CLAVDII PTOLEMAEI

MAGNÆ CONSTRVCTIONIS

LIBER PRIMVS.

Cum

THEONIS ALEXANDRINI COMMENTARIIS.

IO: BAPTISTA PORTA NEAP. Interprete.

NEAPOLI
Typis Fœlicis Stelliolæ, ad Portam Regalem. MDCV.

SVPERIORVM PERMISSV.

CLAVDII PTOLEMAEI MAGNAE CONSTRVCTIONIS.

LIBER PRIMVS.

PROOEMIVM.

QVI legitimè philosophati sunt, bene quidem, (ò Syre) contemplatiuam philosophiam ab actiua mihi vidẽtur distinxisse; nam & si actiuè contingit, vt eam præcedat contemplatiua, nihilo tamen minus aliquis magnũ inter eas comperiet discrimen; non solum quod nonnullæ morales virtutes multis etiam sine disciplina inesse possunt, sed contemplatiuas sine doctrina impossibile est posse assequi. Quin etiam quod in altera ex assidua ipsarum rerum actione, altera verò ex theorematum profectu maxima emanat vtilitas. Hinc cõsentaneum nobis ipsis esse duximus, actiones quidem in specierum obiectu ita componere, vt ne in minimis obliuiscamur considerationis, quæ ad decoram, & bene dispositam constitutionem conducit. Ocio verò quamplurimum indulgere decet ad theorematum doctrinam, quæ plurima, & pulcherrima sunt, & præcipuè ad ea, quæ propriè mathematica vocantur. Nam & Aristoteles admodum accuratè contemplatiuam in tria prima genera distribuit, Naturale, Mathematicum, & Theologicum. Cum enim omnia, quæ existentiam obtinent, ex materia, & forma, & motu constent, quorum quælibet seorsum à subiecto minime sensibus, sed intellectu tantum concipi possint, ac sine cæteris, si verò quis primi motus causam simpliciter consideret, Deum neq; aspectui, neq; motui obnoxium primam causam existimaret, & huius forma Theologica inquirenda est, quod eiusmodi vis à sensibilibus substantijs prorsus seiuncta, circa maxime mundi sublimia solùm intellectu percipitur. Alterum verò genus, quod vniuersales qualitates, semperq; mobiles scrutatur, & circa album, & calidum, dulce, & molle, & huiusmodi similia, physicã scientiam quis nuncuparet, & ea substantia, vt plurimum, in rebus interitui obnoxijs, & sublunari sphæra conuertatur. Genus autem quod formam, & locales motus, & qualitatem, & speciem apparentem, quantitatem, & magnitudinem, locum, tempus, & eiusmodi talia demonstrat, Mathematicum diffiniret, cum hoc medium inter illa duo genera cadat, non modo quæ & sensu, & absq; sensu cognosci possit, verùm etiã, quod omnibus simpliciter existentibus mortalibus, & immortalibus contingit, cum mortalibus, quæ semper secundum formam commutantur, & æternis, cum æthereæ naturæ se immota conseruant. Nos igitur considerantes, quod duo speculationum genera, coniecturæ potius, quam demonstrationum scientiam quis dixerit, theologicum quidem, quod & inconspicuum, & incomprehensibile sit, physicum autem propter materiei instabilitatem vix percipi potest, ob id philosophantes de eis nunquam consensuros arbitremur. Solum autem Mathematicum (si quis accuratè ipsi mentem adhibuerit) stabilem, immutabilemq; scientiam præstabit, tanquam demonstratione arithmetica, & geometrica vtatur, quæ ratione, à qua dubitatio longè abest, vtatur, maximè visum est nobis pro viribus differere. præcipuè verò, quæ coelestia, & diuina corpora compræhẽdit, cum solum hæc de rebus certis, & eodem modo se habentibus consideret, & propterea cum & ipsa comprehensibilis, certa, & ordinata existat, semperque eodem modo se habere possit, quod proprium est scientiæ. Cæterum ad reliquas artes non minus, quam illæ cõfert, etenim ad Theologicum genus maxime viam præparat, cum sola possit rectè immobiles, & separabiles

biles facultates conijcere, ex accidentium vicinia circa sensibiles substantias, & mouentes, & motas, æternas, & impassibiles, & accidentes, differētiam, motuumq; ordines, quo ad naturam tantum, non quod accidit est proponendum, quod proprium est materiæ à particulari motu secundum motum progressiuum, vt ipsum corruptibile, & incorruptibile, ex recto, & circulari, graui & leui, passiuo & actiuo, à medio & ad medium. Ad actiones, & habitus præ cæteris maximè præparat, ob bonum diuinarum rerū ordinem, simmetrias, & obsequiū, amatores nos quidē & diuinæ huius pulchritudinis imitatores red dens, animosq; inflāmans ad similes animæ moderationes. Nos igitur amore huius sciētiæ, quæ sēper eodē se habent modo, assiduè augere conamur, discētes quidem, q̄ ab antiquis artificibus iam relicta sunt, adijcientes ea, quæ vsque ad nostra tempora inuenta sunt, & quæ iudicamus adhucusque in lucem prolata breui compendio complecti conabimur, vt non omnino rudes, sed qui aliquantulum profecerunt, assequi possint. Et vt absoluta sit doctrina, omnia ad cœlestium contemplationū vtilia peculiari ordine trademus. Et ne longioribus euagemur, quæ accuratè ab antiquis commemorata sunt, recitabimus, cætera verò, quæ non omnino comperta fuerint, aut non satis cōmodè explicata, pro nostra facultate latius exponemus.

Theonis Alexandrini commentarius in primum mathematicæ constructionis Ptolemæi librum.

PROOEMIVM.

SAEPE numero ab auditoribus hortatus (fili Epiphani) ea cōmentari, quæ vnicuique difficilia iudicarunt in mathematica Ptolemæi constructione, operæpretium me facturum existimaui, si commentarium in eam ederem, & conuenienter pro viribus tantam diligentiam susciperem, tùm propter eorum, qui in astronomicæ facultatis versantur exercitatione, tum propter exortationem eorum, qui principia addiscunt; possibile quidem ijs erit, qui veritatis, & inuestigandi studio tenentur assequi, quoniam quamplurimas demonstrationes nos addidimus, nullo modo à veteribus commentatoribus intellectas, vt ex commentarijs, quæ nobis relinquerunt apparent, nam clariora proponentes omittere, quæ maxime difficilia sunt, reliquisse apparent. Ad hæc clarè Ptolemæo in initio huius tractatus dicente, CVM

OMNIA LINEARIBVS DEMONSTRATIONIBVS OSTENSVRI ESSEMVS, ipsi plurima, sine aliqua ratione, quemadmodum in faciliorib us regulis per quædam compendia fieri solent absoluerunt. Nos autem maximam adhibuimus operam, non solum per linearem demonstrationem omnia pro viribus percurrere, sed etiam nil eorum, quæ aliquid habere difficultatis videntur, prætermittere: licet tanti non simus, vt eiusmodi negotium complectamur. Et ne prolixi in commentatione essemus, in primo quidem huius constructionis limine, secundum literarum ordinem ad verbum exponemus, deinceps verò quæcunque etiam initiatis facilia, sponte missa faciemus, quæ autem talibus mediocriter videtur intellectu difficilia, & horum demonstrationes apponemus. Maximam autem videmur gratiam ab ijs consequi, qui possunt corrigere, quæ non, vt par erat, à nobis sunt exactè pertractata (quemadmodum & ipse dixit.) Nec turpe putare debemus, cum tam magna, & diuina polliciti simus, etiam si ab alijs corrigamur, nec nos tanti arbitrati simus esse, vt omnia sine aliqua controuersia ad verbum percurramus.

QVI LEGITIME PHILOSOPHATI sunt, bene quidem, &c. Aequum esse arbitror eum, qui Astronomiam profitetur, longiorem ex Philosophia verborum prolixitatem afferre, sed pro viribus, quæcunque clara sunt, siue verba, siue totam sententiam spectes, breuiter exponere, etenim totum ferè proemium, vt ego arbitror, perspicuum est, si quis ipsum simpliciori modo susciperet, sicut & ipsi Ptolemæo videtur: dicit enim in calce propositi procemij. Conscriptus est à nobis hic tractatus, ITA VT non omnino rudes, sed qui aliquantulum profecerunt, eum assequi possint, iuuenes intelligens, ad quos cum scriberet, non talem dixisset suorū procemiorum debere esse enarrationem. Si quis enim hoc in longum producere vellet, non arbitror multis sermonibns indigere, quod nos ad totam sententiam cō pendiose comprehendendam accedimus. Est igitur, vt reor, tota sententia eiusmodi. Hominem bene viuentem semper in honesta, ac bene constituta dispositione debere esse: est autem hæc dispositio in duobus sita, in contemplatione scilicet, & actione, quare ab eorum laude, qui hæc diuiserunt, initium fecit, inquiens. OPTIME EOS distinxisse contemplatiuam ab actiua, qui legitime philosophati sunt, intelligit autē Peripateticos, siquidem paulo post, cum Aristotelis mentionem fecisset, cōtemplādi partē, bene, ait, pertractasse, si quid aliud vnquā bene diuiserit, videlicet, quod dictū est, hoc est totā philosophiā in actionem, & cōtemplationē. Dicunt autem contemplationi finem propositum esse ipsam veritatem, actioni fælicitatem, & morum probitatem, quare virtutes actioni subiectæ morales appellantur. Inquit enim Ptolemæus, agendi parti accidisse, vt prior ipsa contemplandi sit, propterea quod fortasse oportet eum, qui prius aliquid fecerit, etiam quod eligibile, quod agendum est apprehendisse, & quod per hæc etiam agi posset, & hoc modo, quæ omnia sunt veridici habitus, & contemplationi, sed tamen magnum, ait, inter se comperi discrimen, morales enim virtutes quasdam enim sine doctrina conquiri. Ex more etiam ipsæ virtutes præter prudentiam videntur constare, quare & morales autumant appellandas, quasi quasdam in consuetudine positas, quæ sunt prudentia, fortitudo, liberalitas, iustitia, clementia, & omnino honesti, & boni ex consuetudine dicimur esse: videntur autem earum aliquæ etiam naturaliter aduenire, etenim animalia rationis expertia, alia quidem fortia, alia prudentia dicuntur esse, ergo harū nonnullæ etiam sine ratione hominibus innascuntur, contemplatio autem vniuersorum, non est, inquit, sine ratione, nec simpliciter contemplationem dixit, sed rerum vniuersarum, fieret enim comprehensio contemplationis,

tionis, & veritatis etiam sine doctrina, cuiusmodi sunt axiomata. Vt quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Vna igitur hac differentia differre ait, quæ dicta sunt. Dein quia actionis vtilitas ex ipsa operatione est (hoc autem esset corpore agere) contemplationis autem ex contemplandi studio, & progressu. Cum igitur differant actio, & contemplatio, expositum sit bene viuentem ab vtroq; dependere, hoc, & ipse inquit, facere ad actiones quidem se ipsum cõponendo in ipsis phantasiarum applicationibus, hoc est, in ipso initio ex electione aliquid faciendi conatur moderate, & compositè hoc facere, contemplationem, inquit, haberi ocium circa contemplationum doctrinam interponendo, præsertim Mathematicarum, hæc autem sunt, quæ circa Geometriam, Arithmeticam, & Musicam, & Astronomiam. Quod autem, & Mathematica sub contemplationis genere contineatur, Aristotelem testem adducit, qui in tres partes contemplationem diuisit, in Physicam, Mathematicam, & Theologicam, quam diuisionem rectè se habere probat, propterea quod tres sunt res, ex quibus entia constant, videturque entia appellare corpora naturalia, quæ sunt ex materia, forma, & motu, tres eiusmodi res separari non possunt, vt subsistant, vt diuisim hæc, diuisim illa per se subsistant, sed vnamquamq; comprehendi propriam habere naturam. Neq; enim est eadem motus, & materiæ natura, vel motus, & formæ, neq; materiæ, & formæ. His igitur tribus existentibus, motu quidem constituit theologicam speciem, ex ipsa disquisitione primi motus vniuersitatis, dicit autem primum motum ab oriente in occidentẽ, hoc enim primo motu mundus mouetur, in huius igitur motus causæ disquisitione, substituta. Deus enim eius causa est, natura quidem immobilis, & inspectabilis. Si quis inquit, simpliciter consideret, hoc est ad simplicitatem confugiens, & separans ipsum à corporibus, quibus author est motus, volens tanquam per resolutionem hãc fieri intelligentiam, vt rerum mathematicarum, etenim in his, & superficiem per solidi, & lineam per plani abstractionem intelleximus; & præterea abstrahentes, & resoluentes ad punctum peruenimus, separantes ipsius longitudinem, quæ adhuc relicta erat, vt ad omnimodam simplicitatem, & ad magnitudinis expertem veniamus. Theologiam igitur per motum, physicam autem speciem per materiam constituit. Quoniam enim Physica circa semper mobilem, & mutabilem qualitatem est, videlicet album, calidum, dulce, & molle, patet eam non manere in iisdem qualitatibus: quod autem non maneat, est ratione materiæ, causa enim status, & permansionis magis est forma, per quàm fluxus, ob id physicæ materiæ causa est. Mathematica autem per formam constituta est, circa hoc enim, inquit, ipsa est, & huius qualitatem habet, & præterea localis motus. Formam autem diceret terminum, & superficiem, qualitatem autem formæ figuram, ceu triangulum, & quadrangulum. Considerare autem ipsam, & circa magnitudinem, scilicet mensuratiuam, & circa quantitatem, vt Arithmeticam, sed etiam de loco, & tempore, vt Astronomiam, quod & vbi stella, & quanto tempore suos periodos absoluat, comprehendit. Et oportet esse hanc Mathematicam tanquam in medio & Physicæ, & Theologicæ, horum etiam partem sensu egere, vt intelligatur, vt physicum, partẽ mẽte, vt Theologicum: Hanc autem posse, & per sensum, & sine sensu intelligi. Præterea quod hæc omnibus entibus accidat, & mortalibus, & immortalibus: omnia enim entia, & terminos, & figuras habẽt, tanquã de cẽporibus naturalibus dicat, quare, & prius ita accepimus, eo quod omnia entia materiam, formam, ac motum habent: si igitur omnia in terminis, & figuris, atq; circa mathematica, circa omnia ipsa est, his quidem semper transmutabilibus, hæc autem sunt naturalia, propterea quod facile separantur, inquit, & ipsa formam transmutat, hoc autem esset, quoniã

hæc

hæc phisica semper cum aliqua superficie sunt, & forma, & semper in motu hanc formam habet. Cœlestibus autem inesse mathematicam, quod & hæc formam habent, formam autem immobilem. Prætulimus igitur (inquit) Mathematicā alijs, quoniam naturale propter materiæ fluxum minime comprehendi posse videbamus. Theologicum autem itidem incomprehensibile propter omnimodam ipsius obscuritatem. Hæc autem progreditur per indubitatas demonstrationes, tùm Arithmeticas, tùm Geometricas, omnis igitur mathematicæ curam habere, & præsertim Astronomiam, propterea quod sola hæc circa semper eadem, & similiter se habentia versatur, præsertim cum alijs philosophiæ partibus opem ferre possit. Theologiæ quidem, quod & ipsa circa diuina versatur, proprius enim sunt diuina, quamuis corpora incorporeorum Deorum, quàm non diuina, ac etiam quod eorū latio ordinata est, ordo autem Deorum est proprium, physicæ autem quod simul commutetur, Astronomia quia & physicis corporibus à locali motu sunt proprietates, eo quod incorruptibile quidem circulariter mouetur, corruptibile autem rectè. Propterea quod corruptibile, graue quidem ad medium fertur, leue autem à medio. Dicens enim graue. & leue, accipit actiuè, & passiuè, proinde ac si quis non graue vellet dicere, sed passiuum, vel non leue, sed actiuum. Et tamen etiam astronomiam ad praxim, inquit, esse vtile. Assuescens enim diuinis corporibus, & rectis horum ordinibus, & symmetriam docens, ad amorem ducit honesti, & ordinem animo ingenerandum. Huiusmodi est Ptolemæi sententia totius proemij, vt mihi quidem videtur. Deinceps mox dicet, quomodo velit aggredi commentationem, & ait. CONARI SE AVGERE Astronomicam contemplationem, rectè se ipsum iudicem constituens circa antiquorum inuenta, & velle quidem quæ ab ipsis rectè elaborata, & excogitata fuerint, libenter admittere ad morem discentis. Quæ autem prætermissa, & necessariam habent disquisitionem ad cōplementum contemplationis hæc addere cum exquisita consideratione, est enim vrbanorum virorum munus, qui præassumptos tractatus sequuntur, quæ quidem rectè ab ipsis inuenta sunt admittere, nec contemnere, quæ desunt, addere, quod in vniuersa constitutione huiusce contemplationis, ipse facere videtur. Quædam enim ex verbis aufert, tanquam superflua, quædam autem tanquam non bene dicta corrigit, nemini popularem reprehensionem inferens, in ipsis autem rebus se ipsum modestè gerens, atq; ex inde probationem magis accipiens, quàm fidem, postea, quia nouit longum temporis interuallum ad exactiores motuum disquisitiones facere, ait, tantam appendicem operi se conferre studere, quantam ab antiquioribus Astronomis tempus vsque ad nostra tempora afferre potest.

PTOLEMAEVS
De ordine Theorematum.
CAPVT PRIMVM.

SED præpositam à nobis constructionem præit, vt vniuersam totius terræ ad totum cœlum habitudinem perspiciamus, particularium verò iam, & quæ sequuntur. Primum erit sermonem habere de positione

tione obliqui circuli, & locorum nostri orbis, similiter, & de mutua eorum in vnoquoque horizonte iuxta inclinationes in ipsis ordinibus facta, hæc enim speculatio si præcesserit, faciliorem reliquorum considerationem præbebit. Secundo verò de Solari, & Lunari motu, & de eorum accidentibus percurramus, sine enim horum præcognitione, neque circa stellas latissime vnquam speculatio fieri posset. Cum autem postremus futurus sit sermo de stellis ad demonstrationē ipsam, iure quidem præponenda essent, quæ de sphæra stellarū fixarū, sequerentur autē ea, quæ vocātur de quinque planetis. Singula autē horum demonstrare conabimur, principiis quidē, & veluti fundamentis vtentes ad inuentionē euidentibus, & apparentibus, & indubitatis veterū, & neutericorum obseruationibus. Deinde has præceptiones accommodabimus per demonstrationē in linearibus probationibus. In vniuersum autem hæc sunt præsupponenda. Quod cœlum sphæricum sit, & circulariter feratur. Et quod terra figura quidem, & ipsa sphærica sit ad sensum secundum vniuersas eius partes accepta. Et quod in medio cœli sita sit, puncti similitudinem habens, magnitudinem quidem ex distantia ad sphæram stellarum fixarum pūcti proportionem habet, ipsa nullum faciens progressiuum motum. De his autem singulis memoriæ causa breuiter percurramus.

THEON.

De Ordine Theorematum.

VULT in hoc capite enumerare ea, quæ vniuersè, & sigillatim debet principaliter præsumi ad astronomicæ constructionis speculationē, & declarare quod consequentem facit ordinem tùm doctrinæ horum, tùm etiam stellarum motus cum concordia ad ea, quæ apparent; siquidem & ipsa subiectum est propositæ speculationis. Ac inquit, PRAECEDERE IIS, QVAE PARTICVLARITER propositæ constructionis vniuersam totius terræ videre ad totum cœlum habitudinem. Quæ autem vniuersalis sit hæc habitudo, inquit, Terram medium obtinere locum, & sphæricum esse cœlum, & circulariter ferri. Quod terra figura quidem est ipsa sphærica ad sensum secūdum vniuersas partes accepta, hoc est, vel simul tota, vel secundum magnas partes, videlicet per vnumquodque clima, & cum montibus, & cum vallibus in ipsa, vt quæ minima sint ad vniuersam terræ magnitudinem, vel etiam ad dictas partes, etiam cum æquoribus, & fluminibus. Ostendit etenim in sequentibus quod & superficies maris, & vniuersæ aquæ tran-

tranquillæ sphærica est, & quod in medio cœli sita sit tanquam centrum, puncti rationem habens, tanquam ad distantiam vsque ad sphæram stellarum fixarum, nō quod sine magnitudine sit, sicut punctum, sed quod ad cœlestem magnitudinem relata, non alicuius momenti videatur hæc magnitudinem habere, & quod neque motum aliquem facit, sed in medio vniuersi immobilis existens. Et hæc cum declarasset, esse, quæ vniuersaliter tanquam principia, veluti ex simplici animi notione, & ex simplicioribus obseruationibus oportet præintelligi. Deinceps, & de particularibus rebus suscipit tractationem, & inquit. Quod consequens est, & in his præintelligere nos de portione circuli obliqui ad æquinoctialem, & per media animalia circuli, in quo semper Sol fertur, hoc est quanta sit ad æquinoctialem inclinatio ipsius comprehenditur in maximo circulo per polos ipsius descripto, etenim ex huiusmodi inclinatione tempora dierum, & noctium secundum singulas inclinationes sphæræ differentia accipiuntur, sicut in secundo libro demonstrat. Amplius & de regionibus nostris habitatis, hoc est, quæ pars terræ est, quæ habitatur, & quæ peruenit ad nostram cognitionem, vtrum quæ ad Septétrionem, vel ad Meridiem, & quæ rursus eius quantitas, quo ad longitudinem, & latitudinem. Neque enim de rebus ignotis propositum est ipsi disserere, & quanti sint excessus ad æquinoctialem secundum habitationes maximorum, & minimorum dierum ad declinationē horizontis facti ex magis borealibus, & australibus ipsorum positionibus. Perspicuum est enim quod ex iis eiusmodi fiant differentiæ, quemadmodum Theodosius in libro de habitationibus demonstrat, quod & astra firmamenti quotquot sunt, & æquinoctialis, & maximi circuli semper apparentiam plus temporis super horizontem apparent ijs, qui ad Septétrionem habitant, quàm ijs qui ad Meridiē. Quotquot autem sunt, & inter æquinoctialem, & maximum circulum non apparentium plus temporis supra horizontem apparent ijs, qui ad Meridiem habitant, quàm ijs qui ad Arcton. Hinc fit, vt Sole existente in tropico æstiuali maiores fieri dies in habitationibus borealibus, minores verò australibus. Contra autem Sole existente in hyemali tropico, maiores quidem fieri dies in australibus habitationibus, minores verò in aquilonaribus. Fiunt autem, & circa magis orientales, & occidentales horizontum positiones differentiæ, eo quod eodem temporis spatio maior est horum multitudo in habitationibus magis orientalibus, minor vero in magis occidentalibus. Præterea verò, & circa eleuationes, & anni tempora, & circa alia plurima fiunt differentiæ circa positiones horizontum, quemadmodum in sequentibus perspicuum fiet. Deinde volens vtilitatem horum intelligentiæ docere, inquit. PRAEINTELLECTA ENIM horum speculatio, reliquarum considerationem faciliorem præbet. Deinceps autem rursus consideraturus hæc de stellis, necessarium comperit ante exponere de motu Solari, & Lunari, & quæ his contingunt. Hæc autem sunt, quæ circa ipsam constitutiua tempora ipsorum, & inæqualitates, & gradus longitudinis, & æquales, & exquisitas. Amplius autem, & latitudinis, & distantiarum, & magnitudinum, mutationum, & coniunctionum, & & pleniluniorum, & eclypsium Lunæ, & inclinationum, & quæcunque alia, quæ in tertio, quarto, quinto, & sexto libro assumit. SINE ENIM, inquit, horum præcognitione, neque circa stellas, dico iam & fixas, & errantes possibile esset plenius, hoc est, perfectius, & clarius recognosci. Cum autem postremum sit eorum, quæ demonstratur de Sole, & Luna, & de astris, quemadmodum diximus, contemplationem facere. Præponit iam & hic errantiū tractationi cōsiderationem de stellis fixis. Post hanc ipsam de quinque planetis. Quod autem consequenti ordine eiusmodi enarrationem ipse fecerit, manifestum nobis sic erit. Prius enim ab vniuersalioribus

alioribus initiũ facit terræ, & cœli, & primũ à cœlo, deinde ordinatim de positione harum partium, dico, videlicet de Zodiaco, & de parte terræ, quam nos incolimus; deinceps de locis magis particularibus terræ, idest de differentijs, quæ fiunt secundum vnumquemq; horizontem circa inclinationes. Et hæc cum declarasset, esse ea, quæ debent præsumi ad faciliorem considerationem reliquarum rerum astronomicæ contemplationis. Deinceps etiam magis singularium numerationẽ facit Solis, & Lunæ, & reliquorum fixorum syderum, & errantium. Quod autem, & horum ordinem consequenter fecit concordiæ ad apparentia, manifestum nobis fiet in proprijs locis ex demonstratis circa notiones ipsarum. Quæ enim circa motus stellarum fixarum, & errantium, ex eo quod desumuntur circa Solem, & Lunã. Propter quod præsumit de his tractationem, postea præassumit horum tractatum de Sole. Ex notione etenim eorum capiuntur, quæ de Luna dicuntur. Insuper præponit stellarum fixarum ante planetarum tractationem, quandoquidem sæpè epoca fixæ stellæ fit vtilis ipsi ad planetæ cognitionem, sicut nono libro manifestum fit. Vnde addidit, & IVRE OPTIMO PRAEPONI TRACTATIONEM de sphæra stellarum fixarum tractationi de sphæra planetarum. Ob id postremum horum demonstrationem fecit; Vocauit autem errantia has quinque solum stellas, dico autem Saturni, Iouis, Martis, Veneris, & Mercurij, quod hæ solæ videntur, aliubi quidem ad sensum stantes, aliubi autem ad sequentia, aliubi autem ad præcedentia, hoc est ad anterius & posterius. Et præterea quæ ad obliqua, tanquam in distantijs in latitudinem progressum faciunt, videnturq; similes ijs, qui in triuijs oberrant, & omnes reliquas stellas fixas vocauit, eo quod distantias, & figurationes ipsas ad inuicem seruant, videntur similes ijs, quæ ab inuicem non errant. Solem enim, & Lunam neque fixas vocat, quoniam ipsæ non seruant, neque ad inuicem distantias, neque ad stellas, neque videlicet figurationes, neque verò errantes, eo quod neque stationarij videntur, neque retrogradi. Singula autem prædicta ostendit principijs quidem tanquam materia astronomicæ speculationis, præutẽs, instrumentorum obseruatione accidentibus, quæ circa motus comprehensis. Et præterea exquisitis obseruationibus à maioribus scriptis, maximè verò ab Hipparco, & ipsis rursum quæ per instrumenta fuerunt deprehensa, quarum quidem constitutiones, & positiones, amplius autem, & vsus in sequentibus in proprijs locis exponit, & per hæc notionibus inuentis consonans suppositiones accommodans, sequentes declarationes facit per insinuationes in linearibus demonstrationibus. Postea supradixit ante. Præpositam à nobis constructionem præcedere videre vniuersam totius terræ ad cœlum habitudinem, nunc sicuti diximus, dicet, quæ sit vniuersa habitudo ab ipso dicta, & inquit. IN VNIVERSVM QVIDEM liceret præintelligere: Et quod sphæricum est cœlum, & circulariter fertur. Et, quod terra figura quidem, & ipsa sphærica ad sensum, secundum vniuersas eius partes accepta, vt supra declarabamus cum æquoribus, & montibus, vt qui parum supra terram insurgant ad vniuersalem terræ magnitudinem, vel ad prædictas partes. Quemadmodum enim si sphæræ ex aliqua materia confectæ habentis diametrum pedalis mensuræ, arena inhæserit, vel minimum quid tale in ipsa fiat, non iam & sphæricam figuram, vt est ad sensum alterauit, sic & in terra, vt de comparatione magnitudinis ipsius, & montes, & cauitates in ipsa minima existentes, inuariabilem ipsius, vt est ad sensum sphæricam figuram cõseruant, & in ipsis autem magnitudinibus terræ, & maximi montis inquirentes, hoc idem deinceps demonstrabimus in capite de hac re. Quare & sphæricam ipsam supponit, ex apparentibus circa ipsam euidentijs huiusmodi ita accepta. Amplius autem, & positione mediam totius cœli, & magnitudine puncti rationem habens, non quod ipsa nullam habeat magnitudinem, sed vt ad comparationem, vt diximus, illius maximæ quantitatis distantiæ ab ipsa ad sphæram cœlestium, quemadmodum & Euclides in Opticis dixit. Quod vnumquodq; eorum quæ videtur, habent aliquam distantiã, vbi existens non amplius videtur. Si igitur intelligemus ex tanta distantia aliquam videre terræ magnitudinem propter excessum distantiæ, minima videbitur, vel etiam sensum fugiet, ob id & dixit, VT AD DISTANTIAM. Amplius autem etiam hoc esset ex iijs, quæ præintelligi debent in ratione princ pij, ipsam immobilem manere in eo loco, quem diximus, neque se mouere. Et quoniam hæc accipit vt principia inquit. Principium non est demonstrationes facere. De horum autem suppositione breuiter differemus, suppositionis inquiens, non autem demonstrationis, ob id & inductiuo, nõ autem demonstratiuo vius est sermone. Differit autem de his à communibus notionibus, & tenuibus quibusdam obseruationibus, non tanquam principiorum demonstrationes faciens, vt diximus, sed supponens; quoniam hæc quæ sumuntur principia non casu, & impropriè accipiuntur, sed quam maximè congruè ad ea quæ apparent, concordiæ. Idem etiam modus congruit sermonibus de principiis.

PTOLEMAEVS.

Quod coelum circulariter fertur.

CAPVT II.

PRimus igitur horum notiones à tali aliqua obseruatione veteribus consentaneum est aduenisse. Videbant enim & Solem, & Lunam, aliasq; stellas ab ortu ad occasum in parallelis inter se circulis semper ferri, & incipientes deorsum ab humili, ceu ab ipsa terra paulatim eleuari in altitudinem, postea rursus secundum proportionem circumferri, & in humili loco deprimi, quousque tandem, quasi cadentes in terram occultentur. Postea rursus paulo interiecto tempore manentes in occultatione, quasi ex alio principio ori ri, & occidere, & hæc tempora etiam ortus, & occasus loca ordinatè, & similiter omnino redire. Maximè autem eos perduxit ad sphæricam cognitionem propter apparentiã stellarum conuersio circul aris perspecta, & circa vnum, & idẽ centrum circumuolui. Polus enim necessario fiebat punctus cœlestis sphæræ magis autem ipsi appropinquantibus, dum in minoribus circulis circumuoluuntur, remotiores verò secundum distantiæ proportionem maiores circulos in circumscri-

ptione

ptione faciunt, donec distantia etiam vsque ad non apparentes perueniat, & horum quidem, quæ propè semper apparentes stellas videbant ad paruum temporis in occultatione manere, quæ autem procul secundum proportionem rursus diutius, ita vt principium quidem per hæc sola prædictam cognitionem ipsi acceperint. Iam verò secũdum sequentem speculationem, & quæ hæc consequuntur intellexisse, cum omnia simpliciter apparentia repugnent aduersantibus opinionibus. Age enim. Si quis supposuerit lationem astrorum in rectam factam in infinitum ferri (quemadmodum quibusdam visum est) quinam excogitari posset modus, secundum quem ab eodem principio singula quotidie lata videbuntur, quomodo enim reuertere possunt astra in infinitum lata? vel quomodo regredientia non videntur? vel quomodo paulatim diminutis magnitudinibus non occultentur? Contra autem maiora cum videãtur lata in ipsis occultationibus, paulatim se occultantia & sicut abscissa à terræ superficie? atque ipsa accendi ex terra, & rursum in eã extingui? Irrationabile omnino videtur, vt enim quis concedet tantum ordinem in magnitudinibus, & quantitatibus ipsarum, etiam autem in distantijs, & locis, & temporibus sic temere, vt contingit perfici, & omnem quidem hanc terræ partem accẽdendi vim habere, & hanc verò extinguendi magis autem hoc ipsum quibusdam accendere, quibusdam verò extinguere, & astrorum quidem eadem alijs accensa, vel extincta esse, aliis verò non item. Si quis, inquam, hæc omnia concedat, quæ sunt adeo ridicula, quid enim de sẽper apparentibus dicere licebit nõ oriẽtibus neq; occidẽtibus? vel quã ob causã hæc quidẽ accẽsa, & extincta vbiq; & oriãtur & occidãt, hæc, quibus id contingerit, vbiq; & sunt super terram, non enim eadem his quidem semper accenduntur, & extinguentur, his verò nihil vnquam horum accidet, cum omnino perspicuum sit easdem stellas apud quosdam quidem & oriri & occidere, apud alios neutrum. Vt summatim autem dicam, qualemcunque aliam figuram lationis cœlestium præter sphæricam quis supponat, inæquales necesse est fieri distantias à terra ad partes rerum sublimium, vbicunque ipsa, & vtcunque subiacent, ita vt debeant & magnitudines, & adinuicem distantias stellarum inæquales videri iisdem secundum vnamquamque circulationem, vt quæ quandoque in maiori, quandoque in minori distantia fiant, quod non videtur contingere, etenim & quod in horizontibus maiores magnitudines videantur, non id facit distantia, quæ minor sit, sed euaporatio humidi terram circumambientis inter aspectum nostrum, & astra facta, quemadmodum & in aquam iniecta maiora videntur, & quanto inferius secedant, tanto maiora. Conferunt autem quod sphærica sit, etiam hæc, quod non possunt secundum aliam suppositionem horariæ scientiæ constructiones congruere, quàm hæc sola, & quod cum latio cœlestium sine vllo impedimento maxime mobilis sit, etiam figurarum maximè mobilis est, planorumque circularis, solidorum verò sphærica. Similiter autem quod isoperimetrarum figurarum differentia, quoniam maiores quidem sunt, quæ plures habent angulos, planarum quidem circulus maior sit, solidarum verò sphæra, maius autem & cœlum est alijs corporibus. Verùm etiam & à naturalibus quibusdam possunt excogitari ad hanc assumptionem, veluti quod omnibus corporibus maxime tenue & homogeneum est æter, homogeneorum homogeneæ superficies, homogeneæ autem superficies solæ sunt vel circulares in planis, vel sphæricæ in solidis, cũ autẽ æter non sit figura planũ, sed solidũ, relinquitur ipsũ esse sphæricũ. Et similiter qđ natura corpora omnia, quæ quidẽ terrestria, & corruptibilia omnino ex circularibus, dissimilibusq́; tamen figuris constituit, quæ verò in æthere & diuina omnia rursus & figuris similaribus, & sphæricis. Siquidẽ plana omnia existentia, vel disco similia, non iam omnibus, qui ex diuersis terræ locis sub idẽ tẽpus vident, circularis inspecta est figura. Ob id verò cõsentaneũ est esse etiã ipsũ ambientẽ æthera eiusdem naturæ existentia, & sphærica esse, & propter partium æqualitatem circulariter ferri, & æqualiter.

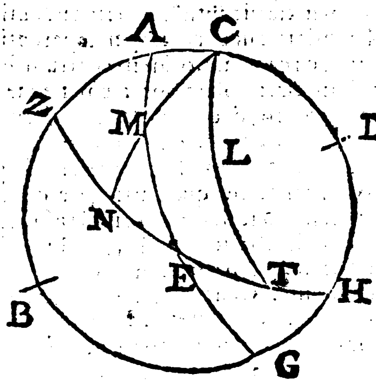
THEON.

Quod coelum circulariter fertur.

CAPVT II.

CVM fecisset enumerationem vniuersalium, & particularium astronomicæ constructionis, quæ debentur præintelligi, cumque manifestasset, quod ante omnia

omnia oportet præcognoscere hoc simul vtrumque, quod & cœlum est circulare, & quod circulariter feratur, hic eo modo, quo diximus, commentationem de his facturus, considerauit propositum caput, quod circulariter cœlum fertur, relinquens, quod & sphæricum est. Videtur autem, quoniam ab vniuersi sphærica latione commentationem facit, circularem ipsum esse, ab hac enim descriptionem capitis factam. Dicet igitur prius, vnde veteres in notitiam venerint eiusmodi vniuersi lationis, & dicit, quod, VIDEANT enim & Solem, & Lunam, & alias stellas & fixas & erraticas per circulos parallelos ferri. Per circulos igitur ferri, tanquam iam cognitionem horum suscepissent ex continua obseruatione cælestium corporum, & maxime à semper apparentibus astris, quod sphæricæ feruntur, sicut & sequens deinceps dicit. MAXIME autem perduxit eos ad sphæricam cognitionem semper apparentium stellarum circularis conuersio perspecta, & quæ deinceps. Quod autem & per parallelos circulos in Sole quidem & Luna, & quinque planetis, quod ex prima vniuersi latione ab Orientalibus ad Occidentales ferri, ita ipsis videbantur tanquam ad sensum in obseruatione in singulis diebus insensibili facta differentia parallelorum in tanto interuallo ad helicas, quæ ex veritate ab ipsis describuntur, & ex earum motu, & ex vniuersi facta ipsorum circumlatione. Cum enim vniuersi prima latio ab Oriente in Occidentem ad præcedentia fiat, stellarum autem motus ab Occidete in Orientem, etiam & ad sequentia perspicitur, & huius neque per aliquas parallelos polis sphæræ in circulatione scriptas, sed per obliquos ipsis continget helicas describere ex vtrorumque simul motu subcontrario.



Intelligatur autem sphæra, & in ipsa quidem Meridianus A, B, G, D. poli autem ipsius puncta B D, & sit maximus parallelorum, quæ polis sphæræ in circulatione scribatur circulus A E G, obliquus autem ad hunc Z E T H. Si vero intelligamus aliquam errantium stellarum ad T, vniuersi latione circa polos B D æqualiter facta, siquidem stella in T manet, quippè describit circulū parallelum circulo A E G. Quoniam autem in quo sphæra conuertitur, & ad T stella mouetur, & est, verbi gratia, ad C, describet vtique lineam ex circulatione, sicut T L C, & rursus quousq; altera circumlatio fiat, motus & factus, vt ad N, describet & aliam lineam, sicut C M N, erit quæ vocatur helix. In stellis autem fixis verius vtique magis esset, quod dicitur, eo quod videbant ipsas per circulos parallelos ferri, quod esset harū

pro-

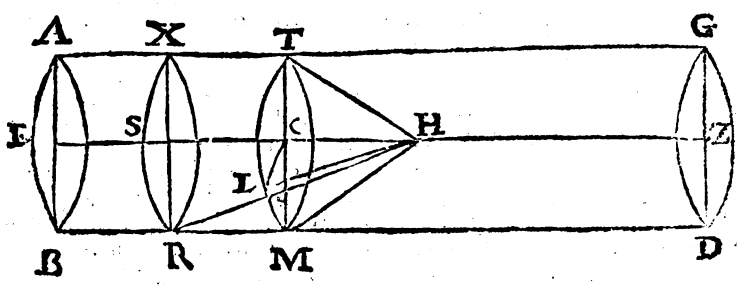
proprius motus breuis, & insensibilis omnino. Demonstrant enim in centum annis vnam particulam proximam ad sequẽtia motæ per circulos similiter obliquos ad æquinoctialem, & incipientes quidem sursum ferri ab imo, & humili, & quasi ab ipsa terra in sublime eleuatas paulatim ad altitudinem. Et quidem cum sint à terra ad cælum interualla, humilem vocauit locum ad Orientem, humilem, non quo ad distantiam, sed quo ad nos, siquidem & quod est supra caput ipsius, vnusquisq; vocat sursum, quod autem ad pedes deorsum, id, quod est ad pedes, est id, quod est ad horizontem, in quo est Oriens. Vade & illud, PAVLATIM eleuatos in altitudinem, addidit, quoniam & ordine ita feruntur ab horizonte, tanquam ad medium cœlum, quod videtur vnicuiq; quasi supra caput, & sursum esse. POSTEA rursus secundum proportionem ab hoc ad Occidentem, & tanquam deorsum, & ad pedes, quousque & aspectibus obseruantium occultentur. POSTEA rursus quodam tempore eis occulti manentes, tanquam principium rursus aliud oriendi accipiebant, & consequenter supra terrã apparendi. Dixit autẽ TANQVAM ex alio principio apparere, siue oriri, quia occultatio ipsarum intercidit apparentem ipsarum lationis continuationem. Hæc autem tempora à quibus manifesta fiebant, & occulta, & insuper loca, ex quibus & oriebantur, & occidebant ordinatè, & similiter vicissitudines accipientia. Tempora aquarijs vasculis metiebantur, & eadem singulis diebus ex calculis deprehendebant, cum supra terram latio, & eiusdem sub terra in fixis stellis vtriusq; lationis supra terrã trecẽtis sexaginta tẽporibus colligerentur. Loca autẽ in horizõte Orientali, & Occidentali, & insuper ea, quæ in Meridionali eadem rursus manentia ad sensum deprehendebantur. Non itidem autem in Sole, & Luna, & quinque erraticis eadem tempora, & loca deprehendebantur, sed ordine quodam iuxta vicissitudines respondentia. Maxime autem ipsos ad sphæricam intelligentiam ducebat semper apparentium astrorum circumlatio circularis apparens & circa vnum, & idem centrum sese circumuoluens. Videbant enim stellas quasdam circa polum borealem, neque oriri, neque occidere, sed semper supra terram apparere, & ex circulatione circulos describere, ex quibus maxime intelligebant sphæricum esse motum, eo quod ipsarum aliquæ minores circulos describerent, aliæ maiores, & apparerent ea quidem, quæ maiorem circulum describeret, & circulatione quasi attingere circumferentiam horizontis, & complectentem, circulo sub se descripto omnia astra semper apparentia. Descripto autem minimo circulo ab aliqua stella, quasi medium aliquod punctum immobile, hoc autem fiebat tanquam centrum ex circulis descriptis à circulatione semper apparentium stellarum. Centrum autem dixit, non verò polum, quasi communi, & manifestiori intelligentia vtens. Necesse igitur erat putare hoc punctum in polo sphæræ, consequens enim erat igitur etiam dicere sphæram, cum ipsi quidem magis appropinquant, secundum minores circulos latos, quibusdam verò procul ad distantiæ proportionem maiores circulos in circumscriptione facient, & propterea sphæricam figuram affingant, vsque dum elongatio etiam ad ea, quæ non videntur attingat, quo ad reliquum enim paralleli circuli remotiores à maximo apparentium secabantur ab horizonte, & ipsos describentes, stellæ oriebantur, & occidebant, & horum quidem proprior maximo semper apparentium oriens & occidens minus tempus ipsis faciebat, inconspicuus existens, quàm is, qui remotior erat, & reliqui ex proportione quemadmodum quæ sub terra sectiones parallelorum circulorum, quæ proprius maximo semper apparentium, remotioribus colligere maiores, vel similes esse, quod sphæricæ figuræ demonstratum est congruere, quemadmodum & Theodosius secundo sphæricorum demõstrauit. Quod

si

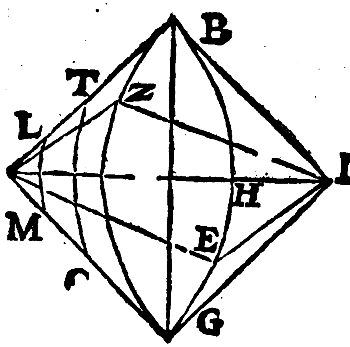
si in sphæra maximus circulus parallelos quosdam circulos eorum, qui sunt in sphæra, non per polos secauerit, quemadmodum horizon in inclinationibus parallelos æquinoctiali ex deprehensis circumferētijs maiores, vel similes semper, quæ propius apparenti polo, quàm qui remotius, ita vt principium quod sphærica sit figura vniuersi ex huiusmodi imaginationibus ipsi comprehendant. Amplius autem ex magis continua obseruatione circa cōtemplationem, etiam reliqua omnia, quæ circa motus astrorum videntur, comprehendebantur consona sphæricæ figuræ. Contraria autem his, qui aliud sentiebant de hac re. Affert enim. SI QVIS supposuerit lationem astrorum in rectam factam in infinitum ferri, quemadmodum quibusdam visum est. Hæc opinio Epicurea quidem est, manifesta autem contraria ijs, quæ apparent. Dubitaret enim aliquis inquirens. Quomodo in recta linea, & in infinitum abeuntia astra potuerint reuerti, & tanquam ab alio principio, vt diximus, quotidie circumlata videri? Quomodo enim reuertere potuerint astra in infinitum mota, aut enim infinitum non omnino percurrissent, siquidem reuertissent, aut erat consentaneum ipsa apparere nobis regredientia? Amplius autem etiam secundum Euclidem in Opticis. Vnumquodque eorum quæ videntur, habet aliquam magnitudinem interualli, quo existente, non amplius videbitur. Et rursus. Aequalibus magnitudinibus, & in eadem recta existentibus, ex maiori distantia visa, minora videntur, ita vt contingat in rectum abeuntibus astris, & magnitudines ipsarum, & distantias ad inuicem maiores existentes, minora apparere, & ex cōtinua magis elōgatione paulatim magnitudinibus diminutis, inuisibilia ipsa nobis constitui. ex propria vniuscuiusque distantia, cui contrarium videmus contingere ex apparentijs. Vnde enim videntur secundum ipsos ex maiori distantia inuisibilia fieri, illinc magis magnitudines maiores ipsorum videmus, & impropriè, quæ recta sit lationi latentia. Magnitudines enim in rectum abeuntes, paulatim, sicut diximus, videmus oculis diminui, vsque dum omnino occultentur, & non per partes breui tempore recidi, & occultari, quœ videmus in occultationibus, vel in occasibus astrorum, vt ex obiece superficiei terræ secundum partem ipsa obscura fiant. AT QVI & raccendi ipsa, à terra, & rursus in ipsam extingui absurdissimum videretur omnino. Amplius autem accendi & extingui astra secundum Heraclitum, absurdum esset omnino; vt enim concedamus talem ipsis ordinem immutabilem & magnitudinum & quantitatis, hoc est & multitudinis, etiam quæ in figuris manifestiora sunt. Amplius autem & distantiarum, & figurationum, quas habent adinuicem, & locorum, supra quæ exoriuntur, & meridionales fiunt, & occidunt, & temporum, quæ faciunt super terram, & sub terra manentes, & præorientium, vel in medio cœli existentium, & præoccidentium, quæ adinuicem faciunt, sic simpliciter, & casu perfeci, & concederemus ipsis dicere partes quidem orientales accēdendi vim habere, partes verò occidentales extinguendi, colligitur, intelligentibus nobis, quæ sunt ad Antipodes eundem locum terræ habere vim accēdendi, & extinguendi: orientes enim nobis, sunt illis occidentes, & illorum occasus, ortus nostri. Ac præterea continget stellas his quidem iam accensas esse, vel extinctas, his verò non: quæ enim oriuntur apud magis orientales, non alio dum apud magis occidentales oriuntur, similiter & quæ occidunt magis orientalibus, magis occidentalibus super terram sunt. Si quis igitur omnia concederet ipsis, cum sint ita ridiculosa, & efficaciter eorum opinioni pugnantia, quid de semper apparentibus astris dicere possent neque orientibus, neque occidentibus? vel qualem ob causam in rectæ sphæræ habitationibus hæc & accenduntur, & extinguantur, hoc est & oriantur, & occidant? In habitationibus autem secun-

dum

tuum inclinationem videmus aliqua neque orientia, ne que occidentia, sed si supra alteram manserint omnino, cum sit manifestum ex apparentibus easdem stellas in aliquibus habitationibus oriri, & occidere, hoc est accendi secundum ipsos, & extingui, in aliquibus autem nunquam, ita vt contingat circa eadem astra contraria videlicet, & accendi ipsa, & extingui, & neque accendi, neque extingui. VT summatim autem dicam, qualemcunque aliam figuram quis cœlestium lationis supponat, præterquam sphæricam, inæquales necesse est fieri distantias à terra ad partes rerum sublimium. Vbicunque autem ipsa, & vtcunque subiaceat, ita vt debeant & magnitudines, & distãtias adinuicem stellarum inæquales videri secundum vnamquamque circulationem, vt quæ quandoque à maiori, quandoque verò à minori fiant distantia. Et colligens ait. Ad vnum aliquod commune in parte dicere licet, quod quamuis qualemcumque alteram figuram aliquis cœlestium lationis supponat, præter sphæricam, hoc est ferri circa polum & axem (talem enim lationem circularem existentem generalius sphæricam vocat) inæquales oportet fieri distantias à terra ad partes sublimium. Vbi autem ipsa supponeretur, & qualemcunque figuram quis ipsius excogitaret, continget enim alterum præter hoc latione figuram accipiente, siue triangularem, siue alterius magnitudinis, vel aliud quippiam præter manentes circa polos, & axem, & cum idem eueniat illi lationi, quæ secundum recta proprius, & longius astra recedentia videntur, quare vt consequatur, necesse est, non solum magnitudines ipsorum astrorum inæquales apparent, vt diximus, sed etiam distantias adinuicem secundum vnamquamque circulationem, hoc est singulis diebus, quemadmodum dixit & Euclides in Opticis. Quod æquales magnitudines, hoc est distantiæ inæqualiter distantes ab oculo, inæquales apparent. Si quis autem dixerit in cylindrica, & conica latione posse magnitudines stellarum æquales apparere in singulis diebus, eo quod & in huiusmodi lationibus iuxta parallelos in circulos ad sensus stellarum ferri posse, & magnitudines & distantias æquales facientes videri. Dicemus & huiusmodi lationes sphæricas esse, eo quod & ipsæ circa polos manẽtes & axem latæ tale perficiant. Et quoniam plures sunt figuræ solidæ, quæ possunt ferri circa polos & axem, omnia autem quæ ducunt stellas in parallelis circulis (hoc enim est proprium lationum circa polos fixos) ostendemus ex iis, quæ circa erraticas stellas apparent, quod non potest altera esse cœlo figura, præter sphæricam. Et maxime quod neque cylindrica, neque conica esse potest figura cœli, quod aliquis magis, tanquam probabilius existimare posset. Quod igitur cylindrica non potest esse cœli figura, hoc modo considerare possemus.



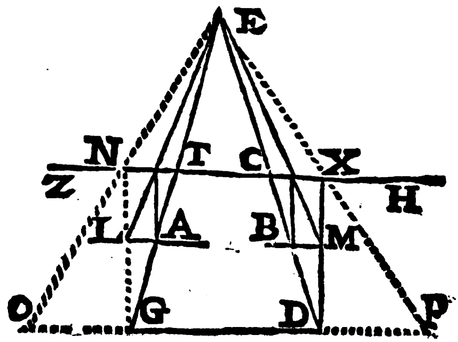
Esto, si possibile sit, vt cylindrus A B G D, & quidem ipsius bases sint A B, G D, circuli ad Septentrionem, & Meridiem conuersi, quod aliqui rursus, vt probabile existimarent, supponi, axis autem E Z, latera autem ipsius sint A G, B D in superficie per axem factæ ipsi parallelæ, diametri autem basium A E B, G Z D, ita vt A E G Z parallelogrammum fixa E Z circumlatum faciat cylindrum, & diuidatur axis bifariam ad H, & subsistente super ipsam terra, sumatur in superficie cylindri quodcumque signum T, & à T ad axem ducatur cathetus T C. Si igitur, axe E Z manente, circumferatur cylindrus circa fixos polos E Z, Videlicet T punctum latum, describet circulum rectum ad axem, cuius centrum erit C, propterea quod C T recta perpendicularis ipsi E Z circumlata eadem manet, & in vno plano fertur, quoniam manent & puncta C T. Sit igitur descriptus circulus T L M circa diametrum T M, à terra autem, hoc est à puncto H ad circulum concidentes rectæ æquales inuicem erunt; Coniungantur enim H T, H M. Quoniam igitur æqualis est T C ipsi C M, communis autem & ad perpendiculum C H, igitur basis H T, basi H M æqualis est. Producatur H L, & coniugatur C L. Et quoniam C H recta est ad T L M circuli planũ, & ad omnes vtique tangentes ipsam rectam, & existentes in T L M circuli plano recta est, quare & C L recta est. Et quoniam æqualis C T ipsi C L, communis autem & perpendicularis C H, basis vtique H T, basi H L, æqualis est. Similiter autem demonstratur, quod & omnes ab H terra ad T L M circuli circumferentiam concurrentes rectæ adinuicem æquales erunt, quare continget magnitudines stellarum fixarum æquales apparere, eo quod vt plurimum in eisdem parallelis ipsæ ad sensum ferantur, non autem & in planetis huiusmodi posse tale euenire, cum sensibili quadam recessit secundum magis boreales, & magis australes parallelos ipsæ ferantur. Si enim intelligamus & ab X similiter alterũ parallelũ circulũ descriptũ circa centrum S, in quo rursus stella feratur, & iungamus X S R diametrum, & H R, manifestum est quod inæquales erunt à terra ad astrũ distantiæ, aliquando quidẽ iuxta T L M ipsius paralleli lati, aliquando autẽ iuxta X R, & quod maiora sint, quæ ab HS, SR, hoc est ab H R, quàm quæ ab H M, CM, hoc est, ab HM, ita vt H R, quàm H M maiores fiant, & continget inæqualis magnitudinis apparere astrum, quod omnino repugnat apparentijs, non igitur cylindrica potest esse cœli figura. Eadem autem contingent & si non secundum bifariam sectionem axis terra supponeretur. Quod autem neque conica esset, rursus eadem absurda contingent circa errantia astra, quod & in hoc inæquales fiunt à terra ad cœlum distantiæ, licet plura consona huiusmodi figura seruet apparentijs, sic intelligere possemus.



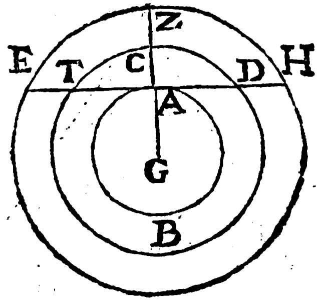
C Con-

Constituantur duo coni orthogonij æqualis altitudinis supra vnam basim habentem vertices ad polos (quod aliquis rursus probabilius existimaret, eo quod etiam duo poli sunt lationis) A B G, D G B, circa axem A D, basis autem ipsorum sit circulus B E G Z, perpendicularis ad A D axem, cuius centrum H,& supponatur terra iuxta H, æqualis videlicet B H vtrique A H, H D, eo quod orthogonij & æqualis altitudinis coni subijciuntur,vt etiam distantiæ ab H à terra ad cælum inuentæ sint, dico iam quod rectæ ab H centro ad circumferentiam coni ductæ inæquales erunt. Producatur enim H T, ita vt punctum T iuxta bifariam sectionem sit A B lateris coni. Et manifestum quod quoniam H T cathetus facta ad A B, quoniam & A H ipsi H B æqualis supponitur,minima erit omnium ab H ad A B in superficie existente cœli rectarum concurrentium, & præterea earum, quæ in vtraque ipsius semper quæ proprior est, remotiore minor est. Si igitur intellexerimus similiter ijs,qui in cylindro à punctis T & L ex circumlatione parallelos descriptos, sicut T C, L M. Rursus distantiæ, quæ à terra H ad eandem parallelum æquales erunt, & eædem magnitudine stellarum fixarũ in eisdem parallelis ad sensum latis apparebunt. Non amplius autem propter dicta,& ab aspectu distantiæ ad differentes parallelos æquales esse par est. Ob id etiam similiter rursus planetæ iuxta magis boreales, & australes parallelos lati inæqualis magnitudinis videbuntur, quod, vt diximus, aduersatur apparentijs. Continget autem in tali figura circulum quidem in basibus solum maximum esse parallelorum, & bifariam diuidere cœlum, quemadmodum & in sphæra æquinoctialis, & æqualiter distantes à maximo parallelorum æquales esse, & propinquiorem maximo remotiore maiorem esse. quod & in sphærica figura contingit. Secundum eadem verò ostendetur, & quod neque aliquam figuram possibile est cœlum habere, quàm solam sphæricam. Inæquales autem rursus in omnibus alijs figuris contingit fieri distantias à terra ad cœlum, vbicumque autem ipsa, & vt aliquis supponeret,æqualiter cum ipsæ fiant,in sola sphærica figura, & magnitudines omnium stellarum æquales demonstratarum consonæ apparentijs. Postquam igitur ostendimus sphæricam esse cæli figuram, & primum quidem, eo quod apparentes semper stellæ proximè apparenti polo per breuiores circulos ferũtur, quasdam proprius his orientes, & occidentes minori tempore in occultatione manere,quasdam verò quæ sunt longius proportionaliter maiori, quod soli dictæ sphæricæ figuræ congruit. Amplius autem & quod in sola eiusmodi figura fiunt semper, & ad stellarum errantium magnitudines æquales apparent, quod consonum est apparentijs. Videtur autem hoc contrarium esse ijs paulo ante ab ipso dictis,quod maiores nobis videntur stellæ in ipsis occultationibus,hoc est horizontibus,ne putetur,quod sicut ex minori quasi distantia visa sic apparent, vult hic tale discernere,& manifestare,quod non iuxta distantiã,quæ est à terra ad cœlum, & tale contingit,sed ex facta humidissima exhalatione visus circa terram per hoc in tenebriorem aerem incidentis, & concurrentium radiorum ab ipso in aerem refractionem suscipientium, & maiorem facientium angulum ad oculum: quemadmodũ & Archimedes in libris speculorum demonstrans, inquit. Quod quemadmodum ea, quæ inijciuntur in aquam maiora videntur, & quanto infra subsident, eo maiora.

Sint

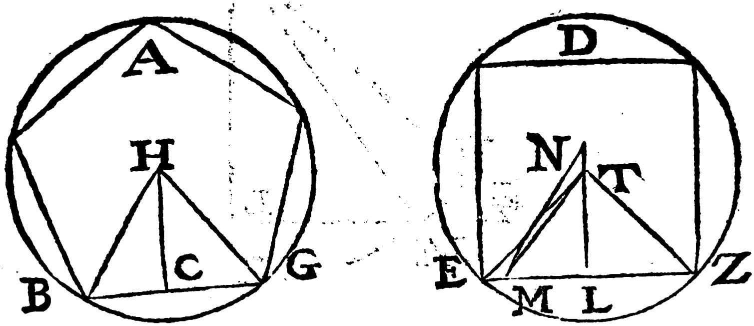


Sint enim in puro aere inæquales magnitudines A B, G D sub eodem angulo visæ, sub eodem G E D, oculi videlicet E, manifestum igitur, quod æqualia videbuntur A B, G D, quod sub eodem angulo videantur. Fiant autem & sub aqua, ita vt superficies aquæ sit Z H, & occurrant radij in superficie aquæ E T, E C, & refrangantur ad A B, vt E T A, E C B, quemadmodum Archimedes in Catoptricis, vt diximus. Et quia natura fit, quod oculus per rectas lineas videat, extramittantur radij E T, E C ad perpendicularem, vt ad L M, & amplius A B ad vtramque in L M, faciet enim vt imaginetur quis A B magnitudinem tantam videri, quanta est L M, sub eodem angulo L E M visam. Et manifestum quod maior videbitur A B magnitudo super aquam facta. Concurrant igitur etiam alij radij, sicut E N, E X, refracti ad N G, X D, comprehendentes G D magnitudinem, & extramittantur rursus E N, E X ad perpendiculares E N O, E X P, & etiam G D ad vtramque O E, apparebit rursus per hæc G D magnitudo sicut O P videri maior facta. Stellæ igitur A B, G D inæquales existentes, & in puro aere æquales visæ, in aqua, vel in crassiori aere inæquales videntur, & quæ inferior maior, quandoquidem sub æqualibus angulis videntur: contingit autem quamuis secundum omnes partes terræ facta exhalatione ad Orientales, & Occidentales maiores magnitudines astrorum videri, quod in reliquis ex apparentibus circa ipsam sphærica ipsa, & medio vniuersi accepta cõsequatur magis oculis nostris, extenso horizontis plano per maiorem humiditatum videri stellas. Vt igitur manifestum sit quod dictum est.



Intelligatur terræ ſphæra A B, circa centrum G, cœlorum autem E Z H. Amplius autem exhalatio non ſecundum omnes terræ partes ſimiliter facta intelligatur, rurſus figura ſphærica, vt T C D, & per A habitationem producatur horizontis planum, vt faciat cum meridiano communem ſectionem E T A D H rectam, & producatur ipſi ad perpendicularem ab habitatione ad A linea A C Z, & producatur ad G centrum. Manifeſtum igitur, quod æquales ſunt TA, A D inuicem, & amplius vtraque ipſarum maior A C, & ſemper linearum, quæ ſunt C T, proprior A T, veluti horizontis maior longiori. Similiter autem & in CD, quæ propter ipſa A D maior longiori, quare quando ſtella ad E H apparebit, per longe maiorem humiditatem videbitur, quàm quando in remotioribus, & ſuper terram, ob id in horizontibus maiores, vt diximus, magnitudines aſtrorum videntur. Si quis autem dicet, nequaquam ex exhalatione in horizontibus maiores magnitudines videri aſtrorum, ſed lenticularem ſupponens figuram cœli, vt minores quidem diſtantiæ ad Orientem, & Occidentem ſint conuerſæ, maiores autem ad Meridianum, dixerit conſiſtere quidem corpus cœleſte, & ſtellas autem ferri, & propterea in horizontibus maiores magnitudines videri, in meridiano autem minores, falſa ſupponere arguetur, quod in differentibus habitationibus eorundem locorum, his quidem ad Orientem exiſtentium, his verò ad Meridianum cõſequatur oppoſitum oportet, apud aliquos quidem ad Meridianum maiora aſtra videri, ad horizontem verò minora, quod omnino aduerſatur apparentijs. Addit autem ad ſphæricam intelligentiam etiam hæc non poſſe ſecundũ aliam ſuppoſitionem horoſcoporum conſtructiones congruere, quàm hanc ſolam. Conducit autem ad credendum ſphæricum eſſe cœlũ, præter ea, quæ dicta ſunt, etiam hoc, quod Gnomonici his ſuppoſitionibus vtuntur. Quod & cœlum ſphæricum eſt, & terra puncti, & centri rationem habeat ad ſphæram Solis, quamuis non videatur hoc verũ eſſe, eo quod comprehenduntur paralleli Solis, vt in quinto libro demonſtratur. Amplius autem etiam parum procedentes ad aliquem proprium locum, mentionem huius faciemus, tamen ſic vtentes, eo quod ad ſenſus nihil minus hoc conſonum apparentijs deprehenditur, quod ab oculo noſtro ad ſphæram Sol s elongationes æquales exiſtat, eo quod in ſphæra maximi circuli deſcripti meridionales, & horizontales, & æquinoctiales, & horum paralleli menſtrui, & diurni, & anguli deſcendentes, & contrariæ vmbræ, & omnia rel qua, quæ in analemmate ſupponuntur

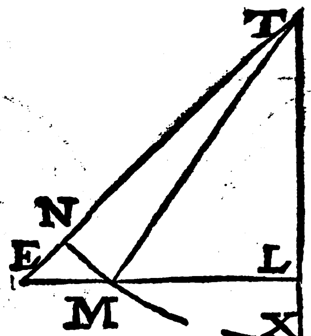
nuntur consequenter figuræ sphæricæ consonæ constructiones ex huiusmodi suppositionibus horoscoporum compræhenduntur apparentijs. Et quoniam cum latio cœlorum inter omnes fit sine vllo impedimento, & facilior omnium, vt moueatur, & figurarum mobilissima est planarum quidem circularis, & solidarũ sphærica. Amplius autem & alteram probationem inducit cœlum esse sphæricum, eo quod talis motus mobilissimus, & sine impedimento existat, esse autem & in figuris, circularis quidé in planis quàm mobilissima, sphærica verò in solidis, eo quod etiam facile trahantur ingentia pondera per trocleas, per vectes, per trocleas multorum orbiculorum, quemadmodum & Philon quoq; ingressiones ad circulum induxit, quoniam & in vno puncto, & vna recta huiusmodi figuræ tangentes planum, & irreptantes similiter, & pari robore ad terminos, vel ad vtrasque partes; vbi iam sumpserit principium motus, vlterius irreptio ad eadem trahit motum, vsque quo causam principij motus extenuabit. Ob id maxime proprium iam esset sic mobilissimo corpori cœlesti mobilissimam figuram ascribi, quare consequens iam esset iudicare cælum sphæricam habere figuram. EODEM modo quod isoperimetrarum figurarum differentia, quoniam maiores quidem sunt, quæ plures habent angulos, planorum quidem circulus fit, solidorum verò sphæra. Faciemus igitur horum demonstrationem in compendium ex demonstratis à Zenodoto in libro de isoperimetris figuris, qui sic ait. Quoniam perimetrum habentium ordinatum rectilinearum figurarum, dico autem isoscelium, & æquiangulorum, quæ figura plures angulos habet, maior est.



Sint autem isoperimetra æquilatera, & æquiangula ABG, DEZ, & plurium angulorum sit ABG, dico quod ipsa ABC maior est. Accipiantur enim centra descriptorum circulorum circa ABG, DEZ multiangula, quæ sunt H, T. & coniungantur BH, HG, TE, TZ. & amplius ex H, T, ad lineas BG, EZ catheti ducantur HC, TL. Quoniam igitur plurium laterum est ABG, quàm DEZ, pluries igitur BG perimetrum ipsius ABG metitur, quàm EZ perimetrum ipsius DEZ, & sunt æquales perimetri, maior igitur EZ, quàm BG, quare & EL, quàm BC. Ponatur BC æqualis LM, & iungatur TN. Et quoniam, vt est EZ recta ad perimetrum multianguli DEZ, ita angulus ETZ ad quatuor rectos, eo quod multiangulum sit æquilaterum, & æquales capiat descripti

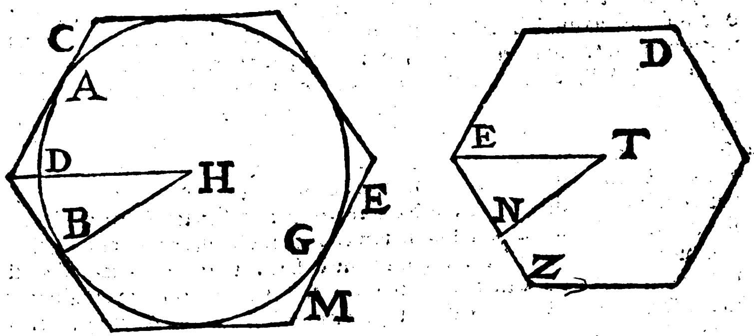
scripti

scripti circuli circumferentias, & angulos ad centrum eandem habere rationem cum circumferentijs, vt autem ipsius D E Z perimeter, hoc est A B G ad perimetrum B G, sic quatuor recti ad angulum B N G, æqualis ergo vt E Z ad B G, hoc est E L ad L M, sic & angulus E T Z ad B H G, hoc est angulus E T Z ad angulum B H C. Et quoniam E T ad L M maiorem rationem habet quàm angulus E T L ad ipsum M T L (sicut deinceps demonstrabimus) vt autem F L ad L M, sic angulus E T L ad angulum B H C, & angulus E T L ad angulum BHC maiorem rationem habet, quàm ad M T L, maior igitur angulus M T L ipso BHC. Est autem etiam perpendicularis maior, quæ ad L perpendiculari, quæ ad C æquali, reliquus igitur angulus H B C maior erit, quàm angulus M T L. Ponatur ipsi angulo H B C æqualis angulus, qui est sub L M N, & producatur L T ad N. Et quoniam æqualis est angulus, qui sub H B C angulo, qui sub H M L, sed etiã angulus, qui ad C, angulo: qui ad L, est autem latus B C, ipsi L M æquale, æquale igitur & latus H C, lateri H L, maius igitur H C, quàm T L maius igitur illud, quod sub A B G perimetro, & H C ipso sub D E Z perimetro, & T L, & est illud quidem sub A B G perimetro, & H C duplum est A B G multi anguli. Quoniam est ille, qui sub B G & H C duplum est H C G trianguli, quod autem sub D E Z perimetri, & T L duplum multianguli D E Z, maius igitur A B G multiangulum ipso D E Z.

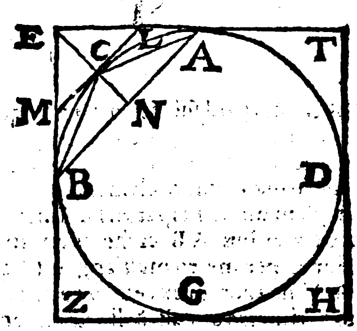


Quod autem E L ad L M maiorem rationem habeat, quàm angulus E T L ad N T L, sic demonstrabimus. Exponatur etiam seorsum trigonum T E L, & linea TM producta, & centro T, interuallo autem T M, circuli circumferentia describatur NMX, & producatur T L ad X. Quoniam igitur triangulum TEM ad sectorem T N M proportionem maiorem habet, quàm T L M triangulum ad T M X sectorem, pari modo igitur componendo TEL triangulum ad TLM maiorem proportionem habet, quàm sector T M X ad sectorem T N X, sed sicut triangulum quidem ad triangulum, ita E L recta ad rectam L M, & vt autem sector ad sectorem, ita angulus E T L ad angulum M T L, recta igitur E L ad rectam L M maiorem proportionem habet, quàm angulus E T L ad angulum M T L, hoc demonstrato, dico, quod si circulus sit isoperimetrus rectilineo æquilatero, & æquiangulo maior erit circulus.

Cir-



Circulus enim A B G isoperimeter sit æquilatero,& æquiangulo D E Z, dico quod maior est circulus. Accipiatur quidem centrum H circuli A B G. circuli autem circa multiangulum D E Z descripti centrum D, & describatur circa circulum A B G multi angulum simile D E Z, C L M, & coniugatur H B, & cathetus à T ad E Z ducatur T N, & coniungantur H L, T E. Quoniam igitur perimetrus multianguli C L M, maior est perimetro circuli A B G, vt in libro de sphæra, & cylindro Archimedes sumit, æqualis autem perimetrus A B G circuli perimetro multianguli D E Z, maior igitur perimetrus multianguli C L M perimetro multianguli D E Z, & sunt similia multiangula. Maior igitur B L ipsa N E, simile triangulum H L B triangulo T E N, quoniam & tota multiangula. Maior igitur H B ipsa T N, & æqualis est perimetro circuli A B G perimetro multianguli D E Z, igitur multiangulum, quod est sub perimetro A B G circuli & H B maius est illo, quod sub perimetro D E Z multianguli,& T N, sed duplū quidem est sub perimetro A B G circuli & HB areæ circuli,& Archimedes demonstrauit, cuius demonstrationem deinceps exponemus: duplum enim est, quod sub perimetro D E Z multianguli, & T N duplum est multianguli T E Z, maior igitur A B G circulus, quam multiangulum D E Z.

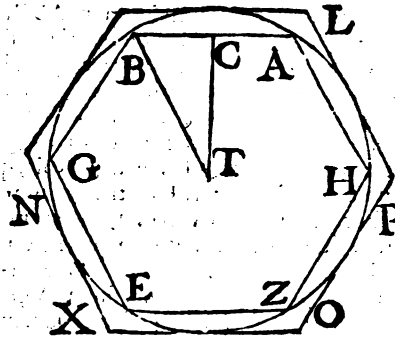


Quod

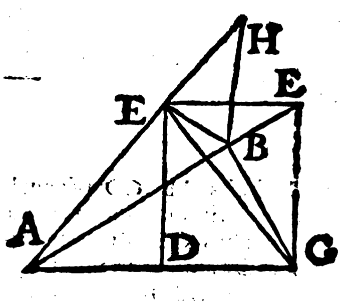
Quod autem quod sub perimetro & ex centro duplum est circuli, sic demonstrat. Sit primum circulus A B G D, & describatur circa ipsum quadratum E Z H T, & diuisa bifariam A B ad C, ducatur per ipsum linea contingens circulũ L C M, dico quod triangulum E M L, maius est, quàm medium figuræ circumscriptæ sub A E, E B, & A C B circumferentiæ. Coniugantur enim lineæ AB, CB, EC, & producantur EC ad N. Et quoniam æqualis est linea A E lineæ E B, communis autem E C, & basis A C basi BC æqualis, anguli igitur æquales ad E. Rursus quoniam æqualis est linea EA ipsi EB, communis autem EN, & anguli ad E æquales, & omnia omnibus, æqualis igitur A N linea, lineæ NB, & etiam anguli ad N, quare linea E N, lineam A B bifariam & perpendiculariter secat. Linea igitur C N ad centrum cadet, recti igitur sunt anguli E C L, ECM, maior igitur est linea E L, quàm linea L C. Et quoniam æqualis est linea L A, lineæ L C ex eodem enim puncto L tangunt circulum, maior igitur EL linea, & etiam L A, quare & triangulum EC ipso L C A maius est. Eodem modo & triangulum E C M maius est C B M triangulo, totum igitur LEM triangulum maius est vtroq; triangulo A L C, & C B M, multo igitur maius est triangulum LEM portionibus contentis sub AL, LC, CM, MB rectis, & AC, CB circumferentijs, quare triangulum EML maius est quàm dimidium contentæ figuræ sub rectis A E, E B, circumferentia A C B. Hoc præsupposito deinceps esset propositum demonstrare, quod sub perimetro circuli, & lineæ ex centro duplum est eiusdem circuli.

Esto enim circulus A B G, & quod sub perimetro circuli, & lineæ ex centro dimidium sit D spatium, dico quod æquale est D spatium circulo A B G. Si enim non, siue minus est ipso, vel maius. Sit primum minus. Possibile igitur est ex consequenti inductione in duodecimo elementorum describere intra circulũ ABG multiangulum, vt ipsum maius sit spatio. D. Inscribatur, & sit ABGEZH, & à centro T ad vnum ex lateribus A B cathetus ducatur T C. Quoniam igitur perimeter circuli maior est perimetro multianguli (siquidem & quælibet circumferentia recta sub ipsa) linea autem ex centro circuli maior est TC catheto, maius igitur quod est sub perimetro circuli, & lineæ ex centro ipsius multianguli, quod sub perimetro & ipsa T C, & amplius quod est sub perimetro circuli, & ex centro ipsius duplum est spatio D, quod enim sub perimetro

multi-

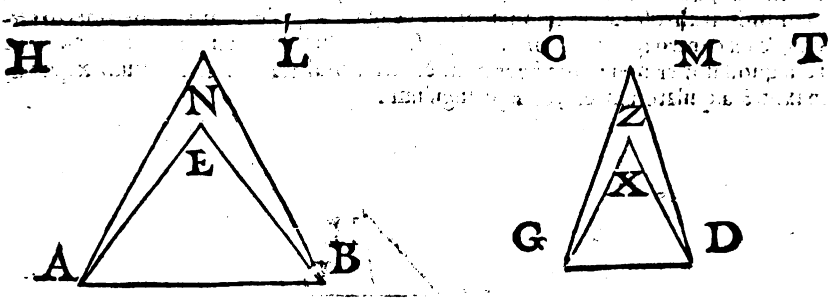


multianguli & T C duplum multiangulo, quare & dimidia maius, igitur D spatium A B G E Z H multiangulo, atqui & minus, quod est impossibile, non igitur D spatium maius est A B G circulo. Dico quod neq; minus. Si enim possibile sit, maius D sit spatium circulo A B G, possibile igitur est ex consequentia inductionis theorematis à nobis propositi describentes circa circulum multiangulum, & secantes bifariam assumptas circumferentias, & auferentes à sectionibus maiora vel dimidia describere circa circulum multiangulum, vt minus ipsum sit spatio D, derelictis intra circulum à sectionibus minoribus excessus, quem excedit D spatium circuli A B G. circumscribatur, & sit L M N O X P, & iungatur TB. Et quoniam perimeter circumscripti multianguli maior est circuli perimetro, quod igitur sub perimetro multianguli & T B maius est quod sub perimetro circuli, & ipsa T B, quare & dimidia, igitur multiangulum maius est spatio D, at qui minus, quod est absurdum, non igitur D spatium maius est circulo A B G. Demonstratum est autem quod neq; minus, igitur æquale, quare sub perimetro circuli, & ex centro ipsius duplum existens spatij D duplum est ipsius circuli, Dico autem quod isoperimetrarum figurarum & latera multitudine habentium æqualia, maximè æquilaterum est, & æquiangulum.



D Sit

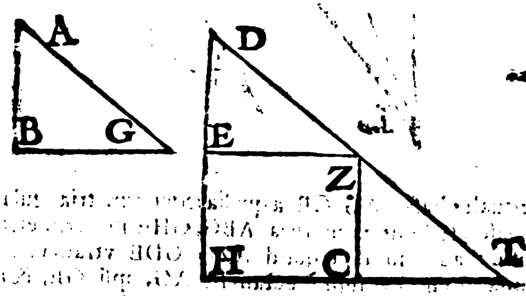
Sit enim primum triangulum inæqualium laterum ABG, maius habens latus AB ipso EG, & liceat constituere sub AG alterum triangulum isoscelem, vt vtrũq; latus, vtriq; AB, BG æquale sit, & demonstrare, quod isosceles maius est triangulo inæqualium laterum ABG. Seceturbifariam AG ad D, & erigatur à puncto D ad AG perpendicularis DE, & sit vtriusque AB, BG dimidia AZ. Manifestum igitur est quod maior est AZ ipsa AD. Quo igitur maius est ipsum, quod fit ex AZ, ipso, quod fit ex AD, ei æquale sit, quod fit ex DE, & iungantur EA, EG, isosceles est igitur AEG triangulum. Et quoniam quæ fit ex AD, DE æqualia sunt ipsi, quod fit ex AE. Sunt autem & quæ ex AZ æqualia, subijcitur enim huic & quod fit ex AE, vtiq; æquale est quod fit ex AZ, quare & AE æqualis est ipsi AZ, & dupla. Et AE, EG æquales sunt ipsis AB, BG, Igitur triangulum isosceles constitutum est supra AG. ipsum AEG æquales habens AE, EG, ipsis AB, BG trianguli inæqualium laterum, dico quod & maius est AEG triangulum ipso ABG. Protrahatur enim AE ad punctum H, & collocetur ipsi EG æqualis EH, & coniungantur EB HB. Quoniam igitur HB & BA maiores sunt ipsa HA, hoc est lineis AE, EG, hoc est ipsis AB, BG, communi ablata AB, reliqua BH maior est reliqua BG. Et quoniã HE ipsi EG æqualis est, & communis EB, & basis HB maior est basi BG, angulus igitur HEB est maior angulo BEG, quare angulus HEB maior est angulo HEG, vel dimidius. Est autem & angulus AGE eiusdem dimidius, cum sit extra triangulum AGE isosceles: maior igitur angulus HEB angulo AGE. collocetur ipsi æqualis angulus HET, parallelus igitur est ET ipsi AG. Producatur AB, & coincidat ipsi ET ad T, & coniugatur TG, æquale est AEG triangulum triangulo ATG, sed ATG maius est ipso ABG, & AEG igitur maius est ipso ABG.



Sint rursus super inæquales bases AB, GD triangula æquicrura AEB, GZD, vt AE, EB, & GZ, ZD æquales inter se sint, maior autem sit basis AB, ipsa GD. Et quoniam duo AE, EB, duabus GZ, ZD æquales sunt, sed & basis AB basi GD maior est, angulus igitur ad E, maior est angulo, qui ad Z est, quare dissimilia erunt triangula, vel quod etiam AB ad vtramque AE, EB maiorem proportionem habet, quàm GD ad vtramq; GZ, ZD, oportet igitur supra AB, GD,

similia

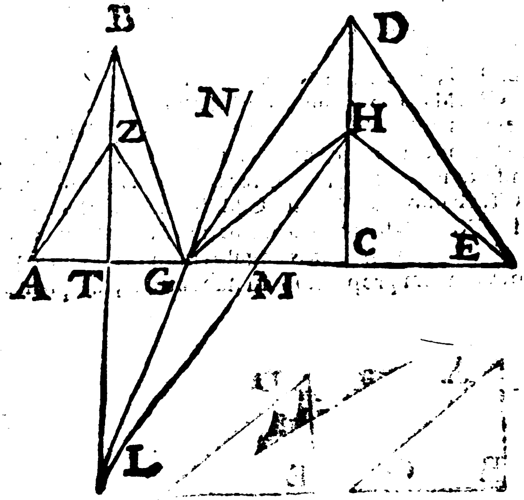
similia triangula æquicrura constituere, vt quatuor latera simul æqualia sint quatuor lateribus AE. EB, GZ, ZD. Exponatur enim HT recta, quæ sit æqualis AE, EB, GZ, ZD, & seceturad C. vt sit sicut AB, ad GD, sic HC, ad CT: maior autem AB, quàm GD, maior igitur & HC, ipsa CT. Diuidatur autem vtraque HC, CT bifariam ad L, M. Et quoniam maior est HT vtrisq; AB, GD, quia & AE, EB, GZ, ZD, & est vt AB ad GD, sic HC, ad TC, maior igitur & HC quàm AB, CT autem ipsa GD, & diuisa est vtraque harum HC, HT bifariam ad L, M puncta, ipsarum igitur HB, HL, LC duæ qualescunque reliqua maiores sunt. Similiter autem & GD, CM, MT. Constituatur igitur ex AB, HL, LC triangulum ANB, manifestum est enim quod extra AE, EB cadunt, Siquidem AE, EB dimidiæ sunt ipsius HT, ipsæ autem HL, LC, hoc est AN, NB, maiores sunt, quàm dimidia HT, Ex GD autem CM, MT, triangulum constituatur GXD. Manifestum enim rursus, quod æquales ipsis CM, MT intra ZGD cadent. Quoniam rursus ipsæ quidem GZ, & ZD dimidiæ sunt ipsius HT. ipsæ autem CM, MT minores, quàm dimidia, & manifestum quod æqualia erunt triangula. Siquidem est vt AB, ad GD, HC ad CT, & dimidia HL ad CM, & LC ad MT, & æquales constitutæ, & AN ad GX, & NB ad XD, si sint duo similia triangula æqualia orthogonia, quod ab subtendentibus rectos angulos tanquã ab vno æquale est eis, quæ à reliquis lateribus similem proportionem habentibus, tanquam ab vno ad duos.



Sint duo æqualia rectangula triangula ABG, DEZ habentia angulos rectos ad B, E, & æqualem, qui est ad A, ei, qui ad D, & ipsum quidem, qui est ad G, ei qui est ad Z, dico quod rectangulum, quod fit ex AG, DZ tanquam ab vno æquale est ei, quod fit ex AB, DE, tanquam ab vno, & ei, quod fit ex BG, EZ tanquam ab vno. Producatur enim DE in H, & ponatur ipsi AB æqualis EH, & per H ipsi EZ ducatur parallelus HT, & concurrat cum ipsa DZ, protracta ad T, per Z autem ipsi EH parallelus ducatur ZC, parallelogrammum igitur est EC. Et quoniam æqualis est angulus CZT ei, qui est ad D, hoc est ipsi, qui est ad A, sed etiam recti, qui sunt ad B, C, & est AB, æqualis ipsi ZC, quæ etiam ipsi EH, æquale igitur est, & simile ABG triangulo triangulum ZCT. Et quoniam quod fit ex TD, æquale est iis, quæ fiunt ex DN, HT, & est hoc quidem quod ex DT ipsum, quod fit ab AG, DZ tanquam ab vno, æqualis enim

D 2 AG,

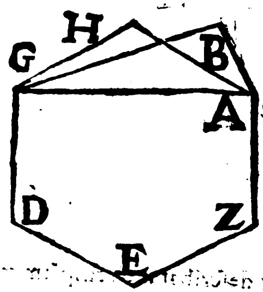
AG, ipsi ZT, quod autem est ex DH ipsum, quod ex AZDE, tanquam ab vno, æqualis enim BG ipsi CT, HC autem ipsi EZ. Quod igitur ex AG, DZ tanquam ab vno æquale est ei, quod fit ex AB, DE, tanquam ab vno, & amplius ei, quod est ex BG, EZ tanquam ab vno. Quæ sunt supra inæquales bases simi- lia æquicrura triangu a simul vtraque maiora sint ijs, qnæ sunt in eisdem basibus, vtrisq; equicruribus triangulis inæqualibus quidem inter se, & similibus isoperi- metris autem ipsis.

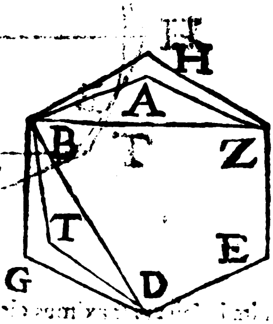


Sint super inæquales bases AG, GE æqualia æquicrura triangula AZG, GDE, & supra easdem bases, sed sint æquicrura ABG, GHE isoperimetra quidem ipsis AZG, GDE, dissimilia autem, dico quod AZG, GDE vtraq; vtrisq; ABG, ZHE maiora sunt. Ponatur enim vt supra rectam fit AG, ipsi GE, & maiorem GE ipsa AG, & coniungantur BZ, DH, & protrahantur ad bases, secant igitur ipsas, bifariam etiam ad perpendiculum, quod æquicrura sint triangula, secentur ad TC puncta, & producatur BT, & ponatur ipsi TL æqualis, & coniugatur ZG, erit æqualis angulus BGT angulo LGT, quod æqualis sit BT, ipsi TL, & ad per- pendiculares BL, ipsi TG, sed angulus BGT maior est angulo DGC, Et quo- niam angulus, qui est sub ZAG, hoc est angulus ZGT æqualis est angulo DGE propter similitudinem angulorum ZAG, DGE, & angulus LGT, igitur maior est angulo DGC, & multo etiam maior angulo HGC, & idcirco LH coniuncta di- uidet GC à recta LN, extra GH cadentem, cum ad verticem anguli TGL, CGN æquales sint, non enim ipsam CE secabit, ne AC protractam secet, & ad aliud punctum H. Diuidat igitur, vt diximus, LH ipsum GC ad M. Quo- niam igitur AB, BG, GH, GE ipsis AZ, ZG, GD, DE, æquales sunt, subiacent enim isoperimetri & dimidiæ ipsæ BG, GH, hoc est ipsæ LG, GH ipsis dimidiis ZG, GD æquales sunt, ipsæ autem LG, GH maiores sunt ipsa LH, & ipsæ ZG, GD, igitur ipsa LH maiores sunt, & quod fit ex vtrisq;, igitur ZG, GD tanquam ab vno maius est illo, quod fit ab LH, sed ei quod fit ex vtrisq; ZG, GD tanquam ex

vno

vno æqualia sunt, quæ fiunt ex simul vtrisque ZΓ, DC tanquam ex vno, cum ijs quæ fiunt ex simul vtrisq; TG, GC tanquam ab vno propter similitudinem triangulorum rectangulorum TZG, GDC, vt in superiori capite ostensum est: Huic autem quod fit ex LH, est æquale illi, quod fit ex vtrisq; simul HC, LT tanquam ab vno, idest illi, quod fit ab ipsa HC, BT tanquam ab vno simul cum eo, quod fit ex simul vtrisque CM, MT, tanquam ab vno, hoc est, cum eo, quod fit ex CT, ob illud quod ante dictum est rursus. Quod igitur simul vtrumque fit ab ipsa DC, ZT tanquam vna, cum illo quod fit ex CT, maius est eo, quod fit ex simul vtrisq; HC, BT, tanquam ab vno, cum eo, quod fit ex T C, & communi ablato quod fit ex TC, reliquum igitur quod fit ab vtroque Z Γ, D C tanquam vno, maius est eo, quod fit ab vtrisque B T, HC, tanquam ex vna, & longitudine igitur maior est ZΓ, DC, quàm BΓ, HC, communes auferantur ZΓ, HC, reliqua igitur DN, maior est, quàm ZB. Et quoniam maior est GE, quàm AG, & dimidiæ, maior igitur CG, quàm GT, & ipso, quod fit ex DH, CG. dimidium est trianguli DHG, eius autem, quod fit ex B Z, TG, dimidiū est trianguli B C G, maius vtiq; DHG triangulū triangulo BZG. Eodem modo etiā DHE triangulū maius est triangulo B Z A. & totum igitur GDHE curuiangulum maius est curuiangulo EAZG, communia apponantur triangula AZG, GHE, quare vtrumque AZG, DGE triangula maiora sunt vtrisq; triangulis HGE, ABG.

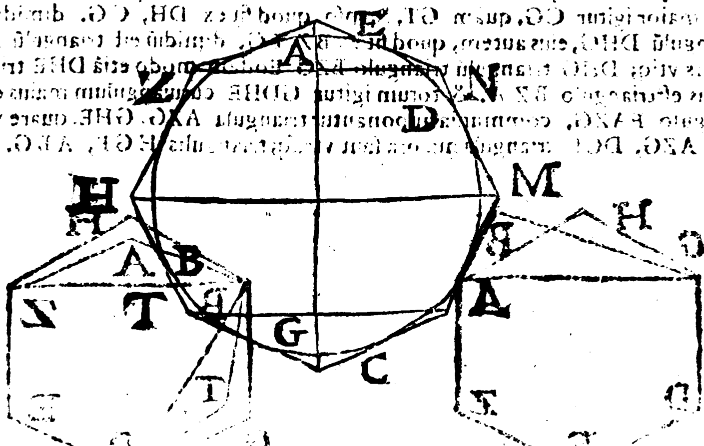




Isoperimetrarum triangularium figurarū, & multitudinē æqualiū laterū habentiū, quæ maxima est, etiam æquilatera, & æquiāgula. Sit.n. maxima dictarū figurarū ABGDEZ; dico qđ æquilatera est æquiangula. Et primū qđ æquilatera. Si.n. nō, sed sit inæqualis AB, ipsi BG, & iungatur AG, & cōstituatur super AG triangulum æquicrurum AHG, æquales habens vtrasq; AH, HG, vtrisq; AB, BG, maius igitur AHG triangulum triangulo ABG, & communis addito pentagono laterum AGDEZ, erit AHDEZ exagonum maius ABGDEZ maximo, quod est absurdum. Non igitur inæqualis est AB, ipsi BG, Similiter demonstrabimus quod neque aliqua alia cuidam alicui. Aequilaterum igitur exagonum est ABGDEZ. Dico quod æquiangulum. Non enim, sed si possibile est, maior sit B angulo angulus qui ad A. vt se habet in sequenti descriptione, & coniungantur ZB, BD triangula, igitur ZAB, BGD æquicrura triangula sunt, vt ante demonstratum est, maior igitur ZB ipsa BD, eo quod angulus ad A maior sit angulo ad G. Constituantur supra ZB, BD æquicrura triangula, vt ante demonstratum est, ZHB, BTD, vtrasq; ZHB BTD, vtrisq; ZAB, BGD, æquales habentia.

Maio-

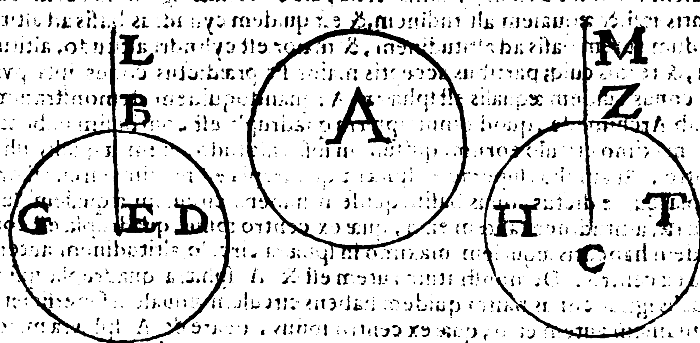
Majora igitur sunt ZHB, BTD ipsis ZAB, BGD, demonstratum est enim & communi additio ZB, LE quadrilatero, erit ZHBTDE maius ipso ABGDEZ maximo, quod est absurdum, non igitur inæqualis est angulus ad A ipsi ad B. Similiter demonstrabimus, quod neq; alicui cuipiam, æquiangulum igitur est ABGDEZ. Demonstratum autem & æquilaterum: isoperimetrarum igitur rectarum linearum figurarum, & latera numero æqualia habentium, quod maximum est æquilaterum est, & æquiangulum, æquilatero autem & æquiangulo maior ostensus est circulus isoperimeter ipsi. Omnibus igitur isoperimetris figurarum planarum maior circulus. Dico igitur quod sphæra etiam maior est omnibus figuris solidis æqualem superficiem habentibus, vtens Archimedis demonstrationibus in libro De sphæra & cylindro.



Sit enim in sphæra maximus circulus ABGD, & describatur circa ipsam multilaterum, æquilaterum, & æquiangulum, cuius laterum multitudo numeretur sub quaternario numero, & sit EZHTCLMN, & producatur EC per centrum, si igitur manente EC superficies circumacta in quamultiangulum, & circulus ad idem rursus conuertatur vnde cœperit moueri, circumferentia quidem circuli per superficiem sphæræ feratur, latera autem multianguli per conicas superficies. Quoniam HZ, MN producta & concurrentes triangulum faciunt cum ipsa HM coniuncta, quemadmodum & ZE, EN cum ZN, similiter autem & HT, ML cum HM coniuncta, quemadmodum & TC, LC cum TL coniuncta, vel secundum quosdam alios dicta latera ferentur, quando multitudo dictorum laterum non metiatur sub quaternario numero, & erit solidorum figura contenta à conicis superficiebus, vel aliis quibusdam, & maior erit superficies ipsius, quam superficies sphæræ. Demonstratum est enim ab ipso etiam hoc. Hoc demonstrato dico, quod etiam sphæra, quæ æqualem superficiem habet, solido, quæ sub conicis superficiebus continetur, vel etiam aliis quibusdam maior est ipso solido. Sit enim sphæra A, æqualem habens superficiem prædicto solido, dico quod maior est sphæra A ipso solido. Quoniam enim maior est superficies solidi ipsa, quæ

sub

sub conicis superficiebus continetur, quàm superficies circumlata sub ipsa sphæra, superficies autem solidi æqualis est superficiei ipsius sphæræ A, & superficies igitur sphæræ A maior est superficie sphæræ inscriptæ in solido. Et quoniam demonstratum est ab ipso, quod omnis sphæræ superficies quadrupla est maximi circuli in ipsa, & quatuor latera, & in prima quidem sphæra maximus circulus est maximo circulo sphæræ scripto in solido, quare & ea, quæ ex centro maior est ea, quæ ex centro.



Exponatur circulus BGD, æqualis superficiei ipsius sphæræ A, circa centrum E, & alter circulus ZHT æqualis superficiei solidæ contentæ sub conicis superficiebus circa centrum C. æqualis igitur est BGD circulus ipsi ZHT circulo, quoniam & superficies superficiei. Erigatur igitur ab ipso BGD circulo conus altitudinem habens æqualem ei, quæ ex centro ipsius A sphæræ EL, à circulo autem ZHT alter conus altitudinem habens ei, quæ ex centro ipsius sphæræ descriptæ in solida CM. Maior igitur erit EL altitudo altitudine CM. Et quoniam demonstratum est, quia coni habentes æquales bases eandem habent proportionem altitudinibus, & sunt quidem bases conorum æquales, maior autem EL altitudo altitudine CM. maior igitur & conus BGDL ipso ZHTM cono. Quoniam & sphæra A quadrupla est coni basim habentis æqualem maximo circulo eorum, quæ in ipsa, altitudo autem æquali ei, quæ ex centro, demonstratum enim ab ipso etiam hoc. Est autem & BGDL conus quadruplus eiusdem coni, quod & BGD basis quadrupla sit maximi circuli, altitudo autem æqualis, & A igitur sphæra æqualis est cono BGDL. Est autem & solidum, quod continetur à superficiebus conicis æquale ZHTM cono, eo quod rursum demonstratum est ab ipso, quod in descripta figura circa sphæram æqualis est conus basim quidem habens circulum æqualem superficiei figuræ, altitudo autem æqualis superficiei ex centro descriptæ sphæræ in ipso, quare & A sphæra maior est prædicto solido. Similiter quoque apud Platonem, & in quinque multibasibus ordinatis figuris idem demonstrabitur. Exponatur enim A sphæra, & vna quædam ex dictis figuris quinque æqualem habens superficiem sphæræ A. dico quod maior est sphæra polyhedro. Intelligatur enim ad polyhedrum descripta sphæra, maior igitur superficies polyhedri superficie descriptæ in ipso sphæræ, continet enim superficies polyhedri cum æqualis sit superficies sphæræ A, superficiem

sphæ

sphæræ inscriptæ in ipso; quare & sphæræ superficies A maior est superficie sphæræ inscriptæ in polyhedro, & quæ igitur ex centro A sphæræ maior est ea, quæ ex centro sphæræ descriptæ in polyedro. Quoniam & superficies A sphæræ æqualis est superficiei polyhedri, conus igitur basim habens circulum æqualé superficiei A sphæræ; altitudinem autem ei, quæ ex centro ipsius, maior est pyramide basim habente rectilineam æqualem superficiei polyhedri, altitudinem autem æqualem ei, quæ ex centro descriptæ sphæræ. Quandoquidem igitur omnis conus cylindri tertia pars est habentis eandem basim ipsi, & altitudinem æqualem. Omnis autem pyramis tertia pars est solidæ figuræ eandem basim habentis ipsi, & æqualem altitudinem, & est quidem cylindrus basis ad altitudinem, solidum autem basis ad altitudinem, & maior est cylindri altitudo, altitudine solidi, & tertiis quiq; partibus acceptis maior fit prædictus conus ipsa pyramide, sed conus quidem æqualis est sphæræ A: quandoquidem demonstratum est rursus ab Archimede, quod omnis sphæra quadrupla est coni basim habentis æqualem maximo circulo eorum, qui sunt in ipsa, altitudo autem æqualis illi, quæ ex centro. Et amplius superficies sphæræ quadrupla est maximi circuli illorum, qui in ipsa, quare dictus conus basim quidem habens circulum æqualem superficiei sphæræ, altitudinem autem eam, quæ ex centro ipsius, quadrupla est coni basim quidem habentis æqualem maximo in sphæra circulo, altitudinem autem eam, quæ ex centro. Demonstratum autem est & A sphæra quadrupla ipsius coni, æqualis igitur conus basim quidem habens circulum æqualem superficiei sphæræ, altitudinem autem eam, quæ ex centro ipsius, quare & A sphæra maior est dicta pyramide, atque pyramis æqualis est, prædicto polyhedro. Quoniam & ab centro descriptæ in polyhedro sphæræ super vtramq; basim ipsius ad perpendiculum ducta, & multiplicata in ipsam tanta solida facit, quanta est multitudo continentium polyhedrum planarum figurarum, quæ quædam solida composita tripla faciunt solidum polyhedri, eo quod & vnaquæq; figura pyramidis ad ipsam ex quibus componitur polyhedrum, sed expositæ pyramidis triplum est idem solidum, quod basis ipsius æqualis sit superficiei polyhedri singularum basium pyramidum, ex quibus polyhedrum componitur, altitudo autem æqualis est ei, quæ ex centro descriptæ sphæræ, quare & A sphæra maior est subiecto polyhedro.

VERVM ETIAM & à naturalibus. Aggreditur talem considerationem, & inquit, quod cum omnium corporum tenuissimarum partium, & maximè similarium sit cœlum, consequens iam esset rursus, vt similaris figura ipsi attribuatur. Similaris autem circularis in planis, quod sub vna linea similis figura contineatur, sphærica autem in solidis, eo quod hæc ab vna superficie similis figura contineatur, æthere autem non existente plano, sed solido, reliquum est ipsum esse sphæricæ figuræ. Vel & sic. Ether corpus est physicum similare, omne autem corpus naturale similare similari solidæ figuræ figuratum est, similari verò figuratum figuræ sphæricum est, æther igitur sphæricum vtiq; esset. Non autem solum cœlum vult sphæricũ esse, & circulariter ferri, sed & omnia sydera, & inquit, quod NATVRA omnia operans, construens corpora naturaliter terrestria, & corruptibilia ex circularibus & dissimilaribus figuris construxit, sicut caput, collum, brachia, ventrem & alias partes. Quoniam igitur Natura magis circularium figurarum est productiua, & terrestribus, & corruptibilibus inordinatum, & dissimilem habentibus motum: dissimilare circularium figurarum tribuit, consequens igitur esset diuinis, & incorruptibilibus, & ordinatum, & æternum habentibus motum similare, circularis figuræ tribuere, quæ est sphærica, quandoquidem cum

plana

plana sint, vel potius orbiculata plana, vt quibusdam videtur, quoniam & visui sic se offerunt, non vtique ijs, qui à diuersis terræ locis eodem tempore vident, figura sphærica appareret, vt in Perspectiuis demonstratum est, quoniam curruū rotæ aliquando quidem rotundæ, aliquando quidem discerptæ videntur, & iccirco inquit, rationi consonum esse, & non dixit necessarium, quoniam à physicis aggressus est, & ethæra ipsa circundantem, quæ similis sunt naturæ sphæricum esse, & propter similarem partem figuræ circulariter ferri, & plana.

PTOLEMAEVS.

Quod & terra sphærica est ad sensum secundum vniuersas partes.

CAP. IIII.

QVod autem & terra sphærica est ad sensum secūdum vniuersas eius partes sumpta, sic præcipuè intelligere possumus, Solem enim rursus & Lunā, & alia astra videre licet, non quo ad easdem partes omnibus in terra habitantibus orientia & occidentia, sed primum quidem ad Orientis incolas, postea verò qui ad Occidentem: nam sub eodem tempore eclypses fieri præcipuè lunares inuenimus, non ijsdem horis, hoc est, qui æqualiter distant à Meridie ab omnibus descriptas, sed semper apud magis Orientales descriptas horas, posterius esse ijs, qui sunt magis Occidentales, & cum differentia reperiantur horarum ex proportione distantijs locorum sphæricam aliquis iurè terræ superficiem arbitraretur, propterea quod similitudo partium capitur secundum gibbositatem per omnes partes, & ex proportione semper facit obscurationes ijs, qui consequenter sunt, si autem fuisset alterius figuræ, hoc vtique non contigeret, vt videre quis posset & ex ijs. Concaua etenim ipsa existente, primum iam viderentur astra tanquam orientia magis Occidentalibus. In plano autem omnibus simul, & in eodem tempore ijs, qui sunt in terra orirentur, & occiderent. Triangularis vel quadrangularis, vel aliqua altera figura multiangularum è

E con-

contrario omnibus similiter, & secundum idem in eadem recta habitantibus, quod nullo modo fieri apparet. Quod autem neque cylendrica esse possit, vt circularis quidem superficies ad ortus, & occasus extensa sit, basium autem planarum latera ad polos mundi, quod quidam, vt credibilius, suspicarētur, illinc manifestum, nullum enim astrum semper esset apparens cuipiam ex habitantibus in conuexa superficie, sed vel omnino & orientur, & occidérent, vel eadem & aequaliter distantia ab vtroque polo omnibus semper occultarentur. Nunc enim quanto magis ad Septentrionem accedimus, tanto magis plura austrabium sydero occultantur: borealium autem apparēt, vt manifestum est. Quoniam & hic gibbositas terrae etiam ad obliquas partes obscurationes iuxta proportionem faciens, vndique figuram sphaericam demonstrat. Postremo & si iuxta montes nauigemus, vel aliquas sublimes regiones à quouis angulo & ad quemcunque angulum paulatim ipsarum augeri magnitudines videmus, quasi ex ipso mari emergerent, cum prius submersae fuerint, propter globosam aquae superficiem.

THEON.

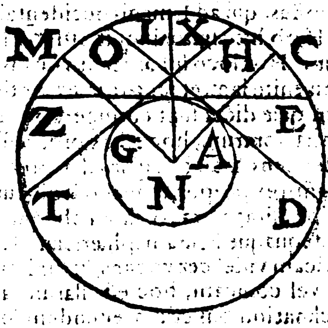
Quod & terra sphaerica est.

CAP. IIII.

Cum commemorasset quod orbiculare sit caelum, & orbiculariter feratur, deinceps tractat de terra eodem modo à communibus notionibus: deinde & maiori studio euertit opiniones eorum, qui eam circumsphaericam esse arbitrati sunt. Figura autem terrae orbicularis deprehenditur, primum quidem ex eo, quod magis Orientalibus semper prius oriuntur, & occidunt astra, magis verò Occidentalibus posterius, & hoc nunquam contingeret, nisi gibbositas secundum superficiem terrae & proportione ipsis visui opponatur. Deprehenduntur autem sydera non simul orientia, & occidentia, eo quod eaedem eclypses, & praecipue lunares, in vno aliquo & eodem tempore perficiuntur, & ab omnibus simul, quibus contingit videri differenter secundum horas in vnoquoque horizonte ab obseruantibus descriptae sunt, & semper magis Orientalibus in pluribus, magis verò Occidentalibus in paucioribus, ob gibbositatem terrae, vt modo diximus, & cum reperiatur differentia horarum ex proportione distantijs locorum, proportionalis vtique esset etiam gibbositas superficiei terrae, hoc est, sphaerica, eo hac de

causa

causa dixit, PRAECIPVE lunares, quod non remaneat secundum huiusmodi obseruationes aliqua fallacia de parallelis ex aspectu quemadmodum in solaribus eclypsibus visu Lunam percipientes, eo quod apparet ipsa obscurata Soli, oberramus in exacta ipsius epoca, cum terra non amplius puncti rationem habeat, & ad distantiam Lunæ, in lunaribus autem eclypsibus nullam fallaciam fieri in epoca ipsius, ex statione ipsa deprehensa in diametro Solis, vt deinceps in proprijs locis demonstratur. Quod autem ex proportione distantiæ locorum differentiæ sumantur, sequitur sphæricam esse terram, ita fieri posse manifestum. Si enim non, erit figura aliqua habens polyhedrum. Demonstrat enim deinceps neque concaua, neque plana existens, & erit pluribus habitationibus existentibus in lateribus ipsius, videlicet superficie polyhedri vnus horizon per ipsam proiectus, nullam faciens circa horas differentiam, tanquam & si planus esset, non igitur aliqua erit figurarum polyhedrarum terræ figura. Sphærica igitur, hoc est, siue cylindrica, siue conica, vel sphærica. Sed demonstratur deinceps, quod neque cylindrica, neque conica: sphærica igitur. Dico igitur quod & e conuerso sphærica ipsa existente congruæ apparentijs ipsorum locorum distantias ex proportione habentibus horarum differentijs, ea quod & in sola tali figura terræ hoc contingit, cum ipsa mundo concentrica deprehendatur, & etiam magis Orientalibus plures sunt horæ ab ortu, vel à Meridie eodem tempore, quam sunt horæ apud magis Occidentales.

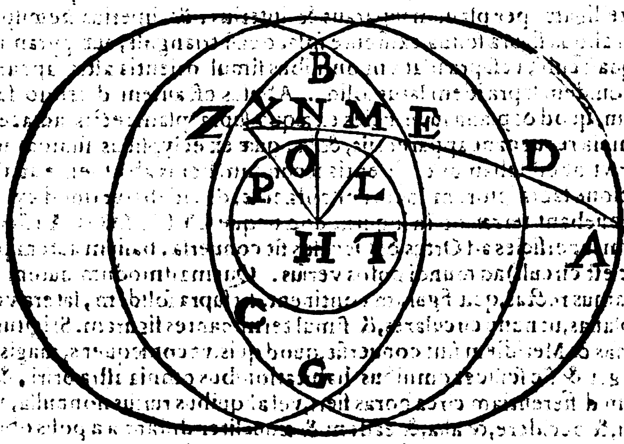


Intelligatur enim primum, vt supra, rectam sphæra æquinoctialis circulus HDT, supra quem præcipue accipiuntur horarum tempora, & terra sphærica existente media totius. Esto in ipsa maximus circulus in plano æquinoctialis A B G, & centrum amborum circulorum sit N, & partes orientales quidem H E D, & occidentales O Z T, & per primam habitationem horizon circulus intelligatur circa diametrum D A O rectus ad æquinoctialem, per secundam autem habitationem similiter alter horizon circa diametrum E B Z, & etiam per tertiam, qui circa diametrum H E T, & tempus quidem D E horæ meridionalis vnius cum dimidia, horizon verò E H, horæ vero vnius, dico, quod differentiæ horarum ex proportione se habent distantijs locorum, hoc est, est vt D E ad E H, sic A B ad. B G Sumatur enim supra Meridianum horizon per D A O supra verticem

E 2 signum

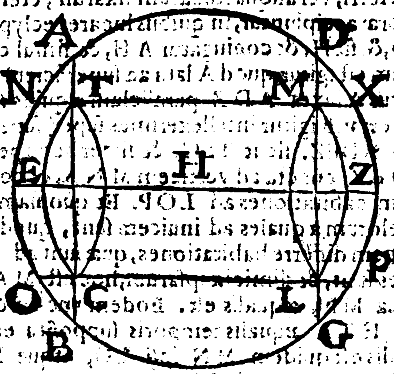
signum C, manifestum enim quod supra æquinoctialem cadit, quod recta supponatur sphæra, & coniungantur ab iis, qui ad verticem in puncta habitationū CA, LB, MG, catheti, videlicet factæ ad DO, EZ, HT, & producantur, concurrent igitur ad N centrum, concurrant. Et quoniam æqualis est DO recta ipsi EZ, æqualiter enim distant à centro, æqualis est & DHO circumferentia ei, quæ ELZ, & dimidiæ igitur æqualis DC ipsi EL, & communi ablata CE, reliqua DE reliquæ CL est æqualis. Per eadem verò demonstrabitur & EH æqualis LM, sed DE eius est EH sesquialter est, & CL igitur ipsius LM sesquialtera est, quare & angulus CNL sesquialter est eius, quæ sub LNM, & AB igitur circumferentia sesquialtera est BG. Est igitur vt HL ad LM, sic DE ad EH, & quemadmodum igitur DE ad EH, sic AB ad BG, & sunt quidem DE, EH differentiæ horarum, quandoquidem si Solem supponamus ad X, tempus quidem DX, differt à tempore EX, ipsa DE, tempus autem EX à tempore HX, differt EH, distantiæ autem AB, BG locorum rursus differunt iisdem, quare differentiæ horarum ex proportione se habent ad distantias locorum. Et manifestum quod supra solam sphæricam figuram terræ talis demonstratio progredi poterit, iuxta vnum punctum eorum, qui supra terram vnius horizontis proiecti, quoniam & iuxta vnumquemque horizontem scilicet ad horas, fiunt differentiæ, vel ad semper manifesta, & semper non apparentia astra, quemadmodum quæ deinceps demonstrat. Manifestum autem, quod si eclypsim supponamus ad X, plures horas distabit, sicut ad præcedentia C puncti, quod est supra Meridianum magis occidentalis horizontis, & similiter ipsius L plures qnàm M, vel ex ab Oriente plures distabit horas, quàm ad D magis orientalis, & similiter quàm ipsius, qui ad E magis occidentalis, & similiter eius, qui ad F, quàm eius, qui est ad H, ob hæc igitur inquit, SPHAERICAM aliquis iurè terræ superficiem arbitraretur. Hoc loco sphæricam vocans gibbositatem ex proportione, ceu æqualem, non enim iam, et sphæram ex dictis simul colligit, eo quod supra conum & cylindrum, quæ dicta sunt contingere possint, eo quod demonstratio sit facta ex sola differentia horarum, hoc est ex progressu ex Oriente ad Occasum, ob id in sequentibus ostendens & ab his, quæ ad Septentrionem & Meridiem, & à quocunque, scilicet, transitu ex proportione terræ obscurationes, dicit, vt manifestum fiat, quod & hic gibbositas terræ, & supra obliquas partes obscurationes ex proportione faciens vndequaque figuram sphæricam demonstrat, quod reliquum perficit sphæram, sphæricam videlicet vocans, vt diximus, ex proportione gibbositatem, vt cylindricam vel conicam, hoc est illarum ab Oriente ad Occasum, quando iam sicut in declinationibus etiam secundum longitudinem, ob id hic particulam adiunxit, per omnes partes sphæricam. Rursus differentias super aliquam æquinoctialis parallelorum assequantur ea, quæ ad verticem oportet sumere sub ipsas habitationes etiam horarum differentias ex proportione distantiis locorum, hoc modo constantes.

Sit



Sit autem magis Orientalis horizon A B G, huius autem magis Occidentalis DBG, & etiam huius magis Occidentalis E B G, & orientales partes, videlicet propè A D E, & intelligatur per ea, quæ ad verticem parallelus, ficut A D E Z, supra quem Sol contingit ferri, vel aliqua stellarum fixarum, etenim à circumlatio nibus fixarũ nocturnæ horæ accipiuntur, in quibus lunares eclypses spectantur, & accipiatur terræ centrum,& sit H, & coniugatur A H, & simul collocetur superficiei terræ ad T, manifestum est igitur, quod A lata ad superficiem conicam feretur, eo quod manente H, fertur A iuxta A D Z parallelum æquinoctiali, & non esse parallelum per centrum terræ, si igitur intellexerimus super superficiem terræ parallelum in eodem plano ADEZ, ficut TLC, & super hunc per ea, quæ ad verticem, hoc est supra A D E Z puncta ad verticem M N X, & coniungemus HM, H N, H X, erunt ipsarum habitationes ad LOP. Et quoniam portiones supra terram eorundem parallelorum æquales ad inuicem sunt, quod supponantur secundum solam longitudinem differre habitationes, quæ sunt ad LOP, & eundẽ esse cursum, igitur æquales sunt, & dimidiæ ipsarum, hoc est M A, N D, & communi ablata M D, reliqua M N, æqualis est. Eodem modo & D E ipsi NX æqualis est. Et quoniam H T A æqualis temporis supposita est, & A D Z parallelum, & T O C, similis est quidem M N ipsi L O, atque N X ipsi OP, est igitur ficut M N ad N X, ipsa L O, ad O P, æqualis autem N M ipsi A D, & N X ipsi D E, est igitur, vt A D ad D E, ita L O ad O P, & sunt A D quidem DE horarum differentiæ, L O autem & O P locorum distantiæ. similiter autem & de reliquis. Quare & vniuersaliter horarum differentiæ proportionalitatem habent ad locorum distantias terræ sphæricæ & in medio totius existentis. Cum manifestasset igitur à quibus notionibus, & obseruationibus, conueniens est sphæricam existimari terram, pertransit ad efficacius demonstrandum, contradicens opinionibus existimantiũ circa hanc ipsam esse figurã, & inquit, quod CONCAVA etenim ipsa existente, primum iam apparerent astra tanquam orientia magis Occidentalibus. Quemadmodum in concauis hemispherijs videmus Sole oriente primo

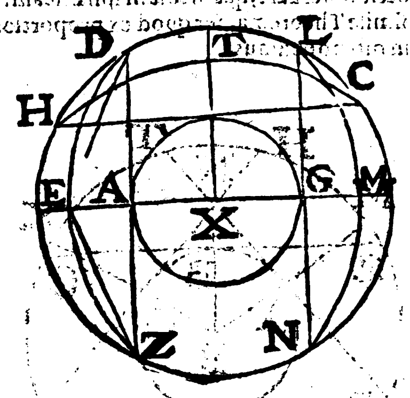
primo ad Occidentem illustrata, in plano autem omnibus simul, quod vnus solus horizon intelligatur per planum separans & inferius, & superius hemisphærium. Alia autem aliqua figura solida existente ipsa, quasi trianguli, aut pyramidis, vel quadrati, quasi cubi, vt supra planum omnibus simul orientia astra apparerent habitantibus quidem supra idem latus solidi. Abusus est autem dicendo supra eandem rectam, quod & plana superficies ex æquo supra ipsam rectis adiacet, quæ quidem omnia repugnant apparentijs, & ijs, quæ ex eclypsibus sumuntur. Quoniam igitur vt ostendebamus differentia secundum horas ab Oriente ad Occasum ex proportione facta ipsorum locorum distantiæ, & videbatur quod cylindricam figuram tribuebant terræ, ob id inquit, quod neque CYLINDRICA esset, vt circularis quidem superficies ad Ortus & Occasus sit conuersa, basium autem planarum latera (hoc est circuli) ad mundi polos versus. Quemadmodum autem in planis latera vocamus rectas, quæ figuram continent, sic supra solidam, latera vocauit superficies planas, ut nunc circulares, & simul terminantes figuram. Si igitur (inquit) ipsæ ad Vrsas & Meridiem sint conuersæ, quod quis, vt consequens, magis existimaret, continget, & sic scilicet omnibus habitationibus omnia astra oriri, & occidere, & nullam differentiam circa horas fieri, vel aliquibus rursus nonnulla, vt eadem etiam oriri, & occidere, & alia, & eadem & æqualiter distantia à polis obscura semper constitui, & in aliquibus rursus habitationibus nullum neque occidere, neque oriri, sed vbique eadem manifesta esse ipsis semper. Vt autem rursus ob oculos ponamus, quæ dicta sunt.



Intelligatur sphæra vniuersi, poli autem ipsius E Z puncta, centrum autem H, & axis E Z, & sit circa eandem axem iacens terræ cylindrus T C L M, cuius bases T C, L M circuli. Si igitur intellexerimus per vnam habitationem supra conuexam superficiem proiectum horizontis planum, vt N T M X, si enim vt ad distantiæ proportionem rectam ad sensum supponant cylindrum, vt ductum per superficiẽ terræ, hoc est cylindri horizontem bifariam secet ad sensum sphæram cœli, erit N X eadem ipsi E Z, & omnino & orientur & occident sydera habitantibus in cylindro, horizontis per polos sphæræ existentes. Si autem magnitudinem sensibilem

lem habuerint, manifestum quod horizontes ad inæqualia semper diuident, quid Cœli est & super terram, & quod sub terra, minus, quod supra terram illos, quod sub terra facientes. Quemadmodum horizon per N X ad inæqualia secat ABGD sphæram, cum H centrum ipsis existat, & omnibus habitantibus supra superficiem conuexam semper oriuntur, & occidunt, & ea quæ sunt supra N A D X sectionem sphæræ, & ipsius O B P G astra, semper autem obscura constituuntur, & quæ æqualiter distant ab vtroque polo, hoc est circumdata sub N O sectione, & ipsius X P. Si autem per bases intellexerimus plana proiecta, vt horizontes, vt A T C B, D M L G, habitantibus quidem sub T C basim, omnia semper astra manifesta fiunt quæ super A N E O B sectionem, semper autem obscura reliqua omnia. Et manifestum quod nulla stellarum fixarum neque oriri, neque occidi apparet, communia autem apparentia fiebant & habitantibus super conuexam superficiem, & habitantibus super basim, sydera quæ sunt supra A N, O B sectiones, habitantibus quidem supra conuexam superficiem orientia, & occidentia, ijs verò, qui supra basim, neutrum. Similiter autem contingent eadem etiam habitantibus supra M L basim, vt contingant supra superficiem conuexam nobis transeuntibus, scilicet ex Borealibus ad Australes, vel ab Australibus ad Boreales semper eadem oriri & occidere, & nihil semper manifestam neque polorum, neque astrorum fieri, cùm nulla pars terræ inclinari possit in cylindrica figura, vt horizontes secent ipsam, quoniam & per superficiem terram tangentes horizontes intelliguntur, & non secantes ipsam. Nunc autem, quantum ad Vrsas transimus, tantum alia quidem apparent nobis semper manifesta cum polo boreali, alia autem ex proportione absconduntur semper obscura cum polo australi: ut manifestum fiat, quod & hic etiam gibbositas terræ nō solum ab Ortu ad Occasum ex proportione inumbrationem facit, quod ex differentia horarum accipiebatur, sed & ab obliquis & à quolibet loco ad quemlibet, quod neque cylindricam, neque conicam, neque alteram quampiam figuram potest obseruare, quàm solam sphæricam. Demonstratur etenim rursus & hoc per simile Theorema, per quod ex proportione differentijs horarum distantias locorum ostendebamus.

Si enim rursus intellexerimus à quibuscunque terræ locis, qui sunt à Meridie ad Septentrionem, vel etiam obliquarum trium habitationum puncta A B G in vno maximorum circulorum, qui sunt in toto plano recto ad horizontas per ABG, & ab ipsis super centrum vniuersi P, contingentes P A, P B, P G. intelligamus planum per ipsas faciens in sphæra totius maximum circulum E Z H T, & eijcientes supra ipsam P A M, P B N, P G X ad rectas ipsis ducamus E A T, Z B C, H G L, communes sectiones factas, & E Z H T circuli, & horizontum, erant M N X puncta ad verticem. Et quoniam E M T, Z N C circumferentiæ æquales ad inuicem sunt, æqualia enim quæ sunt supra terram, apparent vbique, sex quidem signa à quacunque sectione supra terram semper apparentium, sex autem reliquorum sub terra, & communi ablata linea Z T, reliqua E Z, reliquæ T C est æqualis. Per eadem igitur & Z H ipsi C L est æqualis. Et quoniam A habitationis supra terram est E H T, ipsius autem B, est Z T C, quare transitus ab A ad B, abscondet sydera, quæ sunt super E Z sectionem, ostendet autem quæ sunt super T C ex proportione in æqualibus sectionibus existentia. Per eadem igitur transitus à B, ad G abscondet quidem ea, quæ sunt supra Z H. Demonstrabit autem ex proportione quæ in C L, quoniam & G habitationis supra terram est H T L, inquit igitur, quod ex apparentibus, nunc autem quanto, ad Septentrionem transimus, tanto, hoc est, ex proportione Borealiorum apparent plura, Australiorum autem absconduntur. Et manifestum, sicut erit A B, ad B G, ita E Z ad Z H, & vt T C ad C L, & idcirco per singula distantiarum super terram differentiæ apparentium ex proportione facta sequi, vt antea ostendebamus, neque aliam quampiam esse terræ figuram, quàm solam sphæricam supra talem solam figuram planorum horizontum in singulo puncto ipsam tangentibus, & in vtroque quoque dictam differentiam constituentium in apparentijs.

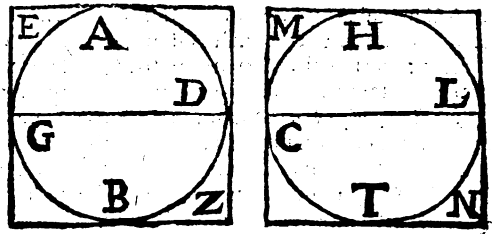


Licet autem etiam, aliter sphæricam simul & homocentricam, scilicet, & mediã vniuersi demonstrare terram sic. Accipiantur super superficiem terræ puncta trium habitationum, quæ sint A, B, G, & sit habitationis A in vniuersi sphæra, Meridianus D E Z, habitationis autem B, Meridianus H T C, & etiam habitationis G, Meridianus L M N, & accipiantur communes sectiones horizontum,

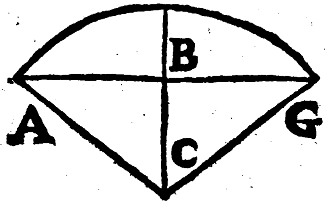
& Me-

& Meridianorum DZ, HC, LN, & ad rectas ipsis in planis Meridianorum AE, TB, GM, puncta igitur ETM ad verticem sunt habitationum, hoc est, poli horizontum sunt, æqualis igitur quæ ex E ad D, ipsi quæ ex E ad Z, & cathetus EA ad DZ, æqualis igitur etiam DA ipsi AZ. Quoniam igitur in circulo recta EA, ipsam DZ bifariam & ad rectas secat super EA, igitur est centrum ipsius DZ Meridiani, hoc est sphæræ. Per eadem igitur & super vtramque ipsarum BT, GM centrum est sphæræ, extendantur, & concurrant ad X, centrum igitur X est ipsius sphæræ. Et quoniam quæ supra terram æqualia apparent vbique, vt semper à quouis segmento zodiaci sex signa supra terram videantur, æqualia essent DEZ, HTC, LMN segmenta, quare & catheti ab ipsis bipartitis EA, TB, MG æquales sunt, æquales sunt autem etiam & XE, XT, XM, ex centro enim ad superficiem sphæræ, & reliquæ igitur XA, XB, XG æquales sunt. Similiter demonstrabimus, quod & omnes à centro sphæræ ad superficiem terræ æquales essent, quare terra spærica est, & homocentrica sphæræ vniuersi, iccirco etiam media. Quod vero sphærica sit terra ad sensum dictum est quidem à nobis, etiam paulo ante, quoniam montes maximas facientes eleuationes, respectu totius magnitudinis terræ, immutabile ipsius sphæricam figuram conseruat ad sensum. Est autem & ab assumptis magnitudinibus, & vniuersæ terræ & montium huiusmodi rem cognoscere. Totius enim terræ magnitudo secundum maximum eius circulum mensurata. 180000 stadiorum, quemadmodum ipse Ptolemæus in Geographia collegit, Archimedes autem circuli circumferentia ad rectam extersam demonstrat triplum diametri, & amplius septima parre maiorem, ita vt sit vniuersæ terræ diameter stadia 57 273. huius enim tripla & septima parte proximè maior circumferentiæ 180000. cathetus verò ab altissimis montibus ad infima cadentem ostēdit Erathostenes per dioptram ex distantijs mensurantem stadiorum decem. Quoniam igitur rursum demonstratum est ab Archimede quod suppositum diametrum ex circuli circumferentia ad rectam explicitè contentum orthogonium quadruplum est areæ circuli, quod igitur ex diametro & quartæ partis circumferentiæ areæ circuli, quare inuenitur quadratum à diametro ad aream circuli rationem habere quam quatuordecim ad vndecim hoc modo. Quoniam enim circumferentia diametri tripla est, & septima parte maior, quorum est diameter septem talium. Sit circumferentia 22. quarta pars ipsius $5\frac{1}{2}$ quare, quorum est quadratum 49. talium circulus $38\frac{1}{2}$ & propter occurrens $\frac{1}{2}$ duplantes ipsam, habebimus quorum quadratum est 98. horum circulum 77. horum autem proportio in minimis numeris est 14. ad ij. maxima enim communis mensura ipsorum est 7. & metitur 98. per 14. & 77. per ij. Et quia sicut se habet quadratum à diametro circuli ad ipsum circulum, ita cubus ad cylindrum æqualis altitudinis, vt deinceps demonstrabimus, habebit igitur & cubus ad cylindrum proportionem 14. ad ij. Et quoniam rursus demonstratum est ab Archimede in libro de sphæra, & cylindro, quod æqualis altitudinis sphæræ cylindrus, & habens basim maximam in ipsa circulum sesquialtera est sphæræ & quorū erit cylindrus ij. horum sphæra $7\frac{1}{3}$ & quorum cubus est 14. horum cylindrus ij. & quorū cubus 14. sphæra $7\frac{1}{3}$ erit igitur sphæra cubi $7.14\frac{3}{14}$ Et quoniam diametrum terræ demonstrabamus stadiorum 57273. quadratum quod ex

 damediametro fit 3280196529. cubus autem 18736669580541 7. horum decimaquarta pars 1341904970038 7. per septem multiplicata 9393334790 2709. his addo tertiam partem quatuordecimæ, quæ est 4473016566796. & fiunt simul 98406364469505. tanta igitur est sphærica terræ magnitudo. Est autem maximi montis cathetus stadiorum decem. Si igitur ad tantam magnitudinem terræ intellexerimus insurrectionem quandam fieri stadiorum decem, ob tantum magnitudinis terræ excessum, immutabilis ipsius sphærica figura ad sensum permanebit. Dico igitur quod sicut se habet quadratum ex diametro ad ipsum circulum, ita cubus ad cylindrum æqualis altitudinis.



Exponatur enim circulus AB, circa diametrum GD, & describatur ad ipsa GD quadrangulum EZ, & erigatur à quadrangulo quidem cubus, à circulo verò cylindrus æqualis altitudinis, cubo, dico quòd sicut se habet EZ quadrangulum ad AB circulum, ita cubus ad cylindrum. Cõstituatur enim circulus æqualis AB, & sit HT, circa diametrum CL, & quadrangulum circa ipsam MN æquale, scilicet ipsi EZ. Quoniam igitur vt se habet EZ quadrangulum ad MN, ita AB circulus ad ipsũ HT circulum, & ab ipso EZ quadrangulo, cubus ad cubum, qui ex MN, atq; etiam cylindrus, qui fit ex circulo AB ad cylindrum, qui ex TH. Et vicissim, vt se habet EZ quadrangulum ad AB circulum, ita MN quadrangulum ad HT circulum, atq; etiam cubus ex EZ ad cylindrum ex AB, & cubus ex ipso NM ad cylindrum ex HT, æqualia autem omnia, quæ in ipso MN ipsis, qui sunt in ipso EZ, sicut igitur se habet EZ quadrangulum ad AB circulum, ita cubus ex EZ ad cylindrum AB. Quodquidem dixit tanquam SECVNDVM omnes partes sumpta, vult etiam maris superficiem, & ipsius aquæ quiescentis sphæricam demonstrare. Et inquit. QVOD ET SI iuxta montes nauigemus, vel aliquas sublimes regiones à quocunq; angulo & ad quemcumque, hoc est, à quocumque loco ad quemcunque locum paulatim ipsorum magnitudines augeri videntur, quemadmodum ab ipso mari aspicientibus videtur, prius autem submersis ob gibbositatem superficies aquæ. Licet autem hoc sine nauigatione sic cognoscere. Si enim stans quis supra aliquod litus aspexerit trans mare montem, vel nauigium, & inclinans se tanquam ad aquæ superficiẽ, dirigit oculum tanquam aspiciens, nihil prorsus idem aspicietur, vel multo minus videbitur ipso, super quod ipse aspiciens steterit, quod gibbositas superficiei maris impedimento fit visui. Amplius autem & in nauigando hoc contingere inuenitur, sæpè enim non aspicientes neque terram neque nauigiam, & inquirentes aspicere, ascendentes ad malum videntur, superantes maris curuitatem impedimento existentem ipsorum oculis, & magis naturaliter intelligentes, magis mathematice demonstramonstrabimus, quod omni aqua quiescête, superficies sphærica esse solet. Aquæ naturam habet ab altioribus ad inferiora confluere, altiora autem dico, quæ longius absunt à terræ centro, inferiora autem, quæ propinquius.



Si igitur supponamus superficiem aquæ planam, & à centro terræ, veluti ipsius C ad ipsam perpendicularẽ ducamus, faciendo in superficie maris recta Si ABG, & coniugamus CA. CG, maiores erunt ipsa C.B, & vtrumque igitur AG, punctorum longius erit centro terræ C, quàm B: quare altiora erunt AG puncta ipso B, confluet igitur aqua ab ipsis AG punctis ad B, magis concauum, eousque, quousq; & B, replentũ æquale distet ab ipso C, vtriusque AG, & similiter omnia signa super aquæ superficiem ab ipso C distabunt æqualiter, & manifestum quod ipsa fiet sphærica.

PTOLEMAEVS.

Quod terra est in medio cæli.

CAP. V.

HOc, autẽ cõsiderato, si quis deinceps & de terræ situ explicare valuerit, intelligeret vtique ita solum apparentias, quæ circa ipsa perficiuntur, si in medio cæli, quasi sphæræ centrum supponeremus, hoc enim sanè non ita se habere, oportebat vel terram esse extra axem ab vtroque polo æqualiter distantem, aut in ipso axe existentem ad alterum polorum accedere, vel non esse in axe, neque ab alterutro polorum æqualiter distare. Ad primã quidem trium positionem ea aduersantur, quod si quis ad inferiorem, siue superiorem aliquorum accessisse quis iudicet, hoc contingeret in recta sphæra nunquè æquinoctium fieri, cùm inæqualiter semper diuidatur ab horizonte, & quæ supra terram, & quæ sub terra est: in obliqua verò vel non contingere rursum omnino æquinoctium, vel non medio transitu & æstiui & hyemalis solstitij, cum inæquales distantiæ locorum necessarium fierent: propterea quod non amplius circulus æquinoctialis, maximusque parallelorum circulorum descriptorum in polis reuolutionis bifariam diuiditur ab horizonte, sed vnus parallelorum ei, vel magis borealis, vel magis australis.] Cõfessum est autem ab omnibus simpliciter, quod eæ distantiæ æquales sunt vbique, quod in æquinoctio incrementa maximi diei in æstiuis solstitijs æquales sunt diminutionibus minimorum dierum in hyemalibus solstitijs. Si verò ad partes rursus quorundã Oriẽtis, vel Occidẽtis rursus recessio supponeretur, etiã hoc contingeret, neque magnitudines, neque distantias astrorum æquales & easdem tum quo ad Orientem, tum quo ad Occidẽtem horizontem apparere, neque tempus ab Oriente vsque ad Medium cæli æquale perfici illi, quod est à Medio cæli ad Occasum, quæ omnino repugnant apparentijs. Ad secundam autem positionem, per quam in axe existens ad alterum: polorum recessisse intelligetur, ita rursum aliquis occurreret, quia si hoc ita se haberet, in singulis climatibus, horizontis planum inæquales differenter efficeret semper, & quod supra terram, & quod infra terram secundum aliam, atque aliam recessionẽ cæli, & ad se, & adinuicem, in sola quidem recta sphæra, cum bifariam diuidere ipsam horizon possit. In obliquatione autẽ faciente propinquiorem polorum, semper manifestum quod quidem supra terram semper diminuere, & quod infra augere, quare contingit vt maximus circulus per medium signorum in inæquales diuidi ab horizontis plano, quod nullo modo sic se habere animaduertitur, cum sex semper signa omnibus videantur supra terram ex duodecim partibus, sex verò reliqua non appareant. Postea rursus cum illa integra eodem tempore appareant supra terram, reliqua verò simul non appareant, vt manifestum fit, quod sectiones zodiaci bifariam ab horizonte diuidantur, ex eo quod ijdem semicirculi integri aliquando quidem supra terram, aliquando verò infra deprehendantur,

&

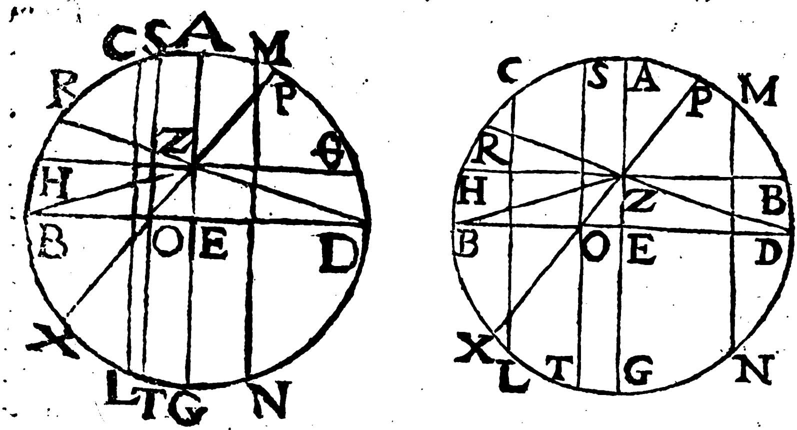
& omnino contingeret, si non sub æquinoctiali terra situm haberet, sed ad Septentrionem, vel ad Meridiem declinaret, ad alterum polorum, non amplius ad sensum in æquinotijs orientales gnomonum vmbræ ad perpendiculum occidentalibus fieret in parallelis planis horizontis, quod palam vbique consequi videtur. Hinc autem manifestum, quod neque tertiam positionem possibile est progredi, cum vtræque repugnantiæ in primis in ea contingant. Vt breuiter autem dicam, confunderetur postremo ordo, qui in incrementis, & decrementis dierum ac noctium videtur, si in medio terra non supponeretur. Denique lunares eclypses iam omnibus partibus cæli ad stationem in diametro Soli perfici non posse, cum terra sæpe non in diametrali transitu opponatur ipsis, sed in minoribus distantijs semicirculi.

THEON.

Quod terra est in medio coeli.

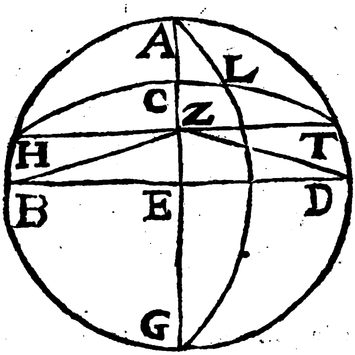
CAP. V.

Figura terræ sphærica comprehensa ex dictis, deinceps & de positione ipsius terræ tractat, quod aliter non congruerent apparentia nobis circa ipsam, nisi in medio cæli ipsam constituamus, tanquam eam centri positionem habentem. Postea volens demonstrare, quæ absurda contingunt, si extra medium collocetur, definit tria loca, quæ magis comprehendant quàm alia omnes circa medium, atque inquit. Hoc ENIM non ita se habere. Hoc est, non existente terra media, vt centrum oportebat, scilicet, axem quidem extra ipsam esse, ab vtroque autem polorum æquidistare, vel supra axem ipsam ab altero polorum recessisse, vel neque supra axem esse, neque ab altero polorum æquidistare; Et manifestum, quod præter has positiones alias circa medium non licet excogitare. Et ad primam quidem trium, per quam extra existentem æqualiter distare ab vtroq; polorum supponebatur, proponuntur apparentia hoc modo. Quoniam enim talis positio iuxta quatuor modos, quo ad nos intelligitur, potest enim cum sit extra axem, vel superius, vel inferius, vel ad Ortum, vel ad Occasum ipsius existēs, æqualiter distare ab vtroque polorum, & si quidem ad supra vel ad infra aliquarū habitationum supponeretur, supra autem, vel infra, vt diximus, vt ad nos dictum est, respectu enim aliquorum supra existens, respectu aliorum infra est, his vtique contingeret, supra rectam sphæræ nunquam æquinotium fieri, cum diuidatur in partes inæquales semper ab ipso horizonte, tum eius qui est supra terram, tum eius, qui est infra terram.



Sit enim Meridianus circulus ABGD, centrum autem ipsius sit E, axis autem BED, poli autem spæræ BD puncta, & ab E centro sphæræ perpendicularis ducatur ipsi BED axi in eo, qui est Meridiani ad Z, vt coniunctis ZB, & ZD æquidistent, scilicet ab BD polis iuxta suppositionem. Si igitur supra rectam sphæræ intelligamus horizonta per HZΘ parallelum, videlicet facientem ipsam HZΘ axi, vt æquinoctialis rectus sit ad horizonta per ipsam HZT, recta supposita sphæra, erit A supra æquinoctialem existens, & ad verticem habitationis, & manifestum quod horizō in partes inæquales secabit ABGD Meridianum circulum, quare & sphæram, scilicet, & æquinocialem, & paralellos eius, & non erunt supra rectam sphæram æquinoctia, quamuis singulis diebus æquinoctium illic fit. Intelligatur igitur supra talem positionem terræ, & inclinationes sphæræ, & sint diametri tropicorum CL, MN, communes autem sectiones Meridiani, & horizontis, tum XOZP, tum eius quæ est RZD, & per O describatur parallelus diametro æquinoctialis STO, manifestum igitur rursus, quod & hic horizontes per XP, & per RD inæqualiter diuidunt sphæram, eo quod centrum ipsius circa E sit, & supra positionem per RD horizontis, non erit iterum similiter æquinoctium, eo quod nulla parallelarum bifariam secetur ab ipso. Supra autem positionem per XP erit, quando Sol fertur circa SOT diametrum paralleli, quod ipsa BED secet per centrum ad rectas, & bifariam ad O, quare & XP bifariam ST secabit, & horizon igitur per ipsam parallelū, quoniam & per centrum ipsius E pertransit horizontis planum, & faciet æquinoctium supra hanc parallelum Sol existens, non amplius autem hæc consona sunt apparentijs, cum non fiat, vt dictum est, inter solstitium æstiuum & hyemalē, hoc est iuxta maximum parallelorū æquinoctium, cum omnes hoc fateantur distantias à tropicis ad æquinoctialem æquales vbique esse, quod & diem maximum fieri propè æstiuum tropicum, tanto augeri æquinoctiali, quanto & minimus dies propè hyemalem tropicum minuitur æquinoctiali, quantum autem minuitur dies solstitij hyenalis tantum augetur nox. Quare cum æqualiter æquinoctium augeatur, sequitur vt prope astiuum tropicum maxima dies sit, & nox propè hyemalem tropicum, & iccirco vicissim segmenta ipsorum sunt æqualia, quod contingit super æquales parallelos, & æquè scilicet distantibus parallelis maximi, non solum autē cuius augetur maximus dies, eo minuitur minimus, sed etiam in illis, quæ sunt secundum

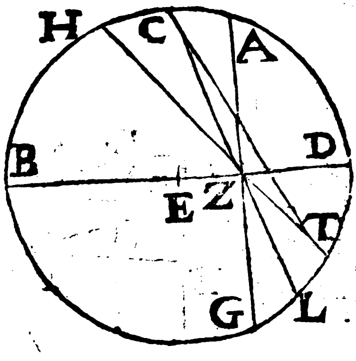
cundum partem, & in vtroque æquinoctialis, supra eo, qui est per medium zodia cum æqualibus distantijs Solis. Dico igitur quod supra primam partem Arietis, & ipsius C θ. Piscium, hoc idem contingit, vt etiam minuitur dies supra partem Pisciũ C θ ita augetur dies supra primam partem Arietis, & quo minuitur nox supra primam partem Arietis, hoc augetur nox supra partem C θ Piscium, & iccirco iterũ supra æquales parallelos, & supra æquales distantias maximi parallelorum tale continget. Quoniam igitur ab æquinoctio æqualis accipitur secundum partem facta additio maximæ diei propè æstiuum tropicum diminutione facta minimæ diei propè hyemalem tropicum. Manifestum igitur quod in medio quodam æquinoctium fit, medio autem tropicorum maximus est parallelorum, supra hanc igitur fit æquinoctium, quare æquales erunt distantiæ parallelorum circulorum, in quibus ad sensum fertur Sol ab æquinoctio ad solstitia. Non enim tempora æqualia diceret, æqualia enim hæc, vt demonstrat in tertio libro, quoniam & inæqualiter Sol videtur per æquales circumferentias transire, quæ est in medio. Quoniam igitur iuxta dictam portionem à quatuor locis, in qua cum extra axem terra sit, æquidistans ab vtroque polorum supponebatur de duobus, quorum quod supra, vel infra axem ipsa sit, verba fecimus, deinde & circa reliqua duo verba faciemus iuxta quam positionem ad Orientem, vel ad Occidentem existens æque rursus ab vtroque polo ipsam distare supponebatur. Esto igitur ad Orientem, vel Occidentem quorundam recessisse, manifestum enim quod ad Orientem quorundam existens aliorum ad Occidentem est, cùm idem locus aliquorum quidem possit esse ad Orientem, horum autem Antipodum ad Occidentem. Dico igitur quod neque magnitudines, neque distantiæ astrorum æquales apparebunt, tum iuxta orientalem, tum iuxta occidentalem horizontem, neque ab Oriente vsque ad Medium cœli tempus æquale erit tempori, à Medio cœli ad Occasum, quæ iterum manifestè aduersantur apparentijs.



Esto enim iterum quod supra rectam sphæram ad Orientem aliquorum existat terra, & per ipsam & axem horizon quidem sit ABGD, axis autem BD, communis autem sectio ipsius ABGD, & æquinoctialis AEG, & orientales partes sint quæ ad A, occidentales autem quæ ad G, & subiaceat terra ad Z. vt coniunctis

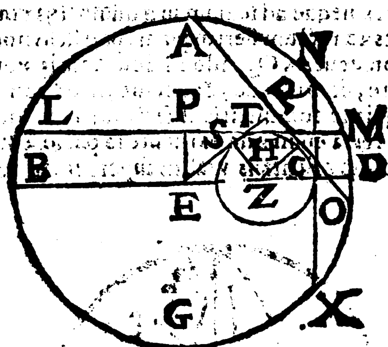
ZB,

ZB, ZD æquidistet, scilicet à BD polis secundum suppositionem, & ducatur per Z parallelus ipsi BD, ipsa HT in subiecto plano, & extendatur per ipsum planum rectum ad horizontem, facit igitur in superficie sphæræ circulũ, qui meridiolanis erit, habitatione terræ subiacẽte ad Z, faciat circulum HCT, & describatur ALG æquinoctialis. Manifestum igitur quod HCT Meridianus inæqualiter secat ALG æquinoctialem, propterea quod HCT non sit maximus: quoniam neque per centrum sphæræ est, & minor erit AL, circumferentia ipsa LG, & est quidem tempus ab ipsa A ad L ab Oriente ad Meridiem, tempus autem ab L ad G, quod est à Meridie ad Occasum, quare inæqualia erunt talia tempora, atque etiam & magnitudines astrorum, ac etiam ad inuicem distantiæ inæquales videbuntur, quod inæquales sint ZA, ZG a visu ad cœlum, atque etiam omnes secundum partem ab ipso Z puncto, videlicet terræ. In secunda autem positione per quam supra axem existens, cum ad alterum polorum recessisse constituebatur, continget secundum singulas inclinationes inæqualiter fieri, & quod supra terram, & quod sub terra cœli differenter, ita vt sit quod supra terram, verbi gratia, tertij climatis, minus sit illo, quod sub terra eiusdem climatis, & etiam quod supra terrã tertij climatis, maius sit illo, quod supra terram quarti climatis, & quod sub terra illo, quod sub terra minus. Hoc enim est quod dicit. ET AD SE IPSA, & vicissim, vt cõtingat, & per medium signorum circulus maximus existens, vt ad inæquales partes diuidatur ab horizonte, & vbi quidem sunt signa quinque super terram, vbi autem quatuor, vel & tres, vbique sex quidem semper super terram visis, reliquis autem sub terra sex cũ solus horizon, qui supra rectam sphæræ bifariam diuidere possit cœli sphæram & zodiacum.



Si enim intellexerimus in sphæra Vniuersi Meridianum quidem circulũ ABDG polos autem sphæræ BD, axem vero BD & centrum E, supponamus autem & terram etiam supra axem ad alterum polorum sit ad D borealem recessa vt ad Z, videlicet, supra rectam sphæræ per BD axem existens horizon, diuidet bifariam sphæram & zodiacum. Intelligatur igitur & supra inclinationem horizontis diameter HT, & supra terram D polus borealis subiacens, & propinquius terræ. Clarum igitur

igitur quod horizon circa HT diametrum minor erit maximo circulo, & accipietur supra terram pars minor hemisphærio. Intelligatur igitur & diameter CL alterius inclinationis horizontis. Manifestum igitur quod & horizon circa ipsam ad inæquales partes separat sphæram, & partem supra terram minorem facit ipsa, quæ sub terra: dico ergo quod & inclinationes ad inuicem horizontum inæquales partes faciunt, & quæ supra terram illi, quæ sub terra, & quæ sub terra illi, quæ est sub terra. Coniungatur enim CT. Et quoniam maior est CZ ipsa ZT, maior etiã est & angulus, qui sub ZTC angulo, qui sub ZCT, quare & circumferentia CH, maior est circumferentia LT, communis apponatur CAT, tota igitur CAT circumferentia maior est tota CAL, quare & HT recta maior est CL, vel quia etiam perpendicularis à centro E ad HL maior est perpendiculari ab eodem centro ad HT, & horizon igitur qui circa diametrum HT, maior est horizonte, qui circa diametrum CL est. Inæqualiter igitur horizontes accipientur, pars quidem quæ supra terram illi, quæ supra terram, & quæ sub terra illi, quæ sub terra, atque semper similiter, quanto supra terram accedit polus semper apparens, minor sit pars supra terram parte supra terram, quæ verò sub terra maior parte, quæ sub terra, quousq; polus ad verticem fiat. Si enim iterum intellexerimus horizonta AG alterius habitationis, supra terram etiam facientem polum D, eadem ratione minor erit AG ipsa CL, quare & horizon circa AG minor est illo, qui circa CL erit, & circo pars ADG supra terram minor erit CDL super terram, pars autem ABG sub terra maior CBL sub terra, dico ergo quod & si in magnitudine terram supponamus, & per ipsius superficiem intelligamus horizontes similiter ad inæquales partes differenter diuidetur, & quod cœli supra terram & quod sub terra erit.



Sit quidem rursus circulus Meridianus ABGD, circa centrum E, axis autem similiter BD, in superficie autem terræ maximus circulus HCT, in plano autem ipsius ABGD circa centrum supra axem Z, & producatur LM parallelus ipsi BD, & tangens HCT ad C, erit igitur horizontis diameter LM ad H habitationis, tanquam supra rectam sphæræ, ipsius autem ad T, faciens borealem polum D ad verticem ipsa NX, dico quod inter HT habitationes, maxima quidem erit LM, minima verò NX, semper autem quæ propriorz ipsa H habitationem maior remotiore. Intelligatur enim & alter horizon per habitationẽ ad C, cuius diameter AO, & coniungatur

G gatur

gatur ZC perpendicularis facta supra AO, & ducantur ab E centro super ML, AO perpendiculares EP, ER, & per Z ipsius AO parallelus ducatur ZS. Et quoniam minor est EP ipsa ER, quia & ipsa ET, LM maior est ipsa AO, & quia rectus est qui sunt ZSE angulus, maior est EZ ipso ES, æqualis autē SR ipsi ZC, hoc est ipsi ZT, maior igitur ET ipso ER erit, & AO ipso NX, & qui circa diametros vtique LM, AO, NX horizontes ad inæquales partes diuident, & quod supra terram est, & quod infra terram cœli, minora facientes, quæ supra terram. Similiter autem & de reliquis habitationibus, quæ sunt inter HT, quare & maximus circulus per media signa in inæquales partes differenter diuidetur ab horizonte, quod nusquam tale accidere reperitur, sex quidem semper & omnibus supra terram apparentibus ex duodecim partibus, hoc autem & omnibus, quod sex quidem omnibus multitudini apparent ex duodecim partibus, non tamen eadem, & maxime apud quos longitudine differunt horizontes, sex autem reliquorum sub terra non apparentibus, deinde iterum ex his ipsis, quæ fiunt super terram simul sub terra, & quæ sub terra supra terram, vt ex his manifestum fit, quod & sectiones zodiaci, quæ sub horizonte accipiuntur, semicirculus est, quæ à quocunque, vt diximus, horizonte, vel & qui a qualibet sectione, quæ per medium, aliquando quidem supra terram, aliquando verò sub terra accipiantur. At si quis dicat zodiacum ad plura, quàm ad duodecim signa diuidi, vt sex quidem semper appareant supra terram, reliqua autem plura, sex sub terra, eo quod & dictam secundam positionem maiora faciant ea, quæ sub terra, quàm illa, quæ supra terram, sequeretur aliud quid videri, quàm duodecim signa apparentia, quòd nusquam videtur sic se habere. Iterum illis quidem omnibus sub terra simul apparentibus, reliquis verò & supra terram simul nō apparentibus. Et omnino contingeret si non in plano æquinoctialis positionem terra haberet, ad Septentrionem autem vel ad Meridiem inclinaret ad alterum polorum, quod non amplius, neque ad sensum in æquinoctijs vmbræ orientales gnomonum, & occidentales ad rectum fieri in planis parallelis horizonti, quod manifesto vbique videtur consequens. Quandoquidem Sole in æquinoctiali existentie & terra in medio iacente, & orientale, & occidentale signum hoc est gnomonis vertex ad rectas sunt, quia in communi sunt sectione æquinoctialis, & horizontis, hoc ita fieri contingit. Terra enim non existente in plano æquinoctialis, sed extra, non amplius in æquinoctio orientalis vmbra super rectam erit occidentali.

Si enim intellexerimus horizontem quidem circulum ABGD, æquinoctialis autem semicirculum AEG, gnomonem autem ZH, & ad horizonta in plano H, extremum autem Z, & ABGD plani, orientales partes ad A, occidentales quæ ad G, erit igitur orientalis radius AZT, vmbra autem in plano circa horizontem HT, & rursum radius occidentalis GZC, & non erit supra rectam HT, ipsius HC, super autem terræ positionem iuxta quam vtrasque contradictiones, & primæ, atque secundæ positionis supponit, hoc est, neque supra axem ipsam esse, neque ab vtroq; polo æquidistare. Manifestum quod absurda demonstrata super duas positiones supra hanc simul contingent. Rursum enim & distantiæ ab aspectu ad cœlum inæquales inuenientur, & tempora ab Ortu ad Meridiem inæqualia illius, quæ à Meridie ad Occidentem, & in pures inæquales horizontes differenter diuident vniuersi sphæram, & zodiacum, & æquinoctium non fiet super maximum parallelorum, & incrementa, & decrementa noctium & dierum super parallelos non secundum proportionem ab æquinoctio perficientur, & coiunctum ad vnum aliquod commune, quæ fiunt secundum partem, licet dicere, quod omnis ordo perfectus confusus, qui circa auctiones & diminutiones noctium, & dierum spectatur, cum terra non habeat positionem mediam sub ipso æquinoctiali, & maximo parallelorum media autem ipsa existente, & sub eodem æquinoctiali, paralleli qui æquidistant ab hoc ad vtramque partem æquales sunt, & vicissim segmenta æqualia faciunt & eas, quæ sunt Horizontis, & Meridiani circumferentias ad Zodiacũ, æquales vtramque vtrique ad vtrumque ipsius æquinoctialis accipientes, ordinẽ seruant auctionis & diminutionis noctium & dierum ab ipsa circumlatione ad æquinoctialem Solis, non ad alteram tertiam positionem amplius. Quod autem & præter dicta absurda aliud quid continget, quod scilicet eclypses lunæ secundum omnes partes cœli visæ iuxta diametrũ, quæ est statio Lunæ non amplius sic semper accipi, sæpè non in vijs dimetientibus ipsa obscurata ab vmbra conica facta à terra ex splendore Solis, sed in minoribus distantijs semicirculi, quod rursus aduersatur apparentijs. Concessum est enim ab omnibus, qui obseruarunt in diuersis climatibus lunares eclypses, quod in stationibus Solis p diametrum efficiũtur, terra enim cum illustrata sit à Sole, & mittat vmbram conicam ad diametrũ ipsarum stationum. Demonstratum est enim, quod si sphæra illustretur à corpore sphærico maiore ipsa, vmbra emissa conica erit, & in rectum cum illuminante circumferretur, solare igitur corpus cum sit sphæricum, & maius corpore terræ, vt demonstratum quidem est à nobis in quinto libro: Est autem & hinc manifestum hoc tale ex eo, quod ad tantã quidem distantiam, dico quidem à terra ad Solem, vt accipiatur terra puncti proportionem habens, atque magnitudo Solis sensibilis nobis appareat, quare oportet vt vmbra à terra missa conica sit, & super rectam, vt diximus, Soli. Quoniam igitur solet Luna suscipere à Sole lumen, contingit, cadente ipsa ad vmbram conicam à terra, & in recta in interposita terra ipsi Soli, splendoribus ipsius Solis obscuratam ipsam fieri. Sed quoniam lunæ obscurationes in stationibus super Zodiacum iuxta Solis diametrum accipiuntur, necesse iam esset terram in medio vniuersi supponi, ipsa enim non existente media, non semper continget iuxta diametrum Solis stationem ipsam obscurari.

Vt autem nobis manifestum fiat; quod dicitur. Intelligatur sphæra, centrum autem ipsius L. zodiacus verò BGDE, circulus autem Lunæ circa idem centrum sphæræ magis proximus terræ existens ZHTC, & subijciantur verbi gratia in eodem plano existentes, atque Sol adhuc super idem zodiacum motum faciens, terra autem ne sit in medio, sed veluti ad A centrum, habens in plano rursus zodiaci, & sit per centrum sphæræ, & terræ diameter BZLAD. Quando igitur Sol accedet ad D, Luna verò ad B, terra illustrata à splendore aduenìente ipsius Solis, mittat conicam vmbram ad LM, & obscurabit Lunam, & sine lumine reddet, obscurata radijs solaribus, & contingit in diametro Solis stationem eclypsis fieri, eo quod BD diameter zodiaco subiaceat. Similiter autem rursus quando Sole accedente ad B, Luna ad T recedat, rursus continget in statione iuxta diametrum eclypsim fieri, quando verò in alia sectione Sole existēte Luna cadat in puncto, nequaquam inuenietur in statione iuxta diametrum Solis existens, iccirco addidit, SAEPE non in diametrali transitu ipsi opponatur, quasi contingat & in statione circa diametrum obscurationem fieri, & in ea, quæ non per diametrum. Si enim verbi gratia super G Sole existente, vmbra in rectum ipsi missa fiat in C, manifestum est, quod quando Luna illuc peruenerit, non erit iuxta stationem diametri eclypsis, eo quod terra extra A centrum sit, nec GC diameter zodiaci sit, quare necessarium esset cum lunares eclypses semper videantur in stationibus Solis ad Lunam per diametrum, & terram locum medium vniuersi retinere.

PTOLEMAEI.

Quod terra puncti rationem habet ad coelestia.

CAP. VI.

QVod & puncti rationem habet ad sensum terra ipsa ad distantiam vsq; ad sphæram stellarum, quæ fixæ dicuntur, magnum quidem inditium; ab omnibus ipsius terræ partibus & magnitudines, & distantias stellarum ijsdem temporibus æquales & similes vbique videri, quemadmodum à diuersis climatibus in ijsdem obseruationes, ne minimum quidem dissentientes reperiuntur. Cæterum & illud assumendum, gnomones in quacunque ipsius terræ parte positos, præterea armillarum centra idem valere ac centrum terræ secundum veritatem, & seruare inspectiones, & vmbrarum circumductiones ita consentientes suppositionibus apparentiarum, ac si per ipsum terræ medium punctum fieri contingant. Manifestum autem signum hæc ita se habere, vt vbique superficies planæ per oculos eductæ, quas horizontes dicimus, totam cœli sphæram semper in duas partes diuidere, quod non vtique contingeret, si magnitudo terræ sensibilis esset ad cœlestium intercapedinem, sed sola quidem per punctum terræ ad centrum educta superficies sphæram bifariam diuidere posset, quæ autem à quacunque terræ superficie maiores semper efficeret sectiones, quàm sub terra ijs, quàm quæ supra terram.

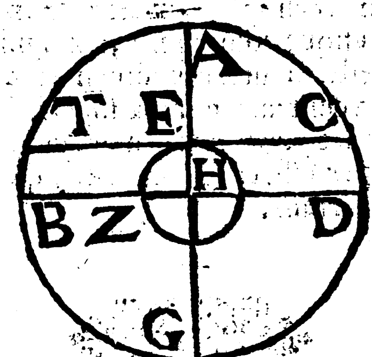
Quod

THEONIS

Quod terra puncti rationem habeat ad cœlestia.

CAP. VI.

CVm demonstrasset ex apparentijs, & communibus opinionibus sphæricam ad sensum esse terram, & medium vniuersi, adhuc etiam de proposito capite per easdem disputat, tanquam ex hoc vno existente eorum, quæ principaliter debent intelligi, atq; inquit. PVNCTI rationem ad cœlestia terram habere. Puncti igitur proportionem habere dicit, non quod ipsa sicut punctum sine magnitudine sit. Quomodo enim quis diceret magnitudinem talem sine partibus? Sed quoniam ad comparationem distantiæ, quæ est vsque ad sphæram fixarum stellarum, puncti relationem contineat, quoniam & Sol 170. multiplex tota terra existens, videtur nobis habere magnitudinem vnius pedis propter maximã distantiam, quare si etiam visam à tali distantia intellexerimus, quanta est distantia à terra ad Solem 170. partem apparentis magnitudinis Solis ipsam terram habentem videbimus. Si autem à tanta distantia ipsam visam intellexerimus, quanta est vsque ad stellas fixas minima aspicietur, vel vt punctum effugiet sensum. Adhuc etiam & ex eo quod omnes distantiæ ad inuicem stellarum, & magnitudines ijs, qui obseruant, easdem stellas à diuersis habitationibus æquales, & similes percipiuntur, ac si omnes prope vnum punctum, & idem centrum sphæræ starent, atq; eandem distantiam obseruarent, & ad Orientem, & Occidentem, & ad omnes partes cœli, quod non sic se habere appareret, si magnitudo terræ sensibilis esset.



Intelligatur enim in vniuersi sphæra Meridianus circulus AB GD, in terra aūt cadente tanquā magnitudinē EZ in eodē plano ipsius circuli AB GD, centrū autem cōe ipsorum sit H, habitatio autē iuxta E, &per H centrū sit diameter sphæræ BHD, horizon autem habitationis, qui per TEC, communis autem ipsius sectio & ipsius AB GD TC tangens, scilicet EZ, ad verticem autem A, si ergo EA coniungamus,& producamus EHG, manifestum quod ad centrum terræ cadet,& minima quidem erit EA omnium rectarum incidentium ad sectionem THC ab ipso aspectu videntium, Et semper quæ propè ET, EC iis, quæ longius distant, maiores sunt vsq; ad A, & ob id non amplius contingit magnitudines & distantias stellarum æquales,& similes apparere. SIMILES autem dixit DISTANTIAS, propterea quod semper manent figuræ, quas seruant adinuicem, siue triangula, siue quadrangula, siue trapezia, siue aliquā alia. Adhuc autem & alteram fidem adducit puncti proportionem terram habere ad distantiam cœli, quia inspectiones per centra armillarū sphæricarū eodem modo possunt demonstrari, ac si homocentricæ positionem vniuersi haberent, ARMILLARVM autem dicit sphæricarum, & metereoscopij, & & astrolabij ab ipso expositi in quinto libro. Hæc enim instrumenta ponentes in superficie terræ, & eiusdem nominis in instrumento anulos in circulis vniuersi, eiusdem ordines constituentes: meridionalem quidem organi, in eodem plano eius, qui intelligitur Meridianum habitationis, Zodiacum autem qui accipit positionem naturaliter Zodiaci, & Horizontem, qui accipit positionem naturaliter Horizontis, & reliquos reliquis, aspicientes per centrum instrumentorum sphæricorum in quacunq; parte terræ ipsis positis, accipimus & angulos, & acceptas circa idem centrum maximorum circulorum circumferentias, ità concordes apparentijs, ac si per ipsum terræ centrum visiones fierent. Manifestum autem hoc ità se habere, quia visiones per centra instrumentorum ità concorditer fiunt apparentijs, manifestum ergò, quod terra non solùm in medio vniuersi cœli iacet, sed etiam proportionem puncti habet, quia, vt diximus, visiones per centra dictorum sphæricorum instrumentorum idem valere, perinde ac si per centrum terræ fierent. Rursus autem gnomonici extremitatem verticis gnomonis centrum] Solis sphæræ supponentes, & ipsius vniuersi & terræ ità inueniunt circumductiones vmbrarum factas in descriptionibus horoscopiorum in æquinoctiis parallelis, qui in vniuerso intelligantur, ac si propè ipsum centrum terræ vertices gnomonum essent. Licet autem & ex hac tamquam manifestiori fide confirmare, quæ dicta sunt, quod plana per nostrum visum vbiq; protracta, quæ scilicet sunt, per superficiem terræ. Vocamus autem ipsas horizontes semper secare bifariam cœli sphæram, quod non contingeret si magnitudo terræ sensibus esset, sed solum planum protractum per centrum terræ secare posset sphæram, hoc autem à quocunq; loco ipsius superficies ad inæquales partes diuidebat sphæram, non amplius maximo facto horizonte, sed semper sectio sphæræ super terram minus faciente, quàm qui sub terra.

PTO-

PTOLEMAEI.

Quod terra neque motum progressiuum aliquem facit.

CAP. VII.

PEr eadem autem iis, quæ ante dicta sunt, demonstrabitur, cur non terra facere possit vllam motum ad dictas partes laterales, vel omnino recedere aliquando à loco centri, eadem enim euentura, quæ si situm alium præter medium haberet. Quare superflue mihi videtur, si quis causas ad medium lationis inquireret, omnino quod terra medium continet locum mundi, & grauia omnia ad ipsam ferantur, cum ita sit euidens ex ipsis apparentiis. Et illud autem solum ad talem cognitionem aptissimum fieret, cum sphærica & media vniuersi, vt diximus, demonstrata sit terra in omnibus simpliciter partibus ipsius, & inclinationes, & lationes corporum ponderosorum, dico autem proprias ipsorum, ad rectos angulos semper, & vbiq; fieri in immobili plano producto per contactum ad casum. Manifestum enim hoc ita se habet, quod si non refrangerentur à superficie terræ, omnino ad ipsum centrum concurrerent, quoniam & ad centrum ducens recta, ad rectos angulos fit in plano sphæræ tangente sectionem ad contactum. Quicunq; autem, paradoxum putant, neq; prouehi alicubi, neq; ferri tantum terræ pondus, videntur mihi ad suas affectiones, & non ad totius proprium respicientes, collationem facientes aberrare. Neque enim puto admirabile ipsis amplius apparere tale, si scirent, quod hæc terræ magnitudo comparata toti continenti corpori, puncti ad ipsam proportionem habet, possibile enim sic videbitur minimum secundum proportionem ab omnino maximo, & similari contineri, & mutuo hærere vndique æqualiter, & simili inclinatione, cum nihil sit infra, vel supra in mundo ad

ipsam

ipsam : quemadmodum neque in sphæra aliquis tale intelligere posset , ex collationibus verò in ipsa , quantum in propria sua latione , & secundum naturam ipsorum , leuibus quidem & subtilibus partibus constantibus ad exteriora, & vt ad circumferentiam eleuatis, cum videantur autem ad superiorem partem ad singula impetum facere : eo quod id quod supra caput omnium nostrorum, supra autem vocatum, & ipsum, inclinat, vt ad continentem superficiem, ex grauibus & crassis partibus constantibus ad mediũ, & quasi ad centrum ferantur, videantur autem ad inferiorem partem cadere, eo quod & omnium nostrorum rursum, quod ad pedes, dictum autem infra & ipsum declinat ad centrum terræ, sedem & iure circa medium capiant ab æquali repercussione, & mutua adhæsione inter se vndique. Itaque & iure accipitur tota terræ soliditas ita maxima existens, vt quæ feruntur ad eam, & ab impetu, quam minimorum ponderũ, tanquam vndique quiescens, & tanquam concidentia suscipiens. Si verò & ipsius esset aliqua latio communis, & vna & eadem alijs ponderibus, præoccuparet vtique omnia, videlicet ob tantum magnitudinis excessum deorsum lata, & relinquerentur quidem & animalia, & vecta, in aere secundum partem ponderum, ipsa & celerrimè postremo cecidisset, & ab ipso coelo, sed talia quidem & tantum excogitata maxime omnium ridicula viderentur. Iam verò aliqui vt putant probabilius hæc quidem non habentes quod contradicerent, concedunt, putant autem nihil ipsis repugnaturum, si & quidem cœlum immobile supponerent, verbi gratia, terram verò circa eundem axem se conuertentem ab Occasu ab Ortum singulis diebus vnam proximè conuersionem, vel et vtrumque mouerent quantumlibet, solum circa eundem axem, vt diximus, & moderata inter se conuersione. Latuit verò ipsos quob causa apparentiarum circa astra, nihil forte prohiberet, secundum simpliciorem sententiam hoc ita se habere, ab his verò, quæ accidunt, circa nos ipsos & aerem, etiam valde ridiculum videtur hoc ipsum. Vt enim cõcedamus ipsis, quod præter naturam est, sic ea, quæ ex ſubtilibus partibus conſtant, & leuiſſima ſunt, vel neque omnino moueri, vel indifferenter, quàm ea, quæ contrariæ ſunt naturæ cum ea, quæ in aere, & minus ſubtilibus partibus conſtantia, euidenter ita velociorem omnibus terrenis lationem faciant, craſſis verò partibus conſtantia & grauiſsima, motum proprium velocem ita & æqualem facere, cum terreſtria rurſum ſine controuerſia ſe non habeant commodè aliquando ad motum ab alijs, at certè confiterentur velociſſime terræ conuerſionem fieri omnium ſimpliciter motionum circa ipſam, tanquam facientem tantam conuerſionem in breui tempore, vt omnia non prouecta in ipſa vnam ſemper contrariam terræ motionem apparerent facientia, & neque nubes aliquando oſtenderent tendētes ad Orientem, neque aliud quid volans, aut proiectum, cum anteuerteret ſemper omnia ipſa terra, & præoccuparet ad Orientem motionem. Quare reliqua omnia ad partes, quæ ad Occaſum, & relicta viderentur recedere. Si enim & aerem dicerent vnà cum ipſa circummagi ſecundum eadem & æquali velocitate, nihilominus quæ in ipſo fiunt concreta ſemper viderentur ab vtriuſque motu deficere, vel ſi etiam ipſa quemadmodum coniuncta aeri ſimul circumagerentur, non amplius neque antecedentia, neq; ſubſequentia apparerent, manentia autem ſemper neque in volationibus, neque iactibus facientia aliquem errorem, aut loci mutationem, quæ omnia ſic euidenter videmus perfici, quod neque tarditas aliqua omnino, vel velocitas ipſis conſequatur ex eo, quod terra ſtet.

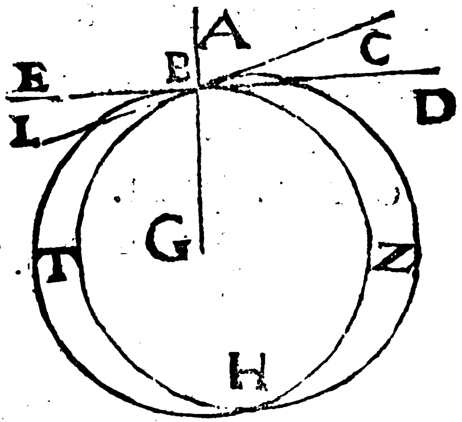
Quod

THEONIS.

Quod terra neque aliquem motum egressiuum faciat.

CAP. VII.

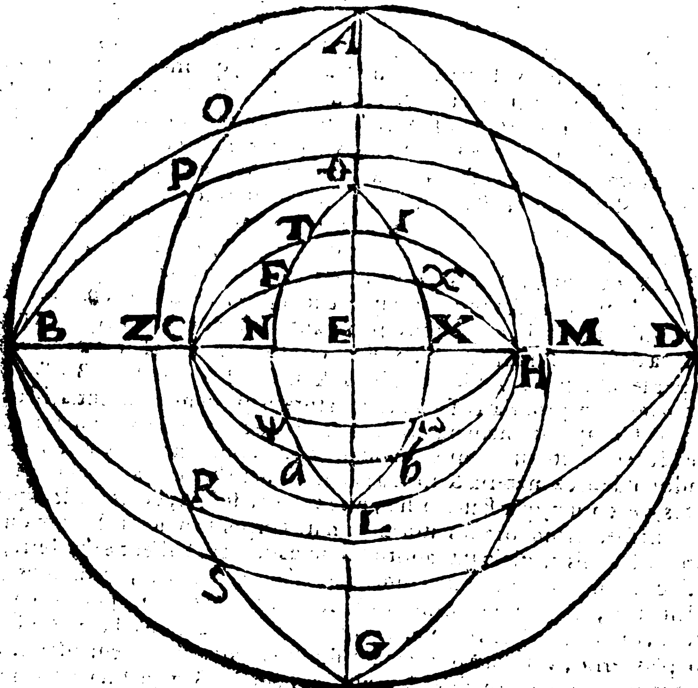
EAdem rursus absurda consequuntur, si motum aliquem progressiuum terra faceret, quæ etiam in tribus positionibus dicebamus, quando ipsam extra quidem axem supponebamus, ab vtroque polo æquidistare, vel super axem existentem ad alterum polorum recessisset, vel neque super axem existentem, neque ab vtroque polo æquidistare, vel omnino ipsam vltra medium moueri, quare terra non faciet motum progressiuum à loco ad locum. Adhuc etiam ex his manifestum fit; ipsam in medio loco manere, cum enim naturam ipsa habeat deorsum ferri, & tanquam in sphæra medio infra existente, quemadmodum etiam Aristoteles lationem ad medium, deorsum vocat, hæc cum ad proprium peruenit locum, in ipso manet, quare mihi quidem videtur superfluè, quis & causas lationis terræ ad medium inquireret, cum semel manifestum factum fit, quod terra medium locum habet, ex quo quod & grauia habere naturam, vt deorsum ferantur, ita enim manifestè ad terram ferri videntur, terra igitur in medio est, & illud autem locum promptissimum esset ad demonstrationem, quod neque aliquem motum ad obliquas partes terra faciat, cùm sphæra & medio vniuersi ipsa demonstrata sit in omnibus simpliciter partibus ipsius, nostrasque inclinationes, & lationes corporum pondus habentium (dico autem proprias eorum, & non ab aliquo violentia) ad rectos angulos fieri, semper & vbique immobili plano in casu per cõtactum emissum, quemadmodum & fabricatores positiones parietum constituere, ad perpendiculum volentes, plumbum in fune illigantes, & permittentes proprio pondere ferri, probant erectionem parietum ad perpendiculum, plumbeo pondere deorsum lato, & semper ipsos tangente, scilicet, tanquam ad perpendiculum ipso descendente. Similiter autem & nos positionem instrumentorum ad perpendiculum ad horizontem per hæc exquirimus, & manifestum quod nisi repellerentur à superficie terræ omnino ad idem centrum ipsius concurrerent, quoniam & à puncto in casu ad centrum ducens recta ad perpendiculum fit, immobili per emissum ad rectam à latione ponderis. Vt manifestum autem fiat, quod dictum est.



Intelligatur terræ globus, & prolapsum pondus ad ipsam propria latione immobiliter, faciat quidem in sublimi loco rectam AB, in superficie autem sphæræ punctum B, & intelligatur per B immobile planum ad AB rectam tangens sphæram, & sumatur centrum sphæræ G, & connectatur BG, & producatur per BG planum, faciet ergo sectionem in superfitie sphæræ circulū. In immobili verò plano ad AB rectam. Facit quidam in sphæra circulum BZH, in plano autem BD rectam. Et quoniam planum non secat sphæram, neque igitur recta secat circulum, tangit ergo DBE recta circulum BZH, perpedicularis igitur est GB ad DE. Rursum verò producatur per BG alterum planum, & faciat in superficie sphæræ circulum BHT, in plano autem immobili ad AB rectam CBL, per eadem ergo GB perpedicularis est ad ipsam CBL. Quoniam igitur recta GB duas rectas ad inuicem se secantes, ad perpediculum in communi sectione stat, & per ipsas ergo in plano perpedicularis est, planum autem per ipsas, est immobile ad AB, recta igitur est GB ad dictum planum. Sed etiam AB, ab eodem igitur puncto B, ad alterutras partes eodem plano ad rectas erectæ sunt AB, BG, ob id igitur recta est ABG, quare nisi vicissim repelleretur ad B pondus à superficie terræ, omnino iam ad idem centrum quærens proprium locum, perueniret. Quare cum hoc manifestum sit, superfluum quis existimaret motus ad medium causas inquirere. Amplius autem cum vniuersum sphæricum demonstratum sit, colligitur & sic. Quod terra ad medium fertur. Terra enim ad inferiorem partem vniuersi fertur, pars autem inferior vniuersi est medium, terra igitur ad medium fertur. QVICVNQVE AVTEM PARADOXVM NEQVE prouehi alicubi, neque deorsum feratur tam maximum terræ pondus, sed stare sic immobilis sublime manens, manifestum quod non rationem sequentes tale paradoxum existimant, sed ab ijs impossibilibus, quæ accidunt circa ipsos reprobantes. Videntes enim tale in ijs, quæ secundum partem impossibile esse sensu confirmare, ex eo quod nullum ex similibus ponderibus, & si minimum fit, sit, posit apparere sublime manens. Et in vniuersali hoc idem accipiunt. Non enim arbitror ratione ipsos adductos admirabile hoc existimare, si considerarent quod haec secundum rationem minima terrae magnitudo ab omnino maxima, & similari magnitudine potest contineri cum aequales distantias conseruet ab ipsa, & aequalibus viribus vndique impellatur, & inhaereat, & nulla re intellecta in figura sphaerica vniuersi supra vel infra, & secundum nullam partem diminutae adhaesionis, quemadmodum in sensu cernimus illa, quae ab aequalibus viribus repelluntur, vel vicissim trahuntur manentia immobilia, non quidem supra vel infra aliquo existente in mundo ad ipsam, quemadmodum neque in sphaera aliquis tale intelligeret. Iccirco mutuae adhaesiones similares fiunt, eo quod nihil potest in hac figura supra, vel infra, quod enim nobis Oriens est, & infra esse videtur magis Orientalibus super terram est, & tanquam ad supra, & iterum quod nobis supra & tanquam ad Meridianum magis Occidentalibus ad Meridianum est, & sicut ad infra. Similiter etiam in recessibus ad Vrsas & Meridiem, vnus & idem existens borealis polus sphaerae aliis sublimior videtur, alijs verò humilior, atque etiam Sol, vel & alia aliqua stellarum vna & eadem existens à differentibus habitationibus visa eodem tempore, his quidem supra, & tanquam super caput, his autem infra, & sicut ad horizonta videtur, vt in eclypsibus paulo ante ostendebamus, quare cùm eadem loca & supra & infra, vt ad nos sint, consequens iam esset dicere in tali figura per se nihil supra vel infra esse. EX COLLATIONIBVS verò in ipsa quantum in propria & secundum naturam ipsorum diffdrentia, & quae sequuntur. Comparationem naturalium dicit, hoc est elementorum ignis, aeris, aquae, & terrae, etenim omnes quodammodo comparationes esse videntur, quandoquidem ex materia & forma generationem habent ad inuicem conuenientes, vel eorum, quae fiunt ex his, haec verò pedestria, volatilia, & aquatilia, & harum species sunt omnes, atq; inanimata corpora vniuersa, horum quidem plus aeris & ignis participant, aptitudinem naturalem habent extra ferri, & ad continens, supra autem intellectum ad nos, quod in sphaera, vt diximus, per se nihil sit supra, vel infra, quantum autem ad nos hoc accipitur, quoniam & vnusquisquè, quod est in illius capite, supra vocant, quod autem ad pedes, infra, quae verò plus terrae, vel aquae participant, similiter naturam habent ad infra, & sicut in sphaera ad medium ferri, & mutuo adhaerere, & aequaliter refrangi, & similiter ex aequali distantia à medio ad ea, quae acceperunt medium & proprium locum. Vnde oppressio ad medium fieri, & ex omni parte similari vndequaq; impulsione, exuperat, & manet immobilis, itaque merito eo quod ipsa stet, & omnino minima pondera accipit, ita vt ab ipsis comprehendatur. Si verò non locum proprium accipiens, maneret, sed esset aliqua & ipsius latio vna & eadem alijs ponderibus cùm naturam habeant, grauiora velocius deorsum ferri à proprio pondere, ipsam ob maximam magnitudinem praeoccuparet omnia deorsum lata, & manerent secundum partem pondera, dico autem & animalia, & secundum partem pondera quaecunque ipsi non coniuncta sunt, sublimia vehuntur, ipsa verò à coelo ipso cecidisset, talia autem & intelligere solum stolidissimum videretur. IAM VERO aliqui vt putant probabilius hae quidem non habentes quod contradicerent, annuunt, putant autem nihil ipsis repugnaturum, si & quidem coelum immobile supponerent, & terram ad axem versi, & quae sequuntur. Iam vero aliqui, inquit, adducti ex dictis, & minime ponentes

instan-

instantias afferre, quod non transferatur mediam terram affirmant, existimant autem nihil apparentiæ aduersari, si cœlum quidem immobile constituerent, terram verò circa eundem axem sphæræ ferri ab Occidente ad Orientem, proximè ad conuersionem singulorum dierum.



Quod autem dicit, tale est, intelligitur autem cœlum manere, ipsius verò poli puncta.

BD, & per ipsa circulus manens ABGD, centrum verò sphæræ E, & describatur æquinoctialis AZGM, & coniungatur AEG. Communis sectio, & æquinoctialis, & eius qui per polos ipsius. Sit autem & maximus terræ circulus in plano ABGD, qui ΘCLH, & protrahantur per AZGM æquinoctialis planum & faciat sectionem ΘEM in superficie terræ, faciatque circulum rectum ΘNLX, videlicet ad ΘCLH, & sit Sol ad A punctum æquinoctialis, & AΘ sit 30. temporum, & AP vero 60. AZ vero 90. & ipsa AR 120. & ipsa AS 150. & ipsa AG videlicet temporum 180. semicirculi, & describantur per B & per singula OPRS maximi circuli BOD, BPD, BZD, BRD, BSD, & producantur per ipsos plana & faciant in superficie terræ circulos, quod quidem per BOD circulum CTIH, quod autem per BPD, ipsum

sum

sum CNXH, quod verò per BRD, ipsum C✝ωH, atque etiam quod per BSD, ipsum CABH. Sint autem Orientalia quidem, quæ sunt ad A, Occidentalia verò quæ ad G, & intelligatur ipsius ABGD vt in recta sphæra suppositi horizontis super terrem AZG semicirculum æquinoctialis,& supponatur,stante cœlo,& vertente terra ad Orientem, oculus quidem ad ⊖, Sol verò ad ABGD horizontis, apparens ad A, cum sit in ipso plano ⊖CLH, & ABGD, quando ergo ⊖, hoc est visio fit ad T. per ipsum O, erit visionis planum horizontis,faciens & circulum CTIH, & ipsum BOD, & apparebit Sol super terram,cum periferia temporum AO fit L, horarum verò æquinoctialium, videlicet B erit, quando verò super F visio fiet, per eadem erit planum visionis per P, & erit Sol, tempora à circumferentia AP æquinoctialia. 60. super terram apparens per horas rursum quatuor. Quando autem per C visio fit, erit rursus ad Z, & apparebit Sol 90. tempora, horas autem sex distans ab A, & à medio cœli.

Eadem autem in altera quarta parte contingent. Et manifestum quod quando ⊖ ad L peruenerit, erit planum per visionem per G, distante videlicet Sole per tempora semicirculi,& ad Occidentem appareat. Consequenter autē noctis tempus apparebit, & in vna reuolutione proxime æquinoctium erit factum, & videbitur nihil aduersari talis oppositio apparentijs. Proximè autem dixit, eo quod Sol mouebitur per partem vnam proximè autem erat & per tantum motum moueri sphæram terræ post primam reuolutionem, vt rursum Sol videatur oriens, ita enim consona videbantur apparere apparentia in differentibus zodiaci sectionibus Sole adueniente, quandoquidem neque eædem stellæ semper super terram videntur. Si verò supponeretur vtramque moueri & terram & cœlum, ita vt vno die proxime tempora 360 æquinoctialis, quo ad vtrosque motus moueatur circa axem, si enim supra eadem, & æquè velociter, nulla apparebit circumlatio Solis ab Oriente ad Occidentem. Si verò ad contraria seruabuntur, rursum, quæ ad Occasum & Ortum, continget autem ab vna reuolutione & cœli duo æquinoctia fieri.

Supponatur rursus nobis non considerantibus hic super motionem Solis, explanationis gratia. Terra quidem ab Oriente ad Occidentem lata, cœlum verò ab Oriente ad Occidentem æquè velociter,& sint quidem ⊖ A ad Orientem, L verò,& G ad Occidentem. Donec igitur terra per quartam partem vertatur Orientale ⊖, ad C accedit, interea cœlum etiam conuersum quartam partem, ipsum A in æquinoctiali existens, ad M feretur, & recedent ad inuicem signa ⊖A, tempora 180, & hac de causa occidet Sol in habitatione ad ⊖, quæ est facta ad C, & faciet in motu vnius quartæ partis diem vnum horarum duodecim. Similiter rursus donec ipsum ⊖ ad C existens, per CL transiens, ad L perueniet, interea & ipsum A ad M existens, pertransiens MG, ad G aderit, & erunt rursus A⊖ constituta, & Sol videlicet rursus ad A existens, his, qui in ⊖ orietur, existentibus A⊖, ad GL, & erit in reuolutione semicirculi tempus noctis, atque diei factum. Similiter autem & in altero semicirculo alterius æquinoctij tempus fiet, & erunt in vna reuolutione terræ, & cœli duo æquinoctia facta. Si verò motus non fuerint æquè veloces, sed tamen vtraque vno die temporum 360 vnum circulum faciant, eadem rursus videbuntur circa Orientem & Occidentem facta. Si enim, verbi gratia, supponamus dum terra fertur per tempora 135, continget dum habitatio ⊖, fit ad G,

Solem

Solem in A existentem fieri in D, & occidere in habitatione ad ⊖, quæ fit ad G, distantia ab ipsa G. tempora 180. Rursus dum terra vertitur per alia tempora 45, & ⊖ fiet ad G, accedens ad C, interim & cœlum rursus conuersum tempora 135, feret Solem ad Z, & Oriens erit in habitatione prope ⊖, existens ad C, ambobus motibus motis per tempora 360. & continget in vna reuolutione terræ tres circumuolutiones sphæræ fieri, æquinoctia autem quatuor quoniam & in vno æquinoctio demonstrauimus terræ quartam partẽ versam, quæ est quarta pars vnius circumuolutionis, sphæram autem tempora 270, quod rursum est quarta pars temporum adiectorum tribus reuolutionibus, videlicet 1080. latuit autem ipsos, quod eorum, quæ circa astra apparent, nihil fortasse prohiberet secundum simpliciorem applicationem hoc ita se habere. Adduxit autem ipsos, quod sicut quidem corpora cœlestia, & terra moueatur, nihil fortasse offenderet apparentia secundum simpliciorem applicationem, hoc est eam, quæ est sine intellectione motuum Solis, & Lunæ, & quinque planetarum, quandoquidem ipsi varias faciunt loci mutationes in longitudinem, latitudinem, & profunditatem. Ab his autem quæ circa nos contingunt, & circa aerem omnino stultum hoc videretur, vt enim concedamus ipsis, quod est præter naturam, sic, tenuissimas quidem partes habentia & leuissimas, vt cœleste corpus, & in ipso astra, vel penitus non moueri, vel indifferenter terrestribus & grauibus, quod sunt contrariæ ipsis naturæ: manifestum hoc fit, ea quæ circa aerem, & minus tenuiores partes habentia, quod velocius mouentur terrestribus, & crassioribus partibus habentibus. Corpora autem crassissima, & grauissima motum ita velocem & ordinatum faciunt grauia & terrestria rursus, neque apta cum sint, vt ab aliis interdum moueantur, siue multarum troclearum, siue à multiiugis, siue vecte ipsa motis, vel à vi multorum hominum ad velocem & æquabilem motum. Sed concedamus quidem vniuersam terram leuem & velocissimum facere motum, omnium quæ circa ipsa sunt, siue animalium, siue proiectorum, siue volantium, siue trascurrentium syderum. & reliquorum motuum apparentium, ac si in vno æquinoctiali tempore redditum faceret, contingeret omnia non prouecta super ipsam, sed in aere mota, siue aues, siue nebulæ, siue proiectiones, siue & peruolantes stellæ ad Occasum, & reliquas partes, apparere facere recessionem, & sic nunquam nebula demonstraretur iter faciens ad Orientem, sed neque quicquam proiectorum, vel volantium, cum attingat semper terram ob maximam celeritatem ad Orientem, & sequentes partes, quæ omnino apparentijs aduersantur. Si autem cœlum & terram moueri supponamus, vt diximus, ad contrarias partes, vt vterque motus temporum 360. distantiam faciat, & terræ motus minueretur, consequetur vel præoccupare iterum motum terræ ad partes ad Orientem, quæ non prouecta sunt super ipsam, sed in aere mota, vel etiam præoccupari ab ipsis: tamen & si præoccuparentur, minorem viderentur facere recessionem ad Orientem ipsius, quæ est ad Occidẽtem, quia nos videmur cum terra ad Occidentem recedere, & ipsa procul esse à tanto motu. Si enim & aerem dicerent cum ipsa circumagi æquè velociter, & ad ipsa, hoc est ad Orientem, vt impellens, quæ non ascendunt supra terram, ducat ad Orientem, nihilo minus, quæ secundum ipsum fiunt comparationes, dico ergo cometarum, & transuolantium syderum, & nebularum, cum sint crassiores partes ipso aere, secare ipsum vtroque motu priuare debebant, vt iterum ad Orientem quidem serius ipsa recedentia videantur, ad Occidentẽ

autem

autem velocius. Si quis verò diceret & ipsa vt approximata ipsi aeri circumagi, vt ne ob velocitatem deessent, non amplius neque recedentia ad inuicem, vel alterum alteri præesset, vel relinqueretur, vel ad Ortum, vel ad Occasum recedere viderentur, manētia autem semper æqueuelociter ipsi terræ aere circumducto, & neque in volantibus facientia mutuam recessionem, nec in ictibus occultationem. Videmus autem manifestè sic perfici hos motus, vt neque tarditatem, neq; velocitatē ad ipsos accedat, eo quòd terra non maneat, sed similiter, & Orientē, & ad Occidentē & ad Septentrionē & ad Meridiē, & ad omnes partes cœli ipsos perfici, tanquam immobili terra manente, deinde mentionem faciens eorum, quæ vniuersaliter debent, tanquam in sermone à principio astronomicæ speculationis præassumi, dico autem sphæricum esse cœlum, & circulariter ferri, atque etiam terram sphæricam esse, & continere locum medium vniuersi, puncti & centri proportionem habere ad distantiam cœlestem, & de ipsius immobilitate ad medium, inquit. Has quidem suppositiones necessario præacceptas ad traditiones secundum partem, & his sequentes sufficientes inuenimus, & vsq; ad tot motus ad secundam partem demonstrationes tanquam in descriptione ipsas accipientes, quæ à nobis erūt confirmandæ, & testimonijs probandæ, etiam magis ex concordantia per ipsos demonstrata ad ipsas apparentias.

PTOLEMAEVS.

Quod duplex differentia primorum motuum in coelo est.

CAP. VIII.

HAs quidem suppositiones necessario præassumptas in singulas traditiones, & has consequentes sufficiet, & vsque ad tot, vt in capitulis expressas esse & confirmandas, & testimonio comprobandas perfectè ex ipso consensu ad apparentias eorum, quæ consequenter & deinceps demonstrabuntur. Præterea etiam illud vniuersalium aliquis existimaret meritò præsumpsisse, quod duæ differentiæ primorum motuum sunt in coelo, vna quidem, à qua feruntur omnia ab Oriente, ad Occidentem semper eodem modo, & pari celeritate faciunt circunductionem in parallelis circulis ad inuicem descriptis, videlicet polis ipsius sphæræ, quæ omnia æqualiter circumducit, quorum maximus circulus æquinoctialis appellatur, propterea quod solus ipse à maximo, qui est horizon, bifariam semper diuiditur, & Solis conuersio, quæ in ipso fit, æquinoctium ad sensum vbique facit. Altera verò, in qua astrorum sphæræ contra prædictum motum faciunt quasdam transmutationes circa alios polos, & non eosdem ijs, qui primæ sunt circumductionis. Et hæc ita se habere supponimus, propterea quod ex quotidiana inspectione omnia omnino quæ in cœlo in locis eiusdem generis, & parallelis æquinoctiali ad sensum videntur fieri, & Oriens, & cœli Medium, & Occasus, quod proprium est primæ lationis. Ex consequenti, ex magis continua obseruatione alia quidem omnia syderum obseruare apparere tum distantias ad inuicem, tum proprietates, vt plurimum, ad proprios locos primæ lationis. Solem verò Lunam & planetas progressiones quasdam facere varias quidem & inæquales inter se, omnes verò tanquam ad vniuersalem motum ad partes, quæ ad Orientem, & quæ relinquuntur partes obseruantium inter se distantias, & tanquam ab vna sphæra circumductarum stellarum. Si igitur & talis progressus planetarum in parallelis circulis fieret, æquinoctiali, hoc est circa polos, qui primam faciunt circumductionem, sufficeret vnam existimare, & eandem omnium circumlationem, quæ primam consequitur. Probabile enim ita videretur & factam ipsorum progressionem perfici secundum differentes defectus, & non secundum contrarium motum. Nunc autem vnà cum progressionibus ad Orientem recedentes semper apparent, & ad Septentrionem & ad Meridiem, cum inæquabilis videatur magnitudo talis recessionis, vt videatur per impulsiones aliquorum hoc accidere in ipsis. Sed cum sit inæquabilis, tanquam ad talem existimationem, ordinata verò vt à circulo aliquo ad æquinoctialem circulum perfecta, vnde & talis circulus vnus & idem, & planetarum proprius deprehenditur, accuratè quidem tanquam descriptus à Solis motu, peragrans verò & à Luna, & à planetis semper circum ipsam conuersis, & non quocunque modo cadentibus à recessu, qui su, qui secetur ipsius secundum vnamquamque ad alterutras partes præcessiones. Qm autẽ & maximus hic circulus videtur, propterea qđ ex æquo & magis aquilonaris & magis australis, quàm æquinoctialis sit Sol, & circũ vnũ & eũdẽ vt diximus, planetarũ omniũ ad Orientẽ progressus perficiũtur, alterã hanc differentiã vniuersalis motus, necessarium erat constituere circa polos deprehensi obliqui circuli, & in oppositum primi motus perfectam. Si iam cogitemus per polum vtrumque prædictorum circulorum descriptum maximum circulum, qui ex necessitate vtrumque illorum, hoc est æquinoctialem, & qui ad ipsum vergit bifariam, & ad rectos angulos secat, quatuor quidem erunt puncta, obliqui circuli, duo quidem quæ ab æquinoctiali per diametrum inter se fiunt, quæ vocantur æquinoctialia, quorum quod à Meridie ad Septentrionem progressum habet, vernale dicitur, cõtrarium autem autumnale, duo autem quæ fiunt à descripto amborum polorum circulo, & ipsa, videlicet per diametrum adinuicem, quæ quidem vocantur tropica, ex quibus quod à Meridie æquinoctialis, hyemale dicitur, quod autem ad Septentrionem, æstiuum. Intelligetur autem vnus & primus motus, & continens alios omnes circumscriptus, & tanquam definitus à maximo circulo per vtrumque polum descripto, & circumducto, & reliqua omnia simul circumducente, ab Ortu ad Occasum, circum æquinoctialis polos. quæ prouehuntur quemadmodum, & in dicto Meridionali, qui hac vna re à prædicto differens, quod nõ per polos obliqui circuli sẽper describitur. Itẽ & qđ ad rectos angulos ad horizontem intelligitur, vocatur Meridionalis, quandoquidem talis positio vtrumque, & quod supra terram & quod sub terra hemisphærium bifariam diuidens dierum, ac noctium media tempora cõtinet. Secundus verò multiplex, qui continetur quidem à primo, continens verò planetarum omnium sphæras, qui fertur à prædicto, vt diximus, qui circũducitur ad opposita circa obliqui circuli polos, qui & ipsi procedentes semper per circulum primam conuersionem facientem, hoc est per vtrosque polos, circumducuntur conuenienter cum ipso, & per motum secundæ lationis in opposita eandem positionem semper obseruant poli descripti per ipsam conuersionem maximi & obliqui circuli ad æquinoctialem.

THEONIS.

Quod duplex differentia primorum motuum in coelo est.

CAP. VIII.

CVM pertractasset de dictis, & in principio enumeratis ab ipso capitibus, & cum declarasset ex quibus rationibus, & obseruationibus, tanquam principia hæc assumpsit, adhuc etiam de tali capite consequens existimat præassumere de demonstrationibus particularibus, & ostendere ex quibus rursum notionibus & obseruationibus & hoc ab ipso tanquam in principio sermonis assumitur, & inquit. PRAETEREA ETIAM ET ILLVD vniuersalium aliquis existimaret merito præsumpsisse, quod duæ differentiæ primorum motuum sunt in coelo. Primorum quidem dixit, quoniam & aliæ sūt, quæ secundum latitudinem & profunditatem, vna quidem comprehensiua sphæræ sine stellis existens omnium, educens omnia cum se ipsa ab Ortu & Occasu circa polos æquinoctialis, semper similiter, & æqueuelociter faciens conuersionem, quoniam vnaquæque fixarum ad parallelum circulum ab ipso ducta, idem tempus facit ad sensum super terram, quorum maximus circulus æquinoctialis vocatur, quod solus ipse parallelorum circulorum à maximo circulo horizontis bifariam diuidatur, & Sol in hoc latus, æqualem facit diem ad sensum nocti secundum omnem habitationem. Quod autem ad sensum per proprium motum ipsius Solis. Maximus autem est horizon, quoniam per terram existat, hoc est per centrum sphæræ, cum igitur dixisset de tali manifesta prima latione, quæ fit circa polos æquinoctialis, deinceps de secunda pertractat, & ait. ALTERA VERO IN QVA astrorum sphæræ. Dico iam Solis & Lunæ, & quinque planetarum, atque etiam fixarum, iuxta contraria primæ lationi, vt ab Occidente ad Orientem, quæ etiam vocat sequentia, faciunt quasdam differentes transmutationes circa alios polos, atque ipsos primo motui & quod ipsos primæ lationi, hoc est ab Orientibus ad Occidentes. Circa alios polos dicit moueri, hanc secundam lationem quoniam quidam sunt eius, qui per medium zodiaci distantes ab illis primi motus, hoc est ab æquinoctiali polorum, vt deinceps demonstrabitur partibus. 23. 51. 20. vt in descripto maximo circulo polorū ipsorū, quorū talis circulus 360. qui est declinationis zodiaci ad æquinoctialem, & circa hunc circulum zodiaci Sol & Luna, & quinque planetæ mouentur secundum differentes motus, & Sol quidem semper mouet centrum habens in ipso plano comprehensi circuli per medium zodiaci, Luna

autem

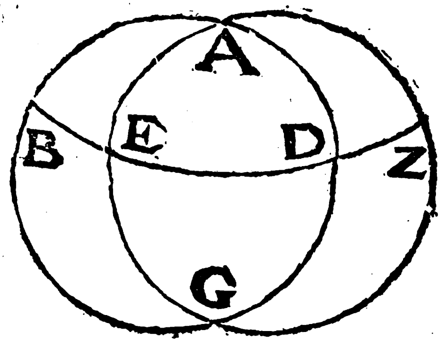
autem & quinque planetæ in sphæris suis mouentur super circulos declinantes ad illum, qui est per medium zodiaci, atque circulus Lunæ habet partium quinque inclinationem ad ipsam in maximo descripto circulo per ipsos polos quantam, & facit maximam recessionem ab ipso per medium ad borealia ipsius & australia. Circulus autem Mercurij similiter partibus 4. 32. Veneris verò 9. Martis verò circulus. 7. 6. Iouis quidem 2. 8. Saturni verò. 3. 4. ET HAEC ITA se habere supponit, & quod per singulos dies ex simplici obseruatione omnia prorsus in cœlo astra videantur circa illos, qui sunt eiusdem speciei, & parallelos æquinoctiali loco facta. Ortus, & Medij cæli, & Occasus. LOCORVM autem dixit, & non circulorum, eo quod ad sensum loca compræhenduntur & non circuli, & proprium est motus per parallelos eadem loca, Orientis, Medij cæli, & Occidentis sydera custodire ad sensum, ex consequenti autem diligentiore obseruatione compræhendebatur, quod quidem omnia alia astra, hoc est, fixa obseruantia apparent, & distantiæ, scilicet, ad inuicem, & habitus, quos habent ad inuicem, & quæ ad propria loca primæ lationi, quæ ab Oriente ad Occasum iuxta parallelos circulos ducit. Vt plurimum autem per proprietates, eo quod & ipsi assumuntur iuxta centum annos motos partem vnam, & obliquos ad æquinoctialem, & secundum accuratiorem rationem, icirco helicas scribentes, & non in eisdem locis, quorum & prius Orientes, & Medio cæli existentes, & Occidentes: propter autem insensibilem adiacentis longitudinis secundum vnumquemque diem, vt plurimum apparent proprietates, iuxta parallelos circulos ferri obseruantes, hoc est, iuxta eadem loca oriri, & medium cæli fieri & occidere. SOLEM VERO ET Lunam & planetas progressiones quasdam facere, varias quidem & inæquales inter se, omnes autem tanquam ad vniuersalem motum, & sequentia. Sol enim & Luna, & planetæ mouentur in propriis sphæris secundum longitudinem ab Occidente ad Orientem recedentes, non apparentibus illis, quæ sunt secundum profunditatem & latitudinem, atque etiam fixorum & mouentium quinque errantium, eo quod propositum est ipsi de duobus primis motibus verba facere, relinquentes stellas fixas, & non obseruantes ad inuicem distantias, sed interdum cum alijs iter facientes. Sol verò mouetur singulis diebus iuxta longitudinem partium vnam proximè, Luna autem 13. Saturnus 0. 2. Iuppiter verò 0. 5. Mars autem 0. 31. Venus verò, & Mercurius partium vnam proximè. Mouentur autem & secundum latitudinem & profunditatem, vt in sequentibus demonstrabitur ad Orientem, vt diximus, à fixis derelictæ, & ab his, qui obseruant distantias, illud autem ET TANQVAM AB VNA SPHAERA compræhensis stellis, rursus fixis, dixit, quandoquidem, vt demonstrabamus in supradictis ex contraria circumductione duorum motuum subcontrariorum, omne quidem stellæ helicas describunt, hæ autem ob breuem ad Orientem progressum, vt plurimum circa parallelos circulos à primo motu descriptos ad sensum videtur ferri, quod solus facit motus vnius sphæræ latæ circa æquinoctialis polos. Si igitur & talis transitus planetarum ad Oriêtales transitus in parallelis circulis æquinoctialis factus accipiebatur, suspicionē præberent existimari etiam sphærarum ipsarum transitum circa polos, æquinoctialis perfici, & probabile iam esset vnam existimari omnium lationem, quæ ab Oriente ad Occasum, habet enim aliquam proportionem, quod fiant secundum varios defectus recessiones variæ factæ ab ipsis fixis ad Orientem, & non

iuxta

iuxta contrarium motum primæ lationi, vt nos arbitremur Solem quidem vniuscuiusque diei ad præcedentia moueri, hoc est ab Oriente ad Occidentem partes 359. proximè, lationem verò totius partes 360, vt iterum ab Ortu ad Ortum accedens Sol hac de causa tardior veniat fixis per partem vnam, & Lunam similiter moueri partes 347, illum verò, qui est vniuersi partes 360, & hinc Lunam moueri, quàm fixæ partes 13. similiter autem & in quinque planetis, & ita videretur motus ipsorum consonans fieri apparentijs. Sint enim, verbi gratia ab Oriente in principio Arietis moti, quando Sol & Luna dictas partes in solari circulo per medium zodiaci, atque etiam per se vniuersi latio, Sol ergo cum motus fuerit per partes 359, inuenietur ad sequentem diem Oriens circa primam partem Arietis, & deinceps circa secundam, & similiter iuxta tertiam consequenter apparentiis. Similiter autem & errantes si circa polos primæ lationis & ad easdem partes transitum facerent tarditates differentes ad partes, Orientem versus, facientes, conueniens esset in parallelis ipsos ferri æquinoctiali, vel fixis tarditates fieri, quoniam & circa ipsos polos ferebantur, nunc verò simul cum transitu ad Orientem recedere videntur, ferri circa parallelos circulos ad Vrsas, & Meridiem sensibili quadam recessione, & hac quidem neque plana, neque ordinata, vt aliquibus videatur ob aliquas impulsiones, hunc casum fieri circa ipsos. Ob id dicit, sed IN AEQVALI quidē, tanquam ad talem existimationem, ordinatæ tamen. Impulsio enim ab aliqua vi nullam proportionem habente facta, inordinatam faceret, & talem recessionem, ORDINATAM autem dicit, vt ab obliquo circulo ad æquinoctialem perfecta, quoniam & proprium hoc sectionibus obliqui circuli non absque proportione fieri æquidistantias ab æquinoctiali, sed maiores quæ sunt viciniores communi sectione ipsarum, minores autem quæ remotiores, inæquali quadam differentia, vt deinceps hoc libro demonstrabimus, de Solis obliquitate tractantes, ob id & semper ad æquinoctiales maiorem secundum partem Solis recessionem inuenimus factam ab æquinoctiali, siue ad Vrsas, siue ad Meridiem ipsius recesserit, minorem autem ea, quæ propè ad tropicos, singula enim obliqui circuli segmenta, & per medium zodiaci circuli habent propriā recessionem ab æquinoctiali, quoniam eandem inclinationem semper manentem obseruant, vnde talis circulus vnus & idem, & planetarum proprius assumitur. Quamobrem & vnaquæq; ex septem sphærarum Solis & Lunæ, & quinque planetarum in plano ipsius homocentrum ipsi accipimus, accuratè quidem factum, & tanquam descriptum à motu Solis. Hoc igitur ex aere factum, quod centrum Solis circa planum fertur, quod est per medium zodiaci, hoc autem tanquam descriptum, quoniam zodiacus in sphæra stellarum fixarum intelligitur, sphæra autem Solis, quæ magis circa terram est, & Sol motus super hanc describit circulum in eodem, vt diximus, plano, quod est per medium, apparens nobis, tanquam si in ipsa sphæra stellarum fixarum existeret & ipsum obliquum, & per medium zodiacum describeret circumductus verò & à Luna & à quinque planetis semper enim circa ipsum versantur magis Boreales, & magis Australes, & ad ipsum appropinquantes, recedunt autem ab ipso ad Boream & Austrum, neque tantillum excidunt prioris dictæ vniuscuiusque maximæ recessiones secundum latitudinem, vt & Sol nunquam accipitur excidens à tropicis, hæc enim & huius est maxima ab æquinoctiali secundum latitudinem recessio. Adhuc & maximus ipse circulus spectatur, quod æquè magis borealis, & magis

Austra-

australis æquinoctiali fiat Sol, dico, quod si stella circa aliquem circulum lata æquè magis borealis & magis australis æquinoctiali fiat Sol, dico, quod si stella, circa quem fertur maxima est.



Esto enim æquinoctialis, & maximus circulus ABGD, obliquus autem & per medium zodiaci, in quo Sol fertur, ABGZ, æque magis Borealis, & magis Australis existens æquinoctiali ABGD, qui est per polos ipsos BEDZ, sint verò Borealia quidem, quæ ad Z, Australia verò, quæ ad E, & maxime Borealis factus Sol, vel stella sit ad Z, maxime autem Australis ad E, æqualis autem sit ZD ipsi EB, dico quod maximus est AEGZ zodiacus. Quoniam enim æqualis est BE ipsi DZ, communis autem ED, tota igitur BED, toti EDZ est æqualis. Semicirculus autem maximi circuli BED, semicirculus igitur eiusdem circuli est ipsa EDZ, Et quoniam AEGZ zodiacus circulus maximum circulum existentem BEDZ bifariam secat, & ipse maximus est, demonstratum est enim hoc in tertio libro Theodosij, qui de sphæris agit. ET CIRCA hunc semper, vt diximus, progressus ad Orientem perficiunt planetarum ad sequentia, alteram hanc differentiam vniuersalis motus necessarium erat constituere. Cum commemorasset ex quibus notionibus, & obseruationibus stellæ accipiantur, non circa eosdem polos æquinoctialis, circa quos, & primus motus absoluitur ab Ortu ad Occasum prædictam ab ea, quæ sunt ad Oriẽtem, & sequentia transpositionem facientes, quod relictæ ipsæ spectantur, & magis Boreales, & magis Australes æquinoctiali factæ, dicit secũdã hãc differẽtiam vniuersalis primi motus necesse esse constituere circa polos per medium zodiaci; & obliqui ad æquinoctialem perficientem. Quoniam circa talem circulum motus fieri deprehenduntur. Si quis autem diceret, etiam circa hos polos secundæ lationis perfectæ ad eadem primæ lationi fieri progressionem, & per defectum apparere stellarum recessiones ad Orientem, continget quidem, Sole, vt diximus, lato partes 359 in obliquo circulo singulis diebus & magis Borealem, & magis Australem in ipso æquinoctiali apparere Solem, similiter & Lunam, & quinque planetas, & magis Boreales, & magis Australes, & in ipso per medios. Et præterea, exempli causa, Solem ad Borealia oriri, ad Australia occidere

dere, quod non videtur contingere. SI IAM COGITEMVS per vtrumque polum prædictorum circulorum descriptum maximum circulum, & quæ sequuntur. Si igitur intelleximus æquinoctialem & illum, qui per medium zodiacum, cùm maximi sint, & sese inuicem bifariam secent, & per diametrũ adhuc, etiam per ipsos polos descriptum maximum circulum, manifestum quod bifariam ipsos secabit, & ad rectos angulos, & fient ad illum, qui per medium zodiaci sectionum puncta quatuor, duo quidem quæ ab æquinoctiali & alia duo, quæ ab vtroque polo distantias quartæ partis ad inuicem distantes, eo quod per polos bifariam secent accepti semicirculi, tum illius, qui per medium tum æquinoctialis, atque duo quidem quæ ab æquinoctiali facta ad illum, qui per media vocentur æquinoctialia, quorum quod à Meridie ad Vrsas, idest ab Austris ad Borealia consequentia, hoc est ad Orientem versus transitum habens vocetur vernum, hoc autem est, quod accipitur à principio Arietis, contrarium autem, idest secundum diametrum, scilicet ab Vrsis ad Meridiem, habens Solis transitum autumnalem. Est autem etiam hoc in principio Piscium, reliqua verò duo puncta facta ab illo, qui per vtrumque polum, & Zodiacum vocantur tropica, & ipsa iterum ad inuicem per diametrum, quorum hoc quidem à Meridie æquinoctialis hyemale appellatur, quod est inter Virginis principium, alterum verò ab Vrsis æstiuum dicitur, quod rursus est circa principium Cancri. Vt autem & per literas manifesta nobis fiant in his progressibus prædictorum punctorum appellatio, Sit æquinoctialis quidem circulus ABGD, Zodiacus autẽ AEGZ, per polos autem ipsos describatur maximus circulus BEDZ, & sint Septentrionalia quidem quæ ad Z, Meridionalia autem, quæ ad E, Orientalia verò quæ ad G. quare quæ sunt ex A, vt ad E, & ipsum G. sequentia sunt, erunt autem in Zodiaco puncta sectionum quatuor AEGZ, quorum duo quidem quæ ab ipso ABGD æquinoctiali & Zodiaco AEGZ per diametrum ad inuicem A G, appellata verò æquinoctialia, & quod quidem ab ipso E, vt à Meridie scilicet à magis Australibus ad Vrsas versus ad sequentia habens transitum, vernum appelletur, vt G. contrarium autem, hoc est, quod per diametrum, scilicet ab Vrsis ad Meridiem, quod est ab ipso Z vt ad sequentia. Rursus autumnale, hoc est A, sed B facta à Zodiaco AEGZ & ab illo, qui est per polos BEDZ, & ipsa per diametrum ad inuicem appellata autem tropica, quorum hoc quidem, quod ex Meridie æquinoctialis, hoc est E, hyemale appellatur, quod autem ab Vrsis per diametrum, scilicet Z æstiuum. Intelligetur autumnus quidem & primus motus sphæræ sine stellis, omnium continentis, continens & circumagens sphæras astrorum ab Ortu ad Occasum, intellecto per vtrumq; prædictum polum circulo circumducto, & describente, & definiente primam rationem, & reliqua omnia circumagente circa polos æquinoctialis, qui æquinoctialis poli ascendentes sunt in aliquo stante & permanente ad rectos angulos horizonti circulo, vt circa vnamquamque habitationem Meridionalis, qui hoc solo differt à circulo circumducto per vtrumque polum, eo quod non semper per polos obilqui, & zodiacum circulum describatur, sed solum quando Tropica puncta sint in medio cœli, quia tunc congruit stans Meridianus circumacto circulo, & per vtrumque polum existenti & eundem eidem fieri, Videlicet, ad rectos angulos zodiaco, quoniam & ambo tunc per polos existentes æquinoctialis, & per contactum tropici sunt. Ad hunc autem hic qui stat ad rectos angulos semper horizonti circulus vocatur Meridianus, quoniam hæc positio

maximi

maximi circuli ad horizontem, & hemisphærium sub terra, & supra terram, & etiam sectiones parallelorum circulorum bifariam secat, & dierum, atque noctium media tempora comprehendit, hoc est, sex horas diei, & noctis. SECVNDA verò latio multi membris, quæ est ad Orientem, & ad sequentia factus, & varius motus continens Lunæ, & Solis, & quinque planetarum, atque etiam fixarum, eo quod, vt diximus, hi accipiuntur circa centum annos ad sequentia circa polos motus zodiaci per partem vnam, continentia quidem & circumlata à primo dicto motu ab Oriente ad Occidentem, è contrario verò circumagitur, & simul circundans sphæras stellarum ad contrarium, vt ab Occidente ad Orientem circa polos zodiaci, qui semper manent ad primum motum circumferentis circuli, hoc est illius circumducti per vtrumque polum, & circumducatur meritò cum ipso in ipso manentes, & ad contraria cum secundo motu eandem positionem obseruant, descripti circa ipsos ex facta secunda latione maximi, & obliqui circuli ad æquinoctialem, quoniam & semper eandem inclinationem, scilicet obliquitatem accipiunt obseruantes partium existentem 23. fi 20, quantum & poli æquinoctialis ab illis zodiaci distauerint. Dixit autem sphæras Solis, & Lunæ, & quinque planetarum circumduci ad contraria primæ lationis circa polos illius, qui per medium zodiacum, & si in toto negotio ipsis acceptis, & non sphæris ipsis. Simpliciorem faciens orationem, nihil enim differt ad consonantiam apparentium siue ipsos, siue sphæras ipsorum supponeret quis moueri.

PTOLEMAEVS

De particularibus intelligentiis.

CAP. IX.

VNiuersalis igitur comprehensio tanquam per capita talem haberet expositionem eorum, quæ præmittenda erant, cum autem incepturi simus à particularibus demonstrationibus, quarũ primam existere iudicamus, per quam media prædictorũ polorum circumferentia maximi per hos descripti circuli, quanta sit comprehenditur, necessarium videmus præponere tractationem quantitatis rectarum, quæ in circulo, semel cum simus singula linealiter demonstraturi.

THEONIS

De particularibus intelligentiis.

CAP. IX.

CVm autem tractasset perfectè ex communibus sententijs, & ex conuenientiis ad apparentia, quæ tanquam ratione principij mathematicæ speculationis debet per capita præsumi, & iccirco dixit, firmandas quidē & testimonio credēdas perfecte ex demōstrationibus sequētibus secūdū partē, incipiēs ex his, q̄ secundū partē, & sūmatim colligēs, q̄ antea dicta sunt, dicit, VNIVERSALIS igitur intelligentia, & cætera. Vniuersalis quidē & principalis intelligant tanquam per capita ex simplicioribus obseruationibus ab ipso capta hoc modo ab ipso in figura ostensa est. In demonstrationibus autem secundum partem primam putat fore demonstrationem, per quam intermediam duorum polorum, & æquinoctialis, circa quem prima latio fit, & zodiaci circa quem secunda fit, quanta quædam existat, hoc est, quantarum est partium, vt in maximo circulo descripto per vtrumque dictorum polorum, qualium ipse circulus 360. Adhuc autem inquit. Ante hanc demonstrationem necessario videmus præponere tractationem rectarum in circulo, hoc est, quonam modo data aliqua circumferentia magnitudini, & extensa recta data est. Præponit autem hanc, tanquam illa, quæ plurimum conducit ad lineares demonstrationes, plura enim in theorematum constructione per ipsam ostendit.

PTOLEMAEVS.

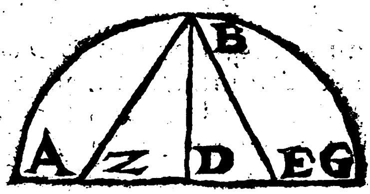
De quantitate rectarum in circulo.

CAP. X.

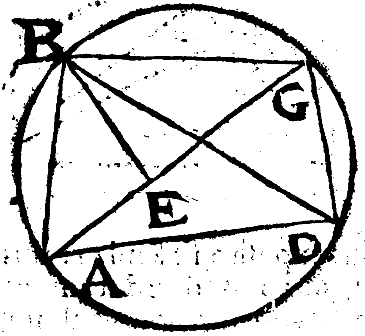
AD faciliorem igitur vsum regularem quandam post hæc expositionē faciemus quantitatis ipsarum, perimetrum quidem in 360 partes diuidentes, addentes autem ad dimidiatam partem incremēta circumferentiarum, quæ subtendunt rectas lineas, idest, quot sunt partium, vt diametri diuisa in 120 partes ob facilitatem numerorum, quæ apparebit

ex

ex ipsis calculis, primum autem demonstrabimus quomodo, vt maxime licet, per pauca & eadem theoremata facilem & methodicam intelligentiam ad quantitates ipsarum faceremus, ne solum expositas magnitudines rectarum habeamus sine inquisitione, sed etiam per lineares demonstrationes errorem facilius depræhendamus. Vniuersaliter autem vtemur numerorum rationibus secundum sexagenarium modum propter difficultatem fractionum. Præterea & multiplicationes, & diuisiones sequemur, quod proximè accedit ad veritatem, semper coniectantes & quærentes id, quod relinquitur, nulla re memoratu digna differat, ab eo, quod à sensu exacte depræhendi possit.

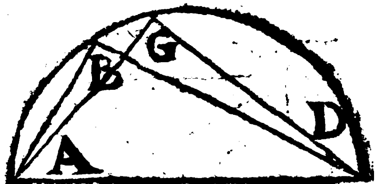


Sit igitur primum semicirculus ABG, sitque diameter ADG circa centrum D, & ab ipso D ipsi AG ad rectos angulos ducatur DB, & secetur multifariam DG ad E, & coniungatur EB, & apponatur ipsi æqualis EZ, & coniugatur ZB, dico quod quidem ZD est latus decagoni, BZ verò est latus pentagoni. Quoniam igitur recta linea DG diuisa est bifariam ad E, & adiacet quædam ipsi recta DZ, rectangulum, quod continetur ab GZ, & ZD cum quadrato, quod fit ex ED, est æqualis quadrato, quod fit ex EZ, idest quadrato, quod fit ex BE. Quia æqualis est EB ipsi ZE, sed quadrato quod fit ex EB æqualia sunt quadrata, quæ fiunt ex ED, & DB, rectangulum quod continetur sub GZ, & ZD, cum quadrato quod fit ex DE, æquale est quadratis, quæ fiunt ex ED & DB, & communi ablato quadrato, qđ fit ex ED, reliquũ rectangulũ, qđ fit sub GZ, ZD æquale est quadrato, qđ fit ex DB, hoc est quadrato qđ fit ex DG. Igitur GZ ſcđum extremã, & mediã rationẽ diuiſa est ad D. Qm igitur exagoni & decagoni latus in eodẽ circulo deſcriptorũ in eadẽ recta ſecundũ extremã & mediã proportionẽ ſecatũ eſt, quæ autem GD, ex centro exiſtens ipſius exagoni continens latus, igitur DZ æqualis decagoni lateri. Similiter autem, quoniam pentagoni latus tantum valet, quantum exagoni, & decagoni in eodem circulo deſcriptorum, ipſius autem, BDZ rectanguli quadratũ, quod fit ex BZ, æquale eſt quadrato quod fit ex BD, quæ eſt exagoni latus, & quadrato quod fit ex DZ, quæ eſt decagoni latus. BZ igitur eſt æqualis pentagoni lateri. Quoniã igitur vt dixi, ſupponimus circuli diametrum partium 120. fit propter propoſita DE, dimidia exiſtens eius, quæ ex centro partium 30. & quod ab ipſa 900. & BD autem ex centro exiſtens partium 60. & quod ab ipſa 3600. quod autem ex EB, hoc eſt ex EZ eorundem 4500. longitudine igitur erit EZ partiũ 67.4.55. proximè, & reliqua DZ earundẽ 37.4.55. Decagoni igitur latus ſubtendens periferiam talium 36. qualium eſt circulus 360. talium erit 37.4 55. qualium diameter 120. Rurſus quoniam DZ partium eſt 37.4.55. & quod ab ipſa 1375.4.15. eſt autem & quod ex DB earundem 3600. qui numeri ſi componantur, faciunt quadratum, quod fit ex BZ, 4975.4.15. Longitudine igirur erit BZ partium 70.32.3. proximè, & pentagoni igitur latus ſubtendens 72. partes, qualium circulus eſt 360, talium eſt 70.32.3. qualium diameter 120. Manifeſtum autem hinc, quod & exagoni latus ſubtendens autem partes 60. & æqualis exiſtens ipſi ex centro partium eſt 60. Similiter autem quoniam quadrati latus extendens partes 90. potentia duplex eſt eius, quæ ex centro, trianguli verò latus ſubtendens partes 120. potentia eſt eiuſdem triplum, quod verò ex centro, partium eſt 3600. colligetur quadratum, quod ex quadrati latere 7200. quod autẽ ex latere trianguli partium 10900. quare & longitudine recta ſubtendens erit 90. partium, talium erit 84.51.10. proximè, mè, qualium diameter 120. quæ verò 120. earundem 103. 55.23. Hæ quidem sic nobis in promptu, & secundum se acceptæ sint. Et hinc erit manifestum, quod datis rectis lineis in promptu, dantur etiam quæ subtendunt residuas periferias in semicirculo, propterea quod ab ipsis composita faciunt quadratum, quod fit ex diametro quemadmodum veluti recta sub partes 36. partium demonstrata est 37.4.55. & quod ab ipsa 1375.4.15. quadratum verò diametri partium est 14450,4400. erit quod fit ex subtendente residuas partes in semicirculo 144 reliquarum partium 13024.55.44. ipsa verò longitudine earundem 114.7.37. proximè & in aliis similiter, sed quemadmodum ab his & reliquarum singulæ dabuntur, demonstrabimus deinceps primum exponentes lemmatium accommodatum valdè ad præsentem tractationem.



Sit igitur circulus inscriptum habẽs quadrilaterum quodcunque ABGD, & coniungantur lineæ AG, BD, demonstrandum est, quod rectangulum contentum sub AG, & BD æquale est simul vtrisque, & quod sub AB, GD, & illi, quæ sub AD, BG, Ponatur enim ei, quod sub DBG angulo æqualis, quæ sub ABE, si igitur communem addiderimus, quæ sub EBD, erit & quæ sub ABD angulus æqualis ei, qui sub EBG, est autem & BDA, BGE æqualis, eandem

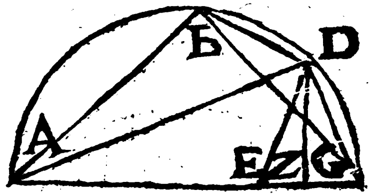
dem igitur sectionem subtendunt, æquiangulum igitur est ABD triangulum triangulo BGE, quare & proportionaliter se habent, vt BG, ad GE, sic BD ad DA, rectangulum igitur quod sub BG, AD æquale est illi, quod sub BD, GE. Rursus quoniam æqualis est is, qui sub ABE angulus ei, qui sub angulo DBG, est autem & qui sub BAE æqualis ei, qui sub BDG, æquiangulum igitur est ABE triangulum triangulo BGD, proportionaliter igitur se habent, vt BA ad AE, ita BD ad DG, quod igitur sub BA, DG, æquale est illi, quos sub BD, AE; demonstratum est autem & quod sub BG, AD æquale illi, quod sub BD, GE, & totum igitur quod sub AG, BD æquale est simul vtrisque, & illi quod AD, BG & illi quod sub AD, BG, quod oportebat demonstrare.



Hoc igitur prius exposito, sit semicirculus ABGD supra diametrum AD, & ab A duæ ducantur AB, AG, & sit vtraque ipsarum datæ magnitudinis talium, qualium diameter 120. & adnectatur BG, dico quod & ipsa data est, coniungantur enim BD GD, datæ igitur sunt, videlicet & ipsæ, quod residuæ sint earum in semicirculo. Quoniam igitur in circulo quadrilaterum est ABGD, quod igitur sub AB, GD vnà cum eo, qui est AD, BG æquale est AG, BD, & est AG, BD datum. datum etiam quod sub AB, GD, & & reliquum igitur sub AD, BG datum est. Et est AD diameter, data igitur est & BG recta & manifestum nobis fuit, quod si dentur duæ circumferentiæ, & sub ipsas rectæ datæ, est & recta subtendens excessum datarum circumferentiarũ.

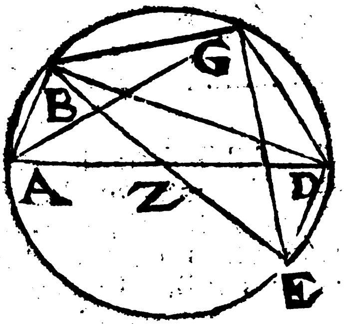
Per-

Perspicuum autem quod per hoc theorema alias non paucas rectas inscribemus ab excessibus datis in ipsis secundum se, & etiam quæ subtenditur 12. partibus, quandoquidem habemus eam, quæ sub sexaginta, & quæ sub 72. harum proponatur aliqua recta in circulo, inuenire rectam sub dimidio subtensæ periferiæ.



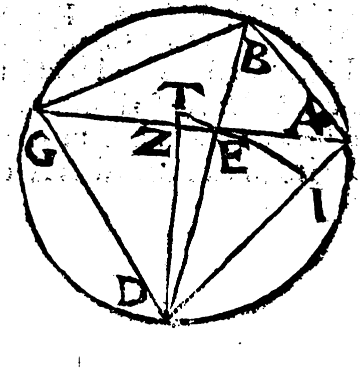
Ac sit semicirculus ABG supra diametrum AG, & data recta GB & BG circumferentia bifariam secetur in pũcto D, & adnectatur AB, AD, BD, DG, & à punctis D ad AG perpendicularis deducatur DZ, dico quod GZ dimidia est excessus AB, AG. Ponatur enim ipsi AB æqualis AE, & coniugatur DE. Quoniam æqualis est AB ipsi AE, communis autem AD, duæ igitur AB, AD duabus AE, AD æquales sunt; vtraque vtrique, & angulus qui est sub BAD angulo, qui sub EAD, æqualis est, & basis igitur BD basi DE æqualis est, sed BD ipsi DG æqualis est, & DG igitur ipsi DE æqualis est. Quoniam igitur cum iscosceles sit triangulum DEG à vertice ad basim perpendicularis ducta est DZ, æqualis est EZ ipsi ZG, sed EG totus excessus est AB, & AG rectarum, ergo ZG dimidia est earundem excessus, quare quoniam eius, quæ sub ipsa circumferentia rectæ suppositæ, illinc datum est etiam residuum in semicirculo AB, dabitur etiam ZG, dimidia existens excessus AG, & AB. Sed quoniam in rectangulo AGD perpendicularis ducta DZ, æquiangulum fit ADG ipsi DGZ & est vt DG ad GD, ita GD ad GZ. Rectangulum igitur EG, GZ contentum æquale est quadrangulo,

gulo, quod ex GD fit, quare & longitudine GD recta dabitur, dimidium subtendens BG circumferentiæ. Et per hoc rursus theorema alia accipientur plurima secundum dimidias partes prædictarum, & quidem etiam à recta subtendente 12 partes, quæ sub sex, & quæ sub 3. & quæ sub vnam & dimidiam, & quæ sub dimidio quartæ partis. Inueniemus autem ex supputationibus eam, quæ sub vna & dimidia partiū talium 1 34. 15. proximè, qualium est diameter 120, eam verò, quæ sub dimidio quartæ, earundem 8. 47. 8.



Sit rursus circulus ABGD circa diametrum AD, centrum verò Z, & ab A sumantur duæ circumferentiæ data vna post alternm AB, BG. & connectantur AB, BG sub ipsas rectæ & ipsæ datæ, dico quod si coniungamus AG, dabitur & ipsa. Producatur enim per B diameter circuli BZE, & coniungantur BD, DG, GE, DE, Perspicuum igitur hinc, quod per BG dabitur etiam GE, propter autem AB, dabitur BD, & DE, Et per eadem, quæ supra dicta sunt. Quoniam in circulo quadrilaterum est BGDE, & productæ sunt BD, GE, rectangulum contentum sub productis æquale est vtrisque simul sumptis in opposito latere positis, quare quia dato sub BD, GE, datum est, quod sub BG, DE, datum est igitur & quod sub BE, GD, data est autem & BE diameter & reliqua, quæ sub GD erit data. Et per hoc

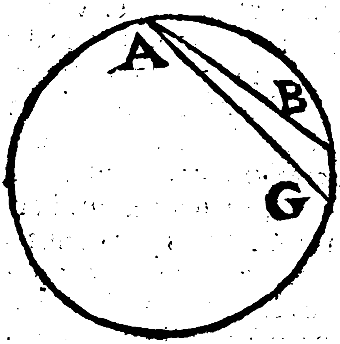
hoc etiam residua in semicirculo GA, quare si dentur duæ circumferentiæ, & quæ sub ipsas rectæ, dabitur etiam recta subtendens per compositionem circumferentias vtrasque simul sumptas per hoc theorema. Perspicuũ autem, quod componentes semper vna cum ante expositis omnibus eam, quæ sub partibus, & vna & dimidia, & coniunctas cõputantes omnes simpliciter inscribemus, quotquot bis fiunt, tertiam partem habebunt, & solæ etiam residuæ erunt, quæ intermediæ erunt interuallorum per vnam & dimidiam partem, duæ in singulis, quandoquidem per dimidiam partẽ faciemus inscriptionem. Quare si sub dimidiã partem rectã inueniemus, hæc tùm per compositionem, tùm per excessum ad rectas datas & continentes interualla, & reliquas intermedias omnes nobis complebit. Quoniã verò data aliqua recta, vt sub vna, & dimidia parte subtendens tertiũ eiusdem circumferentiæ per lineas non dabitur aliquo modo, si autem fieri possit, haberemus hinc & ipsam, quæ sub dimidiam partem. Primum inuestigabimus ipsam sub vna parte, & ab ea, quæ sub vna, & dimidia, & ab ea, quæ sub dimidia quarta parte, supponentes lemmatium, quod & si minimè ad vniuersum possit quantitates definire, in ita minimis posset obseruare immutabilitatem à definitis. Dico etiam quod si in circulo producãtur inæquales duæ rectæ maior ad minorem rationem habet, quàm circumferentia super maiore recta, ad eam quæ super minore.



L Sit

Sit etiam circulus ABGD, & producantur in ipso duæ rectæ inæquales, minor quidem AB, maior verò BG, dico quod GB recta ad BA rectam minorem rationem habet, quàm BG circumferentia ad BA circumferentiam. Secetur enim ABG angulus bifariam sub BD & coniungantur AEG, & AD, & GD, Et quoniam qui sub ABG angulus bifariam sectus est sub BED recta, æqualis quidem est GD recta ipsi AD, maior autem GE ipsa EA, producatur igitur à puncto D perpendicularis ad AEG ipsa DZ. Quoniam igitur maior est AD ipsa ED, & ED ipsa DZ, circulus igitur centro D, interuallo DE descriptus AD secabit, supra cadet verò ipsum DZ. Describatur igitur circulus IET, & producatur DZT, & quoniam sector DET, maior est DEZ triangulo, triangulum verò DEA maius est sectore DEI, triangulum igitur DEZ ad triangulum DEA, maiorem rationem habet, quàm DET sector ad sectorem DEI, sed vt DEZ triangulum ad DEA triãgulum, sic EZ recta ad EA, vt autem DET sector, ad DEI sectorem, sic ZDE angulus ad angulum EDA, igitur ZE recta ad EA minorem rationem habet, quàm ZDE, angulus, ad angulum EDA, & componenti igitur ZA recta ad rectam EA, minorem rationem habet, quàm ZDA angulus ad angulum EDA, & præcedentium dupla GA recta ad rectam EA, minorem rationem habet, quàm qui sub GDA angulus ad angulum, qui sub EDA, & diuidenti GE recta ad ipsam EA minorem proportionem habet, quàm qui sub GDE angulus ad ipsũ, qui sub EDA, sed vt GE recta ad rectam EA, sic GB recta ad rectã BA, vt autẽ GDB angulus ad angulum BDA, sic GB circumferentia ad ipsam BA recta igitur GB ad ipsam BA minorem rationem habet, quàm GD circumferentia ad BA circumferentiam.

Hoc



Hoc igitur supposito, sit circulus ABG, & producantur in ipso duæ rectæ AB, & AG, supponatur verò primum AB subtendens vnius partis dimidiæ & quartæ, ipsa verò AG partem vnam. Quoniam AG recta ad BA rectam minorem rationem habet, quàm AG circumferentia ad ipsam AB, sed AG circumferentia sesquitertia est ipsius AB, igitur GA recta ipsa BA minor est, quàm sesquitertia. Sed AB recta demonstrata est talium 0.47.8. qualium est diameter 120, igitur GA recta minor est eorundem 1.2.50. hæc enim sesquitertia proxima sunt 0.47.8. Rursum in eadem descriptione AB recta supponatur subtendens partem vnam, AG verò partem vnam & dimidiam. Secundum eadem igitur. Quoniam AG circumferentia AB est sesquitertia, igitur GA recta ipsa BA minor est, quàm sesquialtera, sed AG demonstrauimus talium esse 1.34.15, qualium est diameter 120, igitur AB recta maior est earundem 1.2.50. horum enim sesquilatera sunt proposita 1.34.15. quarum quoniam earundem demonstrata est, & maior & minor recta subtendens ipsam vnam partem, & hãc videlicet habebimus talium 1.2.50. proximè, qualium est diameter 120, & propter ante demonstrata, & ipsam subdimidiam partem, quæ inuenitur earundem 0.31.25 proximè, &

complebuntur reliqua, vt diximus, interualla, & ipsam quidem ad vnam & dimidiam partium. Verbi gratia, vt in primo interuallo ipsa inquam compositione dimidiæ partis demonstratæ ipsius, quæ sub duabus partibus ex excessu verò, quæ ad tres partes, & duarum cum dimidio dato. Similiter autem & in cæteris. Tractatio igitur in circulo rectarum sic iudico facillimè tractari posset, vt autem, sicut dixi, in qualibet necessitate in promptu quantitates habeamus rectarum expositas, regulam subiiciemus per versus quadragintaquinque propter proportionem, quorum quidem primæ partes habebunt quantitates circumferentiarum per dimidiam partem auctas, secundæ verò quantitates rectarum adiacentium circumferentiis, vt diametri 120 partium suppositæ, tertiæ verò trigesimam partem accretioni rectarum, secundum vnamquamque dimidiam partem, vt habentes vnius sexagesimæ partis mediam interiectionem indifferentem ad sensum exquisitæ, & inter medias partes facillimè componentes qualitates computare possimus, facile verò intelligi potest, quod per eadem & proposita theoremata, & si in dubio simus erroris in scribendo circa aliquam in regula adiacentium rectarum, facilem faciemus inquisitionem, & emendationem, vel ad ea subdupla circumferentia, quæ inquiritur, vel ab eo excessu ad alias quasdam datarum, vel à recta subtendente residuam circumferentiam in semicirculo. Et est regulæ descriptio talis.

Ar-

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
0	30	0	31	25	2	2	50
1	0	1	2	50	1	2	50
1	30	1	34	15	1	2	50
2	0	2	5	40	1	2	50
2	30	2	37	4	1	2	48
3	0	3	8	28	1	2	48
3	30	3	39	52	1	2	48
4	0	4	11	16	1	2	47
4	30	4	42	40	1	2	47
5	0	5	14	4	1	2	46
5	30	5	45	27	1	2	45
6	0	6	16	49	1	2	44
6	30	6	48	11	1	2	43
7	0	7	19	33	1	2	42
7	30	7	50	54	1	2	41
8	0	8	22	15	1	2	40
8	30	8	53	35	1	2	39
9	0	9	24	54	1	2	38
9	30	9	56	13	1	2	37
10	0	10	27	32	1	2	35
10	30	10	58	49	1	2	33
11	0	11	30	5	1	2	32
11	30	12	1	21	1	2	30
12	0	12	32	36	1	2	28
12	30	13	3	50	1	2	27
13	0	13	35	4	1	2	25
13	30	14	6	16	1	2	23
14	0	14	37	27	1	2	21
14	30	15	8	38	1	2	19
15	0	15	39	47	1	2	17
15	30	16	10	56	1	2	15
16	0	16	42	3	1	2	13

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
16	30	17	43	9	1	2	10
17	0	17	44	14	1	2	7
17	30	18	15	17	1	2	5
18	0	18	46	19	1	2	2
18	30	19	17	21	1	2	0
19	0	19	48	21	1	1	57
19	30	20	19	19	1	1	54
20	0	20	50	16	1	1	51
20	30	21	21	12	1	1	48
21	0	21	52	6	1	1	45
21	30	22	22	58	1	1	42
22	0	22	53	49	1	1	39
22	30	23	24	39	1	1	36
23	0	23	55	27	1	1	33
23	30	24	26	13	1	1	30
24	0	24	56	58	1	1	26
24	30	25	27	41	1	1	22
25	0	25	58	22	1	1	19
25	30	26	29	1	1	1	15
26	0	26	59	38	1	1	11
26	30	27	30	14	1	1	8
27	0	28	0	48	1	1	4
27	30	28	31	20	1	1	0
28	0	29	1	50	1	0	56
28	30	29	32	18	1	0	52
29	0	30	2	44	1	0	48
29	30	30	33	8	1	0	44
30	0	31	3	30	1	0	40
30	30	31	33	50	1	0	35
31	0	32	4	8	1	0	31
31	30	32	34	22	1	0	27
32	0	33	4	35	1	0	22

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
32	30	33	34	46	1	0	17
33	0	34	4	55	1	0	12
33	30	34	35	1	1	0	8
34	0	35	5	4	1	0	3
34	30	35	35	6	0	59	57
35	0	36	5	5	0	59	52
35	30	36	35	1	0	59	48
36	0	37	4	55	0	59	43
36	30	37	34	47	0	59	38
37	0	38	4	36	0	59	32
37	30	38	34	22	0	59	27
38	0	39	4	5	0	59	22
38	30	39	33	46	0	59	16
39	0	40	3	25	0	59	11
39	30	40	33	0	0	59	5
40	0	41	2	33	0	59	0
40	30	41	32	3	0	58	54
41	0	42	1	30	0	58	48
41	30	42	30	54	0	58	42
42	0	43	0	15	0	58	36
42	30	43	29	33	0	59	31
43	0	44	48	49	0	58	25
43	30	44	28	1	0	58	18
44	0	45	57	10	0	58	12
44	30	45	26	16	0	58	6
45	0	45	55	19	0	58	0
45	30	46	24	19	0	57	54
46	0	46	53	16	0	57	47
46	30	47	22	9	0	57	41
47	0	47	51	0	0	57	34
47	30	48	19	47	0	57	27
48	0	48	48	30	0	57	21

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
48	30	49	17	11	0	57	14
49	0	49	45	48	0	57	7
49	30	50	14	21	0	57	0
50	0	50	42	51	0	56	53
50	30	51	11	18	0	56	46
51	0	51	39	42	0	56	39
51	30	52	8	0	0	56	32
52	0	52	36	16	0	56	25
52	30	53	4	29	0	56	18
53	0	53	32	38	0	56	10
53	30	54	0	43	0	56	3
54	0	54	28	44	0	55	55
54	30	54	56	42	0	55	48
55	0	55	24	36	0	55	40
55	30	55	52	26	0	55	33
56	0	56	20	12	0	55	25
56	30	56	47	54	0	55	17
57	0	57	15	33	0	55	9
57	30	57	43	7	0	55	1
58	0	58	10	38	0	54	53
58	30	58	38	5	0	54	45
59	0	59	5	27	0	54	37
59	30	59	32	45	0	54	29
60	0	60	0	0	0	54	21
60	30	60	27	11	0	54	12
61	0	60	54	17	0	54	4
61	30	61	21	18	0	53	56
62	0	61	48	17	0	53	47
62	30	62	15	10	0	53	39
63	0	62	42	0	0	53	30
63	30	63	8	45	0	53	22
64	0	63	35	25	0	53	13

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
64	30	64	2	2	0	53	4
65	0	64	28	34	0	52	55
65	30	64	55	1	0	52	46
66	0	65	21	24	0	52	37
66	30	65	47	43	0	52	28
67	0	66	13	57	0	52	19
67	30	66	40	7	0	52	10
68	0	67	6	12	0	52	1
68	30	67	52	12	0	51	52
69	0	67	58	8	0	51	43
69	30	68	23	59	0	51	33
70	0	68	49	45	0	51	23
70	30	69	15	27	0	51	14
71	0	69	41	4	0	51	4
71	30	70	6	36	0	50	55
72	0	70	32	3	0	50	45
72	30	70	57	26	0	50	35
73	0	71	22	44	0	50	26
73	30	71	47	56	0	50	16
74	0	72	13	4	0	50	6
74	30	72	38	7	0	49	56
75	0	73	3	5	0	49	46
75	30	73	27	58	0	49	36
76	0	73	52	46	0	49	26
76	30	74	17	29	0	49	16
77	0	74	46	7	0	49	6
77	30	75	6	39	0	48	55
78	0	75	31	7	0	48	45
78	30	75	55	29	0	48	34
79	0	76	19	46	0	48	24
79	30	76	43	58	0	48	13
80	0	77	8	5	0	48	3

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
80	30	77	32	6	0	47	52
81	0	77	56	2	0	47	41
81	30	78	19	52	0	47	31
82	0	78	43	38	0	47	20
82	30	79	7	18	0	47	9
83	0	79	30	52	0	46	58
83	30	79	54	21	0	46	47
84	0	80	17	45	0	46	36
84	30	80	41	3	0	46	25
85	0	81	4	15	0	46	14
85	30	81	27	22	0	46	3
86	0	81	50	24	0	45	52
86	30	82	13	19	0	45	[illegible]
87	0	82	36	9	0	45	29
87	30	82	58	54	0	45	18
88	0	83	21	33	0	45	6
88	30	83	44	4	0	44	55
89	0	84	6	32	0	44	43
89	30	84	28	54	0	44	31
90	0	84	51	10	0	44	20
90	30	85	13	20	0	44	8
91	0	85	35	24	0	43	57
91	30	85	57	23	0	43	45
92	0	86	19	15	0	43	33
92	30	86	41	2	0	43	21
93	0	87	2	42	0	43	9
93	30	87	24	17	0	42	57
94	0	87	45	45	0	42	45
94	30	88	7	7	0	42	33
95	0	88	28	24	0	42	21
95	30	88	49	34	0	42	9
96	0	89	20	39	0	41	57

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
96	30	89	31	37	0	41	45
97	0	89	52	27	0	41	33
97	30	90	13	15	0	41	21
98	0	90	33	55	0	41	8
98	30	90	54	29	0	40	55
99	0	91	14	56	0	40	42
99	30	91	35	17	0	40	30
100	0	91	55	32	0	40	17
100	30	92	15	40	0	40	4
101	0	92	35	42	0	39	52
101	30	92	55	38	0	39	39
102	0	93	15	27	0	39	26
102	30	93	35	11	0	39	13
103	0	93	54	47	0	39	0
103	30	94	14	17	0	38	47
104	0	94	33	41	0	38	34
104	30	94	52	58	0	38	21
105	0	95	12	9	0	38	8
105	30	95	31	13	0	37	55
106	0	95	50	11	0	37	42
106	30	96	9	2	0	37	29
107	0	96	27	47	0	37	16
107	30	96	46	24	0	37	3
108	0	97	4	56	0	36	50
108	30	97	23	20	0	36	36
109	0	97	41	38	0	36	23
109	30	97	59	49	0	36	9
110	0	98	17	54	0	35	56
110	30	98	35	52	0	35	42
111	0	98	53	42	0	35	29
111	30	99	11	27	0	35	15
112	0	99	29	5	0	35	1

M 2

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
112	30	99	46	35	0	34	48
113	0	100	3	59	0	34	34
113	30	100	21	16	0	34	20
114	0	100	38	26	0	34	6
114	30	100	55	28	0	33	52
115	0	101	12	25	0	33	39
115	30	101	29	15	0	33	25
116	0	101	45	57	0	33	11
116	30	102	2	33	0	32	57
117	0	102	19	1	0	32	43
117	30	102	35	22	0	32	29
118	0	102	51	37	0	32	15
118	30	103	7	44	0	32	0
119	0	103	23	44	0	31	46
119	30	103	39	27	0	31	32
120	0	103	55	23	0	31	18
120	30	104	11	2	0	31	4
121	0	104	26	34	0	30	49
121	30	104	41	59	0	30	35
122	0	104	57	16	0	30	21
122	30	105	12	23	0	30	7
123	0	105	27	30	0	29	52
123	30	105	42	26	0	29	37
124	0	105	57	14	0	29	23
124	30	106	11	55	0	29	8
125	0	106	26	29	0	28	54
125	30	106	40	56	0	28	39
126	0	106	55	15	0	28	24
126	30	107	9	27	0	28	10
127	0	107	23	32	0	27	56
127	30	107	37	30	0	27	40
128	0	107	52	20	0	27	25

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Par.	Min.	Par.	Min	Sec.	Min.	Sec.	Ter.
128	30	108	5	2	0	27	10
129	0	108	18	57	0	26	56
129	30	108	32	5	0	26	41
130	0	108	45	25	0	26	26
130	30	108	58	38	0	26	11
131	0	109	11	44	0	25	56
131	30	109	24	42	0	25	41
132	0	109	37	32	0	25	26
132	30	109	50	15	0	21	11
133	0	110	2	50	0	24	56
133	30	110	15	18	0	24	41
134	0	110	27	39	0	24	26
134	30	110	39	42	0	24	10
135	0	110	51	57	0	23	55
135	30	111	3	54	0	23	40
136	0	111	15	44	0	23	25
136	30	111	27	26	0	23	9
137	0	111	39	1	0	22	54
137	30	111	50	28	0	22	39
138	0	112	1	47	0	22	24
138	30	112	12	59	0	22	8
139	0	112	24	3	0	21	53
139	30	112	35	0	0	21	37
140	0	112	45	48	0	21	22
140	30	112	56	29	0	21	7
141	0	113	7	2	0	20	51
141	30	113	17	25	0	20	36
142	0	113	27	44	0	20	20
142	30	113	37	54	0	20	4
143	0	113	47	56	0	19	49
143	30	113	57	50	0	19	33
144	0	114	7	37	0	19	17

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Par.	Min.	Par.	Min.	Sec.	Min.	Sec.	Ter.
144	30	114	17	15	0	19	2
145	0	114	26	46	0	18	46
145	30	114	36	9	0	18	30
146	0	114	45	24	0	18	14
146	30	114	54	31	0	17	59
147	0	115	3	30	0	17	43
147	30	115	12	22	0	17	27
148	0	115	21	6	0	17	11
148	30	115	29	41	0	16	55
149	0	115	38	9	0	16	40
149	30	115	46	29	0	16	24
150	0	115	54	40	0	16	8
150	30	116	2	44	0	15	52
151	0	116	10	40	0	15	36
151	30	116	18	28	0	15	20
152	0	116	26	8	0	15	4
152	30	116	33	40	0	14	48
153	0	116	41	4	0	14	32
153	30	116	48	20	0	14	16
154	0	116	55	28	0	15	0
154	30	117	2	28	0	13	44
155	0	117	9	20	0	13	28
155	30	117	26	4	0	13	12
156	0	117	22	40	0	12	56
156	30	117	29	8	0	12	40
157	0	117	35	28	0	12	24
157	30	117	41	40	0	12	7
158	0	117	47	43	0	11	51
158	30	117	53	39	0	11	35
159	0	117	59	27	0	11	19
159	30	218	5	7	0	11	3
160	0	118	10	37	0	10	47

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Par.	Min.	Par.	Min.	Sec.	Pri.	Sec.	Ter.
160	30	118	16	1	0	10	31
161	0	118	21	16	0	10	14
161	30	118	26	23	0	9	58
162	0	118	31	32	0	9	42
162	30	118	36	13	0	9	25
163	0	118	40	55	0	9	9
163	30	118	45	30	0	8	53
164	0	118	49	56	0	8	37
164	30	118	54	15	0	8	20
165	0	118	18	25	0	8	4
165	30	119	2	26	0	7	48
166	0	119	6	20	0	7	31
166	30	119	10	6	0	7	15
167	0	119	13	44	0	6	59
167	30	119	17	13	0	6	42
168	0	119	20	34	0	6	26
168	30	119	23	47	0	6	10
169	0	119	26	52	0	5	53
169	30	119	29	49	0	5	37
170	0	109	32	37	0	5	20
170	30	119	35	17	0	5	4
171	0	119	37	49	0	4	48
171	30	119	40	13	0	4	31
172	0	119	42	28	0	4	14
172	30	119	44	35	0	3	58
173	0	119	47	35	0	3	42
173	30	119	48	26	0	3	26
174	0	119	50	8	0	3	9
174	30	119	51	43	0	2	53
175	0	119	53	10	0	2	36
175	30	119	54	27	9	2	20
176	0	119	55	38	0	2	3

Arcuum		Chordarum			Trigesimarum		
Par.	Min	Par.	Min.	Sec.	Pri.	Sec.	Ter.
176	30	119	56	39	0	1	47
177	0	119	57	32	0	1	30
177	30	119	58	18	0	1	14
178	0	119	58	55	0	0	57
178	30	119	59	24	0	0	41
179	0	119	59	44	0	0	25
179	30	119	59	56	0	0	9
180	0	120	0	0	0	0	0

THEON.

De quantitate rectarum in circulo.

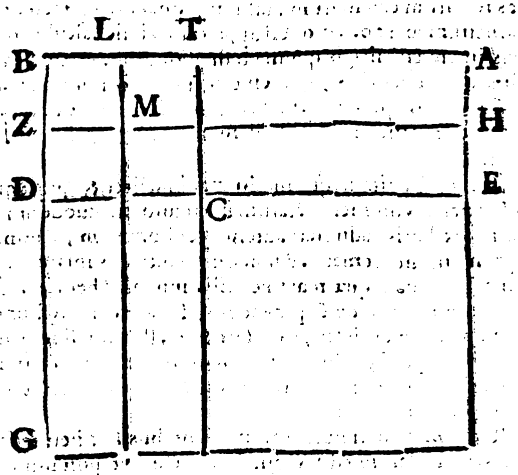
CAP. X.

POST intelligentiam igitur talis negotij, & per constructiones regularum ipsam exponit, vt si quando inquireremus considerationes ad eas, quæ secundum hoc est, à circunferentijs rectas accipere, vel à rectis circunferentias in promptu possimus computari, & non semper per lineas hoc facientes tempus conteramus. Quoniam autem oportebat magnitudines rectarum, & circunferentiarum definitas quasdam esse, supponit circulum quidem diuidi ad æquales gradus 360. & vocat vnamquamque distantiam secundum portionem, diametrum verò ad æquales sectiones 120. & hæc vocat etiam similiter secundum positionem, vt quidem circunferentiarum sint magnitudines, scilicet circulus 360. rectarum verò qualium diameter 120. vtitur autem ad expositionem regulæ augumento secundum semicirculum circunferentiarum apponens ipsis adiacentes ipsas magnitudines rectarum extensarum, talium, qualium diameter 120. Diuisit autem, inquit, diametrum in 120. eo quod appareat ex ipsis calculis in numeris optimum, conueniens autem erat magis ipsum vti diuisione tali, eo quod vtilis est ipsi ad multas demonstrationes quantitas, quæ est ex centro, commodiorem verò in omnibus numeris esse 60. eo quod habet plures minores omnibus alijs existentes, & est omnibus magis in promptu, idcirco & diametrum ad 120 diuisit, vt habeant lineam ex centro 60.

PRIMVM autem demonstrabimus, quomodo maxime licet, & quę sequuntur. Ostensum igitur est ab Hipparco volumen rectarum in circulo in duodecim libris, adhuc autem à Menelao in sex libris, admirari autem licet hominem, quomodo facillime per pauca, & in promptu theoremata ad inuenit quantitates ipsarum. Et postquam per quædam lemmatia breuia, quæ maxime vtilia sunt ad Theorematum intelligentiam quantitatis rectarum, deinde & per eadem ostendit per quęstionem regulæ factam, quomodo non solum ex descriptionibus sine vlla inquisitione habeamus magnitudines positas, sed etiam per linearem demonstrationem inquiramus ipsas, vt etiam si circa aliquem numerorum comprehensorum in regula aliquis error descriptionis fiat, facile per ipsas lineas corrigamus.

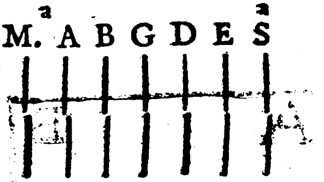
VNIVESALITER autem vtemur numerorum rationibus. Hic iterum facilitati consulens, vult nos partes particularum ad sexaginta accipere, vt primum particulam dissoluentes ad sexaginta in multiplicationibus, verbi gratia, nos pro multiplicando 6. 4 20. in se ipsum, quod non minimam difficultatem habet, comprehendit 48. sexaginta multiplicamus non solùm verò particulas dissoluere ad prima sexaginta, sed etiam prima ad secunda, & secunda ad tertia, & tertia ad quarta, & deinceps consequenter, quatenus ipsi vtile videtur.

PRAETEREA, & multiplicare, & diuidere sequemur. Via doctrinę existente, modo prænotare nos pauca non de multiplicationibus, tum etiam de diuisionibus, quibus manifestiorem inquiremus in proprijs locis in ipsorum numerorum ordine, prę oculis magis, quę dicuntur, & consequens iam esset, & hic pręmanifestare, quæ species sunt, quæ fiunt partium multiplicatarum ad particulas, & ad primas sexagesimas, & ad secunda, & tertia, & quarta, & deinceps consequenter. Particula igitur in multiplicationibus secundum speciem vnitatis ordinem retinens, intransmutabilis est, quemadmodum vnitas ad numerum ternarium, exempli gratia multiplicata, ipsum tertium numerum conseruat, & per quaternarium ipsum quatuor, & ad ipsum 8, ipsum 8. quemadmodum Diophantus inquit, quoniam vnitate immutabili existente, & semper manente, species multiplicata ad ipsam, ipsa species erit: eodem modo & particula supra quam species multiplicata fuerit, ipsa species seruat, quare particula quidem supra particulam multiplicata, particulam efficiet, supra prima sexagesima, sexagesima prima, supra verò secunda, secunda, supra verò tertia, tertia & deinceps consequenter: supra verò partes particulę, non amplius tale inuenimus, vt deinceps ostendemus. Rursus enim, quemadmodũ, secundum Diophantum, in multiplicationibus, partibus vnitatis, diuersificantur species, tertia enim per se multiplicata, potentiale efficit nouem, & speciem diuersificat. Eodem modo, & hic partes particulę diuersificant species, vt & hinc manifestum fiat, quod particula propriissimam ad vnitatem, & secundum partes obseruat, & magis rationabiliter quidem. Vt autem & per lineas ostendamus quęnam species factę sint particularum multiplicatarum, supra prima, & secunda, & tertia sexagesima, & consequenter, & primum sexagesimarum ad seipsa, & ad secunda, & tertia, & consequenter, atque etiam reliquarum.

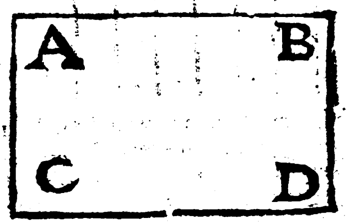


Exponantur duę rectę ad rectas inuicem, quę sint A B, B G, & sit vtraque ipsarum particula vna, & compleatur A G, tetragonum. Erit igitur & ipsum particula vna, & diuidatur B G, ad æqualia sexaginta, & sit B G primę sexagesimę A, educatur paral-

parallelus DE. Quoniam igitur est, vt GB ad BD, ita AG ad DA, sexaginta, multiplicata GB ipsius BD, sexaginta igitur multiplicata, & GA ipsius AD. Et est GA particula vna, ipsum DA igitur erit primum sexagesimum vnum, & continetur ab AB particula vna existente, & BD primæ sexagesimæ, particula igitur ad primas sexagesimas, primas sexagesimas facit, similiter etiam & si BZ accipiamus sexagesimam partem ipsius BD, & per Z parallelum ducamus ZH, erit ZA secundæ sexagesimæ vnum contentum sub BA particula, & BZ duarũ sexagesimarum, particula igitur ad sexagesima secunda, secundas sexagesimas facit, & similiter ad tertiam, tertiam, & ad quartam, quartam, & consequenter, dico igitur quod & prima sexagesima ad prima sexagesima secunda facit. Diuidatur, & AB ad ęqualia sexaginta, & sit ipsius vnius sexagesimę BT, & ducatur per T, ipsi DBD, parallelus, quę sit TC, erit igitur, & BC, sexagesima pars ipsius DA, & est DA primum sexagesimum. BC igitur erit secundum sexagesimum, & continetur ab ipsa TB, & BD vtraque existente primæ sexagesimæ, quod primę sexagesimę ad prima, secunda facit. Rursus igitur demonstrandum, quod etiam prima sexagesima ad secundã, tertia faciunt. Quoniam enim ipsum AZ secundę est sexagesimæ, & est ipsius sexagesima pars ZT, ipsa igitur ZT tertię est sexagesimę, & continetur tũm ab ipso TB existente primę sexagesimę, tùm ab ipsa BZ secunda, quam prima sexagesima, & secunda, tertia faciunt, Præterea verò demonstrandum, quod secunda sexaginta supra secunda quarta faciunt. Accipiatur ipsius BT sexagesima pars, quę sit BL, erunt illud secunda sexegesima, & per ipsum L ipsi BZ parallelus ducatur ipsa LM. Et quoniam ipsum ZT sexaginta demonstratum est tertię sexagesimę, & est ipsius sexagesima pars ipsum BM, ergo ipsum BM quartum sexagesimum est, & continetur ab ipsis LB, & BZ vtraque existente secundę sexagesimæ, quare secunda sexagesima supra secunda, quarta facit; & deinceps similiter, sectione rectarum vtentes, inueniemus species in reliquis sexagesimis. Cum demonstratum à nobis sit, quod particula supra quamcumque speciem multiplicata fuerit, ipsam speciem seruat, hoc est, siue supra sexagesima prima sexagesima, siue secunda, secunda siue supra tertia, tertia, & deinceps demonstrabimus per proportionem species ex multiplicatione ipsarum sexagesimarum factas, per numeros demonstrantes. Quia etiã Ptolemæus in multiplicationibus ipsum inquit num factum proijciemus.



Et exponatur, vt subscriptum est, secundum illud quod sequitur, & partialem magnitudinem, & sexagesimarum magnitudinem. Quoniam igitur tertij numeri proportionales sunt, vt particula ad vnum sexagesimum se habet, ita primum ad secundum, vnaquęque enim species cuiusque sexaginta multiplex est, pars igitur a primo, & tertio ęqualis est ei, quæ à secundo, hoc est, quod à particula, & secundi sexagesimi, æquale est ei, qui à prima sexagesima, sed quod est à parte & secundæ sexagesimarum secundas facit sexagesimas, quandoquidem, vt ostendebamus, particula supra quam species multiplicata fuerit, ipsam speciem facit, & prima igitur sexagesima, ad prima sexagesima, secunda sexagesima faciunt. Ostendendum quod & prima sexagesima ad secunda, tertia faciunt, rursus enim quoniam sicut se habet particula ad prima sexagesima, ita secunda ad tertia, quod igitur a primo, & quarto æquale est parti a secunda, & tertia, igitur quod a particula & tertiarum sexagesimorum æquale est ei, qui a primis, & secundis sexagesimis: sed quod a particula, & tertijs sexagesimis tertia facit, & quod a primis itaque, & secundis sexagesimis tertia facit. Adhuc verò prima ad tertia, quinta facit hoc modo. Quoniam enim sicut se habet pars ad prima sexagesima, sic tertia ad quarta, quod igitur a particula, & quartis sexagesimis æquale est illi, quod a prima & tertia sexagesima, sed quod a particula, & quarta sexagesima, quartos facit sexagesimas, & prima igitur sexagesima ad tertia, quarta facit, similiter verò prima ad quarta quidē quinta facit, supra verò quinta, sexta, & deinceps. Rursus verò demonstrandum, quod secundū ad secunda quarta faciunt. Quonā enim sicut se habent prima sexagesima ad secunda, ita secunda ad tertia, quod igitur a primis, & tertijs æquale est illi, quod a secundis, sed quod a primis, & tertiis demonstrauimus, quod quartam facit, & secunda igitur ad secunda quartas facit. Ostendendum itaq; quod & secunda ad tertiā, quintas facit. Quoniam enim est, vt se habet prima sexagesima ad secunda, sic tertia ad quartū, quod igitur a primis, & quartis æquale est ei, quod a secundis, & tertiis, sed quod a primis, & quartis ostensum est sexagesima quinque, & secunda, itaque sexagesima ad tertia sexagesima quinque facit. Similiter verò, & secunda sexagesima ad quartam quidem sexta faciunt, supra verò quintā, septimam, & deinceps consequenter. Adhuc tamen tertia ad tertia multiplicata sexta faciunt sexagesima. Quoniam enim rursus, sicut se habent secunda sexagesima ad tertiis, sic tertia ad quarta, quæ igitur a secundis, & quartis fiunt, æqualia sunt illi, quod a tertiis, quę verò sub secundis & quarta, ostendimus sexta esse sexagesima, & tertia igitur sexagesima ad se multiplicata sexta faciunt sexagesimas. Adhuc etiam tertia sexagesima supra quarta, & septima, & deinceps consequenter. Et multiplicationibus explicatis a nobis manifestæ sunt diuisiones propositarum specierum, Prima enim sexagesima circa particulas diuisa, hoc est iuxta apposita, prima sexagesima faciunt, circa verò prima sexagesimas particulas, duo verò sexagesima circa particula iuxta apposita, duo sexagesima facient, circa verò prima sexagesimā, prima, tertia verò sexagesima, circa particulas iuxta positas tertias sexagesimas facient, propè prima sexagesima, secunda sexagesima, propè secunda, prima, & de reliquis.



Idest Sit AD spatium sexagesima prima, atque AB particula, manifestum est igitur, quod si AD spatium propè apposuerimus circa ipsam AB, faciet ipsam AC sexagesima prima. Quoniam & particula ad prima sexagesima multiplicata primafacit, si verò

propè

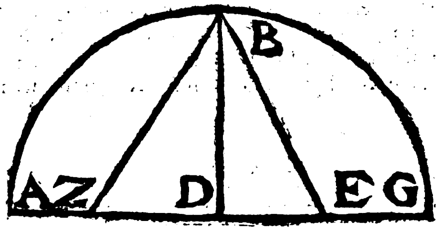
propè A G prima sexagesima existentia ipsam particulam existentem. Rursus sit A D spatium secunda sexagesima, manifestum igitur rursus, quod si circa ipsam A B particula exposita, apponatur spatium A D, ipsa A G secunda sexagesima faciet, quia enim particula ad secunda sexagesima, secunda faciunt. Si verò circa ipsam A G sexagesima secunda existente, ipsam A B facient particulam. Si verò ipsius A B prima existente sexagesima apponatur ipsum A D spatium iuxta particulam A B, ipsam A G facient; prima rursus sexagesima, quoniam & prima sexagesima ad prima secundam facit. Rursus sit A D spatium tertii sexagesimi. Si igitur rursus A B particula existente, apponamus ipsum A D iuxta A B, erit ipsa A G tertium sexagesimum. Si verò propè A G tertia sexagesima existentia inuenietur ipsa A B particula. Si verò A B prima sexagesima fuerit, inuenietur A G secunda, & similiter in aliis. Adhuc verò demonstrabimus, & quo modo tribus speciebus datis, hoc est, particulis, & prima sexagesima & secunda ex multiplicatione ipsorum conflatus numerus accipietur, & è conuerso, quomodo numero aliquo dato ipsarum trium specierum, vel etiam plurium, diuisio, hoc est, appositio ipsius fit secundū dictas species, & necesse sit in compositione numerale ingredi. Esto igitur nos accipientes latus decagoni, vt demonstrabitur esse partem 37 4. 55. ad seipsum facere, expono ipsam, & rursus ipsam sub se ipsa, vt subscriptum est, & prius multiplicans particulas 37. ad se ipsas, supra prima, & secunda sexagesima, deinde quarta prima sexagesima, & supra particulas triginta septem, & ad se ipsam, & ad secunda sexagesima, & præterea ipsa duo sexagesima, & ad particulas, & ad prima sexagesima; & ad se ipsam, sic habeo multiplicationem ipsorum promptiorem assumptam. Particulæ quidem 37. ad se ipsas multiplicatæ colligunt particulas 1569. supra verò quarta prima sexagesima prima, sexagesima 148. & præterea supra 55. secunda faciunt 2035. & præterea quarta ad partes 37. faciunt 148. ad se verò 16. & supra 55. 60. faciunt tertia sexagesima 220. Rursus 55 secunda sexagesima ad quidem partes 37. constituunt secunda sexagesima 1035. ad verò quarta faciunt tertia 220. & præterea ad 53. congregant quarta sexagesima 3025. & est ordo numerorum, vt subscriptum est. Coniunguntur hoc modo prius 3025. quarta sexagesima, diuidentes circa numerum sexagesimum facimus sexagesima tertia quidem 50. quarta verò 25. deinde tertia sexagesima cum quartis constitutis à diuisione 50. facta omnia 490. faciunt secunda quidem 8 tertia vero 10. & consequenter secunda congregata 4094. faciunt prima sexagesima 68. & secunda 14. & præterea prima sexagesima congregata 364. faciunt partes sex, & prima sexagesima quatuor, & faciunt omnes partes 1375. & sexagesima quidem prima, quarta, secunda verò 14. 3. 10. 4. 15. Quare & addens ipsa Ptolemæus in iis, quæ sequuntur, & atque secunda sexagesima faciens additionem, adiecit 1375. 4. 14. proximè, tertia, & quarta relinquens. Similiter verò etiam si differentes sint numeri multiplicantur. Sit autem & rursus datum numerum diuidere, & ad partes, & prima, & secunda sexagesima. Sit datus numerus.

37. 4. 55.
37. 4. 55.

1369. 148. 2035.
148. 16. 220
2035. 220
325.

3515

1515. 20. 15. Et oportet diuidere ipsum per 25. 12. 10. hoc est inuenire quotuplex est 25. 12.10, in ipso 1515. 20. 15. diuidimus ipsum primum per 60. quando quidem qui circa numerum 61. super incidunt, & auferimus sexagies numerum 25. & ipsum 12, & ipsum 10. & primum ipsum 25. & fiunt 1500. deinde reliquas partes 15. resoluentes ad prima sexagesima 900. & his addentes etiam 20. 1. & à productis 920. primorum sexagesimorum auferentes sexagies 12. hoc est 720. & præterea à reliquis primis sexagesimis 200. & 2. 15 auferimus rursus sexagies 10. 2. fiunt secunda sexagesima 600 vel prima 10. relictis primis sexagesimis 190. & 2 & 15. Hęc rursus incipientes diuidimus per 25. & fit diuisio per 7. seper incidit etiam super 8. & facta ex additione sexagesima prima 175. auferimus ab ipsis 190. prima sexagesima, Postea reliqua 15. prima sexagesima resoluentes ad secunda sexagesima 90. & addentes ipsis 15. ex his productis auferimus septies ipsa duodecim primarum sexagesimarum, hoc est 84. secunda sexagesima, eo quod, & septem prima sexagesima sunt, & relinquuntur secunda sexagesima 831. Et præterea auferimus similiter septies, & decem secunda sexagesima, quę fiunt tertia sexagesima 70. hoc est secunda prima, & tertia decem, & relinquuntur secunda sexagesima 829. & 3. 50. Hæc rursum circa ipsum 25. & fit diuisio circa 33. Ex additione verò secundorum sexagesimarum 825. & reliqua deprehensa sunt secunda sexagesima 4. 3. autem 50. sint verò 3. 200. 90. Deinde auferimus ter trigesies ipsa 12. prima sexagesima. & fiunt tertiæ 396, vt faciant ferë diuisionem ipsorum 1515. 20. 15. ad ipsos 25. 12. 10. 60. 7. 33. quoniam è conuerso si hęc multiplicauerimus super 25. duodecim 10. colliguntur similiter 1515. 20. 15. ferè, præsumentes igitur de iis, quę debentur pręsumi, hoc est, de multiplicatis partibus, & sexagesimis, & pręterea de diuisionibus ipsis deinceps de dicto negotio necessario pręexponi, dico quidem de rectis in circulo sermonem faciemus. Incipiens igitur ab hac demonstratione, exponit primum Theorema, in quo demonstrat quot, sit partium & latus decagoni subtendens circunferentiam partium 36. & latus pentagoni subtendens circunferentiam partium 72. & pręterea latus exagoni subtendēs circunferentiam partium sexaginta, & consequenter latus quadrati subtendens circunferentiam partium 90. & pręterea latus trianguli subtendens circunferentiam partium 120. qualium circunferentia circuli 360. in rectis verò subtentis ipsa latera, scilicet diameter 120. vtitur demonstratione vero sic.



Ponens semicirculum ABG, circa diametrum AG, cuius centrum sit D, & ex ipso D, ipsi AG ad rectas ducens ipsam DB, & diuidens ipsam DG bifariam iuxta E, & adiungens BE, & æqualem ipsi BE assumens EZ, & adiungens rursus ipsam EZ,

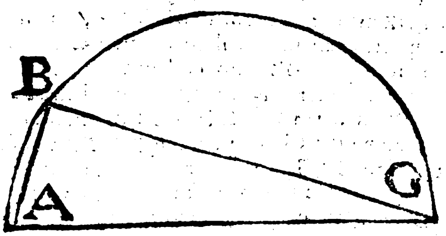
dico

dico, inquit, quod DZ est latus decagoni, ipsa verò BZ pentagoni. Quoniam enim DG diuisa est bifariam ad E, adiacet verò quædam recta ipsi super rectam, quæ est DZ, ipsum rectangulum totum cum addita, & ipsius additæ cum quadrato ad dimidia, æquale est ipsi, quod est ab adiuncta, & à dimidia, & ipsius additæ, hoc est ipsum, quod est sub GZ, ZD simul cum eo quod est ab ipsa DE, æquale est ipsi, quod est ab ZE, hoc est illi, quod est ex EB, quod est æquale illis, quæ sunt ex BD, DE, quare quod ex GZ, ZD cum illo, quod ex DE, æquale est illis, quæ ex BD, DE, commune auferatur quod ex DE, reliquum igitur quod est sub ipsis GZ, ZD, æquale est illi, quod ex DB, hoc est illi, quod ex DA, tres igitur rectæ proportionales sunt, vt ipsa ZG, ad GD, ita GD ad ipsam DZ. Et quoniam GZ diuisa est per æqualia in D, & est vt tota GZ ad maiorem partem GD, ita ipsa maior pars GD ad minorē DZ, ipsa igitur GZ secundum extremam, & mediam rationem diuisa est ad ipsum D, & est maior sectio, ipsum DG, æquale lateri exagoni, igitur DZ decagoni est latus, quoniam in elementis, quoniam si exagoni, & decagoni latus eorum, qui in eodem circulo componuntur, tota recta, secundum extremum, & mediā rationem diuisum est. Ipse vero conuersim accepit. Ostendendū verò & ita, quod DZ æqualis est lateri decagoni, si enim non, vel maiore est, latere decagoni, vel minor. Esto prius maior, & ponatur lateri decagoni æqualis DH, igitur HG secundum extremam, & mediam rationem diuisa est, iuxta D, & est quemadmodum HG ad GD, ita GD ad DH, & quia maior est ZG ipsa HG, ZG ad GD maiorem proportionem habet, quàm HG ad GD. Sed quemadmodum ZG ad GD se habet, ita GD ad DZ, vt vero HG ad GD, ita GD ad DH, igitur GD ad DZ maiorem proportionem habet, quàm ad DH. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud est minus, minor igitur DZ ipsa DH, quod absurdum, non igitur DZ maior est latere decagoni. Similiter igitur demonstrabimus quod neque minor. Igitur DZ decagoni est latus. Vel etiam hoc modo. Si enim latus DH decagoni est, & idcirco GZ secundum medium, & duo extrema diuisa est, idcirco æquale est illi, quod sub GZ, ZD æquale illi, quod ab DG. Similiter verò. & quod sub GH, HD, æquale est illi, quod ex DG. Quod igitur ex GZ, GD, æquale est illi, quod sub GH, HD, quod absurdum. Non igitur latus decagoni minor est ipsa DZ Si similiter igitur demonstrabimus quod neq; maior. æqualis igitur. Rursus quia demonstratum est in tertiodecimo elementorum quod latus pentagoni, potest quantum latus exagoni, & decagoni in eodem circulo descriptorum, potest verò ZB quantum BD, DZ, & est BD æquale lateri exagoni, DZ, verò æqualis lateri decagoni, igitur BZ pentagoni est latus. Quia igitur per linearem demonstrationem ostensum est à nobis latus decagoni, & pentagoni; deinceps & inuentionem quantitatis ipsorum, excogitabimus qualium diameter est 120. Quia enim, vt dixit, subiacet diameter circuli 120. partium, esset quidem DG, 60. DE verò dimidia ipsius existens 30. Et quod ab ipsa est 900. est autem & ipsa BD 60. & quod ab ipsa 3600. quæ igitur ex ipsis ED, DB, hoc est, quod ab ipsa BE, ipsorum supra idem congregatorum 4500. & longitudine igitur erit BE, hoc est EZ 67. 4. 55. ferè, vt deinceps theoremate demonstrabimus, de inuentione lateris quadranguli verba facientes, est autem DE 30, & reliqua igitur DZ erit 37. 4. 55. ferè. latus igitur decagoni subtendens periferiam partium 36. qualium circulus est 360. etenim pars 36. decima pars est ipsorum 360. totius circuli, talium est 37. 4. 55. qualium diameter 120. Quia igitur DZ demonstrauimus partium esse 37. 4. 55. erit etiam quod ab ipsa 1375: 4. 15. vt paulo ante multiplicationibus demonstrauimus. Est autem quod ex DB, 3600. quæ ad idem composita faciunt quod ex ZB quadratum 4975. 4. 15. & longitudine igitur erit BZ 70. 32. 3. & latus pentagoni subtendens per easdem partes

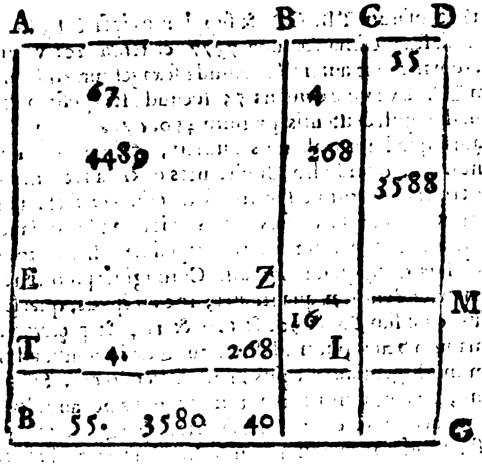
tes

tes habebit 72. qualium est circulus 360. Talium erit 70. 32. 3 qualium diameter 120. Manifestum autem quod, & latus exagoni subtendens partes 60. qualium est circulus 360. & aequalis existens ipsi ex centro circuli, erit & ipsa partium 60. qualium diameter 120. Rursus quia quadrati latus potentia duplum est ipsius ex centro, aequale enim potest duabus ex centro continentibus, quem extendit rectum angulum. Demonstratum etiam est in decimotertio elementorum quod trianguli latus potentia ipsius est triplorum, & est quod ab ipsa quae ex centro 360. quod igitur ex latere quadranguli erit 7200. quod verò ex latere trianguli partem vnam & 11800. & longitudine igitur erit latus quadrati extendens partes 90. qualium circulus 360. partium 84. 51. 10. qualium diameter 120 latus verò quadranguli ipsum etiam subtendit circunferentias partium 120 eorundem 103. 55. 23.

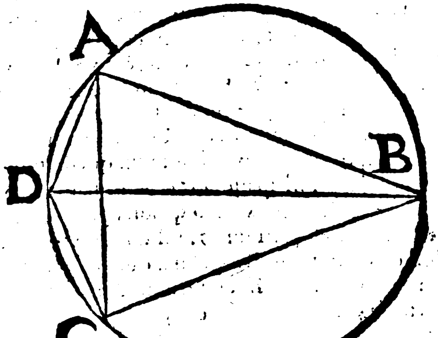
Haec igitur in promptu, & per se ipsas ex theorematibus in libro de elementis dentur. Per se ipsum dicit, quia vnaquaeque horum ex propria, & vna propositione demonstratum est, deinceps verò debet ex vna propositione plures excogitare. idcirco inquit Et hinc manifestum est, quod omnibus datis rectis in promptu dantur etiam rectae subtendentes residuas in semicirculo, quia quae ex ipsis componuntur, faciunt quadratum ex diametro.



Si enim scribamus semicirculum, qui sit ABG, super diametrum AG, & accipiamus circunferentiam AB partes 36, & coniugamus A B, BG, erit, vt demonstratum est, A B recta partium 37. 4. 55. & quod ab ipsa 1375. 4. 15. quod verò à diametro 10000. & 4400. & est angulus rectus ad ipsum B. Quod igitur ab ipse A G, aequale est illis, quae ex A B, B G. Si igitur ex AG, hoc est 10000. & 4400. auferamus quod ex ipsa A B, hoc est 1375 4. 15. relinquetur nobis quod ex ipsa B G 10000. 3000. 24. 55. 45. ipsa verò BG, recta 114. 7. 37. quare BG subtendens etiam ipsa reliquas partibus 36. ad semicirculum partes 144. erit partium 144. 7. 37 qualium diameter 120. consequenter verò rursus cum eodem theoremate eadem demonstratione venientes, supponentes AB circunferentiam partium 72. & habentes eam quae sub ipsa recta, inueniemus & subtendentem residuum ad semicirculum partes 108 particularum 97. 4. 56. & similiter ex illa, quae sub sexaginta inueniemus illam sub 120. 103. 55. 23. quorum diameter 120. His visis consequenter differendum esset, quomodo dato aliquo spatio quadrangulo, non habente latus longitudinis rationalis proximum ipsi latus quadrati excogitabimus,



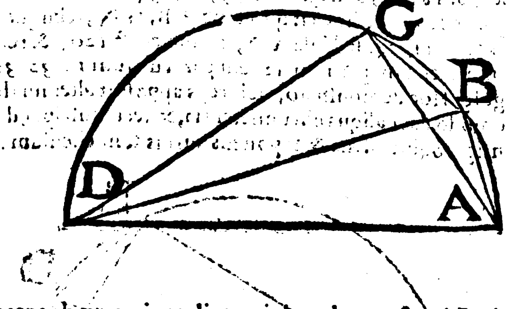
Et est hoc manifestũ in habente latus rationale ex quarto theoremate secundi libri elementorum, cuius propositio talis est. Si recta linea diuidatur quomodocunque, quadrangulum ex tota, æquale est, quadratis quæ fiunt ex partibus, & rectangulo contento bis ex partibus. Si enim habentes datum numerum quadrangulum, vt 144. habentes latus rationale, vt ipsa A B rectam, & accipientes ipso minus quadrangulum 100, cuius est latus 10. & supponentes AG, 10. multiplicantes ipsam, quia bis est, quod ex partibus ipsa 20. facta apponamus, circa reliqua 44. residuorum 4 erit quod ex GB, hęc vero longitudine 2, erat autem & ipsa AF 10. & tota igitur A B est partiũ 12. quod oportebat demonstrare. Vt verò, & in aliquo numerorũ contentorum in compositione, manifestum nobis fiat diuisio secundum partem subtractionũ, faciemus demonstrationem supra 4500. numerum, cuius latus oppositium partium 67. 4. 55. Exponatur spatium quadrangulum ABGD, potentia solum rationale, cuius area sit partium 4500. & oportet latus proximum illi quadratum excogitare. Quia igitur quadrangulum proximũ ipsi spatio 4500. latus habet rationale omnium partium est 4489. ex latere 67. auferatur ex ipso quadrangulo ABDG, quadrangulum AZ partium 4489, cuius latus est partium 67. reliquarum igitur EZD gnomon, erit partium ij. quas dissoluentes ad prima sexagesima 660. apponamus. Deinde duplicantes ipsam E Z, eo quod bis sub E Z, quemadmodum supra rectas ipsi E Z, accipientes Z H preter facta 134. apponemus 660. prima sexagesima. Et factorum ex additione quatuor primarum sexagesimarum, habebimus vtramque illarum ET, HC, & explentes TZ, ZC, parallelogramma, habebimus & ipsa 536 prima sexagesima, videlicet vtrumque horum 268. deinde rursus relicta 124. prima sexagesima, resoluentes ad secunda sexagesima 7440. auferemus & Z L, supplementum factum sexagesimam 2. 16. vt gnomonem circumponentes quadrangulo ex principio facto AZ, habemus AL quadrangulum ex latere 67. 4. constitutum partium 44. 97 56. 16. & reliquum rursus ipsum B L, L D gnomonem partium esse 2. 3. 44. hoc est secundorum saxagesimorũ 74. 24. Adhuc igitur rursus duplicantes ipsam T L, vt supra rectã ipsi T L, ipsius LC & secundum facta 134. 8. diuidentes ipsam 7424. secunda sexagesima factorum ex additione 55. proximè secundarum sexagesimarum, habemus proxime vtram8 ipsarum TB, CD, & supplentes ipsa B L, LD parallelograma habebimus, & ipsa sexagesima secunda 7377. & tertia 26. vtriumque verò secunda 3688 & 3.40. remanebant autem & secunda sexagesima 46.& 3.40.quæ ferè faciunt quadrangulum LG. Ex latere demens 55. secunda sexagesima, & habuimus latus ipsius ABGD quadranguli existentis partium 450. 67. 4. 55. proximè, & vniuersaliter si quærimus latus quadratum alicuius numeri, accipimus primum latus proximum quadranguli numeri, deinde hoc duplicantes ex circa factum numerum diuidentes reliquum numerum resolutum ad prima sexagesima ex facta ab ipsa additione auferimus quadrangulum, & resoluentes rursus residua ad secunda sexagesima, & diuidentes per duplicationem partium etiam sexagesima, habebimus ferè quæsitum numerum lateris ipsius spatij quadrangulari. Cum igitur præostendisset circumferentias dictas rectarum extendentium quantitates, hoc est ipsius, quæ sub 76. & illius, quæ sub 72. & illius, quę sub 60 & 90. & 120 & 144 & prętereà illius quę sub 108. Exponit lemmatium benè aptum ad illud, quod ex iis transit ad transeundum facilius ad reliquorum intelligentiam, cuius propositio talis est. Si ad circulum quadrilaterum inscribatur, rectangulum contentum ex lineis per angulos, æquale est vtrisque rectangulis simul acceptis, contentis à lateribus è regione ipsius quadrati. Et quoniam manifesta est ad hoc exposita demonstratio ab ipso; habet autem quandam leuem instantiam, eo quod fecerit ipse demonstrationem, ac si inęquales essent anguli facti ex sectione anguli bifariam diuisi. Ne vero theorema hoc prętermictatimus, nos ac si ęquales ipsę essent, demonstrationem faciemus.



Sit enim circulus habens in scriptum quadrilaterum A B G D. coniungantur ipsæ diagonii AG, BD, & æqualis sit angulus sub ABD ipsi angulo qui sub GBD, dico quod rectangulum ex AG, BD contentum ęquale est vtrisque rectangulis simul conten-

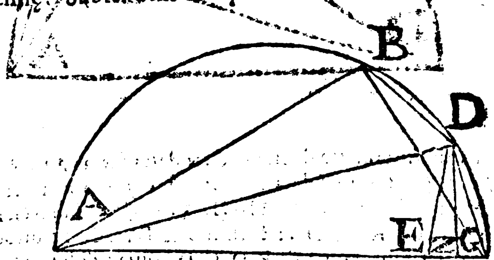
tea

tentis sub ipsis AB, GD, & BA, BG. Quoniam enim æqualis est angulus ABD ipsi angulo GBD, est autem & angulus BDA æqualis angulo BGA: nam supra eandem circumferentiam ipsius AB superponuntur, reliquus igitur qui sub BAD, reliquo qui sub BZG est æqualis, equiangulum igitur est ABD triangulum ipsi triangulo BGZ, est igitur vt BD ad ipsa DA, ita BG, ad GZ, rectangulum igitur contentum sub BD, GZ æquale est rectangulo contento sub DA, BG. Rursus quoniam æqualis est, qui sub ABD, illi qui sub GBD, est autem æqualis, qui sub BAZ illis, qui sunt BDG, manifestum igitur quod æqualis est qui sub BZA illi, qui sub BGD, est igitur vt BD ad DG, ita BA ad AZ, quod igitur sub ipsis BD, AZ æquale est illi, quod sub DG BA, ostensum autem & quod sub BD, GZ æquale illi, quod sub DA, BG. quod igitur sub AG, BD æquale est vtriusque, & illi, quod sub AB, DG, & illi, quod sub AD, BG. Cum igitur ostendisset tale lemmatium, deinceps vtitur ipso ad cognitionem aliarum rectarum: & exponens rursus semicirculum ABGD circa diametrum



AD & producens ab extremitate diametri duas datas rectas AB, AG, & coniungens BG, inquit. Dico quod & ipsa data est. Coniuges enim rursus & BD, & GD, inquit, quod in circulo quadrilaterum est ABGD, quod igitur sub AG, BD, æquale est vtriusque & illi, quod sub AB, DG: & illi sub AD, BG. Et quoniam datæ sunt, & AB, & AG, datæ sunt igitur & BD, GD, quia residuum ipsæ ad semicirculum, datum est autem & AD diameter, datæ igitur hæ quinque AB, AG, DB, GD, AD, & quia quod est AG, BD æquale est vtrique & illi, quod sub AB, GD, & illi, quod sub AD, BG, etiam si ex concesso sub AG, BD auferamus concessum sub AB, GD, relinquetur, & reliquus quod sub ipsis AD, BG datum, & concessum est, AD igitur data est, & BG recta, & manifestum nobis factum est, quod si dentur duæ circumferentiæ, & rectæ sub ipsis, & recta subtendens excessum datarum circumferentiarum dabitur. Manifestum autem quod per hoc theorema, & alias non paucas rectas inscribemus, & iam etiam illam sub partibus 12, quandoquidem habemus illam, quæ sub sexaginta, & eam quæ sub 62. Manifestum est autem, inquit, quod per hoc lemmatium aliasque non paucas rectas ad regulam inscribemus, atque etiam rectas sub ipsas datarum circumferentiarum, quarum quæ sub ipsis rectæ datæ sunt excessus, ducentes subtendentes rectas, etiam rursus ab extremitatibus diametri extendentes partes 36. circumferentiæ, & partem 60, inueniemus subtendentem excessum ipsarum, hoc est 24. & rursus per medium ducentes subtendentem ipsas 24. 72. inueniemus etiam subtendentem excessum ipsarum 48. & rursus producentes eam, quæ sub 48 & eam, quæ sub 90, inueniemus etiam subtendentem 42. & similiter plures inueniemus.

Et iam, vt dixit, & eam, quę sub 12. partibus circumferentię subtendentem rectam, quandoquidem habemus eam, quę sub 60. & eam, quę sub 72, supra enim eandem descriptionem supponens & AB exagoni latus existens partium 70. qualium diameter 120. subtendentem verò circumferentiam partium 60. qualium est circulus 360. & AG pentagoni latus existens partium 70.32.3. Subtendentem verò ipsam ABG circumferentia partium 72. dico, inquit quod etiam BG recta data est, quę subtendit circumferentiam partium 12. excessum existentem ipsarum 72. ad ipsas partes 60. Quoniam enim in circulo quadrilaterum est ABGD, quod igitur sub ipsis AG, BD diagonijs æquale est vtrisque, & ipsi, quod sub AB, GD, & ipsi quod sub AD, BG, hoc est è regione positus. Et est quod sub ipsis AG, BD, diagoniis 7330.7.34. quandoquidē AG recta partiū est 70,32.&3. subtendit et circūferentiā partiū 72, ipsa vero BD, partiū 103.55.23 subtendit enim reliquas ipsarū 60. ad semicirculū 120.& fit qđ sub 70,32.&3 & 103.55.23. dictorū 7330.7.34 est autē & qđ sub ipsis AB, GD 58.24.56 quia ipsa AB recta est 60. ipsa GD subtendēs circumferentiā GD, residuū ab ipsa AG ad semicirculum partium 108, particularum est 97.4.56. & fit rursus quod sub 60. & 97.4.56. 5824.56. si igitur ex 7330.7.34. hoc est, ab ipsis, quod sub AG, BD auferamus 5824.56, hoc est quod sub AB, GD, relinquetur id, quod ab ipsis AD, BG. 1505.11.34. sed ipsa AD, diameter est 120, & reliqua BG recta subtendens circumferentiam partium 12, erit particularum 12.32,36. consequenter traditionem regulę. Hoc demonstrato, deinceps apposuit alterum theorema, in quo demonstrat, quomodo data aliqua circumferentia, & recta sub ipsa, dabitur dimidia ipsius circumferentię. Subtendens & exponens rursus semicirculum AGB supra dia-

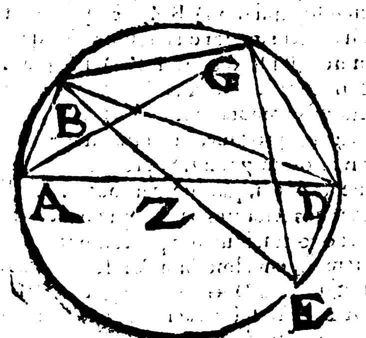


metrum AG, & cum comprehenderit BG circumferentiam datam, & circumferentiam rectam datam sub ipsa, & diuidens bifariam BG circumferentiam in D, & coniungens DG, demonstrat & hanc datam subtendentem dimidiam datę circumferentiæ BG, coniungens enim AB, AD, BD, & perpendicularem ex D ducens super AG, ipsam DZ, supponensq; æqualem ipsi AB ipsam AE, & coniungens DE, dico, inquit, quod ZG dimidia est excessus ipsius AG, iuxta AB, hoc tanquam conferat in ipso ad promptum habendum propositæ demonstrationis. Quoniam enim æqualis est AB ipsi AE, communis verò AD, sed etiam angulus, qui sub BAD, ęqualis angulo, qui sub DAG, quoniam & DG circumferentia æqualis DB, basis igitur BD recta, basi DE ęqualis est: sed BD ipsi DG æqualis, & ED igitur ipsi DG est ęqualis, isosceles igitur ęst ipsum triangulum DEG. Et quia in isoscele triangulo ex summitate super basim perpendicularis ducta est DZ, ęqualis est EZ ipsi ZG, dimidia igitur ZG ipsius EG, sed EG excessus est ipsius AG ad AB, ZG, igitur dimidia est ipsarum excessus, & quia supponitur data GB recta, data autem est BA, & residua ipsi ad semicirculum, hoc est, AE, data verò ex diametro ipsius AG, & reliqua EG data est, quare & dimidia ipsius ZG erit data, & cum recta est sub ADG

In semicirculo existens, recta autem, & quæ sub D Z G, & communis, qui sub A G D ipsius rectanguli A D G, & ipsius D Z G, & reliqua igitur sub D A G, reliquæ, qui sub G D Z æqualis est; æquiangula igitur sunt A D G, D Z G triangula. Est igitur vt A G ad G D, ita D G ad G Z, hæ tres igitur rectæ A G, G D, G Z proportionales sunt. Quod igitur sub ipsis A G, G Z, æquale est ipsi quod ex D G, & quoniã data est AG, data est autem G Z, datũ est igitur quod sub ipsis A G Z D quare & quod ab ipsa G D datũ est, & ipsa G D data est, & ipsa D C erit data longitudine, quæ subtendit dimidium ipsius B G circumferentiæ datæ, & inquit. ET RVRSVS per hoc theorema aliæ accipiuntur plurimæ, & quę sequuntur. Quod verò maior est A Z ipsa A B, hoc est, quod ex A ipsi A B æqualis, positę ipsius A E ipsum Z intermedium ipsarum E G cadit, hoc modo demonstrabimus. Coniungatur Z B. Et quia maior est G D ipsa D Z, æqualis verò G D ipsi D B, maior igitur & B D ipsa D Z, quare & angulus D Z B, maior est angulo, qui sub D B Z. Et quia qui sub A D B, angulus in minore parte semicirculi existens, maior est angulo recto qui sub D Z A, quatum angulus, qui sub D B Z minor est illo, qui sub B Z D, reliquus igitur A B Z multo maior est illo, qui sub A Z B, cum & latus A Z, latere ipsius A B, hoc est, ipso A E maior est. Inuenitur autem ex computationibus recta subtendens ipsum vnam, & dimidiam partem talium 1. 34. 15. proximè, qualium est diameter 120. recta autem dimidiam, & quartam partem ipsorum 70. 47. 8. proximè eodem ferè modo. Esto enim per idem theorema inuenta & illa, quæ sub partibus 12, vt diximus, & quę sub 6. & quæ sub 3. & esto subtendens recta tres partes, quemadmodum in regula positum est particularum 3. 8. 28. & oporteat inuenire per computationes ipsam existentem sub vnam, & dimidiam partem, quemadmodum & ipse exposuit particularum existentem 1 34. 15. Supponatur igitur B G D circumferentiæ partium trium, & recta sub ipsa 3. 8. 28. erit igitur & A B, recta subtendens residuas in semicirculo partes 177, per easdem comprehensa, quemadmodum expositio regulę continet 119. 57. 32. hoc est, A E, & reliqua rursus E G erit, 70. 2. 28, Z G autem dimidia ipsius existens 70. 1. 14. est autem & A G diameter 120, quo igitur sub A G, G Z, hoc est, quod ab ipso G D colligetur partium 2. 28. & longitudine igitur D G erit 1. 34. 15, inuenta secundum à nobis methodum propositam. Ita describens quadrangulum spatium, aufero ex ipso minus quadrangulum, cuius latus est vnius partis, & similiter area partis vnius, hic enim numerus fere minor est quadrangulo numero, cuius quadrangulare latus quæritur, & aufero partem ex secundis 28, reliquam partem vnam resoluo ad sexagesima prima 60, his addo & 28, simul fiunt 68, hęc diuido per duplum vnius partis, hoc est per 2, & fit diuisio ad 34, bis autem 34. faciunt 68, quibus ablatis ex 88. relinquuntur sexagesima prima 20. & resoluens ipsa ad secunda, quę fiunt sexagesima secunda 1200. aufero ex his quadrangulum factum ex 34. primis sexagesimis secundorum sexagesimorum 1156, & relinquuntur mihi secunda sexagesima 44, & rursus diuido hęc per duplicationem vnius partis, & ipsorum 34 primarũ sexagesimarũ, hoc est circa partes 3. sexagesima prima 8. & fit diuisio circa 15. fere, & inuenta est mihi recta subtendens primam partem & dimidiam circumferentiæ particularum 1. 34. 15. ferè, & similiter ijsdem computationibus vtentes inueniemus rectam sub dimidia, & quarta parte circumferentię subtendentem 70. 47. 8. ferè sic. Accipiatur enim rursus BGD circumferentia partis vnius, & dimidię, & coniugatur B G demonstrata particularum 1. 34. 15. si igitur ex 14400 eius quod ex diametro auferam, quod ab ipsum B G, colligitur 2, 28. 3, reliquarum 14397. 31. 57. erit quod ex B A, hoc est quod ex A E, ipsa autẽ longitudine erit 119. 59. 22. 59, & reliqua E G, 70. 00. 37. 1. dimidia verò ipsius 73, 00, 18. 30. 30, quod autem sub ipsis A G, GZ, hoc est, quod ex ipsa D G sexagesima secunda 2070 vel prima & longitudine ipsam D G dictorum 70. 47. 7. 30 quę, inquit ipse, 70. 47. 8. ferè. Deinceps rursus apponit theorema

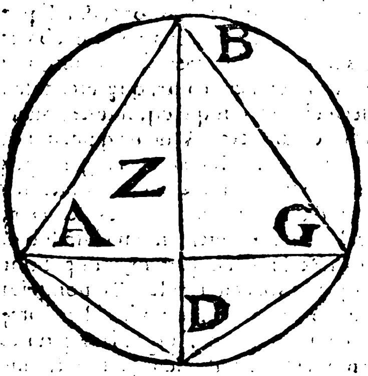
aliud

aliud conducens ipsi ad compositionem illorum, quę in regula sunt proposita, quę vocantur secundum compositionem, in quo demonstrat, quod si dentur duę circumferentię, & rectæ sub ipsis, & subtendens vtrasque circumferentias dabitur, habens quidem conformitatem quandam conuersionis ad theorema ab ipso, non vniuersaliter autem, ibi enim accipiens circunferentiam datam, & rectam sub ipsam, secans circunferentiam bifariam, demonstrabat subtendentem totius circumferentiæ dimidiam partem, hic verò accipiens circumferentiam secundum partem, & rectam sub ipsis, demonstrat subtendentem totam circumferentiam. Permutat igitur ad conuersionem, eo quod scilicet & circumferentię inęquale, & rectæ in hoc accipiantur.



Exponens igitur rursus circulum ABGD, circa diametrum AD, cuius centrum Z, & cum apprehenderit ex extremitate diametri iuxta A, duas existentes circumferentias ipsas AB, BG datas, vtrasque minores semicirculo, quorum & subtendentes rectæ datę sunt, dico igitur, inquit, quod & subtendens vtrasque circumferentias, hoc est AG, recta data est, producens enim ex B, diametrum BZE. & coniungens BD, DE, GE, GD, deinceps, inquit, data est AB, & reliqua BD data est, data est autem & ipsa BG, recta, igitur data est etiam GE, quia deficit in semicirculum circa BE, & diametrum, & quia in circulo quadrilaterum est GBDE, & productæ sunt in ipso duæ diagonii, BD, GE datę, datum est, quod sub ipsis BD, GE, datum est autem etiam quod sub ipsis BG, DE, & reliquum igitur, quod sub ipsis BE, GD datum est, & data est etiam BE diameter, & reliqua GD, data est autem etiam AD diameter, & AG igitur data est, quia residua est ad semicirculum ipsius. Dico igitur, quod enim si vtrasque & AB circumferentia & BG maior sit semicirculo, dabitur AG recta.

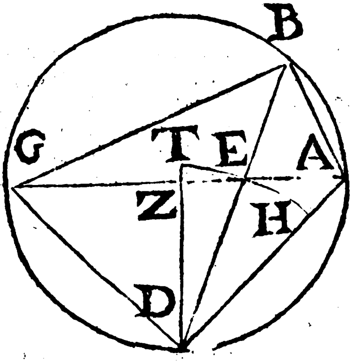
Vt



Vt enim in præsenti descriptione producta BZD diameter, & coniunctis AD, DG. Quoniam data est BG, etiam data est, D G, & similiter data est B A, data enim, & AD, & quia in semicirculo quadrilaterum est BADG, datum est igitur & quod sub ipsis BD, AG, & data est BD diameter igitur data est, & DG, quare & vniuersaliter si dentur quædam circumferentiæ hoc modo, & rectæ sub ipsis, & subtendens vtrasque circumferentias, dabitur per hoc theorema. PERSPICVVM autem quod componentes semper vna cum expositis omnibus, & quę sequuntur. Et manifestum inquit, quod habentes ex theoremate diuisionis partem sub vna, & dimidia, & quam sub tribus, si consequenter inscribemus sub tribus eam, quæ sub prima, & dimidia, consequenter præposito theoremate raciocinantes rectam subtendentem positas sub vno circumferentias, hoc est eam, quæ partem sub tribus cum dimidia inueniemus, atque etiam partem sub 175. & dimidia, habentes autem & illam sub 6. ex duplici diuisione 12. pręexpositam, & per hanc & illam sub 174 habebimus rursus & subtendentem ipsas secundum compositionem, hoc est illam sub 7. & dimidia, & rursus illam sub 172. & dimidiam, similiter hebentes illam sub 7. & dimidia, & componentes illam sub vna, & dimidia, inueniemus illam sub 9. & similiter illam sub 171, & consequenter componentes semper pręassumptis, illam sub 11 & dimidia inueniemus accretionem vnius & dimidię. OMNES SIMPLICITER inscribemus quot bis facta tertiā partem habebunt. Illud quidem adscribemus, non ad circulum, dixit, bis rectas, sed circumferentias ad regulam, manifestum autē & ex intelligentia rectarum, non enim hę multiplicatæ tertiam partem habent, sed circumferentię, quæ secundum accretionem vnius partis, & dimidię, inscripsit autem ipsas ad regulam, & cum rectis sub ipsis. Illud verò quod bis factæ tertiam partem habebunt, communi quadam, & vna appellatione volens declarare omnes circumferentias, iuxta accretionem vnius partis & dimidię, quarum & rectas dicto modo comprehendit ac vsus est, nam hę solę bis factæ tertiam partem habent minime diuisa vnitate. Verbi gratia, tres multiplicatę, & sex factæ tertiam partem habent, duas. Et similiter quatuor, & dimidiæ partes duplicatæ, & factæ nouem tertiam partem habent. 3. & consequenter etiam ab initio inuentę, & dictæ à nobis existentes ad semicirculum illarum secundum

accre-

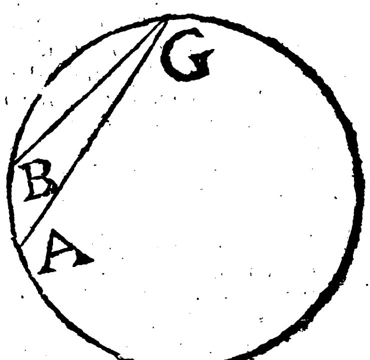
accretionem sunt vnius, & dimidię partis, assumentes enim, & multiplicantes vnam & dimidiam partem, tertiam partē habent, quemadmodum 36. 60. 72, & 90, & 108, & 120. & 144. & prætereà quæ ex duplici diuisione, & reliquæ. Atq; ideo, inquit, componentes semper cū omnibus præexpositis partem sub vna, & dimidia, & quæ adiunguntur computantes omnes simpliciter inscribemus, quot bis factæ tertiam partem habebunt, & solæ etiam comprehendentur, quę inter distantias illarum super primam & dimidiam, duo secundum vnumquodq; futuræ, quandoquidem secundum dimidiam partem facimus inscriptionem. Videtur quidem postquam demonstrauit ex his decagoni, & post illam exagoni, & etiam pentagoni, per deductionem, ostendisse, & illam tetragoni, & illam trianguli, & reliquas ad semicirculum, vel etiam ab excessu, vel etiam ex duplici, diuisione non paucas existentes, vt ipse inquit, Sat erat ex excessu pentagoni illius & exagoni, inuenientem illam sub duodecim, & ex sub duplici diuisione illam sub vnam & dimidiam partem, cum positione huius omnes secundum accretionem ipsius vsq; ad 180. pertractasse. Demonstrauit verò, & ipsas ostenso modo, breuitati consulendo, eo quod promptius illam comprehendimus, quàm ex theorematæ secundum compositionem. Quoniam igitur omnes ab ipso inuentæ sunt secundum augmentum vnius & dimidiæ partis rectæ subtendentes, vult verò in regula apponere, quemadmodum & superius demonstrabat illas secundum accretionem vnius partis, necessariò exquirit inter distantias per vnam, & dimidiam partem in singulas distantias duas, idest quia inuenit illam sub vnam, & dimidiam, & illam etiam sub tres quærit: itaq; ipse quę sub duo, & illa sub duo, & dimidia, & rursus similiter quia inuenit illam sub 3. & illam sub 4 & dimidiam, quæritur rursus ab ipso inter media distantia, idest illa sub 3. & dimidia, & illa sub 4, & consequenter rursus. Quare si inuenerimus rectam sub dimidia parte, hæc & secundum compositionem & secundum excessum, quæ est ad comprehendentes distantias & datas rectas, & reliquas omnes intermedias nobis complebit, inquit, quod si rectam sub dimidia parte inueniamus, hanc alicubi quidem cum prima, & dimidia parte apprehendentes per theorema secundum compositionem inueniemus rectam subtendentem sub duabus partibus, alicubi autem rursus theorematæ excessus: vt super dimidia parte ad tres partes, inueniemus subtendentem partes sub 2. & dimidia, hæc enim ipsarum est excessus, & consequenter accipientes datas super vtramq; distantiam, quæ inquiritur, vt hic accepimus partem sub prima & dimidia, & eam quæ sub tres ad demonstrationem, & duarum partium, & duarum cum dimidia conficiemus totum canonem. Quoniam verò data aliqua recta, vt sub prima, & dimidia parte, tertiam partem ipsius circumferentiæ recta subtendens, non data aliquo pacto est per lineas, si fieri verò posset, haberemus & illam sub dimidia parte, quia, inquit, data illa sub prima, & dimidia parte, nō inuenit quodammodo per linearem demonstrationem subtendentem tertiam partem ipsius circumferentiæ, quemadmodum accipiebat subtendentem dimidiam partem ipsius datæ circumferentiæ. Si enim fieri possibile esset hoc pertransire, hinc iam haberet & subtendentem dimidiam partem, & ex promptu per dictam compositionem, vel etiam excessum expleuisset regulam. Hoc igitur impossibili existente, demonstrat ferè & ab illa sub prima & dimidia parte, & ab illa sub dimidia, & quarta subtendentē primam partem, vt deinceps Theoremate bipartitionis vtens, habeat etiam illam sub dimidia parte. Sed quia facta ab ipso demonstratio non vniuersaliter conseruat immutabilem comprehensionem, tamen inquit, in huiusmodi minimis ad inuentionem primæ partis acceptum, vt partem sub illa quartæ & dimidia, & illius sub prima & dimidia, immutabilem ferè seruat demonstrationem. Incipiens igitur à demonstratione, exponit lemmatium conducens ei ad dictam demonstrationem, cuius propositio talis est. Si in circulo producantur duę inęquales rectæ, maior ad minorem proportionem minorem habebit, quàm circumferentia super maiorem rectam ad illam, quæ super minimam: Et exponens circulum ABGD, & producens in ipso duas inęquales



rectas, minorem A B, maiorem verò B G, & diuidens bifariam angulum sub ABG, linea recta B D, & coniungens ipsum A E G, & ipsas A D, & D G, deinceps dicet. Quoniam angulus A B G bifariam diuisus est ab ipso B D, ęqualis quidem est A D ipsi D G, quia,& circumferentia, A D ipsi DG, eo quod anguli ęquales sunt ad ipsum B, maior verò GE ipsa E A. Quia rursus ęqualis est ipsa AD ipsi DG, & communis ipsa D E, & angulū B D G ipso B D A maiorem habet. Et quia circumferentia B G maior est ipsa circumferentia B A, quare & basis G E ipsa basi E A fit maior. Rursus igitur ducit ab ipso D perpendiculum super AG ipsum D Z, & manifestum quod super EG cadet, quia ęqualis est A D ipsi DG, ipse verò GE maiorem ipsa EA, Et quoniā maior est AD ipsa DE (maiorem enim angulum subtendit) per eadem igitur & D E ipso EZ, circulus igitur descriptus centro D, distantia DE ipsam quidem AD diuidet, cadit autem super DZ,& describit sicut HET,& extendit ipsam DZ super T. Quoniā igitur triangulum DEZ minus est triangulo DET sectore, & ipsum triangulum DEA maius triangulo DEH sectore, triangulum igitur DEZ ad sectorem DET minorem proportionem habet, quàm DEA triangulum ad ipsam DEH sectorem,& vicissim igitur DEZ triangulum ad ipsum DET triangulum minorē proportionem habet, quàm DET sector ad DEH sectorem,sed sicut quidem DEZ triangulum ad D E A triangulū se habet,ita se habet ZE recta ad ipsam EA, quemadmodum autem DET sector se habet ad ipsum DEH sectorem, ita se habet angulus qui sub Z D E ad angulum qui sub EDA, ipsa igitur recta ZE ad ipsam EA rectam minorem habet proportionem,quàm angulus,qui sub Z D E ad ipsum,qui sub E D A, & componendo Z A recta ad ipsam AE minorem proportionem habet, quàm angulus,qui sub ZDA ad illū,qui sub ADE, & præcedentium dupla G A recta ad ipsam AE minorem habet proportionem, quàm angulus,qui sub GDA ad ipsum,qui sub ADE, & diuidendo G E recta ad ipsum AE, minorem habet proportionem, quàm qui sub GDE,ad ipsum,qui sub EDA, sed quēadmodum G E ad ipsam DA, ita GB recta ad ipsam B A, vt demonstratum est in 3. sexti elementorum. Quoniam si angulus triānguli bifariam secetur, partes basis ean-

P dem

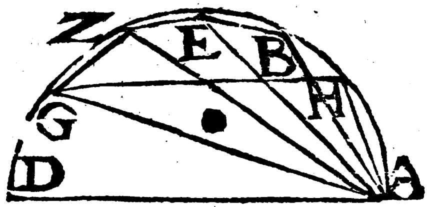
dem proportionem habent lateribus trianguli, vt autem angulus sub GDB ad ipsum sub BDA, ita BG circumferentia ad ipsam BA, recta igitur BG ad ipsam BA minorẽ proportionem habet, quàm GB circumferentia ad ipsam BA. Quoniam autem in æqualibus circulis sectores ad inuicem sunt, vt anguli, in quos sunt positi, demonstratum est a nobis in libris elementorum in fine sexti libri. Hoc igitur lemmate proposito ab ipso, venit ad inuentionem subtendentis partem vnam circumferentiæ, & exponens circulum, educens & producens ad ipsum duas inæquales rectas, & ipsum AB subtendentem circumferentiam partis dimidiæ, & quartæ, & ipsam AG partem vnam, vtitur præassumpto lemmate, & inquit. Quoniã AG recta ad ipsum AB minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia ad ipsam AB, & AG circumferentia sesquialtera est ipsius AB, vna enim pars habet dimidiam, & quartam, & tertiam ipsarum, AG igitur recta ipsa AB minor est, quia sesquitertia, sed AB recta subtendens circumferentiam partis dimidiæ, & quartę demonstrata est nobis in supradictis 70,47,8 qualium diameter 120, igitur GA recta minor est ipsis 1.2.50. hæc igitur sesquialtera est ferè ipsorum 70.47.8. Quare demonstratum est secundum hanc comparationem proportionis recta subtendens vnam partem circumferentiæ minorem esse 1.2.50. qualium diameter 120. Rursus in eadem descriptione recta quidem AB, supponatur circumferentiæ partis vnius, pars verò AG vna, & dimidia, secundum eadem igitur, quia circumferentia AG, sesquialtera est AB. pars etenim vna, & dimidia habet vnam, & dimidiam ipsius, recta igitur GA, minor est BA, quàm sesquialtera, sed ipsam GA circumferentiam subtendentem partes vnam, & dimidiam paulo ante computantes demonstrauimus sectionum vnius 34.15. qualium diameter 120. recta igitur AG, maior est ipsis 1.2.50. quia AG. 1.34.15, est sesquialtera ipsorum 1.2.50. proportionem autem ipsius habere eàm, quæ est ad rectam AB minorem sesquialtero demonstrare est necesse. Vt igitur tanto minorem sesquialtero proportionem habeat ad ipsum AB, necesse est augeri AB, & fieri maiorem ipsorum 1.2.50, quare quia eisdem demonstrata est maior, & minor, erit igitur subtendens partem vnam ex ijs calculis a nobis inuenta 1.2.50, proxime qualium diameter 120. & quia perturbat quodammodo hæc demonstratio eandem magnitudinem maiorem, & minorem demonstrans, cui quis apponens, consequenter dixerit quod absurdum. Demonstrabimus igitur neq; hanc perturbationem habere.



Esto enim rursus in eadem descriptione A B circumferentia partis dimidię, & quartę, AG autem pars vna. Quoniam igitur rursus A G recta ad A B minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia, sesquitertia autem est ipsius AB, ipsa igitur A G recta ipsa AB minor est, quàm sesquitertia. Sed AB recta demonstrata est 70. 47. 8. qualium diameter 120. recta igitur GA subtendens circumferentiam partis vnius minor est. 12. 50. 40. hæc enim diligenter sesquitertia sunt. 70. 47. 8. Rursus AG recta subtendat circumferentiam partis vnius, AG autem vnius & dimidia, & similiter quia AG recta ad AB minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia ad ipsam AB, sesquialtera autem est AG circumferentia ipsius AB, recta igitur AG minor AB, quàm sesquialtera est. Sed quia demonstrabatur AG. 1. 34. 15. igitur AG recta rursus subtendens circumferentiam partis vnius maior est ipsis. 1. 2. 50. horam enim sesquialtera sunt 1. 34. 15. quare A G recta subtendens, vt diximus, circumferentiam partis vnius, minor quidem demonstrata est, quàm 1. 2. 50. 40. maior autem quàm 1. 2 50. & quidem minore maior est, & maiore minor, & non eiusdem, & videtur nullum absurdum habere, quod dictum est, sed quia minor quidem ipsis 1. 2. 50 40, maior autem ipsis 1. 2. 50. potest autem esse 1. 2. 50. & 30. trium sexagesimarum, vt ferè magis ipsam esse eorum 1. 2. 50. 40. & non, vt ipse dixit 1. 2. 50. demonstrabimus diligentius calculantes, quod tria sexagesima, & multo minor ipsis 30. est, & rectè se habet, quod dictum est, quoniam 1. 2. 50. proximè sunt. Quoniam enim in primis demonstrauimus subtendentem rectam dimidium quartæ vnius partis rectam 70. 47. 7. 39. & sunt horum sesquitertia 1. 2. 50. 12, erit igitur propter dicta recta subtendens partem vnam minor 1. 2. 50. 12. demonstratam autem, & maior illis 1. 2. 50. & erit excedens circa 12. tria sexagesima, quæ multo minora sunt ipsis 30, & nihil absurdum sequitur hanc demonstrationem. Cum demonstrasset igitur ex rudibus calculis, ne procedat ad maiora demonstratio, vt ipse inquit, in lemmatio, quod & si non vniuersaliter potest quantitates determinare, quemadmodum & deinceps hoc demonstramus rectam sub partem vnam 1. 2. 50 proximè, deinceps pro demonstrato Theoremate, diuisionis in duas partes vtens, hoc est cum accepit circumferentiam partis vnius, & inscripserit ipsam rectam subtendentem, sequens demonstrationem Theorematis, inuenit eam, quæ sub dimidia eiusdem circumferentiæ subtendens, rectam hoc est illam, quæ sub dimidia parte crassiori quodammodo, scilicet ea, quæ sub vna parte vtens ex crassioribus, vt diximus, calculis accepta, quæ partes sint extensæ ab ipso 70. 31. 25. ferè cum igitur inuenerit ex duplici diuisione secundum modum dictum illam, quæ sub dimidia parte, sequitur ad dicta ab ipso paulo ante, quod si haberemus illam, quæ sub dimidia parte, hæc & secundum compositionem, & secundum excessum eam. quæ est ad continentes distantias, & ad datas rectas, & reliquas intermedias omnes conficiet nobis, deinceps reliquas distantias per dimidiam partem compleuit, secundum augmentum ipsius vnius, & dimidiæ partis, quemadmodum in prima distantia, verbigratia, primæ dimidiæ partis ad tertiam, cum sequatur theorema, & secundum compositionem, & secundum excessum: exponens enim semicirculum, & deinceps cum exceperit circumferentiam duas, & circumferentiam ipsius vnius, & dimidiam partis, & dimidiæ, & coniungens subtendentes ipsas, & datas rectas, vtens theoremate secundum compositionem inuenit rectam subtendentem vtramque circumferentiam sub vno, hoc est eam, quæ est sub duas partes, deinde etiam ab extremitate diametri cũ acceperit circumferentiam dimidiæ partis, & illam trium partium.

P 2 Rursus

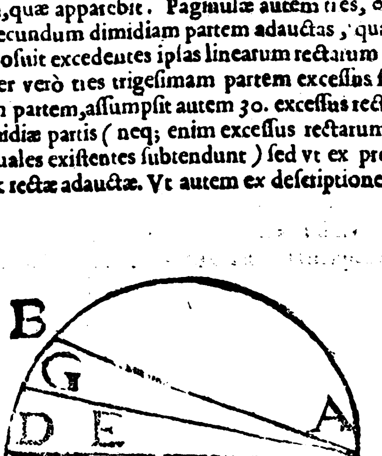
Rursus coniungens datas sub ipsis rectis vtens theoremate excessus, inuenit subtendentem circumferentiam duarum partium, ipsa enim est ipsarum excessus, & erunt expletæ distantiæ duæ intermediç, tum vnius dimidię, & trium, consequenter autem & partes distantiarum vnius, & dimidiam calculans, vtens ijs duobus lemmatijs, & eo, quod est secundum compositionem, & eo, quod est secundum excessum, vsq; ad quartæ partis 90. partium; & quod & ex promptu dantur reliquę ad semicirculum, & erit compositio nobis rectarum in circulo completo hoc modo. His ita se habentibus, quæreret aliquis, quare interdum vtens alicubi theoremate secundum compositionē, interdum verò theoremate secundum excessum duas rectas quęsitas secundum vnamquamq; distantiam inuenit, & non omnia compositionis theoremate, vel excessus, cū id fieri posset, vtrouis horum ipse vteretur conficere poterat expositionem regulæ. Dicimus igitur, quia volens partes, quæ fiunt secundum augmentum vnius, & dimidiæ existentes ad vtrasque duarum quęsitarum distantiarum diligenter per lineas rectas super expositas ab ipso deprehendere ad calculum intermediarum duarum distantiarum. His duobus theorematibus vsus est, & icciircò dicebat, si inueniamus illā sub dimidia parte, hæc & secundam compositionem, & excessum existentem ad distantiam comprehendentes, & datas rectas, & reliquas omnes intermedias simul explebit, nam solo theoremate compositionis vtens inueniebat secundam partem intermediarum distantiarum duarum, vbi excepit theorema excessus per duas rectas ab ipso inuentas habentes partes crassiores adinuenit quantitatem. Vt autem manifestum nobis fiat, quod dicitur.



Exponatur semicirculus ABED, circa diametrum A D, & assumantur duę circumferentię, & AB, & AG, & sit AB quidem partis vnius, & dimidię, ipsa autem AG partium 3. & coniungantur ipsæ AB, AG rectæ, quæ datæ sunt ex linearibus demonstrationibus. Sit autem intermedium ipsarum duarum tres distantiæ, & secundum E Z Si igitur describentes illam, quæ est sub dimidia parte, vt BE rectam, coniungentesque AE, computabimus consequenter theoremate compositionis, inueniemus crassiori quoddamodo ipsa AE rectam quandoquidem vsi sumus crassiori modo ipsā B'E assumpta, subtendentem circumferentiam ABE partium existentem duarum, & manifestum quod ad inuentionem huius accepimus, & ipsam A B ex linearibus demonstrationibus diligenter sumptam. Si consequenter iniungamus ipsam EZ, vtemur theoremate compositionis iterum, & inuentionem subtendentis AEZ circumferentiam, quę est partium 2. & dimidiæ, quemadmodum ipsam AZ rectam demonstrauimus, erit a nobis hic calculus ex ipsis AE, EZ rectis, nulla ipsarum demostrata diligenter per lineas, sed vtrisq; ex calculis crassioribus, icciircò igitur, vt diximus, vt secundum vnamquamq;

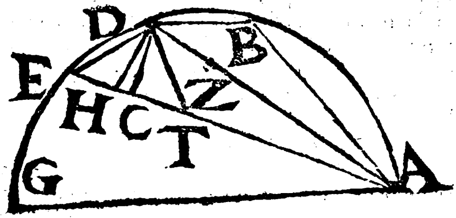
inuen-

inuentionem comprehendat sumptam per lineas exquisitæ, vsus est theoremate excessus in hoc libro duarum distantiarum intermediarum, inscribens enim ipsam AH, subtendentem dimidiam partem, & iniungens ipsam HG rectam inuenit subtendentem circumferentiam ABG partium, quæ est duarum & dimidia, vtens scilicet ad hanc inuentionem AG recta exquisitè data per lineas, quare ob id duobus his theorematibus vsus est ad inuentionem quæsitarum intermediarum, quæ fiunt per vnum & dimidiū, secundum vnamquamq; distantiarum ad confectionem regulę, quod autem non ex solo theoremate excessus poterat duo intermedia interualla implere, assumens datas rectas per lineas, sed etiam ad hoc inordinata ipsi erat assumptio rectarum, eo quod extrema inquisitorum interuallorum necesse erat primo assumi, sic autem intelligere possemus. Sit enim rursus semicirculus ABGD, & subtendat AB recta data per lineam AB circumferentiam existentem partium vnius & dimidiæ, AG verò recta data etiam & ipsa per lineas subtendat ABG circumferentiam partium trium, & sint media interualla duo inquisita ex B, ad EZ ipsum quidem E ad duas partes, ipsum verò Z ad duas & dimidiam, quod igitur si ab A assumamus eum sub dimidia parte, vt ipsum AH, quæ subtendens HBZ circumferentia partium duarum, non data est, eo quod neq; data est ipsa AZ recta subtendens partes duas & dimidiam manifestum. Quod autem subtendens ipsam HBEG partium existentem duarum & dimidia data est, hoc est HG hoc est AZ, AG per lineas datæ manifestum. Præterea autem rursus habentes eam, quæ sub dimidia parte, quæ AH, & eam sub duabus & dimidia quæ AZ, inueniemus & ipsam sub duabus partibus quę HZ, ipso theoremate vtentes, & manifestum quod hic HA rectam, & ipsam AZ assumpsimus in demonstrationem, nulla per lineas demonstrata, sed vtraq; per calculos crassiori modo, & manifestum quod inordinata nobis facta est assumptio rectarum, propterea quod prima, quæ sub duabus & dimidia demonstrata est, postea rursum ea, quæ sub duabus, noluit ergo neq, dimidia parte & quarta circumferentiæ augmentum regulæ facere, siue quod non amplius quantitates minorum rectarum sequantur ex proportione assumptionum, vel etiam quod difficile colligi potest ob ipsum apponere tale. Tractatus igitur in circulo rectarum, ita ipsi in promptu tractata est, vt autem, quemadmodum antea promiserat, in promptu tales magnitudines rectarum, & circumferentiarum ad singularem vsum possimus assumere, & regulā factam talium exposuit, vt in promptu quantitates ipsarum habeamus numeratas, & non in linearibus demonstrationibus tempus teramus, fecit autem expositionem regulæ in ordine 45, ob consequentem commoditatem in his, quæ sunt inæqualitatū Solis, & Lunæ, & Stellarum, quæ apparebit. Pagiunlæ autem tres, & in prima quidē circumferentias apposuit, secundum dimidiam partem adauctas, qualium est circulus 360. super duabus verò apposuit excedentes ipsas linearum rectarum quantitates, qualium est diameter 120. super verò tres trigesimam partem excessus subtendentē augmenta secundum dimidiam partem, assumpsit autem 30. excessus rectarum, non vt 30. ipsius subtendentis 30. dimidiæ partis (neq; enim excessus rectarum inæquales existentes dimidias partes æquales existentes subtendunt) sed vt ex proportione ipsi incremento circumferentia, & rectæ adauctæ. Vt autem ex descriptione manifestum fiat, quod dicitur.



Ponatur semicirculus ABGD super diametrum linea AD, & producantur ab extremitate diametri duæ qualibet rectæ lineæ AB, AG, vt sanè ipsum BG sit dimidiæ partis, & ponatur ipsi AB æqualis AE, non hoc igitur sumit, quod EG, ipsi BG subtendit, sed quoniam in quo AB circumferentia ipsum BG ad augeatur, & AB, hoc est AE, ipsi EG sumit, quod & in quo AB circumferentia. Verbi gratia tertia parte ipsius BG adaucta est, & AE tertia parte ipsius EG, eodemq; modo in quo AB circumferentia ipsa 30. ipsius BG, & AE ipso 30. ipsius EG, ob id & inquit, vt & primæ sexagesimæ mediam applicationem habentes indifferentem ad sensum exquisitæ, exposuit autem pagellam tertiam sexagesimarum, vt nos possimus sumere in promptu subtendentes rectas, & intermedias adauctiones earum, quæ in dimidia parte, seu intermedias quinque partium, & quinque & dimidiæ, vt ipsas quinque, verbi gratia, & decem sexagesimas, decies enim facientes apposita quinq; in tertia pagina, & apponentes appositę quantitati rectæ in secunda pagella, habebimus rectam subtendentem quinque partes, & decem sexagesimas, eodem verò modo, & in reliquis etiam intermediis incrementorum secundum dimidiam partem, quã deinceps in ipsis numeris in ordine contentis perquiremus. FACILE AVTEM intelligi potest per eadẽ, & propositi Theoremata, quamuis in dubitatione versemur erroris in scribendo circa aliquam in regula contentarum rectarum, & deinceps. Manifestum est autem, inquit, quod si dubitauerimus circa aliquam in regula contentarum rectarum, vt non decenter ipsa exposita in promptu inquiramus ipsam, & emendemus, siue ipsam sub duplam ipsius assumentes, vel aliquas inter se ipsum excessum habentes, siue residuum ipsius in semicirculo, liceat igitur nos inquirere subtendentem decem partes circumferentiæ, sumimus subtendentem duplam ipsius, hoc est 20. partes, & exponentes circulum, & excipientes tantam circumferentiam coniungentes subtendentem rectam ipsam datã nobis, vtentes theoremate bifariæ diuisionis, inueniemus subtendentem dimidiam ipsius, hoc est 10 partes, vel ex alio modo accipientes quasdam circumferentias, quarum excessus est partium decem, seu eam 20. partium. & 30. Habentes verò & rectas sub ipsas iterum, & excessus theoremate vtentes inueniemus eam, quæ sub decem partibus. Præterea verò & ita, sumenres subtendentem residuas 10. partium in semicirculis 170, & facientes quod ab ipsa, habentes verò etiam quod ab ipsa diametro, quod est æquale ipsi à subtendente 170, & quod ab ipsa subtendente reliquas decem, & quod in semicirculo rectus fiat angulus sub ipsis contentus. & auferentes ab eo, quæ est ab ipsa diametro, quod est ab ipsa subtendente 170. residuis, quadrangulare sumentes latus, habebimus, & subtendentem 10. partes circumferentiæ, & est regulæ talis expositio. Exposita igitur a nobis tractatione in circulo rectarum, consequens iudicamus etiam hic assumere quomodo minorum rectarum quantitates in maioribus differentiis auctæ sunt secundum consequens augmentorum circumferentiarum æqualium existentium, & quomodo minores earum, quæ sub 60, partibus circumferentiæ subtendentes rectè minores sunt numero iis, secundum se circumferentias, quæ verò vltra sexaginta minores, & quomodo data aliqua circumferentia inter incrementa dimidiæ partis cadente, recta sub ipsa sumitur, & è contra, quomodo data quapiam recta inter iacentes cadente, super ipsam circumferentiam datam est. Demonstrabimus autem primũ per lineas, quomodo minorum rectarum quantitates maioribus differentiis adauctæ sunt secundum consequens incrementorum circumferentiarum æqualium existentiũ.

Sic



Sit enim semicirculus ABG, & assumatur circumferentia AB, verbi gratia 10. partium, AD verò partium 10. & dimidia, AE verò partium 11, & adnectantur sub ipsis rectæ tùm AB, tum AD, & AE, & ponatur ipsi AB æqualis AZ, ipsi etiam AD æqualis AH, dico quod excessus AD ad AB, hoc est ZD, maior est excessu ipsius AE, ad AD, hoc est ipsius HE. Ponatur enim ipsi AB, æqualis AT, & adnectantur BD, DE DH, DT. Quoniam igitur æqualis est AB ipsi AT, communis verò AD, duæ BA, AD, duabus TA, AD æquales sunt, & angulus qui est sub BAD, angulo qui est sub EAD æqualis est, quoniam & circumferentia BD ipsi DE circumferentiæ æqualis est, basis igitur BD, basi DT æqualis est. Sed & BD ipsi DE æqualis est, & DE igitur ipsi DT æqualis est, æquicrure est igitur DET triangulum, acuti igitur qui ad T, & E anguli sunt, & quoniam AD ipsi AH æqualis est, quorum AZ ipsi AT æqualis, reliquus igitur DZ, reliquo TH æqualis est. Rursum quoniam AD æqualis est ipsi AH, & angulus igitur qui sub ADH angulo, qui sub AHD est æqualis, acutus igitur vterq. Et quoniam acutus est, qui sub AHD, sed & qui ad T, igitur qui ab ipso D ad TE perpendicularis ducta inter TH cadet, ducatur igitur DC. Et quoniam in isoscele triangulo DTE a vertice a basim perpendicularis ducta est, bifariam diuidet basim, æqualis igitur TC ipsi CE, maior igitur TC, hoc est ZD ipsa HE, & est ZD excessus ipsius AD ad AB, sed HE excessus ipsius AE ad AD, ergo minorum rectarum excessus maiores sunt consequentibus circumferentiis æqualiter adauctis. Ostendemus igitur & quomodo, quæ sub minoribus 60. partium subtendentes rectæ maiores sunt numero circumferentiarum secundum ipsas, quæ verò sub pluribus minores, & est tale hinc manifestum, ex præostenso ab ipso theoremate. Sit enim circulus ABGD

& producantur in ipso duæ rectæ, ea, quæ est AB, subtendens circumferentiam partium 30, & ea, quæ est AG partium 60. & quia AG recta ad AB minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia ad AB circumferentiam; & ABG circumferentia dupla est AB circumferentiæ, igitur & AG recta, ipsa AB minor est, vel dupla, & est AG recta. 60. igitur AB recta maior est ipsorum 30. quare AB recta maior est numero circumferentia super ipsam, minor existens 60. Rursus producatur & AD, subtendens partes 120, & quia AD recta ad ipsam AG minorem rationem habet, quàm AD circumferentia ad AG circumferentiam, & AGD dupla est ABG, ergo AD recta minor est, vel dupla AG, sed AG recta est 60. ergo AD minor ast ipsorum 120, circumferentia existente 120, licet autem hoc rationabilius dicere, quod quia maiores inuentæ sũt rectę numero ipsis circumferentiis super ipsas, & minores rationabiliter numero æqualis, inuenta est & media, & numero æqualis inæqualiũ hoc est ea, quæ sexaginta. Quod autem non determinat quantitates rectarum, & in maioribus circumferentiis propositum theorema, quemadmodum ex ipsa, quæ sub dimidia quarta, & ipsa quæ sub vna & dimidia assumebat ipsam, quæ sub vna parte proximè, demonstrabimus tali pacto.

10.				10.	27.	32.	
10.	15.			10.	46.	10.	
10.	30.			10.	58.	49.	
70.	30.			70.	31.	17.	70. 15.
70	15.	38.	30.	70.	70.	469.	15.

Supponatur enim rursus AB circumferentia partium 30, & sub ipsa recta data 31. 3. 30. & ABD circumferentia partium 120. & quæ sub ipsa recta 103. 55. 23. & necesse sit ex eis inuenire ipsam, quæ sub 60, vt ipsam AG. Quoniam igitur AG circumferentia AB est dupla, igitur AG recta AB minor est, vel duplarum, & est AB 31, 3, 30, ergo AG minor est 62. 7. Rursus per eadem AD recti, AG minor est, vel duplarum, & est AD 103, 55, 23. ergo AG recta 51, 57, 42 proximè, demonstrata verò est, & minor 62. 7. & perspicuum quod non licet determinare ipsius proximè quantitatem ipsa differentia partium 10. & sexagesimarum 10. proximè existentem.

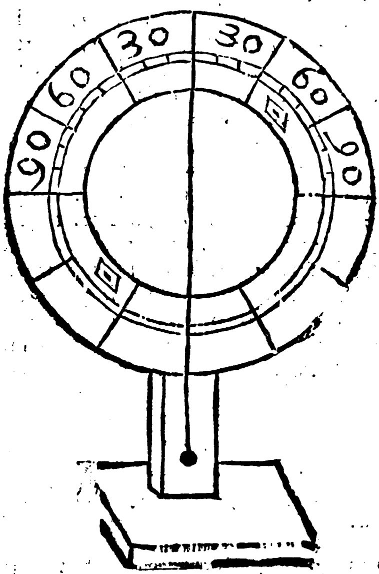
Hoc demonstrato reliquum esset etiam demonstrare, quomodo data aliqua circumferentia inter ipsas dimidiæ partis cadente, etiam sub ipsa recta in promptu proximè dabitur, & è conuerso, quomodo data aliqua recta inter ipsas, quæ in regula expositę sũt, cadente etiam quæ super ipsam circumferentia eodem modo dabitur. Sint igitur duę datæ circumferentiæ, partium 10, & sexagesimarum 15. rectam sub ipsa inuenire. Describit proximè minorem circumferentiam partium existentem 10, & sub ipsa rectam particularum 10. 27. 32, atq; etiam proximè minorem circumferentiam partium existentem 10. 30, & sub ipsa rectam 10. 58. 49. media verò datam circumferentiam partium decem, & sexagesimarum 15. vt subscriptum est, & quia per æquabilem adauctionem ex proportione ipsis intermediis sexagesimis circumferentiarum rectarum sexagesimas proximè excedit, vt paulo ante manifestum nobis fuit, sumimus excessum maioris circumferentiæ ad minorem, hoc est partium 10, & 30 sexagesimarum ad 10. partes. Sunt verò sexagesimæ 30, atq; etiam sub ipsis rectarum excessum, est verò 70. 31. 17. atq; etiam decem partium circumferentias, & partes decem, & sexagesimas 15, quæ sunt sexagesimæ 15. & quoniam, vt dixi, proportionaliter inquirimus excedentes rectas ipsam circumferentiis habentes tres magnitudines duorum excessuum circũferentiarum & vnam, excessus rectarum sumentes 4, proportionaliter inueniemus subtendentem rectam ipsam circumferentiam partium 10, & saxagesimarum 15. inueniuntur autem hoc modo 15, sexagesimæ circumferentiæ per 70. 31, 17 ipsius rectæ, fiũt 469, duæ sexagesimæ, & 3. quindecesimæ. Hæc diuidentes per 30 prima sexagesima

excessus

excessus 10,& dimidiæ partium maioris circumferentiæ ad decem partes minoris, habebimus prima sexagesima 15, & 2.38. ÷, quæ apponentes subtendenti rectæ ipsas decem partes circumferentiæ particularum existenti 10,27,32. habebimus subtendentem 10, partium, & sexagesimas 15. particularum, 10,43,10. proximè 30. 3. sexagesimas relinquentes, vt nullius momenti differentiam inducentem. Rursus iisdem suppositis, necessarium sit facere è conuerso, hoc est, data recta particularum 10.43.10. inuenire super ipsam circumferentiam. Sumimus rursus excessum propinquioris maioris ipsa, & minoris, hoc est ipsorum 10, 58, 49 ad 10, 27, 32. quæ euadunt 70, 31, 17. & circumferentiarum similiter ipsa 79,30, atq; etiam ipsorum 10.43.10, ad 10, 27.32, quæ sunt sexagesimæ 15,38, & vt rursum sumamus 4 proportionaliter multiplicamusq; 15,38, per 70,30, & euadunt 70,70. 456. 1140, & diuidimus per 70 31.17. & quæ fiunt sexagesimæ 15 apponentes ipsis decem partibus, habebimus subtensam circumferentiam à dicta recta partium 10. 15. est verò & promptius tale percurrere quemadmodum etiam ipsi videtur. Si enim inquirentes dictam rectam quindecies fecerimus, quæ continentur ipsis 10, partibus circumferentiæ in tertia pagella, & quæ euadunt apponemus ipsi subtendenti 10, partes, & hoc modo habebimus subtendentem 10, partes, & sexagesimas quindecim. Si verò è contrario dictam rectam habentes, velimus sumere super ipsam circumferentiam, excessum rectæ sumentes, quę habet ad proximè minorem contentum, seu excessum 10, 43, 10, ad 10, 27, 32. & sunt quæ continentur in tertia pagella sexagesimarum ipsa proximè minore, & præter hæc diuidentes excessum duarum rectarum, quæ euadunt ex diuisione, apponentes ipsi expositæ minori circumferentiæ, seu ipsi decem partium, habebimus subtensam circumferentiam a dicta recta.

PTOLEMAEI.
De circumferentia inter Tropicos.
CAP. XI.

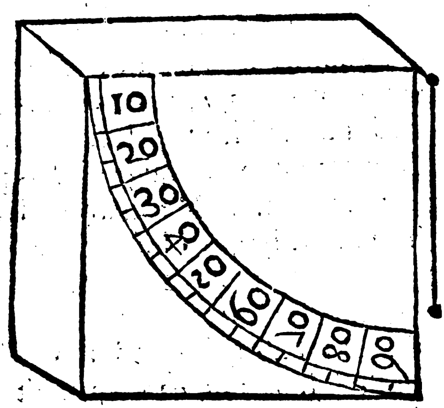
EXPOSITA igitur quantitate in circulo rectarum, primum esset, quemadmodum diximus, demonstrandũ, quantum obliquus per media signa circulus inclinatus sit ad Aequinoctialem, idest quam rationem habet maximus circulus per vtrosq; expositum polos ad circumferentiam, quæ deprehenditur ipsius inter polos, cui æqualiter profectò etiam à tropicis vtriusq; punctis distant, id quod est in Aequinoctiali. Hinc verò nobis tale ex instrumento comprehenditur per talẽ quandam simplicem constructionem.



Faciamus enim circulum æneum iusta magnitudine accu ratè tornatum, quadrangulum in superficie, quo vtemur pro Meridiano, diuidentes ipsum in supposita maximi circuli segmēta 360, & horum vnumquodq; in quot quot fieri possunt partes, deinde alterum circulum minimum tenuiorem suo dicto, coaptantes hoc modo, vt latera ipsorum super ipsa maneant superficie, & minor circulus circunduci libere sub maiore possit in eadem superficie, & ad Septentrionem & ad Meridiem. Addemus in duobus aliquibus per diametrum segmentis minoris circuli in altero laterum parua prismata, æqualia vergentia inter se, & centrum circulorum accuratè, apponemus in medio latitudinis eorum paruos indices con-

nectentes

nectentes maioris & diuisi circuli latus. Quem quidem etiã coaptantes tutò in vsibus ad singula super columellam mediocrem magnitudine,& constituentes sub dio columellę basim in immobili pauimento ad Horizontis superficiem,obseruabimus quomodo superficies circulorum ad rectum Horizontis sit, & ipsi quod est Meridiani parallelam. Quorum autem prius perpendiculum artificiosè inuenitur, pendens quidem à puncto,quod erit ad verticem,obseruatis verò donec ex directione fulchrorum ad ipsum, quod est ad diametrum faciat inclinationem. Alterum verò meridiana linea facile perspicua sumpta in superficie sub columella,& circũlatis in obliquis circulis,donec parallela lineæ superficies eorum perspiciatur. Hac igitur positione existente, obseruabamus ad Septentrionem & ad Meridiem Solis recessum, proferentes in Meridie interiorem paruum circulum, donec inferius paruum prisma totum à toto superiore obumbretur, cumq; hoc fieret, significabunt nobis gnomonum extremitates, quot segmenta ab eo, quod ad verticem semper Solis centrum distabit in Meridiano.



Præterea verò facilius faciebamus talem obseruationem, construentes pro circulis lapideum, vel ligneum laterculum quadrangulum, & immotum in mediocri latitudine & profunditate, vt veniat ad tempora; æqualem sanè & complanatum habentem accuratè alterum ex lateribus, in quo centrum ad vnum angulorum accepimus, & scripsimus circuli quadrantem, conneximus à puncto, quod est ad centrum, vsq; ad descriptam circumferentiam, rectas continentes angulum sub quadrante, & diuisimus similiter circumferentiā in 90. partes, & harum particulas, post verò hæc super vna rectarum, quæ futura est recta ad Horizontis superficiem, & ad Meridiem positionē habitura, inseruimus rectos, & æquales vndiq; duos paruos cylindros similiter tornatos, hunc quidem in ipso puncto, quod est ad centrum circa ipsum medium, alterum verò ad inferiorem terminum rectę. Postea collocauimus hoc descriptum laterculi latus ad lineam meridianam productam in supposita superficie, vt etiam ipsa parallelam habeat positionē Aequinoctialis superficiei, & perpendiculo per paruos cylindros immutam, & rectam ad superficiem Horizōtis accuratè explicauimus rectam per eos sub fulchris rursum quibusdam tenuibus, quantum opus est, directis. Obseruabamus eodem modo in Meridie vmbram, quæ fieret in paruo cylindro ad centrum, addentes aliquid ad descriptam circumferentiam, vt certior ipsius locus appareret. Et huius medium significantes, sectionem in ipso circumferentiæ quadrantis sumebamus, significans profectò Solis transitum per latitudinem in Meridiano. Ex his igitur obseruationibus, & maximè ijs circa ipsa Solstitia nobis examinatis, ad plures circulos motus æqualia, & eadem segmenta Meridiani circuli, tum in æstiuis Solstitijs, tum in hybernis significationis vt plurimum ab ipso, quod ad verticem interciperet punctò, deprehendebamus eam, quæ est à maximo boreali termino ad maxime australem circumferentiam, quæ

est

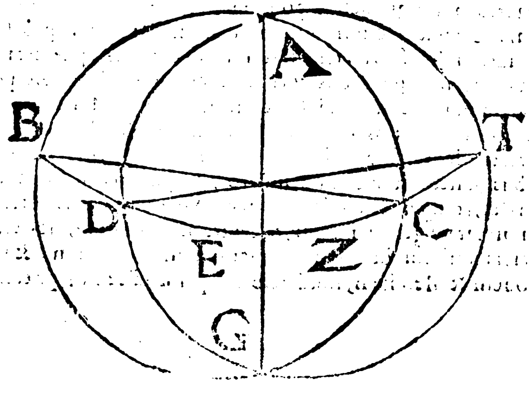
est inter Tropica segmenta, semper existentem 47, & maiore, quàm duabus tertijs segmenti, minore verò medietate & parte quartæ. Per quæ colligitur ferè eadem ratio ipsi Eratosthenis, qua etiam Hipparcus simul est vsus. Fit enim media inter Tropicos talium ij. proximè, qualium est Meridianus 83, facile autem comprehensibilia, hinc ex hac proposita obseruatione fiunt & habitationem, in quibus obseruationes fecerimus, inclinationes sumptarum tum intermedij signi duorum terminorũ, quod fit in Aequinoctiali: nam circumferentia inter & hoc punctum, & eius quod est ad verticem, à qua æqualiter profectò etiã poli ab horizonte absunt.

THEON.

De circumferentia inter Tropicos.

CAP. XI.

POSTQVAM absoluimus tractatum rectarum in circulo, atque etiam de consequentibus secundum partem ad hanc tractationem, deinceps de dicta ab ipso necessario demonstrationum particulariũ possumus, hoc est de quãtitate inter duos polos Aequinoctialis & Zodiaci in maximo circulo descripto per eosdem polos sermonem faciemus. Inquit igitur hic. QVANTVM OBLIQVVS per media signa circulus inclinatus sit ad Aequinoctialẽ, horum enim declinatio æqualem sumit illi, quæ est inter duos polos.

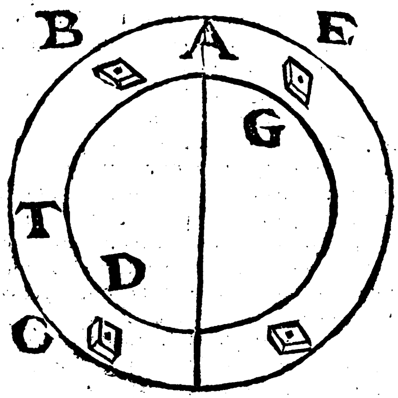


Si enim intellexerimus Zodiacum ABG Aequinoctialem verò ADG, & A punctum quidem secundum vernalem ipsius sectionem, B verò æstiuum Tropicum, & sumamus ipsius ABG Zodiaci polum E, sed AGD Aequinoctialis polum ipsum Z, & per ZE maximum circulum scribamus, vt BEZT, fit ZD æqualis EB, ex polis enim sunt maximorum circulorum, & communi ablata DE, reliqua ZE inter polos, reliquæ BD declinationis est æqualis, quare si declinationem circulorum inuenerimus, super ita descriptum maximum circulum, inueniemus etiam ipsam inter polos. Quod verò BD declinationis sit circulorum, ostendemus hoc modo. Si enim adnectemus AG, BC, DT communes sectiones circulorum, erit C. centrum sphæræ, propterea quod sunt maximi circuli, & diametri BC, DT, AG. Et quoniam BDCT rectus est ad ipsos ABGC, ADGT circulos, & ipsi ABGC, ADGT igitur circuli recti sunt ad ipsum BDCT, igitur & communis ipsorum sectio AG recta est ad BDCT circulum, igitur & ad omnes ipsius rectas, quæ tanguntur, & sunt in superficie BDCT circuli, quare & ad BH DH, recta est AG. Et quoniam ipsi AG communi sectioni per media, & Aequinoctialis in vtroq; superficierum ad rectas sunt, HBHD, igitur quæ sub BHD declinatio est dictarum superficierum, & est ad centrum sphæræ. Quare & BD circumferentia declinationis est earundem superficierum. Rursum dicens quam rationem habet circulus ad circumferentiam sumptam ipsius inter polos ex parallelis de eadem declinatione loquitur, si enim inuenerit hanc rationem, habeat verò & maximum circulum partium 360, habet igitur & circumferentiam inter polos, cui circumferentiæ æqualiter abest Aequinoctialis ab vtroq; Tropicorum, hoc est cuius circumferentiæ duplarum est, quæ inter Tropicas, ob id & hanc adduxit, quia maximè per hanc in promptu dictam circumferentiam inter polos comprehendit, & quoniam materiæ speculationis astronomicæ sunt apparentiæ, ex ijs talem primam demonstrationem inter Tropicos circumferentiæ excogitat. Dico igitur ex obseruationibus apparentiarum, vsus autem est ad talem obseruationem intelligentiam simplicioribus duabus organorum expositionibus, vna quidem per armillas, altera verò per laterculum, quorum primum constructionem exponit, & positiones postea ita & vsus, & per hæc inuenit, vt diximus, inter Tropicos circumferentiam, & ex hac propositam inter polos, atq; etiam eam ab eo, quod supra verticem ad Aequinoctialem, hoc est poli eleuatio. Constituit autem, inquit, instrumentum hoc modo, & primo per anulos. Faciemus autem, inquit, circulum æneum mediocris magnitudinis, tornatum accuratè, quadrangulum superficie, hoc est quadrilaterum, postea describentes super vna earum, quæ ad cauum & ad conuexum latus in medio circulo; diuidentes ipsum in particulas 360 maximi circuli, & etiam quæ media sunt, in quot quot fieri possunt, vtemur hoc Meridiano collocantes ipsum, qui habeat positionem ad rectas Horizonti, & etiam ad Vrsas & Meridiem. Deinde alterum paruum circulum tenuiorem ipso secundum altitudinem coaptantes sub ipso, vt latera eorum, sicuti diximus, quæ circa conuexa & caua sunt, in vna maneant superficie, & circunduci expeditè sub maiore possit minor circulorum in eadem eius superficie ad Septentrionem, & ad Meridiem, hoc autem fiat aliquibus paruis prismatibus fixis ad latera maioris circuli ad vtrumq; & continentibus minorem ad eandem ipsi superficiem, deinde in quatuor æquales diuiso minore circulo in duobus punctis in factis in diametro, coaptamus duos paruos stilos quadrangulos æquales, vt super rectam ipsis existente Sole, totum inferiorem stilum à toto superiore adumbretur vergentes inter se, & centrum circulorum, hoc est vt latiora, & quadrangula latera inuicem sint conuersa, & tamquàm ad centrum, & vt hoc quidem vt ad Septentrionem & Meridiem, illud verò tanquàm ad centrū, præterea verò etiam

ad

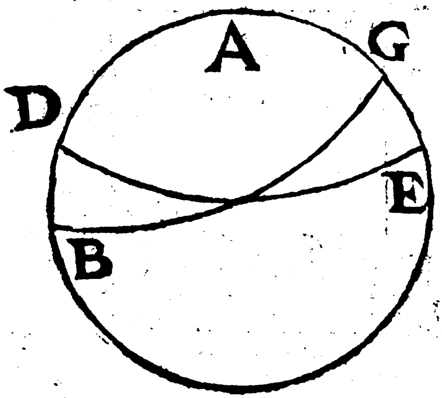
ad rectas superficiei circulorum, in quibus apponemus in medio latitudinis eorũ, hoc est in media distantia eorum, quæ ad Septentrionem & ad Meridiem, & coeant in anulo paruos gnomones, constringentis latus maioris & diuisi circuli. Tractans igitur hactenus de constructione instrumẽti per anulos, deinceps & de positione ipsius, tractat, quomõ oporteat ipsũ plene cognoscere, & inquit. Hunc oportet maiorẽ circulũ ad ipsas obseruationes sup columellã collocare, mediocri magnitudine, quę iaceat in superficie paralella Horizõti in aliquo luminoso loco, quæ habeat paralellas bases inter se, rectũ quidẽ ad Horizontẽ paralellũ qdẽ supficiei Meridiani, rectũ igitur ad Horizõtẽ sumitur hoc modo. Põdusculũ plũbeũ paruũ totũ appensũ à centro basis, vt sup rectã sit funiculus ipsius axi, siuamus deasũ ferri, imponẽtes funiculũ in pũcto circuli ad verticẽ, quod erit, hoc verò est, quod est ad diametrum contingentis sedem columellæ sub paruis appositis, dirigentes vt ad ipsum, donec ad diametrum contingat vertex ipsius ad ipsa latera circuli, & neq; extra ipsum inclinet, neq; insideat ipsi, & erit tunc superficies recta ad ipsum, quod est ad Horizontem. Quoniam enim paruus conus proprio pondere delatus rectum funiculum seruat ad superficiem Horizontis, & hoc modo recta ad Horizontem positio instrumenti constituitur, vt autem & parallelum Meridiani superficiei ipsum constituamus, sumimus primo Meridianam lineam facile perspicuã in immobili sub basi superficie, & in hac ponentes calumellam perspicimus adferentes columellam per paruos conos, dum dictis modis obseruatis, donec per vnum latus superficies eorum parallelus Meridianæ lineæ perspiciatur, & hoc modo habemus etiam talem positionem. Est autem sic promptius simul & ad rectas parallelum Meridiano superficiem circulorum positionem sumere. Si enim ponentes basim columellę super meridianam lineam regulas duas sumentes ad vtramq; basis partem constituemus rectas ad Horizontis superficiem iuxta modum, qui sub demonstrabitur deinceps in laterculo, constituentes ipsum, quę ad latera ipsa super meridianam rectam, erunt & ad rectas Horizonti, & in superficie Meridiani. Si igitur anulos imponentes ipsis regulis coaptemus plumbo maiorem in sede, erunt & recti ad Horizontem, & in Meridiani superficie. Cum igitur nobis declarasset constructionem, & compositionem, deinceps ad vsum descendit, & inquit. HAC IGITVR positione facta, & quæ sequuntur. Talem igitur positionem, cum organum sumpsisset, obseruabamus Solis recessum ad Septentrionem & Meridiem, & circa æstiuas conuersiones, hoc est, Sole circa principium Cancri existente, & circa hyemales conuersiones, Sole rursus circa principium Virginis existente in ipso Meridiano, hoc est in dimidia hora quando sine vmbra fiebat Meridianus, adferentes interiorem ex circulis, donec superius pinnacidium, quod est ad diametrum sui ipsius & infra ad nos obumbret, tunc etenim per medium pinnacidium cognita recta educta, ad Solis centrum cadet, circa ipsas, igitur, vt diximus: conuersiones existente Sole per consequentes dies talem obseruationem facientes, obseruamus donec comprehendamus Solem à maxime boreali, vel à maxime Australi termino conuersum, & tanquàm in eodem puncto manentem Meridiani, quod circa talia puncta magis ipse immoretor, super eodem, & sumentes punctum ad illum terminum Solis recessus, inuenimus quot particulæ aberat ab eo, quod supra verticem ad maxime borealem terminum super Meridionali, ostendente nobis paruo gnomone, vlz hoc, ex relictis diuisionibus maioris circuli inter & paruũ gnomonẽ puncti qđ est ad pinnacidiũ, & puncti quod est ad verticem, hoc est contingentis in diametro ipsum, quod est superficiei, quoniam & ita adnexa recta ad rectos angulos fit Horizontis superficiei, quæ & ad ipsum, quod ad verticem est cadit, quod est & super ipso Meridiano, obseruantes igitur ambos per latitudines Solis transitus & maximè borealem, & australem

australem, in quibus magis borealis Sol erat ipso, qui ad verticem, hoc est in quibus habitationibus eleuatio minor est iis, quæ comprehenduntur per medium ab Aequinoctiali inclinationis partium 23. 51. componentes ambos recessus paruorum gnomonum ab eo, quod est ad verticem, ad maxime borealia, & maximè australia, totam comprehendimus factam inter Tropicos, vbi autem Sol maxime borealis factus erat super, ipso, quod ad verticem erat, sumentes solum Solis recessum ab eo quod ad verticem, ad maxime australem terminum, Hanc rursus dicebamus esse inter Tropicos, vbi verò maximè borealis, Sol factus australis, eo quod ad verticem erat à recessu magis australi ipsius, quod ad verticem auferentes magis borealem, reliquum dicebamus esse inter Tropicos, quam bifariam secantes, habebamus in Aequinoctiali punctū, omnino autem in omnibus habitationibus quantum abest hoc punctum talis bifariam sectionis, quod est in Aequinoctiali ipsius, quod ad verticem, tanta erit & eleuatio habitationis talis signi ad verticem facti in Aequinoctiali super sola recta sphera. Vt autem etiam hic perspicua nobis sint per lineares demonstrationes, ea quæ dicuntur.

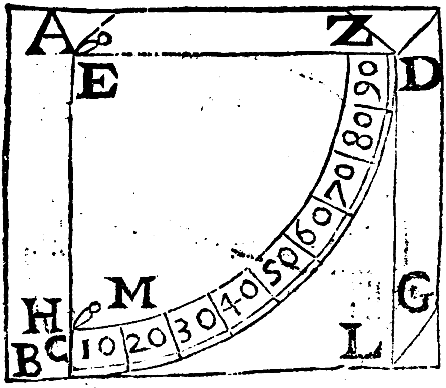


Exponantur AB, GD circuli habentes dictam positionem, ad verticem verò sit A, & borealia quidem sint, quæ ad E, australia uerò, quæ ad B, & maxime borealis cum sit Sol, obumbret quod supra est paruum prisma quod infra in E positione, maxime verò australis sit in ea, quæ sit ad B, habebimus igitur etiam ex anuli diuisione EAB Solis recessum à maxime boreali ad maxime australem, qui fit inter Tropicos, compositos, videlicet ex ipsis AE, & AB, ab eo, quod ad verticem ad maximè borealem, & maximè australem. Et similiter si paruum pinnacidium ad A ad verticem maxime boreale factum obumbret in diametro maximè australe factum ad T, habebimus rursum AT inquisitam circumferentiam. Si verò maximè borealis terminus in B fiat, maxime verò australis in C, auferentes ex ipsa AC, AB, habebimus reliquam BC, inquisitam similiter circumferentiam, quam bifariam secantes habebimus ad Aequinoctiale punctum, quod autem quod, ab eo ad verticem distantia Aequinoctialis eleuationem continet habitationis, in quo faciamus obseruationes ita nobis manifestum erit.

Sit

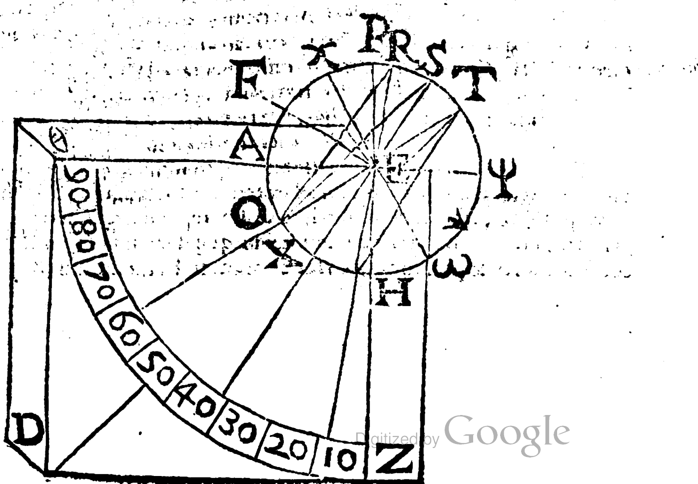


Sit Meridianus circulus ABG, & in eo ad verticem punctum ipsum A, Horizon verò BG. Quoniam igitur in omni habitatione polus Horizontis ad verticem est punctus, igitur AG quadrans est. Sit autem & Aequinoctialis DE, polus autem ipsius ipsum Z, igitur & DZ quadrans est eiusdem maximi circuli, æqualis igitur est AG ipsi DZ, & communi ablata AZ, reliqua AD, reliquæ ZG æqualis est, & AD est ipsa, quæ ab ipso ad verticem ad Aequinoctialem, GZ verò ab Horizonte ad polum, quæ est eleuationis, quæ igitur ab ipso, quod ad verticem ad Aequinoctialem æqualis est poli eleuationi. Constructio igitur per anulos instrumenti, & positio quoque, ac vsus hoc modo se habet. Deinceps verò de eisdem & de altero instrumento disputabimus, quod dicet etiam accommodatius esse ad inquisitam intelligentiam. Dicit igitur. OPORTET construere laterculum ligneum, vel etiã lapideum, quadrangulum quidem secundum longitudinem & latitudinem, minorem verò distantiam habentem in profunditate, vt sit figura eius solida æquidistanti superficie, habens quatuor superficies ex parallelo grammis altera parte longioribus, reliquas verò duas & è regione quadrangulas, præterea verò & immobilis, & mediocris magnitudinis, vt possit stare secundum capitis tempus, non vt valdè angustæ sint, altera parte longiores superficies vt ipsa similiter stare possit firmiter habens extensam vnam quadrangularium laterum ad regulam factam, & laboratam, vt in hac supposita descriptione ipsam ABGD.



In qua ſuper vno angulorum appendentes exiguum capiemus punctum, ceu ipſum E, quo centro vtentes, & interuallo mediocri ſcribemus circuli quadrantem ZH, adnectentes ab ipſo E duas rectas ad rectas inter ſe, quæ intercipiant quadrantem totius circuli, vt ipſas E Z, EH, & diuidentes ZH circumferentiam in 90. partes æquales, & quæ intermedia fieri poſſunt ſexageſima in vna rectarum continentium angulum, quę ponitur ad rectas Horizontis ſuperficiei, & in magis auſtrali parte ſuperficiei accepta; vt ipſe inquit, & quæ futura eſt recta ad Horizontis ſuperficię, & quæ eſt habitui a poſitionem, ad Meridiani paruum gnomonem ponemus cylindricum, ad capiendum ab hoc vmbram à Sole cadentem. Neceſſarium igitur in magis auſtrali parte ſuperficiei oportet eſſe cylindrum paruum, vt radii in ſuperficie cadant ad borealia ipſius miſſi, vt in habentibus plus eleuationem maximæ inclinationis eius, qui per media ad Aequinoctialem partium 23. 51. Cum ponatur igitur laterculus in aliquo luminoſo loco in immoto pauimento ad Horizontis ſuperficiem, (hoc autem fit per diaberem, ſiue alphatium eſt, autem diaberes, ſiue alpharium inſtrumentum ſimile corobati, concauo; vel etiam aquam in ſuperficie infuſam & ſub fulchris erectam quouſq; aqua quieſcat) & cum AB G D quadranguli latus ad Orientem vertatur, ipſa verò BCLG ad pauimentum, recta cum fiat EH Horizontis ſuperficiei, coaptauimus in ipſo E puncto, cylindrum paruum, vt centrum baſis ipſius in ipſo accuratè ſit. Præterea verò & ad inferiorem terminum dictæ rectæ in ipſo M alterum paruum cilyndrum impoſuimus æqualem, & ſimiliter tornatum altero, cum de monſtrata igitur ſit à nobis conſtructio laterculi, deinceps etiam de poſitione, & vſu ipſius tractationem aggreditur. CONSTITVENTES igitur, inquit, hoc deſcriptũ laterculi latus, vt parallelam ipſam habeat poſitionem productã ad Meridionalem lineam, videlicet iterum perſpicientes, vel & ſupra ipſam ponentes etiam & rectẽm ipſam faciemus ad Horizontis ſuperficiem per funiculum habentem appenſum ponduſculum, & à termino ſuperioris partis cylindri demiſſum, bonec in terminum inferioris parui cylindri inclinet, funiculo eſiim terminum inferioris

rioris parui axis accurratè tangente, sit parallelo paruum rectilineum contentum sub quatuor paruis axibus, & duobus æqualibus, & similibus paruis cylindris, & recta in superficie per terminos ipsarum, & etiam propterea funiculo. Et manifestum quod etiam rectangulum est, propterea quod etiam paruus cylindrus ad perpendiculum sit superficiei, & axes ipsarum rectę quæ est in superficie. Quare quando funiculus contingerit exactè terminum inferioris parui cylindri, tunc & superficies recta erit ad ipsum, quod est ad Horizontis parallelo grammi rectanguli constructi. Præterea autem & positione dicta, deinceps de vsu aggrediemur. Faciebamus igitur talem secundum latitudinem obseruationem Sole similiter circa æstiua Solstitia, & hyberna existente, præterea & in ipso Meridie, hoc est rursum circa horam 6. videntes à paruo cylindro cadentem vmbram ad descriptam superficiem, & significantes in quali sectione circumferentiæ est, & quartam accipit circumferentiam à recta ad perpendiculum Horizonti, quæ & ad ipsum, quod est ad verticem cadit: Et vt apertior nobis sit, quæ à paruo cylindro vmbra, apponimus caurum quodam ad descriptam circumferentiam, vt ipsa appareat magis perspicua in ipsum cadens. Et quoniam vmbra latior est (quoniam & ipse paruus cylindrus crassior existit) etiam maiorem locum circumferentiæ excipit, tunc medium ipsius significantes in quadrantis diuisione, habebamus recessum ab ipso, quod ad verticem centri Solis secundum latitudinem in Meridiano, hoc est ad Septentrionem & Meridiem, facientes igitur tales obseruationes per consequentes dies, & quando quidem circa æstiuum Solstitium Sol existebat, obseruantes à paruo cylindro vmbram, vt ad partes australes existentem, & non amplius ad magis australes recedentem, sed reuertentem, capientes in ipsa punctum, habebamus Solis recessum ab ipso, quod ad verticem ad æstiuum tropicum postea rursus ad hyberna Solstitia ipso descendente & existente vmbra magis boreali, & non amplius vlterius ipso, vt ad magis Septentrionalia recedente, sed rursus reuertente, similiter significantes in ipso punctum, inuenimus Solis recessum ab ipso, quod ad verticem ad maxime australem, & hoc modo habemus à Meridiano à maxime boreali Solis termino ad maximam australem inquisitam circumferentiam, quot est segmentorum ex intermediis relictis diuisionibus, quam bifariam secantes habitam, & ad Aequinoctialem punctum, & quantum absuit ab vtroq; tropicorum & præterea ipsa ab eo quod ad verticem ad Aequinoctialem, quæ æqualis est eleuationi, hoc est latitudini suppositæ habitationis. Vt autem rursus & per lineas ob oculos nobis sint ea, quę dicuntur



Sit rursus descripta circuli superficies EHDⓉ paralella Aequinoctialis superficiei & perpendicularis ad ipsum, quod est Horizontis, & extremo vmbrae existente in aestiuis Solstitiis, in ipso N, in hybernis autem ad O, si intellexerimus adimpletum PTNO circulum, erit profectò Meridianus, propterea quod superficies in Meridiano positionem habet, & si adnectentes ipsas NE, OE intelligemus ipsas ad Meridianum eiectas vt ipsas NER, OETT, & adnectamus ipsas RO, TN, & eiecerimus ipsam HE ad ipsum P, erit quidem RO aestiui tropici diametrus, TN verò hyberni tropici, ipsum verò P ad verticem, & RN quidem aestiuus tropici radius, TO verò hybernus, & perspicuum quod ipso R perueniens Sol, per ipsum paruum cylindrū ad E, radium mittet RN, distans a P ad verticem ipsa PR circumferentiam, hoc est ipsam HN. Cum verò ad T peruenerit, radium mittet TO, distans iterum ab eo, quod ad verticem PT circumferentiam, hoc est ipsa HO. Ex pluribus igitur talibus obseruationibus, quae circa aestiua Solstitia, & hyberna ab eo factae sunt, intelligebantur NO inter tropicos semper MZ, qualium circuli 360, & maiore quidem, vel duobus partibus segmenti, minore verò quàm dimidia quarta, & hoc verò ita se habens, computabant, propterea quod & intermedia partium interualla diuisa sunt per sexagesima, & haec ratio eadem ferè rationi Eratosthenis, qua & Hipparchus vtebatur, vt accuratè sumpta. Etenim cum Eratosthenes diuisisset vniuersum circulum in 83, inueniebat ipsam inter tropicos eorundem ii. & est vt 360. ad 47 42. 40, ita 83. ii. Quod verò ex talibus obseruationibus in promptu sumitur & eleuatio, vel etiam inclinatio habitationis, in qua obseruatio fiet, ita enim manifestum. Quoniam enim RT bifariam diuisa in Aequinoctiali punctum bifariae diuisionis fiebat Si igitur secabimus ipsam bifariam in s. & annectentes SE, produxerimus ad X, erit & SX diametrus Aequinoctialis. Si igitur hanc ad perpendiculum à centro E ducamus EF, erit EF axis, & F poli Aequinoctialis, & EⓉ quidem Horizontis positionē habebit, propterea quod recta sit ipsa, quae sub PEⓉ ipso P ad verticem existente, & quadrans cum sit P A circumferentia, quantum & abest ipsum, quod ad verticem Horizontis, polus ipsius existens, erit autem F manifestus polus, & quoniam P F A quadrantis est, sed & SF, propterea quod F polus sit Aequinoctialis, communi ablata PF, reliqua PS aequalis erit ipsi FA. Similiter iis, quae autem dicta sunt, & est A F eleuationis, & P S igitur aequalis est poli eleuationi, & data est PS, hoc est HX, ex quadrantis diuisione, Data igitur est & FA eleuationis, quare & SΨ residua ipsius S P in quadrante erit data inclinationis existens; Similiter autem & in quacunque habitatione talem obseruationem faciemus, distantiam quae ita sumitur à puncto ad verticem ad ipsum, quod est bifariam diuisionis, & maxime borealis, & maxime australis Solis recessus dicemus esse eleuationis, quod & latitudo est habitationis, reliqua verò in quadrante sunt inclinationis. Manifestum autem quod latere descripto existentē EHDⓉ, & cum paruus gnomon iaceat ad vnum angulorum, vt in pūcto E, & non ad omnem habitationem vtile est instrumentum ad intelligentiam inquisitae inter tropicos circumferentiae. Vbi enim Sol magis borealis fit ipso P ad verticem, tanq; ad ipsum X, mittet per E cylindrum radium X I Ⓣ cadentem ipsius E HDⓉ paralello grammo, & impossibilem facientem inquisitam intelligentiā, ob id oportet in talibus climatibus non ad extremum esse gnomonem, sed circa medium, vt in ipso Ⓣ Z paralello grammo ipsum E, & replere circumferentiam, & ita intelligentiam inter tropicos tractare, similiter iis, quę dicta sunt in anulo, & erunt nobis constructiones & positiones, & vsus duorum instrumentorum, & per tales obseruationes

tiones

tiones intelligentiam tales, dubitare autem posset aliquis ob quam causam post expositionem eorum quæ primo debent præsumi mathematicæ speculationis incipiens à particularibus demonstrationibus, & cum dixisset necessarium esse primam fieri demonstrationem quantitatis inter duos polos circumferentiæ Zodiaci, & Aequinoctialis, & ante hanc necessarium esse sumi tractationem in circulo rectarum, tanquàm vtilem ad demonstrationem circumferentiæ inter dictos secundos polos, cum prius exposuisset in circulo rectas nullo modo iis vsus est ad inuentionem inter polos circumferentiæ, manifestum igitur, quod etiam hanc cum primo dicendis præsumere voluit, tanquàm vtilem ad plurimas constructionis lineares demonstrationes. Ob id etiam inquit, necessarium videmus primo exponere tractationem in circulo rectarum omnino cum semel simus omnia lineariter demonstratur; debebat etiam cum non prius exposuisset in circulo rectas secundum diuisionem obliquationis tractatus, demonstrare prius per instrumenta, ipsam, quæ est inter tropicos Aequinoctialis partium 23. 51. 20. proximè collectam, quæ est maxime obliquationis, postea expositionem tractatus in circulo rectarum exponere, propter quod ipsis opus erant ad particulares obliquationes, vnde magis conuenientius iudicabat, prius exponere in circulo rectarum tractationem demonstrationis inter tropicos circumferentiæ, & non post ipsam.

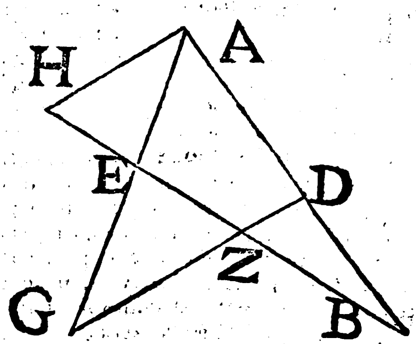
PTOLEMAEI.

Quæ præassumuntur ad Sphæricas demonstrationes.

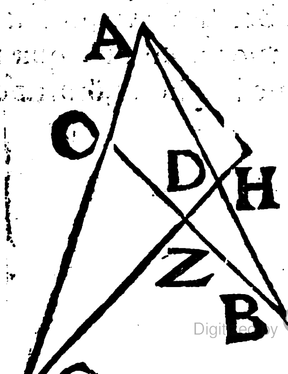
CAP. XII.

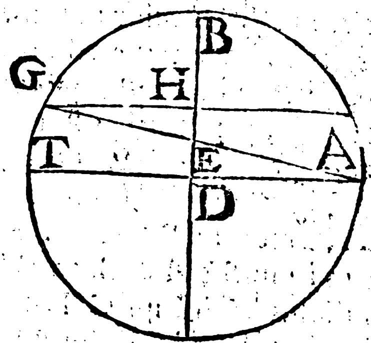
CVM verò consequens sit demonstrare quæ particulares fiunt quantitates assumptarum circumferētiarum, tum inter Aequinoctialem, tum inter circulum per medium animalium descriptis maximis circulis per ipsos Aequinoctialis polos, prius exponemus lemmatia breuia, & quibus facile vti poterimus, per quæ plurimas ferè demonstrationes eorum, quæ sphærice speculamur, vt licet maxime simplicius, & artificiosius faciemus.

In



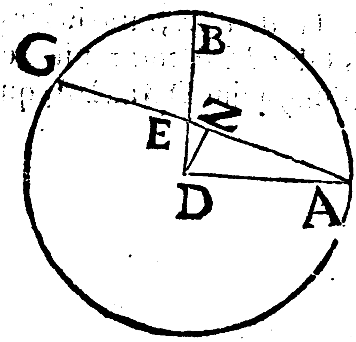
In duas igitur rectas A B, & A G, productæ duæ rectæ BE, & CD, secent se mutuò ad Z punctum. Dico quod ratio GA ad AE, composita est tum ex ratione GD ad ipsum ZD, tum ex ratione ZB ad BE. Ducatur enim per E ipsi GD parallelus E H. Et quoniam paralleli sunt G D, EH, ratio GA ad EA eadem est rationi G D ad E H, extrinsecus verò sumatur ZD. Igitur ratio GD ad EH, composita erit ex ratione GD ad DZ, & ipsius ex ratione D Z ad HE. Quare & ratio GA ad AE componitur ex ratione GD ad DZ, & ex ratione DZ ad HE. Est autem, & ratio ipsius D Z ad HE eadē rationi Z B ad BE, propterea quod parallelæ sint rursus EH, & Z D. Igitur ratio ipsius G ad AE componitur ex ratione G D ad DZ, & ex ratione ipsius ZB ad BE, quod propositum erat demonstrandum.





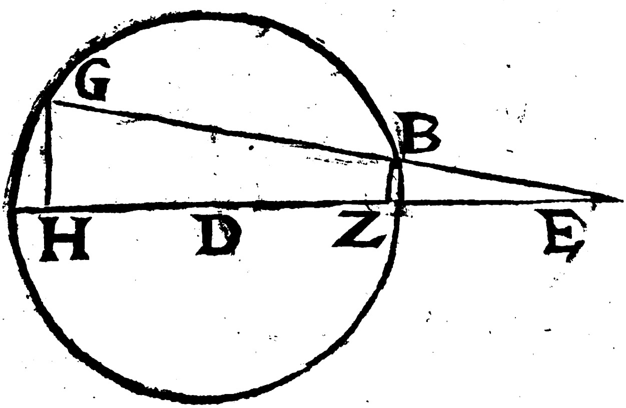
Eodem verò modo demonstrabitur, quod etiam per diuisionem ratio ipsius GE ad EA, composita est ex ratione ipsius GZ ad DZ, & ratione ipsius DB ad BA, per ipsum A ipsi EB parallelo ducta, & protracta ad ipsam ipsius GD H. Quoniam igitur rursus parallelus est AH ipsi EZ, est vt ipsum GE ad EA, GZ ad ZH, sed ipsa ZD extrinsecus sumpta, ratio ipsius GZ ad ZH, componitur ex ratione ipsius GZ ad ZD, & ratione ipsius DZ ad ZH. Est verò ratio ipsius DZ ad ZH eadem rationi ipsius DB ad BA, proterea quod in parallelas AH, & ZB productæ sunt BA, & ZH. Igitur ratio GZ ad ZH composita est ex ratione ipsius GZ ad ZD, & ex ratione ipsius DB ad BA. Sed rationi ipsius GZ ad ZH eadem est, ratio ipsius GE, ad EA, & ratio igitur ipsius GE ad EA componitur ex ratione ipsius GZ ad DZ, & ratione ipsius DB ad BA, quod erat demonstrandum.

Rursus sit circulus ABG, cuius centrum D, & sumantur in circumferentia ipsius tria quælibet puncta A, B, G, vt vtraq; AB, BG circumferentiarum minor sit semicirculo, & in circumferentijs, quę deinceps sumuntur, simile subintelligatur, & adnectantur AG, & D E B, dico, quod est vt quę sub dupla circumferentię A B ad ipsam, quę subdupla ipsius BG, ita AE recta ad EG rectã. Producantur enim perpendiculares à punctis A & G, ad DB, AZ, tum GH. Quoniam parallelus est AZ ipsi GH, & producta est in ipsa recta AEG, est vt AZ ad GH, ita AE ad EG; sed eadẽ est ratio, quę est AZ ad GH, & ipsius, quę subdupla A B circumferentia ad ipsam, quę subdupla ipsius BG, dimidia .n. vtraq; vtriusq;, & ratio igitur ipsius AE ad EG eadem est rationi ipsius, quę subdupla ipsius AB ad ipsam, quę subdupla ipsius BG, quod erat demonstrandum. Sequitur hinc autem, quod quamuis dentur & A G tota circumferentia, & ratio quę est ipsius, quæ subdupla ipsius A B ad ipsam, quę subdupla ipsius BG, dabitur & vtraq; ipsorum AB, & BG circumferentiarum.



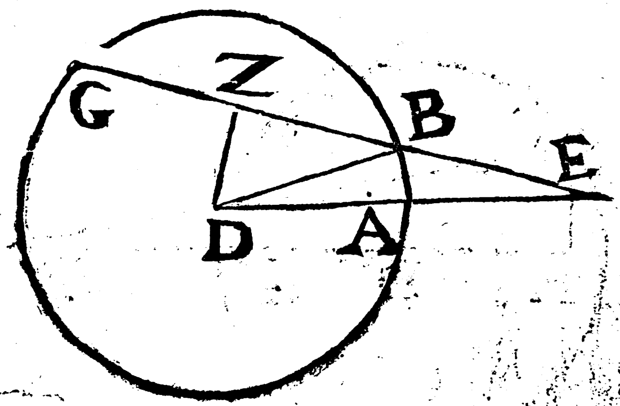
Expo-

Exposita enim eadem descriptione, adnectatur A D, & ducatur ab ipso D, perpendicularis ad AEG, ipsa D Z, quod igitur AG circumferentia data, & ADZ angulus dimidiam ipsius subtendens datus erit, & totum ADZ triangulum manifestum. Quoniam verò AG recta tota data subiacet, & ratio ipsius A E ad E G eadem existens rationi ipsius, quæ subdupla ipsius AB ad ipsam, quæ sub dupla ipsius B G, & AE erit data, & reliqua Z E, & ob id etiam DZ data, dabitur etiam EDZ angulus EDZ rectanguli, & totus qui sub A D B, quare & AB circunferentia dabitur, & reliqua, BG, quod erat demonstrandum.



Rursus sit circulis ABG, circa centrũ D, & in circumferentia ipsius sumantur tria puncta ABG, vt vtraque A B AG, circunferentiarum minor sit semicirculo, & quæ deinceps sumuntur in circumferentijs simile subintelligatur, & adnexa ipsi DA, & GB protrahantur, & concurrant ad punctum E, dico quod est, vt ipsa, quæ sub dupla ipsius

GA circunferẽtiæ ad ipsam, quæ subdupla ipsius AB, ita GE recta ad BE, similiter enim priori lemmatio. Si ab ipsis B, & G ducamus perpendiculares ad ipsum DA, & BZ, & ipsum GH, erit propterea quod parallelæ ipsæ sunt, vt GH ad BZ, ita GF ad EB, quare & vt ipsa quæ subdupla ipsius GA ad ipsam, quę subdupla ipsius AB, ita GE ad ipsum EB, quod erat demonstrandum. Et nunc inde sequitur, quod & si GB circunferentia sola data sit, & ratio ipsius quæ subduplam ipsius GA ad ipsam, quæ subdupla ipsius AB data sit, etiam AB circunferentia dabitur.



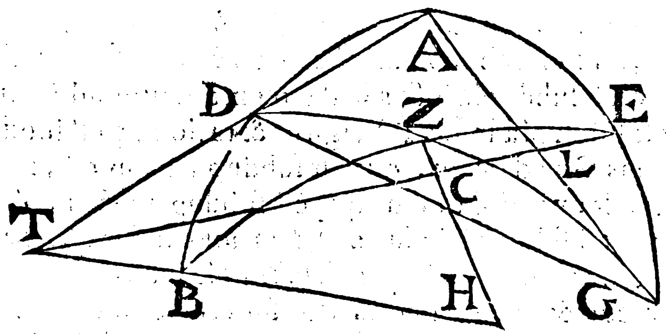
Rursus etiam dabitur in simili descriptione adiuncta ipsa DB, & perpendiculari ducta ad ipsa BG, ipsius DZ, angulus quidem sub BDZ dimidiam subtendens DG circumferentiæ erit data, & totum igitur BDZ rectangulum.

Quoniam autem & quando ratio ipsius GE ad EB data est, & etiam GB recta dabitur, & EB, & etiam totum EBZ, quare & quoniam DZ data est, dabitur & qui sub

EDZ

BDZ angulus eiusdem rectanguli, & reliquus, qui est sub EDB, quare & AB circumferentia erit data.

His praeassũptis scribantur in sphaerica superficie maximorum circulorum circumferentiæ, vt in duas AB, AG, duæ scriptæ BE, & GD secent se inuicem in puncto Z, sit



autem quælibet ipsarum minor semicirculo, idem verò & in omnibus descriptionibus intelligendum, dico igitur quod ratio ipsius, quę subduplam ipsius GE circumferentiae ad ipsam, quae subduplam ipsius EA circumferentiæ componitur tum ex ratione ipsius, quæ subdupla ipsius GZ, ad ipsam, quæ subdupla ipsius ZD tum ratione ipsius, quæ subdupla ipsius DB ad ipsam quę subdupla ipsius BA. Sumatur enim centrum sphęrę, & sit ipsum H, & producantur ab ipso H ad ipsas BZE sectiones circulorum tum HB, tum HZ, & HE, & adnexa AD protrahatur, & concurrat cum HB, protracta & ipsa in puncto T. Eodem vero modo adnexæ, DG, & AG secent ipsas HZ & HE in ipso C, & L puncto. Supra vna igitur recta fiunt TCL puncta, propter quod in duobus simul sunt superficiebus, & in ea, quę AGD trianguli, & in ea, quę

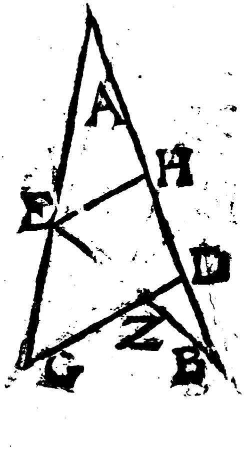
BZE circuli, quę adnexá facit in duas rectas ipsas T A & G A, productis T L & G D secantes se inuicem in puncto C, igitur ratio ipsius GL ad LA componitur & ex ratione ipsius GD ad C D, & ex ratione ipsius DT ad TA. Sed vt quidem GL ad L A, ita quæ subdupla ipsius GE ad ipsam, quæ subduplam EA circumferentiæ. Quorum GC ad CD, ita quę est subdupla ipsius GZ circumferentię ad ipsam, quæ est subduplam ipsius ZD, vt verò TD ad TA, ita quę est subdupla ipsius D B circumferentię ad ipsam, quę est subdupla ipsius BA, igitur & ratio quę est subdupla ipsius GE ad ipsam, quę est subdupla ipsius EA, componitur & ex ratione ipsius, quę est subdupla ipsius GZ ad ipsã, quę est subduplá ipsius Z D, & ratione ipsius q̃ est subdupla ipsius DB ad ipsã, quę est subdupla ipsius BA. Eodẽ verò modo & quemadmodũ in insuperficie descriptione rectarum demonstratur, ꝙ & ratio ipsius, quę subdupla ipsius GA ad ipsam quę est subdupla ipsius EA, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius GD, ad ipsam, quę est subdupla ipsius DZ, & ratione ipsius quę est subdupla ipsius ZB, ad ipsam quę est subdupla ipsius BE, quã proposita erat demonstranda:-

Quæ

Quæ preassumantur ad sphæricas demonstrationes. Cap. XII.

THEONIS.

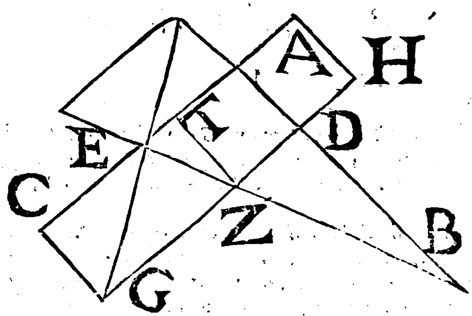
CVM verò consequens sit etiam particulares demonstrare quantitates assumptarum circumferentiarum tum inter Aequinoctialem, tum circuli, per media animalia descriptorum maximorum curculorum per Aequinoctialis polos, propter quod maximam demonstrauit, hoc est ipsã, quæ est à Tropico ad Aequinoctialem. Prius exponit lemmatia breuia, & quibus facile vti possimus, per quæ plurimas sphericarum demonstrationum simplicius, & artificiosius tradit, & primum, cuius propositio potest esse talis. Si in duas rectas finitas angulum continentes ab extremis producantur duæ rectæ secantes se inuicem, & quæ angulum continent, ratio vnius rectarum, quæ à principio angulum continent, ad ipsam, quæ intercipitur ad angulum à producta coniuncta est, siue componitur & ex ratione productæ ab extremo dictæ rectæ, & interceptæ ipsius excessus alterius productæ ad alteram rectam continentium angulum, & præterea ratione interceptę, & à sectione productarum ad terminum alterius angulum continentium, & ipsius totius productæ.



In duas enim rectis AB, AG productæ duæ & BE, & GD secent se inuicem in pucto Z, & ipsius autem AB, AG in punctis D, E. Dico quod ratio ipsius GA ad AE componitur & ex ratione ipsius GD ad DZ, & ex ratione ipsius ZB ad BE. Producatur enim per E ipsi GD parallela EH. Quoniam igitur parallela est GD ipsi EH, igitur ratio ipsius GA, ad AE eadem est rationi ipsius GD ad EH, & æquiangulum, rursus fit BZD triangulum ipsi BEH, triangulo, igitur ratio ipsius GD ad EH, hoc est ipsius GA ad AE, componitur & ex ratione ipsius GD ad DZ, & ratione ipsius ZB ad BE, & perspicuum quod à quo puncto incipit composita ratio, ab eo incipit etiã prima componentium, & in quod hæc desinit, ab hoc incipit secunda componentium, & desinit in quod composita desijt, quemadmodum ratio composita ipsius GA ad AE incipit quidem ab ipso G, & desiit ad ipsam E, postea prima ratio componentium ipsius GD ad BZ incepit ab ipso G, à quo & composita, & desiit ad ipsam Z, & deinceps ZB ad BE ratio incepit ab ipso Z in quod prima componentium desiit, & desiit in ipso E, in quod composita desiit. Dico igitur quod & omnino in tali ordine similis demonstratio constat, hoc est ratio ipsius EB ad BZ componitur, & ex ratione ipsius EA ad AG & ratione ipsius GD ad DZ. Vt enim in eadem descriptione, quia ratio ipsius EB ad BZ eadem est rationi ipsius EH ad ZD, sed ipsorum EHZD ipsius GD extrinsecus sumptæ ipsius ratio EH ad ZD componitur, & ex ratione ipsius EH ad GD, & ratione ipsius GT ad DZ, quare & ratio ipsius EB ad BZ componitur ex ratione ipsius EH ad GD, & ratione ipsius G*D*, ad *D*Z, sed ratio ipsius EH ad G*D*, eadem est, quæ ipsius EA ad AG, igitur ratio ipsius EB ad BZ componitur & ex ratione ipsius EA ad AG, & ratione ipsius *G*D ad DZ. Præterea & alio modo sumendus est dictus ordo, dico enim rursus quod ratio ipsius BE ad EZ, componitur & ex ratatione ipsius BA ad AD, & ratione ipsius GD ad *GZ*.

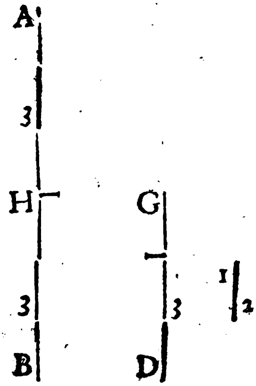
Vt

Vt enim in presenti descriptione producatur per punctum Z ipsi AB parallela HZ. Quoniam igitur ratio ipsios BE ad EZ, eadem est rationi ipsius BA ad DH, sed ratio ipsius BA ad ZH ipsa DA extrinsecus sumpta, componitur & ex ratione ipsius BA ad AD, & ratione ipsius AD ad D H, quare, & ratio ipsius BE ad E Z, componitur & ez ratione ipsius BA ad AD, & ratione ipsius AD ad ZH. Rationi verò ipsius AB ad ZH eadem est rationi ipsius GD ad GZ, & ratio igitur ipsius BE ad EZ, componitur & ex ratione ipsius BA ad A D, & ratione ipsius GD ad GZ. Eodem modo & in cæteris casibus. Idem colligetur rectarum ordine iuxta dictum modum sumpto.



Vt autem præterea manifestum sit ipsum, quod est compositionis rationum, producatur GD ad T, & ponatur ipsi EH ipsa DT æqualis, & producatur ab ipso D ipsi GT ad perpendiculum ipsa DC, & ponatur æqualis ipsi DZ, & compleatur LG parallelogramum. Et quoniam ipsius GC parallelogrammi ad CT ratio eadem est rationi ipsius GD rectæ ad ipsam DT, ratio verò ipsius GC ad CT componitur ex reliquis, hoc est & ex ratione, quam habet GD ad D C, & CD ad DT æquiangula enim parallelogramma rationem habēt ad inuicem cōpositā ex lateribus & ratio ipsius GD igitur ad DT componitur & ex ratione ipsius GD ad D C, & ratione ipsius CD ad DT, sed ipsa quidē DC ipsi DZ est æqualis, DT verò ipsi HE, igitur ratio ipsius GD ad E H, hoc est quæ est ipsius GA ad AE componitur & ex ratione ipsius GD ad DZ & ratione ipsius DZ ad E H, hoc est ipsius ZB ad BE. Ratio ex duabus rationibus, vel pluribus componi dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ fuerint aliquam quantitatem rationis. Habeat enim AB ad GD rationem datam, & GD ad EZ rationem, dico quod ratio ipsius AB ad E Z, componitur & ex ratione ipsius AB ad GD, & ex ratione ipsius GD ad EZ, hoc est quod si ipsius AB ad G D rationis quantitas multiplicetur ad ipsam ipsius GD ad EZ rationis quantitatem eam, quæ est ipsius AB ad EZ faciet.

Sit

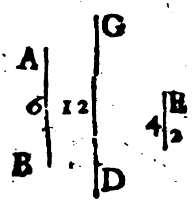


Sit enim prius ipsum AB ipso GD maius, GD verò ipso EZ, & sit ipsum quidem AB ipsius GD duplum, & ipsum vero GD ipsius EZ triplum. Quoniam igitur GD ipsius EZ triplum est, ipsius verò GD duplum ipsum AB, igitur AB ipsius EZ est sexcuplum.

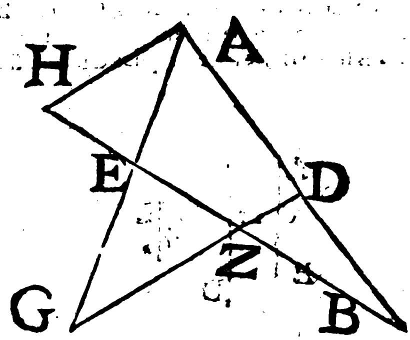
Quoniam enim & si triplum alicuius duplicemus, fit sexcuplum ipsius. Hoc enim est propriæ compositio. Vel hoc modo. Quoniam ipsum AB ipsius GD est duplum: diuidatur ipsũ ad ea, quæ sunt AB ipsi GD æqualia ipsa AH HB. Et quoniam GD ipsiu; EZ est est triplum, æquale autem est AH ipsi GD, igitur & AH ipsius EZ triplum est. Propter eadem igitur & ipsum HB ipsius EZ est triplum igitur & totum AB, ipsius EZ est sexcuplum, ratio igitur ipsius AB ad EZ, componitur per ipsum GD medium terminum, & ex ratione ipsius AB ad ipsum GD, & ratione ipsius GD ad EZ Similiter autem etiã & si minus sit vtroque ipsorum AB, EZ, ipsum GD, idem colligetur.

Sit enim rursus ipsum idem AB ipsius GD triplum, GD vero dimidium ipsius EZ. Et quoniam ipsum GD dimidium est ipsius EZ, ipsius vero GD triplum ipsum AB igitur AB sesquialterum est ipsius EZ.

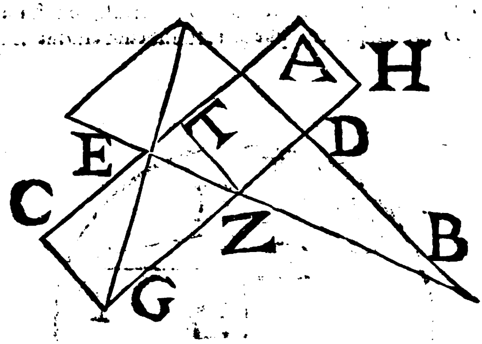
Si enim dimidium alicuius triplicemus, habebit ipsum semel & dimidium. vel hoc modo. Quoniam ipsum AB, ipsius GD est triplum, ipsum verò G D ipsius EZ dimidium, qualium igitur est ipsum AB, æquale ipsi G trium, talium est ipsum EZ duorum, quare sesquialterum erit ipsum AB ipsius EZ. Igitur ratio ipsius AB ad ipsum GZ, composita est per ipsum G D medium terminum composita & ex ratione ipsius AB ad GD, & ratione ipsius GD ad EZ.



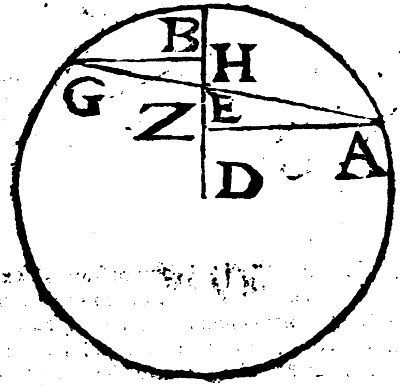
Sed tamen rursum sit GD vtroq; ipsorum & AB, EZ maius, & sit ipsum quidē AB ipsius GD dimidia pars, ipsum verò GD ipsius EZ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est ipsum AB duorum, talium ipsum GD, 4. qualium verò ipsum GD 4. talium ipsum EZ trium, & qualium igitur ipsum AB duorum, talium ipsi EZ trium, Collecta est igitur rursus ratio ipsius AB ad EZ per ipsum GD mediū terminum, qui est duorum ad ipsa tria. Similiter verò & in reliquis casibus. Et manifestum quòd si à composita ratione in quolibet componentium diuidatur, vno extremorum sublato, reliquus componentium relinquetur. Deinceps verò etiam secundum Theorema exponit, vtile etiam ipsum sicuti diximus ad sphæricas demonstrationes, simile quidem primo secundum diuisionem verò ipsius existens, cuius propositio potest esse talis. Si in duas rectas finitas angulum continentes producantur duæ rectæ à terminis secantes se inuicem, & angulum continentes, ratio segmentorum vnius rectarum angulum continentium, incipiens ab ipso, quod est ad inferiorem terminum, componitur & ex segmentis iis, quæ sunt ipsius productæ ab eodem termino, quæ incipiunt rursus ab eodem termino, & ratione excepta segmenti ab eadem producta alterius earum, quæ continent angulum, ad terminum ipsius, & ipsius totius.



In duas enim rectas AB, AG producantur duæ rectæ BE, GD secantes se inuicem ad Z, dico quod ratio ipsius GE ad EA, componitur & ex ratione ipsius GZ ad ZD, & ratione ipsius DB ad BA. Producatur enim per ipsum A ipsi EZ parallela AH, & producatur GD ad E. Quoniam igitur parallela est EZ ipsi AH, est igitur vt GE ad EA, ita GZ ad ZH, sed consequenter prius dictis ipsorum GZ, ZH media sumpta ipsa ZD, ratio ipsius GZ ad ZH componitur & ex ratione ipsius GZ ad ZD; & ex ratione ipsius DZ ad ZH, sed rationi ipsius DZ ad ZH, eadem est, quæ ipsius DB ad BA, propterea quod ad parallelas ipsas AH, EB productæ sunt BA & ZH, & æquiangula facit ipsa ADH, BDZ triangula, & est vt HD ad DA, ita ZD ad DB, & viceuersa, vt HD ad DZ ita AD ad DB, & componenti, vt ZH ad HD, ita BA ad AD, & è contrario, vt DH ad HZ, ita ipsa DB ad BA, igitur ratio ipsius GZ ad ZH, hoc est ratio ipsius GE, ad EA, componitur & ex ratione ipsius GZ ad ZD, & ratione ipsius DA ad AB, & manifestum quod similiter & hic à quo incepit composita ratio, ab ipso inceptum & prima componentium, & in quod hæc desiit; ab hoc incepit secunda componentium & desiit vbi etiam, quę componitur. Dico igitur rursus quod etiam hic omnino ita talis ordine procedit demonstratio.

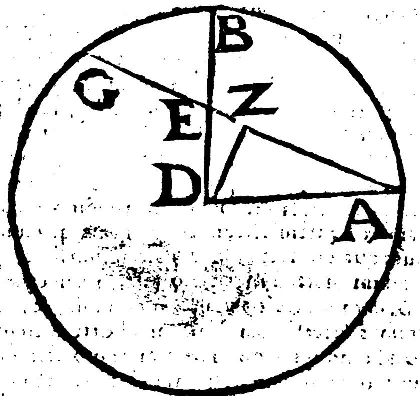


Et primum quod ratio ipsius BZ ad ZE componitur, & ex ratione ipsius BD ad DA & ratione ipsius AG ad GE producatur enim per A ipsi GD parallela AT, & producatur BE ad T. Quoniam igitur ratio ipsius BZ ad ZE, ipsa ZT extrinsecus sumpta componitur, & ex ratione ipsius BZ ad ZT, & ratione ipsips TZ ad ZT, sed rationi quidem ipsius BZ ad ZT, eadem est ratio ipsius BD ad DA, rationi verò ipsius TZ ad ZE, eadem est, quæ ipsius AG ad GE propterea quod æquiangula sunt AET; ZEG triãgula, ratio igitur ipsius BZ ad ZE, componitur & ex ratione ipsius BD ad DA, & ex ratione ipsius AG ad GE. Similiter autem & ipsum, quod est oppositum demonstrabitur. Ratio ipsius AG ad GE. componitur & ex ratione ipsius AD ad DB, & ratione ipsius BZ ad ZE, & rursus & omnino, vt sumatur dictus ordo, & quod componitur, & componentium, vt deinceps in particularibus rursum talibus demonstrationibus manifestum faciemus. Vt enim rursus & per lineas manifestum fiat ipsum, quod est compositionis rationum producatur per ipsum Z ipsi HG ad rectas ipsa ZT, & ponatur ipsi æqualis ZD, & compleatur HC parallelogrammum. Quoniam igitur ratio ipsum GT parallelogrammi ad TH componitur ex la eribus, hoc est ex ratione ipsius GZ ad ZT, & ratione ipsius TZ ad ZH, sed vt GT parallelogrammum ad TH, ita GZ ad ZH, ratio igitur ipsius GZ ad ZH componitur & ex ratione ipsius ZG ad ZT, & ratione ipsius ZT ad ZH, æqualis autem ZT ipsi ZD, ratio igitur ipsius GZ ad ZH componitur & ex ratione ipsius ZG ad ZD & ratione ipsius DZ ad ZH, sed ratio ipsius DZ ad ZH eadem est ipsi rationi ipsius DB ad BA, propterea quod æquiangula sunt, sicuti diximus, ipsa DZB, ADH, triangula, ratio igitur ipsius GZ ad ZH, hoc est ratio ipsius GE ad AE componitur & ex ratione ipsius GZ ad ZT, & ratione ipsius DB ad BA. Deinceps post talia duo rectilinea lemmaria exponit, & alia quatuor circularia vtilia & ipsa ad sphæricas demonstrationes, & primum cuius propositio potest esse talis. Si circuli in circumferentia sumantur tria quælibet puncta auferentia inter duas circumferentias vtramque minorem semicirculo, sub tendens simul vtramque circumferentiam recta ita secabitur ab ipsa, quæ adnectit [illegible] tur à centro circuli ad ipsam quod est inter sumpta tria puncta, ut segmenta ipsius eandem rationem habeant subtendentibus duplas vtriusque dictarum duarum circumferentiarum ab eodem puncto quæ præcedunt cum assumuntur.



Sit enim circulus ABG cuius centrum D, & in circumferentia ipsius sumantur tria quelibet puncta ABG, vt vtramque ipsarum AB, BG circumferentiarum, minor sit semicirculo, & in consequentibus verò simile subintelligatur, quare cum dicimus, sumantur in circumferentia circuli tria quælibet puncta, minores ipsa accipiantur semicirculorum circumferentias, quę sunt inter ipsas, & adnectantur, & AG, & DEB, dico quod est, vt AE recta ad ipsam EG, ita subtendens duplam AB circumferentiæ recta ad subtendentem duplam secundę circumferentię rectam, producantur enim perpendiculares ex A & G punctis ad DEB ipsæ AZ GH. Et quoniam parallela est AZ ipsi GH, & ipsas cecidit AEG, ęquiangulum igitur est AEZ triangulum ipsi GEH triangulo, est igitur vt AZ ad GH, ita AE ad EG, sed eadem est ratio ipsius AZ ad GH, & subtendentis rectę ipsam duplam ipsius AB circumferentiæ ad subtendentem duplam ipsius AG circumferentię rectam, quandoquidem si protrahamus ad oppositas circumferentias AZ, GH, vt ipsas AZT, GHC, AT quidem subtendens duplam ipsius AB circunferentię; duplarum est ipsius AZ rectę, ipsa verò GE similiter duplam subtendens ipsius BG circumferentia, duplerū est ipsius GH & est, vt AT subtendens duplam ipsius AB circumferentiæ ad ipsam GH subtendentem duplam ipsius BG circumferentiæ, ita AZ ad GH, sed vt AZ ad GH, ita AE ad EG, quare & ratio ipsius AE ad ipsam EG, eadem est rationi ipsius AT ad GC, hoc est rationi ipsius, quæ est subduplam ipsius

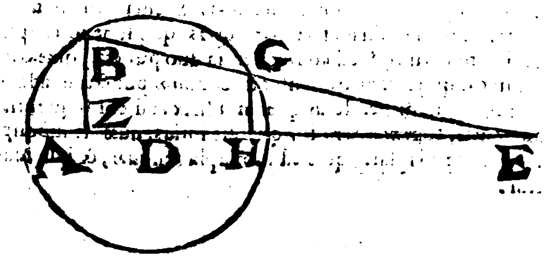
AB circumferentię ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BG. Suscipit autem plures causę propositum theorema. Cum enim AB, BG circumferentiæ inęquales sint, pręterea verò & vtraque ipsarum minor sit quadratis, cadent perpendiculares ad aliud, atque aliud punctum, eorum, quę sunt BD, vt se habet in proposita descriptione. Cum verò ęquales ad idem punctum cadent ad B D, super rectam inuicem factę perpendiculares, tunc cum ipsę AE, EG sint & ipsa AG subtendens duplam vtriusque æqualium circumferentiarum. Cum verò vna ipsarum sit quadrantis, alia verò minor, alia quidem ad idem centrum cadet, hæc verò in ipsa BD, cum verò vtraque ipsarum quadratis sit ad ipsum D centrum, & ambę cadent perpendiculares, super recta inter se cum sint, & diametrum circuli absoluant, cum verò maiores sint quadratis ad BD protractam cadent, dicto modo impositam demonstrationem absoluentes, permutant verò inter dicta puncta circumferentias minores semicirculo, quandoquidem subduplas ipsarum rectam rationem inquirit. & si vtraque ipsarum semicirculi sit, dupla vtriusque tota circumferentia circuli est sub quam recta non subtendit. Pręterea verò multo impossibile procedit in maioribus semicirculis exceptis circumferentiis duplis ipsarum maioribus existentibus circuli circumferentię. Tali igitur primo circulari lemmatio pręsumpto, exposuit etiam secundum circulare lemmatium, cuius rursus propositio potest esse talis. Si in circuli circumferentia sumantur tria quęlibet puncta, excipientia inter ipsa duas circumferentias, vtramque minorem semicirculo, vt simul vtraque sit, sit data, & etiam ratio subtendentium rectarum duplas ipsarum, dabitur etiam vtraque à principio duarum circumferentiarum.



Circuli enim ipsius ABG sumantur in circumferentia tria quęlibet puncta ABG, excipientia inter ipsas circumferentias quę sunt AB, BG dicto modo, vt simul

vtra-

vtraque ABG data, atque etiam ratio subtendentis rectæ duplam ipsius AB circumferentiæ, ad subtendentem rectæ duplam ipsius BG circumferentię, dico quod etiam vtraque AB, BG circumferentiarum data est. Sumatur enim centrum circuli ipsum D, & adnexis similiter superiori lemmatio, & A G, D T etiam adnectatur, & à centro D ad ipsam A, ipsa DA, perpendicularis verò ab ipso D ad ipsam AG producatur ipsa DZ, tanquam maiore profecto existente AB circumferentia ipsius BG. Si enim æquales essent perpendiculares, ad E caderent, si verò minor AB, ipsa BG ad EG. Quoniam igitur data est circumferentia AG igitur data est etiam dimidia ipsius, quare & angulus quibus ipsa ADZ sub ipsa datus est. Si enim protrahatur DZ in duas partes diuisione ipsius ABG circumferentię cadet, datus est verò ad Z, & rectus angulus, & reliquus igitur ad A angulus dabitur, data est verò & DA recta ex centro, & est AZ dimidia AG datæ ex in circulo rectis, quoniam & ABG circumferentia data est, & est ipsum quod est ab ipsa AD æquale ipsis, quę sunt ab ipsa AZ, ZD, quare & reliquum ADZ trianguli latus ipsum DZ est datum, & totum videlicet A D Z triangulum est datum. Et quia supponitur ratio data ipsius, quę est subdupla ipsius AB circumferentię ad ipsam quę est subdupla, ipsius BG, eadem existens rationi ipsius AE ad EG, propter id, quod ante hoc, data est igitur & ratio ipsius AE ad EG, data est verò & tota AG recta, & vtraque igitur ipsarum AE, EG erit data. Demonstratum est enim in datis, quod si data magnitudo in datam rationem diuidatur, vtrumque segmentorum erit datum, vel etiam ita. Quoniam data est ratio ipsius AE ad EG, & componenti data est ratio ipsius AG ad GE, & data est AG, data igitur est & ipsa GE, data verò est & ZG, dimidia existens ipsius AG, igitur & reliqua ZE erit data, data est etiam ZD, & recta, quæ sub DZE, data igitur est & ipsa DE, ob id autem & angulus qui sub EDZ, vt deinceps demonstrabimus, erat verò data & quę sub ADZ, & totus igitur qui sub ADB angulus erit datus, ob id igitur & AB circumferentia. Erat verò data & tota ABG circumferentia, & reliqua igitur BG circumferentia erit data. Consequenter verò etiam in superioribus dictis casibus dabitur vtraque ipsarum AB, AG circumferentiarum, datus verò ipse, qui sub EDZ angulus, circumscripti circa EZD, rectangulum circuli hoc modo, Intelligatur enim circumscriptus circulus, manifestum igitur quod DE diameter erit circuli, propterea quod rectus est angulus ad Z. Et quoniam data est vtraque ipsarum DE, EZ, qualium ipsius ABG circuli diameter 120. & qualium igitur DE diameter scripti circuli 120 datur etia ipsa EZ, quare in ipsa circumferentia dabitur & qui sub EDZ angulus, vt ad circumferentiam existentem circumscripti circuli, qualium duæ rectæ 360. & medietatū, qualium quatuor recti 360. vt ad centrum sit, propterea quod duo recti totum semicirculum subtendunt ad circumferentiam existentium angulorum, ad centrum verò D, & toto circulo in 360 partes diuiso, & à recto angulo ad segmenta coniungentibus se rectis hanc quidem ad circumferentiā rectam in 180. diuidi, hanc verò ad centrum in 90. Præterea verò & tertium lemmatium exponit circulare, cuius propositio potest esse talis. Si circuli in circumferentia sumantur tria puncta auferentia non solum vtramque, sed simul vtrasque, quæ inter duas circumferentias, minores semicirculo, vt concurrat subtendens recta sub vna dictarum circūferentiarum cum recta, quæ coniungitur à centro epicicli ad reliquum punctum, extra videlicet circuli circumferentiam, erit vt subtendens recta duplam simul vtriusque circumferentiæ ad subtendentem rectam duplam vnius circumferentię ipsius, quæ est ad annexam rectam in centro, ita tota recta concurrens cum ipsa, quæ est per centrum ad acceptam ipsius extra circuli circumferentiam. Circuli enim ipsius ABG sumantur in circumferentia tria puncta A B G, auferentia

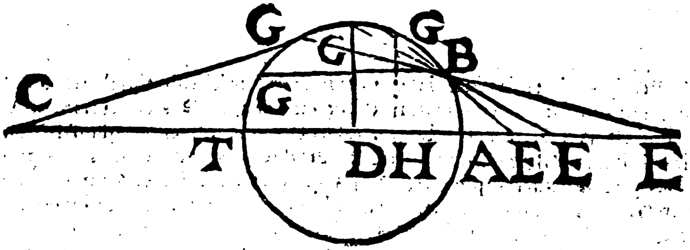


AB, BG circumferentias inter ipsas, vt minor sit semicirculo simul vtraque AG, & sumatur centrum circuli ipsum D, & adnexæ GB, DA concurrant ad E, dico quod est, vt ipsa, quæ est subdupla ipsius GA circumferentiæ, ad ipsam quæ est subdupla ipsius AB, ita GE recta ad EB. Producantur enim ab ipsis G, B, punctis ad DA perpendiculares ipsę GH, BZ, parallelę videlicet factę, & simile facientes ipsam GEH triangulum ipso BEZ triangulo, est igitur vt ipsa GH ad ipsam BZ ita ipsa GE ad ipsam EB, sed vt ipsa GH ad ipsam B Z, ita ipsa, quę est subdupla ipsius AG circumferentia ad ipsam, quę est subdupla ipsius AB, per primum theorema circulare. Et vt igitur ipsa, quæ est subdupla ipsius GA circumferentiæ, ad duplam ipsius AB, ita GE recta ad ipsam EB, dico quod & si ad alias partes concursus fiat simile continget, circumferentiis è contrario assumptis.

Concurrant enim ipsæ BG, AD, ad ipsum C, dico quod est, vt ipsa, quę est subdupla ipsius AB, ad ipsam, quę est subdupla ipsius AG, ita BC ad ipsam C G. Producantur enim rursus ab ipsis BG ad AC perpendiculares ipsę BZ, GH. Est igitur rursus per prędicta, vt ipsa BZ ad GH, ita BC ad CG, vt verò ipsa BZ ad GH, ita ipsa, quæ est dupla ipsius BA, ad ipsam quæ est subdupla ipsius AG, dimidia enim vtraq vtriusq. Igitur & vt ipsa, quæ est subdupla ipsius BA, ad duplā ipsius AG, ita ipsa BC ad CG. Manifestum igitur, qod in quibus descriptionibus simul vtraque ABG quadrantis est, perpendiculari cadente ad D centrum ad ipso G ad ipsam AD, simul cadent ipsę DA, BG minoribus duabus rectis factis angulis a ipsa DG, vt in supposita descriptione, multo enim magis si minorum quantitatis fuerit ipsa AG, concurrent DA, BG rectæ. Similiter verò & si maior quadrante sit ipsa AG, anguli verò ad GD duobus rectis minores existant concurrent, & con-

stitue-

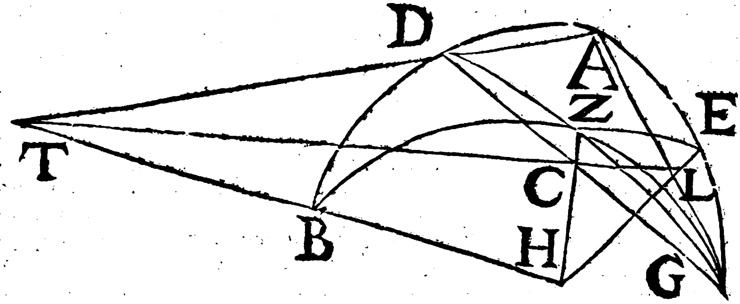
stituetur problema. In quibus autem maiores sunt duobus rectis ad opposita, concurrent, & e contrario ratio constituetur in quibus enim protracta A D, vt ad ipsum T, æqualem facit AB, ipsi GT, cum parallela fiat ipsa recta BG ipsi AT, non consistens erit Theorema: Et enim in quibus AB, AG simul vtrque maiores sunt semicirculo, intro enim concurrent rectę. Et præterea rursus in quibus semicirculares sint, in eodem enim puncto circumferentiæ concurrent rectæ, vt in suppositis rursus descriptionibus. Propterea demonstrabimus in particularibus demonstrationibus, quod non vtitur facientibus problema ita non consistens. Sed extra concurrentibus. Præterea verò deinceps & quartum lemmatium circulare similiter exponit, cuius propositio potest esse talis. Si circuli in circumferentia sumantur tria puncta auferentia duas circumferentias, quę sunt inter ipsas, vt simul vtraque minor sit semicirculo, & ad consequentia duo puncta, quæ coniungit recta, concurrat cum ea, quę à centro circuli ad reliquum punctum adnectitur recta extra circuli circumferentiam, & detur quæ in adnexa ad consequentia duo puncta rectæ circumferentia, & præterea ratio, quæ est ipsius, quæ est subdupla simul vtriusque circumferentię ad ipsam, quæ est subdupla reliquæ, & ipsa reliqua circumferentia dabitur.



Circuli enim ipsius ABG in circumferentia sumantur tria puncta ipsa ABG, auferentia simul vtrasque, quæ sunt AB, BG minores semicirculo, vt ipsa BG sit data. Et præterea rationem ipsius, quæ est subdupla ipsius G A circumferentiæ ipsam, quæ est subdupla ipsius A B, dico quod etiam ipsa A B data est. Sumatur enim centrum circuli ipsum D, & adnexæ ipsæ BD, GB, protrahantur, & concurrant ad ipsum E, & ab ipso D ad GB rectam perpendicularis ducatur ipsa DZ, & adnectatur ipsa DB. Quoniam igitur ipsa BG circumferentia data est, & angulus qui sub BDZ subtendens dimidium ipsius, datus erit, data est verò & ipsa BG recta ex rectis in circulo, & bifariam ipsam secat ipsa DZ, & dimidia igitur ipsius ipsa BZ data est, data verò est & quæ ex centro ipsa DB, & est ipsum, quod ab ipso D B æquale ipsis, quæ est ab B Z, ZD, data est igitur ipsa ZD, & totum ipsum ZDB triangulum rectangulum. Et quoniam ratio ipsius GE rectæ ad EB data est, eadem existens rationi ipsius, quæ est subdupla ipsius GA circumferentiæ ad ipsam,

quæ

quæ est sub dupla AB datæ, data est igitur & ratio ipsius EG ad GB. Si enim magnitudo ad reliquam sui ipsius partem rationem habeat datam, & ad reliquum, rationem habebit datam, Et datum est ipsum GB, data est ergo & ipsa EG, quare & reliqua BE erit data Vel etiam ita. Quoniam ratio ipsius EG ad EB data est, & data est GB, igitur data est ipsa BE, data verò esset BZ, igitur & tota EZ data erit, sed & ZD data est, & etiam quæ ab ipsis EZ, DZ æqualia ipsi, quod est ab ipsa ED, data igitur est etiam ED, quare & ipsum FZD triangulum rectangulum erit datum, & qui sub ZDE angulus similiter, circa ZDE triangulum rectangulum descripti circuli. Datus verò erat, & qui sub ZDB angulus, & reliquus igitur BDA angulus ad centrum erit datus, quare etiam AB circumferentia. His igitur duobus rectilineis, & quatuor circularibus lemmatis presumptis. Deinceps exponit sphæricum theorema, in quo duarum propositionum demonstrationem facit, cuius quidem per divisionem, alterius verò per compositionem, & primum ea, quæ per divisionem, quæ potest esse talis. Si in sphærica superficie scribantur duorum maximorum circulorum circumferentiæ secantes se inuicem, & à sectione ipsarum excipiatur ab vtraq; minor semicirculo, & per facta puncta scribantur inter duas maximorum circulorum circumferentias rursus semicirculi minores, secantes se inuicem, & exceptas circumferentias, ratio ipsius, quæ est subdupla vnius sectionis, eius quæ est à termino exceptarum ad ipsam, quæ est subdupla reliquæ ipsius sectionis, composita est et ex ratione ipsarum, quæ subduplis sectionũ descriptæ à termino dictæ vnius à principio exceptarum, præcedente ea, quæ sumitur, quæ est subdupla eius, quæ à tali termino sectio, & præterea ratione ipsius, quæ subdupla sectionis reliquæ à principio exceptarum, quæ est ad terminum ipsius ad ipsam, quæ est subdupla totius.

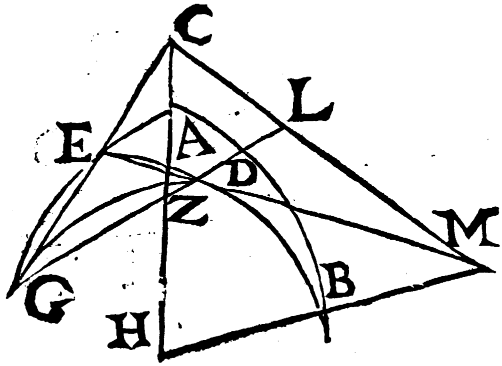


Scribantur enim in sphærica superficie maximorum circulorum circumferentiæ, vt ad duas ipsas AB, AG duæ scriptæ BE, & GD secent se inuicem ad punctum Z. Sit autem vnaquæque ipsarum minor semicirculo, idem verò etiam in similibus omnium descriptionum subintelligatur, dico quod ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius GE circumferentiæ ad ipsam quæ est subdupla ipsius EA, composita est, & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius GZ circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius ZD, & ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius DB ad ipsam, quæ est sub

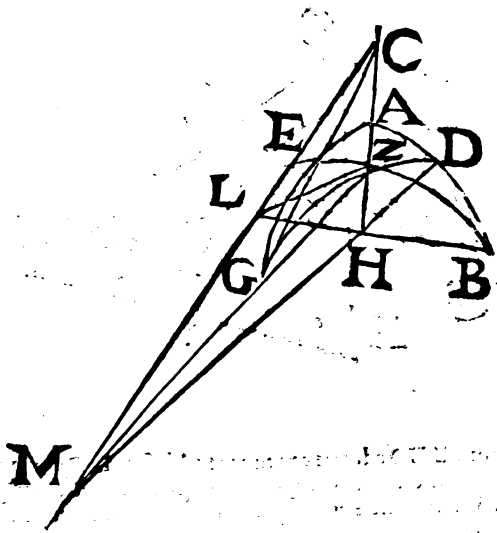
V dupla

dupla ipsius BA. Sumatur enim centrum sphæræ ipsum H, idem igitur erit & circulorum. Maximi enim supponuntur, & ab ipso adnectantur ad BZE sectiones circulorum, & HB, & HZ, & HE, & annexa AD protrahatur, & concurrant cũ HB protracta, & ipsa ad punctum T. Similiter autem adnexæ DG, & AG, secent HZ, & EH ad C & L puncta, propterea quod in duobus simul sint superficiebus, & trianguli AGD, & circuli BZE, vt deinceps demonstrabimus quæ adnexa facit in primis duobus rectilineis lemmatijs, & demõstrationem, & descriptionem, hoc est in duas rectas ipsas TA, AG, duas productas TL, & GD secantes se inuicem ad ipsum C, & videlicet rationem ipsius GL recte ad ipsam LA coniunctam esse, & ratione ipsius GC ad CD, & ratione ipsius DT ad TA. Sed vt quidem GL ad LA, ita ipsa, quæ est subdupla ipsius GE circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius EA per primũ circulare lemmatium, in circumferentia enim circuli AEG sumpta sunt tria quælibet puncta ipsa A, E, G, excipientia circumferẽtias minores semicirculo, & à centro ipsius H, ad medium punctum E, coniuncta est HE, & præterea ad reliqua duo puncta ipsa A, G. Et manifestum quod si à punctis AG ad ipsam HE perpendiculares duxerimus, eadem erit descriptio, sicut diximus descriptioni primi circularis lemmatii, per eadẽ igitur erunt CG ad CD, ita ipsum, quæ est subdupla ipsius GZ ad ipsam quæ est subdupla ipsius ZD, vt verò DT, ad TA, ità quæ est subdupla ipsius DB circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BA, ob assumptionẽ è contrario circircularis lemmatii, igitur & ratio ipsius, quæ est subdupla GE circumferentiæ, ad ipsam quæ est subdupla ipsius BA, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius GZ ad ipsam quæ est subdupla ipsius ZD, & ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius DB, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BA Quod autem T, C pũcta in duabus sint superficiebus, & ea, quæ est trianguli ADG, & ea quæ est circuli BZE, demonstrabimus hoc modo. Quoniam enim ipsa CL in ipsis GA, GD lateribus sunt ADG trianguli, ipsum verò E in AD protracta, igitur puncta TCL in superficie sunt trianguli ADG. Rursum quoniam H centrũ est circuli BZE, & ex centro ipsius ipsa HE, HZ, HB in superficie circuli sunt, & est quidem ipsum T in HB protracta, ipsum verò C in ipso HZ, ipsũ verò L in HE, quare pũcta TCL in superficie sũt circuli ꝑ ipsũ BLE, & erit ipsum T in HB protracta, ipsum verò C in HZ, ipsum verò L in HE, quare puncta TCL in superficie sunt circuli per ipsum BZE, demonstrata verò sunt etiam in superficie triãguli per ipsum AGD, in communi igitur sectione sunt dictarum superficierum, super recta igitur sunt. Cæterum in ipsa, quæ est ab vtraq. circumferentia minores semicirculo, & per facta puncta scribãtur rursum inter ipsa exceptæ maximorum circulorum circumferentię minores semicirculo, secantes se inuicem, & à principio exceptas circumferentias, ratio quę est subdupla vnius, quę à principio exceptę sunt ad ipsam, quę est subdupla sectionis ipsius, quæ est ad communem sectionem à principio circumferentiarum, componitur & ex ratione ipsius quę est subdupla descriptæ à termino dictę vnius a principio circumferẽtiarum ad ipsum, quę est subdupla sectionis ipsius, quę est ad reliquã, quę a principio sunt circumferentiarum, & ratione ipsius, quę est subdupla sectionis reliquę descriptarũ ipsius, quæ est ad terminum reliquę earũ, quæ sunt a principio ad ipsam, quę est subdupla totius reliquę descriptarum, hoc est vt in eadẽ descriprione, dico quod ratio eius, quę est subdupla ipsius GA circũferentię ad ipsam, quę est subdupla ipsius AE, componitur ex eo ratione ipsins, quę est subdupla ipsius GD, ad ipsam, quę est subdupla ipsius DZ, & ratione ipsius, quę est subdupla ipsius ZB ad ipsam, quę est subdupla ipsius BE, adnexę enim ipsę GEHA, protrahantur & concurrant ad ipsum C & pręterea EZHB adnexę concurrant ad ipsum M.

Et simi-

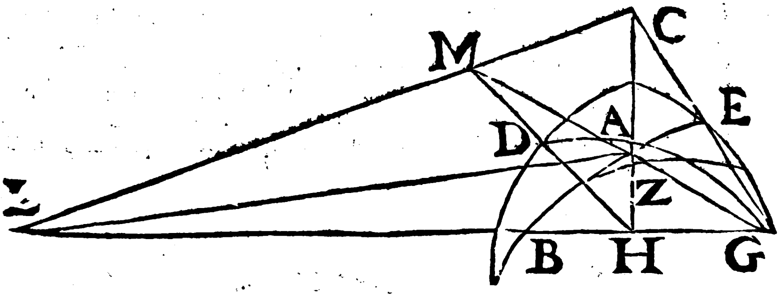


Et similiter rursum GZ, HD adnexæ concurrant ad ipsum L. Quoniam igitur pũcta CLM in superficie sunt trianguli per ipsum GZE (in protractis enim ipsius lateribus sunt) sunt autem & in superficie circu i per ipsum ADB (in protractis enim ex cẽtro ipsius sunt) quare in communi sectione dictarum superficierum sunt, super recta igitur sunt CLM puncta, & propterea adnexa ipsa CLM recta fiant ad duas ipsa GC, CM duæ productæ GL, ME, secantes se inuicem ad ipsum Z, & vt in primo rectilineo lemmatio per compositionem, ratio ipsius CG rectæ ad ipsum CE componitur & ex ratione ipsius ad GL ad LZ, & ex ratione ipsius ZM ad ME, sed ratio ipsius GC ad CE per tertium circulare lemmatium eadem est rationi ipsius, quæ est subdupla ipsius GA ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AE, ratio verõ ipsius GL ad LZ p eadem, eadem est ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius GD circumferentiæ ad ipsam quæ est subdupla ipsius DZ, ratio verò ipsius ZM ad ME similiter eadem est rationi ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BE, igitur ratio ipsius, quæ est subdupla GA circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AE, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius GD, ad ipsam, quæ est subdupla DZ. & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB, ad ipsam, quæ est subduplam ipsius BE Manifestum verò, quod & quotquot casus sunt sumptorum lẽmatiorum ad talia theoremata, vt etiam ipsorum theorematum, & perspicuum etiã in his duobus sphæricis demonstrationibus, quod à quocunque incipiant composita ratio ab hoc ex prima componentium, & in quod hæc desinit, ab hoc incipit secunda componentium, & definit vbi, & quo componitur desinebit pluribus igitur ca Fbus in theoremate, sicuti diximus, existentibus, vnum vel duos exponemus, per quos etiam reliqui facile intelligi possunt.

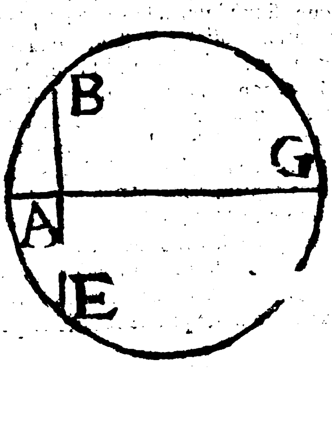


Ponatur enim similis descriptionis in circumferentijs, & ipsa quidem GE, concurrat similiter cũ HA ad ipsum C, ipsa vero ZE ipsi HB, ad opposita superioris descriptionis ad ipsum L. ipsa verò ZG ipsi DH similiter ad opposita ad ipsam M, super recta igitur sunt CLM puncta. propterea quod rursus sunt ipsa in superficie trianguli ZCE, quandoquidem etiam in lateribus ipsius protractis sunt, & in superficie ADB circuli, quandoquidem rursus in protractis ex centro sunt, quæ adnexa facit ad duas MC, MZ, duas producens ipsa GC, LZ secant se inuicem ad ipsum E, & quemadmodum supra in rectarum descriptione demonstrabamus, quod ratio ipsius GC ad CE componitur, & ex ratione ipsius GM ad MZ, & ratione ipsius ZA ad LE, sed rationi ipsius GC ad CE, eadem est, quæ ipsius, quæ est subdupla ipsius GA circumferentia ad ipsum, quæ est subdupla ipsius AE, rationi verò ipsius GM ad MZ, eadem est è contrario in circumferentijs dictæ in casu circularis tertij lemmatii, ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius GD circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius DZ, rationi verò ipsius ZL ad LE eadem est similiter, quæ ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BE, & ita igitur ratio ipsius, quæ est subdnpla ipsius AE, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius GD ad ipsam, quæ est subdupla ipsius DZ. & ratione ipsius, quę est subdupla ipsius ZB ad ipsam quæ est subdupla ipsius BE. Deinceps verò, & in alio casu eandem demonstrationem faceremus.

Concu-



Concurrat enim rursum ipsa G E cum HA ad ipsum C, ipsa verò G Z cum H D ad ipsum M, ipsa verò GH cum ipsa EZ ad ipsum L, vt se habet in consequenti descriptione. Et manifestum rursus quod super recta sunt CLM, puncta propter quod similiter in superficie sint DEZ trianguli, & in superficie ADB circuli, quæ rursus adnexa facit ad duas ipsas LC, GC productas ipsas GM. LE se inuicem secare ad ipsum Z, & propterea, vt supra demõstrauimus, ratio ipsius GC productę ad CE componitur & ex ratione ipsius GM ad MZ, & ratione ipsius ZL ad LE, sed rationi ipsius GC ad CE, eadem est, quæ ipsius, quæ est subdupla GA circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AE, rationi verò ipsius AE, rationi verò ipsius GM rectæ ad MZ eadem est ipsius, quæ erat subdupla ipsius GZ circũferentiæ ad duplã ipsius DZ. rationi verò ipsius ZL rectæ ad LE eadem est, quæ est subdupla ZB circumferentiæ ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BE, ratio igitur ipsius, quæ est subdupla GA circumferentiæ ad ipsam quæ est subduplam ipsius AE componitur & ex ratione ipsius GD ad ipsam, quæ est subdupla ipsius DZ, & ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB ad ipsam quæ est subdupla ipsius BE. Similiter verò & in reliquis casibus idem hoc demonstrabitur, super rectis existentibus CLM punctis. Est autem & sine descriptione superficiei super rectis ex demonstratione per diuisionem prõptius demonstrationem circumferentiarum per compositionem excogitare presumpto nobis breuiter tali lemmatio.



Sit semicirculus A B G super diametro ipsius G, & sumatur in circumferentia ipsius quodlibet punctum B, dico quod subtendens duplam ipsius A B circumferentiæ, subtendit etiam duplam ipsius B G, & est illhinc manifestum. Sic enim explentes circulum perpendicularem ab ipso B, ducentes ad ipsum A G protrahamus ad ipsum E recta B E subtendens ipsam B A E duplam existentem ipsius B A, subtendit & ipsam B G E duplam existentem ipsius B G. Hoc præsumpto ponatur eadem circumferentiarum descriptio, & compleatur GAH, GDH semicirculi.

Quoniam igitur ad duas EH, EB circumferentias duæ productæ sunt ipsæ HDZ BDA secantes se inuicem ad ipsum D, ratio ipsius quæ est subdupla ipsius HA ad ipsum, quæ est subdupla ipsius AE, cōposita est & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius HD ad ipsum, quæ est subdupla ipsius DZ, & ratione ipsius quæ est subdupla ipsius Z B ad ipsam, quę est subdupla ipsius B E, hoc enim demonstratum est. sed subtendens duplam ipsius HA, subtendit etiam duplam ipsius AG, reliquam existentem in toto circulo. Subtendens verò duplam ipsius HD, subtendit etiam duplam ipsius GD, quare & ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius GA ad ipsam, quę est subdupla ipsius AE, cōponitur & ex rōne ipsius, q̄ est subdupla ipsius GD ad ipsā q̄ est subdupla ipsius DZ, & rōne ipsius, q̄ est subdupla ipsius BZ ad ipsā, q̄ est subdupla ipsi⁹ BE. Quod autē, sicuti diximus, ex plurib⁹ casibus, & in tali descriptione paucas exponemus, quæ poterunt & reliquas nobis facere intellectu faciles, & necessarium sit rursum ex sumptione per diuisionem demonstrare, quod per compositionem ratio ipsius, quę est subdupla ipsius GD ad ipsum, quę est subdupla ipsius DZ, componitur & ex ratione ipsius q̄ ę est subdupla ipsius GA ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AE, & ratione ipsius, quę est subdupla ipsius EB, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BZ. Quoniam enim secundum dictum à nobis ordinem ratio ipsius, quę est subdupla ipsius HD ad ipsam, quę est subdupla ipsius DZ, componitur & ex ratione ipsius, quę est subdupla ipsius H A ad ipsam, quę est subdupla ipsius AE, & ratione ipsius quę est subdupla ipsius EB ad ipsum, quę est subdupla ipsius BZ, sed subtendens duplam ipsius HD, subtendit etiam duplam ipsius GD; subtendens verò duplam ipsius HA, subtendit etiam duplam ipsius AG. Ratio igitur ipsius, quę est subdupla ipsius GD, ad ipsam, quę est subdupla ipsius DZ, cōponitur & ex ratione ipsius, quę est subdupla ipsius GA, ad ipsam, quę est subdupla ipsius AE, & ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius EB ad ipsam, quę est subdupla ipsius BZ. Rursum in eadem descriptione ex ratione per diuisionem, dico quod conuer-

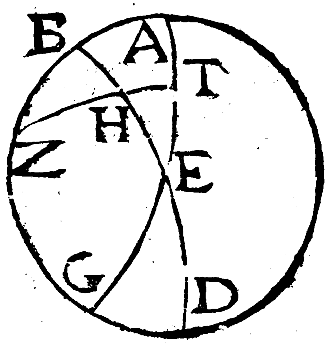
conuertendo ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius ZD, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius DG, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB, ad ipsam quę est subduplam ipsius BE, & ratione ipsius, quæ est subdupla EA ad ipsam, quę est subdupla ipsius AG. Rursum enim in ratione per diuisionem. Quoniam ratio ipsius, quę est subdupla ipsius ZD ad ipsum, quæ subdupla ipsius DH, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB, ad ipsam quæ est subdupla ipsius BE, & ratione ipsius quæ est subdupla ipsius EA, & ad ipsam, quę est subdupla ipsius AH, sed subtendens duplam ipsius HD, subtendit etiam duplam ipsius DG, subtendens vero duplam ipsius AH, subtendit etiam duplam ipsius AG, ratio igitur ipsius, quę est subdupla ipsius ZD ad ipsam, quę est subdupla ipsius DG, componitur & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius ZB ad ipsum, quę est subdupla ipsius BE, & ratione ipsius, quę est subdupla ipsius EA ad ipsum, quę est subdupla ipsius AG. Similiter autem & reliqui casus à nobis demonstrabuntur, completis ipsis BDA, BZE semicirculis.

PTOLEMAEVS

De circumferentijs inter Æquinoctialem, & circulum obliquum.

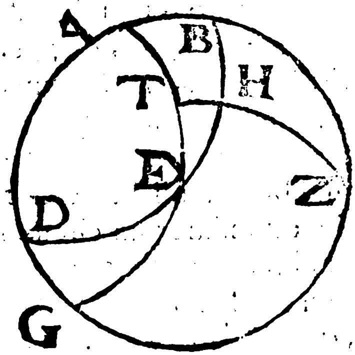
CAP. XIIII.

HOC autem theoremate exposito, faciemus primam propositarum circumferentiarũ demonstrationem, hoc modo.



Sit enim per vtrumque polum & Aequinoctialis, & Zodiaci circulus ABGD per Aequinoctialis semicirculus AEG eius autem qui per intermedia animalia BED punctũ verò E ipsa sectio ipsorum secũdum vernum Aequinoctium, vt hybernus tropicus sit ipsum B, æstiuum verò ipsum D. Sumatur autem in ABG circumferentia polus AEG Aequinoctialis, & sit Z punctum, & sumatur EH circumferentia qui per media animalium, supposita partium 30, qualium maximus circulus est 160. Per ipsa verò ZH scribatur

batur maximi circuli circumferentia ZHT, & proponatur ipsam HT, videlicet inuenire. Præassumatur verò & hic, & omnino in omnibus similibus demonstrationibus, ne in singulis eadem repetamus, quod cum quantitates dicamus circumferẽtiarum, vel rectarum quot sunt partium, vel sectionum in circumferentijs quidem tot dicimus, qualium maximi circuli circumferentia partium 360, in rectis verò talibus, qualibus circuli diameter 120. Quoniam igitur in descriptione maximorum circulorum in duas ipsas AZ, TE circumferentias scriptæ sunt duæ & ZT, & EB, secantes se inuicem ad H, ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius ZA ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AB componitur vel ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsins TZ ad ipsam quę est subdupla ipsius TH, H ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius HE, ad ipsam, quę est subdupla ipsius EB, sed dupla ZA circumferentiæ partium est 180, & recta, quæ est sub ipsa partium 120, ipsius verò AB dupla secundum rationẽ 83 ad ij, cui nos asserimus partium 47, 42, 40, recta verò sub ipsa partium 48,31,55. Et rursus ipsius HE circumferentiæ dupla partium 60, & recta sub ipsa partium 60, dupla verò ipsius EB, partium 180, & recta, quę est sub ipsa 120. Si igitur à ratione ipsarum 120 ad ipsa 48,31,55 auferamus rationem ipsarum 60 ad ipsa 120, relinquetur ratio ipsius, quę est subdupla ipsius ZT ad ipsam, quę est subdupla TH ratio ipsorum 120 ad ipsa 24, 15, 57, & est dupla quidem ZT circumferẽtię partium 180, recta verò quę sub ipsa partium 120, & ipsa, quę est subdupla ipsius TH eorundem est 24,15,57: quare & dupla TH circumferentię partium est 23,19,59, ipsa vero TH eorundem 11,40, proximè.



Rurſum ſupponatur EH circumferentia partium 60, vt alijs manentibos ijſdem dupla quidem ipſius EH ſit partiū 120, recta verò quę ſub ipſa partium 103,55,23. Si igitur rurſum à ratione 120 ad 48, 31, 55, auferamus rationem ipſorum 103,55,23, ad 120. relinquetur ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius ZT ad ipſū, quę eſt ſubdupla ipſius TH, ratio videlicet ipſorum 120 ad ipſa 42,1,48, & eſt ipſa, quę ſubdupla ipſius ZT pretium 120, quare etiam ipſa, quę eſt ſubdupla ipſius TH eorundem erit 42,1,48, & dupla quidem TH circumferentiæ partium eſt 41, 70, 18, ipſa verò TH eorundem 20,1,9, quę oportebat demonſtrare.

Eodem modo etiam in particularibus circumferentiis computantes quantitates, exponemus tabulam quadrantis partium 90, quę appoſitas habet quantitates ſimilium, demonſtratis circumferentijs: atque eſt talis tabula.

Canon

Canon declinationis.

Circumferentiæ			
Solis p media.	Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
1	0	24	16
2	0	48	31
3	1	12	46
4	1	37	0
5	2	1	12
6	2	25	22
7	2	49	30
8	3	13	35
9	3	37	37
10	4	1	38
11	4	25	32
12	4	49	24
13	5	13	11
14	5	36	53
15	6	0	31
16	6	24	1
17	6	47	26
18	7	10	45
19	7	33	57
20	7	57	3
21	8	20	0
22	8	42	50
23	9	5	32

Circumferentiæ			
Solis p media.	Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
24	9	28	5
25	9	50	29
26	10	12	46
27	10	34	57
28	10	56	44
29	11	18	25
30	11	39	55
31	12	1	20
32	12	22	30
33	12	43	28
34	13	4	14
35	13	24	47
36	13	45	6
37	14	5	11
38	14	25	2
39	14	44	39
40	15	4	4
41	15	23	10
42	15	42	3
43	16	0	38
44	16	18	58
45	16	37	20
46	16	54	47

Canon declinationis.

Circumferentiæ: Solis per media	Circumferentiæ: Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
47	17	12	16
48	17	29	27
49	17	46	20
50	18	2	57
51	18	19	15
52	18	35	5
53	18	50	41
54	19	5	57
55	19	20	56
56	19	35	28
57	19	49	42
58	20	3	31
59	20	17	4
60	20	30	9
61	2	42	58
62	20	55	24
63	21	7	21
64	21	18	58
65	21	30	11
66	21	41	0
67	21	51	25
68	22	1	25
69	22	11	11

Circumferentiæ: Solis per media	Circumferentiæ: Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
70	22	20	11
71	22	28	57
72	22	37	17
73	22	45	11
74	22	52	59
75	22	59	41
76	23	6	17
77	23	12	27
78	23	18	11
79	23	23	28
80	23	28	16
81	23	32	30
82	23	36	35
83	23	40	2
84	23	43	2
85	23	45	34
86	23	47	39
87	23	49	16
88	23	50	25
89	23	51	6
90	23	51	20

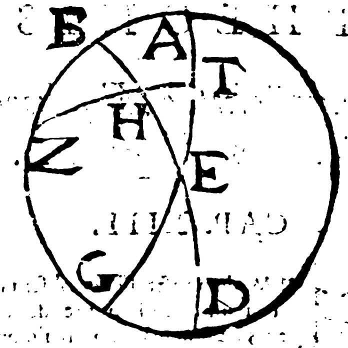
THEONIS

De circumferentijs inter Æquinoctialem, & circulum obliquum.

CAP. XIII.

CVM demonstrasset ex obseruatione per instrumenta circumferentiam inter duos polos partium esse 23.51.20. in maximo circulo per eos scripto, quæ erat totius inclinationis, siue obliquationis Zodiaci ad Aequinoctialem, & cum intulisset, quod cum sit consequens etiam particulares existentes qualitates obliquationum demonstrare in Aequinoctiali per polos, & sectionum circuli per media animalium, exponemus lemmatia pauca, & vtilia ad talem tractationem, & præterea ad omnes ferè tractationes, sphæricasque demonstrationes, cum exposuisset talia lemmatia, & collegisset per ipsam præsumptionem sphæricum theorema secundum diuisionem, & secundum compositionem; deinceps de particularibus obseruationibus sermonem habet, atque inquit. HOC EXPOSITO faciemus primum propositarum circumferentiarum demonstrationem, dico sanè particularium obliquationum, seu quo modo, dato aliquo segmento per media animalia quantitatem ab Aequinoctiali distantiæ ipsius sumimus in descripto circulo per ipsum, & polorum æquinoctialis principium à communi sectione, & æquinoctialis, & eius, qui per media assumentes, vt solem existentem inuestigemus per aliquod tempus in aliqua sectione Zodiaci in promptu sumamus, & recessum ab æquinoctiali secundum latitudinem ipsius super vno quadrante considerantes. Cum exposuisset igitur per vtrosque polos, & æquinoctialis & eius, qui per media animalia maximum circulum ipsum ABGD, & æquinoctialis semicirculum ipsum AEG, Zodiaci verò ipsũ BED, ita vt punctum E sit vernum, hoc est principium Arietis, B verò hyberni tropici, siue principium Virginis, D verò æstiuum, videlicet principium Cancri, & cum assumpsisset in Zodiaco EH circumferentiam partium 30, & cum scripsisset per Z polum Aequinoctialis, & datæ sectionis Zodiaci maximi circuli circumferentiam ZHT, demonstrat videlicet HT circumferentiã, quam obliquauit, trigesima pars eius qui per media ab Aequinoctiali, quod est partium qualium est totus circulus 360, postea cũ esset talem demonstrationem facturus, in memoriam nos ducit, dicens quod omnino cum dicamus circumferentiam aliquam vel rectarum partium esse aliquarum, vel sectionum, in circumferentijs quidem talibus dicimus, qualis circulis 360, in rectis verò qualium diameter 120, & postea demonstrationẽ faciens, vtitur exposito sphærico theoremate in demonstratione secundum compositionem hoc modo.

Quoniam



Quoniam in descriptione maximorum circulorum in duas circumferētias AZ & AE, duę sunt ZT, & EB secātes se inuicem ad ipsum H, ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius ZA, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AB, cōponitur, & ex ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius ZT ad duplā ipsius TC, & ratione ipsius, quæ est subdupla ipsius HE, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius EB, sed ZA circumferentiæ dupla partium est 180, nam ZA ex polo existēs ad æquinoctialem quadrantis est partium 90, quare erit dupla ipsius est 180, recta verò, quæ est sub ipsa partium 120, dupla verò ipsius circumferētiæ AB secundum rationē nobis datam Eratosthenis 83 ad 11 partium est 47.42.40. recta verò, quæ sub ipsa partium 48,31,55. & rursum Quoniam HE circumferentia supponitur partium 30 igitur dupla ipsius erit partium 60, & recta, quæ sub ipso, partium 60 est verò & ipsa, quę subdupla ipsius EB partium 180 & recta quæ est sub ipsa partium 120, quandoquidem EB quadrantis est, eo quod duo maximi circuli, & AEG æquinoctialem, & BED Zodiacum secant se ad inuicē ad semicirculum, & ipsum ABGD per polos ipsorum existens secant assumptos ipsorum semicirculos bifariam. Si igitur à ratione ipsorum 120 ad 41,31,55, hoc est ratione ipsius, hoc est subdupla ipsius ZA ad ipsam, quæ est subdupla ipsius AB, auferamus rationem 60, ad 120, hoc est rationem ipsius, quæ est subdupla ipsius HE, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius EB, relinquetur ratio ipsius, quæ est subdupla ipsius ZT, ad ipsam, quæ est subdupla ipsius TH, ratio 120 ad 24,15,57, & est, dupla quidem ZT circumferentiæ partium 180, recta verò, quæ sub ipsa partium 120, igitur & ipsa, quæ est subdupla ipsius TH circumferentiæ earundem est partium 24,15 57, quam inducentes in regulam in circulo rectarum, inueniemus in ipsa circumferentiam, hoc est duplam ipsius TH, partium 23,19,59 cuius dimidium sumētes habebimus ipsum HT, circumferentiarum partium 11,40, proximè, & in talibus demonstrationibus quinque magnitudines rectarum habere oportet datas, & sextā inquirere, sic enim talis demonstratio procedet. Et manifestum quod quemadmodū in circulari theoremate declarabamus, quod exceptis duobus circumferentiis inter tria puncta simul vtriusque quadrantis existentibus, vt ipsorum AB, BZ, vel ZH, HT & præterea EH, HB, & concurrentibus rectis, vt eius ab A ad B cū ipsa à centro circuli ad ipsum Z, vt ante demonstrabamus, & similibus componitur theorema. con-

sequenter

sequenter ante exposito ex complexione lemmatiorum sphærico theoremat. quemadmodum verò si à ratione 120, ad 48, 31, 55. auferamus rationem 60, ad 120, relinquitur ratio ipsorum 120 ad ipsa 24, 15, 57, ita fit manifestum, quoniã enim tribus numeris datis, possibile est quartam proportionem admuenire, habemus verò tres numeros, & ipsum 60, & 120, 48, 31, 55. & quartam proportionem inquirimus & est ille, qui sub 1. 4. æqualis ipsi, qui sub 2. & 3 ordinamus vt primum ipsum 120, & secundo ipsum 60, & tertium ipsum 48, 31, 45, & multiplicantes ipsum secundum per ipsum tertium, hoc est, ipsum 60 ad ipsum 48. 31, 55, & quæ resultant 29, 11, 15 diuidentes per ipsum 120, habebimus quartam proportionem 24, 15, 57, & facta est secundum ordinem contrarium, vt 24, 15, 57 ad 48, 31, 15, ita 60 ad 120. Et quoniam ipso medio sumpto 24, 15, 57, ratio ipsorum 120 ad 48, 31, 55 componitur & ex ratione 120 ad 24, 15, 57, & ratione 24, 15, 57 ad 48, 31, 55. Si igitur à ratione 120 ad 48. 31, 55, auferamus rationem ipsorũ 24, 15, 57, ad 48, 31, 55, hoc est rõnẽ ipsorũ 60 ad ipsa 120, relinq̃tur rõ 120 ad 24, 15, 57, q̃ est excessus duplæ ipsius ZT ad excessũ duplũ TH. Et est, q̃ subdupla ipsius ZT sectioni 120, & q̃ subdupla igitur ipsius TC erit 24, 15, 57, circumferentia verò in ipsa, hoc est, dupla TH circumferentia partium 23, 19, 59. ipsa verò TH 11, 39 59. quæ & adiacent in tabula obliquationis in secunda pagella ipsis Zodiaci, & in prima pagella iacentibus partibus 30, & est in vltimo extremo ablatio rationis 24, 15, 57 ad 48. 31, 55. ad primũ verò assumptio. Quoniam & per lineas demonstratio secundam rationem componentium habeat à principio ablatam proportionem, primam verò relictam rursum in eadem descriptione, volens demonstrare quantum obliquata est sexagesima pars Zodiaci ab æquinoctiali in eodem circulo, inquit. RVRSVS sit EH Zodiaci circumferentia partium 60, vt rursus ratione ipsius, quæ subdupla ZA ad ipsam, quę subdupla ipsius AB, manente ratione 120 ad 48. 31, 55 & ipsa, quæ subdupla ipsius ZT, manente 120 ipsam duplam ipsius EH circumferentiæ fiat 120, & ipsam, quæ est sub ipsa recta partium 103, 55, 23. Et si igitur rursum à ratione 120 ad 48, 31, 55, auferamus rationem 103, 55, 23, ad 120, relinquetur ratio ipsius, quæ subdupla ZT, ad ipsam, quę subdupla TH ratio 120 ad 42, 1, 48. & est ipsa, quę subdupla ZT partium 120, igitur, & quę subdupla ipsius TH partium est 42, 1, 48. Circumferentia verò in ipsam, hoc est, dupla ipsius TC erit 41, 0, 18. dimidia verò ipsius, hoc est ipsa HT, erit 20, 30, 9. Eodem modo secundum vnamquamque partem Zodiaci ab æquinoctiali comparantes magnitudines similium ipsi HT circumferentiæ super vno quadrante. Quoniam & in reliquis tribus eædem magnitudines colliguntur, vt deinceps demonstrabimus, propterea quod & vna aliqua, & eadem est inclinatio Zodiaci ad æquinoctialem, & tabulam ipsorum exposuit, vt & huiusmodi magnitudines in promptu etiam nos possimus capere, aduersus quidem rursus 45, pagellas verò duarum, quarum primæ continent vnius quadrantis Zodiaci partes 90, secundum vnum adauctus, ipsa verò duo excrescentes ipsis ab æquinoctiali obliquationis quantitates à dicto circulo. & est tabula talis.

120, 103, 55, 23, 48, 31, 55. 42. 1. 48

5043. 35. 16

39. 15

Memoriæ verò causa multiplicationis exponemus numeros, qui sunt in demonstratione.

stratione. Si igitur (inquit) ab ipsa ratione ipsorum 120, ad 48, 31, 55, auferamus ratione ipsorum 103, 55, 23 ad 120, relinquetur ratio ipsorum 120 ad ipsa 42, 1, 48. ita Si enim rursus multiplicabimus 103, 55, 23, ad rationem 48, 31, 55 quę resultat quemadmodum deinceps exposito numerorum continet 5043 35, 16, 39, 15 dividemus circa rationem 120, inveniemus 42, 1, 48 quartam proportionem. & est ratio ipsorum 103, 55, 23, ad 120, ratio eadem rationi ipsorum 42, 1, 48, ad ipsa 48, 31, 55 & per medium 120 ad 48, 31, 55, ratione sumpta ipsorũ 42, 1, 48, ratio 120 ad 48, 31, 55 composita erit, & ex ratione 120 ad 42, 1, 48, & ratione 42, 1, 48 ad ipsa 48, 31, 55, & si a ratione 120 ad 48, 31, 55 auferemus rationem 103, 55, 23, ad 120, hoc est rationem ipsorum 42, 1, 48 ad 48, 31, 55, relinquetur ratio ipsorũ 120 ad 42, 1, 48. multiplicationes vero quemadmodum, & prius subscripsimus fiunt ita.

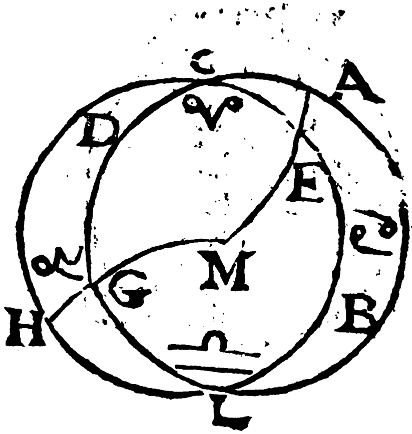
103, 55	23, 4944, 3193.		1660, 3020				
48	31. 55.	2601	1705	713		1265
			1104			

Multiplicabimus 103, 55, 23, ad 48, 31, 55, vt prius 120 ad 48 fiunt partes 4944 postea 103 ad 31, fiunt primę sexagesimę 3193, postea rursus 103 ad 55 fiunt secũdę sexagesimę 5665, postea 55 primas sexagesimas ad 48, fiunt primæ sexagesimæ 2640, ad 31 verò primas sexagesimas fiunt secundæ sexagesimæ, 1705, primas verò ad primas secundas faciunt, & præterea ad 55 secundæ fiunt 3025, postea rursus 23 secundæ ad 48, fiunt secundæ 1104. ad primas verò 31 fiunt tertiæ 713, ad secundas verò 55, fiunt quartæ 1265, secundæ verò ad secundas fiunt quartæ, adiicientes igitur quartas sexagesimas ad 60, & facientes tertias, & quartas sexagesimas apposuimus tertias tertiis, & colligentes ipsas, & adiicientes rursum ad 60, & facientes secundas & tertias, apposuimus rursus similiter secundas secundis, & præterea colligentes ipsas, & diuidentes circa sexaginta, habemus partes, & primas sexagesimas, & addentes partes partibus habemus collectum numerum partium 5043 35, 16, 39, 15. quem diuidentes per 120 inuenimus ipsum 42, 1, 48 quartam proportionem.

De Tabula Obliquationis.

QVoniam autem in exposita obliquationis tabula ab Aequinoctiali existēte in prima pagella vnius folius quadrantis, qui per media, extat partiũ 90, necessarium est declarare quemadmodum adducere debemus in tabula pluriũ 90, partibus datis. Cum igitur, verbi gratia, à principio Arietis dentur vsque ad partes 90, ipsi datas adducentes in primam pagellam tabulæ, quę continentur ab ipsis in secunda pagella dicemus, obliquatam esse datam esse Zodiaci sectionem, si verò vltra 90 sint, quæ dantur Zodiaci partes, reliquas in

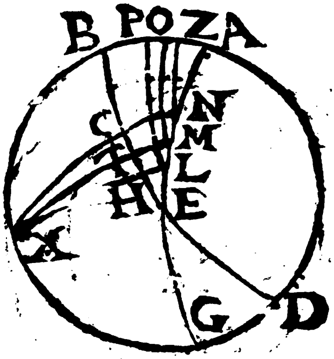
180 partes adducentes, similiter sumemus inquisitam obliquationis quantitatem. Si verò vltra 180 sint, vsque ad 270, reliquas ipsorum 180 adducemus, si verò vltra 270 reliqua in 360. Vt autem in descriptione manifesto fiant, quæ dicuntur.



Sit Zodiacus ABGD, æquinoctialis verò EZHT, æquinoctialia verò, & Tropica puncta ad principia quartarum Zodiaci, Arietis, Cancri, Libræ, & Virginis, vt subscriptum est. Si igitur queramus alicuius sectionis à principio Arietis vsq. ad principia Cancri partium 90 obliquationem, manifestum, sicuti diximus, quod ipsas ab Ariete datas partes inducere debemus. Si verò rursum alicuius sectionis vltra 90, vsque ad 180, veluti tanquam eius, quæ ad B sectionem manifestum quod ipsas à Libra vsque ad residuas secundi ad 180 inducere debemus. Si verò vltra 180, vsque ad 270 sint, quæ dantur ab Ariete, eo rursum tanquam ad tertium, manifestum quod rursum ipsas à Libra vsque ad tertii residuas existentes vltra 180 semicirculi inducere debemus. Si verò vltra 270, vsque ad 360, cen secundum quartam residuas ad 360 inducere rursum debemus. Vt rursum ab Ariete sint, quæ inducuntur, Similiter verò, & si à principio Libræ essent datæ, eadem inductione vtemur, Quod autem sufficienter in vno quadrante Zodiaci obliquationes demonstrauit, propterea quod & in reliquis tribus quadrantibus eædem sunt, demonstrabimus rursum in eadem descriptione. Quoniam enim in diametro est ipsum C, ipsi L, ponatur æquinoctialis CA ipsi LG in diametro igitur est ipsum A ipsi G. Sumatur polus æquinoctialis, & sit ipsum M, & per A, & M maximus circulus scribatur, transibit & ipsum G, veniat vt AEMG. Et quoniam semicirculi est AG (maximi enim circuli bifariam secant se inuicem) sed EC, communis auferatur GME, reliqua igitur AE obliquationis circumferentia reliquæ GH æqualis est. Similiter demonstrabitur & in reliquis. Sectiones igitur æqualiter distantes ab vtroque æquinoctialium punctorum eius, qui per media animalia secundum æqualem obliquationem obliquantur, Vt iure in vno quadrante demonstrationem fecit, quemadmodum verò iuxta expositionem ta-

Y bu-

bulæ semper obliquationes ad æquinoctialia puncta maioribus excessibus adiacentes sint, quam quæ remotiores, demonstrabimus per lineas ita scriptas.



Ponatur per vtrosque polos, & eius qui per media animalia, & æquinoctialis ipsum ABGD, & æquinoctialis quidem semicirculi ipsum AEG, eius verò qui per media animalia BED polus verò æquinoctialis sit Z, & assumuntur ab ipso E in eo, qui per media animalia æquales circumferentiæ EH, HT, TC, & scribantur per Z polū æquinoctialis, & per puncta HTC maximorum circulorum quadrātes ZHL, ZTM, ZCN, in quibus obliquationes demonstrabantur, dico quod TM superat HL, plus CN, ipsa TM. Et est hinc manifestum parallelis scriptis HTC ipsi AEG æquinoctiali ipsorum HX TO, CP, sit enim, vt demonstratū est in quinto theoremate tertii sphæricorum ipsa AX maior XO, ipsa verò XO minor OP, & superat TM ipsam HL, ipsa XO ipsa verò CN ipsam TM, ipsa OP, æquales enim sunt maximæ circulorum circumferentiæ, quæ sunt inter parallelas, quare MT ipsam LH plus superat, quàm CN ipsam TM.

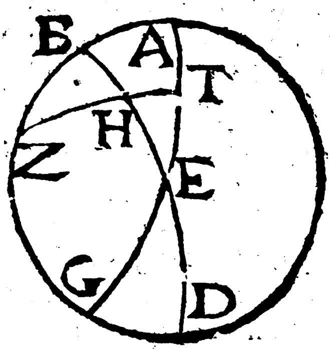
PT O

PTOLEMAEVS.

De ascensionibus in sphæra recta.

CAP. XIII.

DEINCEPS autem esset simul demonstrandum Aequinoctialis circuli circumferentiarum quantitates, quę fiunt à descriptis circulis, & per polos ipsius, & per data segmenta obliqui circuli, ita etiam habebimus quot temporibus Aequinoctialis segmenti eius, qui per media animalia pertransibit Meridianum, vbique, & super rectam sphęram Horizontem propterea quod, & ipse tunc solum per polos Aequinoctialis describitur. Ponatur igitur prius demonstrata descriptio.



Et data rursus EH circumferentia obliqui circuli prius partium 30 necesse sit ET æquinoctialis circumferentiam inuenire: eodem modo ijs, quę supra dicta sunt, ratio ipsius, quę subdupla ZB ad ipsam, quę subdupla BA, componitur & ex ratione ipsius, quę subdupla TE ad ipsam, quæ subdupla EA, sed dupla ZB circumferentię partium est 130, 2, 17, 20, & recta, quę est sub ipsa partium expositarum 109, 40, 4. 53, AB verò circumferentię dupla partium 47, 42, 40, recta verò, quae sub ipsa partium 48, 31, 55. Et rursus ZH circumferentiae dupla partium 156, 41, & recta, quae est sub ipsa partium 117, 31, 15, HT verò partium 23, 19, 59, & recta, quae sub ipsa partium 24, 15, 57, Si igitur ad rationem 109, 44, 53, ad 48, 31, 55, auferamus rationem 117, 31, 15, ad 24, 15, 57, relinquetur nobis ratio, quae est subdupla ipsius TE, ad ipsam, quae est subdupla ipsius EA, ratio scilicet ipsorum 54, 52, 26, ad 117, 31, 15, eadē verò ratio est & 56, 1. 25 ad 120, & est dupla EA partium 180, recta verò, quae sub ipsa partium 120, & quae est sub dupla ipsius TE partium earundem est 56, 1. 25. quare dupla TE circumferentiae erit partium 55, 40 proximè, TE verò earundem 27, 50. Rursus supponatur EH circumferentia partium 60, vt alijs manentibus eisdem dupla ZH circumferentiae fiant partium 138, 59, 42, & ipsa, quae sub ipsa recta partium 112, 23, 56, dupla verò ipsius HT circū-ferectiae partium 41, 0, 18, & etiam, quae sub ipsa recta partium 42, 1, 48. Si igitur à ratione 109, 44, 53 auferamus rationem ipsorum 112, 23, 56 ad 42, 1, 48, relinquitur ratio eius, quae subdupla TE ad eam, quae est subdupla EA, ratio inquam 95, 2, 40, ad 112. 23, 56, eidem huic ratio est, & ratio 101, 28, 20, ad 120, & est, quae subdupla circumferentiae EA recta partium 120, quare & quae subdupla TE rectae erit partium earundem 101, 28, 20, dupla vero TE circumferentiae erit partium 115, 28, proximè, ipsa verò

TE

TE earumdem 5744. Et demonstratum est, quod primam ab ęquinoctiali pũcto duodecima pars eius per media animalia circuli simul moratur cũ partibus ęquinoctialis iuxta expositum modum 27,50, secunda verò partibus 29,54 quandoquidem vtraque demõstrata sunt partium 57,44, & tertia verò, videlicet, duodecima pars simul morabitur cũ reliquis in quadrante partiũ 32,16, propterea quod & totus obliqui circuli quadrans cum toto quadrante ęquinoctialis simul moratur, vt ad descriptos circulos per polos ęquinoctialis. Eodem igitur modo propositam demonstrationem sequẽtes computauimus circumferentias æquinoctialis simul morantes cum singulis decem partibus obliqui circuli, ꝑpterea ꝙ minores horũ partes nulla re alicu⁹ momẽti digna differunt ab excessibus ad ęquale incremẽtum. Exponemus igitur etiam has vt in promptu habeamus in quibus temporibus earum quęlibet, & Meridianũ, sicuti diximus, vbique & Horizontem in recta sphæra pertransibit, facientes principium à decẽ partibus ad ęquinoctiale punctum. Prima igitur continet tempora 9.10. Secunda verò tempora 9.15. Tertia verò tempora 9.25, vt tempora 27.50 colligantur ad idẽ, primæ duodecimæ partis. Quarta verò tempora 9.40. Quinta tempora 9.58. Sexta verò tempora 10,16, vt & secundæ duodecimę partis tempora 29,54 colligantur. Septima tempora 10,34. Octaua tempora 10,47. Nona verò tempora 10,55,22 rursus colligantur, & tertiæ quidem, & ad tropica puncta duodecimæ partis tempora 32,16, totius verò quadrantis 90 conuenienter. Et est inde manifestum quod reliquorum quadrantis ordo idem existit, omnibus in singulis ijsdẽ contingentibus, propterea quod sphæra recta supponitur, hoc est æquinoctialis non inclinabilis ad Horizontem.

THEO-

THEONIS

De ascensionibus in sphæra recta.

CAP. XIII.

CVM demonstrasset maximam obliquationem partium 23,51,20,& præterea particulares tales quantitates in polis Æquinoctialis in descriptis maximis circulis,& in datis obliqui, & per media animalia circuli sectionibus, & cum regulam horum exposuisset, vt in promptu has haberemus ad particulares cōsiderationes. Postea de ascensionibus in recta sphæra Æquinoctialis,& Zodiaci sermonē habet iuxta quā positionem poli sphæræ in horizonte sunt ob id, & æquipollere ipsum dicet Meridianis in qualibet habitatione, quoniam & talis horizō per polos est sphæræ quemadmodum & omnes Meridiani, postea volens demonstrare existentes quantitates assumptarum circumferentiarum,& æquinoctialis & eius, qui per media animalia à communi sectione ipsa sub descripto circulo per polos æquinoctialis, & datas obliqui circuli sectiones, inquit. ITA ENIM habebimus quod temporibus æquinoctialis segmenta eius qui per media animalia circuli pertranseat meridianum vbique & in recta sphæra horizontem. Postea volens demonstrare in particularibus ascensionibus, & medietatibus cęli vna cum datis segmētis circuli, quot tempora æquinoctialis simul in medio cęli sunt, vel simul ascendant in recta sphæra horizontem, tempus appellans æquinoctialis segmenta, propterea quod circa polos huius ab ortu ad occasum latio vniuersorum æquabiliter fertur,& necessarium est dimensiones temporum in aliquo æquabiliter & ordinate, qui fertur maximo circulo dimetiri, facit dictam demonstrationē in eodem theoremate, in quo etiam obliquationes demonstrabat, vtens per diuisiones demonstrato ipso sphærico theoremate, exposita enim ipsa descriptione, hoc est per vtrumque polum ABGD, æquinoctialis verò AEG, & Zodiaci BED, vt E punctum hyberna sit sectio Zodiaci, & æquinoctialis, & assumpta similiter EH, verbi gratia, partium 30,& descripta per Z polum æquinoctialis,& dati eius, qui per media animalia ipsius H quadrantis maximi circumferentia ZHT, computat ex antedictis, simul sursum latam cum ipsa æquinoctialis, hoc est, ET, hęc enim simul sursum fertur cum ipso ex Zodiaco, propterea quod ZHT circulus per polos existens sphæræ equipollet horizonti in recta sphæra,& simul commune ipsius, punctum E in ipso sit, & videlicet simul ascendit EH, cum ET, eodē igitur modo primis dictis, quoniam in duas maximorum circulorum circumferētias AZ, AE duæ productæ sunt,& ZT.& ET, secantes se inuicem ad H, ratio ipsius, quæ est sub dupla ipsius ZB ad ipsam, quæ est subdupla ipsius BA, componitur, & ex ratione ip

sius,

sius, quæ est subdupla ipsius ZH ad ipsum, quæ est subdupla ipsius HT, & ratione ipsius, quę est subdupla ipsius TE ad ipsam, quę est subdupla ipsius EA, sed ZB circumferentiæ dupla partium est 132,17,20, & recta, quæ est sub ipsa sectione 109, 44,53 dupla verò ipsius BA, partiũ est 47 42,40, & recta, quæ sub ipsa 48,31,55. (ipsum enim B tropicum punctum est, propterea quod EB est quadrantis vt & paulo ante demõstrabamus) & est BA maxima obliquatio partium existens 23,51,20. quare & dupla ipsius est 47,42,40. propterea & ZB dupla partium est 132.17,20. Et quoniam ZA dupla partium est 180, est verò & ZH dupla partiũ 156,41. propterea quod HT obliquatio data est, & recta, quæ sub ipsa est partiũ 117,31,15. dupla ratio HT partium est 23,19,59. & quæ sub ipsa est recta partium 24 15,57. Si igitur a ratione 109,44,53 ad 48,31,55 auferamus rationem 117,31,15, ad 24,15, 57, relinquetur nobis, quod ratio ipsius, quę est subdupla ipsius TE ad ipsam, quę est subdupla ipsius EA, ratio 54,52,26, ad 117,31,15. Eadem verò huic ratio est & ratio 56,1,25, ad 120, & est dupla ipsius EA partium 180, recta verò, quæ est sub ipsa segmentorum 120, igitur & ipsa, quæ est subdupla ET, eorundem est 56,1,25, quare & quæ super ipsam circumferentiam, hoc est duplam ipsius TE, partiũ est 55,40, proximè, dimidia verò ipsius, hoc est, ipsa ET, eorundem 27,50, quemadmodum verò, & hic à ratione 109,44,53, ad 48,31,55 ablata ratione 117,31,15 ad 24,15,57 relinquitur ratio 54,52,26 ad 117,31,15. Assumitur verò hæc ad usum ad rationem 120 ad 56,1,25 demonstrabimus ita.

48,31,55. 109.44.55.

24,15,57. 54,52,26.

Quoniã n. rursũ habem⁹ tres numeros datos, & ipsũ 109,44,53 & 48,31,55, & præterea 24,15,57 tractam⁹ similiter quartã ꝓportionẽ multiplicantes 24,15,57 p 109,44, 53, & diuidẽtes p 48,31,55, inuenim⁹ ex diuisione ipsũ 54,52,26, & factũ est rursũ vt 109,44,53 ad 48,31,55, ita 54,52,26, ad 24,15,57, & medio termino sumpto 117,31,15, rõ 54,52,26 ad 24,15,57, cõponitur & ex rõe 54,52,26 ad 117,31,55 & rõne 117,31,25 ad 24,15,57, & manifestũ q si à rõne ipsorũ 109,44,53, ad 48, 31,55, hoc est ipsorũ 54,52,46, ad 24,15,57 (eadẽ enim eidem est) auferatur ratio 117,31,15, ad 24,15,57 relinquetur ratio 54,52,26 ad 117,31,15, hoc vt in lineis ratio ipsius, quæ subdupla ipsius TE ad ipsam, quæ est subdupla ipsius EA, & si recta, quæ subdupla ipsius EA circumferẽtiæ erat partium 117,31,15, haberemus vtique illinc, & ipsã, quæ est subdupla ipsius ET 54,52,26, sed quia ipsa, quæ est subdupla ipsius EA est 120, traducimus relictam rationem ad 120, multiplicantes 120 per 54,52,26, & diuidentes factum per 117,31,15.

117,31,55. 120.

54,52,26. 56.1.25.

Inuenimus igitur quartam proportionem 56,1,25, & factum est, vt 54,52,26, ad 117,31,15, ita 56,1,26, ad 120, & est ipsa, quæ est subdupla ipsius EA 120, & quæ subdupla igitur ipsius ET, erit 56,1,25. Et manifestum quod non in expositis

nume-

numeris, & rationem habentibus ablationem fecit, sed in habentibus eandem rationem, licebat autem rursum & ab ipso exposito 109,44,53, ad 48,31,55, ablationem facere multiplicantibus nobis numerum 24,15,57, per 109,44,53, & diuidentibus ad 117,31,15, & inuenientibus medium terminum ipsius 109,44,53, ad 48,31,55

117, 31, 15. 24, 15, 57

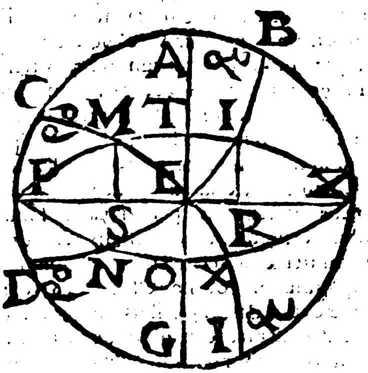
119, 44, 53.

Sed quae inuenitur quarta proportio non amplius ad 117,31,15, relictam rationem faciebat, iuxta expositionem eorum, sed ad 48,31,55, & esset ablatio & comprehensio consequenter dictae a nobis viae. Consequenter enim lineatibus hic demonstrationibus prima ratione ablata, secunda comprehendebatur, vnde à simili videtur ablationem, & comprehensionem rationis fecisse. Cum demonstrasset vigesimam partem Zodiaci, quae est à communi sectione ipsius & aequinoctialis, quot temporibus aequinoctialis in recta sphaera, siue simul ascendit Horizontem, siue simul egreditur à Meridiano iuxta omnem habitationem, hoc est simul est in medio caeli, deinceps vult demonstrare in eadem descriptione eadem demonstratione vtens, & sexagesimam partem Zodiaci ab eadem communi sectione, cum quot simul sursum feruntur, vel simul in medio caeli sunt vbique, & inquit. RVRSVM supponatur EH Zodiaci circumferentia partium 60. Et necesse sit inuenire E T aequinoctialis circumferentiam quot est partium, per haec igitur ratio ipsius quae est subdupla ZB ad ipsam, quae est subdopla BA, composita est, & ex ratione ipsius, quae est subdupla ZH, ad ipsam, quae est subdupla HT, & ratione ipsius, quae est subdupla TE, ad ipsam, quae est subdupla EA, sed ZB dupla per ea, quae diximus partium est 132,17,20, & quae est sub ipsa recta sectionum 109,44,53, & BA dupla partium est 47,42,40. Et recta, quae est sub ipsa 48,31,55. ZH verò dupla 138,55 & recta quae est sub ipsa 112,23,56. HT verò dupla partium 41,0,18, & recta quae sub ipsa 42,1,48, data verò est HT circumferentia ex obliquationis regula, obliquatio enim est partium 7, ob id & reliqua ZH datur. Si igitur rursum à ratione 109,44,53, ad 48,31,55, auferamus rationem ipsorum 112,23,56, ad ipsa 42,1,48 relinquetur ratio ipsius, quae subdupla ipsius ET ad ipsam, quae est subdupla ipsius EA, ratio inquam 95,2,40, ad 112,23,56. Et si quae est subdupla EA sectionū erat 112,23,56, & quae subdupla ipsius TE, earundem erat 95,2,40. Sed quoniam quae est subdupla ipsius EA, est 120 trastulimus rursus rationē ad 120, & inuenimus ipsam, quae est subdupla ipsius ET 101, 28,20, quare & quae super ipsam circūferentia, hoc est dupla ipsius TE, erit ex rectis in circulo 115,28, proxime, cuius dimidiam, vel rectam ipsam TE, habebimus 54,44, quae simul in medio caeli sunt cum sexagesimis partibus Zodiaci, & hic rursum multiplicantes 42,1,48 per 109,44,53, & diuidentes per 48,31,55, inuenimus numerū 95,2,40, & fit vt 109,44,53, ad 48,31,55, ita 95,2,40, ad 42,1,40 Et medio termino sumpto 112,23,56, ratio 95,2,40 ad 42,1,48, componitur & ex ratione 95, 2,40, ad 112,23,56, & ratione 112,23,56 ad 42,1,48. Et si rursum à ratione 109, 44,53, ad 48,31,55, hoc est ratione 95,2,40, ad 112,23,56, auferamus numerū 112 23,56, ad 42,1,48, relinquetur ratio ipsorum 95,2,40 ad 112,23,56 quem assumentes ad 120, ob eam, quam diximus causam, inueniemus ipsi eundē 101, 28,20 ad 120. Cum demonstrasset igitur rursum quod G partibus 60 Zodiaci ab aequinoctiali, quae sunt duae duodecima totius circuli, propterea quod duodecies totius circuli

culi

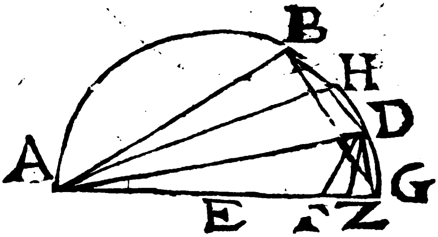
culi est ipsum 30 eodem tempore ascendunt Aequinoctialis partibus 57, 44 quorum primum simul ascendebat cum partibus 27, 50, reliquum igitur secundum simul ascendet partium 29, 54. Et quoniam totus Zodiaci quadrans toti quadranti æquinoctialis eodem tempore simul ascēdit, quadrās verò trium est duodecimarum partium, partium verò 90, tertia igitur Zodiaci duodecima pars eodem tempore simul ascendit cum reliquis temporibus Aequinoctialis vltra 57, 44, in 90 temporibus 32, 16. Et manifestum quod in eadem descriptione eandem demonstrationem sequentes, & inuenimus circumferentias Aequinoctialis eodem tempore simul ascendentes cum eo partibus Zodiaci, propterea quod nullo momento differunt harum minores secundum æquabilem accretionem hiis, quæ excedunt vltra lineares, quemadmodum decima parte Arietis inuenimus per lineares simul ascendentia, hoc est simul in medio cæli existentia æquinoctialis tempora 9. 10. Si ipsius E simul ascendentia similiter tempora in Ariete inuenimus, assumimus ex proportione dimidias ipsorum 9. 10, hoc est 14, 39, & tot dicimus simul eodem tempore ascendere cum Cancri partibus quinque, quoniam & si per lineares rursum simul ascendentes cum quinque partibus volumus computare tot proximè inueniemus. Exponit igitur & harum regulam, vt rursum possimus in promptu nos assumere ad particulares considerationes quot temporibus Aequinoctialibus, quæ dantur Zodiaci segmenta, hoc est, simul ascendunt in sphera recta Horizontem, siue simul extra egrediantur vbique Meridianum, sicuti diximus, principium faciens ipsius in canone expositionis ab ipsa, ad ipsum verò factæ sectionis Zodiaci, & Aequinoctialis, hoc est, à principio Arietis, atque etiam accretiones ipsius Zodiaci sectionem iuxta decimam partem exponens. Inuenit autem ex dictis computationibus prima quidem decade, quæ à principio Arietis est, simul sursum ascendentia, siue in medio cœli, simul existentia æquinoctialis tempora 9. 10. secunda verò 9. 15, tertia 9. 25, vt colligantur in medio cœli simul existentia tempora cum Arietis duodecima parte 27. 50. quartæ verò decimæ pars, quæ est primæ Tauri 9. 40, quinta verò, quæ est secunda Tauri 9. 58, sextæ verò, tertiæ autem Tauri 10, 16, vt colligantur etiam simul existentia tempora in medio cœli cum duodecima parte Tauri 29, 54, septimam verò, & decimã partem, prima verò Geminorum tempora 10, 34, octauæ verò, secunda verò Geminorum 10, 47, nonæ verò, tertiæ verò Geminorum 10, 55, vt colligantur rursus huius secundæ partis 32, 16, tempora. Totius verò quadrantis 90.

Z R

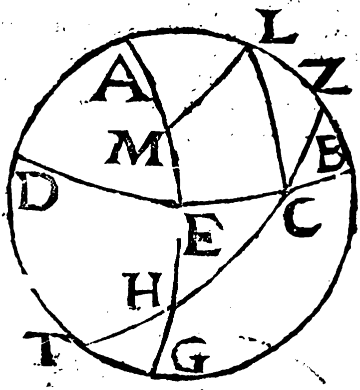


Et est inde manifestum quod reliquorum quadrantum ordo idem contingit, cùm omnia eadem singillatim contingat, propterea quod sphæra recta supponitur, quandoquidem si exposita superiore descriptione scribamus CEL semicirculum, Zodiaci vt ipsius E puncti verni suppositi ipsum B fiat, hybernus tropicus, ipsum D verò æstiuus, ipso verò E rursum autumnale supposito, ipsum C fieri æstiuum, ipsum verò L hybernum, & ipsum BED quidem semicirculi à principio Virginis ad principium Cancri, fiat ipsum verò CEL à principio Cancri ad principium Virginis, & explebimus ipsum ZHTP semicirculum, quælibet quidem ipsorum EB, EA, EC quadrantis erit, propterea quod ABGD circulus per polos ipsos existens bifariam secat, assumptos ipsorum semicirculos, at propterea quoniam duæ BE EA duabus EA, EC equales sunt, sed & basis BA, basi AC æqualis, angulus igitur, qui est sub BEA, angulo, qui est sub EC æqualis est, secundum congruentium rationem, sunt autem & qui ad T anguli recti, & communiter duorum trilaterorum ipsum ET, & omnia omnibus æqualia secundum congruentium similiter rationem, vt & Menelaus in sphæricis, æqualis igitur ipsum EH ipsi, per medium ipsi EM eiusdem circuli, ipsum HT verò videlicet obliquationis ipsi TM similiter obliquationis. Et manifestum, quod vtraque ipsorum EH, EM æqualiter distans ab Aequinoctiali æqualibus Aequinoctialis sectionibus simul ascendunt, quandoquidem si scribamus ipsum ZEP Horizontis semicirculi, & per ipsa puncta H, & M parallelas, ipsi Aequinoctiali scribamus HR MS circumferentias, ipsum RH quidem ipsi EH simul ascendent, ipsum SM verò ipsi EM, sed vnaquæque ipsorum RH, SM, ipsi ET (similes enim) & vtraque igitur ipsarum EH, EM, ipsi ET æquali existenti simul ascendent vel & quod rursum ad B ipsas PA, AE duæ scriptæ, sunt ipsæ PT, EC secantes inter se ad ipsum

sum M, & ratio ipsius, quæ subdupla ipsius PC ad ipsam, quæ subdupla ipsius EA eadem existens ipsi rationi, quę subdupla ipsius ZB ad ipsam, quę subdupla ipsius BA, componitur & ex ratione ipsius, quæ subdupla ipsius PM, ad ipsam, quæ subdupla ipsius MT, eadem existente rationi ipsius, quę subdupla ZH, ad ipsam, quæ subdupla HT, & eius, quę subdupla TE, ad eam, quæ subduplam ipsius EA, in vtraque eosdem existente, vt & in vtraque descriptionum ipsum ET circumferentia comprehendatur simul ascendens in recta sphæra, vtraque ipsarum HE, EM. Zodiaci æqualium circumferentiarum. Ob eadem igitur si ipsum EZ æqualem ipsi EH accipientes, scribamus ipsum ZXNP semicirculum, & ipsum EO æqualem ipsi ET existentem, inueniemus propterea quod & qui ad ipsum E anguli ęquales sunt ipsis AB GD circumferentiis æqualibus existentibus, & vtraque ipsarum EX, EN, simul ascendentibus. Et est inde manifestum sicuti diximus, quod & in reliquis tribus quadrantibus eundem ordinem sequentes easdem simul ascensiones deprehendemus in ęqualibus ab Aequinoctialibus Zodiaci circumferentiis, propterea quod ipsa ZT, TE, PT, PE per polos existentes ęquipolleant Horizonti super rectam sphæram.



Quandoquidem enim si in superiori exposita descriptione super bifariam sectionem describemus super A G diametrum semicirculum ABG, & habentes ipsum diuisum per dimidium, excipientes ea, quæ est GB partis vnius, & dimidiæ, ipsum GD verò dimidiæ partis, annectamus ipsas GB, GD, atque etiã ipsas AB, AD, & accipientes ei, quæ est ei æqualem ipsam, quæ est AE perpendicularem ad ipsam AG, ex ipso D ducamus ipsam DZ, quoniam data ipsi GB datur etiam ipsa BA, hoc est ipsa AE, & reliqua, quæ est EG dabitur. Non amplius autem ratio ipsius EG ad GZ datur, quemadmodum in bifariam sectione ipsius BG circumferentiæ dimidiam deprehendebatur ipsum ZG, ipsius EG, quandoquidem si æqualem ipsi GD circumferentiæ deprehendamus ipsam DH, & adnectamus ipsas AH, HD æqualem ipsi AH, deprehendentes ipsam AT, adnectamus ipsum AT, dimidia fiet ipsa ZG ipsius GT, non datæ. Ob id ipsa GZ nam data, neque ipsum, quod sub ipsis AG, GZ, hoc est, ipsum ab ipsa GD dabitur videlicet neque ipsa GD recta subtendens dimidiam partem.



Quod autem ijsdem temporibus, siue sectionibus Aequinoctialis per medium animalium sectiones pertransibunt, & Aequinoctiale vbique, & Horizontem super rectam sphæram, ita demonstrandum sit. Meridianus quidem circulus ipsum ABGD, & semicirculorum Horizontis quidem super rectam sphæram ipsam BED, æquinoctialis verò ipsum AEG, ipsius verò per medium ipsum ZHT, & scribatur per C parallelum Aequinoctialis ipsum CL segmentum. Et quoniam ipsum BED Horizon, per polo est sphæræ, similis igitur ipsi CL ipsi EA, ipsa HA, igitur maior est, quam similis ipsi CL. Ponatur ipsi CL æqualis ipsa HM, in quo igitur ipsum H ad ipsum L in hoc & ipsum H ad ipsum M, & habebit ipsum CH Zodiaci circumferentia ipsius LM positionem. Et quoniam vtraque ipsarum EA HM similis est ipsi CL, & ipsum EA igitur similis est ipsi HM. æqualis igitur ipsum CM ipsi EA, & communi ablata ipsa EM, reliqua EH, reliquæ ipsi MA si MA est æqualis, & ipsi quidem EH Aequinoctialis simul ascendunt HC Zodiaci Horizontem, ipsi verò MA Aequinoctialis simul ascendat Meridianum, ipsum LM Zodiaci, quare iisdem Aequinoctialis temporibus segmenta per media animalia pertransibunt, tum Meridianum vbique tum in Horizontem super sphæra recta.

FINIS.

Imprimatur. si videbitur R.M.S.P.
P. Episcopus Isernien. Vicesgerens.

Imprimatur.
F. Gregorius Seruantius Magister, & Socius Reuerendiss. P. Magistri sacri Palatij.

Imprimatur.
Alexander Gratianus Vicarius Generalis Neap.

Magister Cherubinus Veron. August. Theologus Curiæ Archiep. Neap. vidit. Reg. fol. xxiiij.

Rutilius Gallacinus Can. Dep. vidit.

Ego D. Marianus Bonus Bononiensis Canonicus Regularis Congregationis S. Saluatoris Ord. S. Augustini, & Prior Monasterij S. Laurentij de Vrbe, totum hunc perlegi librum, & nihil adinueni, quod S.R.E. fideiq. Catolicæ repugnet, neque aliquod contra bonos mores continet, sed omnia fidei, & moribus conscriptum.

Ego F. Marianus Bonus, &c. manu propria.

REGESTVM

✠ ABCDEGHIKLMNOPQ
RSTVXYZ.

Omnia sunt folia integra, præter ✠
quia est dimidium.

NEAPOLI,
Ex Officina Felicis Stelliolæ. Ad Portam Regalem.
MDCV.

SVPERIORVM PERMISSV.