversi presso l' apogeo per un angolo di $15'' \frac{1}{6}$. Or movendosi la linea di moto vero nell' apogeo per $57'. 10''$ in $24^{or.}$, si muoverà per $15'' \frac{1}{6}$ nel tempo di $6'. 22''$. Sicchè l' anno anomalistico eccede il sidereo di $6'. 22''$. Per la qual cosa, determinato l' anno sidereo, resta determinato ancora l'anno anomalistico. Il come intanto s' è determinato l' anno sidereo, si dirà nel seguente

PROBL. XII.

275. *Insegnare il modo di determinare l'anno sidereo.*

So-

SOLUZIONE.

1. Da osservazioni accuratamente fatte in un luogo, e in un anno circa il Sole, e una stella qualunque si rilevino le longitudini avute da tali corpi in un istante di tempo; e si noti e la differenza di sì fatte longitudini, e 'l tempo medio dinotante il detto istante.

2. Da altre osservazioni fatte nell'istesso, o in diverso luogo circa i medesimi corpi in altro anno posteriore, e circa i medesimi giorni si vadano rilevando relativamente a più giorni le longitudini de' medesimi corpi, finchè s' incontrino relativamente a un giorno longitudini, che danno una differenza poco diversa dalla rilevata dalle altre osservazioni.

3. Si cerchi allora coll' ajuto dell' accrescimento giornaliero, che ha in tale tempo la longitudine del Sole, il preciso tempo medio, in cui ha dovuta la differenza delle longitudini de' due detti corpi essere esattamente uguale alla differenza ricavata dalle altre osservazioni; e tale tempo medio, ridotto, se bisogna, alla misura conveniente al meridiano del luogo delle prime osservazioni, si noti pure.

4. Finalmente si divida il numero de' giorni, delle ore, e de' minuti scorsi tra i due tempi notati, accresciuto, o diminuito di quan-

quanto esige qualche alterazione sofferta, durante tale tempo, dalla longitudine della stella, pel numero degli anni siderei scorsi tra i medesimi tempi.

Il quoziente dà la quantità cercata dell' anno sidereo. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

CALCOLO I.

Il celebre de la Caille da osservazioni fatte in Parigi dal de la Hire ne' giorni 27, 29, e 30 di Giugno del 1684 rilevò essere stata la longitudine del Sole meno di quella di *Sirio* di 1°. 21′. 59″ nel 29 di Giugno. 0or. 2′. 50″, tempo medio a Parigi. Da osservazioni proprie fatte ne' giorni 28, e 30 di Giugno del 1751 al Capo di Buona Speranza rilevò essere stata la longitudine del Sole meno di quella di *Sirio* di 2°. 30′. 2″ nel 30 di Giugno. 0or. 2′. 56″, tempo medio al Capo, o sia nel 29 di Giugno. 22or. 58′. 41″, tempo medio a Parigi, ch' è di 1or. 4′. 15″ più occidentale del Capo.

La differenza seconda delle longitudini del Sole, e di *Sirio* eccede la prima di 1°. 8′. 3″. Onde avanzandosi la longitudine del Sole in un giorno nel 30 di Giugno di 57′. 12″, ed essendo il giorno 30 di Giugno di 24or. 00′. 12″; se in ordine a 57′. 12″, a 1°. 8′. 3″, e a 24or. 00′. 12″ si cerca il quarto proporzionale, e tale quarto proporzionale, ch'è di 18gi. 4or. 33'. 23", s'aggiugne al tempo trovato 29 Giugno. 22or, 58'. 41", si ha colla somma 1 di Luglio. 3or. 32'. 4" il tempo medio a Parigi, in cui il Sole tornò nel 1751 ad avere una longitudine meno di quella di Sirio di 1°. 21'. 59".

In oltre da più osservazioni l'istesso de la Caille ha rilevato che *Sirio* dal 1684 fino al 1751, vale a dire in 67 anni, s'è avanzato in longitudine di 1'. 3" meno di quanto avrebbe dovuto avanzarsi a tenore della quantità annua della precessione degli equinozj. Sicchè il Sole giunse nel 1751 ad avere con *Sirio* la detta differenza di longitudine tanto tempo prima del momento, in cui avrebbe dovuto giugnervi, se *Sirio* fosse stato perfettamente immobile nella sua situazione, quanto tempo esige il Sole nel 2 di Luglio ad avanzarsi in longitudine per 1'. 3". Or avanzandosi il Sole in longitudine nel 2 di Luglio in un giorno di 57'. 10", ed essendo la lunghezza del 2 di Luglio di 24or. 00'. 11", s'avanzerà di 1'. 3" nel tempo di 26'. 27". E perciò il vero tempo, in cui avrebbe dovuto il Sole tornare alla detta differenza di longitudine con *Sirio* nel 1751 relativamente al meridiano di Parigi, se *Sirio* fosse stato perfettamente immobile nella sua situazione, è 1 Luglio. 3or. 58'. 31".

Per

Per la qual coſa, eſſendo ſcorſi dal 29 Giug. 0$^{or.}$. 2′. 50″ del 1684 ſino al 1 Lugl 3$^{or.}$. 58′. 31″ del 1751 giorni 24472. 3$^{or.}$. 55′. 41″; ſe tale tempo ſi divide pel numero 67 delle rivoluzioni ſiderali intanto fatte, ſi ha l' anno ſidereo di giorni 365. 6$^{or.}$. 8′. 53″.

CALCOLO II.

L' iſteſſo Signor de la Caille da un' oſſervazione fatta in Parigi dal de la Hire nel 21 di Dicem. del 1684 rilevò eſſere ſtata la longitudine del Sole più di quella di *Sirio* di 171°. 55′. 45″ nel 21 Dicem. 23$^{or.}$. 59′. 50″; e da un' oſſervazione propria fatta nel 25 di Dicembre del 1751 al Capo di Buona Speranza rilevò eſſere ſtata la longitudine del Sole più di quella di *Sirio* di 172°. 43′. 41″ nel 25 Dicem. 0°. 00′. 33″, tempo medio al Capo, o ſia nel 24 Dicem. 22$^{or.}$. 56′. 18″, tempo medio a Parigi.

La differenza ſeconda delle longitudini del Sole, e di *Sirio* eccede la prima di 47′. 56″. Onde, avanzandoſi la longitudine del Sole in un giorno nel 24 di Dicembre di 1°. 1′. 11″, ed eſſendo il 24 di Dicembre di 24$^{or.}$. 00′. 30″; ſe in ordine a 1°. 1′. 11″, a 47′. 56″, e a 24$^{or.}$. 00′, 30″ ſi cerca il quarto proporzionale, e tale quarto proporzionale, ch' è di 18$^{or.}$. 48′. 17″, si sottrae dal tempo trovato 24 Dicem. $22^{or.}$. 56'. 18", si ha col residuo 24 Dicem. $4^{or.}$. 8'. 1" il tempo medio a Parigi, in cui il Sole tornò nel 1751 ad avere una longitudine di 171°. 55'. 45" più di quella di *Sirio*. Tale tempo determinato si deve accrescere, come nell' antecedente calcolo di 24'. 44", a cagione della diminuzione di 1'. 3" sofferta dalla variazione di longitudine di *Sirio* dal 1684 fino al 1751. Sicchè il vero tempo, in cui avrebbe dovuto il Sole tornare alla detta differenza di longitudine con *Sirio* nel 1751 relativamente al meridiano di Parigi, se *Sirio* fosse stato perfettamente immobile nella sua situazione, è 24 Dicem. $4^{or.}$. 32'. 45".

Per la qual cosa essendo scorsi dal 21 Dicem. . $23^{or.}$. 59'. 50" del 1684 fino al 24 Dicem: $4^{or.}$. 32'. 45" del 1751 giorni 24472. $4^{or.}$. 33'. 55"; se tale tempo si divide pel numero 67 delle rivoluzioni siderali intanto fatte, si ha l' anno sidereo di giorni 365. $6^{or.}$. 9'. 27".

COROLLARIO I.

276. Essendosi l' anno sidereo trovato col primo calcolo di gior. 365. $6^{or.}$. 8'. 53", e col calcolo secondo di gior. 365. 6^{or}. 9'. 27"; si può tale anno sicuramente stabilire col Signor de la Caille di gior. 365. $6^{or.}$. 9'. 10".

CO-

COROLLARIO II.

277. Eccedendo in oltre l'anno anomalistico di 6'. 22" l'anno sidereo (§ 274); sarà l'anno anomalistico di gior. 365. 6or. 15'. 32".

DEFINIZIONE III.

278. Si chiama *anno tropico* il tempo, che scorre tra due equinozj sussecutivi, tutti e due di primavera, o tutti e due d'autunno, o pure tra due solstizj sussecutivi, tutti e due di state, o tutti e due d'inverno; ovvero che scorre da che il Sole parte da qualunque grado di longitudine, fino a che ritorna al medesimo grado di longitudine.

AVVERTIMENTO I.

279. Contrassegnino EC l'intersecazione dell'eclittica coll'equatore, C il principio d'ariete, ed E il principio di libra. Quando la terra giugne in L, il Sole apparisce sul raggio SC, ed accade l'equinozio di primavera. Se in una rivoluzione annua della terra la sua orbita restasse immobile nel suo sito, e neppure variasse sito la comune sezione EC dell'eclittica coll'equatore; tornata la terra in L, accaderebbe di nuovo l'equino- Fig.28

zio di primavera, e si vedrebbe il Sole tornato sull' istesso raggio SC dell' eclittica: onde l' anno tropico uguaglierebbe e l' anno sidereo, e l' anno anomalistico. Se poi mutasse sito solamente l' orbita terrestre, e restasse costante l' intersecazione EC dell' eclittica coll' equatore; in tale caso l' anno tropico uguaglierebbe solamente il sidereo, e non già l' anomalistico. Ma retrocedendo i punti equinoziali in ogni rivoluzione della terra per la sua orbita di $50'' \frac{1}{3}$; quando torna ad accadere il detto equinozio, il Sole deve apparire in un raggio dell' eclittica, che forma con SC un angolo di $50'' \frac{1}{3}$. Per tale angolo adunque si deve muovere la linea del moto vero, accaduto di nuovo l' equinozio, perchè si compisca l' anno sidereo,

COROLLARIO I.

280. Quindi l' anno tropico è tanto minore del sidereo, quanto tempo esige la linea del moto vero in muoversi per un angolo di $50'' \frac{1}{3}$, tornata nella fine della rivoluzione all' intersecazione dell' eclittica coll' equatore. E perchè sì fatta intersecazione si trova corrispondere ora a un sito dell' orbita, e ora a un altro; perciò la linea del moto vero in muoversi per l' angolo di $50'' \frac{1}{3}$, acciò si compisca l' anno sidereo, non è sempre dell' istessa velocità. Quindi non è sempre dell' istessa misura il tem-

tempo da togliere dall' anno sidereo, per avere l' anno tropico. Per la qual cosa l' anno tropico non ha costante misura.

AVVERTIMENTO II.

281. Si noti ch' essendo stata la longitudine dell' apogeo del Sole nel dì primo di Gennaro del corrente anno 1783 di $3^s. 9^o. 14'. 1''\frac{1}{2}$, o sia di $357241''\frac{1}{2}$, ed essendo il moto annuo di tale apogeo di $65''\frac{1}{2}$ per rispetto del punto equinoziale di primavera; se si dividono i $357241''\frac{1}{2}$ per gli $65''\frac{1}{2}$, il quoziente 5454 dinota che nell' anno 5454 avanti il corrente, o sia nell' anno 3672 avanti G. C. ha dovuto il detto apogeo corrispondere al punto equinoziale di primavera. Similmente si trova aver dovuto l' istesso apogeo corrispondere al punto solstiziale di state nell' anno 1274, e che corrisponderà al punto equinoziale d' autunno nell' anno 6220.

COROLLARIO II.

282. Esige dunque l' apogeo del Sole anni 4946, perchè si variasse la sua longitudine di 90°, e conseguentemente anni 9892, perchè si variasse di gr. 180, e anni 19784, perchè si variasse dell' intera periferia. E perciò, avendo tale apogeo corrisposto al punto equinoziale di primavera nell' anno

3672 avanti G. C., e al punto solstiziale di state nell' anno 1274, e dovendo corrispondere al punto equinoziale d' autunno nell' anno 6220; tornerà a corrispondere al punto equinoziale di primavera nell' anno 16112, al punto solstiziale di state nell'anno 21058, e al punto equinoziale d' autunno nell' anno 26004.

COROLLARIO III.

283. In oltre la linea del moto vero del Sole, o per meglio dire della terra, per compiere l'anno sidereo, s' è dovuta muovere per un angolo di $50'' \frac{1}{3}$ presso al punto A, dove è della minima velocità, terminato l' anno tropico 3672 avanti G.C., computato da equinozio ad equinozio di primavera; terminato l' anno appresso, s' è dovuta muovere da un punto dell' arco AL alquanto distante da A, dove la sua velocità è alquanto maggiore; terminato l' altr' anno appresso, s' è dovuta muovere da un punto dell' istesso arco AL maggiormente distante da A, dove la sua velocità è ulteriormente maggiore; e così procedendo innanzi fino all' anno 6220, quando si dovrà muovere da un punto, che sarà presso il punto P, dove la sua velocità è massima. Sicchè il tempo da togliere dall' anno sidereo, per avere il tropico, è massimo per l'anno 3672 avanti G. C., è minimo per l' anno 6220, e per

e per gli anni successivi tra essi si va successivamente diminuendo dal massimo al minimo.

COROLLARIO IV.

284. Quindi l' anno tropico 3672 avanti G. C. ha dovuto essere della minima misura; l' anno tropico 6220 sarà della misura massima; e gli altri tra essi hanno dovuto essere, e seguiranno ad essere successivamente crescenti dalla misura minima alla massima, supposto però l' anno computato sempre da equinozio ad equinozio di primavera.

AVVERTIMENTO III.

285. Si noti che il contrario accaderà dall' anno 6220 fino all' anno 16112, dovendo, durante tale tempo, l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio di primavera andare continuamente scemando dalla misura massima alla minima.

AVVERTIMENTO IV.

286. Si noti pure che ciò, che s' è detto dell' anno tropico, computato da equinozio ad equinozio di primavera, è l' opposto di ciò, che deve dirsi dell' anno tropico, computato da equinozio ad equinozio d'

d' autunno. Tale anno tropico ha dovuto essere della massima misura nell' anno 3672 avanti G. C.; sarà della misura minima nell' anno 6220; e gli altri tra essi hanno dovuto essere, e seguiranno ad essere successivamente decrescenti dalla misura massima alla minima. Di più l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio di primavera dall' anno 3672 avanti G. C. fino all' anno 1274 ha dovuto sempre essere minore del computato da equinozio ad equinozio d' autunno, e la disuguaglianza ha dovuta procedere sempre scemando. L' anno tropico 1274 ha dovuto essere dell' istessa misura e computato da equinozio ad equinozio di primavera, e computato da equinozio ad equinozio d' autunno, perchè in tale anno l' apogeo del Sole è stato corrispondente al punto solstiziale di state (§ 281); vale a dire corrispondente al punto distante dagli equinoziali di gr. 90, e conseguentemente la terra è stata in ambidue gli equinozj all' istessa distanza dal detto apogeo. Finalmente dal 1274 fino al 6220 l' anno tropico, computato da equinozio ad equinozio di primavera, è stato, e seguirà ad essere sempre maggiore del computato da equinozio ad equinozio d' autunno; e la disuguaglianza è andata, e seguirà ad andare sempre crescendo, finchè nell' anno 6220 l' uno diverrà della massima, e l' altro della minima misura.

AV-

AVVERTIMENTO V.

287. Da quanto s' è detto facilmente si rileva che se d' un anno tropico se ne fanno due misure, una con determinare il tempo, che scorre da che il Sole parte da qualunque longitudine A, fino a che vi ritorna, e l' altra con determinare il tempo, che scorre da che l' istesso Sole parte da qualsisia altra longitudine B, fino a che ritorna alla medesima; tali due misure dell' anno tropico debbono avere qualche differenza tra esse; purchè i punti dell' eclittica, a' quali appartengono le longitudini A, e B, non sieno ad uguali distanze da quello, a cui si trova corrispondere l' apogeo solare: e tale differenza di misure deve essere maggiore, o minore, secondochè maggiore, o minore è la disuguaglianza delle differenze, che hanno le longitudini A, e B colla longitudine del detto apogeo: anzi l' anno tropico determinato relativamente alla longitudine A è di minore, o di maggiore grandezza del determinato relativamente alla longitudine B, secondochè la differenza della longitudine A, e della longitudine dell' apogeo solare è minore, o maggiore di quella della longitudine dell' istesso apogeo, e della longitudine B: e di più l' anno tropico determinato relativamente alla longitudine A è della minima mi-

misura, se la longitudine A è l' istessa di quella del detto apogeo; ed è della massima, se la longitudine A è l'istessa di quella del perigeo.

PROBL. XIII.

288. *Determinare la lunghezza dell' anno tropico e della minima, e della massima misura.*

SOLUZIONE.

Movendosi in $24^{or.}$ la linea di moto vero nell' afelio della terra, e per conseguenza nell' apogeo del Sole per $57'.\ 10''$, e nel perielio della terra, e conseguentemente nel perigeo del Sole per $1^{\circ}.\ 1'.\ 12''$; si muoverà per $50''\frac{1}{3}$ nel tempo di $21'.\ 7''$ nel detto afelio, e di $19'.\ 44''$ nel detto perielio. Onde l'anno sidereo eccede il tropico di $21'.\ 7''$, quando il tropico è della minima misura, e di $19'.\ 44''$, quando è della misura massima. E perciò, essendosi determinato l' anno sidereo di gior: $365.\ 6^{or.}.\ 9'.\ 10''$, sarà l' anno tropico della minima misura di gior. $365.\ 5^{or.}.\ 48'.\ 3''$, e della misura massima di gior. $365.\ 5^{or.}.\ 49'.\ 26''$. Ch' è quanto bisognava determinare.

CO-

COROLLARIO I.

289. Differisce adunque l' anno tropico della misura minima dall' anno tropico della misura massima di 1'. 23''.

COROLLARIO II.

290. Quindi ne derivano le seguenti conseguenze. 1 Che in ogni rivoluzione annua della terra l' anno tropico computato da che il Sole parte da una longitudine uguale a quella del suo apogeo, fino a che ritorna all' istessa longitudine, differisce di 1'. 23'' dall' anno tropico computato da che il Sole parte dall' altra longitudine uguale a quella del suo perigeo, fino a che ritorna alla medesima longitudine. 2. Che in ogni rivoluzione annua della terra le misure dell' anno tropico, computate relativamente a due longitudini diverse del Sole, non possono avere differenza maggiore di 1'. 23''. 3. Che l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio di primavera dal 3672 avanti G. C., in cui è stato della minima misura, è andato sempre crescendo, e seguirà successivamente a crescere fino al 6220, in cui diverrà della misura massima, e tutto l' accrescimento in 9892 anni giugnerà a 1'. 23''. 4. Finalmente che l' anno tropico computato da equinozio ad equinozio d' au-

autunno dal 3672 avanti G. C. , in cui è stato della misura massima , è andato sempre diminuendosi, e seguirà successivamente ad andarsi diminuendo fino al 6220, in cui sarà della misura minima , e tutta la diminuzione in anni 9892 giugnerà pure a 1'. 23''.

AVVERTIMENTO I.

291. Si noti che l' anno tropico , computato da equinozio ad equinozio o di primavera , o d' autunno , il quale si va nel periodo di anni 9892 variando dalla misura minima alla massima , o dalla massima alla minima , e variando sì lentamente , ch' essendo la variazione in tutta l' estensione del periodo di 1'. 23'' , appena giugne ad 1'' in anni 119, se si prenda costantemente d' una misura mezzana tra la minima di $365^{gi.} . 5^{or.} . 48' . 3''$, e la massima di $365^{gi.} . 5^{or.} . 49' . 26''$, vale a dire di $365^{gi.} 3^{or.} . 48' . 44'' \frac{1}{2}$, si ha l'anno tropico , chiamato dagli Astronomi *anno tropico medio*. Di tale anno fanno uso gli Astronomi nelle determinazioni de' moti solari , come anno di costante misura ; come anno, che non ci allontana mai dalla misura del corrente , se non di assai poco ; e come anno , che alla fine d' ognuno de' detti periodi si trova aver misurato l' istesso tempo , ch' è stato misurato dagli anni tropici disugua-

guali, che il compongono.

COROLLARIO III.

292. Quindi possiamo sicuramente fissare le misure degli anni solari, cioè dell'anno anomalistico di gior. 365. 6or. 15'. 32'', dell' anno sidereo di gior. 365. 6or. 9'. 10'', e dell' anno tropico medio di gior. 365. 5or. 48'. 44'' $\frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO II.

293. So che gli Astronomi comunemente, non ben sviluppata la teorica delle variazioni della misura dell' anno tropico, e del periodo di esse, si sono ingegnati di determinare la lunghezza dell' anno tropico medio coll'ajuto delle determinazioni di due equinozj, tutti e due di primavera, o tutti e due d' autunno, fatti in anni rimoti l' uno dall' altro, e con dividere il numero de' giorni, delle ore, e de' minuti scorsi tra tali equinozj pel numero degli anni scorsi tra i medesimi equinozj. Le determinazioni dell' anno tropico medio in tal modo eseguite, sono riuscite quale più, e quale meno approssimanti alla vera, secondochè più, o meno esattezza hanno avute le determinazioni degli equinozj, de' quali si sono avvaluti. Però anche la determinazione più approssimante alla vera ha dovuto avere qual-

qualche difetto ; non essendo stata compres
nel numero degli anni adoperati tutta l' inte
ra variazione, alla quale è soggetto l' ann
tropico in ognuno de' detti periodi di va
riazioni.

AVVERTIMENTO III.

294. So ancora che alcuni Astronomi, per determinare l' anno tropico medio dell' istesso modo, ma con maggiore esattezza, sono ricorsi agli equinozj non veri, ma medii; senza badare che la differenza del tempo corso tra due rimotissimi equinozj veri da quello corso tra i due corrispondenti equinozj medii, divisa pel gran numero degli anni scorsi tra i medesimi equinozj, non può dare una quantità sensibile. Onde la quantità dell' anno tropico medio, che risulta secondo il detto modo, facendo uso degli equinozj medii, non può avere differenza sensibile da quella, che risulta facendo uso degli equinozj veri.

AVVERTIMENTO IV.

295. Si noti di vantaggio ch' essendo nel corrente anno 1783 l' avanzo giornaliero della longitudine del Sole nell' equinozio di primavera di $59' . 28''$, e nell' equinozio d' autunno di $58' . 50''$; si muoverà il Sole per $50''\frac{1}{3}$ nell' equinozio di primavera nel

nel tempo di 20'. 18'', e nell' equinozio d' autunno nel tempo di 20'. 31''. Or essendo l' anno sidereo di gior. 365. 6$^{or.}$. 9'. 10'', deve essere l' anno tropico corrente di gior. 365. 5$^{or.}$. 48'. 52'', computandosi da equinozio ad equinozio di primavera, e di gior. 365. 5$^{or.}$. 48'. 39'', computandosi da equinozio ad equinozio d' autunno. Sicchè l' anno tropico corrente, computato da equinozio ad equinozio di primavera, eccede l' anno tropico medio di 7'' $\frac{1}{2}$, e computato da equinozio ad equinozio d' autunno manca dall' anno tropico medio di 5'' $\frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO V.

296. Si noti pure ch' essendo l' anno tropico medio di gior. 365. 5$^{or.}$. 48'. 44'' $\frac{1}{2}$, e 'l moto in longitudine del Sole in tale spazio di tempo di 360° — 50'' $\frac{1}{3}$; sarà il moto medio del Sole in longitudine per un giorno medio, o sia per 24$^{or.}$ medie di 59'. 8''. 11''', e per un anno civile comune di 365 giorni di 11^{s}. 29°. 44'. 53''.

AVVERTIMENTO VI.

297. Si noti ancora che nelle tavole inserite dal Signor de la Lande nella sua Astronomia viene preso il moto medio in longitudine del Sole per un giorno di 59'. 8''. 3, e per un anno di 365 giorni di

11ˢ. 29°. 45′, 40″. 5; perchè non s'è tenuto conto che la linea di moto medio nell' anno tropico medio si muove non per l'intera periferia dell'eclittica, ma per l'intera periferia diminuita di 50″ $\frac{1}{3}$, a cagione della precessione annua degli equinozj. Quindi è che il moto medio secolare in longitudine del Sole secondo le dette tavole, siccome si ha prendendo 100 volte il moto medio d'un anno di 11ˢ. 29°. 45′. 40″. 5, e aggiugnendovi 25 volte il moto medio d'un giorno di 59′. 8″, 3, per gli 25 anni bisestili, che racchiude un secolo, così risulta, toltene le intere periferie, di 45′. 55″. 6. Secondo il nostro computo però risulta di 11ˢ. 29°. 26′. 44″ 35‴, vale a dire di 1°. 19′. 11″ meno.

AVVERTIMENTO VII.

298. Si noti finalmente che dall' anno tropico, ridotto alla sua giusta misura, ci avvaliamo e negli usi della vita civile, e ne' computi astronomici, essendo il solo, che non va col suo principio vagando per le diverse stagioni.

CAP.

CAP. V.

Dell' Epoche, o sieno Radici delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo solare; de' modi di determinarle, e degli usi delle medesime.

DEFINIZIONE I.

299. Si chiama *epoca*, o *radice* delle longitudini medie del Sole quella longitudine media determinata per un assignato tempo medio relativamente al meridiano di qualche luogo, la quale si stabilisce per procedere da essa alla determinazione della longitudine media, conveniente al Sole in qualunque altro tempo medio.

DEFINIZIONE II.

300. Si chiama similmente *epoca*, o *radice* delle longitudini dell' apogeo solare quella longitudine determinata per un assignato tempo medio relativamente al meridiano di qualche luogo, la quale si stabilisce per procedere da essa alla determinazione della longitu-

gitudine conveniente all' apogeo solare in qualunque altro tempo medio.

AVVERTIMENTO I.

301. Si noti che relativamente all'apogeo s'è detto semplicemente longitudine, senza specificare la media, o la vera; perchè per rispetto dell' apogeo tali due longitudini s' uniscono insieme.

AVVERTIMENTO II.

302. Gli Astronomi, per la facile calcolazione delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo solare, hanno costrutte delle tavole, nelle quali si trovano ordinatamente notati tutt' i giorni dell' anno colla distinzione de' mesi, e notati in corrispondenza di ciascun giorno in colonne distinte e l' avanzo fatto dalla longitudine media del Sole, e l' avanzo fatto dalla longitudine dell' apogeo dal mezzodì medio, da cui s' incomincia l' anno, fino al mezzodì medio del giorno, a cui si trovano corrispondere. E acciocchè tali tavole potessero servire e per gli anni comuni, e per gli anni bisestili; essendo i bisestili d' un giorno più lungo de' comuni, s' è in esse tavole supposto incominciare ogni anno bisestile dal mezzodì medio del primo di Gennaro, e ogni anno comune dal mezzodì medio del gior-

giorno innanzi, vale a dire dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno avanti: motivo per cui nelle dette tavole per gli due primi mesi, Gennaro, e Febraro vanno notati i giorni in due serie verticali distinte, una per gli anni bisestili, e l' altra per gli anni comuni; e va disposta la prima coll' anticipazione d' un giorno per rispetto della seconda; acciò i detti avanzi di longitudini, notati in corrispondenza de' giorni degli anni comuni, possano corrispondere ad altri tanti giorni degli anni bisestili. E' d' avvertire intanto che nell' uso di sì fatte tavole, siccome per determinare coll' ajuto di esse per esempio la longitudine media del Sole pel mezzodì del 7 di Maggio di qualsisia anno A, conviene aggiugnere l' avanzo di longitudine, che nelle tavole si trova notato in corrispondenza del detto giorno, alla longitudine media del Sole pel mezzodì medio, da cui si suppone nelle medesime tavole incominciato l' anno A; così conviene che sia già prima determinata la longitudine media del Sole pel mezzodì medio, da cui l' anno A si suppone incominciato; e tale mezzodì deve esser quello del primo di Gennaro, se l' anno A è bisestile, o quello dell' ultimo di Dicembre dell' anno avanti, se A è anno comune.

COROLLARIO.

303. L'epoche adunque delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell'apogeo solare si debbono determinare relativamente a ogni anno pel mezzodì medio di qualche luogo, e mezzodì, da cui ogni anno medio nelle dette tavole si suppone incominciare. Onde quando in seguito si dirà *epoca delle longitudini medie del Sole*, o *epoca delle longitudini dell' apogeo solare* per l' anno 1750 per esempio a Napoli, intenderemo la longitudine media del Sole, o la longitudine dell' apogeo solare pel mezzodì medio a Napoli, da cui si suppone nelle tavole astronomiche il detto anno incominciato, vale a dire pel mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre del 1749.

AVVERTIMENTO III.

304. Qui in seguito si vedrà che, determinate le dette epoche per un anno qualunque, con facilità si determinano per qualunque altro anno posteriore, o anteriore ad esso. Procediamo intanto al

PROBL. XIV.

305. *Determinare l' epoca, o sia radice delle longitudini dell' apogeo solare per un anno qualunque.*

So-

SOLUZIONE.

Sia da dererminare l' epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare per l' anno corrente 1783.

Si determini il luogo dell' apogeo ſolare del modo già inſegnato nel § 248 pel detto anno. Si ſupponga già determinato di $3^s . 9^\circ . 14' . 47''$ pel 22 d' Agoſto. Or dal mezzodì dell' ultimo di Dicembre del 1782 fino al mezzodì del 22 d' Agoſto del 1783 ſono ſcorſi giorni 235. Dunque, avanzandoſi l' apogeo ſolare in un anno di $65''\frac{1}{2}$, in giorni 235 l' avanzo dell' iſteſſo apogeo ha dovuto eſſere di $42''$. E perciò il luogo dell' apogeo ſolare nel mezzodì medio dell' ultimo di Dicemb. del 1782, o ſia l' epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare pel corrente anno 1783 ha dovuta eſſere di $3^s . 9^\circ . 14' . 5''$.

Ch' è ciò, che biſognava determinare.

COROLLARIO.

306. Avanzandoſi l' apogeo ſolare di $1' . 5''\frac{1}{2}$ in un anno; ſe dall' epoca pel 1783 ſi toglie $1' . 5''\frac{1}{2}$, ſi ha l' epoca delle longitudini dell' apogeo ſolare per l' anno 1782 di $3^s . 9^\circ . 12' . 59''\frac{1}{2}$. Se all' iſteſſa epoca del 1783 s' aggiugne $1' . 5''\frac{1}{2}$, ſi ha l' epoca pure delle longitudini dell' apogeo ſo-

solare per l'anno 1784 di $3^s. 9^\circ. 15'. 10''\frac{1}{2}$. Dell'istesso modo si possono determinare l'epoche delle longitudini dell'apogeo solare per quanti altri anni si vogliono, e anteriori, e posteriori all'anno corrente 1783.

AVVERTIMENTO.

307. Nelle tavole astronomiche, che vanno nell'Astronomia del Signor de la Lande, si trovano tutte l'epoche delle longitudini dell'apogeo solare notate da 100 in 100 anni dall'anno giuliano 800 avanti G. C. fino all'anno zero, e dall'anno zero fino all'anno giuliano 1500; da 20 in 20 anni dall'anno gregoriano 1600 fino al 1700; e da anno in anno dal 1700 fino all'anno 1800. Nelle medesime tavole si trovano registrati in corrispondenza de' giorni di ciascun anno gli avanzi, che fa il detto apogeo dal principio dell'anno fino alli medesimi giorni. Quindi coll'ajuto di sì fatte tavole, se si vuole determinare quale sarà la longitudine dell'apogeo solare nel 21 di Luglio del 1788 per esempio, basta all'epoca delle longitudini dell'apogeo dell'anno 1788, ch'è nelle tavole di $3^s. 9^\circ. 19'. 33''$, aggiugnere $36''.3$, che si trovano notati pure nelle tavole in corrispondenza del 21 di Luglio, come avanzo, che fa il detto apogeo dal principio d'ogni anno fino

no al detto giorno; che la ſomma $3^s . 9^o . 20' . 9'' . 3$ dà la longitudine dell' apogeo ſolare cercata.

PROBL. XV.

308. *Inſegnare il modo di determinare l'epoca, o ſia radice delle longitudini medie del Sole per un anno qualunque.*

SOLUZIONE.

Sia da determinare l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno A.

1. Si ſcelga una declinazione, o aſcenſione retta del Sole con eſattezza determinata nell' anno A in conſeguenza d' oſſervazioni diligentemente fatte; e ſia T il tempo vero, in cui ha avuto il Sole tale declinazione, o aſcenſione retta nel detto anno.

2. Dalla declinazione, o aſcenſione retta determinata ſi rilevi la longitudine vera del Sole; e 'l tempo vero T ſi riduca in tempo medio: e tale tempo ſi dica per chiarezza M.

3. Si determini la longitudine dell' apogeo ſolare pel tempo medio M, e ſi ſottragga dalla longitudine vera conveniente del Sole nell' iſteſſo tempo M. S' avrà l'anomalia vera del Sole pel medeſimo tempo M.

4. Da tale anomalia vera ſi rilevi prima l' ano-

l'anomalia eccentrica, e poscia la media secondo i modi antecedentemente insegnati; e a sì fatta anomalia media s' aggiunga la longitudine dell' apogeo pel tempo M. S' avrà la longitudine media del Sole pel medesimo tempo medio M.

5. Si determini il tempo medio scorso fino a quello, che dinota M, dal mezzodì medio del primo di Gennaro dell' anno A, se tale anno è bisestile, o dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno avanti, se è anno comune; e si rilevi l' avanzo fatto dalla longitudine media del Sole, durante tale intervallo di tempo.

6. Finalmente sì fatto avanzo di longitudine media si sottragga dalla longitudine media del Sole determinata pel tempo M. Il residuo darà l' epoca cercata dalle longitudini medie del Sole per l' anno A. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

309. Si noti che se per l' anno A si determina l' equinozio medio di primavera, e si determina altresì l' avanzo fatto dalla longitudine media del Sole dal mezzodì medio, da cui va principiato l' anno A, fino al detto equinozio; con sottrarre tale avanzo dalli gr. 360, si ha pure l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno A.

AV-

AVVERTIMENTO II.

310. Si noti pure che col metodo indicato nel § *prec.* fu determinata l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 di $9^s . 10^\circ . 00' . 43'' . 4$, secondo si trova nelle tavole astronomiche, che vanno nell' Astronomia del Signor de la Lande. Stabilita intanto tale epoca, veggiamo come da essa se ne possono ricavare quante altre se ne vogliono, supposto il moto medio in longitudine del Sole quale viene supposto nelle dette tavole, cioè di $11^s . 29^\circ . 45' . 40'' . 5$ per un' anno comune, o sia per giorni 365, di $0^s . 0^\circ . 44' . 48'' . 8$ per un' anno bisestile, o sia per 366 giorni, e di $0^s . 0^\circ . 45' . 55'' . 6$ per un secolo.

PROBL. XVI.

311. *Insegnare il modo, stabilita l' epoca delle longitudini medie del Sole per un anno qualunque A, di determinare l' epoca per qualunque altro anno B, posteriore ad A.*

SOLUZIONE.

Principiandosi ogni anno comune dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno precedente, e ogni anno bisestile dal mezzodì medio del primo di Gennaro dell'

dell' isteſſo anno : è facile ad intendere che l' intervallo tra i principj di due anni suſſecutivi è di giorni 365, ſe i due anni ſono o ambidue comuni, o il primo è biſeſtile, e 'l ſecondo comune; ed è di giorni 366, ſe il primo è comune, e 'l ſecondo biſeſtile. Quindi ſe dall' anno A incluſivamente fino all' anno B v' è un numero P d' anni non ſeguiti immediatamente da biſeſtili, e un numero Q d' anni immediatamente ſeguiti da biſeſtili; per avere l' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno B, baſta all' epoca per l' anno A aggiugnere due prodotti, ſe biſogna, uno che naſce moltiplicando per P il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, e l' altro, che ſi ha moltiplicando per Q il moto medio in longitudine del Sole per giorni 366; e sarà l' epoca la ſomma, che s' avrà, tralaſciate le intere periferie. Ch' è ciò, che biſognava inſegnare.

ESEMPIO I.

Sia dall' epoca $9^s. 10^o. 00'. 43''. 4$ *delle longitudini medie del Sole per l' anno* 1750 *da ricavarne quella pel* 1751.

Eſſendo l' anno 1751 comune, ſaranno in tale caſo $P=1$, $Q=0$. Sicchè

Epoca pel
1750 .... $9^s. 10^o. 00'. 43''. 4$

Mo-

Moto med.
del ☉ per
365 gior. . . . $11^s . 29^\circ . 45' . 40'' . 5$ agg.

Epoca pel
1751 . . . . . . $9^s . 9^\circ . 46' . 23'' . 9$

ESEMPIO II.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 *da ricavarne quella pel* 1752.

Essendo l'anno 1752 bisestile, saranno in tale caso P = 1, Q = 1. Sicchè

Epoca pel
1750 . . . . . . $9^s . 10^\circ . 00' . 43'' . 4$
Moto med.
del ☉ per
365 gior. . . . . $11^s . 29^\circ . 45' . 40'' . 5$ ag.
Moto med.
del ☉ per
366 gior. . . . $0^s . 0^\circ . 44' . 48'' . 8$

Epoca pel
1752 . . . . $9^s . 10^\circ . 31' . 12'' . 7$

ESEMPIO III.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 *da ricavarne quella per l' anno corrente* 1783.

Dall'

Dall' anno 1750 inclusivamente fino all' anno 1783 vi sono anni 33, de' quali 8 sono immediatamente seguiti da bisestili, e i rimanenti 25 no. Sicchè in sì fatto caso sono $P=25$, $Q=8$. Or il moto medio in longitudine del Sole per 365 giorni, moltiplicato per 25, dà, toltene le intere periferie, $11^s.24^\circ.1'.52''.5$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 8, dà $5^\circ, 58'.30''.4$. Sicchè

Epoca pel 1750	9^s	10°	$00'$	$43''$	4	
	11	24	1	52	5	agg.
	0	5	58	30	4	agg.
Epoca pel 1783	9^s	10°	$1'$	$6''$	3	

ESEMPIO IV.

Sia dall' epoca $9^s.10^\circ.31'.12''.7$ delle longitudini medie del Sole per l' anno 1752 da ricavarne quella per l' anno 1784.

Dall' anno 1752 inclusivamente fino all' anno 1784 vi sono anni 32, de' quali 8 sono immediatamente seguiti da bisestili, e i rimanenti 24 no. Sicchè in tale altro caso sono $P=24$, e $Q=8$. Or il moto medio in longitudine del Sole per 365 giorni, moltiplicato per 24, dà, toltene le perifeserie intere, $11^s . 24^o . 16' . 12''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 8, dà $5^o . 58' . 30'' . 4$. Sicchè

Epoca pel 1752	9^s	10^o	$31'$	$12''$	7	
	11	24	16	12		agg.
		5	58	30	4	agg.
Epoca pel 1784	9^s	10^o	$45'$	$55''$		

P R O B L. XVII.

312. *Insegnare il modo, stabilita l' epoca delle longitudini medie del Sole per un anno qualunque A, di determinare l' epoca per qualunque altro anno B, anteriore ad A.*

SOLUZIONE.

Principiandosi ogni anno comune dal mezzodì medio dell' ultimo di Dicembre dell' anno precedente, e ogni anno bisestile dal mezzodì medio del primo di Gennaro dell' istesso anno: è facile ad intendere che l' intervallo tra i principj di due anni sussecutivi, presi in ordine retrogrado, è di giorni 365, se i due anni sono o ambidue comuni, o il primo è comune, e 'l secondo è bi-

bisestile; ed è di giorni 366, se il primo è bisestile, e 'l secondo comune. Quindi, se dall'anno A esclusivamente fino all' anno B inclusivamente, procedendo sempre in ordine retrogrado, v' è un numero P d' anni non preceduti immediatamente da bisestili, e un numero Q d' anni immediatamente preceduti da bisestili; per avere l'epoca delle longitudini medie del Sole per l'anno B, basta dall' epoca dell' anno A togliere due prodotti, se bisogna, uno, che nasce moltiplicando per P il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, e l' altro, che si ha moltiplicando per Q il moto medio del Sole per giorni 366; e sarà l' epoca il residuo, che s' avrà, supplendo, quando il bisogno l' esigerà, al difetto del numero, da cui si sottrarrà, con aggiugnervi costantemente 12^s. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO I.

Sia dall' epoca $9^s.\ 10^\circ.\ 00'.\ 43''.\ 4$ *delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 da ricavarne quella pel 1749.*

Essendo l' anno 1750 comune, saranno in tale caso $P=1$, e $Q=0$. Sicchè

Epoca pel
1750....... $9^s.\ 10^\circ.\ 00'.\ 43''.\ 4$

Mo-

Moto med.
del ☉ per
gior. 365 .... 11 . 29 . 45 . 40 . 5 sott.

Epoca pel
1749 .... $9^s . 10^o . 15' . 2'' . 9$.

ESEMPIO II.

Sia dall'epoca delle longitudini medie del Sole per l'anno 1750 *da ricavarne quella pel* 1747.

Dall' anno 1750 esclusivamente fino al 1747 inclusivamente vi sono anni 3, de' quali uno è preceduto da un bisestile, e i due altri no. Sicchè in tal caso sono P=2, e Q=1. Or il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, moltiplicato per 2, dà, toltane l' intera periferia, $11^s . 29^o . 31' . 21''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366 è di $44' . 48'' . 8$. Sicchè

$11^s . 29^o . 31' . 21''$
$44' . 48 . 8$

Som. $0^s . 00^o . 16' . 9'' . 8$.

E perciò

Epoca pel
1750 .... $9^s . 10^o . 00' . 43'' . 4$
0 . 00 . 16 . 9 . 8 sott.

Epoca pel
1747 .... $9^s . 9^o . 44' . 33'' . 6$.

ESEMPIO III.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1750 *da ricavarne quella pel* 1700.

Dall' anno 1750 esclusivamente fino all' anno 1700 inclusivamente vi sono anni 50, de' quali 12 sono preceduti da bisestili, e i rimanenti 38 no. Onde in tale altro caso sono $P = 38$, e $Q = 12$. Or il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, moltiplicato per 38, dà, toltene le periferie intere, $11^s . 20^\circ . 55' . 39''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 12, dà $8^\circ . 57' . 45'' . 6$. Sicchè

	11^s	20°	$55'$	$39''$		
		8	57	45	6	agg.
Som.	11^s	29°	$53'$	$24''$	6	

E perciò

Epoca pel 1750	9^s	10°	$00'$	$43''$	4	
	11	29	53	24	6	sott.
Epoca pel 1700	9^s	10°	$7'$	$18''$	8	

ESEM-

ESEMPIO IV.

Sia dall' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno 1700 da ricavarne quella per l' anno 1600.

Dall' anno 1700 esclusivamente fino al 1600 inclusivamente vi sono anni 100, delli quali 24 sono preceduti da bisestili, e i restanti 76 no. Sicchè in sì fatto caso sono $P = 76$, e $Q = 24$. Or il moto medio in longitudine del Sole per giorni 365, moltiplicato per 76, dà, toltene le intere periferie, $11^s . 11^o . 51' . 18''$, e 'l moto medio in longitudine del Sole per giorni 366, moltiplicato per 24, dà $17^o . 55' . 31'' . 2$. Sicchè

	11^s	11^o	$51'$	$18''$		
		17	55	31	2	agg.
Som.	11^s	29^o	$46'$	$49''$	2	

E perciò

Epoca pel 1700.......	9^s	10^o	$7'$	$18''$	8	
	11	29	46	49	2	sott.
Epoca pel 1600.......	9^s	10^o	$20'$	$29''$	6	

AVVERTIMENTO I.

313. Si noti che se dall' epoca $9^s . 10^o . 20' . 29'' . 6$ pel 1600, già determinata, se ne sottrae il moto medio secolare, cioè $0^s . 0^o . 45' . 55'' . 6$, il residuo $9^s . 9^o . 34' . 34''$ non può dare l' epoca pel 1500; perchè con sottrarre dall' epoca pel 1600 il moto medio per un secolo, se ne sottrae di più il moto medio per 10 giorni, essendovi stati in tale secolo per la riforma del calendario gregoriano soppressi 10 giorni. Quindi all' anzi notato residuo conviene aggiugnervi per l'epoca del 1500 il moto medio in longitudine del Sole per 10 giorni, vale a dire $9^o . 51' . 23''$. Onde l' epoca delle longitudini medie del Sole pel 1500 è $9^s . 19^o . 25' . 57''$.

AVVERTIMENTO II.

314. Si noti pure che non avendo il calendario giuliano dall' anno 1500, procedendo in dietro, sofferta altra alterazione; se dall' epoca $9^s . 19^o . 25' . 57''$ pel 1500, già determinata, se ne sottrae il moto medio secolare del Sole, cioè $45' . 55'' . 6$, col residuo $9^s . 18^o . 40' . 1'' . 4$ si ha l' epoca delle longitudini medie del Sole pel 1400. Similmente con sottrarre il detto moto secolare dall' epoca pel 1400, col residuo

ſiduo $9^s . 17^\circ . 54' . 5'' . 8$ ſi ha l'epoca pel 1300; e così procedendo innanzi.

AVVERTIMENTO III.

315. Si noti di vantaggio che nelle tavole aſtronomiche, che vanno nell' Aſtronomia del Signor de la Lande ſi trovano anche tutte l' epoche delle longitudini medie del Sole notate da 100 in 100 anni dall' anno giuliano 800 avanti G. C. fino all' anno zero, e dall' anno zero fino all' anno giuliano 1500; da 20 in 20 anni dall' anno gregoriano 1600 fino al 1700; e da anno in anno dal 1700 fino all' anno 1800. Nelle medeſime tavole ſi trovano regiſtrati anche in corriſpondenza de' giorni di ciaſcun anno gli avanzi in longitudine media, che fa il Sole dal principio dell' anno fino alli medeſimi giorni. Quindi coll' ajuto di sì fatte tavole, ſe ſi vuole determinare la longitudine media, che compete oggi 16 Dicembre 1783 al Sole nel mezzodì a Parigi, baſta all' epoca delle longitudini medie del Sole per l' anno corrente 1783, ch' è nelle tavole di $9^s . 10^\circ . 1' . 5'' . 6$, aggiugnere $11^s . 14^\circ . 58' . 35'' . 6$, che ſi trovano notati pure nelle tavole in corriſpondenza del 16 di Dicembre, come avanzo, che fa la longitudine media del Sole dal principio d' ogni anno fino al detto giorno; che la ſomma $8^s . 24^\circ . 59' . 41''$.

 2 dà

2 dà la longitudine media cercata del Sole

AVVERTIMENTO IV.

316. Si noti finalmente che sapendosi coll' ajuto delle dette tavole determinare la longitudine media del Sole al mezzodì a Parigi per qualunque giorno di qualsisia anno, con facilità si può determinare per qualunque altro tempo medio a Parigi; e che sapendosi determinare per qualunque tempo medio a Parigi, con facilità anche si può determinare per qualunque tempo medio a qualsisia altro luogo, nota la differenza de' meridiani tra tale luogo, e Parigi. Esposto tutto ciò, resta ora d' esporre in che modo, determinata per qualunque tempo la longitudine media del Sole, si può determinare la longitudine vera corrispondente. Perciò soggiugniamo il seguente

CAP.

CAP. VI.

Del modo di ricavare per riguardo della terra dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo il vero luogo del Sole.

PROBL. XVIII.

317. *Insegnare il modo, data qualunque anomalia media della terra, di determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

SOLUZIONE.

Contrassegnino AIPL l' orbita terrestre, AP il suo asse maggiore, O il suo centro, OI il suo semiasse minore, e S il fuoco, dove risiede il Sole. Saranno dell' orbita della terra A l' afelio, e P il perielio; e saranno noti il semiasse maggiore OA, il semiasse minore OI, e nota l' eccentricità OS, e le distanze AS, PS. Fig. 29, 30, 31, e 32.

S' intenda intorno ad AP descritto il cerchio

chio AKPR, e s' intenda l' angolo AOG dinotare la data anomalia media. Si supponga in oltre essere in T la terra, quando la sua anomalia media è AOG. Per T s' intenda tirata HF perpendicolare ad AP, e s' intendano congiunte le rette SG, ST, OF. Finalmente dal punto S s' intenda calata su FO prolungata, se bisogna, la perpendicolare SQ. Sarà SQ uguale all' arco circolare FG (§ 195), differenza delle due anomalie media, ed eccentrica.

E perchè per riguardo della terra l' archetto GF, differenza delle dette anomalie, è sempre assai piccolo; perciò per riguardo della terra tale archetto si può senza sensibile errore prendere pel suo seno. Onde per riguardo della terra sì fatto seno si può senza errore sensibile prendere come uguale ad SQ; e conseguentemente senza sensibile errore si può prendere SG parallela ad OF, e l' angolo GOF come uguale ad SGO. Quindi

1. Nel triangolo GOS, noti il lato GO, come uguale al semiasse maggiore, il lato OS, eccentricità dell' orbita, e l' angolo GOS, conseguente dell' anomalia media data AOG, si determini l' angolo OGS. Si farà noto il suo uguale GOF, e conseguentemente nota l' anomalia eccentrica AOF.

2. In ordine al semiasse minore OI, alla distanza PS del perielio dal Sole, e alla tangente della metà dell' anomalia eccentri-

ca

ca AOF, già determinata, si cerchi il quarto proporzionale. S' avrà con tale quarto proporzionale la tangente della metà dell' anomalia vera AST (§ 236); onde il doppio dell' angolo corrispondente a sì fatta tangente darà la cercata anomalia vera AST: e di più colla differenza delle due anomalie vera, e media s' avrà l' equazione del centro corrispondente. Ch' è quanto bisognava insegnare.

ESEMPIO I.

Sia data l' anomalia media di 62°. 20'. 18", determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.

CALCOLO.

Posta OA = 100000, sono OI = 99985 . 86, OS = 1680 . 207, PS = 98319 . 793. Dunque Fig. 29

$$GO + OS = 101680 . 207$$
$$GO - OS = 98319 . 793 .$$

In oltre essendo l' angolo AOG = 62°. 20'. 18", sarà la semisomma di OSG, OGS = 31°. 10'. 9". E perciò

Log. (GO — OS) = 4 . 9926409
Log.tan. $\frac{1}{2}$ (OSG+OGS) = 9 . 7816736 agg.

Som. = 14 . 7743145

Log.

$Log. (GO + OS) = 5 . 0072363$ sott.

$Log. tan. \frac{1}{2}(OSG - OGS) = 9 . 7670782$.

Onde

$\frac{1}{2} (OSG - OGS) = 30^\circ . 19', 22''$.

E perciò

$SGO = GOF = 50' . 47''$,

e conseguentemente

anom. eccen. $AOF = 61^\circ . 29' . 31''$.

Di più

$Log. PS = 4 . 9926409$
$Log. tan. \frac{1}{2} AOF = 9 . 7744018$ agg.

$Som. = 14 . 7670427$
$Log. OI = 4 . 9999386$ sott.

$Log. tan. \frac{1}{2} AST = 9 . 7671041$.

Sicchè

$\frac{1}{2} AST = 30^\circ . 19' . 27''$.

Per la qual cosa

l'anomalia vera $AST = 60^\circ . 38' . 54''$.

e con-

e conseguentemente

l'equazione del centro $= 1° . 41' . 24''$.

ESEMPIO II.

Sia data l'anomalia media di 142°. 30'. 24'', *determinare l'anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

CALCOLO.

$$GO + OS = 101680 . 207$$
$$GO - OS = 98319 . 793 .$$

Fig. 30

Ed essendo l'angolo $AOG = 142° . 30' . 24''$, sarà $\frac{1}{2}(OSG + OGS) = 71° . 15' . 12''$. Perciò

$$\textit{Log.}\,(GO - OS) = 4 . 9926409$$
$$\textit{Log.tan.}\,\tfrac{1}{2}(OSG + OGS) = 10 . 4693017 \text{ agg.}$$

$$\text{Som.} = 15 . 4619426$$
$$\textit{Log.}\,(GO + OS) = 5 . 0072363 \text{ sott.}$$

$$\textit{Log.tan.}\,\tfrac{1}{2}(OSG - OGS) = 10 . 4547063 .$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}(OSG - OGS) = 70° . 39' . 34''.$$

E per-

E perciò

$$SGO = GOF = 35' . 38'';$$

e conseguentemente

anomalia eccentrica $AOF = 141° . 54' . 46''$.

Di più

Log. PS	=	4 . 9926409	
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AOF	=	10 . 4619553	agg.
Som.	=	15 . 4545962	
Log. OI	=	4 . 9999386	sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AST	=	10 . 4546576 .	

Sicchè

$$\tfrac{1}{2} AST = 70° . 39' . 26'' .$$

Per la qual cosa

l'anomalia vera $AST = 141° . 18' . 52''$

e conseguentemente

l'equazione del centro $= 1° . 11' . 32''$.

ESEM

ESEMPIO III.

Sia data l'anomalia media 216°. 50'. 14", *determinare l'anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

CALCOLO.

$$GO + OS = 101680 . 207$$
$$GO - OS = 98319 . 793 .$$ Fig. 31

Essendo l'anomalia media, e conseguentemente l'arco AKPG = 216°. 50'. 14", sarà l'arco PG, e conseguentemente l'angolo POG = 36°, 50'. 14"; onde sarà $\frac{1}{2}$ (OSG + OGS) = 71°. 34'. 53". E perciò

$$\textit{Log.}\ (GO - OS) = 4 . 9926409$$
$$\textit{Log. tan.}\ \tfrac{1}{2}(OSG + OGS) = 10 . 4775342$$

$$\text{Som.} = 15 . 4701751$$
$$\textit{Log.}\ (GO + OS) = 5 . 0072363 \text{ sott.}$$

$$\textit{Log. tan.}\ \tfrac{1}{2}(OSG - OGS) = 10 . 4629388 .$$

Sicchè

$$\tfrac{1}{2}(OSG - OGS) = 70° . 59' . 46'' .$$

E perciò

$$SGO = GOF = 35' . 7'' ,$$

e con-

e conseguentemente l' anomalia eccentrica, o sia l' arco

$$AKPF = 217^\circ . 25' . 21''.$$

Di più

$$\begin{array}{rcl} Log.\ PS & = & 4 . 9926409 \\ Log.\ tan.\ \tfrac{1}{2} AKPF & = & 10 . 4701846 \\ \hline Som. & = & 15 . 4628255 \\ Log.\ OI & = & 4 . 9999386 \quad \text{sott.} \\ \hline Log.\ tan.\ \tfrac{1}{2} AST & = & 10 . 4628869 . \end{array}$$

Dunque

$$\tfrac{1}{2} AST = 70^\circ . 59' . 39'',$$

e

$$AST = 141^\circ . 59' . 18''.$$

E perciò l' anomalia vera, complimento alli gr. 360 dell' angolo AST, sarà $= 218^\circ . 00' . 42''$, e conseguentemente l' equazione del centro sarà $= 1^\circ . 10' . 28''$.

ESEMPIO IV.

Sia data l' anomalia media di $305^\circ . 31' . 44''$, determinare l' anomalia vera corrispon-
den-

dente, e la corrispondente equazione del centro.

CALCOLO.

$$GO + OS = 101680 . 207$$ Fig. 32
$$GO - OS = 98319 . 793 .$$

Essendo l' anomalia media, e conseguentemente l' arco circolare AKPG = 305°. 31'. 44'', sarà l' arco AG, e conseguentemente l' angolo AOG = 54°. 28'. 16''; onde sarà $\frac{1}{2}$ (OSG + OGS) = 27°. 14'. 8'', E perciò

Log. (GO — OS) =	4 . 9926409
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG+OGS) =	9 . 7115667
Som. =	14 . 7042076
Log. (GO + OS) =	5 . 0072363 sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$(OSG—OGS) =	9 . 6969713 .

Sicchè

$$\frac{1}{2} (OSG - OGS) = 26° . 27' . 35''.$$

Onde

$$SGO = GQF = 46' . 33'',$$

e conseguentemente l' anomalia eccentrica, o sia l' arco

AKPS

$$AKPF = 306^{\circ} . 18' . 17'' .$$

Di più

Log. PS	=	4 . 9926409
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AKPF	=	9 . 7043052
Som.	=	14 . 6969461
Log. OI	=	4 . 9999386 sott.
Log. tan. $\frac{1}{2}$ AST	=	9 . 6970075 .

Dunque

$$\tfrac{1}{2} AST = 26^{\circ} . 27' . 41'' ,$$

e

$$AST = 52^{\circ} . 55' . 22'' .$$

E perciò l'anomalia vera, complimento alli gr. 360 dell'angolo AST, sarà $= 307^{\circ} . 4' . 38''$, e conseguentemente l'equazione del centro sarà $= 1^{\circ} . 32' . 54''$.

AVVERTIMENTO I.

318. Si noti che, determinata in tutt'i casi l'anomalia eccentrica, e conseguentemente determinato l'angolo AOF; essendo nel triangolo FOS noti i due lati FO, OS, e l'

e l' angolo compreso FOS, si possono coll' ajuto della Trigonometria determinare l' angolo OSF, e 'l lato SF. Or se, determinata pure l' anomalia vera, e conseguentemente in tutt' i casi determinato l' angolo AST, in ordine alla secante dell' angolo ASF, alla secante dell' angolo AST, e al lato SF, o pure in ordine al coseno dell' angolo AST, al coseno dell' angolo ASF, e al lato SF si cerca il quarto proporzionale; si ha con tale quarto proporzionale la ST, distanza della terra dal Sole, e si ha espressa nelle parti, delle quali il semiasse maggiore OA ne contiene 100000.

AVVERTIMENTO II.

319. Si può la distanza ST determinare per altra via assai più semplice, ed eccola. Si metta il seno massimo = R. Essendo

$$R : \mathit{sen.}\ AOF = OF : FH$$
$$R : \mathit{sen.}\ AST = ST : TH,$$

sarà

$$FH : TH, \text{ ovvero}$$
$$OK : OI = OF \times \mathit{sen.}\ AOF : ST \times \mathit{sen.}\ AST;$$

e, per OK = OF, sarà

$$1 : OI = \mathit{sen.}\ AOF : ST \times \mathit{sen.}\ AST.$$

Sicchè

$$ST \times sen.\ AST = OI \times sen.\ AOF.$$

E perciò

$$sen.\ AST : sen.\ AOF = OI : ST;$$

vale a dire che il ſeno dell' anomalia vera ſta al ſeno dell' anomalia eccentrica, come il ſemiaſſe minore alla diſtanza ST. Per la qual coſa ſi determina la diſtanza ST con trovare il quarto proporzionale in ordine al ſeno dell' anomalia vera, al ſeno dell' anomalia eccentrica, e al ſemiaſſe minore dell' orbita.

ESEMPIO.

Poſte le determinazioni fatte nel primo de' precedenti eſempj, ſia da determinare la diſtanza ST.

CALCOLO.

Log. ſen. AOF = 9 . 9438653		
Log. OI = 4 . 9999386		
Som. = 14 . 9438039		
Log. ſen. AST = 9 . 9403309	ſott.	
Log. ST = 5 . 0034730		

Sic-

Sicchè

$$ST = 100802 . 9 .$$

AVVERTIMENTO III.

320. Si noti di vantaggio che secondo il modo insegnato in esporre il proposto probl. sono state calcolate per riguardo dell' orbita terrestre le tavole dell' equazioni del centro, le quali vanno nell' Astronomia del Signor de la Lande sotto il titolo di Tavole dell' equazioni dell' orbita solare. Tali tavole racchiudono l' equazioni corrispondenti a tutte le anomalie medie della terra, procedenti dal gr. zero fino al gr. 360mo coll' avanzo successivo di 10' in 10', e vanno in più pagine distribuite, con avere notati in fronte i primi sei segni delle anomalie, e a piede con ordine retrogrado gli altri sei. E' d' avvertire intanto che i gradi, e minuti per gli primi sei segni procedono da su in giù nella prima colonna verticale d' ogni pagina, e per gli segni rimanenti procedono da giù in su nella colonna ultima; il che s' è fatto, acciò in una istessa linea sieno notati i due gradi d' anomalie medie, a' quali corrisponde l' istessa equazione. Coll' ajuto di sì fatte tavole riesce facilissimo, data qualunque anomalia media della terra, il determinare la sua anomalia vera corispon-

dente; perchè basta l'equazione del centro, che si trova nella detta tavola corrispondente alla detta anomalia media, sottrarla dall' istessa anomalia, se essa appartiene alli primi sei segni delle anomalie, e aggiugnerla alla medesima, se appartiene agli altri sei segni: avvertendo però, qualora l' anomalia media data non si trova esattamente nelle tavole, di prendere l' equazione, che si trova corrispondere all' anomalia media più prossima inferiore, e aggiugnervi, o toglierne, secondo il bisogno, la parte proporzionale, come si pratica nell' uso delle tavole trigonometriche.

AVVERTIMENTO IV.

321. Si noti finalmente che l' esposto problema è il probl. famoso del Keplero, che ha per la sua soluzione esercitati i più illustri Astronomi, e Geometri. Keplero per isciorlo ricorse al metodo delle false posizioni. Wallisio ne diede una soluzione geometrica coll'ajuto della cicloide, che piacque all' immortale Newtone d' inserirla ne' suoi principj filosofici, e matematici. Il Keile, il de la Hire, l' Hermanno, il Cassini, e 'l Simpson ne hanno date in diversi tempi soluzioni diverse, che conducono per vie diverse alle approssimazioni. Noi ci siamo contentati d' esporre la soluzione del Cassini, come la più comoda per la pratica. E' da sa-

ſapere però che tale ſoluzione, per riguardo d' alcuni degli altri pianeti, ha biſogno di qualche correzione, che ſi darà a ſuo luogo; e che per riguardo delle Comete non è praticabile. Il come ſi dovrà ſciorre sì fatto probl. per riguardo delle Comete, ſi dirà a luogo opportuno. Intanto procediamo ad inſegnare il modo di determinare il luogo vero del Sole per qualſiſia tempo. Perciò ſoggiugniamo il ſeguente

PROBL. XIX.

322. *Inſegnare il modo di determinare il luogo vero del Sole per qualunque tempo dato.*

SOLUZIONE.

1. Il tempo dato, ſe è tempo vero, ſi riduca al corriſpondente tempo medio.

2. Si determini per tale tempo medio e la longitudine media del Sole, e la longitudine dell' apogeo ſolare, ſecondo s' è già inſegnato.

3. La longitudine dell' apogeo ſi ſottragga dalla longitudine media del Sole, accreſciuta queſta, ſe biſogna, d' una intera periferia. S' avrà col reſiduo l' anomalia media del Sole, e conſeguentemente l' anomalia media della terra.

4. Dall' anomalia media della terra ſi rilevi l' anomalia vera del modo già inſegnato,

10, che sarà l'istessa dell'anomalia vera del Sole.

5. All' anomalia vera del Sole già determinata s'aggiunga la longitudine dell'apogeo solare prima determinata.

La somma darà la longitudine vera cercata del Sole, o sia il cercato luogo vero del Sole. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

323. Si noti che negli esempj, che qui soggiugniamo, facciamo uso delle tavole, che vanno nell'Astronomia del Signor de la Lande, calcolate relativamente al meridiano di Parigi. Sicchè i tempi, che saranno dati relativamente al meridiano di Napoli, si dovranno riferire al meridiano di Parigi, con toglierne da essi costantemente 47'. 30'', quant' è la differenza de' meridiani di sì fatti luoghi, e per cui il mezzodì di Napoli anticipa quello di Parigi.

ESEMPIO I.

Sia da determinare il luogo vero, al quale ha corrisposto il Sole nel corrente anno 1783 a dì 6 Agosto. 7or. 25'. 12'', tempo vero a Napoli.

CAL-

CALCOLO.

Tempo vero a Napoli		
An. 1783. 6 Agosto. $7^{or.}$. $25'$. $12''$		
Diff. de' mer. tra Nap.,		
e Parigi	47 . 30	sott.
Tem. vero a Parigi		
An. 1783. 6 Agosto.. $6^{or.}$. $37'$. $42''$		
Equaz. del temp. pel		
6 d' Agosto	$5'$. $24''$	agg.
Temp. med. a Parigi		
An. 1783. 6 Agosto. $6^{or.}$. $43'$. $6''$		

Di più

Epoca delle long. med. del ☉ pel 1783...	9^s	10^o	$1'$	$5''$	6
Avanzo fino al 6 d'Ago...	7	4	52	16	
Per $6^{or.}$....			14	47	1
Per $43'$....			1	46	
Per $6''$....				0	3
Log. med. del ☉	4^s	15^o	$9'$	$55''$	

In oltre

Epoca delle long. dell' apog. solare pel 1783	3ˢ.	9°.	14′.	5″		
Avanzo fino al *6* d'Ago...				39.	1	agg.
Long. dell'apog. solar. pel detto temp. med. a Parigi	3ˢ.	9°.	14′.	44″.	1	

Sicchè

Long. med. del ☉	4ˢ.	15°.	9′.	55″		
Long. dell'apog. solare	3.	9.	14.	44.	1	sot.
Anom. med. del ☉	1ˢ.	5°.	55′.	10″.	9	
Equaz. del centro corrispon.		1.	6.	37.	8	sot.
Anom. vera del ☉	1ˢ.	4°.	48′	33″.	1	

Finalmente

Long. dell'a-

pog.

pog. solare...	$3^s.\ 9^o.\ 14'.\ 44''.$ I
Anom. vera del ☉.......	I . 4 . 48 . 33 . I ag.
Luogo vero del ☉ da determinare....	$4^s.\ 14^o.\ 3'.\ 17''.$ 2.

ESEMPIO II.

Sia da determinare il luogo vero, al quale dovrà il Sole corrispondere nell' anno prossimo 1784 *à* 5 *Febraro*. $20^{or}.\ 55'.\ 36''$, *tempo vero a Napoli*.

CALCOLO.

Tempo vero a Napoli An. 1784. 5 Febraro.	$20^{or}.\ 55'.\ 36''$
Diff. de' merid. tra Nap. e Parigi.......	47 . 30 sott.
Tempo vero a Parigi An. 1784. 5 Febr...	$20^{or}.\ 8'.\ 6''$
Equaz. del temp. pel 5 di Febr.........	$14'.\ 28''$ agg.
Temp. med. a Parigi An. 1784. 5 Febr..	$20^o.\ 22'.\ 34''$

Di più

Epoca delle

long.

long. med. del ☉ pel 1784..	9^s	10^o	$45'$	$54''$	4
Avanzo fino al 5 Febr....	1	4	29	51	6
Per $20^{or.}$...			49	16	9
Per $22'$....				54	2
Per $34''$....				1	4
Long. med. del ☉.......	10^s	16^o	$5'$	$58''$	5

In oltre

Epoca delle long. dell' apog. solare pel 1784.......	3^s	9^o	$15'$	$11''$	
Avanzo fino al 5 Febr....				6	3
Per $20^{or.}$. $22'$. $34''$.........				1	7
Long. dell'apog. solar....	3^s	9^o	$15'$	$19''$	

Sicchè

Long. med. del ☉.......	10^s	16^o	$5'$	$58''$	5	
Long. dell'apog. solare...	3	9	15	19		sott.
Anom. med. del ☉	7^s	6^o	$50'$	$39''$	5	

Equaz.

Equaz. del centr. corrispon.		1 .	10 .	26 .	9	agg.
Anom. vera del ☉.......	7^s .	8^o .	$1'$.	$6''$.	4	

Finalmente

Long. dell'apog. solare...	3^s .	9^o .	$15'$.	$19''$		
Anom. vera del ☉......	7 .	8 .	1 .	6 .	4	agg.
Luogo vero del ☉ cercato .	10^s .	17^o .	$16'$.	$25''$.	4 .	

AVVERTIMENTO II.

324. Prima di procedere innanzi sta bene avvertire che nelle calcolazioni già insegnate delle longitudini del Sole non s' è tenuto conto di più leggiere correzioni da darle ; e ciò s' è fatto non perchè non le giudichiamo necessarie , ma per evitare il difetto di supporre teoriche non ancora sviluppate . Di sì fatte correzioni intanto se ne tratterà ne' luoghi opportuni ; e quando le teoriche di esse saranno sviluppate , sarà facile rettificare le dette calcolazioni . Del resto, esposte le teoriche principali, che risguardano il moto periodico della terra, ragion

gion vuole che si proceda ora ad esporre le principali teoriche, che risguardano i moti periodici di tutti gli altri pianeti primarj: però prima premetteremo i modi di determinare le parallassi orizzontali de' corpi celesti, soggetti a prallassi; acciò nelle dette teoriche non s' abbia a supporre la quantità della correzione da dare alle altezze di tali pianeti ne' bisogni. Per ciò sia il

---

CAP. VII.

S' insegnano i principali metodi di determinare le parallassi orizzontali de' corpi celesti, soggetti alla parallasse, e quanto vi ha immediato rapporto.

PROBL. XX.

325. ***Insegnare il modo di determinare la parallasse orizzontale d' un corpo celeste, soggetto alla parallasse, coll' ajuto d' osservazioni corrispondenti, fatte contemporaneamente in luoghi d' uguali longitudini, e di disuguali latitudini.***

SOLUZIONE.

Contrassegnino AT la terra, Q il suo centro, A, e B i luoghi di due osservatori, nell' istesso meridiano terrestre ABT esistenti, RZO il meridiano celeste de' medesimi luoghi. Per A, e B s' intendano tirati i raggi QZ, Qz, e per Q s' intendano menati i piani HO, ho, a' quali sieno perpendicolari le rette QZ, Qz. Dinoteranno de' detti luoghi A, e B i punti Z, e z i zenit, e i piani HO, ho gli orizzonti razionali. Sia di più PR l' asse mondano, e sieno P il polo settentrionale, e R il polo australe. Finalmente sia S il sito del corpo celeste, di cui si vuole determinare la parallasse orizzontale, e sito, che ha nel momento, in cui ai due osservatori in A, e B apparisce nel loro meridiano RZO. Fig. 33. e 34

Due casi possono accadere: può accadere che gli osservatori, guardando in S il detto corpo celeste, abbiano le facce rivolte verso poli opposti, come il dinota la *Fig.* 33; e può accadere che le abbiano rivolte verso l' istesso polo, come il dinota la *Fig.* 34. In ambi i casi, supposte tirate le rette AC, QE, BD, è chiaro dinotare E il vero luogo del corpo S, e C, e D i luoghi ideali per rispetto degli osservatori in A, e B (§ 15 *tom.* 2). Onde dinotano l' archetto CE, e conseguentemente l' angoletto ASQ

ASQ la parallasse, che compete a S all'altezza, in cui è veduto da A, e l'archetto DE, e conseguentemente l'angoletto BSQ la parallasse, che li compete all'altezza, in cui è veduto nell'istesso tempo da B. Sicchè l'archetto CD dinota nel primo caso la somma delle dette parallassi, e nel secondo caso la differenza. Ciò posto

1. Si misuri con esattezza da ognuno degli osservatori l'altezza meridiana del corpo S, e si corregga della conveniente refrazione. Si conoscerà relativamente al luogo A l'altezza meridiana HC, e conseguentemente l'arco CZ, che senza sensibile errore si può prendere per misura dell'angolo CAZ (§ 34 *tom.* 2); e relativamente al luogo B si conoscerà l'altezza hD, e conseguentemente l'arco Dz, che pure senza sensibile errore si può prendere per misura dell'angolo DBz.

2. In ciascuno de' luoghi A, e B si determini, se non si trova già determinata, l'altezza del polo visibile. Relativamente al luogo A in ambi i casi si farà noto l'arco PZ; onde noto si farà pure l'arco CP, somma delli due CZ, ZP. Relativamente poi al luogo B nel primo caso della *Fig.* 33 si farà noto l'arco Ro, e conseguentemente Rz; onde noto si farà pure l'arco zP, e conseguentemente l'arco DP, differenza de' due zP, zD; e nel secondo caso della *Fig.* 34 si farà noto l'arco Po, e conseguentemente l'arco Pz; onde noto si

farà

farà anche l'arco DP, somma de' due Pz, zD.

3. Determinati gli archi CP, DP, distanze de' punti C, e D dal polo settentrionale P, colla differenza di essi si fa noto l'arco CD, somma, o differenza delle dette parallassi di S.

4. Finalmente si metta la cercata parallasse orizzontale di S = X, e si metta il seno massimo = M. Essendo la parallasse d'un corpo celeste a qualunque altezza apparente alla sua parallasse orizzontale, come il seno della distanza apparente dal zenit al seno massimo (§ 41 *del tom.* 2); saranno

$$CE : X = \textit{sen.}\ CZ : M$$
$$DE : X = \textit{sen.}\ Dz : M.$$

Onde

$$CE = \frac{1}{M}\,(X \times \textit{sen.}\ CZ)$$

$$DE = \frac{1}{M}\,(X \times \textit{sen.}\ Dz),$$

e conseguentemente

$$CD = CE \pm DE = \frac{1}{M}\,(X \times \textit{sen.}\ CZ \pm X \times \textit{sen.}\ Dz).$$

E

E perciò

$$sen.\ CZ \pm sen.\ Dz : M = CD : X .$$

Per la qual cosa se in ordine alla somma, o differenza de' seni delle distanze de' luoghi ideali G, e D del corpo S dalli rispettivi zenit Z, e z, al seno massimo, e all' archetto CD già determinato in conseguenza delle osservazioni fatte in A, e B si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la cercata parallasse orizzontale del corpo S. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO.

Nel dì 30 di Marzo del 1738 due osservatori, uno in Parigi, e l' altro sotto l' istesso meridiano a 30 gr. di latitudine australe osservarono l' altezza del centro del Sole, e fu trovata, corretta dalla corrispondente refrazione, dal primo di 44°. 57'. 5'', e dal secondo di 56°. 12'. 33''. Si vuole determinare la parallasse orizzontale del Sole, essendo l' altezza del polo settentrionale a Parigi di 48°. 50'. 10'', e l' altezza del polo australe al luogo del secondo osservatore di gr. 30.

CAL-

CALCOLO.

Si ſupponga in A Parigi, e in B il luogo dell' altro oſſervatore; ſaranno Fig. 33

$HC = 44° . 57' . 5''$
$hD = 56 . 12 . 33 .$

Dunque

$ZC = 45° . 2' . 55''$
$Dz = 33 . 47 . 27 .$

Di più

$PO = 48° . 50' . 10''$
$Ro = 30° .$

Sicchè

$PZ = 41° . 9' . 50''$
$Rz = 60° .$

E perciò

$PC = 86° . 12' . 45''$
$RD = 93 . 47 . 27 ,$

e

$DP = 86° . 12' . 33'' ;$

e conseguentemente

$$DC = PC - PD = 12''.$$

Di vantaggio

sen. ZC	=	7077064
sen. Dz	=	5561626
Som.	=	12638690
sen. massimo	=	10000000.

Sicchè

$$12638690 : 10000000 = 12'' : \textit{paral. oriz.}$$

Per la qual cosa la parallasse orizzontale del Sole nella fine di Marzo è $= 9''.4$.

AVVERTIMENTO I.

Fig. 33, e 34. 326. Si noti che l' archetto CD, somma, o differenza delle parallassi, che competono al corpo S alle altezze, alle quali viene veduto nel medesimo tempo dalli due osservatori in A, e B, si può con maggiore facilità determinare, senza bisogno di conoscere e l' altezza del polo visibile in A, e l' altezza del polo visibile in B, a quest' altro modo. 1. Si misurino in A, e B nel giorno convenuto le altezze meridiane del corpo S, e si correggano dalle convevenienti refrazioni. S' avranno noti gli archi HC, hD, e conseguentemente noti gli archi CZ, Dz. 2. Si misurino dagli stessi osservatori le altezze meridiane d' una medesima stella, e si correggano pure dalle convenienti refrazioni. S' avverta però che tali altezze si possono determinare o nella notte delle precedenti determinazioni, o in altre antecedenti, o seguenti, e nell' istessa notte da ambi gli osservatori, o in notti diverse, niente importando che tali altezze sieno misurate in giorni diversi; perchè conservandosi costanti le declinazioni delle stelle per lungo tempo, le altezze meridiane di esse non possono per lungo tempo ricevere variazioni sensibili. 3. Delle altezze meridiane della stella, e del corpo S, determinate in A, e corrette del modo già detto, se ne faccia la differenza, e delle determinate in B, corrette pure del modo già detto, se ne faccia anche la differenza. Darà, essendo la stella priva di parallasse, l' eccesso d' una delle determinate differenze sull' altra l' archetto CD, somma, o differenza delle dette parallassi di S. Per la qual cosa se in ordine alla somma, o differenza de' seni degli archi CZ, Dz già determinati, al seno massimo, e all' archetto CD, determinato del modo anzi detto, si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la parallasse orizzontale del corpo S pel tempo delle osservazioni.

ESEMPIO.

Nel 5 d'Ottobre del 1751 fu trovata l'altezza meridiana del lembo settentrionale di Marte, corretta dalla refrazione, al Capo di Buona Speranza dall' Abate de la Caille di 65°, e da Wargentino a Stockholm di 21°. 46'. In tale tempo l'altezza meridiana della stella λ d'aquario, corretta pure dalla refrazione, fu trovata al Capo di 65°. 1'. 28". 8, e a Stockholm di 21°. 47'. 57". 7. Si vuole determinare in conseguenza di tali osservazioni la parallasse orizzontale di Marte.

CALCOLO.

Fig.33 Si supponga in A Stockholm, e in B il Capo; saranno

$$HC = 21° . 46'$$
$$hD = 65° .$$

Dunque

$$CZ = 68° . 14'$$
$$Dz = 25° .$$

Inoltre l'altezza a Stockholm

della stella	= 21° . 47' . 57" . 7	
di Marte	= 21 . 46	sott.
Diff. I	= 1' . 57" . 7 .	

L'al-

L' altezza al Capo

della ſtella	= 65°.	1'. 28''. 8	
di Marte	= 65°.		ſott.
Diff. II	=	1'. 28''. 8.	

Onde l' eceeſſo della differenza prima ſulla ſeconda = 28''. 9.

Di più

ſen. CZ	=	9287017
ſen. Dz	=	4226183
Som.	=	13513200
ſen. maſſi.	=	10000000.

Sicchè

13513200 : 10000000 = 28''. 9 : *paral. oriz.* Per la qual coſa la parallaſſe orizzontale di Marte nel dì 5 d' Ottobre del 1751 fu = 21''. 3.

AVVERTIMENTO II.

327. Se i due oſſervatori ſi trovano ſotto meridiani diverſi; allora conviene che uno di eſſi determini coll' ajuto d' un eſatto orologio a pendolo, accomodato al moto me-

dio, il tempo, in cui il corpo S fa una rivoluzione diurna; e determini altresì di quanto, durante tale rivoluzione, s' accresce, o diminuisce la sua altezza meridiana. Posto il tempo della detta rivoluzione = T, posto l'accrescimento, o decrescimento dell' altezza meridiana del corpo S nel tempo T = *a*, e posto che il luogo dell' osservatore sia più occidentale, o più orientale dell' altro osservatore del tempo *t*; con trovare in ordine al tempo T, al tempo *t*, e al detto accrescimento, o decrescimento *a* il quarto proporzionale, si ha con tale quarto proporzionale di quanto si deve diminuire, o accrescere l'altezza meridiana del corpo S, già determinata, per averla della misura conveniente a un luogo dell' istessa latitudine, e che sia sotto il meridiano del luogo dell' altro osservatore. Fatta intanto tale determinazione, si procederà del modo già insegnato nel rimanente del calcolo, per rilevarne del corpo celeste la parallasse orizzontale, che l'apparteneva nel tempo delle osservazioni.

ESEMPIO.

A 25 d'Ottobre del 1751 fu trovata l'altezza meridiana del lembo settentrionale di Venere, corretta dalla refrazione, al Capo di Buona Speranza dall' Abate della Caille di 77°. 38', e da Bradley a Greenwich di 17°. In ta-

tale tempo l' altezza meridiana della stella b d' aquario, corretta pure dalla refrazione, fu trovata al Capo di 77° . 45' . 26'' . 2, e a Gréenwich di 17° . 7' . 15'' . 3. Si vuole determinare in conseguenza di tali osservazioni la parallasse orizzontale di Venere.

CALCOLO.

Trovò Bradley che allora Venere faceva la sua rivoluzione diurna in 23$^{or.}$. 54', e che, durante tale rivoluzione, s' accrebbe la sua altezza meridiana, corretta dalla refrazione, di 17' . 25''. Sicchè, essendo Gréenwich più occidentale del Capo di 1$^{or.}$ 14', cercando il quarto proporzionale in ordine a 23$^{or.}$. 54', a 1$^{or.}$. 14', e al detto accrescimento diurno di 17' . 25''; si hanno 53'' . 9, che si debbono togliere dall' altezza di 17° del lembo settentrionale di Venere, determinata a Greenwich, per averlo dell' altezza 16° . 59' . 6'' . 1 avuta nel parallelo di Gréenwich, e sotto l' istesso meridiano del Capo. Si supponga A dinotare tale luogo, e B dinotare il Capo; saranno Fig. 33

HC = 16° . 59' . 6'' . 1
hD = 77 . 38 .

Dunque

CZ = 73° . 00' . 53'' . 9
Dz = 12° . 21'

In oltre l' altezza in A

della ſtella	=	17°.	7'.	15".	3	
di Venere	=	16.	59.	6.	1	ſott.
Diff. I.	=		8'.	9"	2..	

L' altezza in B

della ſtella	=	77°.	45'. 26".	2
di Venere	=	77.	38	
Diff. II	=		7'. 26".	2.

Onde l' eccesso della differenza prima sulla ſeconda = 43".

Di più

ſen. CZ	=	9563811
ſen. Dz	=	2138829
Som.	=	11702640
ſen. maſſ.	=	10000000.

Sicchè

11702640 ; 10000000 = 43": *paral. oriz.*
Per la qual coſa la parallaſſe orizzontale di Venere nel dì 25 d'Ottobre del 1751 fu = 36". 7.

AV-

AVVERTIMENTO III.

328. Coll' esposto metodo s' ingegnò l' illustre Abate de la Caille di determinare le parallassi orizzontali della Luna, del Sole, di Marte, e di Venere nel 1751, confrontando le proprie osservazioni fatte nel Capo di Buona Speranza in tale anno colle fatte da altri Astronomi in diversi luoghi d' Europa, invitati a tali osservazioni con un foglio, in cui erano limitate le stelle da osservare, e prefissa l' estensione del tempo per le osservazioni; acciò tra le molte osservazioni fatte da ogni osservatore d' Europa ve ne fossero delle corrispondenti a quelle fatte da lui nel Capo. Ridusse poi tutte le determinate parallassi alle misure convenienti pel 14 di Settembre del detto anno, che fu il giorno dell' opposizione di Marte col Sole, e furono la parallasse orizzontale

della Luna a Parigi nelle mezzane distanze dalla terra	$= 57' . 3''$
del Sole nelle mezzane distanze dalla terra	$= 10'' . \frac{1}{4}$
di Marte	$= 23'' . 6$
di Venere	$= 36'' . 8$.

E

E' d' avvertire intanto che a ſuo luogo ſi determinerà con più eſattezza e la parallaſſe orizzontale, che compete alla Luna nella minima diſtanza dalla terra, e quella, che le compete nella diſtanza maſſima; e ſi determineranno pure le alterazioni, alle quali è ſoggetta tale parallaſſe per la forma della terra ſchiacciata ne' ſuoi poli. Ed è d'avvertire altresì che, in trattare a ſuo luogo del paſſaggio di Venere innanzi il diſco ſolare, s' inſegnerà il come s'è coll' ultima preciſione determinata la parallaſſe orizzontale del Sole, ch' è di 9'' nelle diſtanze mezzane dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

329. Si noti finalmente che i luoghi A, e B delle oſſervazioni conviene che ſi ſcelgano quanto più è poſſibile diſtanti tra eſſi in longitudine; perchè quanto più ſono diſtanti in longitudine, tanto più ſenſibile rieſce l'archetto CD, e con maggiore eſattezza conſeguentemente ne riſultano le determinazioni delle parallaſſi orizzontali. Intanto procediamo all' altro metodo.

PROBL. XXI.

330. *Inſegnare il modo di determinare la parallaſſe orizzontale di qualunque corpo celeſte S, ſoggetto alla parallaſſe, coll' ajuto della ſua parallaſſe oraria.*

So-

SOLUZIONE.

1. Si ſcelga una ſtella di nota declinazione, che apparisca tanto vicina al corpo S, da poter vedere l'una, e l'altro ſcorrere il campo d'un cannocchiale ſecondo la direzione d'un'iſteſſa retta, o ſecondo direzioni di rette vicine tra eſſe quanto più può riuſcire poſſibile, e parallele; giacchè i moti diurni de' corpi celeſti appariſcono fatti per cerchi, che ſenza ſenſibile errore ſi poſſono prendere per paralleli.

2. Adattato un orologio eſatto al moto medio del Sole, ſi determinino in una notte i tempi de' paſſaggi pel meridiano e della ſtella ſcelta, e del corpo S, e ſi notino.

3. Più ore dopo tali paſſaggi, o più ore prima de' ritorni di eſſi ſi dirigga un cannocchiale a sì fatti corpi, e cannocchiale, che abbia nel fuoco del ſuo obiettivo adattato l'ordigno, chiamato il *reticolo a quattro fili*; i quali fili s'interſecano nel centro, o ſia nell'aſſe del cannocchiale, facendo tra eſſi angoli ſemiretti, come il dimoſtra la *Fig.* 35. Fig.35

4. Diretto il cannocchiale ai detti corpi, ſi vada adattando il tubo, che porta il reticolo, in modo con girarlo alquanto ora da una banda, e ora dall'altra, e ora più, e ora meno, che apparisca il più occidentale de' detti corpi ſcorrere il campo del can-

cannocchiale ſecondo la direzione d' uno de' detti fili, per eſempio del filo AB.

5. Trovata tale ſituazione del detto tubo, e aſſicuratesene con replicate eſplorazioni, ſi muova il cannocchiale tanto, che il più occidentale de' detti corpi appariſca ricominciare a ſcorrere il campo del cannocchiale ſecondo la direzione di AB. Si vedrà l' altro corpo ſcorrere o per l' iſteſſa linea AB, o per una parallela ad eſſa. Sia LM tale parallela, e ſieno AB la linea, per cui appariſce ſcorrere la ſtella, ed LM quella, per cui appariſce ſcorrere il corpo S. Saranno corriſpondenti AB al parallelo della ſtella, LM al parallelo del corpo S, e 'l filo CD, perpendicolare ad AB, ed LM, ad un orario, motivo per cui chiameremo in ſeguito CD il *filo orario*.

6. Senza mutare più il ſito del cannocchiale, ſi vadano notando ſucceſſivamente i tempi, ne' quali la ſtella giugne al filo orario CD, e 'l corpo S va pervenendo prima al filo EF, indi al filo orario CD, e finalmente all' altro filo GH; e s' eſplori, per eſattezza dell' oſſervazione, ſe il tempo, in cui appariſce il corpo S ſcorrere PQ, uguaglia l' altro, in cui appariſce ſcorrere QR; altrimenti ſi replichi l' operazione, finchè sì fatti tempi rieſcano eſattamente uguali.

7. S' aſpettino i nuovi paſſaggi pel meridiano de' medeſimi corpi, e ſi determinine

no pure i tempi, ne' quali succedono.

8. Contrassegnino HZO il meridiano del luogo, HO l'orizzonte razionale, EQ l'equatore, P il polo visibile, PD l'orario a cui corrisponde il filo orario della *Fig.* 35, e ZA il verticale, in cui apparisce il corpo S nel momento del suo passaggio pel detto filo. Sarà C il suo luogo apparente in tale momento. Or passando la stella, e 'l corpo S per punti dell' orario PD co' luoghi apparenti di essi, e punti vicinissimi, e conseguentemente per punti, dove soffrono uguali refrazioni: è facile ad intendere che, corrispondendo ne' momenti de' detti passaggi i luoghi apparenti de' detti corpi all' orario PD, ne' medesimi momenti debbono corrispondere il luogo vero dell' una, e'l luogo ideale dell' altro pure a un istesso orario, o ad orarj sì poco distanti tra essi, che senza sensibile errore si possono prendere per un' istesso. Sia sì fatto orario PG. Sarà B il luogo ideale allora del corpo S, dovendosi sempre trovare il luogo apparente, e'l luogo ideale nell' istesso verticale. E come il luogo vero d'un corpo celeste è sempre nell' istesso verticale col luogo apparente, e col luogo ideale; si supponga perciò essere V il luogo vero del corpo S nel momento, in cui il luogo apparente è C, e l'ideale è B; e per V s' intendano menati l'orario PF, e l'arco IL del parallelo procedente per V. Dinoterà Fig. 36

BV

BV la *parallasse d' altezza*, appartenente al corpo S nel momento del suo passaggio pel detto filo orario, e conseguentemente FG dinoterà la *parallasse d' ascensione retta*, o sia la *parallasse oraria*, che l' appartiene nel medesimo momento.

9. Trovandosi nel momento del passaggio della stella pel filo orario il luogo apparente di essa nell' orario PD, e 'l luogo vero nell' orario PG, e pervenendo tali luoghi nel medesimo momento al meridiano; se in ordine al tempo scorso tra i due passaggi della stella pel meridiano, già determinati, o sia in ordine al giorno sidereo, al tempo scorso tra 'l passaggio dell' istessa stella pel filo orario, e 'l passaggio secondo pel meridiano, e alli gr. 360 della periferia dell' equatore, si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale determina l' arco EG dell' equatore, e conseguentemente l' angolo orario ZPB.

10. Similmente trovandosi nel momento del passaggio del corpo S pel filo orario il luogo apparente di esso nell' orario PD, e 'l luogo vero nell' orario PF, e pervenendo tali luoghi nel medesimo momento al meridiano; se in ordine al tempo scorso tra i due passaggi del detto corpo pel meridiano, già pure determinati, al tempo scorso tra 'l passaggio del medesimo corpo pel filo orario, e 'l passaggio secondo pel meridiano, e alli gr. 360 della periferia del parallelo, che allora

lora apparisce descrivere, si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale determina l'arco IV dell'istesso parallelo, e conseguentemente determina l'arco EF dell' equatore; e perciò determina pure l'angolo orario ZPV. E quindi, determinati gli archi EG, EF, resta determinata colla differenza di essi la detta parallasse oraria FG del corpo S.

11. Si cerchi in oltre il quarto proporzionale in ordine al tempo scorso tra i due passaggi pel meridiano del corpo S, già determinati, al tempo scorso tra i passaggi dell'istesso corpo pel filo EF, e 'l filo orario CD, e alli gr. 360 della periferia del parallelo, che il medesimo corpo apparisce allora descrivere; tale quarto proporzionale determina l'arco dell'istesso parallelo, e arco corrispondente a PQ. Or, essendo PQ = QO, il detto arco deve uguagliare l'arco dell' orario, che tramezza tra la periferia del parallelo di S, e quella del parallelo della stella; il quale arco, sebbene sia quello, che tramezza tra le periferie de' detti paralleli procedenti per gli luoghi apparenti de' detti corpi, nondimeno si può senza sensibile errore prendere per quello, che tramezza tra le periferie de' paralleli procedenti per gli luoghi corretti dalla refrazione, o sia tra la periferia del parallelo procedente pel luogo vero della stella, e quella del parallelo procedente pel luogo ideale del

Fig. 35

del corpo S; vale a dire che il detto arco deve uguagliare la differenza, che paſſa tra la declinazione della ſtella, e quella del luogo ideale B del corpo S.

Fig. 36 12. Per determinare l' arco del cerchio maſſimo, che uguaglia in grandezza l' arco del parallelo corriſpondente a PQ della *Fig.* 35., ſi cerchi il quarto proporzionale in ordine al raggio del cerchio maſſimo, al raggio del detto parallelo. che non può avere ſenſibile differenza dal raggio del parallelo, che appariſce deſcrivere la ſtella col ſuo luogo vero, a alli minuti trovati dell' arco corriſpondente a PQ, o ſia in ordine al ſeno maſſimo, al coſeno della declinazione della ſtella, e ai detti minuti; tale quarto proporzionale dà i minuti dell'arco da determinare di cerchio maſſimo, o ſia della differenza, che paſſa tra la declinazione della ſtella, e la declinazione del luogo ideale B del corpo S.

Fig. 36 13. Determinata tale differenza di declinazioni, con aggiugnerla alla declinazione della ſtella, o con ſottraerla da eſſa, ſecondo il caſo facile ad avvertire, ſi ha la declinazione del punto B; vale a dire che ſi ha l' arco BG, e conſeguentemente ſi rende noto l' arco PB.

14. Nel triangolo sferico BZP, noto l' arco BP, determinato del modo già detto, noto l' arco PZ, complimento della latitudine del luogo terreſtre, e noto l' angolo BPZ,

BPZ, che si rileva del modo già insegnato, si determinino il lato ZB, e l'angolo PZB.

15. Nel triangolo sferico PZV, noti i due angoli VZP, VPZ, e 'l lato PZ, si determini il lato ZV. Si farà nota anche la parallasse d'altezza BV.

16. Finalmente in ordine al seno di BZ, al seno massimo, e alla parallasse d'altezza BV si cerchi il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà la cercata parallasse orizzontale del corpo S (§ 36 *del tom.* 2). Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

331. Si noti che nella soluzione dell'esposto problema abbiamo supposto osservati i passaggi della stella, e del corpo S pel filo orario del cannocchiale, trovandosi tali corpi dalla banda orientale. Chi ha compresa l'esposta soluzione, da se agevolmente comprende il come si deve procedere, qualora s'osservano i detti passaggi, trovandosi i corpi dalla banda occidentale.

AVVERTIMENTO II.

332. Si noti pure che, determinata d'un corpo celeste la parallasse oraria FG, determinata la declinazione del luogo ideale B, e determinato l'angolo orario BPZ, si può la parallasse orizzontale determinare coll'

ajuto d' una formola generale. Tale formola intanto si ha a questo modo. Si mettano il seno massimo $= R$, e la cercata parallasse orizzontale $= X$. Essendo pel § 84 *della Trig. sfer.*

$$\mathit{sen.}\ BZ : \mathit{sen.}\ PZ = \mathit{sen.}\ BPZ : \mathit{sen.}\ PBZ,$$

sarà

$$\mathit{sen.}\ BZ \times \mathit{sen.}\ PBZ = \mathit{sen.}\ PZ \times \mathit{sen.}\ BPZ.$$

In oltre pel § 36 *tom.* 2)

$$R : \mathit{sen.}\ BZ = X : BV.$$

Dunque

$$\frac{1}{X} \times BV = \frac{1}{R} \times \mathit{sen.}\ BZ.$$

E perciò

$$\frac{1}{X} \times BV \times \mathit{sen.}\ PBZ =$$

$$\frac{1}{R} \times \mathit{sen.}\ BZ \times \mathit{sen.} PBZ = \frac{1}{R} \times \mathit{sen.}\ PZ \times \mathit{sen.} BPZ.$$

Or potendosi prendere il triangoletto sferico BLV, rettangolo in L, senza errore sensibile per triangolo rettilineo, sarà

$$R : \mathit{sen.}\ PBZ = BV : VL.$$

Sic-

Sicchè

$$R \times VL = BV \times sen.\ PBZ.$$

Ma

$$\frac{1}{X} \times BV \times sen.\ PBZ = \frac{1}{R} \times sen.\ PZ \times sen.\ BPZ.$$

Dunque

$$\frac{1}{X} \times R \times VL = \frac{1}{R} \times sen.\ PZ \times sen.\ BPZ.$$

Finalmente

$$R : cos.\ BG = FG : VL.$$

Dunque

$$R \times VL = FG \times cos.\ BG.$$

E perciò

$$\frac{1}{X} \times FG \times cos.\ BG = \frac{1}{R} \times sen.\ PZ \times sen.\ BPZ.$$

Per la qual cosa la formola cercata sarà

$$X = \frac{R \times FG \times cos.\ BG}{sen.\ PZ \times sen.\ BPZ},$$

ovvero

$$paral.\ oriz. =$$

$$(R \times paral.\ orar. \times cos.\ decl.\ del\ luog.\ idea.\ B) : (cos.\ altez.\ del\ pol. \times sen.\ ang.\ orar.\ BPZ)$$

COROLLARIO I.

333. Quindi sarà la parallasse oraria, o sia la

$$paral.\ d'\ ascen.\ rett. =$$

$$(paral.\ oriz. \times cos.\ altez.\ del\ pol. \times sen.\ ang.\ orar.\ BPZ) : (R \times cos.\ decl.\ del\ luog.\ idea.\ B).$$

Con tale formola adunque, data la parallasse orizzontale, data l'altezza del polo, dato l'angolo orario BPZ, e data la declinazione del luogo ideale B, si può determinare la parallasse d'ascensione retta.

COROLLARIO II.

334. Essendo in oltre R : *sen.* BZ = *paral. oriz* : *paral. d'altez.* BV; sarà

$$BV = \frac{1}{R}(paral.\ oriz.) \times sen.\ BZ).$$

Or pel § 122 della Trig. sferica sta BV : BL = *sen.* PV × *sen.* VZ : R × *cos.* PZ — *cos.* PV

PV × *cos.* ZV, o a un di presso BV : BL = *sen.* BP × *sen.* BZ : R × *cos.* PZ — *cos.* PB × *cos.* BZ. Sicchè la parallasse di declinazione BL = (BV (R × *cos.* PZ — *cos.* PB × *cos.* BZ)) : (*sen.* PB × *sen.* BZ) = (*paral. oriz.* × *sen.* BZ (R × *cos.* PZ — *cos.* PB × *cos.* BZ)) : (R × *sen.* PB × *sen.* BZ).

PROBL. XXII.

335. *Insegnare un altro metodo di determinare la parallasse orizzontale d' un corpo celeste coll' ajuto solamente d' un esatto orologio accomodato al moto medio del Sole, e d' un buon quadrante.*

SOLUZIONE.

1. In una notte si determinino del corpo celeste l' altezza meridiana, e 'l tempo del passaggio pel meridiano; e dall' altezza meridiana, corretta dalla refrazione, si rilevi la declinazione, che avrà solamente l' alterazione della parallasse.

2. Più ore dopo il passaggio pel meridiano, o più ore prima del ritorno al meridiano si determinino dell' istesso corpo l' altezza, e 'l tempo, in cui ha tale altezza; e sì fatta altezza si corregga pure dalla refrazione.

3. In ritornare il corpo al meridiano si determinino di nuovo l' altezza meridiana,

e 'l tempo del paſſaggio pel meridiano; e pure da tale altra altezza meridiana, corretta anche dalla refrazione, ſi rilevi la declinazione del corpo, che avrà pure la ſola alterazione della parallaſſe. Si farà noto il tempo medio ſcorſo tra i due paſſaggi del corpo pel meridiano, o ſia il tempo medio impiegato dal corpo nella rivoluzione diurna pel parallelo, che appariſce deſcrivere; e ſi farà nota altresì la variazione ſofferta dalla declinazione dell' iſteſſo corpo, alterata dalla ſola parallaſſe, durante il detto tempo.

4. Contraſſegnino del luogo delle oſſervazioni HZO il meridiano celeſte, HO l'orizzonte razionale, P il polo viſibile, e Z il zenit; e contraſſegnino di più EQ l' equatore, AZ il verticale, in cui è ſtato oſſervato il corpo fuori del meridiano, AC l' altezza apparente determinata, e AB l' altezza corretta dalla refrazione. Sarà noto l' arco BZ. Si ſupponga di vantaggio eſſere ſtata allora AV l' altezza vera del corpo celeſte; e s' intendano menati per V, e B gli archi orarj PF, PG, e per V l' arco IV del parallelo procedente per V. Si cerchi il quarto proporzionale in ordine al tempo medio ſcorſo tra i due determinati paſſaggi del corpo pel meridiano, al tempo medio ſcorſo tra 'l paſſaggio del vero luogo V dell' iſteſſo corpo dall' orario PF al meridiano PE, a ai gr. 360 della periferia del

Fig. 36

del parallelo descritto dal corpo, durante il primo de' detti tempi; tale quarto proporzionale determina l'arco IV, e conseguentemente l'arco EP dell'equatore; e perciò determina l'angolo orario VPZ.

5. Si cerchi il quarto proporzionale in ordine al tempo medio scorso tra i due determinati passaggi del corpo pel meridiano, al tempo scorso tra i due momenti notati nella prima, e seconda osservazione, e alla variazione sofferta dalla declinazione del corpo, durante il primo de' detti tempi; tale altro quarto porzionale dà di quanto si deve accrescere, o diminuire, secondo il caso facile ad avvertire, la declinazione trovata in conseguenza della prima osservazione, e corretta dalla refrazione, per avere la declinazione BG del luogo ideale B. Onde si fa noto anche l'arco BP.

6. Nel triangolo BZP, noti i tre lati, coll' ajuto della Trig. sfer. si determini l'angolo azzimuttale BZP.

7. Nel triangolo VZP, noti i due angoli VZP, VPZ già determinati, e 'l lato PZ compreso, si determini l'arco ZV. Si farà nota la parallasse d'altezza BV colla differenza degli archi noti BZ, VZ.

8. Finalmente si cerchi il quarto proporzionale in ordine al seno di BZ, al seno massimo, e alla parallasse BV d'altezza già determinata. Tale quarto proporzionale dà la cercata parallasse orizzontale.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

336. Esposti i metodi di determinare la parallasse orizzontale d'un corpo celeste, adattabili ad ogni corpo celeste, soggetto a parallasse, si dovrebbero ora soggiugnere i metodi speziali, adattabili a speziali pianeti; ma dal ciò fare ci asteniamo per ora, dovendosi esporre ne' luoghi opportuni, quando ne saranno sviluppate le teoriche, dalle quali derivano. E' da sapere intanto che la determinazione esatta della parallasse orizzontale d'ogni corpo celeste, soggetto a parallasse, è della massima importanza per l' Astronomia, sì perchè coll'ajuto della parallasse orizzontale d'un corpo celeste si determina la parallasse, che l'appartiene a qualunque altezza ideale, trovando il quarto proporzionale in ordine al seno massimo, al coseno dell' altezza ideale, e alla parallasse orizzontale (§ *36 del tom.* 2); come anche perchè coll' ajuto della stessa parallasse orizzontale d'un corpo celeste si determina in semidiametri terrestri la distanza del medesimo corpo dal centro della terra; il che s'ottiene con dividere per la parallasse orizzontale il numero costante 57°. 17'. 44'', o sia il numero 206264'' (§ 42 *del tom.* 2). Per la qual cosa, poste la parallasse orizzontale della Luna, quale è a

Pari.

Parigi nelle sue medie distanze $= 57'. 3'' = 3423''$, la parallasse orizzontale di Marte $= 23''. 6$, e la parallasse orizzontale di Venere $= 36''. 8$, saranno in semidiametri terrestri la distanza dal centro della terra

della Luna nelle medie distanze	=	$60 \frac{1}{5}$
di Marte	=	8740
di Venere	=	5605.

AVVERTIMENTO II.

337. Si noti pure che la parallasse orizzontale d'un corpo celeste varia di misura, variando la distanza di esso corpo dal centro della terra, accrescendosi l'una a proporzione che l'altra si diminuisce. Di fatto, poste d'un corpo celeste la parallasse orizzontale $= P$, e la sua distanza dal centro della terra $= D$, è $P = \frac{1}{D} (57^\circ. 17'. 44'')$ (§ 42 *del tom.* 2). Onde variandosi la distanza D, si deve variare anche la misura della parallasse orizzontale P. Del resto, determinata d'un corpo celeste la parallasse orizzontale P a una sua distanza D dal centro della terra, è facile a determinarla relativamente a qualunque altra sua distanza M dal medesimo centro della terra; poichè si ha

ha con trovare il quarto proporzionale in ordine ad M, a D, e a P.

CAP. VIII.

S'insegna a determinare coll' ajuto d'osservazioni le opposizioni, e le congiunzioni col Sole de' pianeti primarj.

PROBL. XXIII.

338. *Insegnare il modo di determinare coll' ajuto d' osservazioni il tempo, e 'l luogo d' una opposizione col Sole di qualunque pianeta superiore.*

SOLUZIONE.

1. Quando si conosce d'essere un pianeta superiore prossimo all'opposizione col Sole, il che s'argomenta dal vederlo passare pel meridiano poco dopo la mezza notte; accomodato un orologio esatto al moto medio del Sole, e regolato col mezzogiorno, si determini tanto il momento del suo passaggio pel meridiano, quanto la sua altezza meridiana.

2. Si cerchi l' ascensione retta del Sole pel

el mezzodì vero, che ha preceduto il det-
o momento, e s'accresca dell' avanzo fatto
no all' istesso momento. S' avrà in tal mo-
o l' ascensione retta del Sole pel medesimo
etto momento.

3. All' istessa ascensione retta del Sole pel
etto mezzodì s' aggiungano i gradi, e mi-
uti dell' arco dell' equatore, che ha dovuto
correre pel meridiano dall' istesso mezzodì
ino al detto momento. S' avrà in tale al-
ro modo l' ascensione retta, conveniente al
ianeta pel momento del suo passaggio pel
neridiano.

4. Dalla determinata altezza meridiana
lel pianeta, corretta dalla refrazione, e dal-
a parallasse, se ne ha sensibile, e paragona-
a coll' altezza dell' equatore relativamente al
uogo delle osservazioni, si rilevi la declina-
ione del pianeta per l' istesso detto mo-
nento.

5. Si rilevino di più pel medesimo mo-
mento la longitudine, e la latitudine del
pianeta dall' ascensione retta, e dalla decli-
nazione, già determinate, e la longitudine
del Sole dall' ascensione retta sua, e dall' ob-
bliquità dell' eclittica. S' avranno per l' istes-
so detto momento la longitudine, e la lati-
tudine del pianeta, e la longitudine del
Sole.

Se le longitudini determinate del pianeta,
e del Sole si trovano differire di gr. 180,
si conclude d' esser stato il pianeta in oppo-
sizio-

ſizione col Sole nel momento del ſuo oſſervato paſſaggio pel meridiano, e d' eſſere accaduta l' oppoſizione col Sole nel luogo indicato dalla determinata longitudine del pianeta. Se poi ſi trova la detta differenza di longitudini maggiore di gr. 180; allora

6. Si replichi l' oſſervazione nella notte ſeguente, e ſi ripetino i ſimili calcoli già fatti; e ciò ſi vada facendo più volte, finchè s' incontri per le oſſervazioni d' una notte la detta differenza di longitudini eſſere alquanto maggiore di gr. 180, e per quelle della notte ſeguente eſſere alquanto minore.

7. Si mettano il tempo, in cui ſi trova la differenza delle longitudini del pianeta, e del Sole alquanto maggiore di gr. 180 = A, quello, in cui ſi trova minore = B, e la differenza di tali tempi, o ſia il tempo impiegato dal pianeta in una ſua rivoluzione diurna = T; e ſi rilevino dalle longitudini già determinate per gli tempi A, e B di quanto nel tempo T la longitudine del pianeta retrogrado s' è diminuita, e di quanto quella del Sole s' è accreſciuta. S' avrà colla ſomma di tale diminuzione d' una longitudine, e accreſcimento dell' altra la variazione accaduta, durante il tempo T, tra la longitudine del pianeta, e quella del Sole; la quale variazione per chiarezza mettiamo = V.

8. Or dovendo dal tempo A fino al momen-

mento dell' oppoſizione tra le longitudini del pianeta, e del Sole farſi una variazione della miſura, che dinota l' eccesso della differenza di quella, che hanno nel tempo A, ſu i gra. 180; mettendo tale variazione = W, e cercando in ordine a V, a W, e a T il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà il tempo da aggiugnere ad A, per avere quello dell' oppoſizione. Sicchè aggiugnendo ad A il detto quarto proporzionale, che per chiarezza mettiamo = M, la ſomma A + M dà il tempo cercato dell' oppoſizione del pianeta col Sole.

9. Finalmente in ordine al tempo T, al tempo M, e alla diminuzione ſofferta dalla longitudine del pianeta durante il tempo T ſi cerchi il quarto proporzionale; ſi ha in tal modo la diminuzione ſofferta dalla longitudine del pianeta, durante il tempo M. Onde togliendo tale quarto proporzionale dalla longitudine del pianeta pel tempo A, ſi ha la longitudine cercata del pianeta pel momento dell' oppoſizione. Similmente in ordine al tempo T, al tempo M, e all' accreſcimento acquiſtato dalla longitudine del Sole, durante il tempo T, ſi cerchi il quarto proporzionale; ſi ha pure con tale altro quarto proporzionale l' accreſcimento acquiſtato dalla longitudine del Sole, durante il tempo M. E perciò aggiugnendo tale quarto proporzionale alla longitudine del Sole

pel

pel tempo A, ſi ha la longitudine del Sole pel momento dell' oppoſizione; la quale longitudine deve differire dalla già determinata del pianeta pel medeſimo momento di gr. 180. Ch' è quanto biſognava inſegnare.

ESEMPIO.

Il famoſo Caſſini da più paſſaggi di Saturno, e del Sole pel meridiano, oſſervati in Luglio del 1725, e da più altezze meridiane determinate dell' iſteſſo Saturno rilevò d' eſſere ſtate nel 10 del detto meſe a $12^{or.} . 1' . 36''$ la

longit. di Saturno $= 9^s . 18^o . 51' . 28''$
latitu. auſtr. di Satur. $= 7' . 6''$
longit. del ☉ $= 3^s . 18^o . 28' . 2''$,

le quali due longitudini di Saturno, e del Sole differiſcono di $6^s . 0^o . 23' . 26''$, vale a dire di $23' . 26''$ più di gr. 180; e d' eſſere ſtate nel 11 dell' iſteſſo meſe a $11^{or.} . 57' . 12''$ la

longit. di Saturno $= 9^s . 18^o . 46' . 44''$
latit. auſtr. di Satur. $= 6' . 57''$
longit. del ☉ $= 3^s . 19^o . 25' . 4''$;

le quali due altre longitudini di Saturno, e del Sole differiſcono di $5^s . 29^o . 21' . 40''$, vale a dire di $38' . 16''$ meno di gr. 180.

Ecco-

Eccone la continuazione del

CALCOLO.

Tempo II^o = 11 Luglio	$11^{or.}$	$57'$	$12''$	
Tempo I^o = 10 Luglio	12	1	36	sot.
Tempo T =	$23^{or.}$	$55'$	$36''$.	

In oltre

Long. di Saturno	I^a =	9^s	18^o	$51'$	$28''$	
	II^a =	9	18	46	44	sott.
Diminuz. sofferta nel tempo T =				$4'$	$44''$	

Similmente

Long. del ☉	II^a =	3^s	19^o	$25'$	$4''$	
	I^a =	3^s	18	28	2	sot.
Accresci. nel tempo T =				$57'$	$2''$	

Sicchè

$4'$	$44''$	
57	2	agg.

$V = 1^o.\ 1'.\ 46''$.

E

E' di più $W = 23'. 26''$. Dunque cercando in ordine a $1^{o}. 1', 46''$, a $23'. 26''$, e a $23^{or.}. 55'. 36''$ il quarto proporzionale, si ha $M = 9^{or.}. 5'$. E perciò il tempo dell' opposizione di Saturno col Sole fu il 10 Luglio $12^{or.}. 1'. 36''$, aggiuntevi $9^{or.}. 5'$, cioè il 10 Luglio $21^{or.}. 6'. 36''$. Finalmente essendosi nel tempo di $23^{or.}. 55'. 36''$ diminuita la longitudine di Saturno retrogrado di $4'. 44''$, e accresciuta quella del Sole di $57'. 2''$, dovette in $9^{or.}. 5'$ diminuirsi quella di Saturno di $1'. 48''$, e accrescersi quella del Sole di $21'. 39''$. E perciò nel momento dell' opposizione di Saturno col Sole dovette allora essere la longitudine

$$\begin{array}{lcl} \text{Si Saturno} & = & 9^{s}. 18^{o}. 49'. 40'' \\ \text{del} ☉ & = & 3 . 18 . 49 . 41 . \end{array}$$

COROLLARIO.

339. Essendosi diminuita allora la latitudine australe di Saturno nel tempo di $23^{or.}. 55'. 36''$ di $9''$, nel tempo di $9^{or.}. 5'$ dovette diminuirsi di $3''$. Sicchè la latitudine australe di Saturno nel momento della detta opposizione dovette essere di $7'. 3''$.

AVVERTIMENTO I.

340. L' esempio addotto è quello, che si tro-

trova nella pagina 348 dell' Astronomia del famoso Cassini. Se non s'è addotto l' intero calcolo, è stato per evitare un fallo, che vi si trova; avendo il Cassini determinata l' ascensione retta del pianeta pel momento del suo passaggio pel meridiano, con aggiugnere i gradi, e i minuti dell' arco dell' equatore, scorso pel meridiano fino al detto momento dal mezzodì precedente, non all' ascensione retta del Sole pel medesimo mezzodì, ma a quella, che l' apparteneva nel detto momento del passaggio del pianeta pel meridiano.

AVVERTIMENTO II.

341. Si noti che l' ascensione retta del pianeta, e la declinazione si possono determinare pure coll' ajuto di qualche stella vicina del modo insegnato nel capo precedente in occasione delle determinazioni delle parallassi de' corpi celesti.

AVVERTIMENTO III.

342. Si noti pure che gli Astronomi prima dell' invenzione degli orologj a pendolo, in determinare le opposizioni de' pianeti superiori, si avvalsero per determinare l' ascensione retta, e la declinazione d' un pianeta delle distanze dell' istesso pianeta da due stelle, che determinavano con uno strumento

quanto incomodo nella pratica, altrettanto difficile a somministrare esatte determinazioni.

AVVERTIMENTO IV.

343. Si noti finalmente che da ciò, che s'è insegnato nell' esposto probl., si rileva in che modo coll' ajuto d' osservazioni si possono per qualunque tempo determinare la longitudine, e la latitudine geocentriche d' un pianeta superiore. Procediamo intanto al modo di determinare le congiunzioni de' pianeti primarj col Sole coll' ajuto anche d' osservazioni. Perciò sia il

PROBL. XXIV.

344. *Insegnare il modo di determinare coll' ajuto d' osservazioni il tempo, e 'l luogo d' una congiunzione col Sole di qualsisia pianeta primario.*

SOLUZIONE.

Tre casi si possono dare. 1. Se il pianeta è pianeta superiore. 2. Se è pianeta inferiore, e la congiunzione è anche inferiore. 3. Se è pianeta inferiore, e la congiunzione è superiore. In tutti e tre tali casi:

1. Quando si conosce d' essere un pianeta prossimo alla congiunzione col Sole; accomo-

modato un orologio esatto al moto medio del Sole, e regolato col mezzogiorno, si cerchi il suo passaggio pel meridiano, che sarà poco dopo il mezzodì nel primo, e secondo caso, e poco prima nel terzo caso; e si determini tanto il momento di tale passaggio, quanto l' altezza meridiana.

2. Si cerchi l' ascensione retta del Sole pel mezzodì vero, che anticipa, o posticipa alquanto il detto momento, e s' accresca, o diminuisca della variazione, che soffre nell' intervallo, per cui il mezzodì anticipa, o posticipa il medesimo momento. S' avrà in tal modo l' ascensione retta del Sole per l' istesso detto momento.

3. L' istessa ascensione retta del Sole pel detto mezzodì s' accresca, o diminuisca della misura dell' arco dell' equatore, che scorre pel meridiano nell' intervallo, per cui l' istesso mezzodì anticipa, o posticipa il detto momento. S' avrà in tale altro modo l' ascensione retta del pianeta pel momento del suo passaggio pel meridiano.

4. Si proceda come nel probl. prec., e si rilevino pel momento del passaggio del pianeta pel meridiano la longitudine, e la latitudine del pianeta, e la longitudine altresì del Sole.

Se le longitudini determinate del pianeta, e del Sole si trovano uguali, si conchiude d' essere stato il pianeta in congiunzione col Sole nel momento del suo osservato passaggio pel meridiano, e d' essere accaduta la congiunzione col Sole nel luogo indicato dalle determinate longitudini. Se poi si trovano alquanto disuguali, e quella del pianeta alquanto maggiore nel primo, e secondo caso, o alquanto minore nel terzo caso; allora

5. Si replichi l' osservazione nel giorno seguente, e si ripetino i simili calcoli già fatti; e ciò si vada facendo più volte, finchè s' incontri per le osservazioni d'un giorno essere la longitudine del pianeta alquanto maggiore di quella del Sole nel primo, e secondo caso, o alquanto minore nel terzo caso, e per le osservazioni del giorno seguente essere alquanto minore nel primo, e secondo caso, o alquanto maggiore nel terzo caso.

6. Si mettano il tempo, in cui si trova la longitudine del pianeta alquanto maggiore di quella del Sole nel primo, e secondo caso, o alquanto minore nel terzo caso = A, quello, in cui si trova alquanto minore nel primo, e secondo caso, o alquanto maggiore nel terzo caso = B, e la differenza di tali tempi, o sia il tempo impiegato dal pianeta in una rivoluzione diurna = T; e si rilevino dalle longitudini già determinate per gli tempi A, e B di quanto nel tempo T la longitudine del pianeta s' è accresciuta nel primo, e terzo caso, procedendo diretto, o diminuita nel secondo ca-

so

so, procedendo di moto retrogrado, e di quanto s' è accresciuta quella del Sole. S' avrà colla differenza di tali accrescimenti, o colla somma della diminuzione d' una longitudine, e dell' accrescimento dell' altra la variazione accaduta, durante il tempo T, tra la longitudine del pianeta, e quella del Sole; la quale variazione per chiarezza mettiamo = V.

7. Or dovendosi dal tempo A fino al momento della congiunzione tra le longitudini del pianeta, e del Sole fare una variazione della misura, che dinota l' eccesso, o difetto della longitudine del pianeta pel momento A su quella del Sole; mettendo tale variazione = W, e cercando in ordine a V, a W, e a T il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà il tempo da aggiugnere ad A, per avere quello della congiunzione. Sicchè aggiugnendo ad A il detto quarto proporzionale, che per chiarezza mettiamo = M, la somma A + M dà il tempo cercato della congiunzione del pianeta col Sole.

8. Finalmente in ordine al tempo T, al tempo M, e all' accrescimento, o diminuzione sofferta dalla longitudine del pianeta, durante il tempo T, si cerchi il quarto proporzionale; si ha in tal modo l' accrescimento acquistato, o la diminuzione sofferta dalla longitudine del pianeta, durante il tempo M. Onde aggiugnendo tale quar-

to proporzionale alla longitudine del pianeta pel tempo A nel primo, e terzo caso, o sottraendolo da essa nel caso secondo, si ha la longitudine cercata del pianeta pel momento della congiunzione. Similmente in ordine al tempo T, al tempo M, e all'accrescimento acquistato dalla longitudine del Sole, durante il tempo T, si cerchi il quarto proporzionale; si ha pure con tale altro quarto proporzionale l'accrescimento acquistato dalla longitudine del Sole, durante il tempo M. E perciò aggiugnendo sì fatto quarto proporzionale alla longitudine del Sole pel tempo A, si ha la longitudine del Sole pel momento della congiunzione; la quale longitudine deve uguagliare la già determinata del pianeta pel medesimo momento. Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

345. Si noti che dovendosi i pianeti primarj, per le determinazioni delle congiunzioni col Sole, osservare di giorno, e non di notte, senza l'ajuto di cannocchiale tali osservazioni non è possibile che si possano eseguire. Quindi s'intende perchè gli antichi, che ci hanno lasciate le determinazioni di più opposizioni de' pianeti superiori, fatte in conseguenza d'osservazioni, non ci hanno in conseguenza d'osservazioni lasciate neppure una congiunzione determinata nè di pia-

pianeta ſuperiore, nè di pianeta inferiore.

AVVERTIMENTO II.

346. Si noti pure che, con determinare le oppoſizioni, e le congiunzioni de' pianeti primarj in conſeguenza d' oſſervazioni, ſi hanno in conſeguenza d' oſſervazioni i luoghi di sì fatti pianeti veduti dalla terra, quali ſi vedrebbero dal Sole; il che ci ſomminiſtra il vantaggio di poter procedere alle altre determinazioni da fare circa gli ſteſſi pianeti, come ſi vedrà in ſeguito. Gli antichi, a' quali mancavano le determinazioni delle congiunzioni de' pianeti in conſeguenza d' oſſervazioni, per procedere alle altre determinazioni circa i pianeti inferiori, ricorſero alle determinazioni delle maſſime elongazioni dal Sole di sì fatti pianeti; perſuaſi che, determinandoſi il luogo geocentrico d' un pianeta inferiore in una ſua maſſima elongazione dal Sole, reſtaſſe anche determinato il luogo eliocentrico; il che è aſſolutamente falſo, verificandoſi ciò nel ſolo caſo, che le orbite de' pianeti inferiori foſſero cerchi, che aveſſero il Sole nel centro, e che foſſero di più nel piano dell' eclittica, vale a dire nel caſo, che non ha luogo in natura.

AVVERTIMENTO III.

347. Che nel detto caso con determinare in una massima elongazione dal Sole d'un pianeta inferiore il luogo geocentrico, resterebbe determinato anche il luogo eliocentrico, è facile a dimostrarlo. Si supponga
Fig. 37 essere il cerchio ABC l'orbita di Venere; e si supponga che tale orbita sia nel piano dell'eclittica, e che abbia il Sole nel suo centro S. Si supponga in oltre essere la terra in T in una massima elongazione di Venere dal Sole. Apparirà allora Venere in una retta procedente da T tangente la sua orbita. Sia TB tale retta. Sarà allora Venere in B. S' intendano congiunte le rette ST, SB. Determinando in conseguenza d' osservazioni pel momento della supposta massima elongazione di Venere dal Sole la sua longitudine geocentrica, e calcolando quella del Sole pel medesimo momento; colla differenza di tali longitudini si farebbe noto l' angolo STB, elongazione massima di Venere dal Sole. E' noto anche l'angolo TBS, come retto. Dunque noto si farebbe pure l'angolo TSB, elongazione di Venere dalla terra, guardata Venere dal Sole. E perciò essendo noto il luogo della terra guardata dal Sole, come opposto al luogo del Sole guardato dalla terra, noto si farebbe il luogo di Venere guar-

guardato dal Sole. Per la qual cosa nel supposto caso con determinare il luogo geocentrico di Venere in qualunque sua massima elongazione dal Sole, resterebbe determinato anche il suo luogo eliocentrico: anzi come nel triangolo rettangolo TBS sarebbero noti non solamente tutti gli angoli, ma anche il lato TS, distanza della terra dal Sole; che si può per ogni momento determinare; con determinare i lati SB, TB, si sarebbero note le distanze di Venere e dal Sole, e dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

348. Mancano intanto alle orbite de' pianeti inferiori tutte e tre le supposte condizioni: onde con determinare il luogo geocentrico d'un pianeta inferiore in una massima elongazione dal Sole, non può in conto alcuno restare determinato il suo luogo eliocentrico anche nel caso, che il pianeta si trovasse nel suo afelio, o nel suo perielio. Di fatto contrassegnino ABPC l'orbita Fig. 38
di Venere, AP la linea degli apsidi, ed S il Sole. Si supponga Venere nel perielio P nel momento d'una sua massima elongazione dal Sole, trovandosi la terra in T, e s'intendano congiunte le rette TP, TS; sarà il triangolo TPS rettangolo in P. Si supponga in oltre dal punto P calata sul piano dell'eclittica la perpendicolare PQ, e si

si suppongano congiunte le rette TQ, SQ. Essendo retti i tre angoli SPT, SQP, e TQP, sarà il quadrato di TS uguale alla somma de' quadrati di SP, PT, e conseguentemente maggiore de' quadrati di SQ, QT di quanto è il doppio del quadrato di PQ; e perciò l'angolo TQS è ottuso. Or determinandosi in conseguenza d'osservazioni l'angolo della supposta elongazione massima di Venere dal Sole, non si ha l'angolo STP, ma l'angolo STQ. Onde, non essendo il triangolo TQS rettangolo in Q, dall'angolo STQ determinato non si può rilevarne l'angolo TSQ; e conseguentemente dal luogo geocentrico di Venere determinato nel supposto caso non si può rilevarne il luogo eliocentrico, e molto meno si possono rilevare le distanze curtate QS, QT, che ha allora Venere dal Sole, e dalla terra. Quindi anche nel caso, che Venere sia in una massima elongazione dal Sole nel suo perielio, o nel suo afelio, dalla longitudine geocentrica, che l'appartiene allora, determinata in conseguenza d'osservazioni, non se ne possono rilevare nè la longitudine eliocentrica, nè le sue distanze curtate dal Sole, e dalla terra, come s'è dalla comune degli Astronomi creduto.

AVVERTIMENTO V.

349. Si noti di vantaggio che non ci pren-

prendiamo la pena d' insegnare il modo di determinare le massime elongazioni dal Sole de' pianeti inferiori, sì perchè facilmente si comprende da quanto s' è fin qui insegnato, come anche perchè non stimiamo opportuno intertenerci in determinazioni, che non conducono al fine, a cui sono state destinate. E si noti altresì ch' essendo state dagli antichi Astronomi fondate le teoriche de' moti periodici de' pianeti inferiori sulle determinazioni de' luoghi eliocentrici, e delle distanze di essi dal Sole, e dalla terra, rilevate dalle determinazioni delle massime elongazioni di essi dal Sole: è facile ora ad intendere d' essere state tali teoriche fondate su falsi fondamenti. Onde non è da maravigliarsi, se tali teoriche ci sieno state dagli antichi tramandate assai difettose.

AVVERTIMENTO VI.

350. Dovrei qui soggiugnere quanto occorre determinare circa i passaggi innanzi il disco solare di Venere, e di Mercurio; ma dal ciò fare per ora m' astengo, per trattare tale soggetto in luogo più opportuno, quando saranno sviluppate le teoriche, che ne abbisognano. Procediamo intanto alle determinazioni de' tempi periodici, e de' moti medii de' pianeti primarj. Perciò sia il

CAP.

CAP. IX.

Delle determinazioni de' tempi periodici, e de' moti medii de' pianeti primarj.

DEFINIZIONE.

351. Chiameremo relativamente a qualunque pianeta primario *opposizioni, o congiunzioni limitative d' un suo periodo* due opposizioni, o due congiunzioni, l' una, che si considererà come principio d' un periodo del pianeta, e l' altra, che sarà la prima a succedere, terminato l' istesso periodo.

COROLLARIO.

352. Potendosi d' un pianeta ogni opposizione col Sole, o congiunzione considerare come principio d' un suo periodo; avrà d' un pianeta ogni opposizione col Sole, o congiunzione la corrispondente opposizione, o congiunzione limitativa del suo periodo.

AVVERTIMENTO I.

353. Nell' Astronomia del Cassini, come an-

anche in quella del de la Lande si trovano registrate delle serie d' opposizioni di Saturno, e di Giove, e opposizioni, che sono state per molti anni successivi in conseguenza d' osservazioni determinate. Or se nella serie di quelle di Saturno, per esempio, se ne prende una per principio d' un periodo di tale pianeta; la longitudine, che si trova aver avuto Saturno allora, ci fa conoscere nell' istessa serie qual' è di tale opposizione la corrispondente opposizione limitativa del medesimo periodo; essendo quella, in cui la longitudine di Saturno, dopo aver compito l' intero giro dell' eclittica, si trova la più prossima in eccesso alla longitudine anzi detta.

AVVERTIMENTO II.

354. Per riguardo di Marte ogni opposizione col Sole ha per corrispondente opposizione limitativa del suo periodo l' opposizione, che immediatamente segue. Di fatto contrassegni ACF l' orbita della terra, Fig.39 LNQ quella di Marte, ed S il Sole. Si supponga nel tempo d' una opposizione di Marte col Sole essere la terra in A; sarà Marte in L. Dopo un anno la terra torna in A, fatta una sua rivoluzione periodica, e Marte s' osserva circa la sua congiunzione col Sole, e conseguentemente circa il punto O; e dopo scorsi alquanto due anni s' osser-

osserva di nuovo Marte in opposizione col Sole. Sia B il luogo della terra in tale altra opposizione di Marte col Sole; sarà M il luogo di Marte. E perciò due opposizioni di Marte, che si succedono immediatamente l' una dopo l' altra, sono opposizioni limitative d' un periodo di sì fatto pianeta.

AVVERTIMENTO III.

355. Per riguardo poi di Venere due sue congiunzioni col Sole, che si succedono immediatamente l' una dopo l' altra, però una superiore, e l'altra inferiore, sono congiunzioni limitative d' un periodo di tale pianeta. Di fatto contrassegnino LNQ l' orta della terra, ACF quella di Venere, ed S il Sole. Si supponga nel tempo d' una congiunzione superiore di Venere col Sole essere la terra in O; sarà Venere in A. Dopo circa 9 mesi s' osserva Venere in congiunzione inferiore col Sole. Or se in tale tempo si suppone essere M il luogo della terra, B deve essere il luogo, dove deve essere pervenuta Venere, fatta una sua rivoluzione periodica. Per la qual cosa due congiunzioni di Venere col Sole, che immediatamente si seguono, però una superiore, e l' altra inferiore, sono congiunzioni limitative d' un periodo dell' istessa Venere.

AVVERTIMENTO IV.

356. Per riguardo finalmente di Mercurio due ſue congiunzioni col Sole, tutte e due ſuperiori, o tutte e due inferiori, che ſi ſeguono immediatamente, ſono congiunzioni limitative d' un periodo di tale altro pianeta. Di fatto contraſſegnino LNQ l'orbita della terra, ACF quella di Mercurio, ed S il Sole. Si ſupponga nel tempo d'una congiunzione ſuperiore di Mercurio col Sole eſſere la terra in L; ſarà Mercurio in D. Dopo circa 4 meſi s' oſſerva Mercurio di nuovo in congiunzione ſuperiore col Sole. Or ſe in tale tempo ſi ſuppone eſſere N il luogo della terra, F deve eſſere il luogo, dove deve eſſere pervenuto Mercurio, fatta una ſua rivoluzione periodica. Quindi due congiunzioni ſuperiori di Mercurio col Sole, che immediatamente ſi ſuccedono l' una dopo l' altra, ſono congiunzioni limitative d' un periodo di sì fatto pianeta. L' iſteſſo ſi dimoſtra, ſe le congiunzioni ſi ſuppongono ambedue inferiori. Premeſſe intanto tali coſe, procediamo ora al ſeguente generale

P R O B L. XXV.

357. *Inſegnare il modo di determinare il tempo periodico di qualunque pianeta primario.*

So-

SOLUZIONE.

1. Nella serie delle determinazioni delle opposizioni col Sole, trattandosi di pianeta superiore, o di congiunzioni, trattandosi di pianeta inferiore, fatte in conseguenza d'accurate osservazioni, se ne scelgano due, che sieno opposizioni, o congiunzioni limitative d' un periodo del pianeta, di cui si vuole determinare il tempo periodico; e se ne rilevi tanto il tempo scorso tra le scelte determinazioni, quanto il moto in longitudine avuto dal pianeta, durante tale tempo.

2. In ordine a tale moto, alli gr. 360 dell'intera periferia dell'eclittica, e al tempo già rilevato si cerchi il quarto proporzionale. S' avrà con tale quarto proporzionale a un di presso il tempo periodico del pianeta.

3. Si scelgano due altre opposizioni col Sole dell' istesso pianeta, trattandosi di pianeta superiore, o due altre congiunzioni col Sole, trattandosi di pianeta inferiore, ed opposizioni, o congiunzioni accuratamente determinate, e determinate in tempi rimoti l' uno dall' altro, quanto più riesce possibile; e si rilevi tanto il tempo scorso tra le due scelte opposizioni, o congiunzioni, quanto il moto in longitudine avuto dal pianeta, durante tale tempo; il quale mo-

to

to si ricava dal numero delle rivoluzioni intere, che ha dovuto intanto fare il pianeta, e che si argomentano dal tempo periodico già a un di presso determinato, e dal di più, che non giugne a un' intera rivoluzione, e che le longitudini avute nelle scelte opposizioni, o congiunzioni dinotano.

4. Finalmente in ordine al determinato moto in longitudine, alli gr. 360 dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo già determinato si cerchi un altro quarto proporzionale.

Darà tale altro quarto porpozionale con maggiore esattezza il tempo periodico cercato. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO I.

Sia da determinare il tempo periodico di Saturno.

Nella serie delle opposizioni di Saturno col Sole, rapportata dal Cassini, si hanno le seguenti opposizioni limitative d' un periodo di Saturno, una delle quali è accaduta nel 1702 a 29 Settem. $8^{or.}$. $51'$, e l' altra è accaduta nel 1732 a 6 Ottob. $0^{or.}$. $26'$; e di più la longitudine di Saturno è stata nella prima di tali opposizioni di $6°$. $9'$. $30''$, e nella seconda di $13°$. $27'$. $20''$. Ciò posto, procediamo al

CALCOLO.

	an. 1732	. Ottob.	$6^{gior.}$	. $0^{or.}$	. $26'$	
	an. 1702	. Settem.	29	. 8	. 51	sott.
Diff. = an. 30			$6^{gior.}$	. $15^{or.}$	. $35'$.	

Di tali anni 30 ne sono stati 8 bisestili. Sicchè la determinata differenza importa anni comuni 30 . $14^{gior.}$. $15^{or.}$. $35'$, ovvero gior. 10964 . $15^{or.}$. $35'$, o pure $15789095'$. Di più

	13° . $27'$. $20''$		
	6 . 9 . 30	sott.	
Resid. =	7° . $17'$. $50''$		
	360° .	agg.	
Som. =	367° . $17'$. $50''$.		

Sicchè il moto in longitudine avuto da Saturno dalla prima delle dette opposizioni fino alla seconda è stato di 367° . $17'$. $50''$, o sia di $1322270''$.

Si cerchi adunque in ordine a $1322270''$, a 360°, o sia a $1296000''$, e al tempo di $15789095'$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $15475407'$. Sicchè il tempo periodico di Saturno è a un di presso di $15475407'$, ovvero di gior. 10746 . $19^{or.}$. $27'$, o pure d'anni comuni 29 . gior. 161.

161 . 19or. . 27', vale a dire di circa anni comuni 29 $\frac{1}{2}$.

In oltre la più antica osservazione, che si ha circa le opposizioni di Saturno col Sole, è quella fatta dalli Caldei, che il Cassini trova d'essere stata fatta nell'an. 228 avanti G. C. a 2 Marz. 1or., avendo avuto Saturno allora la longitudine di 5s. 8°. 23'. Paragoniamo ora coll' istesso Cassini tale opposizione coll' accaduta nel 1714 a 26 Febr. 8or. . 15', in cui Saturno si trovò colla longitudine di 5s. 7°. 56'.

Per determinare il tempo scorso tra le due opposizioni, si proceda a questo modo.

1. Si sommino gli anni 228 avanti G. C. cogl' anni 1714, e si hanno anni 1942, che per li 485 bisestili, che racchiudono, fanno anni comuni 1943, e gior. 120.

2. Se ne sottraggano gior. 10, per la soppressione de' gior. 10 fatta nella riforma del calendario gregoriano, gior. 1 per l' anno 1700, ch' è stato per la stessa riforma anno comune, e non bisestile, e gior. 4 pel 26 di Febr., che cade 4 giorni prima del 2 di Marzo. Sicchè la trovata somma si riduce ad anni comuni 1943, e gior. 105.

3. Finalmente essendo accaduta l' opposizione seconda a 8or, 15' dopo il mezzodì, e la prima a 1or., sarà il tempo scorso tra tali due opposizioni di anni comuni 1943. gior. 105. 7or.. 15'.

Per determinare poi il moto in longitudine di Saturno, durante l' intervallo delle medesime due opposizioni, si proceda a quest' altro modo.

1. Si divida il numero degli anni comuni 1943 pel numero di quelli, che si sono conosciuti formare a un di presso un intero periodo di Saturno, o sia per $29\frac{1}{2}$. Il quoziente intero 65 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Saturno tra le due opposizioni. Sicchè tale moto è di $360^{\circ} \times 65 = 23400^{\circ}$.

2. Si sottragga di più la longitudine di $5^{s}.\ 8^{\circ}.\ 23'$, avuta da Saturno nella prima opposizione, dalla longitudine di $5^{s}.\ 7^{\circ}.\ 56'$, avuta nell' opposizione seconda, o sia da essa, essendo minore della prima, accresciuta di 12^{s}; e 'l residuo, ch' è di $11^{s}.\ 29^{\circ}.\ 33'$, o sia di $359^{\circ}.\ 33'$, s' aggiunga alli gr. 23400 prima determinati. La somma di $23759^{\circ}.\ 33'$ darà il moto in longitudine di Saturno, durante l' intervallo corso tra le due opposizioni.

Fatte tali determinazioni, si cerchi in ordine a $23759^{\circ}.\ 33'$, a 360°, e a anni comuni 1943. gior. 105. $7^{or.}.\ 15'$, o sia a $1425573'$, a $21600'$, e a $1021392435'$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $15475936'$. Sicchè il tempo periodico di Saturno con più precisione è di $15475936'$, o sia di gior. 10747. $4^{or.}.\ 16'$, o pure di an. comu. 29. gior. 162. $4^{or.}.\ 16'$.

CO-

COROLLARIO I.

358. Essendosi trovato il tempo periodico di Saturno di 15475936′; se in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, o sia di gior. 365, ovvero di 525600′, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di $12^{\circ}.\ 13'.\ 35''$, dà il modo medio di Saturno in un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio di Saturno in un giorno di $2'.\ 00''.\ 35'''$, e 'l moto medio in 100 anni comuni di $4^{s}.\ 22^{\circ}.\ 38'.\ 20''$, tralasciate le tre intere periferie.

COROLLARIO II.

359. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50''\frac{1}{3}$, e conseguentemente di $24'\frac{3}{4}$ in an. $29\frac{1}{2}$, o sia in un intero periodo di Saturno; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, o sia a 21600′, a $24'\frac{3}{4}$, e al tempo periodico di Saturno già determinato di 15475936′ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di gior. 12. 7^or^. 3′, dà il tempo, che impiega Saturno col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo

 d'

d'aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Saturno si fa in an. comu. 29. gior. 174. 11^{or}. 19′.

ESEMPIO II.

Sia da determinare il tempo periodico di Giove.

Nella serie delle opposizioni di Giove col Sole, rapportata dal de la Lande, si hanno le seguenti opposizioni limitative d' un periodo di Giove, una delle quali è accaduta nel 1736 a 4 Ago. 4^{or}. 26′. 26″, e l'altra è accaduta nel 1748 a 9 Ago. 4^{or}. 32′. 8″; e di più la longitudine di Giove è stata nella prima di tali opposizioni di 10^{s}. 12^{o}. 22′. 58″, e nella seconda di 10^{s}. 17^{o}. 16′. 42″. Ciò posto, procediamo al

CALCOLO.

an. 1748 . Ago. 9 . 4^{or}. 32′. 8″
an. 1736 . Ago. 4 . 4^{or}. 26′. 26″ sot.

Diff. = an. 12 . gior. 5 . 0^{or}. 5′. 42″.

Di tali anni ne sono stati 3 bisestili. Sicchè la determinata differenza importa an. comu. 12 . gior. 8 . 0^{or}. 5′. 42″, ovvero gior. 4388 . 0^{or}, 5′. 42″, o sia 379123542″.

Di

Di più

$$
\begin{array}{llll}
10^{s}. & 17^{\circ}. & 16'. & 42'' \\
10^{s}. & 12^{\circ}. & 22'. & 58'' \text{ sott.} \\
\hline
\text{Diff.} = & 4^{\circ}. & 53'. & 44'' \\
 & 360^{\circ}. & & \text{agg.} \\
\hline
\text{Som.} = & 364^{\circ}. & 53'. & 44''.
\end{array}
$$

Sicchè il moto in longitudine avuto da Giove dalla prima delle dette opposizioni fino alla seconda è stato di $364^{\circ}.\ 53'.\ 44''$, o sia di $1313624''$.

Si cerchi dunque in ordine a $1313624''$, a 360°, o sia a $1296000''$, e a $379123542''$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $374037098''$. Sicchè il tempo periodico di Giove è a un di presso di $374037098''$, ovvero di gior. $4329.\ 3^{or.}.\ 11'.\ 38''$, o pure di an. comu. 11. gior. $314.\ 3^{or.}.\ 11'.\ 38''$, vale a dire di circa an. comu. $11\frac{4}{5}$.

In oltre tra le opposizioni di Giove col Sole, determinate da Tolomeo, ve n'è una, che il Cassini trova d'essere stata fatta nell' an. 137 a 8 Ottob. $3^{or.}.\ 8'$, avendo avuto allora Giove la longitudine di $14^{\circ}.\ 19'$. Paragoniamo ora sì fatta opposizione coll'accaduta nel 1714 a 8 Ottob. $0^{or.}.\ 26'$, avendo avuto in tale altro tempo Giove la longitudine di $14^{\circ}.\ 53'.\ 2''$.

Per determinare il tempo scorso tra le

due opposizioni, si proceda a questo modo.

1. Si sottraggano gli anni 137 dalli 1714, e si hanno anni 1577, che per li bisestili 394, che racchiudono, fanno an. comu. 1578, e gior. 29.

2. Se ne sottraggano giorni 10 per la soppressione de' gior. 10 fatta nella riforma del calendario, e gior. 1 per l'anno 1700, ch' è stato comune a cagione dell' istessa riforma, e non bisestile. Sicchè la trovata differenza si riduce ad an. comu. 1578, e gior. 18.

3. Finalmente, essendo accaduta l' opposizione seconda a $26'$ dopo il mezzodì dell' 8 di Ottob., e la prima a $3^{or.}$. $18'$ anche dell' 8 di Ottob.; sarà il tempo scorso tra tali due opposizioni di an. comu. 1578. gior. 17. $21^{or.}$. $8'$.

Per determinare poi il moto in longitudine di Giove, durante l' intervallo delle medesime due opposizioni, si proceda a quest' altro modo.

1. Si divida il numero degli anni 1578 pel numero di quelli, che si sono conosciuti formare a un di presso un intero periodo di Giove, o sia per $11\frac{4}{5}$. Il quoziente intero 133 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Giove tra le due opposizioni. Sicchè tale moto è di $360^\circ \times 133 = 47880^\circ$.

2. Si sottragga di più la longitudine di 14°. $19'$, avuta da Giove nella prima oppo-

posi-

posizione, dalla longitudine di 14°. 53'. 2", avuta nell' opposizione seconda; e 'l residuo, ch' è di 34'. 2", s' aggiunga alli gr. 47880 già determinati. La somma di 47880°. 34'. 2" darà il moto in longitudine di Giove, durante l' intervallo corso tra le due opposizioni.

Fatte tali determinazioni, si cerchi in ordine a 47880°. 34'. 2", a 360°, e alli an. comu. 1578. gior. 17. 21$^{or.}$. 8', o sia a 172370042", a 1296000", e a 829422548' il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 6236185'. Sicchè il tempo periodico di Giove con più precisione è di 6236185', o sia di gior. 4330, 16$^{or.}$ 25', ovvero di an. comu. 11. gior. 315. 16$^{or.}$. 25'.

COROLLARIO I.

360. Essendosi trovato il tempo periodico di Giove di 6236185'; se in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, vale a dire di gior. 365, o sia di 525600', e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 30°. 20'. 29", dà il moto medio di Giove per un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio per un giorno di 4'. 59". 15‴, e 'l moto medio per 100 anni comuni di 5^s. 4°. 8'. 20", tralasciate le 8 intere periferie.

CO-

COROLLARIO II.

361. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50'' \frac{1}{3}$, e conseguentemente di $9'. 54''$ in un intero periodo di Giove, o sia in anni $11 \frac{4}{5}$; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, o sia a $1296000''$, a $9'. 54''$, o sia a $594''$, e al tempo periodico di Giove $6236185'$ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di gior. $1. 23^{or.}. 38'$, dà il tempo, che impiega Giove col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Giove si fa in an. comu. 11. gior. $317. 16^{or.}, 3'$.

ESEMPIO III.

Sia da determinare il tempo periodico di Marte.

Nella serie delle opposizioni di Marte, rapportata dal de la Lande, si hanno le seguenti opposizioni limitative d' un periodo di tale pianeta, una delle quali è accaduta nel 1715 a 21 Apr, $10^{or.}. 58' \frac{1}{2}$, e l' altra è accaduta nel 1717 a 11 Giu. $9^{or.}$. $10'$;

10'; e di più la longitudine di Marte è stata nella prima di tali opposizioni di $7^s.$ $1^\circ.$ $9'$, $30''$, e nella seconda di $8^s.$ $20^\circ.$ $37'.$ $15''$. Ciò posto, procediamo al

CALCOLO.

an. 1717	. Giu.	11	. $9^{or.}$	. 10'	
an. 1715	. Apr.	21	. $10^{or.}$	. 58' $\frac{1}{2}$	sot.

Diff. = an. 2 . gior. 50 . $22^{or.}$. 11' $\frac{1}{2}$;

la quale differenza importa gior. 780. $22^{or.}$ 11' $\frac{1}{2}$, ovvero 1124531' $\frac{1}{2}$.

Di più

	8^s	. 20°	. $37'$	. $15''$	
	7	. 1	. 9	. 30	sott.
Diff.	1^s	. 19°	. $27'$	. $45''$	
	12^s				agg.
Som.	13^s	. 19°	. $27'$	. $45''$.	

Sicchè il moto in longitudine avuto da Marte dalla prima delle dette opposizioni fino alla seconda è stato di $13^s.$ $19^\circ.$ $27'.$ $45''$, o sia di 1474065''.

Si cerchi dunque in ordine a 1474065'', a 1296000'', e al tempo di 1124531' $\frac{1}{2}$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 988689'. Sicchè il tempo periodico di Marte è a un di presso di 988689',

ov-

ovvero di gior. *686*. $14^{or.}$. *9*$'$.

In oltre tra le opposizioni di Marte col Sole, determinate da Tolomeo, ve n'è una, che il Cassini trova d'essere stata fatta nell' anno 130 a 13 Dicem. 11^{or}. $48'$, avendo avuto allora Marte la longitudine di 2^s. 21°. $22'$. $50''$. Paragoniamo ora sì fatta opposizione coll' accaduta nel 1709 a 5 Gen. $5^{or.}$. $48'$, avendo avuto in tale altro tempo Marte la longitudine di 3^s. 14°. $18'$. $25''$.

Per determinare il tempo scorso tra le due opposizioni, si proceda in tal modo.

1. Si sottraggano gli anni 130 dalli 1708, e si hanno anni 1578, che per li bisestili 394, che racchiudono, fanno an. comu. 1579, e gior. 29.

2. Se ne sottraggano gior. 11, come negli antecedenti esempj, per cagione della riforma del calendario, e al residuo s' aggiungano gior. 23, distanza del 13 di Dicembre dal 5 di Gennaro; e s' avrà la somma di an. comu. 1579, e gior. 41.

3. Finalmente essendo accaduta l' opposizione seconda a $5^{or.}$. $48'$ dopo il mezzodì, e la prima a $11^{or.}$. $48'$; sarà il tempo scorso tra tali due opposizioni di an. comu. 1579. gior. 40. $18^{or.}$, o sia di gior. 576375. $18^{or.}$.

Per determinare poi il moto in longitudine di Marte nell' intervallo delle due opposizioni, si proceda a quest' altro modo.

1. Si

1. Si divida il numero di giorni 576375 pel numero di quelli, che si sono conosciuti formare a un di presso una rivoluzione periodica di Marte, vale a dire per 686. Il quoziente intero 839 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Marte tra le due opposizioni. Sicchè tale moto è di $360° \times 839 = 302040°$.

2. Si sottragga di più la longitudine di $2^s. 21°. 22'. 50''$, avuta da Marte nella prima opposizione, dalla longitudine di $3^s. 14°. 18'. 25''$, avuta nell' opposizione seconda; e 'l residuo, ch' è di $22°. 55'. 35''$, s' aggiunga alli gr. 302040 già determinati. La somma di $302062°. 55'. 35''$ darà il moto in longitudine di Marte nell' intervallo corso tra le due opposizioni.

Fatte tali determinazioni, si cerchi in ordine a $302062°. 55'. 35''$, a $360°$, e al tempo di gior. $576375. 18^{or.}$, o sia a $1087426535''$, a $1296000''$, e a $13833018^{or.}$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $16486^{or.}. 15'. 18''$. Sicchè il tempo periodico di Marte con più precisione è di $16486^{or.}. 15'. 18''$, o di gior. $686. 22^{or.}. 15'. 18''$.

COROLLARIO I.

362. Essendosi trovato il tempo periodico di Marte di $16486^{or.}. 15'. 18''$; se in or-

ordine a tale tempo, al tempo d'un anno comune, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 191°. 7'. 5", dà il moto medio di Marte per un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio per un giorno di 31', 25", e per 100 anni comuni di 1^s. 1°. 58'. 20", tralasciate le 53 intere periferie.

COROLLARIO II.

363. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di 50" $\frac{1}{3}$, e conseguentemente di 1'. 34" in un intero periodo di Marte; se in ordine all'intera periferia dell'eclittica, a 1'. 34", e al tempo periodico di Marte si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di $1^{or.}$. 11'. 44", dà il tempo, che impiega Marte col suo moto medio a scorrere l'arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d'ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè la rivoluzione siderale di Marte si fa in gior. 686. $23^{or.}$. 27'. 2".

ESEMPIO IV.

Sia da determinare il tempo periodico di Venere.

Nel-

Nella ſerie delle congiunzioni di Venere, rapportata dal de la Lande, ſi hanno le due accadute, una nell'anno 1696 a 1 Settem. 0°. 58', e l'altra nell' anno 1698 a 15 Apri. 22or.. 2'. Tali due congiunzioni furono ambedue ſuperiori, e immediate l' una all' altra, e conſeguentemente racchiudono due interi periodi di Venere. La longitudine di tale pianeta nella prima di sì fatte congiunzioni fu di 5s. 9°. 52'. 55'', e nella ſeconda di 0s. 26°. 50'. 40''. Ciò poſto, eccone il

CALCOLO.

Dalla prima di Settembre del 1696 fino al 15 d' Aprile del 1698 vi ſono giorni 591; onde, eſſendo accaduta dopo il mezzodì a 22or.. 2' la ſeconda congiunzione, e a 58' la prima, ſarà il tempo ſcorſo tra tali due congiunzioni di gior. 591. 21or.. 4', o ſia di 852304'.

Di più la longitudine di 5s. 9°. 52'. 55'', avuta da Venere nella prima congiunzione, ſottratta da quella avuta nella ſeconda, accreſciuta, eſſendo minore, di 12s, o ſia da 12s. 26°. 50'. 40'', dà 7s. 16°. 52'. 45''. Sicchè, accreſciuto tale reſiduo per le due intere rivoluzioni di Venere di due periferie intere, o ſia di 24s, ſi ha il moto in longitudine di Venere dall'una all' altra delle dette congiunzioni di 31s. 16°. 57'.

57'. 45'', o sia di 3409065''.

Si cerchi dunque in ordine a 3409065'', a 1296000'' dell'intera periferia dell' eclittica, e al tempo di 852304' già determinato il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 324014'. Per la qual cosa il tempo periodico di Venere, a un di presso determinato, è di 324014', o sia di gior. 225. 0$^{or.}$. 14'.

In oltre nella medesima detta serie di congiunzioni di Venere ve ne sono registrate due inferiori accadute, una nel 1639 a 4 Dicemb. 6$^{or.}$. 18' $\frac{1}{2}$, e l'altra nel 1769 a 3 Giu. 10$^{or.}$. 13' $\frac{1}{2}$; e la longitudine avuta da Venere nella prima di tali congiunzioni è stata di 8^{s}. 12^{o}. 31'. 55'', e nella seconda di 2^{s}. 13^{o}. 27'. 19''. Paragoniamo ora tali due congiunzioni.

Per determinare il tempo scorso tra le due congiunzioni, si proceda a questo modo.

1. Dal 4 di Dicem. del 1639 fino al 3 di Giu. del 1769 sono scorsi an. 129, e gior. 181, che, per gli 32 bisestili occorsi in tali anni, fanno an. comu. 129, e gior. 213.

2. Essendo accaduta dopo il mezzodì la prima congiunzione di 6$^{or.}$. 18' $\frac{1}{2}$, e la seconda di 10$^{or.}$. 13' $\frac{1}{2}$, vale a dire di 4$^{or.}$. 55' più tardi. Sarà il tempo scorso tra le due congiunzioni di an. comu. 129. gior. 213. 4$^{or.}$. 55', ovvero gior. 47298. 4$^{or.}$. 55', o sia 68109415'.

Per

Per determinare poi il moto in longitudine avuto da Venere dall'una congiunzione all'altra, si proceda a quest' altro modo.

1. Si divida il numero de' giorni 47298 pel numero di quelli, che si sono conosciuti formare a un di presso una rivoluzione periodica di Venere, o sia per 225. Il quoziente intero 210 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatto dal moto in longitudine di Venere tra le due congiunzioni. Sicchè tale moto è di $360° \times 210 = 75600°$.

2. Si sottragga di più la longitudine di $8^s . 12° . 31' . 55''$, avuta da Venere nella prima congiunzione, dall' altra di $2^s . 13° . 27' . 19''$, avuta nella congiunzione seconda, accresciuta però quest' altra, come minore, di 12^s; e 'l residuo, ch' è di $6^s . 0° . 55' . 24''$, o sia di $180° . 55' . 24''$, s' aggiunga alli gr. 75600 già determinati. La somma di $75780° . 55' . 24''$, o sia di $272811324''$ dà il moto in longitudine di Venere nell' intervallo corso tra le due congiunzioni.

Fatte tali determinazioni, si cerchi in ordine a $272811324''$, a $1296000''$ dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo di $68109415'$ il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, $323556'$. Sicchè il tempo periodico di Venere con più precisione è di $323556'$, o sia di gior. 224. $16^{or.} 36'$.

COROLLARIO I.

364. Essendosi trovato il tempo periodico di Venere di 323556′; se in ordine a tale tempo, al tempo d' un anno comune, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch'è di 584°. 48′. 5″, dà il moto medio di Venere per un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio per un giorno di 1°. 36′. 7″, e per 100 anni comuni di 5^s. 10°. 8′. 20″, tralasciate le 162 periferie intere.

COROLLARIO II.

365. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50'' \frac{1}{3}$, e conseguentemente di 31″ in un periodo intero di Venere; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, a 31″, e al tempo periodico di Venere si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch'è di 7′. 44″, dà il tempo, che impiega Venere col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Venere si fa in gior. 224. $16^{or.}$. 43′. 44″.

AV.

AVVERTIMENTO.

366. Si noti che, per determinare a un di presso il tempo periodico di Mercurio, non possiamo procedere del modo, che s' è proceduto relativamente a Venere, mancandoci le determinazioni di due sue immediate congiunzioni, ambedue superiori, o ambedue inferiori. Intanto essendosi all' in grosso conosciuto che Mercurio da una sua congiunzione superiore, o inferiore all' altra impiega circa gior. 116; ed essendosi di più dimostrato che tra due immediate congiunzioni di tale pianeta, ambedue superiori, o ambedue inferiori va compresa un' intera sua rivoluzione (§ 357): è facile a determinare a un di presso il tempo periodico dell' istesso pianeta a quest' altro modo. Contrassegnino ACDF l' orbita di Mercurio, LNPQ quella della terra, ed S il Fig. 39 Sole. Si supponga essere la terra in O in una congiunzione superiore, o inferiore di Mercurio, e in Q nell' altra immediata congiunzione pure superiore, o inferiore dell' istesso pianeta. Corrisponderà Mercurio in L nella prima delle dette congiunzioni, e in N nella seconda. Onde Mercurio in gior. 116 col suo moto in longitudine scorre l' intera periferia dell' eclittica col di più dell' arco, che misura l' angolo LSN, o sia OSQ, cioè

col di più dell' arco, per cui, durante l' istesso tempo, si varia la longitudine della terra. Or la longitudine della terra in gior. 116 si varia di circa 114°. Sicchè il moto in longitudine di Mercurio in gior. 116 è circa gr. 474. E perciò se in ordine alli gr. 474, alli gr. 360 della periferia dell' eclittica, e al tempo di gior. 116 si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di gior. 88, dà a un di presso il tempo periodico di Mercurio. Fatta tale determinazione, è facile ora del modo praticato negli altri pianeti venire a una determinazione più precisa del tempo periodico di Mercurio; il che si farà nel seguente

ESEMPIO V.

Sia da determinare con più precisione il tempo periodico di Mercurio.

Nella serie delle congiunzioni inferiori di Mercurio, rapportata dal de la Lande, si hanno le due accadute, una nell' anno 1631 a 6 Nov. 18$^{or.}$. 50', e l' altra nell' anno 1756 a 6 Nov. 16$^{or.}$. 17'. 28''. La longitudine di tale pianeta fu nella prima di tali congiunzioni di 7^s. 14°. 41'. 35'', e nella seconda di 7^s. 15°. 13'. 41''. Ciò posto, eccone il

CAL-

CALCOLO.

Per determinare il tempo ſcorſo tra le due congiunzioni, ſi proceda a queſto modo.

1. Si ſottraggano gli anni 1631 dalli 1756. Si hanno anni 125, li quali per li 31 biſeſtili, che racchiudono, fanno an. comu. 125, e gior. 31.

2. Si ſottragga il tempo di $18^{or.} . 50'$ dal tempo di $16^{or.} . 17' . 28''$, accreſciuto, per eſſer minore, d' un giorno, o ſia di $24^{or.}$. S' avrà il reſiduo di $21^{or.} . 27' . 28''$.

E perciò il tempo ſcorſo tra le due congiunzioni è di an. comu. 125. gior. 30. $21^{or.} . 27' . 28''$, ovvero di gior. 45655. $21^{or.} . 27' . 28''$, o ſia di $3944669248''$.

Per determinare poi il moto in longitudine avuto da Mercurio dall' una congiunzione all' altra, ſi proceda a queſt' altro modo.

1. Si divida il numero de' giorni 45655 pel numero di quelli, che ſi ſono conoſciuti formare a un di preſſo una rivoluzione periodica di Mercurio, o ſia per 88. Il quoziente 519 dinoterà il numero delle rivoluzioni intere fatte dal moto in longitudine di Mercurio tra le due congiunzioni. Sicchè tale moto è di $360° \times 519 = 186840°$.

2. Si ſottragga di più la longitudine di $7^s . 14° . 41' . 35''$, avuta da Mercurio nella prima congiunzione, dall' altra di 7^s.

15°. 13'. 41'', avuta nella congiunzione seconda; e 'l residuo, ch'è di 32'. 6'', s' aggiunga alli gr. 186840 già determinati. La somma di 186840°. 32'. 6'', o sia di 672625926'' dà il moto in longitudine di Mercurio nell' intervallo corso tra le due congiunzioni.

Fatte tali determinazioni, si cerchi in ordine a 672625926'', a 1296000'' dell' intera periferia dell' eclittica, e al tempo di 3944669248'' il quarto proporzionale. Si hanno, fatto il calcolo, 7600497''. Sicchè il tempo periodico di Mercurio con più precisione è di 7600497'', o sia di gior. 87. 23^or. 14'. 57''.

COROLLARIO I.

367. Essendosi trovato il tempo periodico di Mercurio di 7600497''; se in ordine a tale tempo, al tempo d'un anno comune, e alli gr. 360 della periferia dell' eclittica si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch'è di 1493°. 42'. 46'', dà il moto medio di Mercurio per un anno comune. E quindi ne risulta il moto medio per un giorno di 4°. 5'. 32'', e per 100 anni comuni di 11^s. 1°. 16'. 40'', tralasciate le 414 periferie intere.

CO-

COROLLARIO II.

368. Essendo in oltre la precessione degli equinozj in un anno di $50'' \frac{1}{3}$, e conseguentemente di $12''$ in un intero periodo di Mercurio; se in ordine all' intera periferia dell' eclittica, a $12''$, e al tempo periodico di Mercurio si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di $1'. 10''$, dà il tempo, che impiega Mercurio col suo moto medio a scorrere l' arco, per cui in una sua rivoluzione ritrocede il principio d' ariete, e conseguentemente dà il tempo da aggiugnere al tempo della sua rivoluzione tropica, per avere il tempo della sua rivoluzione siderale. Sicchè una rivoluzione siderale di Mercurio si fa in gior. 87. $23^{or.}$, $16'. 7''$.

AVVERTIMENTO I.

369. So che i periodi di Saturno, e di Giove, qui stabiliti, hanno bisogno di qualche correzione; osservandosi da lungo tempo certo ritardo nel moto medio di Saturno, e certa accelerazione in quello di Giove: ma le convenienti correzioni di sì fatti periodi si daranno, quando saranno sviluppate le cagioni, dalle quali derivano. I periodi intanto già determinati non men de' due detti pianeti, che degli altri tre pri-

marj sono sufficienti al bisogno delle teoriche, che rimangono da sviluppare relativamente alli medesimi pianeti.

AVVERTIMENTO II.

370. Non abbiamo soggiunta la determinazione del tempo periodico del nuovo astro; perchè senza le osservazioni fatte su di esso per un suo periodo, anzi per più secoli, è impossibile di poterlo con sufficiente esattezza determinare. So che più Astronomi hanno cercato co' metodi, che il bisogno ci obbliga a tolerarli per riguardo delle Comete, si sono ingegnati di determinare di sì fatto pianeta non solamente il suo periodo, ma ben anche le principali circostanze della sua orbita, e i suoi moti; anzi v'è stato chi ne ha azzardate fin anche le tavole de' moti: però tali determinazioni si debbono considerare come fatte assai all' in grosso, e per lasciare a' posteri un abbozzo informe d'un lavoro, che spetterà ad essi di condurlo alla perfezione.

AVVERTIMENTO III.

371. Si noti che, determinati i tempi periodici

di Saturno $= 928556160''$
di Giove $= 374171100$

di

di Marte	=	59350518
della Terra	=	31556924 $\frac{1}{2}$
di Venere	=	19413360
di Mercurio	=	7600497 ,

è facile ora relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000, determinare i semiassi maggiori delle orbite di tutti gli altri pianeti primarj; ed ecco come. Già è dimostrato nel § 175 che i quadrati de' tempi periodici de' pianeti, che girano intorno all' istesso corpo centrale, sono nella ragione de' cubi de' semiassi maggiori delle orbite ellittiche di essi. Dunque se in ordine al doppio del logaritmo del tempo periodico della terra, al doppio del logaritmo del tempo periodico di ciascuno degli altri detti pianeti, e al triplo del logaritmo di 100000 si cercano i quarti aritmeticamente proporzionali; tali quarti proporzionali danno i tripli de' logaritmi de' semiassi maggiori delle orbite di sì fatti pianeti. Onde i numeri corrispondenti alle terze parti di tali logaritmi danno tali semiassi relativamente a quello dell' orbita terrestre, posto = 100000: anzi perchè *Log.* $(100000)^3 = 15 . 0000000$; se da tale logaritmo se ne toglie il doppio del logaritmo del tempo periodico della terra, o sia 14 . 9981892, e del residuo 0 . 0018108 se ne prende la terza parte, si ha il logaritmo costante 0 . 0006036,

al

al quale andando successivamente aggiugnendo $\frac{2}{3}$ de' logaritmi de' tempi periodici degli altri pianeti primarj, si hanno colle successive somme i logaritmi de' semiassi maggiori delle orbite de' medesimi pianeti. Onde i numeri corrispondenti a tali logaritmi danno i detti semiassi. In tal modo s'è determinato relativamente al semiasse maggiore dell'orbita terrestre, posto = 100000, essere il semiasse maggiore dell'orbita

di Saturno	=	953108
di Giove	=	519976
di Marte	=	152365
di Venere	=	72333
di Mercurio	=	38710.

CAP. X.

Si determinano in conseguenza d'osservazioni relativamente a Saturno, e a Giove l'equazione massima del centro, e 'l luogo dell'afelio, o del perielio dell'orbita.

PROBL. XXVI.

372. *Determinare relativamente a Saturno l'equazione massima del centro, e l'afelio dell'orbita.*

So-

SOLUZIONE.

Contrassegnino l' ellisse ALPM l' orbita Fig.46
di Saturno, AP l' asse maggiore, S il fuoco, dove risiede il Sole, A l' afelio, P il perielio, ed L, e M i due punti delle massime equazioni del centro, e dove conseguentemente la velocità della linea del moto vero uguaglia quella del moto medio. S' intendano da S tirate e le linee SL, SM del moto vero ne' punti L, e M, e le corrispondenti linee SB, SC del moto medio. Saranno gli angoli BSL, CSM uguali, e ognuno dinoterà l' equazione massima del centro relativamente a Saturno.

Per determinare l' equazione massima del centro.

1. Nella serie delle opposizioni di Saturno, determinate in conseguenza d' osservazioni per un intero suo periodo, e rapportate e dal Cassini, e dal de la Lande, si trovano le due accadute, una nel 1686 a 16 Marz. 10$^{or.}$. 28', avendo avuto allora Saturno la longitudine di 5^{s}. 26°. 47'. 6'', e l' altra nel 1687 a 29 Marz. 11$^{or.}$. 11', avendo avuto Saturno in tale altro tempo la longitudine di 6^{s}. 9°. 25'. 26''. Il tempo scorso tra tali opposizioni è di an-

an. comu. 1. gior. 13 . 0$^{or.}$. 43', o sia di 544363', e 'l moto vero avuto è di 12°. 38'. 20''. Essendosi trovato il moto medio di Saturno per un anno comune, o sia per 525600' di 12°. 13'. 35'' (§ 358); se in ordine a 525600', a 544363', e a 12°. 13'. 35'' si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 12°. 39'. 38'', dà il moto medio di Saturno pel tempo scorso tra le due dette opposizioni. Or eccedendo tale moto medio di 12°. 39'. 38'' il moto vero di 12°. 38'. 20'' avuto nel medesimo tempo, ed eccedendolo di poco; si può senza errore sensibile supporre d'essere stato Saturno in M nella prima di tali opposizioni, o sia in quella del 1686. Ho detto in M, e non in L; perchè le opposizioni del 1687, e 1688 danno il moto medio considerabilmente maggiore del moto vero; il che dinota aver proceduto allora Saturno da M verso l'afelio A, e non già da L verso il perielio P.

2. Nell'istessa serie d'opposizioni si trovano le altre due accadute, una nel 1700 a 3 Sett. 3$^{or.}$. 14', avendo avuto allora Saturno la longitudine di 11^{s}. 10°. 57'. 40'', e l'altra nel 1701 a 16 Sett. 2$^{or.}$. 00', avendo avuto Saturno in tale altro tempo la longitudine di 11^{s}. 23°. 21'. 16''. Il tempo scorso tra tali altre due opposizioni è di an. comu. 1, gior. 12. 22$^{or.}$. 46',

6' , o sia di 544246' , e 'l moto vero
vuto è di 12°, 23'. 36''. Essendo il mo-
o medio per l'istesso tempo di 12°. 39'.
6'', e conseguentemente maggiore del mo-
o vero di soli 16', vale a dire d' una
quantità, che sarebbe assai minore, e forse
nulla, se si fosse Saturno sempre mosso col-
la velocità avuta nella seconda delle dette
opposizioni. Sicchè si può senza sensibile
errore pure supporre Saturno d' essere stato in
L nell' opposizione del 1701.

3. Potendosi senza errore sensibile prendere d' essere stato Saturno in M nel 1686 a 16 Marz. 10$^{or.}$. 28' colla longitudine di 5^s. 26°. 47'. 6'', e in L nel 1701 a 16 Sett. 2$^{or.}$. 00' colla longitudine di 11^s. 23°. 21'. 16'' : ne segue che, durante il tempo di an. comu. 15. gior. 186. 15$^{or.}$. 32' il moto vero di Saturno, e conseguentemente l' angolo MSL è stato di 5^s. 26°. 34'. 10''. Or, durante l' istesso tempo, il moto medio di Saturno, e conseguentemente l' angolo CSB ha dovuto essere di 6^s. 9°. 38'. 52''. Sicchè la somma de' due angoli CSM, BSL è di 13°. 4'. 42''. E perciò l' angolo CSM, o sia l' equazione massima del centro relativamente a Saturno è di 6°. 32'. 21''.

Per

Per determinare il luogo dell' afelio.

1. Essendo stato Saturno in M nell' opposizione del 1686, e in L in quella del 1701, ha dovuto essere circa l' afelio A nell' opposizione del 1693. Si paragonino le opposizioni del 1686, e 1693. Sono accadute tali opposizioni la prima nel 1686 a 16 Marz. $10^{or.}$. 28', avendo Saturno la longitudine di $5^s . 26° . 47' . 6''$, e la seconda nel 1693 a 9 Giu. $19^{or.}$. 32', avendo Saturno la longitudine di $8^s . 19° . 54' . 41''$. Il tempo scorso tra tali opposizioni, per gli due bisestili occorsi, è di an. comu. 7. gior. 87. $9^{or.}$. 4', o sia di 3805024', e 'l moto vero di $2^s . 23° . 7' . 35''$. Essendo il moto medio per l' istesso tempo di $2^s . 28° . 30' . 41''$, sarà l' eccesso di tale moto medio sul vero di $5° . 23' . 6''$, vale a dire meno dell' equazione massima del centro già determinata. Or se l' opposizione del 1693 fosse accaduta nell' afelio A; perchè nell' afelio pervengono insieme la linea del moto vero, e quella del moto medio; sarebbe stato l' eccesso del moto medio sul moto vero, o l' eccesso dell' angolo CSA sull' angolo MSA uguale all' angolo CSM, che determina la detta equazione massima del centro. Essendosi dunque trovato il detto eccesso minore dell' equazione mas-

massima del centro, ciò dinota d'essere accaduta l'opposizione del 1693 prima di giugnere Saturno all'afelio A. Si supponga accaduta tale opposizione in N, e si suppongano relativamente a N menate la linea del moto vero SN, e la corrispondente linea del moto medio SD. Saranno l'angolo CSD $= 2^s . 28^\circ . 30' . 41''$, MSN $= 2^s . 23^\circ . 7' . 35''$, e l'ang. CSM — l'ang. DSN $= 5^\circ . 23' . 6''$, e conseguentemente l'angolo DSN $= 1^\circ . 9' . 15''$.

2. Si paragonino in oltre le opposizioni del 1686, e 1694. Sono accadute tali opposizioni, la prima nel 1686 a 16 Marz. $10^{or.} . 28'$, avendo Saturno la longitudine di $5^s . 26^\circ . 47' . 6''$, e la seconda nel 1694 a 21 Giu. $19^{or.}, 30'$, avendo Saturno la longitudine di $9^s . 1^\circ . 6' . 40''$. Il tempo scorso tra tali opposizioni, per gli due bisestili occorsi, è di an. comu. 8 . gior. 99 . $9^{or.} . 2'$, o sia di 4347902', e 'l moto vero di $3^s . 4^\circ . 19' . 34''$. Essendo il moto medio per l'istesso tempo di $3^s . 11^\circ . 8' . 23''$; sarà l'eccesso di tale moto medio sul vero di $6^\circ . 48' . 49''$, vale a dire maggiore dell'equazione massima del centro; il che dinota d'essere accaduta l'opposizione del 1694 dopo d'essere stato Saturno nell'afelio A. Si supponga accaduta tale opposizione in Q, e si suppongano relativamente a Q menate la linea del moto vero SQ, e la corrispondente linea del moto medio SE,

Sa-

Saranno l' angolo CSE = $3^s . 11^\circ . 8'. 23''$, l'angolo MSQ = $3^s . 4^\circ . 19' . 34''$, e la somma di CSM, QSE = $6^\circ . 48' . 49''$, e conseguentemente l' angolo QSE = $16' . 28''$.

3. Si sottragga dall' angolo MSQ = $3^s . 4^\circ . 19' . 34''$ l' angolo MSN = $2^s . 23^\circ . 7' . 35''$, si ha l' angolo NSQ = $11^\circ . 11' . 59''$. Di più all' angolo DSN = $1^\circ . 9' . 15''$ s' aggiunga l' angolo QSE, si ha la somma di essi = $1^\circ . 25' . 43''$. Or siccome la somma degli angoli DSN, QSE dà l' eccesso del moto medio sul vero, quando la linea del moto vero si trasferisce dal sito SN per l' angolo NSQ; così l' angolo DSN dà l' eccesso del moto medio sul vero, quando l' istessa linea del moto vero si trasferisce dal sito SN per l' angolo NSA. E perciò se in ordine a $1^\circ . 25' . 43''$, a $1^\circ . 9' . 15''$, e a $11^\circ . 11' . 59''$ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di $9^\circ . 2' . 53''$, dà di quanto si deve accrescere la longitudine del punto N, per avere la longitudine dell' afelio A. Per la qual cosa, essendosi trovata la longitudine del punto N = $8^s . 19^\circ . 54' . 41''$, sarà la longitudine cercata dell' afelio A = $8^s . 28^\circ . 57' . 34''$.
Ch' è quanto bisognava determinare.

CO-

COROLLARIO.

373. Essendo l' angolo NSA = 9°. 2'. 53", e l' angolo DSN = 1°. 9'. 15"; sarà l' angolo DSA = 10°. 12'. 8". Or la la linea del moto medio di Saturno si trasferisce per un angolo di 12°. 13'. 35" in un anno comune (§ 359). Sicchè si trasferisce per l' angolo DSA nel tempo di gior. 304. 13^or^. 43'. Nell' istesso tempo ha dovuto Saturno trasferirsi dall' opposizione avuta in N fino all' afelio A. E perciò, essendo accaduta l' opposizione in N nel 1693 a 9 Giu. 19^or^. 32', il passaggio per l' afelio A dopo tale opposizione ha dovuto accadere più tardi di gior. 304. 13^or^. 43', e conseguentemente nel 1694 a 10 Apr. 9^or^. 15'.

PROBL. XXVII.

374. *Determinare relativamente a Giove l' equazione massima del centro, e 'l perielio dell' orbita.*

SOLUZIONE.

Si supponga ALPM contrassegnare l' orbita di Giove, e si supponga l' istessa preparazione fatta relativamente a Saturno.

Per determinare l' equazione massima del centro.

1. Nella serie delle opposizioni di Giove determinate in conseguenza d' osservazioni per più interi periodi, e rapportate dal de la Lande, si trovano le due accadute, una nel 1723 a 25 Giu. $4^{or.}$. 00, avendo avuto allora Giove la longitudine di 9^{s}. 3^{o}. $21'$. $22''$, e l' altra nel 1724 a 30 Lugl. $0^{or.}$. $28'$, avendo avuto Giove in tale altro tempo la longitudine di 10^{s}. 7^{o}. $19'$. $49''$. Il tempo scorso tra tali opposizioni, per l' an. 1724 bisestile, è di an. com. 1. gior. 35. $20^{or.}$. $28'$, o di $577228'$ e 'l moto vero avuto è di 1^{s}. 3^{o}. $58'$. $27''$. Essendosi trovato il moto medio di Giove per un anno comune, o sia per $525600'$ di 30^{o}. $20'$. $29''$ (§ 361); se in ordine a $525600'$, a $577228'$, e a 30^{o}. $20'$. $29''$ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di 1^{s}. 3^{o}. $19'$. $18''$, dà il moto medio di Giove pel tempo scorso tra le due opposizioni, il quale di poco differisce dal moto vero, durante l' istesso tempo. Quindi senza errore sensibile si può supporre d' essere stato Giove in L nella prima di tali opposizioni. Ho detto in L, e non M; perchè le opposizioni del 1724, e 1725 danno il moto medio considerabilmente minore del moto

moto vero; il che dinota avere proceduto allora Giove da L verso il perielio P, e non già da M verso l'afelio A.

2. Nell' istessa serie d' opposizioni si trovano le altre due accadute, una nel 1728 a 22 Dicem. 3$^{or.}$. 9', avendo avuto allora Giove la longitudine di 3^s. 1°. 8'. 2'', e l' altra nel 1730 a 23 Gen. 11$^{or.}$. 5', avendo avuto Giove in tale altro tempo la longitudine di 4^s. 3°. 49'. 30''. Il tempo scorso tra tali altre due opposizioni è di an. com. 1. gior. 32. 7$^{or.}$. 56', o sia di 572156', e 'l moto vero avuto è di 1^s. 2°. 41'. 28''. Essendo il moto medio per l' istesso tempo di 1^s. 3°. 1'. 44'', e conseguentemente maggiore del moto vero di 20'. 16'', vale a dire d' una quantità, che sarebbe assai minore, e forse nulla, se Giove si fosse mosso sempre colla velocità avuta nella prima delle dette opposizioni. Sicchè si può senza sensibile errore supporre Giove d' essere stato in M nell'opposizione del 1728.

3. Potendosi senza errore sensibile prendere d' essere stato Giove in L nel 1723 a 25 Giu. 4$^{or.}$. 00' colla longitudine di 9^s. 3°. 21'. 22'', e in M nel 1728 a 22 Dicem. 3$^{or.}$. 9' colla longitudine di 3^s. 1°. 8'. 2'': ne segue che, durante il tempo di an. com. 5. gior. 181. 23$^{or.}$. 9' il moto vero di Giove per LPM è stato di 5^s. 27°. 46'. 40''. Or, durante l' istesso

tempo, il moto medio ha dovuto essere per BPC di $5^s . 16^o . 49' . 59''$. Sicchè la somma de' due angoli LSB, CSM è di $10^o . 56' . 41''$, e conseguentemente l'equazione massima del centro relativamente a Giove è $= 5^o . 28' . 20'' \frac{1}{2}$.

Per determinare il luogo del Perielio.

1. Essendo stato Giove in L nell' opposizione del 1723, e in M in quella del 1728; ha dovuto essere circa il perielio P nell'opposizione del 1725. Si paragonino le opposizioni del 1723, e 1725. Sono accadute tali opposizioni, la prima nel 1723 a 25 Giu. $4^{or.}$. $00'$, avendo avuto Giove la longitudine di $9^s . 3^o . 21' . 22''$, e la seconda nel 1725 a 5 Sett. $14^{or.} . 44'$, avendo avuto Giove la longitudine di $11^s . 13^o . 18'$. Il tempo scorso tra tali opposizioni, per l'anno bisestile occorso, è di an. comu. 2 . gior. 73 . $10^{or.} . 44'$, o sia di $1156964'$, e 'l moto vero di $2^s . 9^o . 56' . 38''$. Essendo il moto medio per l'istesso tempo di $2^s . 6^o . 47' . 17''$; sarà l'eccesso del moto vero sul medio di $3^o . 9' . 21''$, vale a dire meno dell' equazione massima del centro già determinata. Or se l' opposizione del 1725 fosse accaduta nel perielio P; perchè nel perielio pervengono insieme la linea del moto

moto vero, e quella del moto medio; sarebbe stato l'eccesso del moto vero sul medio, o l'eccesso dell'angolo LSP sull'angolo BSP uguale all'angolo LSB, che determina la detta equazione massima. Essendosi dunque trovato il detto eccesso minore dell' equazione massima del centro, ciò dinota d'essere accaduta l'opposizione del 1725 prima di giugnere Giove nel perielio P. Si supponga accaduta tale opposizione in H, e si suppongano relativamente a H menate la linea del moto vero SH, e la corrispondente linea del moto medio SI. Saranno l'angolo BSI = $2^s . 6^o . 47' . 17''$, LSH = $2^s . 9^o . 56' . 38''$, e l'ang. LSB — l'ang. HSI = $3^o . 9' . 21''$, e conseguentemente l'angolo HSI = $2^o . 18' , 59'' \frac{1}{2}$.

2. Si paragonino in oltre le opposizioni del 1723, e 1726. Sono accaduti tali opposizioni, la prima nel 1723 a 25 Giug. $4^{or.} . 00'$, avendo Giove la longitudine di $9^s . 3^o . 21' . 22''$, e la seconda nel 1726 a 13 Otto. $6^{or.} . 00'$, avendo Giove la longitudine di $0^s . 20^o . 4' . 10''$. Il tempo scorso tra tali opposizioni, per l'anno bisestile occorso, è di an. com. 3. gior. 111. $2^{or.}$, o sia di $28946^{or.}$, e 'l moto vero di $3^s . 16^o . 42' . 48''$. Essendo il moto medio per l'istesso tempo di $3^s . 10^o . 15' . 29''$; sarà l'eccesso del moto vero sul medio di $6^o . 27' . 19''$, vale a dire maggiore dell'equazione massi-

ma del centro; il che dinota d' essere accaduta l' opposizione del 1726 dopo d' essere stato Giove nel perielio P. Si supponga accaduta tale opposizione in K, e si suppongano relativamente a K menate la linea del moto vero SK, e la corrispondente linea del moto medio SV. Saranno l' angolo BSV = $3^s . 10^\circ . 15' . 29''$, l' angolo LSK = $3^s . 16^\circ . 42' . 48''$, e la somma di LSB, VSK = $6^\circ . 27' . 19''$, e conseguentemente l' angolo VSK = $58' . 58'' \frac{1}{2}$.

3. Si sottragga dall' angolo LSK = $3^s . 16^\circ . 42' . 48''$ l' angolo LSH = $2^s . 9^\circ . 56' . 38''$; si ha l'angolo HSK = $1^s . 6^\circ . 46' . 10''$. Di più all' angolo HSI = $2^\circ . 18' . 59'' \frac{1}{2}$ s' aggiunga l' angolo VSK = $58' . 58'' \frac{1}{2}$, si ha la somma di essi = $3^\circ . 17' . 58''$. Or siccome la somma degli angoli HSI, VSK dà il difetto del moto medio dal vero, quando la linea del moto vero si trasferisce dal sito SH per l' angolo HSK, così l' angolo HSI dà il difetto del moto medio dal vero, quando l' istessa linea del moto vero si trasferisce dal sito SH per l' angolo HSP. E perciò se in ordine a $3^\circ . 17' . 58''$, a $2^\circ . 18' . 59'' \frac{1}{2}$, e a $1^s . 6^\circ . 46' . 10''$ si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch' è di $25^\circ . 48' . 56''$, dà di quanto si deve accrescere la longitudine del punto H, per avere la longitudine del perielio P. Per la qual cosa, essendosi trovata la longitudine del

del punto H = 11ˢ. 13°. 18′, sarà la longitudine cercata del perielio P = 0ˢ. 9°. 6′. 56″.
Ch' è quanto bisognava determinare.

COROLLARIO.

375. Essendo l'angolo HSP = 25°. 48′. 56″, e l'angolo HSI = 2°. 18′. 59″ $\frac{1}{2}$; sarà l'angolo ISP = 23°. 29′. 56″ $\frac{1}{2}$. Or la linea del moto medio di Giove si trasferisce per un angolo di 30°, 20′. 29″ in un anno comune. Sicchè si trasferisce per l'angolo ISP nel tempo di gior. 282. 16ᵒʳ. 36′. Nell' istesso tempo ha dovuto Giove trasferirsi dall' opposizione avuta in H fino al perielio P. E perciò, essendo accaduta l'opposizione in H nel 1725 a 5 Sett. 14ᵒʳ. 44′, il passaggio pel perielio P dopo tale opposizione ha dovuto accadere più tardi di gior. 282. 16ᵒʳ. 36′, e conseguentemente nel 1726 a 15 Giug. 7ᵒʳ. 15′.

CAP. XI.

Si determinano in conseguenza d' osservazioni l' eccentricità delle orbite di Saturno, e di Giove, e si stabilisce circa tali orbite quanto da sì fatta determinazione immediatamente deriva.

PROBL. XXVIII.

376. ***Determinare in conseguenza d' osservazioni l' eccentricità dell' orbita di Saturno.***

SOLUZIONE.

1. Le opposizioni di Saturno col Sole del 1693, e 1694, accadute circa l' afelio di Saturno danno il moto vero di tale pianeta per an. comu. 1. gior. 11. $23^{or.}$. 58', o sia per 542878' di 11°. 11', 59'', ovvero di 40319''. Sicchè per un anno comune tale moto è di 39035''.

2. Le opposizioni del 1707, e 1708, accadute circa il perielio, danno il moto vero per an. comu. 1. gior. 14. $4^{or.}$. 23', o sia per 546023' di 14°, 12'. 44'', o pure

pure di 51164''. Onde per un anno comune tale moto è di 49250''.

3. Si prendano i moti già determinati per le velocità avute da Saturno nell' afelio, e nel perielio. Sarà $SP^2 : SA^2 = 39035 :$ Fig.40
49250 (§ 202); onde $SP : SA = 39035 : \sqrt{(39035 \times 49250)} = 39035 : 43844$. E perciò, posta $SA = 43844$, e conseguentemente $SP = 39035$, saranno $PA = 82879$, il semiasse maggiore $OA = 41439 \frac{1}{2}$, e l' eccentricità $OS = 2404 \frac{1}{2}$.

4. Si metta finalmente il semiasse maggiore $OA = 100000$; sarà relativamente al semiasse $OA = 100000$ l' eccentricità dell' orbita di Saturno 5802.

Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO.

377. Si noti che la determinata eccentricità, come non ricavata da' veri gradi di velocità di Saturno nell' afelio, e nel perielio, non può essere se non all' in grosso determinata. Cercheremo prima di conoscere, se ella è maggiore, o minore della vera, e poscia proccureremo di renderla alla vera approssimante a segno da poter sodisfare agli usi astronomici. Perciò soggiugniamo i due seguenti problemi.

PRO-

PROBL. XXIX.

378. *Esplorare se l' eccentricità di Saturno, all' in grosso determinata, sia maggiore, o minore della vera.*

SOLUZIONE.

Fig. 23 Contrassegnino AKPG l' orbita di Saturno, A l' afelio, P il perielio, AP l' asse maggiore, O il centro, OK il semiasse minore, S il fuoco, dove risiede il Sole, V l' altro fuoco, e T uno de' punti, dove l' equazione del centro è massima. Contrassegnino in oltre AFPX il cerchio descritto col diametro AP, e BECL l' eclittica. Per T s' intenda menata la FH perpendicolare ad AP; s' intendano di più congiunte le rette ST, TV, SF, OF; e finalmente s' intenda essere SE la linea del moto medio, qualora Saturno è in T.

Si supponga essere l' eccentricità SO della misura già determinata, cioè, posta OA = 100000, essere SO = 5802; e in conseguenza di ciò si vadano successivamente determinando OK, ST, l' anomalia vera, o sia l' angolo AST, l' anomalia eccentrica corrispondente, o sia l' angolo AOF, e finalmente la corrispondente anomalia media, o sia l' angolo ASE.

Si conoscerà essere l' eccentricità della misura

ſura adoperata maggiore, o minore della vera dall' equazione del centro, che riſulterà dalla differenza delle due anomalie vera, e media AST, ASE, la quale nel primo caſo ſarà maggiore dell' equazione maſſima del centro antecedentemente determinata, e nel ſecondo caſo minore. Venghiamo intanto al

CALCOLO.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, e poſta l'eccentricità SO = 5802; ſaranno SA = 105802, SP = 94198.

Per determinare OK.

Log. SA	= 5 . 0244939	
Log. SP	= 4 . 9740416	agg.
Som.	= 9 . 9985355	
Log. OK	= 4 . 9992677 .	

Sicchè

OK = 99831 . 51 .

Per

Per determinare ST.

$$
\begin{array}{lcl}
\text{Log. OA} & = & 5 \;.\; 0000000 \\
\text{Log. OK} & = & 4 \;.\; 9992677 \quad \text{agg.} \\
\hline
\text{Som.} & = & 9 \;.\; 9992677 \\
\textit{Log.}\ \text{ST} & = & 4 \;.\; 9996338 \;.
\end{array}
$$

Onde

$$ST = 99915 \;.\; 72 \;.$$

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

$$
\begin{array}{lcl}
SV = 2\,SO & = & 11604 \\
ST & = & 99915 \;.\; 72 \\
TV = 2\,OA - ST & = & 100084 \;.\; 28 \;;
\end{array}
$$

saranno

$$
\begin{array}{lcl}
\frac{1}{2} M & = & 105802 \\
\frac{1}{2} M - SV & = & 94198 \\
\frac{1}{2} M - ST & = & 5886 \;.\; 28 \;.
\end{array}
$$

E

E quindi

Log. ($\frac{1}{2}$M — SV)	=	4 . 9740416
Log. ($\frac{1}{2}$M — ST)	=	3 . 7698409
2 *Log*. ſen. maſ.	=	20 . 0000000
Som. I	=	28 . 7438825 .

Di più

Log. SV	=	4 . 0646076
Log. ST	=	4 . 9996338
Som. II	=	9 . 0642414 .

Onde

Som. I	=	28 . 7438825	
Som. II	=	9 . 0642414	ſott.
Reſid.	=	19 . 6796411	
Log. ſen. $\frac{1}{2}$ AST	=	9 . 8398205 $\frac{1}{2}$.	

E perciò

$$\tfrac{1}{2}\ \text{AST} = 43^\circ \cdot 45' \cdot 9'',$$

e conſeguentemente l' anomalia vera AST $= 87^\circ \cdot 30' \cdot 18''$.

Per

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK	=	4 . 9992677	
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST	=	9 . 9810822	agg.
Som.	=	14 . 9803499	
Log. PS	=	4 . 9740416	sott.
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF	=	10 . 0063083 .	

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45°. 24'. 57'',

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 49'. 54''.

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo OA = 100000, e l' angolo AOF = 90°. 49'. 54''; saranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, e 'l settore circolare AOF = 7925062916. Si suppponga da S calata su OF la perpendicolare SQ; essendo SO = 5802, e 'l com-

complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ = 89°. 10'. 6''; s' avrà SQ del seguente modo:

Log. sen. SOQ	=	9 . 9999542	
Log. SO	=	3 . 7635777	agg.
Som.	=	13 . 7635319	
Log. sen. mass.	=	10 . 0000000	sott.
Log. SQ	=	3 . 7635319 .	

Onde

SQ = 5801 . 36 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ × OF = 290068000, e conseguentemente lo spazio circolare ASF, somma del settore AOF, e del triangolo OSF, = 8215130916.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX, già determinata, allo spazio circolare ASF anche determinato, e ai gradi 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o sia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, si trova = 94°. 28'. 40''. Sicchè

Anom. med.	=	94° . 28' . 40''	
Anom. ver.	=	87 . 30 . 18	sott.
Equaz. del cent.	=	6° . 58' . 22'' .	

Or

Or tale equazione eccede la massima equazione del centro già determinata $6° : 32' . 21''$ per $26' . 1''$. E perciò l' eccentricità 5802 all' in grosso determinata è maggiore della vera.
Ch' è ciò, che bisognava esplorare.

PROBL. XXX.

379. *Insegnare il modo di rendere la determinata eccentricità alla vera sufficientemente approssimante.*

SOLUZIONE.

1. Si prenda l'eccentricità SO dell' orbita di Saturno alquanto minore di 5802, per esempio = 5700, e si vadano con essa, supposto il semiasse maggiore OA = 100000, ripetendo i calcoli fatti nel probl. prec.. Se ne risulta un' equazione del centro, che senza errore sensibile si può prendere per l'equazione massima già determinata; in tale caso l' eccentricità supposta è l' eccentricità sufficientemente approssimante alla vera. Se poi ne risulta un' equazione ancora sensibilmente maggiore, o minore della massima equazione del centro già determinata; in tale altro caso

2. Si dia all' eccentricità adoperata qualche altra diminuzione, o qualche accrescimento, e si vadano ripetendo i medesimi cal

calcoli; e ciò tante volte si vada facendo, finchè si vegga risultarne un' equazione, che senza sensibile errore si possa prendere per la massima equazione del centro già determinata.

L' ultima eccentricità adoperata, sarà la ricercata eccentricità sufficientemente alla vera approssimante.

Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

CALCOLO.

I.

Si metta l'eccentricità SO = 5600, supposto il semiasse maggiore OA = 100000; saranno SA = 105600, ed SP = 94400.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0236639
Log. SP = 4 . 9749720 agg.

Som. = 9 . 9986359
Log. OK = 4 . 9993179.

Sicchè

OK = 99843 . 05.

Per determinare ST.

$$
\begin{array}{llll}
\textit{Log. } OA & = 5 \cdot 0000000 & \\
\textit{Log. } OK & = 4 \cdot 9993179 & \text{agg.} \\
\hline
\text{Som.} & = 9 \cdot 9993179 & \\
\textit{Log. } ST & = 4 \cdot 9996589 \,. &
\end{array}
$$

Onde

$$ST = 99921 \cdot 49 \,.$$

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

$$
\begin{array}{ll}
SV = 2\,SO & = 11200 \\
ST & = 99921 \cdot 49 \\
TV = 2\,AO - ST & = 100078 \cdot 51 \,;
\end{array}
$$

saranno

$$
\begin{array}{rl}
\frac{1}{2} M & = 105600 \\
\frac{1}{2} M - SV & = 94400 \\
\frac{1}{2} M - ST & = 5678 \cdot 51 \,.
\end{array}
$$

E quindi

$$
\begin{aligned}
Log.\,(\tfrac{1}{2}M - SV) &= 4\,.\,9749720 \\
Log.\,(\tfrac{1}{2}M - ST) &= 3\,.\,7542344 \\
2\ Log.\ \text{sen. mas.} &= 20\,.\,0000000 \\
\hline
\text{Som. I} &= 28\,.\,7292064\,.
\end{aligned}
$$

Di più

$$
\begin{aligned}
Log.\ SV &= 4\,.\,0492180 \\
Log.\ ST &= 4\,.\,9996589 \ \text{agg.} \\
\hline
\text{Som. II.} &= 9\,.\,0488769\,.
\end{aligned}
$$

Onde

$$
\begin{aligned}
\text{Som. I} &= 28\,.\,7292064 \\
\text{Som. II} &= 9\,.\,0488769 \ \text{sott.} \\
\hline
\text{Resid.} &= 19\,.\,6803295 \\
Log.\ sen.\ \tfrac{1}{2}AST &= 9\,.\,8401647\,.
\end{aligned}
$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}AST = 43^{\circ}\,.\,47'\,.\,45'',$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 87^{\circ}\,.\,35'\,.\,30''$.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK	$=$	$4 \cdot 9993179$	
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST	$=$	$9 \cdot 9817397$	agg.
Som.	$=$	$14 \cdot 9810576$	
Log. PS	$=$	$4 \cdot 9749720$	sott.
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF	$=$	$10 \cdot 0060856$.	

Onde

$$\frac{1}{2}\,\text{AOF} = 45^\circ \cdot 24' \cdot 5'',$$

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF $= 90^\circ \cdot 48' \cdot 10''$.

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo OA $= 100000$, e l' angolo AOF $= 90^\circ \cdot 48' \cdot 10''$; saranno l' area del cerchio AFPX $= 3141000000$, e 'l settore circolare AOF $= 792254236\text{1}$.

Essendo in oltre OS $= 5600$, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè

cioè l' angolo SOQ = 89°. 11'. 50''; s' avrà SQ a questo modo:

Log. sen. SOQ	=	9 . 9999574	
Log. SO	=	3 . 7481880	agg.
Som.	=	13 . 7481454	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. SQ	=	3 . 7481454 .	

Onde

SQ = 5599 . 45 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ×OF = 279972500, e conseguentemente lo spazio circolare ASF, somma del settore AOF, e del triangolo SOF, = 8202514861.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX, allo spazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto porporzionale; s'avrà l' anomalia media BE, o sia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, si trova = 94°. 00'. 41''. Sicchè

anom. med.	=	94° . 00'. 41''	
anom. ver.	=	87 . 35 . 30	sott.
equaz. del cen.	=	6° . 25'. 11''.	

Or tale equazione manca dalla massima già de-

determinata di 6°. 32′. 21″ per 7′. 10″. E perciò l'eccentricità adoperata è alquanto minore della vera. Per la qual cosa

II.

Si metta l'eccentricità SO = 5660, supposto pure il semiasse maggiore OA = 100000; saranno SA = 105660, ed SP = 94340.

Per determinare OK.

Log. SA	= 5 . 0239105	
Log. SP	= 4 . 9746959	agg.
Som.	= 9 . 9986064	
Log. OK	= 4 . 9993032.	

Sicchè

OK = 99839 . 67 :

Per determinare ST.

Log. OA	= 5 . 0000000	
Log. OK	= 4 . 9993032	agg.
Som.	= 9 . 9993032	
Log. ST	= 4 . 9996516.	

On.

Onde

$$ST = 99919 . 81 .$$

Per determinare l' anomalia vera, o ſia l' angolo AST.

Si metta la ſomma de' lati del triangolo STV = M. Eſſendo

$$\begin{aligned} SV = 2\ SO &= 11320 \\ ST &= 99919 . 81 \\ TV = 2\ AO - ST &= 100081 . 19 ; \end{aligned}$$

ſaranno

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} M &= 105660 \\ \tfrac{1}{2} M - SV &= 94340 \\ \tfrac{1}{2} M - ST &= 5740 . 19 . \end{aligned}$$

E quindi

$$\begin{aligned} Log. (\tfrac{1}{2} M - SV) &= 4 . 9746959 \\ Log. (\tfrac{1}{2} M - ST) &= 3 . 7589262 \\ 2\ Log.\ ſen.\ maſ. &= 20 . 0000000 \\ \hline Som.\ I. &= 28 . 7336221 \end{aligned}$$

Di più

$$Log.\ SV = 4 . 0538464$$
$$Log.\ ST = 4 . 9996516$$

$$\text{Som. II} = 9 . 0534980 .$$

Onde

$$\text{Som. I} = 28 . 7336221$$
$$\text{Som. II} = 9 . 0534980 \quad \text{fott.}$$

$$\text{Refid.} = 19 . 6801241$$
$$Log.\ sen.\ \tfrac{1}{2} AST = 9 . 8400620 \tfrac{1}{2} .$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2} AST = 43^\circ . 46' . 59'',$$

e conſeguentemente l' anomalia vera AST = $87^\circ . 33' . 58''$.

Per determinare la corriſpondente anomalia eccentrica AOF.

$$Log.\ OK = 4 . 9993032$$
$$Log.\ tang.\ \tfrac{1}{2} AST = 9 . 9815458 \quad \text{agg.}$$

$$\text{Som.} = 14 . 9808490$$

Log.

Log. PS = 4 . 9746959 ſott.

Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF = 10 . 0061531 .

Onde

$\frac{1}{2}$ AOF = 45° . 24'. 21'',

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90° . 48'. 42''.

Per determinare la corriſpondente anomalia media ASE.

Eſſendo OA = 100000, e l' angolo AOF = 90° . 48' . 42'' ; ſaranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000 , e 'l ſettore circolare AOF = 7923317908 .

Eſſendo in oltre SO = 5660, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ = 89° . 11' . 18''; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ = 9 . 9999564
Log. SO = 3 . 7528164 agg.

Som. = 13 . 7527728
Log. ſen. maſſ. = 10 . 0000000 ſott.

Log. SQ = 3 . 7527728 .

On-

Onde

$$SQ = 5659 \cdot 43 .$$

Quindi il triangolo SOF $= \frac{1}{2} SQ \times OF =$ 282971500, e conseguentemente lo spazio circolare ASF, somma del settore AOF, e del triangolo OSF, $= 8206289408$.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX, allo spazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o sia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, si trova $= 94^\circ . 3' . 17''$. Sicchè

$$\begin{array}{lrl} \text{Anom. med.} & = & 94^\circ . \ 3' . 17'' \\ \text{Anom. ver.} & = & 87 . 33 . 58 \ \text{sott.} \\ \hline \text{Equaz. del cent.} & = & 6^\circ . 29' . 19'' . \end{array}$$

Or tale equazione è pure alquanto minore dell' equazione massima del cento già determinata di $6^\circ . 32' . 21''$ per $3' . 2''$. Sicchè l' eccentricità adoperata è anche alquanto minore della vera. Perciò

III.

Si metta l' eccentricità SO $= 5690$, supposto anche il semiasse maggiore OA $=$ 100000; saranno SA $= 105690$, ed SP $= 94310$.

Per

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0240338
Log. SP = 4 . 9745577 agg.

Som. = 9 . 9985915
Log. OK = 4 . 9992957 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

OK = 99837 . 96 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9992957 $\frac{1}{2}$ agg.

Som. = 9 . 9992957 $\frac{1}{2}$
Log. ST = 4 . 9996478 $\frac{3}{4}$.

Onde

ST = 99918 . 95 .

Per

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

$$SV = 2\,SO = 11380$$
$$ST = 99918 \cdot 95$$
$$TV = 2\,OA - ST = 100081 \cdot 05\,;$$

saranno

$$\tfrac{1}{2}M = 105690$$
$$\tfrac{1}{2}M - SV = 94310$$
$$\tfrac{1}{2}M - ST = 5771 \cdot 05\,.$$

E quindi

$$\text{Log.}\,(\tfrac{1}{2}M - SV) = 4 \cdot 9745577$$
$$\text{Log.}\,(\tfrac{1}{2}M - ST) = 3 \cdot 7612548$$
$$2\ \text{Log. sen. mas.} = 20 \cdot 0000000$$
$$\text{Som. I} = 28 \cdot 7358125\,.$$

Di più

$$\text{Log. SV} = 4 \cdot 0561423$$
$$\text{Log. ST} = 4 \cdot 9996478\tfrac{3}{4}$$
$$\text{Som. II} = 9 \cdot 0557901\tfrac{3}{4}\,:$$

Onde

Onde

$$\begin{array}{rcl} \text{Som. I} & = & 28 \cdot 7358125 \\ \text{Som. II} & = & 9 \cdot 0557901\tfrac{3}{4} \ \text{sott.} \\ \hline \text{Resid.} & = & 19 \cdot 6800223\tfrac{1}{4} \\ \textit{Log. sen.}\ \tfrac{1}{2}\,AST & = & 9 \cdot 8400111\tfrac{5}{8}. \end{array}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}\,AST = 43^\circ \cdot 46' \cdot 35'',$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 87^\circ \cdot 33' \cdot 10''$.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

$$\begin{array}{rcl} \textit{Log.}\ OK & = & 4 \cdot 9992957\tfrac{1}{2} \\ \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,AST & = & 9 \cdot 9814447 \ \text{agg.} \\ \hline \text{Som.} & = & 14 \cdot 9807404\tfrac{1}{2} \\ \textit{Log.}\ PS & = & 4 \cdot 9745577 \ \text{sott.} \\ \hline \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,AOF & = & 10 \cdot 0061827\tfrac{1}{2}, \end{array}$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}\,AOF = 45^\circ \cdot 24' \cdot 28'',$$

e con-

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90° . 48'. 56".

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo AO = 100000, e l' angolo AOF = 90° . 48'. 56"; saranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, e 'l settore circolare AOF = 7923657222.

Essendo in oltre SO = 5690, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ = 89° . 11' . 4"; s' avrà SQ a questo modo:

Log. sen. SOQ	=	9 . 9999560	
Log. SO	=	3 . 7551123	agg.
Som.	=	13 . 7550683	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. SQ	=	3 . 7550683 .	

Onde

SQ = 5689 . 424:

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ × OF = 284471200, e conseguentemente lo spazio circolare ASF, somma del settore AOF, e del

del triangolo SOF, = 8208128422.

Si cerchi ora in ordine all'area circolare AFPX già determinata, allo ſpazio circolare ASF anche determinato, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s'avrà l'anomalia media BE, o ſia l'angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 94°. 4'. 33''. Sicchè

anom. med.	= 94°. 4'. 33''	
anom. ver.	= 87 . 33 . 10	ſott.
Equaz. del cent.	= 6°. 31'. 23''.	

Or tale equazione ſi può ſenza ſenſibile errore prendere per l'equazione maſſima del centro già determinata relativamente a Saturno. Sicchè l'eccentricità 5690 relativamente all'orbita di Saturno, ſuppoſto il ſemiaſſe maggiore = 100000, ſi può anche ſenza ſenſibile errore prendere per la vera.

COROLLARIO I.

380. Eſſendoſi determinato relativamente all'orbita di Saturno, ſuppoſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000, eſſere l'eccentricità SO = 5690, e conſeguentemente il ſemiaſſe minore OK = 99837.96, la diſtanza ST, che ha Saturno dal Sole, dove l'equazione del centro è maſſima, = 99918.95, la diſtanza afelia dell'iſteſſo pianeta dal Sole SA

SA = 105690, e la distanza perielia SP = 94310; ed essendosi determinato relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000, essere il semiasse maggiore dell'orbita di Saturno = 953108 (§ 372); saranno relativamente al semiasse maggiore della terra, posto = 100000, dell' orbita di Saturno

il semiasse mag.	OA	=	953108
il semiasse min.	OK	=	951563 . 58
la distanza afel.	SA	=	1007339 . 84
la distanza	ST	=	952335 . 50
la distanza periel.	SP	=	898876 . 15
l' eccentricità	SO	=	54231 . 84.

COROLLARIO II.

381. Essendosi in oltre trovato l' angolo AST = 87° . 35′ . 30″; sarà l' anomalia vera, che compete a Saturno, dove la sua equazione del centro è massima in T = 87° . 35′ . 30, e in G = 272° . 24′ . 30″.

AVVERTIMENTO I.

382. Non ci prendiamo la pena di fare relativamente a Giove i simili calcoli fatti relativamente a Saturno; potendo chiunque ne sarà voglioso agevolmente determinare tutte le dimensioni dell' orbita di Giove del modo istesso, che noi abbiamo determinate quelle

quelle dell' orbita di Saturno. Soggiugniamo solamente d' essere stata già determinata, sebbene per vie diverse, l' eccentricità di Giove, e d' essere relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terreste, posto = 100000, secondo Keplero 25074, secondo Halley 25078. *6*, e secondo de la Lande 25277. *3*.

AVVERTIMENTO II.

383. So che tutti gli Astronomi in determinare l' eccentricità di Saturno, e di Giove hanno seguite strade diverse dalla nostra; ma io ho amato seguire le sicure tracce delle pure osservazioni, e non curarmi di quelle, che sentono delle supposizioni non esattamente concordi colla natura.

AVVERTIMENTO III.

384. Si noti finalmente che i metodi adoperati per riguardo sì di Saturno, che di Giove in determinare l' equazione massima del centro, l' afelio dell' orbita, e tutte le dimensioni dell' istessa orbita non sono applicabili a Marte, che da una opposizione all' altra compie più d' una intera sua rivoluzione, e molto meno a Venere, e a Mercurio per la medesima ragione. A fine dunque di poter fare le simili determinazioni per riguardo di ciascuno de' tre detti pianeti, conviene ricorrere ad altri metodi. Noi in-

tanto n' esporremo uno adattabile a tutti i pianeti, dal Sole in fuori, il quale non suppone, se non la determinazione de' periodi di essi, che si trova già fatta. Perciò soggiugniamo il

CAP. XII.

S' espone un metodo generale per determinare riguardo a ogni pianeta l' afelio dell' orbita, l' eccentricità, e quanto da tali determinazioni immediatamente ne risulta.

PROBL. XXXI.

385. ***Determinare in conseguenza d' osservazioni la longitudine, e la latitudine geocentriche d' un pianeta per qualunque tempo.***

SOLUZIONE.

Sieno da determinare la longitudine, e la latitudine geocentriche, che ha un pianeta nel 29 di Marzo del corrente anno 1784 a $9^{or.}$. $15'$ coll' ajuto d' osservazioni.

1. Se si conosce dover passare il pianeta pel meridiano nel detto giorno prima del detto

detto tempo; si determinino allora i tempi de' passaggi del pianeta pel meridiano, e le altezze meridiane e nella notte precedente, e nella notte del 29 di Marzo. Se poi si conosce dover passare dopo; si facciano in tale caso le simili determinazioni e nella notte del 29, e nella notte seguente.

2. Dalle determinazioni fatte si rilevino le ascensioni rette, e le declinazioni del pianeta per gli tempi de' detti passaggi; si faranno note le variazioni fatte dall' ascensione retta, e dalla declinazione nel tempo scorso da un passaggio pel meridiano all' altro.

3. Conosciute l' ascensione retta, e la declinazione del pianeta pel momento del primo determinato passaggio pel meridiano, e conosciute le dette variazioni, si determinino in conseguenza l' ascensione retta, e la declinazione del pianeta pel tempo assegnato.

4. Finalmente dall' ascensione retta, e dalla declinazione del pianeta pel tempo assegnato si rilevino col calcolo la longitudine, e la latitudine del pianeta pel medesimo tempo.

S' avranno in tal modo la longitudine, e la latitudine geocentriche cercate.
Ch' è quanto bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

386. Contrassegnino LXV l' eclittica ABC Fig.41, e 42

ABC l'orbita della terra, PRT l'orbita d' un pianeta, che si suppone pianeta superiore nella *Fig.* 41, e inferiore nella *Fig.* 42, ed S il Sole. Se si determinano per qualunque tempo H la longitudine, e la latitudine geocentriche di tale pianeta. Supposto essere in tale tempo la terra in A, e 'l pianeta in P; supposto in oltre calata da P sul piano dell'eclittica la perpendicolare PQ; supposto pure congiunte le rette AS, AP, AQ, e prolungate AQ in M, e AS in X; e supposto finalmente essere V il principio d'ariete: dinoteranno del pianeta pel tempo H l' arco VM la longitudine geocentrica determinata, e l'angolo PAQ la determinata latitudine geocentrica; onde sarà noto sì il detto arco VM, che il detto angolo PAQ. Anzi, se per l'istesso tempo H si determina la longitudine VX del Sole, si fa noto anche l'arco XM, e conseguentemente l'angolo d'elongazione QAS, il quale, per essere l'intera orbita terrestre un punto per rispetto dell'immensa sfera mondana, si può considerare misurato dal detto arco XM.

AVVERTIMENTO II.

387. Se, determinate pel tempo H la longitudine, e la latitudine geocentriche del pianeta, essendosi trovato esso in P, e la terra in A, e determinata la longitudine del Sole, e conseguentemente resi noti l'angolo di

di elongazione QAS, e l'angolo PAQ, latitudine geocentrica del pianeta nel tempo H, s' aspetta il ritorno dell' istesso pianeta al medesimo punto P dell' orbita, compito dal tempo H un intero suo periodo; e in tale altro tempo, che per chiarezza chiamo K, si determineranno pure la longitudine, e la latitudine geocentriche del pianeta, e la longitudine del Sole. Supposto trovarsi allora la terra in B, e supposto congiunte le rette BS, BP, BQ, si faranno similmente noti l' angolo di elongazione QBS, e l' angolo PBQ, latitudine geocentrica del pianeta nel tempo K.

AVVERTIMENTO III.

388. Si suppongano già fatte le dette determinazioni, e si suppongano della terra, in vigore della teorica de' suoi moti, determinate per gli tempi H, e K le longitudini vere, e le distanze dal Sole; si farà noto l' angolo ASB, e note si faranno pure le AS, BS. Veggiamo ora quali altre determinazioni ne risultano in conseguenza delle supposte. S' intendano perciò tirate la retta AB, e la retta SQ, e questa s' intenda prolungata in L.

1. Nel triangolo ASB, noti i lati AS, BS, e l' angolo ASB, si determinino gli angoli SAB, SBA, e 'l lato AB. Per essere già determinati gli angoli SAQ, SBQ, no-

ti si faranno pure gli angoli QAB, QBA.

2. Nel triangolo AQB, noti gli angoli QAB, QBA, e 'l lato AB, si determinino AQ, BQ, distanze curtate del pianeta dalla terra ne' tempi H, e K.

3. Nel triangolo SAQ, noti i due lati AS, AQ, e l' angolo SAQ, si determinino SQ, distanza curtata del pianeta dal Sole in ambi i tempi H, e K, l' angolo di commutazione ASQ, e la parallasse annua AQS pel tempo H. Si farà noto l' angolo QSX, e conseguentemente l' arco LX, che il misura; il quale arco, aggiuntovi nel caso della *figu.* 41 VX già noto, dà la longitudine eliocentrica VXL del pianeta; e, sottrattone nel caso della *Fig.* 42 VX, dà VL, complimento della longitudine eliocentrica del pianeta all' intera periferia.

4. Ne' triangoli PAQ, PBQ rettangoli in Q, noti in uno il lato AQ, e l' angolo PAQ, e nell' altro il lato BQ, e l' angolo PBQ, si determinino i lati AP, BP, distanze effettive del pianeta dalla terra ne' detti tempi H, e K, e 'l lato PQ.

5. Finalmente nel triangolo PSQ, noti i due lati SQ, PQ, si determinino SP, distanza del pianeta dal Sole alla longitudine eliocentrica già determinata, e l' angolo PSQ, latitudine eliocentrica dell' istesso pianeta alla medesima longitudine.

Ecco in che modo con osservare un pianeta due volte in un medesimo punto della

sua

ſua orbita, e con determinarne ogni volta la longitudine, e la latitudine geocentriche, ſi poſſono avere di tale pianeta la longitudine, e la latitudine eliocentriche, che li competono nel ſito, dove è ſtato oſſervato, la diſtanza effettiva dal Sole nel medeſimo ſito, e le diſtanze effettive dalla terra per gli tempi delle due oſſervazioni.

AVVERTIMENTO IV.

389. Si noti che la preceſſione degli equinozj fa che al pianeta, oſſervato due volte nell' iſteſſo punto P della ſua orbita, non li competa in ambi i tempi delle oſſervazioni l' iſteſſiſſima longitudine eliocentrica, dovendo eſſer quella, che li compete pel tempo della prima oſſervazione fatta, trovandoſi la terra in A, alquanto minore dell' altra, che l' appartiene pel tempo dell' oſſervazione ſeconda fatta, trovandoſi la terra in B, e tanto minore, quant' è, durante l' intervallo delle due oſſervazioni, la miſura della preceſſione degli equinozj. Quindi, determinata la longitudine eliocentrica del pianeta del moto già detto pel tempo della prima oſſervazione, con aggiugnere ad eſſa la preceſſione degli equinozj, durante l' intervallo delle oſſervazioni, ſi ha la longitudine eliocentrica dell' iſteſſo pianeta pel tempo della ſeconda oſſervazione.

AVVERTIMENTO V.

390. Da quanto s'è detto fin qui si comprende in che modo in più periodi d'un pianeta si possono determinare relativamente al semiasse maggiore dell'orbita terrestre le distanze dal Sole di più punti della sua orbita, e le longitudini eliocentriche avute ne' medesimi punti. E' d'avvertire intanto che tali longitudini vengono determinate relativamente all'eclittica: però si possono senza sensibile errore prendere come determinate relativamente all'orbita del pianeta, differendo le une di assai poco dalle altre, come si vedrà appresso. Ed è altresì d'avvertire che le istesse longitudini conviene riferirle tutte a un istesso principio, per evitare i piccioli errori, che risulterebbero agli angoli formati dalle dette distanze del pianeta dal Sole, se a cagione della precessione degli equinozj venissero le dette longitudini da principj alquanto tra essi diversi computate. Premesse tali cose, veggiamo ora come, determinate relativamente al semiasse maggiore dell'orbita terrestre tre distanze del pianeta dal Sole in tre punti diversi della sua orbita, e determinate le longitudini eliocentriche del pianeta avute ne' medesimi punti, e riferite tutte a un istesso principio, si possono determinare dell'orbita del piane-

ta l'afelio, l' eccentricità, e tutte le altre sue dimensioni. Perciò sia il

PROBL. XXXII.

391. *Insegnare, date le distanze, che ha dal Sole un pianeta in tre diversi punti della sua orbita, e date le longitudini eliocentriche, che ha ne' medesimi punti, il modo di determinare di tale orbita il luogo dell' afelio, la distanza afelia, la distanza perielia, il semiasse maggiore, e l' eccentricità.*

SOLUZIONE.

Contrassegnino AMP l'orbita ellittica del pianeta, AP l' asse maggiore, O il centro, S il fuoco, dove risiede il Sole, A l' afelio, P il perielio, ed SM, SN, SQ le tre distanze date, che ha il pianeta dal Sole in tre punti M, N, Q dell' orbita. S' intenda essere DE la direttrice di tale ellisse; e s' intendano congiunte le rette MN, NQ, e prolungate fino alla direttrice in C, e D. S' intenda pure prolungato l' asse AP in B; e s' intendano da N calate NE, NF perpendicolari rispettivamente su DE, AP. Fig.43

Essendo date le longitudini eliocentriche del pianeta ne' tre punti M, N, Q della sua orbita, noti si faranno i due angoli MSN, NSQ. Quindi

1. Nel triangolo MSN, noti i lati SM, SN,

SN, e l' angolo MSN, si determinino gli angoli SMN, SNM, e 'l lato MN.

2. Similmente nel triangolo NSQ, noti i lati SN, SQ, e l' angolo NSQ, si determinino gli angoli SNQ, SQN, e 'l lato NQ. Si farà noto pure l' angolo MNQ, e noto anche il suo conseguente DNC.

3. Essendo per la natura dell' ellisse SM — SN : SN = MN : NC (§ 246); se in ordine alla differenza di SM, SN, a SN, e ad MN si cerca la quarta proporzionale; si fa con tale quarta proporzionale nota la NC.

4. Similmente, essendo SN — SQ : SN = NQ : ND, se in ordine alla differenza di SN, SQ, ad SN, e ad NQ si cerca la quarta proporzionale; si fa con tale altra quarta proporzionale nota la ND.

5. Nel triangolo DNC, noti i lati DN, NC già determinati, e l' angolo DNC pure determinato, si determini l'angolo NDC. Si farà nel triangolo rettangolo DEN noto l' angolo DNE. Onde noto si farà pure l' intero angolo SNE, somma delli due SNQ, DNE; e conseguentemente noto si farà il suo alterno NSA; il quale angolo, tolto dalla longitudine eliocentrica del pianeta in N, dà la longitudine, o sia il luogo dell'afelio A.

6. Nel triangolo rettangolo DEN, noti gli angoli, e l' ipotenusa DN, si determini il lato NE. Si farà nota la sua uguale BF.

7. Nel

7. Nel triangolo rettangolo NFS, noto l' angolo SNF, eccesso di SNE sul retto FNE, e nota l' ipotenusa SN, si determini il lato SF. Si farà nota l' intera SB.

8. Essendo per la natura dell' ellisse SN : NE = SP : PB (§ 245), sarà SN + NE : SN = SB : SP; e perciò se in ordine alla somma di SN, NE, a SN, e ad SB si cerca la quarta proporzionale; si ha con tale quarta proporzionale la distanza perielia PS cercata.

9. Essendo similmente BP : PS = BA : AS (§ 245), sarà BP — PS : PS = BS : AS; e perciò se in ordine alla differenza delle rette BP, PS, alla retta PS, e alla retta BS si cerca la quarta proporzionale; si ha con tale altra quarta proporzionale la distanza afelia SA. Onde nota si fa anche l' intero asse maggiore AP, e nota perciò la sua metà OA, e conseguentemente nota l' eccentricità OS.

Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

392. Coll' ajuto dell' esposto metodo dovressimo determinare i luoghi degli afelj, le distanze afelie, e perielie dal Sole, i semiassi maggiori, e l' eccentricità di Marte, di Venere, e di Mercurio, che non si sono potute determinare per rispetto di sì fatti pianeti col metodo praticato per rispetto di Satur-

Saturno, e di Giove: ma dal ciò fare siamo stati arrestati dalla mancanza delle osservazioni, che suppone la pratica di tale metodo. So che le dette determinazioni sono state fatte comunemente dagli Astronomi con altri metodi: però come cotali metodi sono fondati sopra supposizioni non concordi colla natura; così le determinazioni ricavate da essi sono riuscite non poco erronee; e non sono state rese sufficientemente alle vere approssimanti, se non a forza di reiterate correzioni datele, confrontando i risultati di esse co' risultati delle osservazioni.

AVVERTIMENTO II.

393. Soggiugniamo intanto le dette determinazioni relativamente a tutt'i pianeti primarj, quali si trovano oggi dopo le correzioni datele dal Sig. de la Lande, e quali in seguito le adopreremo sempre. Posto il semiasse maggiore dell'orbita terrestre = 100000, sono il semiasse maggiore dell'orbita di

Saturno	=	953936 . 83
Giove	=	520097 . 91
Marte	=	152369 . 27
Venere	=	72333 . 24
Mercurio	=	38709 . 88;

l'eccentricità dell'orbita di

Satur-

Saturno	=	53210
Giove	=	25277 . 3
Marte	=	14218 . 1
Venere	=	510 . 2
Mercurio	=	7960 ;

e 'l luogo dell' afelio per l' an. 1750 dell' orbita di

Saturno	=	8^s .	29° .	$53'$.	$30''$
Giove	=	6 .	10 .	22 .	31
Marte	=	5 .	1 .	28 .	24
Venere	=	10 .	8 .	13 .	00
Mercurio	=	8 .	13 .	33 .	3 .

E perciò, se relativamente all' orbita d' ognuno de' detti pianeti si mette il semiasse maggiore = 100000, ne risultano per l' orbita

di Saturno

l' eccentricità	=	5577 . 93
la distanza afelia	=	105577 . 93
la distanza perielia	=	94422 . 07 ,

di Giove

l' eccentricità	=	4860 . 14
la distanza afelia	=	104860 . 14
la distanza perielia	=	95139 . 86 ;

di

di Marte

l' eccentricità	=	9331 . 34	
la diſtanza afelia	=	109331 . 34	
la diſtanza perielia	=	90668 . 66	,

di Venere

l' eccentricità	=	705 . 34	
la diſtanza afelia	=	100705 . 34	
la diſtanza perielia	=	99294 . 66	,

di Mercurio

l' eccentricità	=	20563 . 22	
la diſtanza afelia	=	120563 . 22	
la diſtanza perielia	=	79436 . 78	.

AVVERTIMENTO III.

394. Procediamo ora a dedurre in conſeguenza delle determinazioni già notate relativamente a ciaſcuno de' pianeti primarj le altre dimenſioni delle orbite di eſſi, e l' equazioni maſſime del centro. Perciò ſia il

PROBL. XXXIII.

395. *Inſegnare il modo di ricavare in conſeguenza delle determinazioni già notate relativamente a ciaſcuno de' pianeti primarj le altre dimen-*

dimensioni dell' orbita d' ognuno di essi, e l' equazione massima del centro.

SOLUZIONE.

Contrassegnino AKPG l'orbita di qualunque de' pianeti primarj, A l'afelio, P il perielio, AP l'asse maggiore, O il centro, OK il semiasse minore, S il fuoco, dove risiede il Sole, V l'altro fuoco, e T uno de' punti, dove l' equazione del centro è massima. Contrassegnino in oltre AFPX il cerchio descritto col diametro AP, e BECL l' eclittica. Per T s' intenda manata la FH perpendicolare ad AP; s' intendano di più congiunte le rette ST, TV, SF, OF; e finalmente s' intenda essere SE la linea del moto medio, qualora il pianeta è in T. Fig.23

Si mettano il semiasse maggiore OA = 100000, e le distanze SA, SP quante sono state notate; e in conseguenza di ciò si vadano successivamente determinando OK, ST, l'anomalia vera, o sia l'angolo AST, l' anomalia eccentrica corrispondente, o sia l' angolo AOF, l' anomalia media, o sia l' angolo ASE, e finalmente l' equazione del centro, o sia l' angolo TSE.

S' avranno in tal modo tutte le determinazioni, che si cerca di fare. Ch' è quanto bisognava insegnare.

CAL.

CALCOLO.

Per Saturno.

Posto il semiasse maggiore OA = 100000, saranno SA = 105577 . 93, SP = 94422 . 07.

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0235730
Log. SP = 4 . 9741526

Som. = 9 . 9977256
Log. OK = 4 . 9988628.

Sicchè

OK = 99738 . 46.

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9988628

Som. = 9 . 9988628
Log. ST = 4 . 9994314.

Onde

Onde

$$ST = 99869 . 17 ;$$

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

$$\begin{array}{lcl} SV = 2\,SO & = & 11155 . 86 \\ ST & = & 99869 . 17 \\ TV = 2\,OA - ST & = & 100130 . 83 ; \end{array}$$

saranno

$$\begin{array}{lcl} \frac{1}{2} M & = & 105577 . 93 \\ \frac{1}{2} M - SV & = & 94422 . 07 \\ \frac{1}{2} M - ST & = & 5708 . 76 . \end{array}$$

E quindi

$$\begin{array}{lcl} Log. (\frac{1}{2} M - SV) & = & 4 . 9741526 \\ Log. (\frac{1}{2} M - ST) & = & 3 . 7565417 \\ 2\ Log.\ sen.\ mass. & = & 20 . 0000000 \\ \hline \text{Som. I.} & = & 28 . 7306943 . \end{array}$$

Di più

$$\begin{array}{rcl} \textit{Log.}\ SV & = & 4 \,.\, 0475030 \\ \textit{Log.}\ ST & = & 4 \,.\, 9994314 \\ \hline \text{Som. II.} & = & 9 \,.\, 0469344 \,. \end{array}$$

Onde

$$\begin{array}{rcl} \text{Som. I} & = & 28 \,.\, 7306943 \\ \text{Som. II} & = & 9 \,.\, 0469344 \quad \text{ſott.} \\ \hline \text{Reſid.} & = & 19 \,.\, 6837599 \\ \textit{Log. ſen.}\ \tfrac{1}{2}\,AST & = & 9 \,.\, 8418799 \,. \end{array}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}\,AST = 44^{\circ} \,.\, 00' \,.\, 42'' ;$$

e conſeguentemente l'anomalia vera $AST = 88^{\circ} \,.\, 1' \,.\, 24''$.

Per determinare la corriſpondente anomalia eccentrica AOF.

$$\begin{array}{rcl} \textit{Log.}\ OK & = & 4 \,.\, 9988628 \\ \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,AST & = & 9 \,.\, 9850141 \\ \hline \text{Som.} & = & 14 \,.\, 9838769 \end{array}$$

Log.

$$\text{Log. PS} = 4 \,.\, 9741526 \text{ sott.}$$

$$\text{Log. tang. } \tfrac{1}{2}\text{ AOF} = 10 \,.\, 0097243 \,.$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}\text{ AOF} = 45^\circ \,.\, 38' \,.\, 29'';$$

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF $= 91^\circ \,.\, 16' \,.\, 58''$.

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo OA = 100000, e l' angolo AOF $= 91^\circ \,.\, 16' \,.\, 58''$; saranno
l' area del cerchio AFPX = 3141000000,
il settore circolare AOF = 7964422361.
Si supponga da S calata su OF la perpendicolare SQ. Essendo SO = 5577 . 93, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ $= 88^\circ \,.\, 43' \,.\, 2''$; s'avrà SQ a questo modo:

$$\text{Log. sen. SOQ} = 9 \,.\, 9998911$$
$$\text{Log. SO} = 3 \,.\, 7464730$$

$$\text{Som.} = 13 \,.\, 7463641$$

$$
\begin{array}{l}
Log.\ \text{sen. mas.} = 10\ .\ 0000000\ \text{sott.} \\
\hline
Log.\ SQ = 3\ .\ 7463641\ .
\end{array}
$$

Onde

$$SQ = 5576\ .\ 53\ .$$

Quindi il triangolo SOF $= \frac{1}{2}$ SQ $\times$ OF $=$ 278826500, e conseguentemente lo spazio circolare ASF, somma del settore AOF, e del triangolo OSF, $=$ 8243248861.

Si cerchi ora in ordine all' area circolare AFPX, già determinata, allo spazio circolare ASF, anche determinato, e ai gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s'avrà l' anomalia media BE, o sia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, si trova $=$ $94^\circ\ .\ 28'\ .\ 43''$. Quindi

$$
\begin{array}{llll}
\text{anom.} & \text{med.} & = 94^\circ\ .\ 28'\ .\ 43'' & \\
\text{anom.} & \text{vera} & = 88\ .\ 1\ .\ 24 & \text{sott.} \\
\hline
\multicolumn{3}{l}{\text{mas. equaz. del cent.} = 6^\circ\ .\ 27'\ .\ 19''\ ,} &
\end{array}
$$

Per Giove.

Posto il semiasse maggiore OA $=$ 100000; saranno SA $=$ 104860 . 14, SP $=$ 95139 . 86.

Per

Per determinare OK.

Log. SA = 5 . 0206103
Log. SP = 4 . 9783624

Som. = 9 . 9989727
Log. OK = 4 . 9994863 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

OK = 99881 . 80 .

Per determinare ST.

Log. OA = 5 . 0000000
Log. OK = 4 . 9994863 $\frac{1}{2}$

Som. = 9 . 9994863 $\frac{1}{2}$,
Log. ST = 4 . 9997431 $\frac{3}{4}$.

Onde

ST = 99940 . 89 .

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

$$\begin{aligned} SV &= 2\,SO &&= 9720\,.\,28 \\ ST & &&= 99940\,.\,89 \\ TV &= 2\,OA - ST &&= 100059\,.\,11\,; \end{aligned}$$

saranno

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} M &= 104860\,.\,14 \\ \tfrac{1}{2} M - SV &= 95139\,.\,86 \\ \tfrac{1}{2} M - ST &= 4919\,.\,25\,. \end{aligned}$$

E quindi

$$\begin{aligned} Log.\,(\tfrac{1}{2}M - SV) &= 4\,.\,9783624 \\ Log.\,(\tfrac{1}{2}M - ST) &= 3\,.\,6918988 \\ 2\,Log.\ \text{sen. mas.} &= 20\,.\,0000000 \\ \hline \text{Som. I.} &= 28\,.\,6702612\,. \end{aligned}$$

Di più

$$\begin{aligned} Log.\ SV &= 3\,.\,9876787 \\ Log.\ ST &= 4\,.\,9997431\tfrac{3}{4} \\ \hline \text{Som. II.} &= 8\,.\,9874218\tfrac{3}{4}\,. \end{aligned}$$

On-

Onde

$$\begin{array}{lrl} \text{Som. I.} = & 28 & .\ 6702612 \\ \text{Som. II.} = & 8 & .\ 9874218\tfrac{3}{4}\ \text{sott.} \\ \hline \text{Resid.} = & 19 & .\ 6828393\tfrac{3}{4} \\ \textit{Log. sen.}\ \tfrac{1}{2}\,\text{AST} = & 9 & .\ 8414196\tfrac{5}{8}\,. \end{array}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}\,\text{AST} = 43^\circ .\ 57',\ 18'';$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 87^\circ .\ 54' .\ 36''$.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

$$\begin{array}{lrl} \textit{Log.}\ \text{OK} = & 4 & .\ 9994863\tfrac{1}{2} \\ \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,\text{AST} = & 9 & .\ 9841545 \\ \hline \text{Som.} = & 14 & .\ 9836408\tfrac{1}{2} \\ \textit{Log.}\ \text{PS} = & 4 & .\ 9783624\ \text{sott.} \\ \hline \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,\text{AOF} = & 10 & .\ 0052784\tfrac{1}{2}\,. \end{array}$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}\,\text{AOF} = 45^\circ .\ 20' .\ 53'';$$

 e con-

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF $= 90° . 41' . 46''$.

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo OA = 100000, e l'angolo AOF $= 90° . 41' . 46''$; saranno
l' area del cerchio AFPX = 3141000000,
il settore circolare AOF = 7913235694.
Essendo in oltre SO = 4860 . 14, e 'l complimento a due retti dell' angolo AOF, cioè l' angolo SOQ $= 89° . 18' . 14''$; s' avrà SQ a questo modo:

Log. sen. SOQ	=	9 . 9999679
Log. SO	=	3 . 6866488
Som.	=	13 . 6866167
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000 sott.
Log. SQ	=	3 . 6866167 .

Onde

SQ = 4859 . 78 ;

Quindi il triangolo SOF $= \frac{1}{2}$ SQ × OF = 242989000, e conseguentemente lo spazio circolare ASF = 8156224694.

Si

Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX, allo ſpazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o ſia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova $= 93^\circ . 28' . 51''$. Quindi

Anom. med.	$= 93^\circ . 28' . 51''$	
Anom. ver.	$= 87 . 54 . 36$	ſott.
maſ. equaz. del cent.	$= 5^\circ . 34' . 15''$.	

Per Marte.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000 ſaranno SA = 109331 . 34, ed SP = 90668; 66 .

Per determinare OK.

Log. SA	$= 5 . 0387445$	
Log. SP	$= 4 . 9574571$	agg.
Som.	$= 9 . 9962016$	
Log. OK	$= 4 . 9981008$.	

Sicchè

OK = 99563 . 64 .

Per

Per determinare ST.

$$\begin{array}{lcl}
Log.\ OA & = & 5\ .\ 0000000 \\
Log.\ OK & = & 4\ .\ 9981008\ \text{agg.} \\
\hline
\text{Som.} & = & 9\ .\ 9981008 \\
Log.\ ST & = & 4\ .\ 9990504\ .
\end{array}$$

Onde

$$ST = 99781\ .\ 58\ .$$

Per determinare l'anomalia vera, o sia l'angolo AST.

Si metta la somma de' lati del triangolo STV = M. Essendo

$$\begin{array}{lcl}
SV = 2\ SO & = & 18662\ .\ 68 \\
ST & = & 99781\ .\ 58 \\
TV = 2\ AO - ST & = & 100218\ .\ 42\ ;
\end{array}$$

saranno

$$\begin{array}{lcl}
\frac{1}{2}M & = & 109331\ .\ 34 \\
\frac{1}{2}M - SV & = & 90668\ .\ 66 \\
\frac{1}{2}M - ST & = & 9549\ .\ 76\ ;
\end{array}$$

E

E quindi

$$
\begin{array}{lcl}
Log. (\frac{1}{2} M - SV) & = & 4 \, . \, 9574571 \\
Log. (\frac{1}{2} M - ST) & = & 3 \, . \, 9799924 \\
2 \; Log. \; sen. \; mas. & = & 20 \, . \, 0000000 \\
\hline
Som. \; I. & = & 28 \, . \, 9374495 \, .
\end{array}
$$

Di più

$$
\begin{array}{lcl}
Log. \; SV & = & 4 \, . \, 2709739 \\
Log. \; ST & = & 4 \, . \, 9990504 \;\; agg. \\
\hline
Som. \; II. & = & 9 \, . \, 2700243 \, .
\end{array}
$$

Onde

$$
\begin{array}{lcl}
Som. \; I & = & 28 \, . \, 9374495 \\
Som. \; II & = & 9 \, . \, 2700243 \;\; sott. \\
\hline
Resid. & = & 19 \, . \, 6674252 \\
Log. \; sen. \; \frac{1}{2} AST & = & 9 \, . \, 8337126 \, .
\end{array}
$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2} AST = 42^\circ . \, 59' . \, 28'' ;$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 85^\circ . \, 58' . \, 56''$.

Per

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

$$
\begin{array}{rcl}
\textit{Log.}\ \mathrm{OK} & = & 4 \cdot 9981008 \\
\textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,\mathrm{AST} & = & 9 \cdot 9695208 \\
\hline
\mathrm{Som.} & = & 14 \cdot 9676216 \\
\textit{Log.}\ \mathrm{PS} & = & 4 \cdot 9574571\ \text{sott.} \\
\hline
\textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,\mathrm{AOF} & = & 10 \cdot 0101645\,.
\end{array}
$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}\,\mathrm{AOF} = 45^{\circ} \cdot 40' \cdot 13'';$$

e conseguentemente l' anomalia eccentrica AOF = $91^{\circ} \cdot 20' \cdot 26''$.

Per determinare la corrispondente anomalia media ASE.

Essendo AO = 100000, e l' angolo AOF = $91^{\circ} \cdot 20' \cdot 26''$; saranno l' area del cerchio AFPX = 31410000000, il settore circolare AOF = 7969463472. Essendo in oltre SO = 9331 . 34, e l' angolo SOQ = $88^{\circ} \cdot 39' \cdot 34''$; s' avrà SQ a questo modo:

Log.

$$\begin{array}{lcl} Log.\ sen.\ SOQ & = & 9 \cdot 9998811 \\ Log.\ SO & = & 3 \cdot 9699440 \text{ agg.} \\ \hline Som. & = & 13 \cdot 9698251 \\ Log.\ sen.\ maf. & = & 10 \cdot 0000000 \text{ sott.} \\ \hline Log.\ SQ & = & 3 \cdot 9698251 . \end{array}$$

Onde

$$SQ = 9328 \cdot 78 .$$

Quindi il triangolo SOF $= \frac{1}{2}$ SQ $\times$ OF $=$ 466439000, e conseguentemente lo spazio circolare ASF $=$ 8435902472.

Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX, allo spazio circolare ASF, ed ai gr. 360 della periferia BECL il quarto porporzionale; s'avrà l' anomalia media BE, o sia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, si trova $= 96° . 41' . 11''$. Quindi

$$\begin{array}{lcl} anom.\ med. & = & 96° . 41' . 11'' \\ anom.\ ver. & = & 85 . 58 . 56 \text{ sott.} \\ \hline maf.\ equaz.\ del\ cent. & = & 10° . 42' . 15'' , \end{array}$$

Per Venere.

Posto il semiasse maggiore OA $=$ 100000; saran-

saranno SA = 100705 . 34, SP = 99294 . 66.

Per determinare OK.

Log. SA	=	5 . 0030525
Log. SP	=	4 . 9969258
Som.	=	9 . 9999783
Log. OK	=	4 . 9999891 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

OK = 99997 . 5.

Per determinare ST.

Log. OA	=	5 . 0000000
Log. OK	=	4 . 9999891 $\frac{1}{2}$
Som.	=	9 . 9999891 $\frac{1}{2}$
Log. ST	=	4 . 9999945 $\frac{3}{4}$.

Onde

ST = 99998 . 75.

Per

Per determinare l' anomalia vera, o ſia l' angolo AST.

Si metta la ſomma de' lati del triangolo STV = M. Eſſendo

$$\begin{aligned} SV = 2\,SO &= 1410\,.\,68 \\ ST &= 99998\,.\,75 \\ TV = 2\,AO - ST &= 100001\,.\,25\,; \end{aligned}$$

ſaranno

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}M &= 100705\,.\,34 \\ \tfrac{1}{2}M - SV &= 99294\,.\,66 \\ \tfrac{1}{2}M - ST &= 706\,.\,59\,. \end{aligned}$$

E quindi

$$\begin{aligned} Log.\,(\tfrac{1}{2}M - SV) &= 4\,.\,9969258 \\ Log.\,(\tfrac{1}{2}M - ST) &= 2\,.\,8491674 \\ 2\ Log.\ \text{ſen. maſ.} &= 20\,.\,0000000 \\ \hline \text{Som. I} &= 27\,.\,8460932\,. \end{aligned}$$

Di più

$$\begin{aligned} Log.\ SV &= 3\,.\,1494284 \\ Log.\ ST &= 4\,.\,9999945\tfrac{3}{4} \\ \hline \text{Som. II} &= 8\,.\,1494229\tfrac{3}{4}\,. \end{aligned}$$

On-

Onde

$$\begin{array}{rcl} \text{Som. I} & = & 27 \,.\, 8460932 \\ \text{Som. II} & = & 8 \,.\, 1494229\tfrac{3}{4} \text{ sott.} \\ \hline \text{Resid.} & = & 19 \,.\, 6966702\tfrac{1}{4} \\ \textit{Log. sen.}\ \tfrac{1}{2}\,AST & = & 9 \,.\, 8483351\tfrac{1}{8}\,. \end{array}$$

E perciò

$$\tfrac{1}{2}\,AST = 44^\circ .\ 50' .\ 55'',$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 89^\circ .\ 41' .\ 50''$.

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica AOF.

$$\begin{array}{rcl} \textit{Log.}\ OK & = & 4 \,.\, 9999891\tfrac{1}{2} \\ \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,AST & = & 9 \,.\, 9977049 \\ \hline \text{Som.} & = & 14 \,.\, 9976940\tfrac{1}{2} \\ \textit{Log.}\ PS & = & 4 \,.\, 9969258 \text{ sott.} \\ \hline \textit{Log. tang.}\ \tfrac{1}{2}\,AOF & = & 10 \,.\, 0007682\tfrac{1}{2}\,. \end{array}$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}\,AOF = 45^\circ .\ 3' .\ 2'';$$

e con-

e conſeguentemente l' anomalia eccentrica AOF = 90°. 6'. 4''.

Per determinare la corriſpondente anomalia media ASE.

Eſſendo OA = 100000, e l' angolo AOF = 90°. 6'. 4''; ſaranno
l' area del cerchio AFPX = 3141000000,
il ſettore circolare AOF = 7853605895.
Eſſendo in oltre SO = 705 . 34, e l' angolo SOQ = 89°. 53'. 56''; s' avrà SQ a queſto modo:

Log. ſen. SOQ	=	9 . 9999993
Log. SO	=	2 . 8483985
Som.	=	12 . 8483978
Log. ſen. maſſ.	=	10 . 0000000 ſott.
Log. SQ	=	2 . 8483978 .

Onde

SQ = 705 . 33 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ×OF = 35266500, e conſeguentemente lo ſpazio circolare ASF = 7888872395.
Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX,

 allo

allo ſpazio circolare ASF, e alli gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s'avrà l'anomalia media BE, o ſia l'angolo BSE, che, fatto il calcolo, ſi trova = 90°. 25'. Quindi,

anom. med.	= 90°. 25'. 00"	
anom. ver.	= 89. 41. 50	ſott.
maſ. equaz. del cen. =	43'. 10".	

Per Mercurio.

Poſto il ſemiaſſe maggiore OA = 100000; ſaranno SA = 120563.22, SP = 79436.78.

Per determinare OK.

Log. SA	= 5. 0812147
Log. SP	= 4. 9000216
Som.	= 9. 9812363
Log. OK	= 4. 9906181 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

OK = 97862. 91.

Per

Per determinare ST.

$$
\begin{array}{lcl}
\textit{Log.}\ OA & = & 5\ .\ 0000000 \\
\textit{Log.}\ OK & = & 4\ .\ 9906181\ \tfrac{1}{2} \\
\hline
\text{Som.} & = & 9\ .\ 9906181\ \tfrac{1}{2} \\
\textit{Log.}\ ST & = & 4\ .\ 9953090\ \tfrac{3}{4}\ .
\end{array}
$$

Onde

$$ST = 98925\ .\ 68\ .$$

Per determinare l' anomalia vera, o sia l' angolo AST.

Si metta la ſomma de' lati del triangolo STV = M. Eſſendo

$$
\begin{array}{lcl}
SV = 2\,SO & = & 41126\ .\ 44 \\
ST & = & 98925\ .\ 68 \\
TV = 2\,OA - ST & = & 101074\ .\ 32\ ;
\end{array}
$$

ſaranno

$$
\begin{array}{lcl}
\tfrac{1}{2}M & = & 120563\ .\ 22 \\
\tfrac{1}{2}M - SV & = & 79436\ .\ 78 \\
\tfrac{1}{2}M - ST & = & 21637\ .\ 54\ .
\end{array}
$$

E quindi

$$
\begin{array}{lcl}
Log.\,(\frac{1}{2}M - SV) & = & 4\,.\,9000216 \\
Log.\,(\frac{1}{2}M - ST) & = & 4\,.\,3352078 \\
2\;Log.\;sen.\;mas. & = & 20\,.\,0000000 \\
\hline
Som.\;\;I & = & 29\,.\,2352294\,.
\end{array}
$$

Di più

$$
\begin{array}{lcl}
Log.\;SV & = & 4\,.\,6141211 \\
Log.\;ST & = & 4\,.\,9953090\frac{3}{4} \\
\hline
Som.\;II & = & 9\,.\,6094301\frac{3}{4}\,.
\end{array}
$$

Onde

$$
\begin{array}{lcl}
Som.\;I & = & 29\,.\,2352294 \\
Som.\;II & = & 9\,.\,6094301\frac{3}{4}\;\text{sott.} \\
\hline
Resid. & = & 19\,.\,6257992\frac{1}{4} \\
Log.\;sen.\;\frac{1}{2}AST & = & 9\,.\,8128996\frac{1}{8}\,.
\end{array}
$$

E perciò

$$\frac{1}{2}AST = 40^\circ\,.\,32'\,.\,24'';$$

e conseguentemente l' anomalia vera AST $= 81^\circ\,.\,4'\,.\,48''$.

Po

Per determinare la corrifpondente anomalia eccentrica AOF.

Log. OK	$= 4 . 9906181\frac{1}{2}$	
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AST	$= 9 . 9321127$	agg.
Som.	$= 14 . 9227308\frac{1}{2}$	
Log. PS	$= 4 . 9000216$	fott.
Log. tang. $\frac{1}{2}$ AOF	$= 10 . 0227092\frac{1}{2}$.	

Onde

$$\frac{1}{2}\,AOF = 46^\circ . 29' . 50'';$$

e confeguentemente l' anomalia eccentrica AOF $= 92^\circ . 59' . 40''$.

Per determinare la corrifpondente anomalia media ASE.

Effendo OA = 100000, e l' angolo AOF $= 92^\circ . 59' . 40''$; faranno
l' area del cerchio AFPX = 3141000000,
il fettore circolare AOF = 8103586111.
Ed effendo SO = 20563 . 22, e l' ango-

 lo

lo SOQ = 87°. 00'. 20''; s' avrà SQ a questo modo:

Log. sen. SOQ	=	9 . 9994066	
Log. SO	=	4 . 3130911	
Som.	=	14 . 3124977	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. SQ	=	4 . 3124977 .	

Onde

SQ = 20535 . 14 .

Quindi il triangolo SOF = $\frac{1}{2}$ SQ × OF = 1026757000, e conseguentemente lo spazio circolare ASF = 9130343111.

Si cerchi ora in ordine al cerchio AFPX, allo spazio circolare ASF, e ai gr. 360 della periferia BECL il quarto proporzionale; s' avrà l' anomalia media BE, o sia l' angolo BSE, che, fatto il calcolo, si trova = 104°. 38'. 44''. Quindi

anom. med.	=	104°. 38'. 44''	
anom. vera	=	81 . 4 . 48	sott.
mass. equaz. del cent.	=	23°. 33'. 56''.	

co-

COROLLARIO.

396. Quindi, riferiti pure il semiasse minore di ciascun' orbita, e la distanza ST al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000, sono per rispetto di

Saturno

OA	=	953936 . 83
OK	=	951441 . 90
ST	=	952688 . 79
SO	=	53210
SA	=	10071[illegible]6 . 83
SP	=	900726 . 83
ang. AST	=	88°. 1'. 24"
ang. ASE	=	94 . 28 . 43
mas. equaz. del centr.	=	6 . 27 . 19;

Giove

OA	=	520097 . 91
OK	=	519483 . 15
ST	=	519790 . 48
SO	=	25277 . 30
SA	=	545375 . 21
SP	=	494820 . 61
ang. AST	=	87° . 54' . 36"
ang. ASE	=	93 . 28 . 51
mas. equaz. del cent.	=	5 . 34 . 15;

Marte

OA	=	152369 . 27
OK	=	151704 . 39
ST	=	152036 . 46
SO	=	14218 . 10
SA	=	166587 . 37
SP	=	138151 . 17
ang. AST	=	85° . 58′ . 56″
ang. ASE	=	96 . 41 . 11
mass. equaz. del cent.	=	10° . 42′ . 15″ .

Venere

OA	=	72333 . 24
OK	=	72331 . 42
ST	=	72332 . 33
SO	=	510 . 20
SA	=	72843 . 44
SP	=	71823 . 04
ang. AST	=	89° . 41′ . 50″
ang. ASE	=	90° . 25 . 00 ;
mass. equaz. del cent.	=	0° . 43′ . 10″ ,

Mer-

Mercurio

OA	=	38709 . 88
OK	=	37882 . 61
ST	=	38294 . 01
SO	=	7960 . 00
SA	=	46669 . 88
SP	=	30749 . 88
ang. AST	=	81° . 4' . 48''
ang. ASE	=	104 . 38 . 44
maſſ. equaz. del cent.	=	23° . 33' . 56'' .

AVVERTIMENTO I.

397. Si noti che gli afelj de' detti pianeti, come quello della terra, ſi vanno tutti di continuo chi più, e chi meno lentiſſimamente avanzando ſecondo l'ordine de' ſegni. La quantità dell' avanzo annuale di ciaſcuno s' è rilevato, paragonando il suo luogo determinato in conſeguenza d' oſſervazioni antiche con quello determinato in conſeguenza d' oſſervazioni recenti, o meno antiche. So che non tutte le oſſervazioni fatte circa l' iſteſſo pianeta ſomminiſtrano l' iſteſſa miſura d' avanzo annuale dell' afelio della ſua orbita: ma ciò non deve recar meraviglia. Le fine oſſervazioni ſono d' aſſai freſca data, e le teoriche adoperate, per dedurre dalle oſſervazioni i luoghi degli afelj, non ſono eſattamente colla natura con-

concordi. I noſtri poſteri ſaranno meglio di noi in grado di determinare con maggiore finezza per tempi diverſi i luoghi degli afelj de' pianeti, e l'avanzo annuale di ciaſcuno di eſſi; e meglio di noi potranno decidere, ſe v'è, sì o no, alterazione in tali avanzi, e quanto. Noi intanto ci contentiamo di prendere sì fatti avanzi annuali degli afelj de' pianeti, quali ſono ſtati preſi dal Signor de la Lande, cioè per l'orbita di

Saturno		1'. 30''
Giove		1. 2
Marte	di	1. 7
Venere		2. 30
Mercurio		1. 10.

AVVERTIMENTO II.

398. Si noti pure che i notati avanzi annuali degli afelj de' pianeti ſono avanzi, che fanno in longitudine, e conſeguentemente per riſpetto del punto equinoziale di primavera, che ritrocede annualmente per $50'' \frac{1}{3}$. Sicchè ſi debbono tali avanzi diminuire di $50'' \frac{1}{3}$, per avere il moto vero degli afelj, col quale ſi vanno annualmente avanzando relativamente alle ſtelle fiſſe.

CAP.

CAP. XIII.

De' modi di determinare delle orbite de' pianeti primarj i nodi, e le inclinazioni.

PROBL. XXXIV.

399. *Insegnare il modo di determinare in conseguenza d' osservazioni la longitudine geocentrica d' un nodo dell' orbita di qualunque pianeta primario.*

SOLUZIONE.

1. Accomodato un orologio al moto medio del Sole, e regolato col mezzogiorno, si determinino in due notti successive i tempi de' passaggi del pianeta pel meridiano, e le altezze meridiane di esso; e da tali determinazioni si rilevino le ascensioni rette, e le declinazioni del pianeta per sì fatti tempi.

2. In conseguenza di tali ascensioni rette, e declinazioni si ricavino col calcolo le longitudini, e le latitudini del pianeta per gli medesimi tempi. Si conoscerà in tal modo se la latitudine del pianeta va crescendo, o scemando, e se, andando scemando, è vicina,

cina, o lontana da divenire nulla.

3. Si vadano le medesime determinazioni replicando da tempo in tempo; e quando si conosce d' essere la latitudine vicina a farsi nulla, si vadano allora in ogni notte ripetendo, finchè si pervenga al caso d'avere per le determinazioni d'una notte la latitudine d' una spezie, e per le determinazioni della notte seguente la latitudine di spezie diversa.

4. Si cerchi allora in ordine alla somma delle latitudini di spezie diverse avute del pianeta ne' passaggi pel meridiano nelle due dette notti, o sia alla variazione fatta dalla latitudine nell' intervallo di tali passaggi, alla latitudine avuta nel primo di sì fatti passaggi, o sia alla variazione fatta dalla latitudine dal primo de' tali passaggi fino al passaggio pel nodo, e al tempo scorso tra' i medesimi due detti passaggi pel meridiano il quarto proporzionale; s'avrà in tal modo il tempo scorso dal primo de' detti passaggi pel meridiano fino al passaggio pel nodo. E perciò, aggiugnendo tale quarto proporzionale al tempo del primo de' detti passaggi pel meridiano, si ha il tempo del passaggio del pianeta pel nodo.

5. Finalmente si cerchi in ordine al tempo scorso da un passaggio pel meridiano all' altro nelle due dette notti, al tempo scorso dal primo di tali passaggi pel meridiano fino al passaggio pel nodo, già determinato, e alla

e alla variazione fatta dalla longitudine nel primo di tali tempi il quarto proporzionale; si ha con tale altro quarto proporzionale la variazione fatta dalla longitudine geocentrica del pianeta, durante il tempo secondo. Sicchè con aggiugnere tale variazione alla longitudine avuta dal pianeta nel passaggio pel meridiano nella prima delle dette notti, si ha la longitudine geocentrica cercata del nodo. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

PROBL. XXXV.

400. *Insegnare il modo di determinare la longitudine eliocentrica d' un nodo dell' orbita di qualunque pianeta primario.*

SOLUZIONE.

Contrassegnino ABC l' orbita terrestre, Fig. 44, PQR l' orbita di qualunque pianeta primario, e 45 S il fuoco comune di tali orbite, dove risiede il Sole, ed XY la linea de' nodi dell' orbita del pianeta.

1. Si proccurino le determinazioni di due passaggi del pianeta per l' istesso nodo P, fatte in conseguenza d' osservazioni, con essersi ogni volta determinato in conseguenza d' osservazioni il tempo del passaggio del pianeta pel nodo, e determinata la longitudine geocentrica dell' istesso nodo.

2. La longitudine geocentrica del nodo, deter-

determinata nel secondo passaggio, si diminuisca di quanto si trovano preceduti gli equinozj nell' intervallo de' due passaggi, acciò sia riferita al medesimo punto dell' eclittica, al quale si trova riferita quella determinata nel primo passaggio. Supposto d'essere stata la terra nel primo de' detti passaggi in A, e nel secondo in B, e d'essere stato in ambi i passaggi il pianeta in P; e, supposto tirate le rette AP, AS, PB, BS, PS; saranno per le determinate longitudini geocentriche del nodo P, e per la correzione data alla seconda di esse noti gli angoli PAS, PBS.

3. Si determinino per gli tempi de' due passaggi del pianeta pel nodo P le longitudini del Sole, e la distanza della terra dall' istesso Sole; e la longitudine pel tempo del secondo passaggio si corregga pure della precessione degli equinozj; si farà noto l'angolo ASB, e note si faranno le rette AS, BS.

4. Supposta tirata la retta AB, nel triangolo ASB, noti i lati AS, BS, e l'angolo ASB, si determinino il lato AB, e gli angoli SAB, SBA. Si faranno noti pure gli angoli PAB, PBA.

5. Nel triangolo APB, noti tutti gli angoli, e 'l lato AB, si determini il lato AP.

6. Nel triangolo PAS, noti i due lati PA, AS, e l' angolo PAS, si determini l'angolo ASP.

7. Fi-

7. Finalmente alla longitudine della terra pel tempo del primo de' detti passaggi, che di 180° differisce da quella del Sole pel medesimo tempo, s' aggiunga l' angolo ASP; s' avrà in tal modo la longitudine eliocentrica cercata del nodo P.

Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

401. Esposto il metodo di determinare le longitudini eliocentriche de' nodi delle orbite de' pianeti primarj, dovressimo ora procedere all' effettiva calcolazione di esse; ma dal ciò fare siamo arrestati dalla mancanza delle osservazioni, che v' abbisognano. So d' essere state sì fatte longitudini comunemente per altre vie determinate: però di tali vie non abbiamo stimato farne uso, per non supporre cose dipendenti da determinazioni non ancora fatte, e per evitare teoriche non esattamente colla natura concordi. Soggiugniamo intanto qui sotto le longitudini eliocentriche de' nodi ascendenti delle orbite de' detti pianeti, quali si trovano dopo più correzioni stabilite per l' an. 1750 nelle tavole del Signor de la Lande, e quali s'adopreranno in seguito da noi.

Longitudini eliocentriche de' nodi ascendenti delle orbite de' detti pianeti per l' an. 1750, cioè dell' orbita di

Satur-

Saturno	=	3^s .	21° .	$31'$.	$17''$
Giove	=	3 .	8 .	16 .	00
Marte	=	1 .	17 .	36 .	30
Venere	=	2 .	14 .	26 .	18
Mercurio	=	1 .	15 .	21 .	15

AVVERTIMENTO II.

402. Si noti che gli Aſtronomi con confrontare le longitudini eliocentriche de' detti nodi, in conſeguenza d' oſſervazioni determinate per un tempo, colle determinate per altro tempo, hanno non ſolamente conoſciuto che ſi vanno tali longitudini di continuo accreſcendo, ſebbene lentiſſimamente, e con accreſcimenti diſuguali relativamente alli diverſi pianeti; ma ben anche determinata la quantità dell' accreſcimento per ognuna, e del tempo, in cui s' è fatto un determinato accreſcimento. Quindi ne hanno rilevato l' accreſcimento annuale di ciaſcuna delle dette longitudini. E' da ſapere però che sì fatti accreſcimenti annuali ſi trovano rilevati da diverſi Aſtronomi di miſure alquanto diverſe: nè ciò deve recare meraviglia, derivando tale diverſità dal diverſo grado d' eſattezza delle longitudini de' nodi, in conſeguenza d' oſſervazioni diverſe determinate, e delle quali s' è fatto uſo in rilevarli. Intanto noi ſoggiugniamo qui ſotto gli accreſcimenti annuali delle longitudini elio-

eliocentriche de' detti nodi, quali si trovano nelle tavole del Signor de la Lande stabiliti, come accrescimenti, che si trovano corrispondere colle osservazioni, e concordi sufficientemente con quei, che saranno a suo luogo determinati coll' ajuto della teorica dell' attrazione.

Accrescimenti annui delle longitudini eliocentriche de' nodi delle orbite de' pianeti primarj, cioè dell' orbita di

Saturno	=	45"
Giove	=	31
Marte	=	39 . 8
Venere	=	60
Mercurio	=	30 .

COROLLARIO.

403. Essendosi stabilite le epoche delle longitudini eliocentriche de' nodi ascendenti delle orbite de' pianeti primarj nel § 402; è facile ora coll' ajuto degli accrescimenti annuali delle medesime longitudini, già notati, determinare le longitudini eliocentriche de' medesimi nodi per qualunque altro tempo. Così pel corrente giorno 19 Apr. 1784 sono le longitudini eliocentriche de' nodi ascendenti delle orbite de' detti pianeti, cioè dell' orbita di

Saturno	=	3^s .	21° .	$58'$.	$00''$
Giove	=	3 .	8 .	33 .	43
Marte	=	1 .	17 .	59 .	25
Venere	=	2 .	15 .	00 .	36
Mercurio	=	1 .	15 .	38 .	24 .

AVVERTIMENTO III.

404. Si noti pure che i detti accrescimenti annui delle longitudini eliocentriche de' nodi delle orbite de' pianeti primarj non dimostrano che tali nodi si vanno annualmente di sì fatte misure, secondo l' ordine de' segni, avanzando; anzi, andando annualmente ritrocedendo di $50''\frac{1}{3}$ il punto equinoziale di primavera, dimostrano che in ogni anno va ritrocedendo di $5''$. 3 il nodo di Saturno, va ritrocedendo il nodo di Giove di $19''$. 3, va ritrocedendo il nodo di Marte di $10''$. 5, va avanzandosi di $9''$. 6 il nodo di Venere, e va finalmente ritrocedendo di $20''$. 3 il nodo di Mercurio.

AVVERTIMENTO IV.

405. A suo luogo si dimostrerà che le dette variazioni annuali delle longitudini eliocentriche de' detti nodi derivano dalle scambievoli attrazioni degli stessi pianeti; e a suo luogo in conseguenza delle medesime attrazioni si determineranno, per far conosce-

scere quanto la teorica dell' attrazione, dovuta alla somma penetrazione dell' immortale Newtone, concorda colle osservazioni. Intanto procediamo ad insegnare in che modo si possono determinare le inclinazioni delle orbite de' medesimi pianeti primarj coll' eclittica. Perciò sia il

PROBL. XXXVI.

406. *Insegnare il modo di determinare in conseguenza d' osservazioni l' inclinazione dell' orbita di qualunque pianeta primario coll' eclittica.*

SOLUZIONE.

Contrassegnino ATB l' orbità terrestre, PNO l' orbita del pianeta, S il Sole, e NO la linea de' nodi, in cui l' orbita del pianeta s' interseca con quella della terra. Fig. 46, e 47

1. Note le longitudini eliocentriche de' nodi del pianeta, si determini il tempo, in cui la terra deve corrispondere a uno de' nodi dell'orbita PNO. Sia determinato il tempo C, in cui la terra deve trovarsi in T.

2. Pel tempo C, coll' ajuto d'osservazioni opportune da farsi in tempi convenienti, si determinino la longitudine, e la latitudine geocentriche del pianeta. Supposto trovarsi il pianeta nel tempo C in P, e supposto calata da P sul piano dell' eclittica la perpendicolare PQ, e congiunte le rette TP,

 TQ;

TQ; si faranno pel tempo C noti l'angolo QTO di elongazione, differenza delle longitudini geocentriche del pianeta, e del Sole, e l'angolo PTQ, latitudine geocentrica dell' istesso pianeta.

3. S'intenda da Q calata su NO la perpendicolare QR, e s' intenda congiunta la PR. Essendo PQ perpendicolare al piano dell'eclittica, al medesimo piano sarà perpendicolare il triangolo PQR (§ 67 *della Geo. sol.*); onde NR, perpendicolare ad RQ, è perpendicolare anche al triangolo PQR (§ 69 *della Geo. sol.*); e conseguentemente NR è perpendicolare ad RP. E perciò, essendo QR nel piano dell' eclittica, e PR nel piano dell' orbita del pianeta, l'angolo PRQ è l' inclinazione dell' orbita del pianeta al piano dell'eclittica.

4. Posto il seno massimo $= M$, per gli triangoli TRQ, TQP rettangoli uno in R, e l' altro in Q, si hanno

$$M : sen.\ QTR = TQ : QR,$$
$$M : tang.\ PTQ = TQ : QP.$$

Dunque

$$sen.\ QTR : tang.\ PTQ = QR : QP.$$

Ma pel triangolo PQR, rettangolo in Q.

$$QR : QP = M : tang.\ PRQ.$$

Sic-

Sicchè

$$\textit{sen.}\, QTR : \textit{tang.}\, PTQ = M : \textit{tang.}\, PRQ.$$

Per la qual cosa se in ordine al seno dell' angolo di elongazione QTR già determinato, al seno massimo, e alla tangente della latitudine geocentrica PTQ, anche determinata, si cerca il quarto proporzionale; si ha con tale quarto proporzionale la tangente dell' angolo PRQ, inclinazione dell' orbita del pianeta al piano dell' eclittica; onde l' angolo corrispondente a sì fatta tangente, dà la cercata inclinazione.
Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

ESEMPIO.

M. de Thury, e M. le Gentil in conseguenza d' osservazioni fatte nel 1751 a 6 Mag. $1^{or.} . 00' . 47'' \frac{1}{6}$ conclusero d' essere stata in tale momento la longitudine geocentrica di Mercurio di $2^s . 0^o . 50' . 36''$, e la latitudine geocentrica di $1^o . 51' . 15''$: ed in conseguenza della teorica della terra conclusero d' essere stata nel medesimo tempo la longitudine del Sole di $1^s . 15^o . 33' . 14'' \frac{1}{4}$, trovandosi allora la terra nella linea de' nodi dell' orbita di Mercurio, o circa. Per determinare in conseguenza di ciò l'inclinazione dell'orbita di Mercurio, eccone il

CALCOLO.

Long. geo. di Mer.	$= 2^s . 0^\circ . 50' . 36''$	
Long. del Sole	$= 1 . 15 . 33 . 14\frac{1}{4}$	sot.
ang. QTR	$= 15^\circ . 17' . 21''\frac{3}{4}$.	

Di più

ang. PTQ $= 1^\circ . 51' . 15''$.

E perciò

Log. tang. PTQ	$= 8 . 5101745$	
Log. sen. mas.	$= 10 . 0000000$	agg.
Som.	$= 18 . 5101745$	
Log. sen. QTR	$= 9 . 4211004$	sott.
Log. tang. PRQ	$= 9 . 0890741$.	

Quindi l'angolo PRQ, o sia l'inclinazione dell'orbita di Mercurio $= 6^\circ . 59' . 56''$.

AVVERTIMENTO I.

407. Non soggiugniamo altri metodi adoperati dagli Astronomi in determinare le inclinazioni delle orbite planetarie, per non sup-

ſupporre determinazioni non ancora da noi inſegnate. Soggiugniamo intanto che le inclinazioni delle orbite de' pianeti primarj, delle quali in ſeguito faremo uſo, ſono quelle, che ſi trovano dal Signor de la Lande ſtabilite ſecondo le ſue tavole.

Inclinazioni delle orbite de' pianeti primarj; cioè dell' orbita di

Saturno	=	2°.	30'.	20''
Giove	=	1.	19.	10
Marte	=	1.	51.	00
Venere	=	3.	23.	20
Mercurio	=	7.	00.	00.

AVVERTIMENTO II.

408. Si noti che non ſoggiugniamo qui le piccioliſſime alterazioni, che ſoffrono le dette inclinazioni, per le ſcambievoli attrazioni de' medeſimi pianeti; perchè tali piccioliſſime alterazioni ſi determineranno, quando ne ſarà ſviluppata la teorica, che ne ſomminiſtra la determinazione di eſſe.

CAP. XIV.

De' modi di determinare le longitudini, e latitudini eliocentriche de' pianeti primarj in conseguenza delle geocentriche, e le geocentriche in conseguenza dell'eliocentriche, le riduzioni all' eclittica, e le distanze de' medesimi pianeti sì dalla terra, che dal Sole.

PROBL. XXXVII.

409. *Insegnare il modo, date d' un pianeta primario per qualsisia dato tempo la longitudine, e la latitudine geocentriche, di determinare le corrispondenti longitudine, e latitudine eliocentriche, e le distanze dell' istesso pianeta e dalla terra, e dal Sole.*

SOLUZIONE.

Fig.48, e 49 Contrassegnino ATB l'orbita della terra, PNO l'orbita del pianeta, NO la linea de' nodi, S il Sole, T il sito della terra pel tempo dato, e P quello del pianeta.

Da P s' intenda calata sul piano dell' eclitticlittica la perpendicolare PQ. S' intendano congiunte le rette ST, SP, SQ, TP, TQ. Supposta prolungata QT in D, s' intenda di più congiuta la PD. S' intenda anche da T calata su NO la perpendicolare TC. E finalmente, supposta innalzata da T sull' istesso piano dell' eclittica la perpendicolare TE, che in E incontra la DP prolungata nelle *Fig.* 49, s' intenda congiunta la EC.

Pel tempo dato si determinino la longitudine del Sole, e conseguentemente quella della terra, la distanza TS della terra dal Sole, e la longitudine del nodo O. Essendo data la longitudine geocentrica del pianeta, noti si faranno l' angolo d'elongazione QTS, e conseguentemente l' angolo STD, e l' angolo TSO, e conseguentemente l' angolo TSD. Essendo di più data la latitudine geocentrica del pianeta, è noto pure l' angolo PTQ. E finalmente essendo DP, e conseguentemente CE nel piano dell' orbita del pianeta, TC nel piano dell' eclittica, e ambe le rette EC, CT perpendicolari ad NO; sarà l' angolo TCE l' inclinazione dell' orbita del pianeta; e conseguentemente tale angolo sarà pure noto. Poste tali cose:

1. Nel triangolo TCS, rettangolo in C, noti l' angolo TSC, e 'l lato TS, si determinino il lato TC, e l' angolo STC. Si farà noto pure l' angolo CTD.

2. Nel triangolo TCD, rettangolo in C, noti l' angolo CTD, e 'l lato CT, si determini TD.

3. Nel

3. Nel triangolo CTE, rettangolo in T, noti l'angolo TCE, e 'l lato TC, si determini TE.

4. Nel triangolo DTE, rettangolo pure in T, noti i lati DT, TE, si determini l'angolo TDE.

5. Nel triangolo DTP, noto l'angolo TDP, già determinato, noto l'angolo DTP, conseguente della latitudine geocentrica PTQ, e noto il lato DT, già anche determinato, si determini TP, distanza del pianeta dalla terra.

6. Nel triangolo TQP, rettangolo in Q, noti l'angolo QTP, e 'l lato TP, si determinino TQ, distanza curtata del pianeta dalla terra, e QP.

7. Nel triangolo STQ, noti i due lati ST, TQ, e l'angolo STQ da essi lati formato, si determinino SQ, distanza curtata del pianeta dal Sole, e l'angolo di commutazione QST, il quale sottratto dall' angolo noto TSO, o aggiunto ad esso secondo il caso, dà l'angolo QSO, che, aggiunto alla longitudine del nodo O, somministra la longitudine eliocentrica cercata del pianeta. Si farà noto pure l'angolo SQT, parallasse annua.

8. Finalmente nel triangolo SQP, rettangolo in Q, noti i lati SQ, QP, si determinino SP, distanza del pianeta dal Sole, e l'angolo PSQ, latitudine eliocentrica cercata del pianeta.

Ch' è

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

410. Se il pianeta si trova in opposizione, o in congiunzione col Sole. In tale caso la terra T si trova nella retta SQ; e perciò combaciano QD con QS, PD con PS, e la TE incontra in E la PS. Quindi le *Fig.* 48, e 49 si trasmutano nelle due più semplici 50, e 51. Or in sì fatto caso la longitudine eliocentrica del pianeta è la stessa della longitudine della terra; e le rimanenti grandezze da calcolare esigono un calcolo assai più semplice del già insegnato, ed eccolo. 1. Nel triangolo TCS, rettangolo in C, noti l' angolo TSC, e 'l lato TS, si determini TC. 2. Nel triangolo CTE, rettangolo in T, noti l'angolo TCE, e 'l lato CT, si determini TE. 3. Nel triangolo STE, rettangolo pure in T, noti i lati ST, TE, si determini l' angolo TSE, latitudine eliocentrica del pianeta. 4. Finalmente nel triangolo STP, noto l' angolo PST già determinato, noto l' angolo SPT, latitudine geocentrica del pianeta, o suo conseguente, e noto il lato ST, si determinino i lati PT, PS, distanze del pianeta dalla terra, e dal Sole. Fig. 50, e 51

AV-

AVVERTIMENTO II.

411. Se poi il pianeta P si trova in uno de' nodi, come il dimostrano le Fig. 44, e 45; in tale caso la latitudine eliocentrica è nulla, e la longitudine eliocentrica è l' istessa di quella del nodo; onde non occorre farne nuova calcolazione. Per determinare in sì fatto caso le distanze del pianeta P e dalla terra, e dal Sole S, il calcolo è facilissimo. Di fatto si supponga trovarsi allora la terra in A, e si suppongano tirate le rette AS, AP; essendo nel triangolo APS noto l' angolo ASP, differenza delle longitudini della terra A, e del pianeta P, guardati dal Sole, noto l' angolo SAP, differenza delle longitudini del Sole, e del pianeta guardati dalla terra, e nota, per la teorica della terra, la distanza AS dell' istessa terra dal Sole; con determinare in esso i lati PA, PS, si hanno le distanze del pianeta e dalla terra, e dal Sole.

PROBL. XXXVIII.

412. *Insegnare il modo come, data di qualunque pianeta primario per qualsisia dato tempo la longitudine eliocentrica, computata nell' eclittica terrestre, si può determinare la corrispondente longitudine da computarsi nell' eclittica dell' istesso pianeta, e al contrario, e come*

si

si può altresì determinare la corrispondente riduzione all' eclittica.

SOLUZIONE.

Contrassegnino PQ l' orbita del pianeta, AOB l'eclittica terrestre, COD l' eclittica del pianeta, S il Sole, P il sito del pianeta nel tempo dato, NO la linea de' nodi, A il principio d'ariete nell' eclittica terrestre, C il principio d' ariete nell' eclittica del pianeta, ed MR un arco del cerchio di latitudine eliocentrica, procedente per P. Sarà l' angolo ORM retto. Fig.52

I. Sia data la longitudine eliocentrica AR, computata nell' eclittica terrestre.

1. Si determini la longitudine AO del nodo O pel tempo dato. Si farà noto l' arco OR.

2. Nel triangolo rettangolo ORM, noti il lato OR, e l' angolo acuto ROM, inclinazione dell' orbita del pianeta già determinata, si determini l' arco OM.

Dalla differenza degli archi OM, OR s' avrà la riduzione all' eclittica; e dalla somma degli archi CO, OM s' avrà la longitudine del pianeta, computata nell' eclittica dell' istesso pianeta.

II. Sia data la longitudine CM, computata nell' eclittica del pianeta.

1. Si determini la longitudine del nodo O, e s' avrà l' arco CO; onde noto si farà pure l' arco OM.

2. Nel

2. Nel triangolo rettangolo ORM, nota l' ipotenusa OM, e noto l' angolo acuto ROM, si determini il lato OR.

Dalla differenza di OM, OR s' avrà la riduzione all' eclittica, e dalla somma degli archi AO, OR s' avrà la longitudine eliocentrica del pianeta nell' eclittica terrestre. Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

413. Se è data la latitudine eliocentrica MR, e la spezie di essa; con determinare nel triangolo rettangolo ORM, noti il lato MR, e l' angolo acuto ROM, i lati OM, OR, si farà nota sì la riduzione all' eclittica, che la longitudine AR, computata nell' eclittica terrestre, e la longitudine CM, computata nell' eclittica del pianeta.

AVVERTIMENTO II.

414. Non soggiugniamo la varietà de' casi, che possono accadere, essendo facile ad avvertirsi da chicchessia.

PROBL. XXXIX.

415. *Insegnare il modo, date d' un pianeta primario per qualsisia dato tempo la longitudine, e la latitudine eliocentriche, e la sua distanza dal Sole, di determinare le corrispondenti longitu-*

gitudine, e latitudine geocentriche, e la distanza dalla terra.

SOLUZIONE.

Contrassegnino ATB l'orbita della terra, PNO l'orbita del pianeta, S il Sole, T il sito della terra pel tempo dato, e P quello del pianeta. Fig.48, e 49

Da P s' intenda calata sul piano dell' eclittica la perpendicolare PQ, e s' intendano congiunte le rette SP, SQ, ST, TP, TQ.

Pel tempo dato si determinino la longitudine del Sole, e conseguentemente quella della terra, e la distanza TS della terra dal Sole. Essendo data la longitudine eliocentrica del pianeta P, noto si farà l' angolo di commutazione QST. Poste tali cose:

1. Nel triangolo PSQ, rettangolo in Q, nota l' ipotenusa SP, distanza data del pianeta dal Sole, e noto l' angolo PSQ, latitudine eliocentrica data del pianeta, si determinino la SQ, distanza curtata del pianeta dal Sole, e la PQ.

2. Nel triangolo QST, noti i due lati QS, ST, e l'angolo compreso da essi QST, si determinino il lato QT, e l' angolo d' elongazione QTS. Essendo determinata la longitudine del Sole, si farà nota la longitudine geocentrica cercata del pianeta.

3. Finalmente nel triangolo TQP, rettangolo in Q, noti i due lati TQ, QP, si de-

si determinino TP, distanza cercata del pianeta dalla terra, e l'angolo QTP, latitudine geocentrica cercata dell'istesso pianeta. Ch' è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

416. Si noti che con determinare nel triangolo QST l'angolo d'elongazione QTS, si fa noto pure l'angolo SQT, parallasse del grand' orbe.

AVVERTIMENTO II.

417. Se il pianeta si trova in opposizione, o in congiunzione col Sole. In tale caso la terra T si trova nella retta SQ, e le *Fig.* 48, e 49 si trasmutano nelle due più semplici 50, e 51. Quindi la longitudine geocentrica cercata del pianeta si ha dalla longitudine della terra; e determinate le rette SQ, QP, e conseguentemente TQ, QP, con determinare nel triangolo TQP, noti i lati TQ, QP, l'angolo QTP, e 'l lato TP, si ha la cercata latitudine geocentrica del pianeta, e la cercata sua distanza dalla terra.

AVVERTIMENTO III.

418. Se poi il pianeta P si trova in uno de' nodi, come il dimostrano le *Fig.* 44, e 45;

45; in tale caso la latitudine geocentrica è nulla. Per determinare intanto in sì fatto caso la longitudine geocentrica del pianeta, e la sua distanza dalla terra, si supponga allora la terra in A, e si suppongano tirate le rette AS, AP. Essendo nel triangolo APS noto l' angolo ASP, differenza delle longitudini eliocentriche della terra, e del pianeta, noto il lato SP, distanza data del pianeta dalla terra, e noto il lato SA, distanza della terra dal Sole, che si determina per la teorica della terra; con determinare in tale triangolo l' angolo SAP, e 'l lato AP, si vengono a determinare la longitudine geocentrica del pianeta, e la sua distanza dalla terra. E' d' avvertire però che l' angolo PAS non dà la longitudine geocentrica del pianeta, ma che col suo ajuto, e colla longitudine del Sole agevolmente, secondo i diversi casi, che possono occorrere, si determina.

CAP. XV.

Del modo di ricavare per riguardo di qualunque pianeta primario dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo le longitudini, e le latitudini eliocentriche, e geocentriche di qualsisia pianeta primario, e le distanze, che ha dal Sole, e dalla terra.

PROBL. XL.

419. *Insegnare il modo, data qualunque anomalia media di qualsisia pianeta primario, di determinare l'anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.*

SOLUZIONE.

Fig. 53. e 54. Contrassegnino AIPL l'orbita del pianeta, AP il suo asse maggiore, O il suo centro, OI il suo semiasse minore, e S il fuoco, dove risiede il Sole. Saranno dell' orbita del

del pianeta A l'afelio, P il perielio; e saranno noti il semiasse maggiore OA, il semiasse minore OI, e note l' eccentricità OS, e le distanze AS, PS.

S' intenda intorno ad AP descritto il cerchio AKPR, e s' intenda l'angolo AOG dinotare la data anomalia media. Si supponga in oltre essere in T il pianeta, quando la sua anomalia media è AOG. Per T s' intenda tirata HF perpendicolare ad AP, e s' intendano congiunte le rette SG, ST, OF. Finalmente dal punto S s' intenda calata su FO prolungata, se bisogna, la perpendicolare SQ. Sarà SQ uguale all' arco circolare FG (§ 195), differenza delle due anomalie media, ed eccentrica. E perciò, supposta tirata per G la GX parallela ad FQ, sarà XQ uguale al seno di GF, e conseguentemente SX sarà la differenza dell' istesso seno dal suo arco.

1. Nel triangolo GOS, noti il lato GO, come uguale al semiasse maggiore, che si prenderà sempre = 100000, il lato OS, eccentricità dell' orbita, e l' angolo GOS, conseguente dell' anomalia media data AOG, si determinino l'angolo OGS, e 'l lato GS. Si farà a un di presso noto l' angolo GOF; perchè a un di preso in tutt' i pianeti primarj l' angolo GOF si può prendere come uguale ad OGS. E perciò a un di presso sarà noto l' angolo FOA, e conseguentemente l' angolo SOQ.

 2. Nel

2. Nel triangolo rettangolo SQO, noti il lato SO, e l' angolo SOQ, si determini il lato SQ, che verrà espresso nelle medesime parti, nelle quali è espressa l' eccentricità SO, e conseguentemente il semiasse maggiore OA.

3. Relativamente al raggio OA, posto = 100000, si determini la periferia AGPR; e si cerchi in ordine al numero esprimente tale periferia, al numero esprimente SQ, già determinato, o sia l' arco GF, e alli gr. 360 della stessa periferia il quarto proporzionale. S' avranno i gradi, e minuti dell' istesso arco GF. Onde il seno di tale arco, riferito al raggio di 100000, darà XQ; e conseguentemente si renderà nota SX nelle medesime parti, delle quali OA ne contiene 100000.

4. Nel triangoletto SXG, rettangolo in X, noti i lati GS, SX, si determini l' angoletto SGX; e tale angoletto, quando risulta sensibile, si sottragga da SGO. S' avrà in tal modo l' angolo XGO con più precisione, e conseguentemente l'angolo GOF. Onde con più precisione s' avrà l' anomalia eccentrica FOA.

5. In ordine al semiasse minore OI, alla distanza PS del perielio dal Sole, e alla tangente della metà dell' anomalia eccentrica AOF già determinata, si cerchi il quarto proporzionale.

S' avrà con tale quarto proporzionale la tan-

tangente della metà dell'anomalia vera AST (§ 236); onde il doppio dell'angolo corrispondente a sì fatta tangente darà la cercata anomalia vera AST: e di più colla differenza delle due anomalie vera, e media s' avrà la corrispondente equazione del centro. Ch' è quanto bisognava insegnare.

ESEMPIO I.

Sia relativamente a Marte data l' anomalia media di 58° . 25' . 36", determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.

CALCOLO.

Posta OA = 100000, sono OI = 99563 . 64, OS = 9331 . 34, PS = 90668 . 66. Dunque

$$GO + OS = 109331 . 34$$
$$GO - OS = 90668 . 66 .$$

In oltre essendo l'angolo AOG = 58° . 25'. 36"; sarà la semisomma di OSG, OGS = 29° . 12' . 48". E perciò

I.

$$\text{Log.}\ (GO - OS) = 4 . 9574571$$
$$\text{Log. tan.}\ \tfrac{1}{2}(OSG + OGS) = 9 . 7475566$$

$$\text{Som.} = 14 . 7050137$$

Log.

$$\begin{array}{l} Log.\ (\,GO+OS\,) = 5\,.\,0387425 \text{ sot.} \\ \hline Log.\,tan.\ \tfrac{1}{2}(OSG-OGS) = 9\,.\,6662712\,. \end{array}$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}(\,OSG-OGS\,) = 24^\circ\,.\,52'\,.\,43''.$$

E perciò

$$\begin{array}{l} OSG = 54^\circ\,.\;\;5'\,.\,31'' \\ SGO = \;\;4^\circ\,.\,20'\,.\;\;5''\,; \end{array}$$

e conseguentemente a un di presso

$$GOF = 4^\circ\,.\,20'\,.\;\;5'',$$

e

$$AOF = 54^\circ\,.\;\;5'\,.\,31''\,.$$

II.

$$\begin{array}{rcl} Log.\ sen.\ SOG & = & 9\,.\,9304246 \\ Log.\ OG & = & 5\,.\,0000000 \\ \hline Som. & = & 14\,.\,9304246 \\ Log.\ sen.\ OSG & = & 9\,.\,9084631 \text{ sott.} \\ \hline Log.\ SG & = & 5\,.\,0219615\,. \end{array}$$

Sic-

Sicchè

$$SG = 105186 . 87 .$$

III.

$$\begin{array}{lrl} Log.\ sen.\ SOQ & = & 9 . 9084631 \\ Log.\ SO & = & 3 . 9699440 \\ \hline Som. & = & 13 . 8784071 \\ Log.\ sen.\ mass. & = & 10 . 0000000\ sott. \\ \hline Log.\ SQ & = & 3 . 8784071 . \end{array}$$

Onde

$$SQ = GF = 7558 .$$

Or essendo OA = 100000, sarà la periferia AGPR = 628200. Si cerchi dunque in ordine a 628200, a 7558, e 360° il quarto proporzionale; s'avrà con tale quarto proporzionale l' arco GF = 4°. 19'. 52'', il cui seno, e conseguentemente XQ è = 7552 . 02. Per la qual cosa sarà SX = 5 . 98.

IV.

$$\begin{array}{lrl} Log.\ SX & = & 0 . 7767012 \\ Log.\ sen.\ mas. & = & 10 . 0000000 \\ \hline Som. & = & 10 . 7767012 \end{array}$$

$$Log.\ SG = 5 . 0219615 \text{ sott.}$$

$$Log.\ sen.\ SGX = 5 . 7547397 .$$

Quindi l'angoletto SGX non ha valore sensibile; e perciò l'anomalia eccentrica AOF $= 54^\circ . 5' . 31''$.

V.

$$Log.\ PS = 4 . 9574571$$
$$Log.\ tang.\ \tfrac{1}{2} AOF = 9 . 7080268$$

$$Som. = 14 . 6654839$$
$$Log.\ OI = 4 . 9981007 \text{ sott.}$$

$$Log.\ tang.\ \tfrac{1}{2} AST = 9 . 6673832 .$$

Sicchè

$$\tfrac{1}{2} AST = 24^\circ . 56' . 5''.$$

Per la qual cosa

l'anomalia vera AST $= 49^\circ . 52' . 10''$,

e conseguentemente

l'equazione del centro $= 8^\circ . 33' . 26''$.

ESEM-

ESEMPIO II.

Sia relativamente a Mercurio data l' anomalia media di 112°. 34'. 18'', determinare l' anomalia vera corrispondente, e la corrispondente equazione del centro.

CALCOLO.

Posta OA = 100000, sono OI = 97862. Fig.54 91, OS = 20563. 22, PS = 79436. 78. Dunque

$$GO+OS = 120563 . 22$$
$$GO-OS = 79436 . 78 .$$

In oltre essendo l' angolo AOG = 112°. 34'. 18'', sarà la semisomma di OSG, OGS = 56°. 17'. 9''. E perciò

I.

$$Log. (GO-OS) = 4 . 9000216$$
$$Log. tan. \tfrac{1}{2}(OSG+OGS) = 10 . 1756955$$

$$Som. = 15 . 0757171$$
$$Log. (GO + OS) = 5 . 0812147 \text{ sot.}$$

$$Log. tan. \tfrac{1}{2}(OSG-OGS) = 9 . 9945024 .$$

On-

Onde

$$\tfrac{1}{2}(OSG - OGS) = 44^\circ . 38' . 14'' .$$

E perciò

$$OSG = 100^\circ . 55' . 23''$$
$$SGO = 11 . 38 . 55 ;$$

e conseguentemente a un di presso

$$GOF = 11^\circ . 38' . 55'',$$

e

$$AOF = 100^\circ . 55' . 23''.$$

II.

Log. sen. SOG	=	9 . 9653899	
Log. OG	=	5 . 0000000	
Som.	=	14 . 9653899	
Log. sen. OSG	=	9 . 9920595	sott.
Log. SG	=	4 . 9733304 .	

Sicchè

$$SG = 94043 . 85 .$$

III.

III.

$$\textit{Log. sen.}\ SOQ = 9 \cdot 9920595$$
$$\textit{Log.}\ SO = 4 \cdot 3130911$$

$$\text{Som.} = 14 \cdot 3051506$$
$$\textit{Log.}\ \text{sen. mas.} = 10 \cdot 0000000 \ \text{sott.}$$

$$\textit{Log.}\ SQ = 4 \cdot 3051506 .$$

Onde

$$SQ = GF = 20190 \cdot 66 .$$

Essendo OA = 100000, sarà la periferia AKPR = 628200. Si cerchi in ordine a 628200, a 20190 . 66, e a 360° il quarto proporzionale; s' avrà con tale quarto proporzionale l' arco GF = 11° . 37' . 25'', il cui seno, e conseguentemente XQ è = 20148 . 16. Per la qual cosa sarà SX = 42 . 5

IV.

$$\textit{Log.}\ SX = 1 \cdot 6283889$$
$$\textit{Log.}\ \text{sen. mas.} = 10 \cdot 0000000$$

$$\text{Som.} = 11 \cdot 6283889$$
$$\textit{Log.}\ SG = 4 \cdot 9733304 \ \text{sott.}$$

$$\textit{Log. sen.}\ SGX = 6 \cdot 6550585 .$$

On-

Onde

$$SGX = 1'.\ 38''.$$

E perciò

$$GOF = XGO = 11^\circ.\ 37'.\ 17'',$$

e conseguentemente

$$AOF = 100^\circ.\ 57'.\ 1''.$$

V.

Log.	PS	=	4 . 9000216
Log. tang.	$\frac{1}{2}$ AOF	=	10 . 0835116
Som.		=	14 . 9835332
Log.	OI	=	4 . 9906181 $\frac{1}{2}$ sot.
Log. tang.	$\frac{1}{2}$ AST	=	9 . 9929150 $\frac{1}{2}$.

Sicchè

$$\tfrac{1}{2}\ AST = 44^\circ.\ 31'.\ 57''.$$

Per la qual cosa

l'anomalia vera $AST = 89^\circ.\ 3'.\ 54''$,

e conseguentemente

l'equal'equazione del centro $= 23^{\circ}.\ 30'.\ 24''$.

AVVERTIMENTO I.

420. Si noti che la diſtanza ST del pianeta dal Sole ſi determina in tutt' i caſi ſempre coll'ajuto della proporzione *ſen.* AST: *ſen.* AOF = OI : ST già dimoſtrata nel § 319. Così la diſtanza di Marte dal Sole, poſto il ſemiaſſe maggiore della ſua orbita = 100000, è a tenore de' dati del primo eſempio = 105473 . 23; e quella di Mercurio, poſto pure il ſemiaſſe maggiore della ſua orbita = 100000, è a tenore de' dati del ſecondo eſempio = 96102 . 66.

AVVERTIMENTO II.

421. Prima di procedere innanzi ſta bene avvertire che dalle determinazioni già fatte relativamente alli pianeti primarj agevolmente ſi ricavano per ciaſcun' anno l'epoche delle longitudini medie di eſſi, delle longitudini degli afelj delle orbite, e delle longitudini de' nodi delle medeſime orbite; non altrimenti che ſi ſono per ciaſcun' anno ricavate l' epoche delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell' apogeo ſolare: anzi del modo praticato per riguardo del Sole ſi determinano per riguardo de' detti pianeti gli avanzi, che giorno per giorno in tutto l'anno vanno facendo le dette longitudini, e gli

e gli avanzi, che le longitudini medie vanno facendo da ora in ora d' ogni giorno, e da minuto in minuto d' ogni ora. Soggiugniamo intanto che qui in seguito faremo uso dell' epoche, e degli avanzi delle dette longitudini, che si trovano registrate nelle tavole de' moti de' corpi celesti del Signor de la Lande. Ciò posto, venghiamo al seguente

PROBL. XLI.

422. *Insegnare il modo di determinare per qualunque tempo la longitudine, e la latitudine sì eliocentriche, che geocentriche di qualsisia pianeta primario, e le distanze di esso dal Sole, e dalla terra relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto* = 100000.

SOLUZIONE.

1. Si riduca il tempo vero dato al meridiano di Parigi, e in tempo medio; e relativamente a tale tempo medio si determinino la longitudine vera del Sole, la longitudine vera della terra, e la distanza della terra dal Sole.

2. Relativamente all' istesso tempo medio si determinino la longitudine media del pianeta, e la longitudine del suo afelio; e in conseguenza di tali longitudini si determini l' anomalia media del pianeta.

3. De-

3. Determinata l'anomalia media del pianeta, si determinino successivamente l'anomalia eccentrica, l'anomalia vera, la longitudine vera nella sua orbita, e la distanza del pianeta dal Sole; e tale distanza si riduca alla misura, che l' appartiene relativamente al semiasse maggiore dell' orbita terrestre, posto = 100000.

4. Si determini la longitudine del nodo ascendente dell' orbita del pianeta. S' avrà anche, se occorrerà, la longitudine dell' altro nodo.

5. Dalla longitudine vera del pianeta nell' orbita, e dalla longitudine del nodo più vicino si rilevi l' argomento della latitudine, e in conseguenza di tale argomento si determinino la latitudine eliocentrica del pianeta, e l' arco dell' eclittica terrestre corrispondente all' istesso detto argomento di latitudine. S' avrà anche la longitudine eliocentrica del pianeta, computata nell' eclittica terrestre.

6. Coll' ajuto della distanza del pianeta dal Sole, ridotta alla misura già detta, e della sua latitudine eliocentrica si determinino la distanza curtata dell' istesso pianeta dal Sole, e la perpendicolare procedente dal centro del pianeta sul piano dell' eclittica terrestre.

7. Coll' ajuto della distanza della terra dal Sole, della distanza curtata del pianeta pure dal Sole, e dell' angolo di commutazione

zione da tali distanze compreso, differenza delle longitudini eliocentriche della terra, e del pianeta, si determinino l'angolo di elongazione del pianeta, e la distanza curtata dell' istesso pianeta dalla terra. Si farà nota anche la longitudine geocentrica del medesimo pianeta.

8. Finalmente coll' ajuto della distanza curtata del pianeta dalla terra, e della perpendicolare procedente dal centro del pianeta sul piano dell' eclittica terrestre si determinino la latitudine geocentrica del pianeta, e la distanza dell' istesso pianeta dalla terra. S' avranno le ultime determinazioni da fare. Ch' è quanto bisognava insegnare.

ESEMPIO.

Sieno da determinare le longitudini, e latitudini eliocentriche, e geocentriche, alle quali è corrisposto Giove nel corrente anno 1784 a dì 1 Mag. 8or. 20′. 18″, *tempo vero a Napoli, e le distanze del medesimo pianeta e dal Sole, e dalla terra.*

CALCOLO.

Per determinare il tempo medio relativamente al meridiano di Parigi.

Tempo vero a Napoli
An. 1784. 1 Mag.... 8or. 20′. 18″

Diff.

Diff. de' merid. tra Napoli, e Parigi	47'. 30'' sott.

Tempo vero a Parigi An. 1784. 1 Mag....	7$^{or.}$. 32'. 48''
Equaz. del tempo pel 1 di Mag.	3'. 13'' sott.

Temp. med. a Parigi An. 1784. 1 Mag....	7$^{or.}$. 29'. 35''.

Per determinare le longitudini vere della terra, e del Sole.

Epoca delle long. med. del ☉ pel 1784..	9^s. 10°. 45'. 54''. 4
Avanzo fino al 1 di Mag...	3 . 29 . 15 . 48 . 0
Per 7$^{or.}$....	17 . 14 . 9
Per 29'.....	1 . 11 . 5
Per 35''....	1''. 4

Long. med. del ☉	1^s. 10°. 20'. 10''. 2;

Onde

Long. med. della terra...	7^s. 10°. 20'. 10''. 2.

Di più

Epoca della long. dell' apog. sola. pel 1784........	3ˢ. 9°. 15'. 11''. 0
Avanzo fino al 1 Mag....	21 . 7
Long. dell'apog. sola.....	3ˢ. 9°. 15'. 32''. 7 ;

Onde

Long. dell'afelio dell'orbita terrestre...	9ˢ. 9°. 15'. 32''. 7 .

Sicchè

Long. med. della terra....	7ˢ. 10°. 20'. 10''. 2
Long. dell'afelio........	9 . 9 . 15 . 32 . 7 sot.
Anom. med. della terra...	10ˢ. 1°, 4'. 37''. 5
Equaz. del centr. corrispondente....	1°. 37'. 52 . 2 agg.
Anom. vera della ter.....	10ˢ. 2°. 42'. 29''. 7 .

Per

Per la qual cosa

Anom. vera della terra ...	$10^s . 2^\circ . 42' . 29'' . 7$
Long. dell' afel.	$9 . 9 . 15 . 32 . 7$ agg.
Long. vera della terra ...	$7^s . 11^\circ . 58' . 2'' . 4$,

e conseguentemente

Long. vera del Sole	$1^s . 11^\circ . 58' . 2'' . 4$.

Per determinare la distanza della terra dal Sole.

Sia quanto s' è supposto nel § 317. Saranno, supposto il semiasse maggiore dell' orbita terrestre OA = 100000, PS = 98319 . 793 (§ 228), e OI = 99985 . 86 (§ 229). Essendo l' anomalia vera della terra = $10^s . 2^\circ . 42' . 29'' . 7$, sarà l' angolo AST, complimento a quattro retti della detta anomalia, = $1^s . 27^\circ . 17' . 30'' . 3 = 57^\circ . 17' . 30'' . 3$. Ed essendo pel § 236 PS : OI = *tang.* $\frac{1}{2}$ AST : *tang.* $\frac{1}{2}$ AOF; con tale proporzione si può de- Fig. 32

determinare l' angolo AOF, complimento a quattro retti dell' anomalia eccentrica corrispondente. E finalmente essendo pel § 319 *sen.* AST : *sen.* AOF = OI : ST; con tale altra proporzione si può determinare la distanza TS della terra dal Sole. Quindi

$$\begin{array}{rcl} Log.\ tang.\ \tfrac{1}{2}\ AST & = & 9\ .\ 7373867 \\ Log.\ OI & = & 4\ .\ 9999386 \\ \hline Som. & = & 14\ .\ 7373253 \\ Log.\ PS & = & 4\ .\ 9926409\ \text{sott.} \\ \hline Log.\ tang.\ \tfrac{1}{2}\ AOF & = & 9\ .\ 7446844\ . \end{array}$$

Onde

$$\tfrac{1}{2}\ AOF = 29^{\circ}\ ,\ 3'\ ,\ 7''\ ,$$

e conseguentemente

$$AOF = 58^{\circ}\ .\ 6'\ .\ 14''\ ,$$

In oltre

$$\begin{array}{rcl} Log.\ sen.\ AOF & = & 9\ .\ 9289115 \\ Log.\ OI & = & 4\ .\ 9999386 \\ \hline Som. & = & 14\ .\ 9288501 \\ Log.\ sen.\ AST & = & 9\ .\ 9250195\ \text{sott.} \\ \hline Log.\ ST & = & 5\ .\ 0038306\ . \end{array}$$

Sic-

Sicchè

ST = 100885 . 92 .

Per determinare l' anomalia media di Giove.

Epoca della long. med. di Gio. pel 1784..	$10^s . 16^o . 29' . 31''$
Avanzo fino al 1 Mag....	$10 . 3 . 33$
Per $7^{or.}$....	$1 . 27$
Per 29'....	6
Per 35''...	$0 . 7'''$
Long. med. di Giove....	$10^s . 26^o . 34' . 37'' . 7'''$

Di più

Epoca della long. dell' afelio di Giove pel 1784....	$6^s . 10^o . 57' . 39''$
Avanzo fino al 1 Mag....	21
Long. dell'afel. di Giove..	$6^s . 10^o . 58' . 00''$

Sicchè

Long. med. di Giove....	10^s.	26°.	$34'$.	$37''$.	$7'''$	
Long. dell'afelio........	6 .	10 .	58 .	00		sot.
Anom. med. di Giove....	4^s.	15°.	$36'$.	$37''$.	$7'''$.	

Per determinare la corrispondente anomalia eccentrica.

Fig.30 Sia quanto s'è supposto nel § 317, col divario solamente, che AIPL contrassegni l'orbita non della terra, ma di Giove, e che T sia il sito di Giove, e non già della terra. Posto il semiasse maggiore della detta orbita di Giove OA = 100000, saranno OI = 99881 . 8, OS = 4860 . 14, e PS = 95139 . 86; e perciò

$$GO+OS = 104860 . 14$$
$$GO-OS = 95139 . 86 .$$

Ed essendo l'anomalia media determinata, o sia l'angolo $AOG = 4^s . 15^\circ . 36' . 37''$; sarà $\frac{1}{2}(OSG + OGS) = 67^\circ . 48' . 18''\frac{1}{2}$. Quindi

Log.

$$
\begin{array}{lcl}
\textit{Log.}\ (GO-OS) & = & 4.9783624 \\
\textit{Log. tang.}\ \frac{1}{2}(OSG+OGS) & = & 10.3893528 \\
\hline
\text{Som.} & = & 15.3677152 \\
\textit{Log.}\ (GO+OS) & = & 5.0206103 \text{ sot.} \\
\hline
\textit{Log. tang.}\ \frac{1}{2}(OSG-OGS) & = & 10.3471049.
\end{array}
$$

Dunque

$$\tfrac{1}{2}(OSG-OGS) = 65^\circ.47'.16''.$$

E perciò

$$OGS = 2^\circ.1'.2''\tfrac{1}{2};$$

il quale angolo, come poco più di gr. 2, senza correzione alcuna si può prendere per uguale a GOF. E quindi l'anomalia eccentrica AOF $= 4^s.13^\circ.35'.34''\frac{1}{2}$.

Per determinare la corrispondente anomalia vera AST.

$$
\begin{array}{lcl}
\textit{Log.}\ PS & = & 4.9783624 \\
\textit{Log. tang.}\ \frac{1}{2}AOF & = & 10.3678731 \\
\hline
\text{Som.} & = & 15.3462355 \\
\textit{Log.}\ OI & = & 4.9999386 \text{ sott.} \\
\hline
\textit{Log. tang.}\ \frac{1}{2}AST & = & 10.3462969.
\end{array}
$$

Dunque

$\frac{1}{2}$ AST $= 65^\circ . 44' . 52''$.

E perciò l' anomalia vera AST $= 131^\circ . 29' . 44'' = 4^s . 11^\circ . 29' . 44''$.

Per determinare la longitudine eliocentrica di Giove nell' eclittica della sua orbita.

Anom. vera	=	4^s	11°	$29'$	$44''$	
Long. dell'afel.	=	6	10	58	00	agg.
Long. nell'orbit.	=	10^s	22°	$27'$	$44''$.	

Per determinare la distanza ST di Giove dal Sole.

Log. sen. AOF	=	9 . 8598927	
Log. OI	=	4 . 9999386	
Som.	=	14 . 8598313	
Log. sen. AST	=	9 . 8744859	sott.
Log. ST	=	4 . 9853454 .	

Onde

Onde

$$ST = 96681 . 95 ;$$

che riferita al ſemiaſſe maggiore dell' orbita terreſtre, poſto = 100000, ſi ha la diſtanza ST di Giove dal Sole = 502840 . 8 .

Per determinare la longitudine del nodo aſcendente, e l' argomento di latitudine.

Epoca del nodo aſcen. di Giove pel 1784.....	$3^s . 8^o . 50' . 00''$
Avanzo fino al 1 Mag.......	20
Long. del nod. aſcen.........	$3^s . 8^o . 50' . 20''$.

Quindi

Long. nell' eclit. dell'orb...	$10^s . 22^o . 27' . 44''$	
Long. del nod. aſcen..........	3 . 8 . 50 . 20	ſott.
Arg. di latit... =	$7^s . 13^o . 37' . 24''$.	

Per

Per determinare la latitudine eliocentrica di Giove.

Essendo l' argomento di latitudine già trovato = $7^s . 13^\circ . 37' . 24''$, sarà Giove nella sua orbita al di là del nodo discendente per $1^s . 13^\circ . 37' . 24''$. Sicchè se Fig.52 supponghiamo contrassegnare AB l' eclittica terrestre, CD l'eclittica di Giove, O il nodo discendente, e OM l' arco di $1^s . 13^\circ . 37' . 24''$; dinoterà M il luogo di Giove nella sua eclittica. E perciò, supposto MR essere l' arco del cerchio di latitudine procedente per M, dinoterà MR la latitudine eliocentrica cercata di Giove, che sarà australe. Venghiamo ora alla sua determinazione, essendo nel triangolo ORM, rettangolo in R, l' ipotenusa OM = $43^\circ . 37' . 24''$, e l' angolo acuto in O = $1^\circ . 19' . 10''$.

Log. sen. OM	=	9 . 8387952	
Log. sen. MOR	=	8 . 3622253	
Som.	=	18 . 2010205	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. sen. MR	=	8 . 2010205 .	

Sic-

Sicchè la latitudine eliocentrica auſtrale di Giove è = 54′. 37″.

Per determinare la longitudine eliocentrica di Giove nell' eclittica terreſtre.

Si determini l' arco OR, e ſe l' aggiunga la longitudine del nodo O, vale a dire la longitudine del nodo aſcendente, accreſciuta di gr. 180, eſſendo O il nodo diſcendente nel preſente caſo. S' avrà in tal modo la longitudine eliocentrica di Giove nell' eclittica terreſtre. Perciò

Log. tang. OM	=	9 . 9791220	
Log. coſ. MOR	=	9 . 9998848	
Som.	=	19 . 9790068	
Log. ſen. maſſ.	=	10 . 0000000	ſott.
Log. tang. OR	=	9 . 9790068	

Sicchè

$$OR = 43^\circ . 36' . 56'' .$$

Long. del nodo O = $9^s . 8^\circ . 50' . 20''$ ag.

Long. eliocen. di

Giove

Giove nell' eclit. terr.	$= 10^s . 22^\circ . 27' . 16''$.

Per determinare la distanza curtata di Giove dal Sole, e la perpendicolare supposta calata dal suo centro sull' eclittica terrestre.

Fig. 55 Contrassegnino AB l'orbita terrestre, PNO quella di Giove, NO la linea de' nodi, S il Sole, e pel tempo assegnato T il sito della terra, e P quello di Giove. Si supponga da P calata sull' eclittica terrestre la perpendicolare PQ, e si suppongano congiunte tutte le rette, che si veggono nella figura. Venghiamo ora a determinare SQ, e QP, essendo nel triangolo rettangolo l'angolo PSQ = 54'. 37", e SP = 502840. 8.

Log. cos. PSQ	=	9 . 9999451	
Log. SP	=	5 . 7014305	
Som.	=	15 . 7013756	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. SQ	=	5 . 7013756.	

Dunque la distanza curtata SQ di Giove dal Sole = 502777 . 19.

In

In oltre

Log. sen. PSQ	=	8 . 2010158	
Log. SP	=	5 . 7014305	
Som.	=	13 . 9024463	
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000	sott.
Log. PQ	=	3 . 9024463 .	

Onde

PQ = 7988 . 15 .

Per determinare la longitudine geocentrica corrispondente di Giove.

Nel triangolo QST, noti il lato QS = 502777 . 19, il lato ST = 100885 . 92, e l'angolo di commutazione QST, differenza della longitudine della terra, e della eliocentrica di Giove nell' eclittica terrestre, ch' è = 100° . 29′ . 13″ . 6, si determini l' angolo d' elongazione QTS. Perciò

QS + ST = 603663 . 11
QS — ST = 401891 . 17

$\frac{1}{2}$ (STQ

$$\frac{1}{2}(STQ+SQT) = 39^\circ . 45' . 23'' . 2$$

$$Log.\ tan.\ \frac{1}{2}(STQ+SQT) = 9 . 9200614$$
$$Log.\ (SQ-ST) = 5 . 6041084$$

$$Som. = 15 . 5241698$$
$$Log.\ (SQ+ST) = 5 . 7807946 \text{ sot.}$$

$$Log.tan.\ \frac{1}{2}(STQ-SQT) = 9 . 7433752 .$$

Dunque

$$\frac{1}{2}(STQ-SQT) = 28^\circ . 58' . 44'' .$$

E perciò

$$QTS = 68^\circ . 44' . 7'' . 2 .$$

Or aggiugnendo al complimento a quattro retti dell' angolo QTS, cioè a $9^s . 21^\circ . 15' . 52'' . 8$ la longitudine trovata del Sole di $1^s . 11^\circ . 58' . 2'' . 4$, la somma di $11^s . 3^\circ . 13' . 55'' . 2$ dà la longitudine geocentrica cercata.

Per determinare finalmente la latitudine geocentrica PTQ di Giove, e la sua distanza PT dalla terra.

Si determini prima nel triangolo QST, la QT, distanza curtata di Giove dalla terra; e poscia nel triangolo rettangolo PQT si determinino l'angolo PTQ, e l'ipotenusa PT. Perciò

Log. sen. QST	=	9 . 9926841
Log. QS	=	5 . 7013756
Som.	=	15 . 6940597
Log. sen. QTS	=	9 . 9693763 sott.
Log. TQ	=	5 . 7246834;

Onde

TQ = 530497 . 55.

In oltre

Log. PQ	=	3 . 9024463
Log. sen. mas.	=	10 . 0000000
Som.	=	13 . 9024463

Log.

Log. TQ = 5 . 7246834 sott.

Log. tang. PTQ = 8 . 1777629 .

Sicchè la latitudine geocentrica di Giove PTQ = 51′. 45″.

Finalmente

Log. PQ = 3 . 9024463
Log. sen. mas. = 10 . 0000000

Som. = 13 . 9024463
Log. sen. PTQ = 8 . 1776047 sott.

Log. PT = 5 . 7248416 .

E perciò la distanza PT di Giove dalla terra è = 530690 . 84 .

AVVERTIMENTO.

323. Si noti che l' esposta calcolazione coll' ajuto delle tavole astronomiche si rende alquanto più compendiosa, trovandosi in tali tavole più cose già registrate: ma a noi è piaciuto di darla per intiero, affinchè la gioventù possa apprendere il come vanno tali cose calcolate. E si noti altresì che se si sono trascurate alcune leggiere correzioni, ciò s' è fatto per tenerne conto, quando se

ne saranno sviluppati i fondamenti della calcolazione di esse. Procediamo intanto al

CAP. XVI.

Delle misure de' diametri, de' volumi, delle masse, e delle forze attraenti de' pianeti nelle proprie superficie.

DEFIZIONE.

424. Si dice di qualunque pianeta *diametro apparente* l'angolo, sotto cui il suo effettivo diametro viene veduto.

AVVERTIMENTO I.

425. Si misura il diametro apparente d'un pianeta o coll' ajuto di strumenti, detti *micrometri*, de' quali si parlerà a suo luogo, o con ridurre in parti di grado il tempo, in cui apparisce il pianeta traversare il filo d'un cannocchiale, e filo verticale a un altro adattato secondo la direzione del parallelo, che l' istesso pianeta apparisce allora descrivere.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 56 426. Contrassegni BC qualunque pianeta veduto da uno spettatore coll' occhio in A. Da A s' intendano tirate AO al centro del pianeta, e AB tangente in B dell' istesso pianeta; e s' intenda congiunto il semidiametro OB. Sarà ABO angolo retto; e BAO sarà l' angolo, sotto cui lo spettatore vedrà il semidiametro del pianeta. Essendo, posto il seno massimo = R,

$$AO : OB = R : \textit{sen.}\ BAO;$$

sarà

$$\textit{sen.}\ BAO = \frac{1}{AO}\,(R \times OB).$$

Or l' angolo BAO per rispetto del Sole appena oltre passa $\frac{1}{4}$ di grado, e per rispetto degli altri pianeti è assai più piccolo. Sicchè l' arco, che misura tale angolo, per rispetto di tutt' i pianeti si può senza sensibile errore prendere pel suo seno. Quindi sarà

$$\text{ang.}\ BAO = \frac{1}{AO}\,(R \times OB);$$

e conseguentemente, posto l' intero diametro apparente = M, e poste la lunghezza del diametro effettivo = L, e la distanza del pia-

pianeta dallo ſpettatore = D, ſarà

$$M = \frac{1}{D} (R \times L).$$

COROLLARIO I.

427. Quindi ne derivano 1. che i diametri apparenti di un pianeta, a diverſe diſtanze guardato, ſono in ragione reciproca delle medeſime diſtanze: 2. che i diametri apparenti di pianeti diverſi, guardati a diſtanze diverſe, ſono in ragione compoſta dalla diretta de' diametri effettivi, e dalla reciproca delle diſtanze: 3. che i diametri apparenti di pianeti diverſi, alla medeſima diſtanza guardati, ſono nella ragione de' diametri effettivi: e 4. finalmente che i pianeti, che hanno a diſuguali diſtanze dallo ſpettatore diametri apparenti uguali, hanno i diametri effettivi nella ragione delle medeſime diſtanze.

COROLLARIO II.

428. Eſſendo $M = \frac{1}{D} (R \times L)$; ſarà $L = \frac{1}{R} (M \times D)$. Sicchè il diametro effettivo d'un pianeta ſi determina dividendo pel ſeno maſſimo il prodotto, che naſce con moltiplicare il diametro apparente per la diſtanza del pianeta dallo ſpettatore. Quindi

s' intende menarci i diametri apparenti de' pianeti alla determinazione de' diametri effettivi.

AVVERTIMENTO III.

429. Si noti che volendo valutare le formole $M = \frac{1}{D}(R \times L)$, $L = \frac{1}{R}(M \times D)$; esprimendosi la M in minuti secondi, in minuti secondi si deve anche esprimere il seno massimo R, o sia il raggio, il quale in ogni cerchio relativamente alla sua periferia è sempre di $57^\circ . 17' . 44'' . 8$, o sia di $206264'' . 8$.

AVVERTIMENTO IV.

430. Le più esatte determinazioni fatte de' diametri apparenti de' pianeti, tralasciate le difettose, che s'erano fatte prima dell' ajuto de' fini strumenti, che da qualche tempo si costruiscono, si riducono alle seguenti.

I. Il diametro apparente del Sole è alla distanza dalla terra

minima	=	$32' . 35'' \frac{1}{2}$
mezzana	=	$32 . 2$
massima	=	$31 . 30 \frac{1}{2}$.

II. Il diametro apparente della Luna s'è
osser-

osservato nelle sue diverse distanze dalla terra variare da 29'. 25'' fino a 33'. 34''. Onde il mezzano è di 31'. 29''. 5. Or la Luna nella mezzana sua distanza dalla terra è 380 volte più vicina alla terra, che non n'è il Sole alle mezzane distanze dall' istessa terra. Sicchè la Luna, se venisse veduta alla distanza mezzana del Sole dalla terra, si vedrebbe con un diametro apparente quale è quello, che risulta, trovando il quarto proporzionale in ordine a 380, a 1, e a 31'. 29''. 5, cioè di 4''. 9, o sia di circa 5''.

III. La parallasse orizzontale del Sole alle distanze mezzane dalla terra uguaglia il semiasse apparente della terra guardata dal Sole alla medesima distanza (§ 30 *del tom.* 2). Dunque il diamentro apparente della terra, veduta alla distanza mezzana del Sole da essa, è di 18''.

IV. Il diametro apparente di Mercurio s'è trovato di 11''. 8 alla distanza dalla terra, che ha alla distanza mezzana del Sole dall' istessa terra la ragione di 55674 : 101007. Sicchè Mercurio, se venisse veduto alla distanza mezzana del Sole dalla terra, si vedrebbe con un diametro apparente di 6''. 5.

V. Il diametro apparente di Venere s'è trovato di 57''. 8 alla distanza dalla terra, che ha alla distanza mezzana del Sole dall' istessa terra la ragione di 289 : 1000. Quindi di Venere, se venisse veduta alla distanza mezzana del Sole dalla terra, si vedrebbe con un diametro apparente di 16″. 7.

VI. Il diametro apparente di Marte s' è trovato di 30″ alla distanza dalla terra, che ha alla distanza mezzana del Sole dall' istessa terra la ragione di 3815 : 10000. Onde Marte, se venisse veduto alla distanza mezzana del Sole dalla terra, si vedrebbe con un diametro apparente di 11″. 4.

VII. Il diametro apparente di Giove s' è trovato di $37'' \frac{1}{4}$ alla distanza dalla terra, che ha alla distanza mezzana del Sole dall' istessa terra la ragione di 5201 : 1000. Sicchè Giove, se venisse veduto alla distanza mezzana del Sole dalla terra, si vedrebbe con un diametro apparente di 3′. 13″. 7.

VIII. Finalmente il diametro apparente di Saturno s' è trovato di 18″, e quello del suo anello di 42″ alla distanza dalla terra, ch' è a quella del Sole dall' istessa terra nella ragione di 9539 : 1000. Onde Saturno, se venisse veduto alla distanza mezzana del Sole dalla terra, si vedrebbe con un diametro apparente di 2′. 51″. 7, e col diametro apparente del suo anello di 6′. 40″. 65.

COROLLARIO I.

431. Essendo i diametri effettivi de' pianeti, guardati alla medesima distanza nella ragio-

ragione de' diametri apparenti; saranno nella ragione de' numeri qui sotto notati i diametri effettivi de' seguenti pianeti, cioè

del Sole	=	32'. 2''	=	1922''
di Giove	=	3 . 13''. 7	=	193 . 7
di Saturno	=	2 . 51 . 7	=	171 . 7
della Terra	=		=	18
di Venere	=		=	16 . 7
di Marte	=		=	11 . 4
di Mercurio	=		=	6 . 5
della Luna	=		=	5 .

Quindi, posto il raggio della terra = 1, saranno i raggi de' pianeti come i numeri qui sotto notati, cioè

del Sole	=	106 . 777
di Giove	=	10 . 761
di Saturno	=	9 . 538
di Venere	=	0 . 927
di Marte	=	0 . 633
di Mercurio	=	0 . 361
della Luna	=	0 . 272 .

COROLLARIO II.

432. Essendo in oltre il raggio terrestre in miglia italiane di 60 a grado di 3438 . 395, saranno in miglia italiane il raggio del

del Sole	=	367141 . 5
di Giove	=	37000 . 5
di Saturno	=	32795 . 4
di Venere	=	3187 . 4
di Marte	=	2176 . 5
di Mercurio	=	1241 . 2
della Luna	=	938 . 2 .

COROLLARIO III.

433. Essendo finalmente le superficie de' pianeti nella ragione de' quadrati de' raggi di essi, ed i volumi nella ragione de' cubi de' medesimi raggi; saranno le superficie de' pianeti relativamente a quella della terra, posta = 1, come i numeri qui sotto notati, cioè la superficie

del Sole	=	11401 . 327729
di Giove	=	115 . 799121
di Saturno	=	90 . 973444
di Venere	=	0 . 859329
di Marte	=	0 . 400689
di Mercurio	=	0 . 130321
della Luna	=	0 . 074784 ;

ed i volumi relativamente pure a quello della terra, posto = 1, come i numeri qui sotto notati, cioè il volume

del

del Sole	=	1217399	. 5709194
di Giove	=	1246	. 114341
di Saturno	=	867	. 704708
di Venere	=	0	. 796597
di Marte	=	0	. 253636
di Mercurio	=	0	. 047045
della Luna	=	0	. 020341.

AVVERTIMENTO V.

434. Per determinare gli Astronomi la ragione delle masse de' pianeti, sono ricorsi a ciò, che s'è dimostrato nel § 179; cioè che le masse de' corpi centrali sono in ragione composta dalla diretta de' cubi de' semiassi maggiori delle orbite ellittiche descritte dalli pianeti, che girano intorno a tali corpi centrali, e dalla reciproca de' quadrati de' tempi periodici, ne' quali gli stessi pianeti fanno le rivoluzioni intorno ai detti corpi centrali. Con tale fondamento, girando la terra intorno al Sole, la Luna intorno la terra, ciascuno de' satelliti di Giove intorno a Giove, e ciascuno de' satelliti di Saturno intorno a Saturno, hanno gli Astronomi rilevato essere le masse de' detti corpi centrali relativamente a quella della terra, posta = 1, come i numeri qui sotto notati, cioè le masse

del

del Sole = 307831
di Giove = 288 . 44
di Saturno = 78 . 39½

e conseguentemente, dividendo le masse per gli volumi, hanno rilevato essere la densità de' medesimi corpi relativamente a quella della terra, posta pure = 1, come i numeri qui sotto notati, cioè la densità

del Sole = 0 . 25285
di Giove = 0 . 23147
di Saturno = 0 . 09032 .

AVVERTIMENTO VI.

435. Si noti che non avendo satelliti gli altri pianeti, le masse di essi, e conseguentemente le densità non si possono dell' istesso modo determinare, e che non v' è altra via, somministrata da alcuna teorica, di determinarle. Conviene però eccettuarne la Luna. Questo satellite della terra, per l' azione, che fa colla sua attrazione sull' acqua dell' oceano, cagionandovi l' esto marino, ha somministrato all' immortale Newtone un' altra via da poter determinare la sua massa $\frac{1}{40}$ di quella della terra. E' da sapere intanto che tale determinazione del Newtone è stata in seguito corretta dal celebre Daniele Bernoulli, il quale coll' ajuto di

di elementi più raffinati ha ridotta la massa della Luna ad $\frac{1}{75}$ di quella della terra; ed è da sapere altresì che ha suo luogo l'istessa massa si vedrà ridotta con più precisione a $\frac{1}{71 . 48}$ di quella della terra. Sicchè possiamo qui stabilire relativamente alla massa della terra, posta = 1, essere quella della Luna = 0 . 01399; e conseguentemente relativamente alla densità della terra, posta pure = 1, essere quella della Luna = 0 . 68706.

AVVERTIMENTO VII.

436. Si noti di vantaggio che non avendo potuto il Signor de la Lande determinare le masse di Marte, di Venere, e di Mercurio coll'ajuto d'alcuna teorica, ha cercato d'esplorare che ragione passa tra la densità della terra, ch'è più prossima al Sole, e quella di Giove, che n'è più rimoto; e come ha trovato tale ragione essere a un di presso uguale a quella delle radici quadrate de' moti medii di sì fatti corpi, ha sospettato che verisimilmente l'istessa ragione delle radici de' moti medii di Marte, di Venere, di Mercurio, e di quello della terra debba passare tra le densità di tali pianeti, e quella della terra. Con tale fondamento dunque ha stabilito il detto Astronomo essere relativamente alla densità della terra, posta = 1, quella di

Mar-

Marte	=	0 . 7292
Venere	=	1 . 2749
Mercurio	=	2 . 0377 ;

e conseguentemente ha stabilito relativamente alla massa della terra, posta pure = 1, essere quella di

Marte	=	0 . 18520
Venere	=	1 . 01818
Mercurio	=	0 . 11980 .

Del resto tali densità, e tali masse si debbono avere in conto di cose stabilite in conseguenza di mere congietture, e non di saldi fondamenti.

AVVERTIMENTO VIII.

437. Supposte intanto le masse de' pianeti quali si sono stabilite, è facile ora a determinare le forze attraenti, che hanno i medesimi pianeti nelle proprie superficie, e colle quali animano i corpi presso tali superficie a discendere verso di essi; poichè è già noto essere tali forze tra esse in ragione composta dalla diretta delle masse de' pianeti attraenti, e dalla reciproca de' quadrati de' raggi de' medesimi pianeti. Quindi relativamente alla forza attraente della terra nella sua superficie, o sia alla gravità, che

che anima i corpi terrestri presso la superficie della terra, posta = 1, saranno le forze attraenti degli altri pianeti nelle superficie di essi, come i numeri qui sotto notati, cioè la forza attraente

del Sole	=	27 . 00
di Giove	=	2 . 50
di Mercurio	=	0 . 91
di Saturno	=	0 . 86
di Marte	=	0 . 46
della Luna	=	0 . 18
di Venere	=	0 . 11.

COROLLARIO I.

438. Quindi scendendo i corpi terrestri sulla terra, qualora vi scendono liberamente, per palmi napoletani 18 . 57 in 1'' (§ 123 *della Statica*), in 1'' scenderanno, supposta libera la discesa,

sul Sole	per palmi	501 . 39
su Giove	per palmi	46 . 42
su Mercurio	per palmi	16 . 89
su Saturno	per palmi	15 . 97
su Marte	per palmi	8 . 54
sulla Luna	per palmi	3 . 34
su Venere	per palmi	2 . 04.

COROLLARIO II.

439. Essendo il Sole nelle mezzane distanze dalla superficie della terra lontano per semidiametri terrestri 22917; se in ordine al quadrato di tale distanza, al quadrato del raggio solare, e a 27, forza attraente del Sole nella sua superficie, si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà l' efficacia della forza attraente del Sole sulla terra nelle mezzane distanze, la quale, fatto il calcolo, si trova essere circa $\frac{1}{2000}$ dell' efficacia della gravità terrestre. Quindi s' intende scendere i corpi terrestri verso la terra animati dalla gravità terrestre, e senza essere sensibilmente turbati dall' attrazione solare.

AVVERTIMENTO IX.

440. Chi desidera altre conseguenze, può con facilità da se ricavarle dalle determinazioni già stabilite, quando ha compreso quanto s' è fin qui esposto.

FINE DEL LIBRO QUARTO.

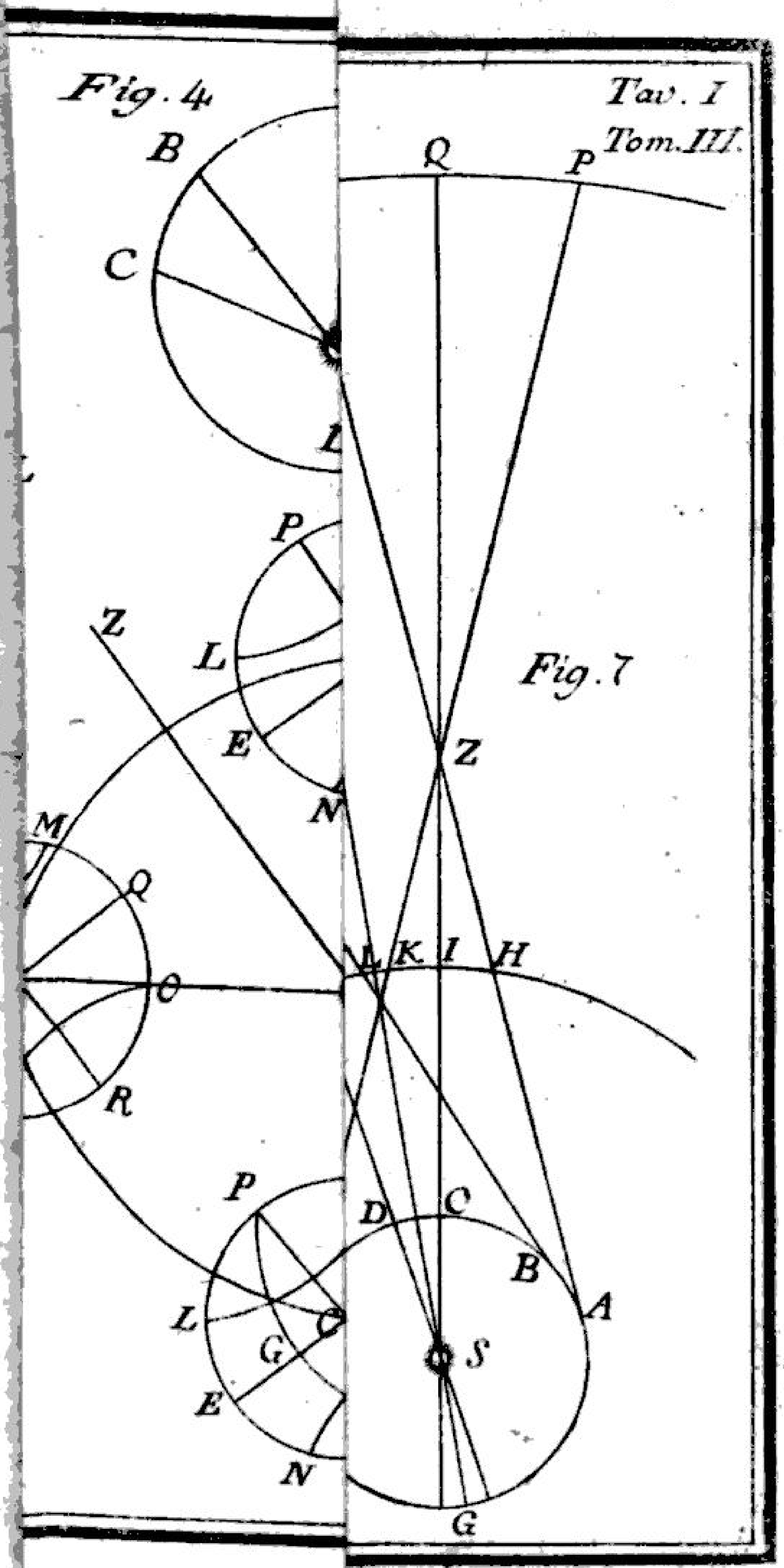
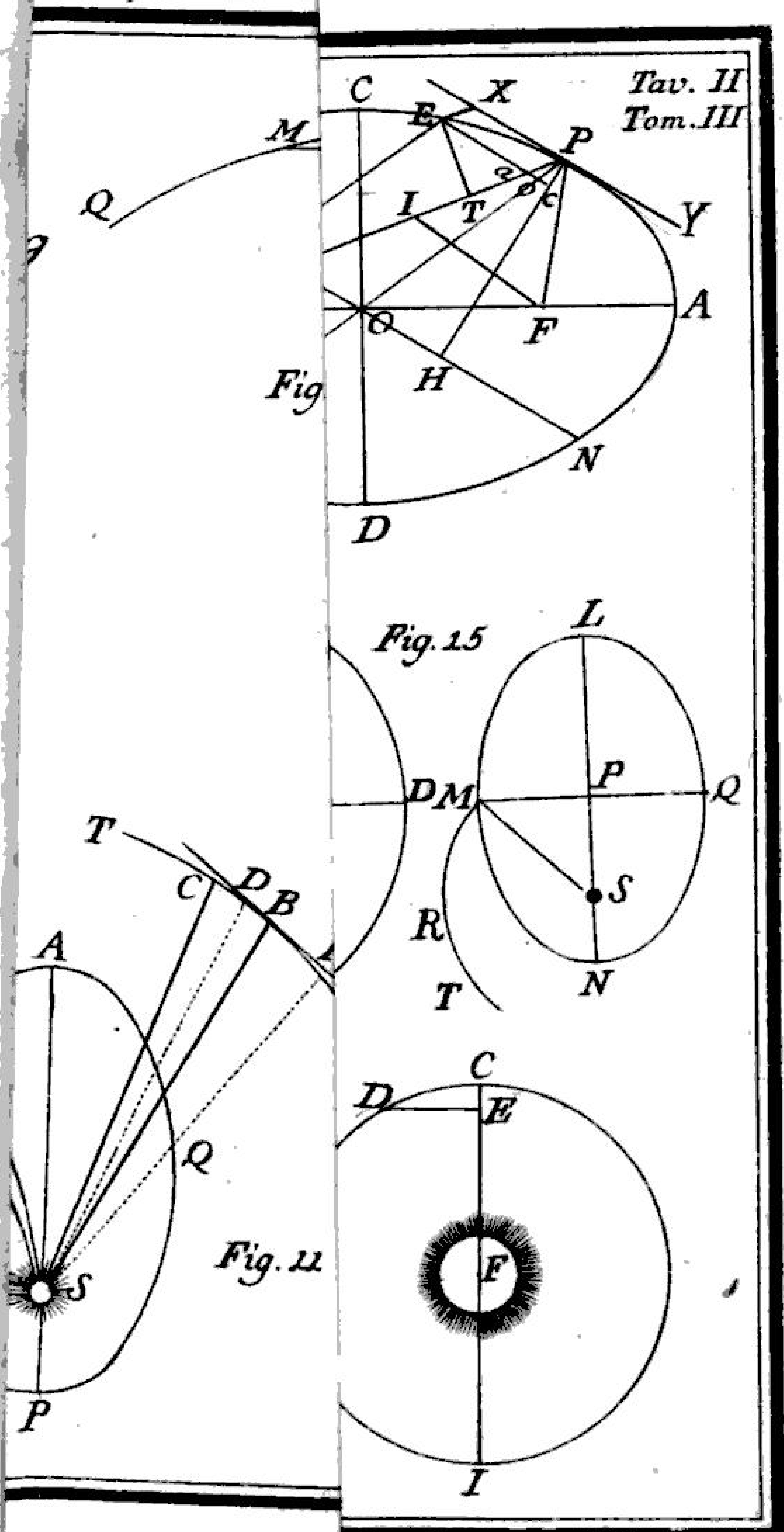
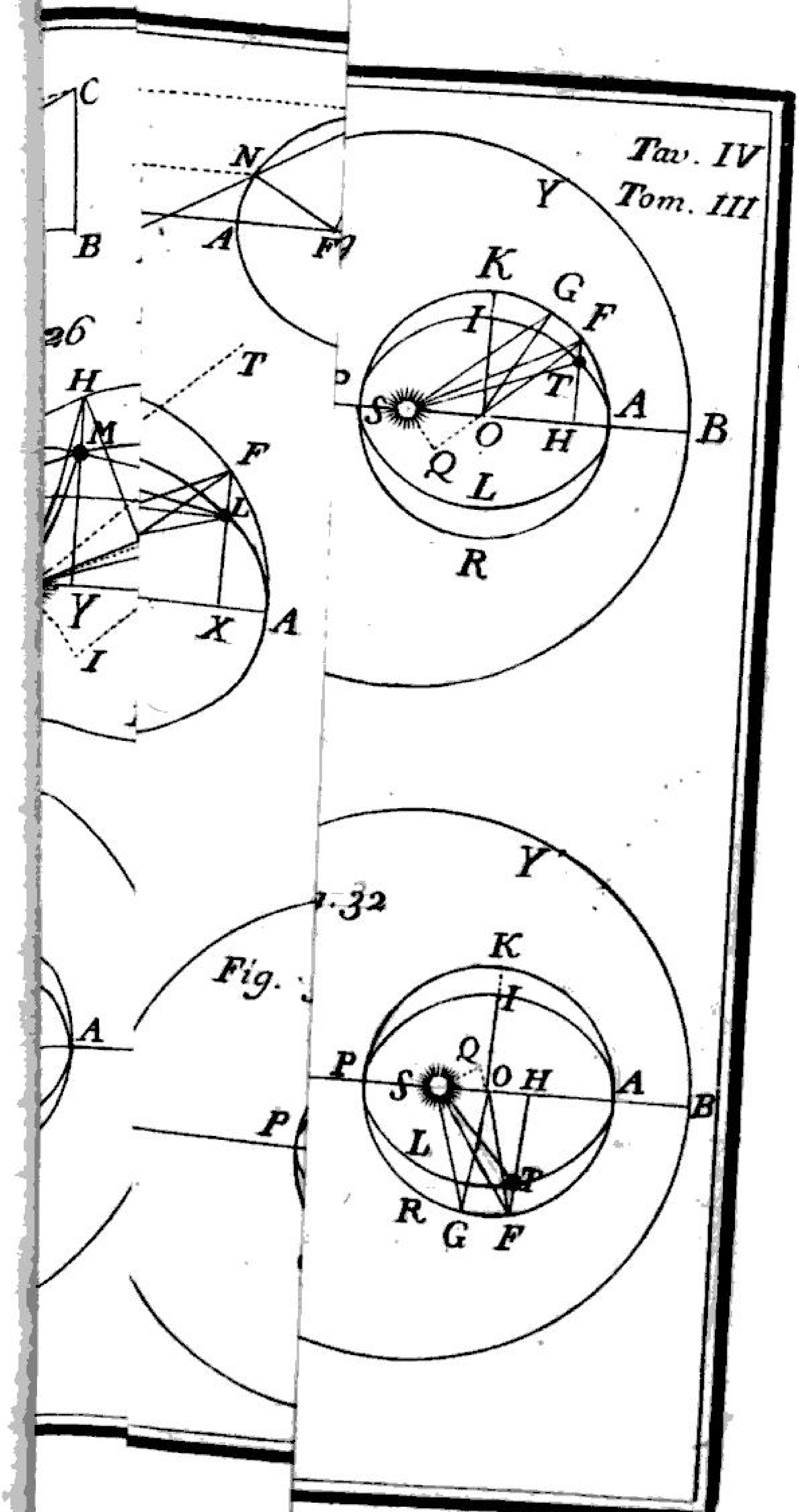
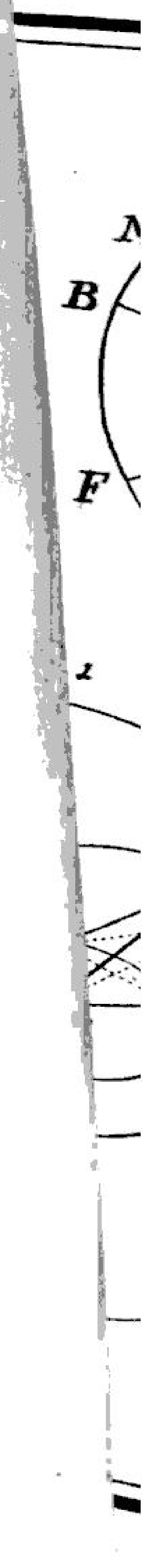


Fig. 4
Tav. I
Tom. III
Q
P
B
C
P
Z
L
E
N
Fig. 7
Z
M
Q
L
K
I
H
R
P
D
C
B
A
L
G
E
N
S
G


Tav. II
Tom. III
Fig. 15
Fig. 12


Tav. IV
Tom. III
Fig. 32


B
F

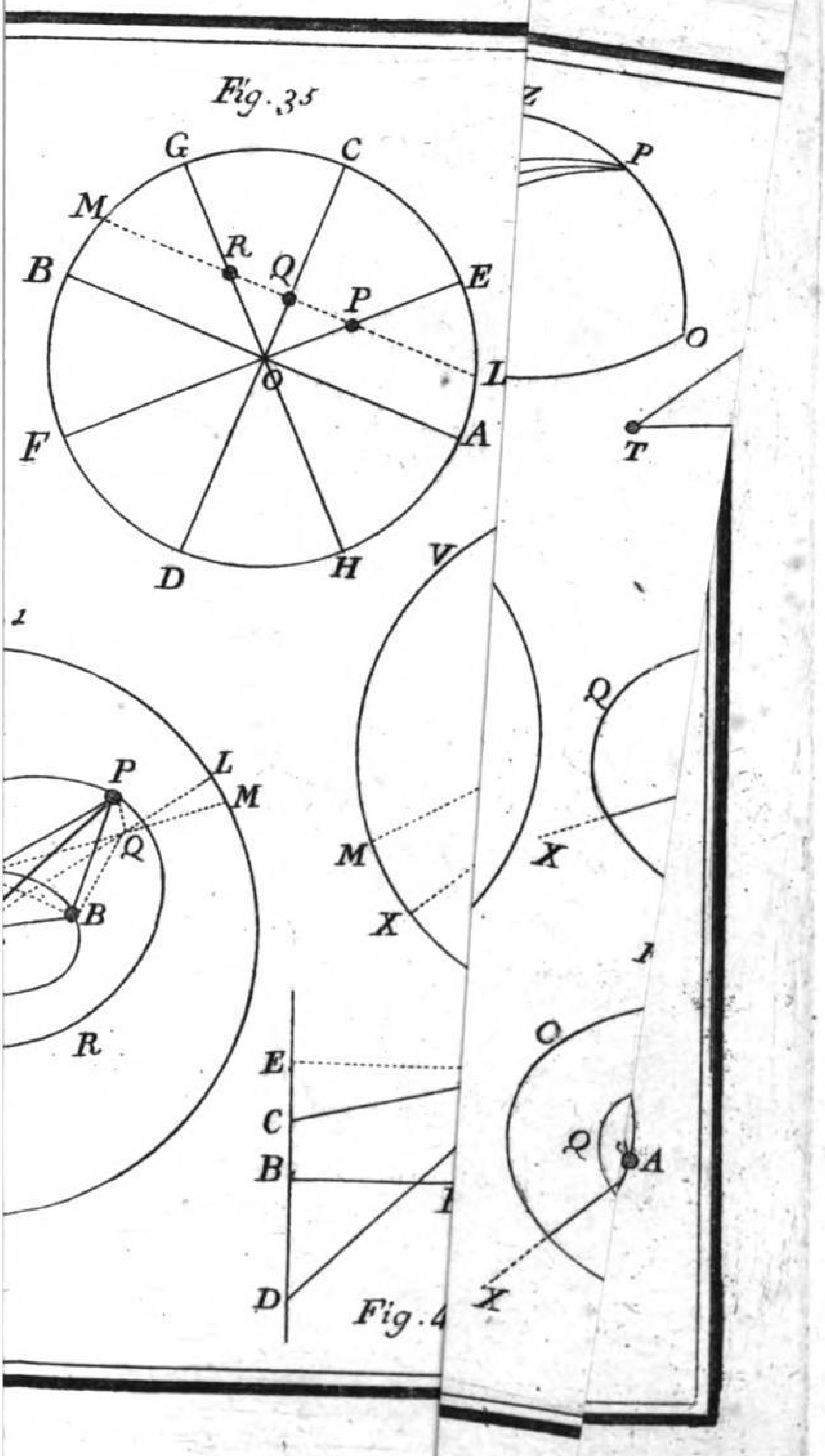


Fig. 35
G
C
M
R
Q
P
B
E
O
L
F
A
D
H
Z
P
O
T
V
Q
P
L
M
Q
B
M
X
X
R
O
E
C
B
Q
A
D
X
Fig. 4

Tav. VI
Tom. III

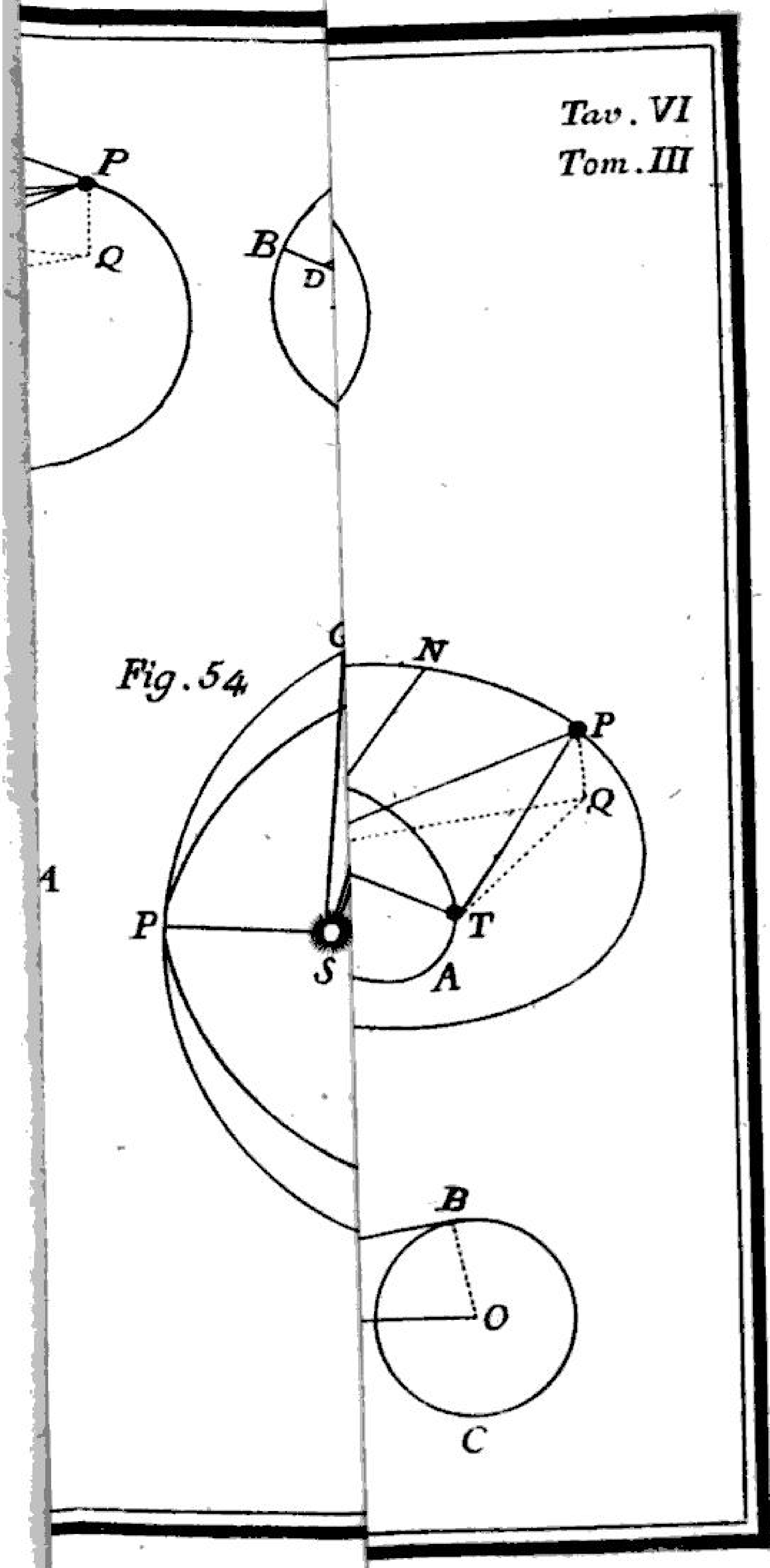


Fig. 54