

Facilissimo Metodo
PER LA QUADRATURA DELLE
PARABOLE

Di qualsivoglia grado,

Colla risposta alla Questione proposta dal
Sig. G. C.

1004
2

*All' Illustriss. Sig. D. Serafino Biscardi Patri-
tio Cosentino, Reggente nel Supremo Col-
lateral Consiglio di Napoli.*



THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT

PHYSICS 311

LECTURE 11

THE HARMONIC OSCILLATOR

THE HARMONIC OSCILLATOR

THE HARMONIC OSCILLATOR

THE HARMONIC OSCILLATOR



AL LETTORE

D. A.

Lodevole, se alcuno altro mai, è il costume tenuto da' Matematici, che propongono altrui per pruova d'ingegno, a sciogliere Problemi, o di Geometria, o d'Arismetica, quando tal costume venga accompagnato da quelle condizioni, che la civiltà, e non la gara, richiede. E non solo lodevole è, ma cost pure antichissimo, quanto antichi sono il savissimo Rè degli Ebrei Salamone, ed Iramo Rè di Tiro, che simiglianti questioni inviavansi a snodare l'uno all'altro. Queste da Dio Scrittore delle cose de' Fenici, vengon dette Enimmi, εινυμματα, ma loro Menandro Efesio dà il nome di Problem̃i, προβλήματα, come pur fa Giuseppe Ebreo scrivendo contra Apione; che non essere stati, se non di cose alla Geometria, o all'Arismetica pertinenti, la sapienza di que' due gran Rè agevolmente ce'l persuade. Nè ci dia noja il nome d'Enimmi; perocche i Problem̃i, quando tolti da quell'usitata loro spinosità, e per modo vago, e quasi in gergo messi in campo, di cotai titolo non si sdegnano. Anche dal Clavio nella giunta della sua Algebra, Enimmi si dissero i Problem̃i figuratamente proposti nel primo libro dell'Antologia cap. 46., e'n maggior numero rapportatici dal Bachet al fine del lib. 5. di Diofanto. Nè d'altra fatta mi sembra, che fossero gli Enimmi, che la Reina degli Etiopi, andò fin da Saba, o sia Aferoe, a proporre allo stesso Rè Salamone; come ne' Sagri libri si rammenta, che'n quella loro lingua gli appellano Chidoth, Se così è, dobbiam credere, che sì alta Reina fu in nulla inferiore alla tanto rinomata spazia Alessandrina, che nelle scienze Matematiche avanzò d'assai il suo padre, e maestro Tcone, per rapporto di Filostorgio. Seguirono a loro usanza, l'esempio i Greci: e sappiamo, che Platone propose a' Mate-

matici dell' Accademia il Problema della duplicazione del Cubo. Altri esempi non mancano, che ci fanno avvertiti quest'uso non essere stato meno frequente tra gli antichi, ch'oggi sia tra noi. Pochi di sono ne fu quì in Napoli per mezzo delle stampe dato in luce uno da G. C., per quanto dalla scrittura appare, valentissimo Matematico. Ed è, se'l metodo tenuto dal grande Archimede in quadrar la Parabola del primo grado, abbia luogo, o riesca anche nelle Parabole di grado superiore. Nacque il dubbio da due diversi pareri, che n'cid ebbero Scooten, e Fermat, quegli che par dica di sì, questi che chiaramente afferma di nò. E' il Problema senza dubbio ingegnoso, ma agevole a scioglierfi da chi che sia, purchè voglia la briga di così un poco fermarvisi co'l pensiero. E' agevole dico appigliarsi alla parte del nò, tenuta dal Fermat, ed insieme produrne la dimostrazione. Impresa forse più malagevole è quadrar tutte le Parabole di qualunque grado sieno, e questo con un sol modo, veramente Geometrico, e generale. Or che fia? Chiunque à veduto l'opere di Bartolomeo Intieri, non istimerà arroganza, se'n età tanto giovanile, come è la sua, abbia l'animo d'entrare, e mescolarsi co' Matematici, e voglia far pruova del suo talento così nell'una, come nell'altra delle due cose quì sopra accennate; tuttocche sopraggiuntele in tempo, che a studi molto da questi lontani, e diversi teneva fisso ogni suo pensiero. Se gli è riuscito bene, potrà partecipar della gloria, che s'acquistò Abdemone di Tiro, ch'ebbe la sorte di sciorre alcuni Problemi di Salamone, da' quali il Rè Iramo non seppe svilupparsi, e pur costui altro non era, ch'un giovanetto nato νεωτερος è detto da Menandro. Ora per mio avviso, tutto ciò è venuto fatto all'Intieri con pochissimi Teoremi così propi, e facili, che sarà maraviglia, come tanti sovrani Matematici ad un sentiero così pronto, e spedito, e che loro era quasi tra' piedi, non si sieno abbattuti. Vivi felice.

Il-
lu-

E Ssendo proprio delle Geometriche speculazioni, Illustrissimo Signor mio, d'esser talmente tra di loro unite, e dipendenti, che difficilmente possa, chi d'alcuna di quelle si diletta, divenirne à bastanza appagato, senza essere obbligato ad apprendere insieme almeno qualche leggiera notizia della maggior parte di quelle; ne segue, che spesso siate, chi ad alcuna delle medesime per diletto attende, si trovi poi costretto ad intraprendere fatiche maggiori allettato, ò dalla dolcezza, che le stesse arrecano, ò dalla speranza dell'acquisto d'altre verità nõ conosciute. Quindi è, che una fatica si chiami dietro l'altra; come appunto vedo ora essere avvenuto à me, che per aver promossa nelle curve superiori la dottrina de' Moderni, e de gli antichi Geometri intorno quelle sole curve, che Sezioni Coniche s'appellano, mi trovo in obbligo di dimostrare un nuovo, e general metodo (se non m'inganno) per quella parte, che riguarda la quadratura delle Parabole di qualsivisa grado, spinto non tanto dall'invito fatto da un valente, e dottissimo Matematico col proporre un Problema à questa materia spettate; quanto dà una cagione molto più alta, e potente d'abbracciare un'occasione di recare a V.S. Illustrissima qualche picciola testimonianza dell'ossequiosa riverenza, che porto al suo singolar merito. Peroche è così grande in me l'ammirazione, e la stima, che hò concepita verso V. S. Illustrissima per le tante, e singolari virtù delle quali è ella sopra chi si sia ornata, e così vivo l'affetto, che umilissimamente le porto, che non hò potuto far dimeno d'offerirle questo picciolo dono, mosso dalla riverenza, e dall'amore, che di pari han luogo nell'animo mio. Ne voglio io quì entrare nell'ampio, e spazioso campo delle tante, e rare doti del suo grand'animo; poichè farebbe questa impresa troppo malagevole, e disuguale alle mie de-

4
boli forze, che senza fallo resterebbero oppresse dalla grandezza delle cose, che ella gloriosamente, e con raro esempio hà operate. Sallo, e' l saprà sempre, finche farà in pregio la virtù, Italia tutta, e specialmente questa nostra Città, che tante volte hà ammirato in V.S. Illustriss. l'eloquenza de' più illustri Oratori della Grecia, e del Lazio; ed ora nel veder collocata la sua integrità, e' l suo valore in cotesto supremo Senato, non può non godere, ch'ella abbia conseguito il frutto delle sue gloriose fatiche, come che inseparabile dal beneficio che ne riceve. Sallo, e' l saprà sempre, e la Spagna, e la Francia tutta, che han fatto a gara in celebrare il suo merito; avendo quella conferiti largamente in V.S. Illustriss. tutti quei premi, ed onori, che poteva, ciascun de' quali ad altri raramente si concede; e questa cō mille trombe di lode celebrati i gloriosi parti del suo maraviglioso ingegno, miracolo de' tempi nostri, essendo egli arricchito di tante, e sì varie scienze, e della più profonda, e varia Erudizione. Nè più agevole mi farebbe spiegar colla penna quella sua dolce umanità, e suave gentilezza di costumi; doni così largamente, e in tanta copia dalla bontà del supremo Fattore concessile, che sicome è l'ornamento, e lo splendore; così è ancora la delizia del secol nostro. Laonde se à quanto fin'ora hò detto s'aggiungerà la particolar obbligazione, che debbo à i tanti, e singolari favori, che ella si degna tutto giorno compartirmi, compiacendosi ammettermi nel numero de' suoi più intimi, e divoti fervitori: senza dubbio si accorgerà ogn'uno, non aver io abbracciata quest'impresa mosso da desiderio, ò vana ambizione di gloria, ma solamente per porgere un tributo della mia gratitudine à V. S. Ill. mio singolar padrone, e sicurissimo difensore della vera virtù. Ma perche le lodi, ch' al suo gran merito convengono, son tante, e tali, che solo da V.S. Illustriss. lume, e splendore di vera eloquenza, potrebbero essere degnamente celebrate, perciò lasciando un'impresa troppo alle mie forze ineguale, darò principio all'affare intrapreso.

Lo

Lo Schooten nella fezzione 17. delle fue efercitazioni trattando della quadratura della prima Parabola afferma, ch' il metodo d'Archimede fia fufficiente anco nelle quadrature delle curve superiori, cioè, come credo, delle Parabole di gradi più compofti. Ma all'incontro il Fermat geometra fottilliffimo nel trattato de *Æquationum localium transmutatione* giudica il detto metodo infufficiente per la quadratura delle medefime curve superiori. I quali diverfi pareri,perche nè dall'uno,nè dall'altro fono ftati confermati con qualche dimoftrazione, perciò hanno dato occasione al dottiffimo Autore di proporre la fequente queftione con tali parole.

Or noi defideriamo fapere, fe fia vero il giudizio dello Schooten, ò pure il sentimento del Fermat, fe vero il giudizio di quello domandiamo il proceffo del metodo Archimedeo per la quadratura dell'altre curve superiori; fe vero all'incontro il sentimento di quefto la dimoftrazione dell'infufficienza dell'accennato metodo.

Or io, benchè tal propofta non fia ftata fatta à me, come quello, che mi conofco immeritevole del nome di Matematico, hò nõdimeno rifoluto sforzarmi di fodifare non folo alla domanda di sì valente Autore, ma ancora paffando inanzi a fpeculazioni più fublimi, e che ricercano una fingolar diligenza, dar un metodo elegantiffimo, e puro geometrico di quadrar qualfi voglia forte di Parabole, che hanno quefta proprietà, che i cubi, o pure i quadrato-quadrati delle femiapplicate, &c. hanno tra loro la proporzione dell'intercette, ò de' quadrati, ò cubi fatti dalle ftelfe intercette, delle quali fi fa menzione nelle propofizioni 8. e 9. del mio Apollonio, e Sereno promoffo; fperando di far cofa grata a V. S. Illuflriffima, ciò, che è ftata la vera, e principal cagione, che m'ha fpinto ad intraprendere queft' affare.

Rifponderò dunque primieramente alla domanda dell'Autore; dimoftrando, che il metodo d'Archimede non può ftenderfi alla quadratura delle Parabole superiori, come af-

fermò il Fermat ; e doppo darò il modo di quadrare qualsivoglia dell'accennate Parabole, mantenendomi sempre dentro le leggi della più rigorosa Geometria, il che non sò se sia stato osservato dal Fermat nel mentovato trattato.

Ma il primo scrupolo , che mi fece dubitare del metodo Archimedeo , nacque da questo , che le seconde , terze , e quarte Parabole, &c. dell'accennate proposizioni non hanno altro, che un sol diametro, dal quale son divise in due parti uguali tutte l'applicate al medesimo , come poco appresso si dimostrerà ; onde essendo il metodo Archimedeo appoggiato a quella proprietà della Parabola prima, che qualsivoglia diametro divide in due parti uguali tutte l'applicate al medesimo , par che ne segua ancora, che mancando que sta proprietà de' diametri nell'altre Parabole, mancherà anco il metodo diventando inefficace per la desiderata quadratura.

Quello però, ch'hà fatto uniformarmi in tutto col sentimento del Fermat è stato l'aver conosciuto, (*fig. 1.*) che nella Parabola cubica, il primo triangolo ADC non hà la proporzione dovuta al secondo triangolo ABC ; la di cui cuspide è in B, punto fatto dalla toccante FBG parallela ad AC. Imperòche nella Parabola cubica della prop. 8. AF è uguale alla radice q. di $\frac{4}{27}$ del quadrato AD ; e per il metodo Archimedeo dovrebbe essere $\frac{1}{3}$ d'AD.

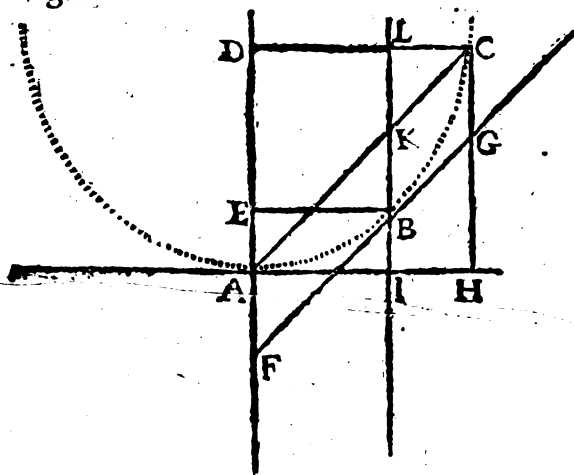
Dalle quali cose si vede chiaramente, che lo Schooten nel citato luogo parlò con congetture, lasciando d'accertarsene colla dimostrazione. Nella qual' opinione via più mi ci confermo, considerando aver inciampato nel medesimo errore alla sezione 19. dello stesso trattato ; dove, doppo d'aver trovato il centro della gravità nella prima Parabola cò metodo dipendente dalla nominata proprietà de' diametri , affermò, che anco questo metodo riusciva nelle curve superiori; onde, se per curve superiori intende Parabole, il che non può negarsi, parmi , che senza dubbio si sia allontanato dal vero.

Egl'è ben vero però, che consistendo il metodo Archimedeo nell'inscrizione d'infiniti triangoli dentro la Parabola, la pro-

7
 proporzione de' quali è sempre la medesima, e nota; non in-
 tendo di dimostrare insufficiente per la quadratura qualsi-
 voglia metodo, che può dipendere dall'inscrizione, anco
 de'triangoli, ma solamente quello, che adoperò il principe
 de' Geometri Archimede.

Che poi le Parabole superiori non abbino altro, che un
 diametro, dal quale siano divise in due parti uguali tutte
 l'applicate, si può in tal maniera brevemente dimostrare.

Fig. 1.



Sia la Parabola
 ABC la seconda
 della proposizione
 8. del mio Apol-
 lonio, nella quale i
 cubi delle semiap-
 plicate hanno tra
 di loro la stessa
 proporzione, che
 l'intersette. Il ver-
 tice di questa sia A,
 il diametro, che
 taglia ugualmente

tutte l'applicate AD. l'applicate al medesimo siano DC, BE.
 Da qualsivoglia punto preso in questa curva, come B, si tiri
 la toccante FBG, dalla quale sia tagliato il diametro prolun-
 gato, in F. Dal punto A si tiri AC parallela alla toccante FBG,
 e da punti B, C, le rette BL, CH parallele al diametro AD,
 e dal vertice A, la toccante AIH. Tirate doppo da punti
 B, C, le semiapplicate BE, CD al diametro AD, dico, che BL
 non taglia ugualmente in K la retta AC parallela alla toc-
 cante FB, e terminata nella Parabola.

Sia la retta AI $\propto x$. AH $\propto y$. e il quadrato del paramet-
 ro sia aa . Per la proprietà di questa Parabola, AE, o pure IB
 farà $\propto \frac{xxx}{aa}$. onde essendo AE subdupla d'AF per la proposi-

zio-

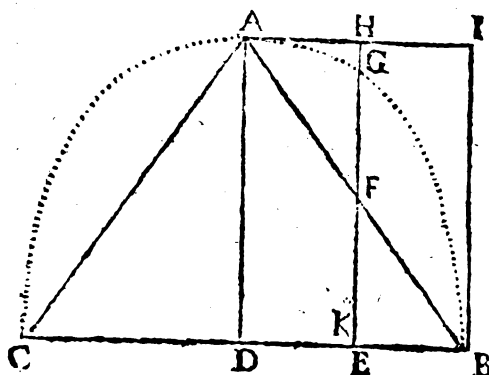
zione 21. del mio Apollonio; farà tutta la retta FE, ò pure IK uguale a questa quantità $\frac{3xx}{aa}$. Parimente AD, ò pur CH farà $\frac{xy}{a}$. E perche i triangoli AIK, AHC son simili: perciò fatte le dovute operazioni, avremo quest' equazione $3xx \propto yy$. dalla quale si conosce, che x non è la metà d' y , cioè, che AI non è uguale ad IH. onde ne anco AK farà uguale à KC. la qual cosa si doveya dimostrare.

Ed ecco, Illustrissimo Signor mio, chiaramente dimostrata l'insufficienza del metodo Archimedeo, come domanda l'erudito Autore; resta ora, che passi al secondo punto, la qual cosa acciò che sia da me fatta colla maggior chiarezza, e ordine, che sia possibile, la tratterò in questo modo.

Primieramente darò un metodo facilissimo di quadrar tutte le Parabole della proposizione 8. dell'accennato Apollonio, premettendo a questo fine due facilissimi Teoremi. Secondo passerò alla quadratura delle Parabole della 9. proposizione del medesimo trattato, servendomi quasi dello stesso metodo, e premettendo medesimamente due altri Teoremi facilissimi, e similissimi a maggior segno a' primi due; le dimostrazioni de' quali Teoremi faranno da me passate sotto silenzio, per non abusarmi della pazienza di V. Ill. à cui faranno molto ben note. Sia dunque questo il

PRIMO TEOREMA.

Fig. 2.



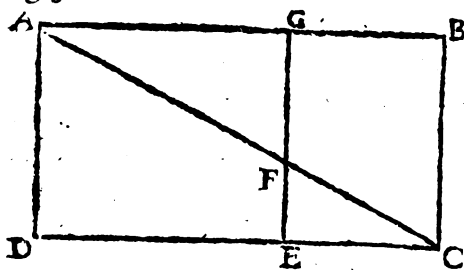
Se nel parallelogramo DI, il di cui diametro AB, vertice A, diametro il lato AD, l'applicate nell' angolo A DB, si descriverà la prima Parabola AGB, di modo, che passi per il punto B. dico, che la somma di tutti i quadrati, che si possono fa-

re

re da tutte l'infinite linee del parallelogrammo DI , ogn'una delle quali è uguale, e parallela alla retta AD , una delle quali si rappresenta dalla linea EH , farà alla somma di tutti i quadrati dell'infinite linee del triangolo $AFBI$, una delle quali si rappresenta dalla retta HF ; come tutte le linee del parallelogrammo DI , a tutte le linee del trilineo $AGBI$; cioè, come il parallelogrammo al trilineo. Ma, se la curva AGB farà la seconda, è cubica dell'accennata proposizione, nella quale i cubi delle semiapplicate sono come l'intercette, dico, che la somma di tutti i cubi dell'infinite linee del parallelogrammo DI , ogn'una delle quali è uguale, e parallela al diametro, come sopra s'è detto, farà alla somma de' cubi dell'infinite linee del triangolo ABI ; come tutte le linee del parallelogrammo DI , a tutte le linee del trilineo $AGBI$; è pure, come il parallelogrammo DI , al trilineo $AGBI$. Il simile si deve intendere delle Parabole più alte, mutando sempre le Potestà, secondo il grado delle medesime curve.

TEOREMA SECONDO.

Fig. 3.



Nel parallelogrammo DB , tirato il diametro AC , dico, che la somma di tutti i quadrati dell'infinite linee del parallelogrammo, ogn'una delle quali è uguale, e parallela al lato BC , farà tripla della somma di tutti i quadrati, fatti dall'infinite linee, che si possono tirare dentro il triangolo ACB parallele al lato BC , una delle quali si rappresenta dalla retta GF . Ma la somma de' cubi, fatti dall'infinite linee del parallelogrammo, farà quadrupla della somma di tutti i cubi, fatti dall'infinite linee del triangolo. Lo stesso s'intenda delle Potestà più alte, osservando sempre la proporzione accennata.

Da'

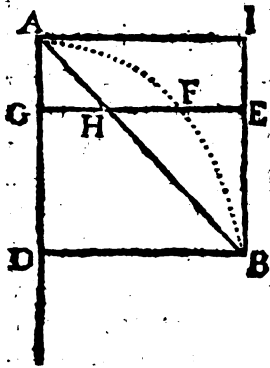
Da' quali Teoremi, credo, che di già abbia V.S.III. compreso quanto farò per dire intorno la quadratura (fig. 2); però che, per il secondo Teorema, la somma di tutti i quadrati dell'infinite linee del parallelogrammo DI è tripla della somma di tutti i quadrati dell'infinite linee del triangolo ABI. ma, per il primo Teorema, come è la somma de' quadrati del parallelogrammo alla somma de' quadrati del triangolo, così il parallelogrammo DI, al trilineo AGBI; dunque anco il parallelogrammo sarà triplo del trilineo AGBI: ma allo spazio Parabolico AGBD, sarà, come tre à due; e tutta la Parabola CAGB, sarà sesquiterza del massimo triangolo CAB. Se poi la curva AGB farà la seconda dell'ottava proposizione, nella quale i cubi delle semiapplicate sono tra loro, come l'intercette: operando della medesima maniera, troveremo, che il parallelogrammo DI, sarà quadruplo del trilineo AGBI; e per conseguenza tutto lo spazio Parabolico CAGB sarà al massimo triangolo CAB, come 3. à 2.

Lo stesso modo si terrà per aver la quadratura delle curve più composte, intorno alle quali non mi tratterò di vantaggio; ma passerò alla quadratura dell'altre Parabole, nelle quali i cubi, ò quadrato-quadrati, &c. delle semiapplicate hanno tra di loro la medesima proporzione, che i quadrati, ò cubi dell'intercette; premettendo a questo fine i seguenti due Teoremi.

TEOREMA TERZO.

Ripigliata la fig. 2. del primo Teorema, se la curva AGB farà la seconda, ò cubica Parabola della 9. proposizione, nella quale i cubi delle semiapplicate hanno tra loro la medesima proporzione de' quadrati dell'intercette, e tirata qualsivoglia EH parallela al diametro, si troverà una media proporzionale tra le rette EH, HF. dico, che la somma de' cubi dell'infinite linee del parallelogrammo DI, ogn'una delle quali è uguale, e parallela alla retta DA, comè apparisce della

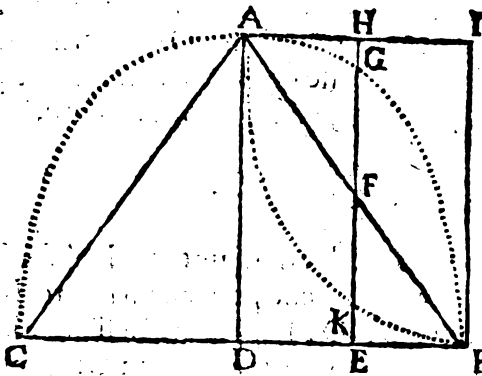
Fig. 4.



ne, e la seconda, che il composto di tutti i cubi dell' infinite linee del parallelogrammo DI, una delle quali si rappresenta dalla retta GE, farà al composto di tutti i cubi dell' infinite semiapplicate dentro la semiparabola AFB, una delle quali si rappresenta dalla retta GF, come 5. à 2. Ma se la Parabola AFB farà la seconda, ò cubica della proposizione 8., dico, che GF farà la maggiore delle due pro-

porzionali, che cadono tra le rette EG, GH; e che la somma di tutti i quadrato-quadrati dell' infinite linee del parallelogrammo DI, farà alla somma di tutti i quadrato-quadrati dell' infinite semiapplicate, una delle quali si rappresenta dalla retta GF, come 7. a 3. Lo stesso s'intenda dell' altre parabole; mutato però sempre il numero delle Potestà secondo l'ordine accennato.

Fig. 2.



Da' quali due Teoremi si cava maravigliosa-
famete la quadratura
di tutte le parabole
della 9. proposizione.
Imperocche sia la pa-
rabola AGB la secon-
da, ò pure la cubica
dell' accennata proposi-
zione, nella quale i cu-
bi delle semiapplicate
hanno tra di loro la proporzione de' quadrati dell' intercet-
te, e costruita la figura 2. ci si aggiunga di più la Parabola
prima, il di cui vertice sia A, diametro AI, le semiapplicate nel-

nell'angolo AIB, e con tal' parametro, che passi per il punto B. Tirata qualsivoglia HE parallela ad AD, per il secondo Teorema, così farà HE, a KH, come HK, ad HF; onde per il primo Teorema, la somma di tutti i cubi dell'infinite linee del parallelogrammo DI, farà alla somma di tutti i cubi dell'infinite semiapplicate dentro la semiparabola AKB, una delle quali si rappresenta dall'applicata HK, come il parallelogrammo DI al trilineo AGBI; ma la somma di tutti questi cubi, alla somma degli altri, per il secondo Teorema è, come 5. à 2.; dunque anco il parallelogrammo DI farà al trilineo AGBI, come 5. à 2. Ma allo spazio semiparabolico, come 5. à 3. Il che da altri è stato dimostrato. Della stessa maniera facendo nelle Parabole più alte di questo genere troveremo la di loro quadratura.

E questo basti per adempire quanto da me s'era promesso appartenente alla quadratura delle Parabole, soggiungendo di più, che se lo Schooten avesse usata un pò più di diligenza in esaminare attentamente il metodo intorno la quadratura della prima Parabola addotto nella sezione 17. del medesimo trattato, e nell'ultimo capitolo della descrizione in piano delle Sezioni Coniche, poteva senza dubbio affermare, che avesse luogo nelle curve superiori, il che forse non conobbe per non essersi incamminato per la strada diritta, usando dimostrazioni improprie, e non naturali, come conoscerà chiaramente, chi paragonerà il metodo da me qui addotto con quello riferito dal medesimo Autore ne' luoghi citati. La qual cosa è degna di grandissimo biasmo soprattutto nella Geometria, scienza sopra qualsivoglia, semplice, e pura.

Gradisca intanto V. S. Il'ustriss. questa mia picciola, ma ossequiosa offerta, in quella guisa, che anco i Principi grandi non sdegnano gradire qualsivoglia picciolo dono, che venga da mano divota, e riverente; assicurandola, che se averò la fortuna di conoscere esserle stato grato questo segno dell'osservanza, e attenzione dell'animo mio, mi stimerò somma-

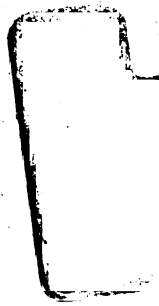
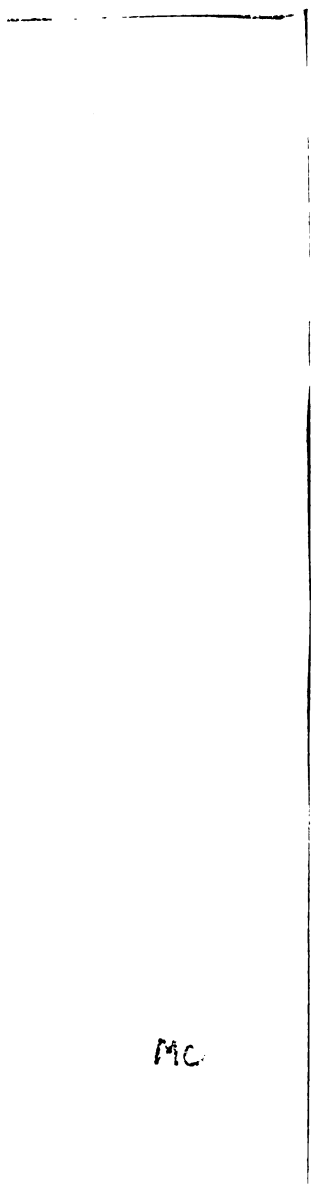
ma-

mamente onorato, e contento per aver cōseguito quanto da me ardentemente si desiderava. E pregandole dal Cielo ogni felicità per l'avanzamento delle belle lettere, e di tutti i buoni specialmente, resto facendole divotissima riverenza.

Di V. S. Illustrifs.

Napoli 6. Maggio 1706.

Divotifs. , ed Obbligatifs. Servitore
Bartolomeo Intieri.



Mc.

